

Keyifli Okumalar Dileriz

Binlerce kategoride milyonlarca PDF e-kitap, ders kitapları, dergiler ve romanlara platformumuz üzerinden ücretsiz ulaşabilirsiniz.

RESMİ WEB SİTEMİZ

<https://rantey.org>

Yedek ve Duyuru Kanallarımız

Sitemize erişim engeli gelmesi veya adres değişikliği durumunda aşağıdaki kanallardan güncel giriş adresine erişebilirsiniz:

- Telegram: <https://t.me/birkitapbir>
- WhatsApp Kanalımız : <https://whatsapp.com/channel/0029VbDHv8uE50Us4lvMoc0Y>

"Ders Arkadaşın"
İLYAS GÜNEŞ



TAKTİKLERLE

TEMEL

MATEMATİK

TÜM ADAYLAR İÇİN

TİK

**Konu Anlatımlı
SORU BANKASI**



Değişimin Farkında Ol

yargiyayinevi.com



KAMPA

Katılmak için okut



Tamamı Video Çözümlü

yargı PLUS



YOUTUBE

İÇİNDEKİLER

TEMEL KAVRAMLAR

Temel İşlemler	7
Rakam	11
Sayma Sayıları	12
Doğal Sayılar	13
Tam Sayılar	14
Rasyonel Sayılar - İrrasyonel Sayılar - Reel Sayılar	15
En Büyük - En Küçük Değer Bulma	16
Denklemlerde Sayı Bulma	21
Birbirine Bağlı İfadeler	29
Hazırım Testi - 1	31
Hazırım Testi - 2	33
Hazırım Testi - 3	35
Sıra Dışı Sorular Testi - 4	37
Tek - Çift Sayılar	39
Pozitif - Negatif Sayılar	45
Asal - Aralarında Asal Sayılar	49
Hazırım Testi - 5	55
Hazırım Testi - 6	57
Sıra Dışı Sorular Testi - 7	59

ARDIŞIK SAYILAR

Tanımlar	61
Toplamı Verilen Ardışık Sayılarla İşlem Yapma	64
Formüller	67
Terim Sayısı	71
Genel Toplam Formülü	72
Kitap Sayfalarında Kullanılan Rakam Sayısı	76
Ardışık Sayı Dizilerinin Genel Formülünü Bulma	78
Ardışık Sayılar Arasından Sayı Silme	79
Ardışık Sayı Problemleri	81
Hazırım Testi - 1	83
Hazırım Testi - 2	85
Sıra Dışı Sorular Testi - 3	87

FAKTÖRİYEL

Temel İşlemler	89
Faktöriyel İçindeki Asal Sayı Adedini Bulma	94
Faktöriyel İçindeki Asal Olmayan Sayı Adedini Bulma	96
Bir Sayının Sonundaki Sıfır Sayısını Bulma	98
Verilen Bir Faktöriyelin Sonundaki 9 Sayısını Bulma	100
Hazırım Testi - 1	101
Hazırım Testi - 2	103

SAYI BASAMAKLARI

En Büyük - En Küçük Toplam Bulma	105
Toplamları Bilinen Sayıların En Büyük -	
En Küçük Değerini Bulma	106
En Büyüğü En Az ve En Küçüğü En Çok İfadeleri	108
Sayı Çözümlmeleri	110
Sayı Oluşturma	117
Hatalı İşlemler	119
Özel Sayı Terimleri	123

Temel İşlem Yeteneği ile İşlem Yapma	125
Hazırım Testi - 1	127
Hazırım Testi - 2	129
Hazırım Testi - 3	131
Sıra Dışı Sorular Testi - 4	133

BÖLME

Klasik Bakkal Bölmesi	135
Bölünen - Bölen - Bölüm - Kalan İlişkisi	138
Kalan Bulma	139
En Büyük - En Küçük Değer Bulma	141
Birbiri Cinsinden İfadelere Çevirme	143
Hazırım Testi - 1	145
Hazırım Testi - 2	147

BÖLÜNEBİLME KURALLARI

2 - 3 ile Bölünebilme	149
4 - 5 ile Bölünebilme	151
6 - 7 ile Bölünebilme	153
8 - 9 ile Bölünebilme	155
10 - 11 ile Bölünebilme	157
25 ile Bölünebilme - Asal Çarpanlar Biçiminde	
Yazılabilen Sayılar	159
Asal Sayılarla Yapılan Bölmeler	161
Yorum Soruları	162
Hazırım Testi - 1	165
Hazırım Testi - 2	167
Sıra Dışı Sorular Testi - 3	169

ASAL ÇARPANLARA AYIRMA

Bir Sayının Asal Çarpanları	171
Tam Bölen Sayılarını Bulma	172
En Büyük - En Küçük Değer Bulma	175
Yorum Soruları	176
Hazırım Testi - 1	177
Hazırım Testi - 2	179

EBOB - EKOK

En Büyük Ortak Bölen (EBOB)	181
En Büyük Ortak Böleni Bilinen Sayıları Yazma	183
EBOB Problemleri	185
En Küçük Ortak Kat (EKOK)	188
Asal Çarpanlara Ayrılmış İfadelerin EKOK'unu Bulma	189
En Küçük Ortak Katı Bilinen Sayıları Yazma	190
Özellikleri	192
Bölme - Bölünebilme ile EKOK - EBOB İlişkisi	195
EKOK ile Çözülebilen Problemler	197
Günlük Hayatta Periyodik Durumlarla İlgili Problemler	199
Hazırım Testi - 1	201
Hazırım Testi - 2	203
Hazırım Testi - 3	205
Sıra Dışı Sorular - 4	207

7 GÜNDE TEMEL KAVRAMLAR BITİRME KAMPI

1. GÜN ☐ — “ —
Temel Kavramlar
” —
Sayfa (7-60)

2. GÜN ☐ — “ —
Ardışık Sayılar
” —
Sayfa (61-88)

3. GÜN ☐ — “ —
Faktöriyel
” —
Sayfa (89-104)

4. GÜN ☐ — “ —
Sayı Basamakları
” —
Sayfa (105-134)

5. GÜN ☐ — “ —
Bölme - Bölünebilme Kuralları
” —
Sayfa (135-170)

6. GÜN ☐ — “ —
Asal Çarpanlara Ayırma
” —
Sayfa (171-180)

7. GÜN ☐ — “ —
EBOB - EKOK
” —
Sayfa (181-208)

TİP 1

Bu bölümde ÖSYM'nin son yıllarda her sınavda sorduğu temel işlem becerilerini ölçen soru tiplerini göreceğiz.

TAKTİK

Bu bölümdeki soruları çözerken daha çok dört işlem yeteneğine dayalı sorular göreceğiz. Dikkat edilmesi gereken en önemli şey dikkat ve soruyu anlamaktır.

ÖĞREN

1. Aşağıdaki kutuların içerisine 0, 1, 2, 3 ve 4 rakamlarından her birinden bir tane ve dairelerin içlerine toplama (+), çıkarma (-), çarpma (x) ve bölme (:) işlemlerinden her birinden yalnız bir tanesi yazılacak şekilde oluşturulan işlemin görünümü verilmiştir.



Buna göre, bu sayılarla oluşturulan yukarıdaki işlemin sonucu en çok kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada işlemin sonucunun en büyük olması için çarpma işleminin en büyük sayıyı verecek şekilde yerleştirilmesi ve dört işlem kurallarına dikkat edilmesi gerekir.

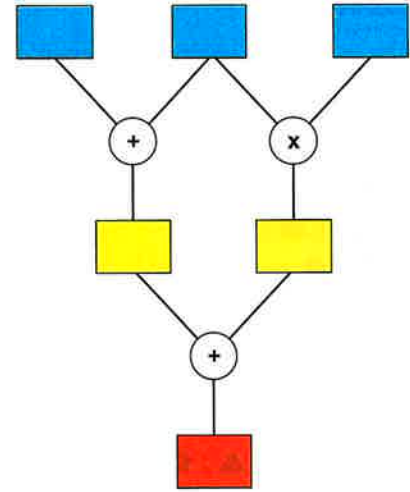
$$4 \times 2 - 0 + 3 : 1 = 8 + 3 = 11 \text{ 'dir.}$$

İşlem önceliğine göre önce çarpma ve bölme işlemleri, sonra toplama ve çıkarma işlemleri yapılır. Bu durumda;

$$4 \times 2 - 0 + 3 : 1 = 8 + 3 = 11 \text{ 'dir.}$$

GELİŞTİR

1. Aşağıdaki mavi kutular içerisine 2, 4 ve 6 rakamları yazılarak bu kutular içerisindeki sayılara yukarıdan aşağıya doğru bağlı bulunduğu daire içerisindeki işlemler uygulanacaktır.



Buna göre, işlemler sonunda kırmızı kare içerisindeki sayı en çok kaç olur?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 30 E) 32

ÖĞREN

2. ▲, ■, ◆ ve ● sembollerinden her biri, toplama (+), çıkarma (-), çarpma (x) ve bölme (÷) işlemlerinden biri ile temsil edilmektedir.

Bu sembollerle yapılan işlemler,

$$(12 \triangle 4) \blacksquare 2 = 4$$

$$3 \blacklozenge (2 \bullet 4) = 11$$

olduğuna göre,

$$(8 \bullet 2) \blacksquare (9 \triangle 2 \blacklozenge 1)$$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Soruda verilen parantez içleri dikkate alınarak her bir şekle bir işlem yazılacak olursa;

$$\begin{array}{l} (12 \triangle 4) \blacksquare 2 = 4 \\ 3 \blacklozenge (2 \bullet 4) = 11 \end{array} \quad \begin{array}{l} \div \\ + \end{array} \quad \begin{array}{l} \times \\ - \end{array} \quad \text{olur.}$$

Buradan,

$$\begin{array}{l} (8 \times 2) \div (9 \triangle 2 \blacklozenge 1) \\ = 16 \div 8 = 2 \text{ 'dir.} \end{array}$$

GELİŞTİR

2. Berkay tanımlamış olduğu □, △, ○ ve ◇ sembollerinin her birinin yerine toplama (+), çıkarma (-), çarpma (x) ve bölme (÷) işlemlerinden uygun olanları getirerek aşağıdaki denklemleri oluşturuyor.

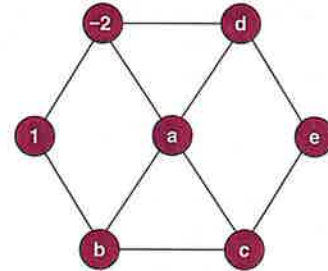
$$(8 \bigcirc 2) \triangle 4 = 40$$

$$12 \diamond 3 \square 2 = 2$$

Buna göre, $\frac{20 \diamond 4 \bigcirc 7}{2 \triangle 2 \square 2}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

3. Aşağıdaki düzenekte, her birinin içinde bir sayı yazılı olan ve bazıları doğru parçası ile birbirine bağlı olan 7 daire verilmiştir. Bu doğru parçaları ile birbirine bağlı olan dairelere komşu daireler denir.



Bu düzenekte, her bir dairenin içinde yazılı olan sayı, bu daireye komşu olan dairelerdeki sayıların toplamına eşittir.

Buna göre, $a + b + c + d + e$ toplamı kaçtır?

- A) -8 B) -5 C) 1 D) 5 E) 8

ÖĞREN

3. A, B ve C birer doğal sayı olmak üzere; aşağıdaki kutuların içine toplama (+), çıkarma (-), çarpma (x) ve bölme (÷) işlemleri, her kutuya farklı bir işlem gelecek şekilde yerleştirildiğinde eşitlikler sağlanmaktadır.

$$12 \blacksquare 5 = A$$

$$B \blacksquare B = A$$

$$A \blacksquare C = B \blacksquare 2$$

Buna göre, $A + B + C$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Soruda verilen ifadeler incelendiğinde $B \blacksquare B = A$ dan dolayı A'nın çift sayı olduğu görülür. Çünkü;

$$12 - 5 = 7, 12 + 5 = 17$$

Sayıları tek sayıdır.

$$B - B = 0$$

$$B + B = 1$$

$$B \times B = B^2$$

İfadelerinin hiçbirisi 7 ya da 17'ye eşit olmaz. Bu nedenle;

$$12 \times 5 = A \Rightarrow A = 60$$

$$B \div B = 60 \Rightarrow 2B = 60 \Rightarrow B = 30$$

$$60 - C = 30 \div 2 \Rightarrow 60 - C = 15$$

$$C = 45$$

Bu durumda;

$$A + B + C = 60 + 30 + 45 = 135\text{'tir.}$$

GELİŞTİR

4. Aşağıdaki kutuların içine 1'den 9'a kadar olan tam sayılardan 6 tanesi her bir kutuya farklı bir sayı gelecek şekilde yerleştirildiğinde tüm eşitlikler sağlanmaktadır.

$$\square + \square = 6$$

$$\square - \square = 6$$

$$\square : \square = 6$$

Buna göre, kullanılmayan tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 15 C) 17 D) 18 E) 20

5.

I. $\begin{matrix} -4 & \bigcirc & 4 \\ -4 & \bigcirc & 2 \\ -4 & \bigcirc & -4 \end{matrix}$

İfadelerindeki boş dairelerin içine toplama (+), çıkarma (-) ve çarpma (x) sembolleri hangi sırayla yerleştirilirse üç işlemin sonucu da aynı sayıya eşit olur?

	I	II	III
A)	+	x	-
B)	+	-	x
C)	-	+	x
D)	-	x	+
E)	x	-	+

ÖĞREN

4.

$$\begin{array}{l} \square : \square = 4 \\ \square \times \square = 4 \\ \square - \square = 4 \\ \square + \square = A \end{array}$$

Yukarıdaki kutuların içine 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 sayıları her kutuya farklı bir sayı gelecek şekilde yerleştirildiğinde tüm eşitlikler sağlanmaktadır.

Buna göre, A sayısı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} 8 : 2 = 4 \\ 1 \times 4 = 4 \\ 7 - 3 = 4 \\ 6 + 5 = A \end{array}$$

Bakın gençler! Bu tarz sorular göz korkutabilir ancak çok kolay sorulardır. Yani bonus ya da kek diyebiliriz.

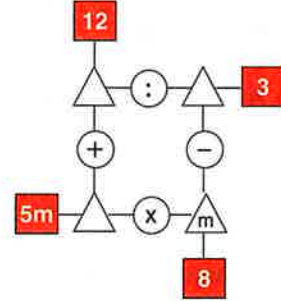
Şimdi yapman gereken eşitlikleri sağlamak olacaktır. Burada seni sonuca götüren çarpma ve bölme işlemidir. Öyle ikişer sayı seç ki çarpım 4 olsun, öyle iki sayı seç ki bölümü 4 olsun.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8

Bu durumda $A = 6 + 5 = 11$ dir.

GELİŞTİR

6. Aşağıda verilen beyaz üçgensel hücrelere doğal sayılar ve bu sayıların arasında bulunan şekildeki dairesel hücrelere toplama (+), çıkarma (-), çarpma (x) veya bölme (:) işlemlerinden biri yerleştiriliyor. Sonra bir doğru üzerinde bulunan iki beyaz hücredeki sayıya aralarındaki işlem uygulanarak elde edilen sonuç, aynı doğru üzerindeki kırmızı renkli kare içerisine yazılıyor.

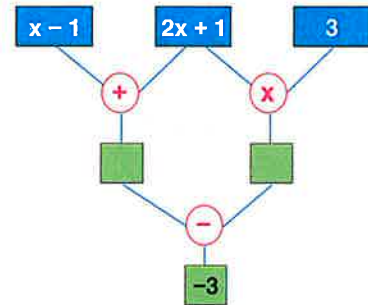


Yukarıdaki dört beyaz hücreye birbirinden farklı sayılar yerleştiriliyor.

Buna göre, m'nin en büyük değeri kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 28 D) 29 E) 30

7. Aşağıda kareler içerisinde bulunan ifadeler yukarıdan aşağıya doğru bağlı bulunduğu daire içerisindeki işlemler uygulanacaktır.



Buna göre, x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TİP 2

Bu bölümde sayı kümelerinin ilkinin oluşturan rakamlardan bahsedeceğim. Rakamlar 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9'dan oluşur.

TAKTİK

Burada verilen sorularda tanım kümesini kontrol et. Soruda verilen ifadelerin farklı olduğu söylenmediği sürece verilen ifadeler aynı alınabilir.

- En küçük rakam 0'dır.
- En büyük rakam 9'dur.

ÖĞREN

GELİŞTİR

1. a ve b birer rakamdır.

$$3a + 2b$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

ÇÖZÜM

Soruda verilen tanım kümesi dikkatle incelendiğinde a ve b için birbirinden farklı rakamlar olduğu söylenmiyor. Bu durumda a ve b aynı alınabilir. Verilen ifadenin en küçük olması için a ve b en küçük seçilir.

$$3a + 2b = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0 + 0 = 0 \text{ 'dır.}$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 0 \end{array}$$

2. a, b ve c birbirinden farklı rakamlar olmak üzere,

$$2a - 3b + 4c$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda en büyük değer bulunurken katsayısı büyük olan ifadeye en büyük rakam, katsayısı küçük olan ifadeye en küçük rakam verilir.

$$2a - 3b + 4c = 2 \cdot 8 - 3 \cdot 0 + 4 \cdot 9$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 8 & 0 & 9 \end{array} = 16 - 0 + 36$$

$$= 52 \text{ 'dir.}$$

1. a, b ve c birer rakamdır.

$$2a + 3b + c$$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 43 B) 45 C) 54 D) 63 E) 70

2. Aşağıda üzerinde 0'dan 9'a kadar farklı rakamlardan yalnız bir tanesinin yazılı olduğu balonların görünümü verilmiştir.



Burcu bu balonlara 3 adet atış yaparak her atışta bir adet balonu vurarak patlatıyor.

Buna göre, Burcu'nun vurduğu balonların üzerinde yazan rakamların toplamı aşağıdakilerden hangisi ola-
maz?

- A) 5 B) 7 C) 12 D) 24 E) 27

TİP 3

Bu bölümde sayma sayılarını öğreneceğiz. Sayma sayıları 1'den başlayıp sonsuza kadar sayarak bulabileceğimiz bir kümedir.

TAKTİK

Bu bölümde verilen sorularda bizim için önemli olan, sorunun en başında verilen tanım kümesidir.

- Sayma sayıları = $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, +\infty\}$

ÖĞREN

1. a, b ve c birbirinden farklı sayma sayıları olmak üzere,

$$2a + b + c$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Verilen soruda tanım kümesi incelendiğinde sayma sayılarının olduğu belirtiliyor. Verilen ifadenin en küçük olması için en küçük sayma sayıları kullanılmalıdır.

$$2a + b + c = 2 \cdot 1 + 2 + 3 = 7 \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 2 & 3 \end{array}$$

2. a, b ve c birbirinden farklı sayma sayıları olmak üzere,

$$a^b + c$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada tanım kümesi sayma sayılarından oluştuğu için a, b ve c en küçük sayma sayıları seçilmelidir.

$$a = 1 \quad b = 3 \quad c = 2 \text{ seçilirse,}$$

$$a^b + c = 1^3 + 2 = 1 + 2 = 3$$

GELİŞTİR

1. a, b ve c birbirinden farklı bir basamaklı sayma sayılarıdır.

$$\frac{a-b}{c}$$

ifadesinin en büyük sayma sayısı değeri kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

2. $\blacksquare$ ve $\bullet$ sembollerinin her biri bir sayma sayısını ifade etmektedir.

$$\blacksquare + \bullet = 12$$

olduğuna göre, $\bullet \cdot \blacksquare$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 11 B) 16 C) 18 D) 36 E) 48

TİP 4

Burada doğal sayılar kavramını öğreneceğiz. Doğal sayılar $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesinin elemanlarıdır. N ile gösterilir.

TAKTİK

Bir soruda tanım kümesinde doğal sayı diyorsa sıfır sayısını unutma.

- En küçük doğal sayı 0'dır.
- $N = \{0, 1, 2, 3, \dots, +\infty\}$

ÖĞREN

1. Üç farklı doğal sayının toplamı en az kaçtır?

ÇÖZÜM

Doğal sayılar kümesi deyince ilk akla sıfırdan başladığı gelmelidir. Burada üç sayı da farklı olduğu için,
 $0 + 1 + 2 = 3$ 'tür.

2. a ve b doğal sayılar,

$$a + b = 10$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada tanım kümesi doğal sayılar verildiği için sayılara değer verilirken sıfırdan başlanılmalıdır.

$$\begin{array}{lcl}
 a + b = 10 & \Rightarrow & a \cdot b \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 0 + 10 & \rightarrow & 0 \cdot 10 = 0 \\
 1 + 9 & \rightarrow & 1 \cdot 9 = 9 \\
 2 + 8 & \rightarrow & 2 \cdot 8 = 16 \\
 3 + 7 & \rightarrow & 3 \cdot 7 = 21 \\
 \vdots & & \vdots \\
 5 + 5 & \rightarrow & 5 \cdot 5 = 25 \\
 6 + 4 & \rightarrow & 6 \cdot 4 = 24 \\
 \vdots & & \vdots \\
 10 + 0 & \rightarrow & 10 \cdot 0 = 0
 \end{array}$$

Buradan da görüldüğü gibi en küçük değer 0'dır.

GELİŞTİR

1. İki basamaklı üç doğal sayının toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

2. a ve b doğal sayılar,

$$a + b = 18$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 0 B) 17 C) 18 D) 81 E) 90

3. a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılar olmak üzere,
 $a^b + c$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

TİP 5

Bu bölümde tam sayılar kavramını öğreneceğiz. Tam sayılar Z ile gösterilir. Pozitif ve negatif tam sayılar olmak üzere ikiye ayrılır.

$$Z = \{-\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty\}$$

kümesinin elemanlarıdır.

TAKTİK

Bir sorunun tanım kümesinde tam sayı diyorsa aklına negatif sayıların varlığı gelsin.

$$Z = \underbrace{\{-\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, +\infty\}}_{Z^- = \text{Negatif tam sayılar}} \cup \underbrace{\{1, 2, \dots, +\infty\}}_{Z^+ = \text{Pozitif tam sayılar}}$$

$$Z = Z^- \cup Z^+ \cup \{0\} \text{ dir.}$$

ÖĞREN

1. Negatif olmayan üç farklı tam sayının toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada tanım kümesi negatif olmayan tam sayılar olduğu için,

$$Z = \{-\infty, \dots, -1, \underbrace{0, 1, 2, \dots, +\infty}_{\text{Negatif olmayan}}\}$$

Negatif olmayan = 0, 1, 2, 3, ...

Üç farklı tam sayı = 0 + 1 + 2 = 3'tür.

2. İki basamaklı en küçük doğal sayı ile üç basamaklı en küçük tam sayının toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

İki basamaklı en küçük doğal sayı 10,

Üç basamaklı en küçük tam sayı -999

Toplam = -999 + 10 = -989'dur.

GELİŞTİR

1. Pozitif olmayan üç farklı tam sayının toplamının en büyük değeri kaçtır?

A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

2. İki basamaklı en küçük tam sayı ile bir basamaklı en büyük tam sayının toplamı kaçtır?

A) -99 B) -90 C) -19 D) 19 E) 90

TİP 6

Bu bölümde rasyonel sayıların, irrasyonel sayıların ve reel sayıların tanım kümelerini öğreneceğiz.

TAKTİK 1

Rasyonel Sayılar: a ve b tam sayılar ve b sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere, $\frac{a}{b}$ şeklindeki sayılardır. Q ile gösterilir.

Örnek: $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{0}{7}, \frac{11}{4}, -\frac{5}{2}, -7, 13$ gibi.

TAKTİK 2

İrrasyonel Sayılar: Sonucu net belli olmayan sayılardır. "Q'" ile gösterilir.

Örnek: $\sqrt{7}, \sqrt{3}, \pi, e$ gibi.

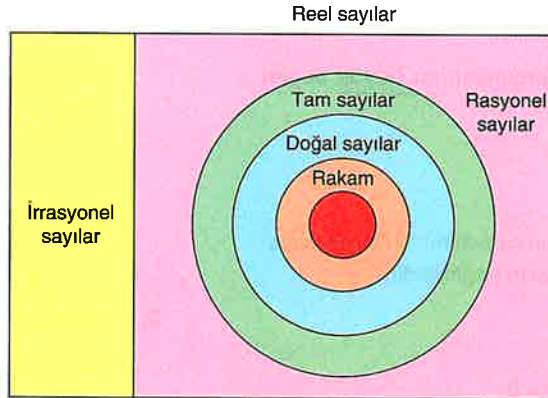
TAKTİK 3

Reel (Gerçel, Gerçek) Sayılar: Rasyonel sayılar ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşiminden oluşan sayı kümesidir. R ile gösterilir.

• $R = Q \cup Q'$

TAKTİK 4

Baştan itibaren bu bölüme kadar tüm sayıları bir küme içerisinde gösterecek olursak;



- Her rakam bir doğal sayıdır ancak her doğal sayı bir rakam değildir.
- Her tam sayı bir reel sayıdır ancak her reel sayı bir tam sayı değildir.

TİP 7

Bu bölümde toplamları, çarpımları ya da bölümleri verilen sayıların en büyük ya da en küçük değerlerini bulacağız.

TAKTİK 1

Toplamları verilen iki doğal sayının çarpımlarının en küçük olması için sayılar birbirine en uzak seçilmelidir.

TAKTİK 2

Toplamları verilen iki doğal sayının çarpımlarının en büyük olması için sayılar birbirine en yakın seçilmelidir.

TAKTİK 3

Çarpımları verilen iki doğal sayının toplamlarının en küçük olması için sayılar birbirine en yakın seçilmelidir.

TAKTİK 4

Çarpımları verilen iki doğal sayının toplamlarının en büyük olması için sayılar birbirine en uzak seçilmelidir.



ÖĞREN

1. a ve b doğal sayılar,

$$a + b = 14$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Toplamı verilen iki sayının çarpımının en büyük olması için sayılar birbirine yakın seçilmelidir.

$$\begin{array}{lcl} a + b = 14 & & a \cdot b \\ \downarrow & & \downarrow \\ 0 + 14 & \rightarrow & 0 \cdot 14 = 0 \\ 1 + 13 & \rightarrow & 1 \cdot 13 = 13 \\ 2 + 12 & \rightarrow & 2 \cdot 12 = 24 \\ \vdots & & \vdots \\ 7 + 7 & \rightarrow & 7 \cdot 7 = 49 \end{array}$$

En büyük değer 49'dur.



GELİŞTİR

1. a ve b sayma sayılarıdır.

$$a + b = 17$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 16 B) 30 C) 45 D) 72 E) 80

2. a ve b doğal sayılardır.

$$a + b = 22$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 23



ÖĞREN

2. a ve b doğal sayılar,

$$a + b = 10$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Toplamları bilinen iki sayının çarpımının en küçük olması için sayılar birbirinden en uzak olacak şekilde seçilmelidir.

$$a + b = 10 \quad a \cdot b$$

$$0 + 10 \rightarrow 0 \cdot 10 = 0$$

$$1 + 9 \rightarrow 1 \cdot 9 = 9$$

$$2 + 8 \rightarrow 2 \cdot 8 = 16$$

Görüldüğü gibi sayılar birbirine yaklaştıkça çarpım büyüyor. Bu durumda en küçük çarpım değeri 0'dır.

3. a, b doğal sayılar ve x reel sayı,

$$a = 7 - x$$

$$b = x + 17$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada çarpımın en büyük değerini bulmak için bu sayıların toplamalarını bilmek gerekir. İfadeler taraf tarafa toplanırsa,

$$a = 7 - x$$

$$+ \quad b = x + 17$$

$$a + b = 24 \text{ bulunur.}$$

$$a + b = 24 \Rightarrow a \cdot b$$

$$12 + 12 \rightarrow 12 \cdot 12 = 144 \text{ bulunur.}$$



GELİŞTİR

3. a ve b doğal sayılar,

$$a + b = m$$

eşitliği veriliyor.

$a \cdot b$ çarpımının en büyük değeri 42 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

4. a ve b doğal sayılar, x reel sayı

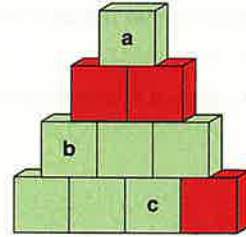
$$a = 13 - x$$

$$b = x + 7$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 20 B) 40 C) 60 D) 100 E) 120

5. Aşağıdaki şekilde her bir kutuda farklı bir rakamın olduğu 10 kutunun görünümü verilmiştir.



Kutuların üzerinde yazan sayılar her satırda soldan sağa doğru artmaktadır.

a, b ve c rakamları ile ilgili,

$$b \cdot c = 14$$

$$a + c = 5$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, kırmızı renkli kutular üzerinde yazan rakamlar toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15



ÖĞREN

4. a ve b sayma sayıları olmak üzere,

$$2a - 3b = 8$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada toplamın en küçük olması için a ile b'nin en küçük değerleri alması gerekir.

$$2a - 3b = 8$$

$$b = 1 \text{ için, } 2a - 3 \cdot 1 = 8 \Rightarrow 2a - 3 = 8 \Rightarrow 2a = 11$$

$$a = \frac{11}{2}$$

b = 1 için $a = \frac{11}{2}$ sayma sayılı değil.

$$b = 2 \text{ için, } 2a - 3 \cdot 2 = 8 \Rightarrow 2a - 6 = 8 \Rightarrow 2a = 14$$

$$a = 7$$

b = 2 için a = 7 sayma sayıdır.

Bu durumda,

$$a \cdot b = 2 \cdot 7 = 14 \text{ tür.}$$

5. a ve b doğal sayılar olmak üzere,

$$a \cdot b = 18$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Çarpımları verilen sayıların toplamlarının en büyük olması için sayıların birbirine yakın uzak olması gerekir.

$$a + b = 18 \Rightarrow a + b$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$1 \cdot 18 \rightarrow 1 + 18 = 19$$

$$2 \cdot 9 \rightarrow 2 + 9 = 11$$

$$3 \cdot 6 \rightarrow 3 + 6 = 9$$

Burada en büyük değer 19'dur.



GELİŞTİR

6. x ve y doğal sayılar olmak üzere,

$$3x + 4y = 20$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

7. a ve b doğal sayılardır.

$$a \cdot b = 16$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. Aşağıda her bir karesinde 1'den 9'a kadar rakamlardan sadece bir tanesi yazılarak oluşturulan bir şeklin görünümü verilmiştir.

a		3
	b	
8		4

Şekilde köşegenler üzerindeki sayıların çarpımı birbirine eşittir.

Buna göre, $a + b$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 16



ÖĞREN

6. x ve y rakam olmak üzere,

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

olduğuna göre, x + y toplamının en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada x ve y rakam olduğu için 9'u geçemez.

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{3} = \frac{8}{6} \text{ dir.}$$

Burada x en büyük 8, y en büyük 6'dır.

$$x + y = 8 + 6 = 14 \text{ tür.}$$

7. a, b ve c doğal sayıdır.

$$a \cdot b = 8$$

$$b \cdot c = 12$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu sorularda ortak ifadeden yola çıkılarak çözüm yapılır.

$a \cdot b = 8$	$b \cdot c = 12$	$a + b + c$
$\downarrow \downarrow$	$\downarrow \downarrow$	
$8 \cdot 1$	$1 \cdot 12 \rightarrow$	$8 + 1 + 12 = 21$
$4 \cdot 2$	$2 \cdot 6 \rightarrow$	$4 + 2 + 6 = 12$
$2 \cdot 4$	$4 \cdot 3 \rightarrow$	$2 + 4 + 3 = 9$

Buradan da görüldüğü gibi ortak ifade en küçük değerini aldığında toplam en büyük olur.

$$a + b + c = 8 + 1 + 12 = 21 \text{ dir.}$$



GELİŞTİR

9. a, b ve c tam sayılardır.

$$\frac{9}{a} = \frac{b}{3} = c$$

olduğuna göre, c'nin en büyük değeri için a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 18 C) 27 D) 36 E) 37

10. a, b ve c tam sayılardır.

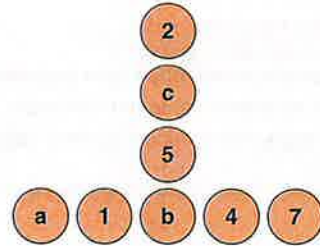
$$a \cdot b = 18$$

$$b \cdot c = 24$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) -43 B) -42 C) 13 D) 42 E) 43

11. Aşağıda 8 tane dairenin içine yazılan birbirinden farklı rakamların bazılarının görünümü verilmiştir.



Bu dairelerden satırdaki daire içlerinde yazan sayıların toplamı sütundaki daire içlerinde yazan sayıların toplamından 10 fazladır.

Buna göre, a'nın alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 18 C) 26 D) 35 E) 42



ÖĞREN

8. a, b ve c tam sayılardır.

$$a \cdot b = 16$$

$$b \cdot c = 24$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu sorudan da aynı şekilde ortak olan ifade ne ise ona verilen değerlere göre çözüm yapılır. Tanım kümesi tam sayı olduğu için en küçük değer bulurken negatif sayılardan başla.

$a \cdot b = 16$	$b \cdot c = 24$	$a + b + c$
$\downarrow \quad \downarrow$	$\downarrow \quad \downarrow$	
$-16 \cdot -1$	$-1 \cdot -24$	$\rightarrow -16 - 1 - 24 = -41$
$-8 \cdot -2$	$-2 \cdot -12$	$\rightarrow -8 - 2 - 12 = -22$
$-4 \cdot -4$	$-4 \cdot -6$	$\rightarrow -4 - 4 - 6 = -14$
$-2 \cdot -8$	$-8 \cdot -3$	$\rightarrow -2 - 8 - 3 = -13$

Buradan da görüldüğü gibi tanım kümesi değiştiğinde çözümün değiştiğidir.

En küçük toplam -41 'dir.

İlyas Hoca Uyarıyor!

Temel kavramlardan soru çözerken ilk bakacağın en önemli yer tanım kümesidir. Tanım kümesi değiştiğinde sorunun çözümü değişir.



GELİŞTİR

12. a ve b tam sayılardır.

$$a \cdot b = 36$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) -37 B) -36 C) 13 D) 36 E) 37

13. a, b ve c negatif tam sayılardır.

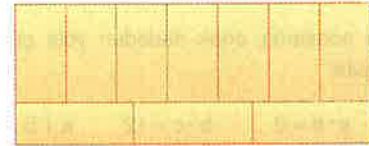
$$a \cdot b = 12$$

$$b \cdot c = 18$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) -31 B) -24 C) -12 D) -11 E) -6

14. Aşağıda ayrıtları birim cinsinden tam sayı olan aynı fayanslarla örülmüş duvarın görünümü verilmiştir.



Buna göre, bu fayanslardan bir tanesinin çevresinin en küçük değeri kaç birimdir?

- A) 10 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

TİP 8

Bu bölümde eşitlik ifadelerinde herhangi bir ifadenin ya da ikili üçlü ifadelerin değerlerinin nasıl bulunabileceğini göreceğiz.

TAKTİK

$2a + 3b = 10$, $3a + 5b = 15$, ... gibi ifadelerde bize a ya da b'nin herhangi birinin kaç değer alacağı ya da kaç farklı ikili oluşturulabileceği söylenirse, eşitliğin karşı tarafını a ya da b'nin katsayılarından birine bölerek bir tane ikiliyi yaz. Sonrasında küçük olanı diğer ifadenin katsayısı kadar artır, büyük olanı ise diğer ifadenin katsayısı kadar azalt.

Örnek:

$2a + 3b = 12$ ifadesinde a ve b'nin değerlerini bulalım. Burada 12 sayısını a ya da b'nin katsayılarından birine böl ve bir ikili bul.

$$\begin{array}{r} 2a + 3b = 12 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 0 \quad 4 \\ +3 (\quad) -2 \\ 3 \quad 2 \\ +3 (\quad) -2 \\ 6 \quad 0 \\ \vdots \quad \vdots \\ \text{gibi} \end{array}$$

- Burada $a = 0$ ve $b = 4$ olan bir ikili yazdık. Sonrasında büyük olan b ifadesi a'nın katsayısı olan 2 sayısı kadar azalırken, küçük olan a ifadesi ise b'nin katsayısı olan 3 artarak gider.

ÖĞREN

1. a ve b doğal sayılardır.

$$2a + 3b = 24$$

denklemini sağlayan kaç farklı a değeri vardır?

ÇÖZÜM

Eşitliği sağlayan bir ikiliyi bul ve büyük olanı azalt, küçük olanı artır.

$$\begin{array}{r} 2a + 3b = 24 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 12 \quad 0 \\ -3 (\quad) +2 \\ 9 \quad 2 \\ -3 (\quad) +2 \\ 6 \quad 4 \\ -3 (\quad) +2 \\ 3 \quad 6 \\ -3 (\quad) +2 \\ 0 \quad 8 \end{array}$$

- Burada sağlayan $a = 12$ ve $b = 0$ ilk olarak bulundu. Sonrasında a ifadesi b'nin katsayısı olan 3 azalırken, b ifadesi a'nın katsayısı olan 2 artarak ilerledi.

Burada a ve b doğal sayılar olduğu için, $a = 12, 9, 6, 3, 0$ olmak üzere 5 değer alır.

GELİŞTİR

1. a ve b doğal sayılardır.

$$3a + 5b = 18$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı b değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. a ve b doğal sayılardır.

$$2a + 4b = 22$$

eşitliğini sağlayan b değerler toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 15



ÖĞREN

2. a ve b doğal sayılar,

$$2a + 3b = 26$$

denklemini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

ÇÖZÜM

Burada denklemin karşısındaki sayı a ile b'nin hangisinin katsayısına bölünüyorsa böl ve bir tane ikiliyi bul. Sonrasında azaltma ve artırma işlemini yap.

$$\begin{array}{rcl}
 2a + 3b & = & 26 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 13 & 0 & \\
 -3(&) & +2 \\
 10 & 2 & \\
 -3(&) & +2 \\
 7 & 4 & \\
 -3(&) & +2 \\
 4 & 6 & \\
 -3(&) & +2 \\
 1 & 8 &
 \end{array}$$

Burada sağlayan ikililer,

(13, 0), (10, 2), (7, 4), (4, 6) ve (1, 8) olmak üzere 5 tanedir.

Özel Yol:

Bu tarz sorularda işlem yapmadan direkt çözüm yapmak istiyorsanız şunu yapabilirsiniz. Burada a ile b'nin katsayılarının eşitlendiği en küçük sayıyı bul ve eşitliğin karşısındaki sayıyı bu sayıya böl. Sonrasında önce tanım kümesinde sıfır var mı buna bak. Eğer sıfır varsa tanım kümesinde sonuç bölümün 1 fazlasıdır.

Dikkat! a ile b'nin katsayılarından sadece biri eşitliğin karşısındaki sayıyı bölecek.

$$2a + 3b = 26$$

$$\begin{array}{r}
 26 \overline{) 6} \\
 \underline{4} \\

 \end{array}$$

2 ile 3'ün ortak etişlendiği en küçük sayı 6 olduğu için altıya böldük.

Burada 26 sayısını a ile b'nin katsayısından yalnızca biri bölüyor ve tanım kümesinde sıfır varsa o zaman (a, b) ikilileri bölümden 1 fazladır. Yani,

$$4 + 1 = 5\text{'tir.}$$



GELİŞTİR

3. a ve b doğal sayılardır.

$$2a + 5b = 65$$

denklemini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. x ve y doğal sayılardır.

$$3x + 4y = 90$$

denklemini sağlayan kaç farklı (x, y) ikilisi vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

5. a ve b doğal sayılardır.

$$3a + 5b = 100$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı a sayısı vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÖĞREN

3. a ve b doğal sayılardır.

$$2a + 3b = 30$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

ÇÖZÜM

Burada ilk önce a'nın ya da b'nin en büyük değeri bulunup ona göre çözüm yapılacaktır.

$$\begin{array}{rcl}
 2a + 3b & = & 30 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 15 & 0 & \\
 -3 (&) & +2 \\
 12 & 2 & \\
 -3 (&) & +2 \\
 9 & 4 & \\
 -3 (&) & +2 \\
 6 & 6 & \\
 -3 (&) & +2 \\
 3 & 8 & \\
 -3 (&) & +2 \\
 0 & 10 &
 \end{array}$$

a ve b doğal sayılar olduğu için (a, b) ler (15, 0), (12, 2), (9, 4), (6, 6), (3, 8) ve (0, 10) olmak üzere 6 tanedir.

Özel Yol:

Burada denklemin karşısındaki sayı a ile b'nin katsayılarından herhangi birine bölünüyorsa ve tanım kümesinde sıfır varsa, eşitliğin karşısındaki sayıyı a ile b'nin eşitlendiği sayıya böl ve bölümün bir fazlasını al.

$2a + 3b = 30$ ise a ile b'nin katsayıları 2 ve 3'ün en küçük katı olan 6'da eşitlenir.

$$\begin{array}{r|l}
 30 & 6 \\
 \hline
 & 5
 \end{array}$$

tanım kümesinde doğal sayı olduğu için,
 $5 + 1 = 6$ 'dır.

GELİŞTİR

6. a ve b doğal sayılardır.

$$3a + 5b = 45$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

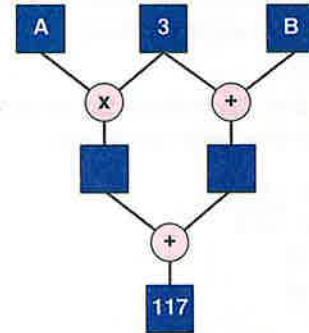
7. x ve y doğal sayılardır.

$$2x + 5y = 120$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı x sayısı vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

8. Aşağıda doğal sayılar kullanılarak oluşturulan bir şeklin görünümü verilmiştir.



Yukarıdan aşağıya doğru her iki kutu içinde yazan sayılara hemen altında bulunan daire içlerindeki çarpma veya toplama işlemleri uygulanıyor.

Buna göre, bu işlemi sağlayan kaç farklı B sayısı vardır?

- A) 37 B) 38 C) 39 D) 40 E) 41



ÖĞREN

4. a ve b doğal sayılardır.

$$2a + 5b = 23$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

ÇÖZÜM

Burada her zamanki gibi sağlayan bir ikili bulup ona göre artırma ve azaltma işlemlerini uygulayabiliriz.

$$\begin{array}{r} 2a + 5b = 23 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 9 \quad 1 \\ -5 (\quad) + 2 \\ \hline 4 \quad 3 \end{array}$$

Burada (a, b) ikilileri (9, 1) ve (4, 3) olmak üzere iki tanedir.

Özel Yol:

Bu tarz sorularda eşitliğin karşısındaki sayı a ile b'nin katsayılarının eşitlendiği en küçük sayıya bölünür. Eşitliğin karşısındaki sayı a ile b'nin katsayılarından herhangi birine bölünmüyorsa bölümde bulunan sayı en yakın tam sayıya yuvarlanır.

$$2a + 5b = 23$$

Burada 2 ve 5'in en küçük katı 10 ve 23 sayısı 2 ve 5'ten herhangi birine bölünmüyor.

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 10} \\ - 20 \quad 2, 3 \\ \hline 30 \\ - 30 \\ \hline \end{array}$$

Burada bulunan 2, 3 sayısı en yakın tam sayı olan 2'ye yuvarlanarak cevap bulunur.



GELİŞTİR

9. a ve b doğal sayılardır.

$$2a + 5b = 41$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10. x ve y doğal sayılardır.

$$2x + 3y = 77$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

11. Aşağıda Şekil - I'de her birinin fiyatı 4 TL olan a tane ve Şekil - II'de her birinin fiyatı 5 TL olan b tane kalem bulunan iki kutu kalemin fiyatı verilmiştir.



Şekil - I



Şekil - II

Bu iki kutu kalemden birer tane alan Burcu toplam 98 TL para ödüyor.

Buna göre, a + b toplamı kaç farklı değer alır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÖĞREN

5. a ve b doğal sayılardır.

$$2a + 5b = 27$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda eşitliği sağlayan bir ikiliyi bul ve a ve b'nin katsayılarına göre artırıp azalma yöntemini kullan.

$$\begin{array}{r} 2a + 5b = 27 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 11 \quad 1 \\ -5(\quad) + 2 \\ 6 \quad 3 \\ -5(\quad) + 2 \\ 1 \quad 5 \end{array}$$

Sağlayan (a, b) ikilileri (11, 1), (6, 3) ve (1, 5) olmak üzere 3 tanedir.

Özel Yol:

Burada eşitliğin karşısındaki sayıyı a ve b'nin eşitlendiği en küçük sayıya böl ve bölümü en yakın sayıya yuvarla.

$$2a + 5b = 27$$

eşitliğinde a ve b'nin katsayıları olan 2 ve 5'in en küçük eşitlendiği sayı 10'dur.

$$\begin{array}{r} 27 \mid 10 \\ - 20 \mid 2, 7 \\ \hline 070 \\ - 70 \\ \hline 0 \end{array}$$

Burada bölüm 2, 7 olduğu için en yakın tam sayı olan 3'e yuvarlanarak cevap bulunur.

GELİŞTİR

12. a ve b doğal sayılardır.

$$2a + 5b = 89$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

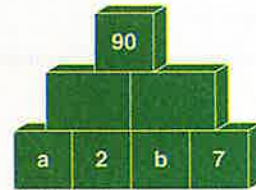
13. x ve y doğal sayılardır.

$$3x + 4y = 79$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı y değeri vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

14. Aşağıda kutular içinde bulunan sayılardan en alt sıradaki art arda gelen iki sayının çarpımı hemen üstünde bulunan kutulara yazılıyor. Orta sırada bulunan kutular içindeki sayıların toplamı ise en üstteki kutuya yazılıyor.



Buna göre, kutular içinde yazan a ve b doğal sayılarının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



ÖĞREN

6. a ve b pozitif tam sayılardır.

$$2a + 5b = 24$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

ÇÖZÜM

Burada da aynı şekilde denklemi sağlayan bir (a, b) ikilisi bulunup katsayılara göre artırma ve azaltma işlemi uygulanır.

$$\begin{array}{rcl}
 2a + 5b & = & 24 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 12 & 0 & \\
 -5(&) + 2 & \\
 7 & 2 & \\
 -5(&) + 2 & \\
 2 & 4 &
 \end{array}$$

Burada sağlayan (a, b) ler (12, 0), (7, 2) ve (2, 4) tür. Ancak tanım kümesindeki a, b'ler pozitif tam sayı olduğu için (12, 0) sağlamaz. Bu durumda 2 tane ikili vardır.

Özel Yol:

Eşitliğin karşısındaki sayı a ile b'nin herhangi birinden sadece birinin katsayısına bölünüyorsa, eşitliğin karşısındaki sayıyı a ile b'nin en küçük eşitlendiği sayıya böl. Tanım kümesinde doğal sayı yoksa cevap bölümde gelen sayıdır.

$$2a + 5b = 24$$

a ile b'nin katsayısı 2 ile 5'in en küçük eşitlendiği sayı 10'dur.

$$\begin{array}{r}
 24 \mid 10 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

Tanım kümesinde sıfır olmadığı için cevap 2'dir.



GELİŞTİR

15. a ve b pozitif tam sayılardır.

$$3a + 4b = 57$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

16. x ve y pozitif tam sayılardır.

$$2x + 5y = 118$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

17. x ve y pozitif tam sayılardır.

$$3x + 4y = 39$$

eşitliğini sağlayan y değerler toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 15 E) 18

ÖĞREN

7. a ve b pozitif tam sayılardır.

$$2a + 3b = 24$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

ÇÖZÜM

Eşitliği sağlayan bir (a, b) ikilisini bul ve artırıp azaltma yap.

$$\begin{array}{rcl}
 2a + 3b & = & 24 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 12 & 0 & \\
 -3(&) + 2 & \\
 9 & 2 & \\
 -3(&) + 2 & \\
 6 & 4 & \\
 -3(&) + 2 & \\
 3 & 6 & \\
 -3(&) + 2 & \\
 0 & 8 &
 \end{array}$$

Burada (a, b) ler (12, 0), (9, 2), (6, 4), (3, 6) ve (0, 8) dir. Ancak a ve b pozitif tam sayı olduğu için (12, 0) ve (0, 8) sağlamaz. Bu durumda 3 tane (a, b) ikilisi vardır.

Özel Yol:

Burada eşitliğin karşısındaki sayı a ile b'nin katsayılarının her ikisine birden bölünüyorsa a ile b'nin eşitlendiği en küçük sayıya eşitliğin karşısındaki sayıyı böl. Tanım kümesinde sıfır yoksa cevap bölümün 1 eksiğidir.

$$2a + 3b = 24$$

$$\begin{array}{r|l}
 24 & 6 \\
 & 4
 \end{array}$$

Burada 24 sayıyı a ve b'nin katsayısı olan 2 ve 3 ile aynı anda bölünüyor ve tanım kümesinde sıfır yok. Bu durumda cevap $4 - 1 = 3$ 'tür.

GELİŞTİR

18. a ve b pozitif tam sayılardır.

$$2a + 5b = 60$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

19. x ve y pozitif tam sayılardır.

$$3x + 4y = 72$$

eşitliğini sağlayan x değerler toplamı kaçtır?

- A) 60 B) 66 C) 72 D) 84 E) 92

20. Aşağıda 25 kr ve 1 TL paralardan her birinden en az bir tane kullanılarak oluşturulan şeklin görünümü verilmiştir.



Bu yapıda kullanılan toplam para miktarı 10 TL'dir.

Buna göre, kaç farklı (x, y) ikilisi yazılabilir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

ÖĞREN

8. a ve b pozitif tam sayılardır.

$$2a + 3b = 19$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

ÇÖZÜM

Aynı şekilde bir (a, b) ikilisini bul ve artırıp azaltma yap.

$$\begin{array}{r} 2a + 3b = 19 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 8 \quad 1 \\ -3(\quad) + 2 \\ 5 \quad 3 \\ -3(\quad) + 2 \\ 2 \quad 5 \end{array}$$

Burada sağlayan (a, b) ler (8, 1), (5, 3) ve (2, 5) olmak üzere 3 tanedir.

Özel Yol:

Burada eşitliğin karşısındaki sayı, a ile b'nin katsayılarından herhangi birine bölünmüyor. Bu durumda a ile b'nin en küçük eşitlendiği sayı olan 6'ya 19 bölünür ve bölme işleminin bölüm kısmı en yakın tam sayıya yuvarlanır.

$$2a + 3b = 19$$

Burada 19 sayısı 2 ve 3 ile bölünmüyor.

$$\begin{array}{r} 19 \mid 6 \\ -18 \quad 3,33... \\ \hline 10 \\ -18 \\ \hline 10 \end{array}$$

Burada 3,33... sayısı en yakın 3'e yuvarlandığı için cevap 3'tür.

GELİŞTİR

21. a ve b pozitif tam sayılardır.

$$2a + 3b = 35$$

denklemini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

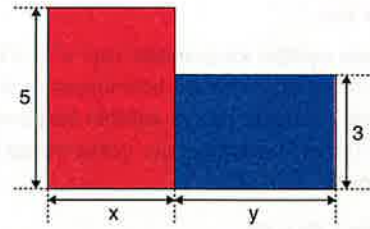
22. x ve y pozitif tam sayılardır.

$$2x + 5y = 123$$

denklemini sağlayan kaç farklı y değeri vardır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

23. Aşağıda kenar uzunlukları doğal sayı olan iki farklı dikdörtgenin görünümü verilmiştir.



Bu iki dikdörtgenin alanlar toplamı 103 birimkare olduğuna göre, $x + y$ toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

TİP 9

Bu bölümde verilen bir eşitlikteki ifadelerin birbirine göre en büyük ya da en küçük değerlerinin durumlarını inceleyeceğiz.

TAKTİK

Bir denklemde verilen ifadenin en büyük değeri istendiğinde diğer ifadeler en küçük değerini alır. En küçük değeri istendiğinde ise diğer ifadeler en büyük değerini alır.

- $2a + 3b + c = 20$ eşitliğinde a'nın en büyük değeri soruluyorsa b ve c en küçük seçilir.



ÖĞREN

1. a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılardır.

$$2a + 3b + 4c = 18$$

olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada a'nın en büyük değeri istendiği için b ve c en küçük seçilir. Tanım kümesine göre b ve c'den katsayısı büyük olana en küçük sayı verilir.

$$\begin{array}{rcl} 2a + 3b + 4c = 18 & \Rightarrow & 2a + 3 = 18 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 1 & & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2a = 15 \\ a = \frac{15}{2} \end{array}$$

a doğal sayı olduğu için $\frac{15}{2}$ olmaz.

$$\begin{array}{rcl} 2a + 3b + 4c = 18 & \Rightarrow & 2a + 4 = 18 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 0 & & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2a = 14 \\ a = 7 \text{ dir.} \end{array}$$



GELİŞTİR

1. a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılardır.

$$a + 2b + 3c = 27$$

olduğuna göre, b'nin en büyük değeri kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

2. a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılardır.

$$2a + 3b + 4c = 36$$

olduğuna göre, c'nin en büyük değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÖĞREN

2. a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılardır.

$$3a + 4b + 5c = 74$$

olduğuna göre, a'nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda neyin en büyük olması isteniyorsa diğer ifadeler en küçük alınır.

$$3a + 4b + 5c = 74 \Rightarrow 3a + 4 = 74$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 1 & & 0 \end{array} \quad 3a = 70$$

$$a = \frac{70}{3}$$

$$3a + 4b + 5c = 74 \Rightarrow 3a + 8 = 74$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 2 & & 0 \end{array} \quad 3a = 66$$

$$a = 22$$

$$3a + 4b + 5c = 74 \Rightarrow 3a + 5 = 74$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 0 & & 1 \end{array} \quad 3a = 69$$

$$a = 23$$

Buradan görüldüğü gibi ilk ifadede a doğal sayı gelmedi. İkinci durumda b = 2, c = 0 için gelen 22 iken b = 0, c = 1 için gelen a değeri 23 daha büyük oldu.

3. a, b ve c farklı doğal sayılar olmak üzere,

$$2a = 3b$$

$$4b = 5c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda verilen ifadeyi rasyonel hâle getir ve ortak ifadeyi eşitle.

$$2a = 3b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{2} : \frac{5}{5} = \frac{15}{10}$$

$$4b = 5c \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{5}{4} : \frac{2}{2} = \frac{10}{8}$$

Burada a = 15, b = 10 ve c = 8'dir.

$$a + b + c = 15 + 10 + 8 = 33\text{'tür.}$$

GELİŞTİR

3. a, b ve c birbirinden farklı sayma sayıları olmak üzere,

$$3a + 4b + 5c = 46$$

olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

4. a, b ve c farklı doğal sayılar olmak üzere,

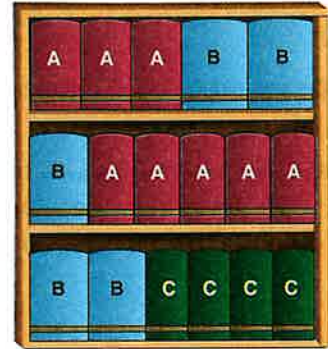
$$2a = 3b$$

$$2b = 3c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 10 B) 14 C) 19 D) 21 E) 24

5. Aşağıdaki şekilde bir rafı tamamen dolduran ve her birinin kalınlığı tam sayı olan farklı kalınlıkta A, B ve C kitaplarının görünümü verilmiştir.

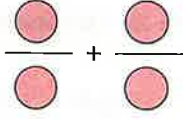


Buna göre, bu kitapların kalınlıkları olan A + B + C toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

HAZIRIM Testi 1

1.



Yukarıdaki dairelerin içine -3, -1, 9 ve 27 sayıları, her daireye farklı bir sayı gelecek şekilde yerleştirildiğinde oluşan işlemin sonucu aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) -30 B) -18 C) 6 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{2}{9}$

2. a, b ve c birer doğal sayıdır.

$$a \cdot b = 20$$

$$b \cdot c = 12$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının alabileceği en küçük değeri kaçtır?

- A) -33 B) 8 C) 12 D) 20 E) 33

3. a, b ve c birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

$$5a + 3b + 2c = 31$$

eşitliğini sağlayan c'nin en büyük değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

4. Aşağıdaki dairelerin içine 1 den 9 a kadar olan tam sayılardan 6 tanesi her kutuya farklı bir sayı gelecek şekilde yerleştirildiğinde tüm eşitlikler sağlanmaktadır.

$$\begin{array}{ccc} \text{cyan circle} & + & \text{cyan circle} = 7 \\ \text{pink circle} & - & \text{pink circle} = 7 \\ \text{green circle} & \times & \text{green circle} = 7 \end{array}$$

Buna göre, kullanılmayan tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 15 C) 17 D) 19 E) 21

5. Aşağıda ayntlarının uzunluğu birim cinsinden tam sayı olan eş tuğlalar kullanılarak oluşturulan, yüksekliği x birim olan bir duvarın görünümü verilmiştir.



Bu duvar örülürken en alt sırada tuğlalar dikey, ikinci sırada yatay, sonrasında dikey ve yatay olacak biçimde yerleştiriliyor.

Buna göre, x kaç birim olabilir?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 32 E) 40

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

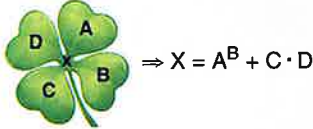
6. a ve b birer doğal sayı olmak üzere,

$$a + \frac{10}{b} = 12$$

eşitliğini sağlayan a'nın kaç farklı değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. Aşağıda 4 yapraklı yonca ve bu yoncanın sonucunu bulma yöntemi gösterilmiştir.



biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,



İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) B) C)
D) E)

8. a, b ve c tam sayılardır.

$$2a - b = c$$

olduğuna göre, $a + 2b + 2c$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 18 B) 24 C) 36 D) 45 E) 54

9. a, b ve c tam sayı olmak üzere,

$$a \cdot b = 12$$

$$b \cdot c = 36$$

eşitliklerini sağlayan kaç farklı (a, b, c) sıralı üçlüsü vardır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

10. ●, ■ ve ▲ şekillerinin her birinin ağırlığı gram cinsinden birbirinden farklı tam sayıdır. Bu şekiller yeterince kullanılarak ağırlıkları bir elektronik teraziye aşağıdaki gibi ölçülüyor.



Buna göre, A'nın en küçük değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 41 B) 42 C) 43 D) 44 E) 45

HAZIRIM Testi 2

1. Aşağıdaki şekilde boş kareler içersine çarpma (x), toplama (+) ve çıkarma (-) işlemlerinden her birinden farklı bir tanesi yerleştirilmek isteniyor.



Buna göre, yukarıdaki bu işlemin sonucunun en büyük değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -23 B) -6 C) 14 D) 22 E) 24

3. $A = \{k, -4, -2, -1, 1, 2, 6, 8\}$

kümesinin elemanlarının her biri bir kez kullanılarak aşağıdaki eşitlikler sağlanıyor.

$$\begin{aligned} \square \div \square &= -6 \\ \square \times \square &= -6 \\ \square - \square &= -6 \\ \square + \square &= -6 \end{aligned}$$

Buna göre, k tam sayısı kaçtır?

- A) -12 B) -10 C) -6 D) 10 E) 12

Y A R G I Y A Y I N E V I

2. Aşağıda hesap makinesi üzerindeki bazı tuşlar gösterilmiştir.



Tarik bu tuşlara yukarıda gösterildiği gibi 1. satırdan başlayarak tüm tuşlara sırasıyla basıyor.

Buna göre, hesap makinesinin bulacağı sonuç aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -180 B) -156 C) -138 D) -124 E) -112

4. Birbirinden farklı a ve b pozitif doğal sayıları için,

- $5a$ sayısı bir tam sayının karesidir.
- $3(a + b)$ sayısı bir tam sayının küpüdür.

Buna göre, $a + b$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

5. Aşağıda bir sayı doğrusu üzerinde bulunan A, B ve C tam sayılarının bulundukları yerlerin görünümü verilmiştir.



Bu sayılardan A ile C'nin toplamı B ile C'nin toplamının üçte birine eşit olduğu biliniyor.

Buna göre, C sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. Aşağıda beş daire ve çarpma (x), bölme (:), toplama (+) ve çıkarma (-) işlemleri ile oluşturulmuş bir şeklin görünümü verilmiştir.



Bu dairelerin içine 2, 3, 5, 9 ve 14 sayıları her daireye farklı bir sayı gelecek şekilde yerleştiriliyor.

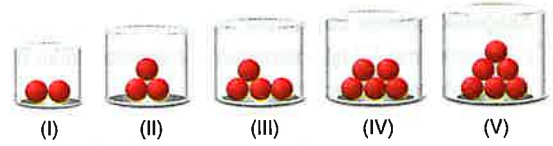
Buna göre, bu işlemin sonucu

- I. 13
II. 29
III. 49

sayılarından hangileri olabilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

7. Aşağıda 5 kap ve bu 5 kabın içerisindeki top sayıları gösterilmiştir.

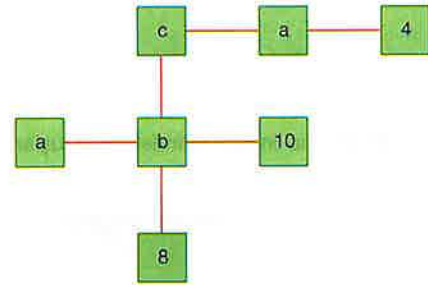


Fatma bu kaplardan herhangi ikisini, Ezgi ise geriye kalan 3 kabı aldığı anda ikisinin de aldığı toplam top sayıları birbirine eşit oluyor.

Buna göre, Fatma'nın seçtiği kutulardaki top sayılarının çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 15 E) 24

8. Aşağıda her bir karenin içine bir tane pozitif doğal sayı yazılarak oluşturulan bir şeklin görünümü verilmiştir.



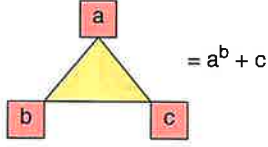
Bu şekilde birbirine bağlı satır ya da sütundaki üçlü kare içerisinde yazan sayıların toplamları birbirine eşittir.

Buna göre, $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

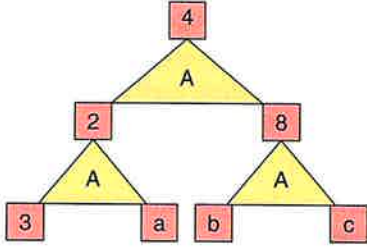
HAZIRIM Testi 3

1. a, b ve c pozitif tam sayılar olmak üzere,



biçiminde tanımlanıyor.

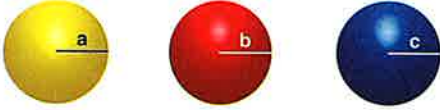
Buna göre,



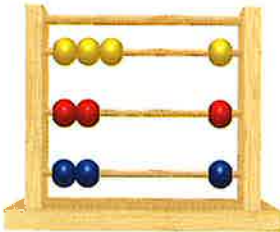
işleminde tanımlanan, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

2.



Yukarıda yarıçap uzunlukları tam sayı olan üç farklı boncuğun her biri, her bir telin uzunluğu aynı olan aşağıdaki abaküse yerleştiriliyor.

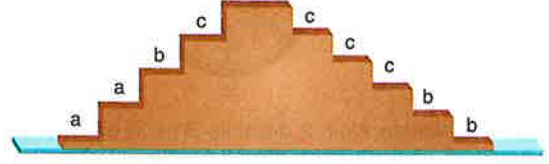


Abaküsün 1. sırasında 12 tane sarı, 2. sırasında 18 tane kırmızı ve 3. sırasında 20 tane mavi boncuk hiç boşluk kalmadan her boncuk birbirine geçecek biçimde takılıyor.

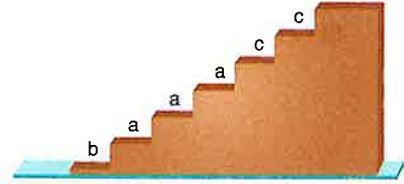
Buna göre, bu boncukların yarıçapları olan $a + b + c$ toplamı en az kaçtır?

- A) 24 B) 30 C) 34 D) 48 E) 60

3. Aşağıda her bir basamağının yüksekliği tam sayı cinsinden a, b ve c birim olan eşit yükseklikteki çıkış ve iniş merdiveninin görünümü verilmiştir.



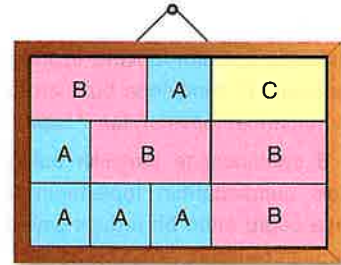
Buna göre,



merdivenin yerden yüksekliğinin alabileceği değer aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 36 B) 48 C) 65 D) 77 E) 86

4. Beril, dikdörtgen biçiminde bir panoya kısa kenar uzunlukları birbirine eşit olan A, B ve C dikdörtgen şeklindeki renkli kâğıtları uzun kenarları panonun alt kenarına paralel olacak ve aralarında boşluk olmayacak biçimde uç uca birleştirdiğinde aşağıdaki görünümü elde ediyor.



Buna göre, bu renkli kâğıtlardan her birinin birer tane-sinin uzun kenarlarının toplamının alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

5. Aşağıda her bir diliminin ağırlıkları gram cinsinden tam sayı olan üç farklı A, B ve C pizzalarının kendi içlerinde sırasıyla 4, 6 ve 8 eşit dilimden oluşan görünüşleri verilmiştir.

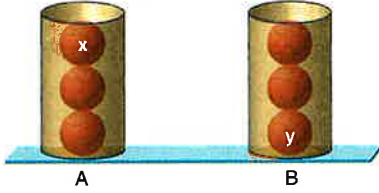


Bu pizzalardan A'nın 2 dilimi ile B'nin 3 diliminin ağırlığının toplamı, C'nin 4 diliminin toplam ağırlığına eşittir.

Buna göre A, B ve C pizzalarının toplam ağırlığı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 60 B) 77 C) 86 D) 96 E) 105

6.



Düz bir zeminde duran üstü açık silindirik biçiminde A ve B şeffaf kutularının her birinin içine 1'den 6'ya kadar rakamlarla numaralandırılmış, şekildeki 6 toptan 3'er tanesi üst üste yerleştirilecektir.



Bu yerleştirme sonunda,

- A silindirinde bulunan topların üzerlerinde yazan numaralar toplamı, B silindirinde bulunan topların üzerlerinde yazan numaralar toplamından 7 fazla,
- A ile B silindirlerinde karşılıklı bulunan topların üzerlerindeki numaralarının toplamının terimleri aşağıdan yukarıya doğru artan bir ardışık sayı dizisinin terimlerini oluşturduğu biliniyor.

Buna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

7. Aşağıda 3 farklı atıcının sırasıyla birer atış yaptığı, üzerlerinde 1'den 6'ya kadar sayıların yazılı olduğu hedeflerin görünümü verilmiştir.



Bu atıcıların yapmış oldukları birer atışta vurdukları hedeflerle ilgili olarak,

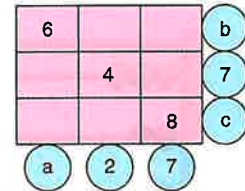
- Her bir atıcının vurduğu hedefler birbirinden farklı,
- Her bir atıcı diğer iki atıcının vurduğu hedeflerdeki sayıları toplayıp bir kâğıda yazdığında, kâğıtta yazan sayıların toplamının 26

olduğu biliniyor.

Buna göre, bu hedeflerden kaç numaralı hedef kesinlikle vurulmuştur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. 1'den 9'a kadar olan rakamlar her bir karede 1 rakam olacak şekilde aşağıdaki kutulara yerleştiriliyor.



Bu sayılarla ilgili olarak her satırdaki en büyük rakam o satırın sağındaki daire içine ve her sütundaki en küçük rakam o sütunun altındaki daire içine yazılıyor.

Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

SIRA DIŞI SORULAR Testi 4

1. Aşağıdaki kutuların içerisine 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 sayıları, her kutuya farklı bir sayı gelecek şekilde yerleştirildiğinde tüm eşitlikler K sayısına eşit olmaktadır.

$$\begin{array}{l} \boxed{} : \boxed{} = K \\ \boxed{} + \boxed{} = K \\ \boxed{} - \boxed{} = K \\ \boxed{} + \boxed{} - \boxed{} = K \end{array}$$

Buna göre, siyah boyalı kutulardaki sayıların toplamının alabileceği değer aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. Aşağıdaki tabloda kutular içine yazılan sayılar verilmiştir.

4. sıra:			72		
3. sıra:					
2. sıra:					
1. sıra:	a	2	3	b	

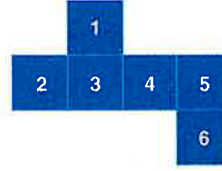
Bu kutulara yerleştirilen pozitif tam sayılarla ilgili olarak,

- 1. sırada yan yana olan her iki kutudaki sayıların çarpımı,
- 2. sırada yan yana olan her iki kutudaki sayıların çarpımı bu iki hücre ile ortak noktası olan bir üst sıradaki hücreye yazılıyor.
- 3. sırada yan yana olan her iki kutudaki sayıların toplamı bu iki hücre ile ortak noktası olan bir üst sıradaki hücreye yazılıyor.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. Açınımı Şekil - I'deki gibi verilen bir zar kapatıldığında Şekil - II'deki hâle geliyor.



Şekil - I

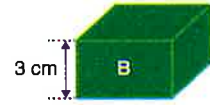
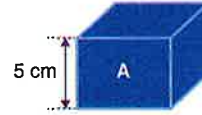


Şekil - II

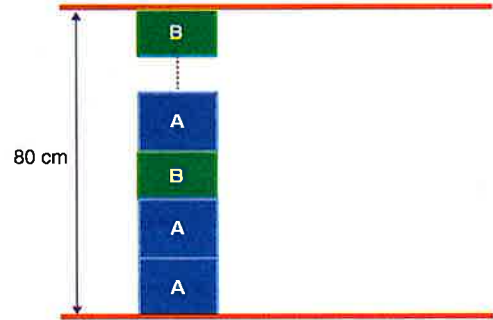
Buna göre, x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 7 D) 8 E) 11

- 4.



Yukarıda bir kenarlarının ölçüleri bilinen A ve B küpleri verilmiştir. Bu küplerin her birinden yeterince kullanılarak tek sıra hâlinde dizildiğinde aşağıdaki kule oluşturuluyor.

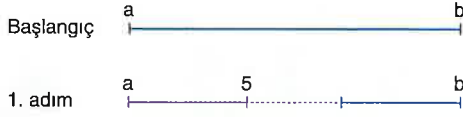


Oluşturulan bu kulenin yüksekliği 80 cm olup küpler arasında boşluk yoktur.

Buna göre, bu kulede kullanılan A küpünün sayısının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

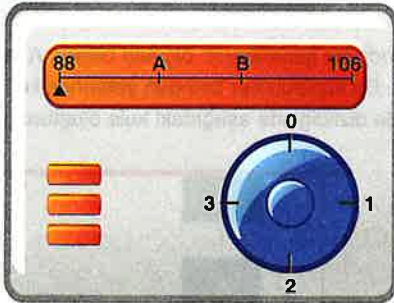
5. a ve b doğal sayıları için sayı doğrusu üzerinde aralarındaki mesafe üç eşit parçaya bölünerek bir parçası atılıyor. Geriye kalan parçalar aşağıdaki gibi çiziliyor.



Yukarıda 1. adımı verilen bu sayı doğrusu üzerindeki a ve b sayılarının toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. Aşağıdaki şekilde frekansı 88'den başlayıp 106'da biten bir radyonun görünümü verilmiştir.



Bu radyonun frekans çubuğu 88'de olup radyo düğmesi sağa ya da sola çeyrek tur döndürüldüğünde frekans çubuğu 1 frekans ilerlemektedir.

Frekans çubuğu 88'de olan radyonun düğmesi sağa doğru x kez tam tur döndürüldüğünde çubuk B frekansına, daha sonrasında sola doğru y kez tam tur döndürüldüğünde çubuk 88'den büyük olan A frekansına gelmektedir.

A ile B noktaları arasındaki frekans farkı 12 olduğuna göre, $x + y$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

7. Aşağıda bazı hücreleri kırmızıya boyanmış 9 kareden oluşan bir tabloya yazılan sayıların görünümü verilmiştir.

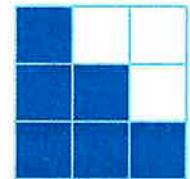
a		a
	b	
a		b

Bu tablonun beyaz karelerine tam sayılar yazıldıktan sonra her bir kırmızı kareye, kendisiyle ortak kenara sahip olan tüm beyaz karelerdeki sayıların çarpımı yazılıyor. Tablodaki kırmızı karelerde yazan sayıların toplamı 168'dir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8. Hakan Usta'nın elinde eşit büyüklükte, iki farklı desende kare fayanslar bulunmaktadır. Her biri kırmızıya veya maviye boyalı 9 eş kare parçadan oluşan bu fayanslara ait desenlerin görünümü aşağıda verilmiştir.



Hakan Usta bu fayansları kırmadan ve her birinden belirli sayıda kullanarak dikdörtgen biçimindeki bir zemini tamamen kaplamıştır. Zeminde oluşan desendeki kırmızı ve mavi boyalı toplam kare sayısının beyaz boyalı toplam kare sayısına oranı $\frac{7}{4}$ 'tür.

Buna göre, Hakan Usta'nın bu zeminde kullandığı toplam fayans sayısı en az kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

TİP 10

Bu bölümde tek ve çift sayıların ne olduğunu ve bu sayılarla yapılan işlemleri öğreneceğiz.

Tek Sayılar: 2 ile bölünemeyen tam sayılara tek sayılar denir.

Örnek: -7, -5, 1, 3, 5, ...

Çift Sayılar: 2 ile bölünebilen tam sayılara çift sayılar denir.

Örnek: -4, -2, 0, 2, 4, 6, ...

TAKTİK 1

Burada tek sayılar T, çift sayılar Ç olmak üzere,

Toplama - Çıkarma	
$T \mp T = \text{Ç}$	$\rightarrow 1 + 3 = 4$
$T \mp \text{Ç} = T$	$\rightarrow 1 + 2 = 3$
$\text{Ç} \mp \text{Ç} = \text{Ç}$	$\rightarrow 2 + 2 = 4$

Çarpma	
$T \cdot T = T$	$\rightarrow 1 \cdot 3 = 3$
$T \cdot \text{Ç} = \text{Ç}$	$\rightarrow 1 \cdot 2 = 2$
$\text{Ç} \cdot \text{Ç} = \text{Ç}$	$\rightarrow 2 \cdot 4 = 8$

TAKTİK 2

- Tek sayıların tüm doğal sayı kuvvetleri tektir. $T^n = T$

Örnek: $3^2 = 9$, $5^3 = 125$ gibi.

- Çift sayıların tüm pozitif doğal sayı kuvvetleri çifttir. $\text{Ç}^n = \text{Ç}$

Örnek: $2^2 = 4$, $2^4 = 16$ gibi.

- Kuvvet sıfır olursa sonuç tek olur.

Örnek: $2^0 = 1$, $6^0 = 1$ gibi.

ÖĞREN

1. Aşağıdakilerden hangisinin sonucu tek sayıdır?

- A) $7^5 + 3^4$ B) $8^2 + 6^4$ C) $6^0 + 4^0$
D) $11^{13} + 20^5$ E) $13^4 + 15^7$

ÇÖZÜM

Bu tarz soruların çözümlerinde kuvvetler sıfır değilse silerek çözüm yapabilirsin.

- A) $7^{\cancel{x}} + 3^{\cancel{x}} = 7 + 3 = 10$ çift
B) $8^{\cancel{x}} + 6^{\cancel{x}} = 8 + 6 = 14$ çift
C) $6^0 + 4^0 = 1 + 1 = 2$ çift
D) $11^{\cancel{x}} + 20^{\cancel{x}} = 11 + 20 = 33$ tek
E) $13^{\cancel{x}} + 15^{\cancel{x}} = 13 + 15 = 28$ çift

Cevap: D

GELİŞTİR

1. Aşağıdakilerden hangisinin sonucu çift sayıdır?

- A) $18^4 + 17^5$ B) $107 \cdot 625$ C) $12^3 + 14^0$
D) $19^0 + 21^8$ E) $1927 \cdot 2021$



ÖĞREN

2. a, b ve c tam sayılardır.

$$2a + 3b = 4c$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) a tek sayı
B) b tek sayı
C) b çift sayı
D) c tek sayı
E) c çift sayı

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda değer vermekten ziyade yorumlayarak çözüm yapın.

$$\begin{array}{ccc} 2a + 3b = 4c \\ \text{Çift} \quad \downarrow \quad \text{Çift} \\ \text{Çift} \end{array}$$

Burada a'nın katsayısı 2 olduğu için 2a çifttir. a için birşey söylenemez. Aynı durum 4c için de geçerlidir. Sonucun çift olması için b'nin çift olması gerekir.

Cevap: C

3. a, b ve c tam sayılardır.

$$\frac{a+b}{2} = c$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) a tek ise b tektir.
B) a tek ise b çifttir.
C) a tek ise c çifttir.
D) b tek ise c tektir.
E) b çift ise c çifttir.

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda rasyonel ifadeyi doğrusal hâle getir.

$$\begin{array}{ccc} \frac{a+b}{2} = c \Rightarrow a + b = 2c \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{Ç} \quad \text{Ç} \quad \text{Çift} \end{array}$$

Buradan da görüldüğü gibi a tek ise b tek, a çift ise c çift olmalıdır.

Cevap: A



GELİŞTİR

2. a, b ve c tam sayılardır.

$$2a + b = c$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) a tek sayıdır.
B) b tek sayıdır.
C) c tek sayıdır.
D) b tek ise c tek sayıdır.
E) b tek ise c çift sayıdır.

3. a, b ve c tam sayılardır.

$$\frac{3a - 5b}{3} = c$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

- A) a tek ise b tek sayıdır.
B) a + b tek ise c çift sayıdır.
C) a + b çift ise c çift sayıdır.
D) b + c tek ise a çift sayıdır.
E) a + c tek ise b çift sayıdır.

4. a bir tam sayı olmak üzere,

$$5a + 8$$

ifadesinin sonucu bir çift sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi çift sayı belirtir?

- A) a + 3
B) 2a - 1
C) a + 4
D) a² + 3
E) 2a² + a + 1

ÖĞREN

4. a, b ve c çift sayılar olmak üzere, aşağıdakilerden hangisi daima çift sayıdır?

- A) $\frac{a}{2}$ B) $\frac{a \cdot c}{4}$
 C) $\frac{a+b+c}{2}$ D) $\frac{a \cdot b \cdot c}{4}$
 E) $\frac{a \cdot b + c}{2}$

ÇÖZÜM

Burada a, b ve c çift sayılar olduğu için 2'nin katıdır.

$a = 2x$, $b = 2y$, $c = 2z$ olsun.

Şıklar tek tek incelendiğinde;

- A) $\frac{a}{2} = \frac{2x}{2} = x \rightarrow$ tek ya da çift olabilir.
 B) $\frac{a \cdot c}{4} = \frac{2x \cdot 2z}{4} = x \cdot z \rightarrow$ tek ya da çift olabilir
 C) $\frac{a+b+c}{2} = \frac{2x+2y+2z}{2} = \frac{2(x+y+z)}{2} = x+y+z$
 tek ya da çift olabilir.
 D) $\frac{a \cdot b \cdot c}{4} = \frac{2x \cdot 2y \cdot 2z}{4} = \frac{8 \cdot xy \cdot z}{4} = \frac{2x \cdot y \cdot z}{1}$
 Çift
 E) $\frac{a \cdot b + c}{2} = \frac{2x \cdot 2y + 2z}{2} = \frac{2(2xy + z)}{2}$
 $= 2xy + z$ tek ya da çift olabilir.

Cevap: D

GELİŞTİR

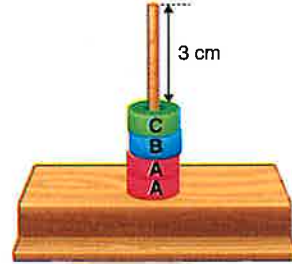
5. a, b ve c birer doğal sayı olmak üzere,

$$\frac{2a+1}{b} = c$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) a tek sayıdır.
 B) a çift sayıdır.
 C) b tek, c çift sayıdır.
 D) b çift, c tek sayıdır.
 E) b ve c tek sayıdır.

6. Aşağıda sırasıyla yükseklikleri tam sayı cinsinden a, b ve c cm olan A, B ve C boncuklarının 30 cm uzunluğunda bir çubuğa takılmış hâlinin görünümü verilmiştir.



Buna göre,

- I. a tek sayıdır.
 II. b tek ise c tektir.
 III. b · c çift sayıdır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III



ÖĞREN

5. a, b ve c birer tam sayı olmak üzere,

- $a \cdot b$ çarpımı tek sayı,
- $a + c$ toplamı çift sayı

olduğu biliniyor.

Buna göre,

- a çift sayıdır.
- b tek sayıdır.
- c çift sayıdır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

ÇÖZÜM

Verilen ifadeler incelendiğinde;

- $a \cdot b$ çarpımı tek ise,

$$a \cdot b = T$$

↓ ↓

$$T \cdot T = T$$

a ve b tek sayıdır.

- $a + c$ toplamı çift sayı ise,

$$a + c = Ç$$

↓ ↓

$$T + T = Ç$$

a tek sayı olduğundan sorunun çift olması için c tek olmalıdır. Bu durumda,

$$\frac{a}{T} \quad \frac{b}{T} \quad \frac{c}{T}$$

bulunur.

İfadeler incelendiğinde ise sadece b tek ifadesinin olduğu II. madde doğrudur.



GELİŞTİR

7. a, b ve c tam sayılarından iki tanesi tek, bir tanesi ise çift sayıdır.

Buna göre,

- $a \cdot b + c$
- $a \cdot b + a + b$
- $a \cdot b + a \cdot c - b \cdot c$

İfadelerinden hangileri her zaman tek sayıdır?

- Yalnız I
- Yalnız II
- I ve II
- II ve III
- I, II ve III

8. a, b ve c pozitif doğal sayılar olmak üzere,

- $a \cdot b$ çift sayı,
 - $(a + b) \cdot (a + c)$ tek sayı
- olduğu biliniyor.

Buna göre,

- a çift sayı ise b tek sayıdır.
- a tek sayı ise b çift sayıdır.
- c çift sayı ise b çift sayıdır.

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- Yalnız I
- Yalnız II
- Yalnız III
- I ve III
- I, II ve III

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
I

ÖĞREN

6. x, y ve z tam sayıları için,

$$x = \frac{y}{5} + \frac{z}{4}$$

eşitliğinde,

- I. x tek sayıdır.
- II. y çift sayıdır.
- III. z çift sayıdır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda ilk önce verilen kesirli ifade doğru-sal hâle getirilir.

$$x = \frac{y}{5} + \frac{z}{4} \Rightarrow x = \frac{4y+5z}{20}$$

$20x = 4y + 5z$ bulunur.

Burada katsayısı çift olan ifadeler için tek ya da çift olduğu net bilinemez, Buradaki $20x$ ve $4y$ 'nin çift olması ifadelerin katsayılarından dolayıdır.

$$\begin{array}{ccc} 20x & = & 4y + 5z \\ \text{Çift} & & \text{Çift} \quad \downarrow \\ & & \text{Çift olmalı} \end{array}$$

$20x$ ve $4y$ ifadesi katsayılarından dolayı çifttir. Bu nedenle x ve y için birşey diyemeyiz, ancak z çift olmalıdır. Cevap Yalnız II'dir.

GELİŞTİR

9. Aşağıda her birinin ağırlığı gram cinsinden tam sayı olan sırasıyla 4, 8 ve 10 eşit dilime ayrılmış; A, B ve C pizzalarının görünümü verilmiştir.



A gram



B gram



C gram

Bu pizzalardan A ile B'nin 1 diliminin toplam ağırlığı C pizza-sının 1 diliminin ağırlığına eşittir.

Buna göre,

- I. A tek sayıdır.
- II. B çift sayıdır.
- III. C çift sayıdır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

10. Aşağıda toplama tablosunda, tam sayılarla yapılan işlemlerin bazılarının tek veya çift olduğu belirtilmiştir.

+	a	b	c
a		Çift	
b			
c	Tek		

Buna göre,

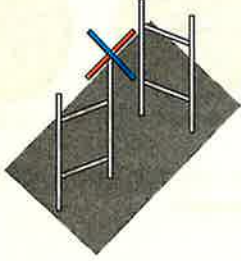
- I. $a \cdot c$ çift sayıdır.
- II. $c \cdot b$ tek sayıdır.
- III. $a \cdot b + c$ tek sayıdır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

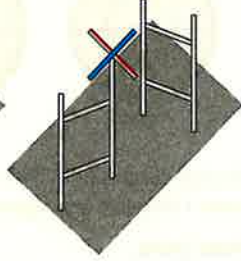
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

ÖĞREN

7. Bir müzede sadece girişlerin yapıldığı ve başlangıçta Şekil - I'deki gibi duran bir turnike, müzeye her bir kişi girdiğinde çeyrek tur dönmektedir. Bu müzeye; önce a kişi, sonra her birinde b kişi bulunan c tane grup girdiğinde turnike Şekil - II'deki gibi durmaktadır.



Şekil - I



Şekil - II

Buna göre,

- I. $a + b \cdot c$ tek sayıdır.
- II. $a + b + c$ tek sayıdır.
- III. $a \cdot b \cdot c$ çift sayıdır.

İfadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II
C) Yalnız III D) I ve III
E) I, II ve III

ÇÖZÜM

Gençler bu bölümden son yıllarda problem tarzı sorular gelmektedir. Heyecanlanmadan ve soruyu anlayarak okuyun :) Şimdi burada verilen şekillerden Şekil - I'e bak! Hemen mavi çubuk yerine Şekil - II'de kırmızı çubuk gelmiş. Burada 1 kişi geçerse, 3 kişi geçerse, 5 kişi geçerse yani tek sayıda kişi geçerse turnikeden mavi yerine kırmızı olur. Şimdi soruda verilenleri denkleme dökelim.

Önce a kişi gelmiş bunlara artı olarak b.c kişi gelmiş. Turnikeden geçen kişi sayısı $= a + b \cdot c = \text{Tek}$

$a + b \cdot c = \text{Tek}$		<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
↓				
Tek	Çift	→	T	T
			Ç	Ç
Çift	Tek	→	Ç	T

Buna göre;

- I. $a + b \cdot c$ tek sayıdır.

$$\begin{aligned} \overline{a + b \cdot c} \\ \overline{T + \overline{\overline{Ç}} = T} \\ \overline{Ç + T = T} \end{aligned}$$

- II. $a + b + c$ tek ya da çift olabilir.

$$\begin{aligned} \overline{a + b + c} \\ \overline{T + T + \overline{\overline{Ç}} = \overline{\overline{Ç}}} \\ \overline{T + \overline{\overline{Ç}} + \overline{\overline{Ç}} = T} \\ \overline{Ç + T + T = \overline{\overline{Ç}}} \end{aligned}$$

- III. $a \cdot b \cdot c$ çift sayıdır.

$$\begin{aligned} \overline{a \cdot b \cdot c} \\ \overline{T \cdot \overline{\overline{T}} \cdot \overline{\overline{Ç}} = \overline{\overline{Ç}}} \\ \overline{T \cdot \overline{\overline{Ç}} \cdot \overline{\overline{Ç}} = \overline{\overline{Ç}}} \\ \overline{Ç \cdot T \cdot T = \overline{\overline{Ç}}} \end{aligned}$$

Her durumda I ve III doğrudur. Çift sayı olduğu için

Bu durumda Cevap D'dir.

TİP 11

Bu bölümle negatif bir sayının tek kuvvetlerinin sonucunun negatif olduğunu çift kuvvetlerinin ise pozitif olduğunu öğreneceğiz.

TAKTİK 1

Negatif bir sayının tek kuvvetleri daima negatiftir, çift kuvvetleri ise daima pozitifdir.

- n doğal sayı ve a reel sayı olmak üzere,

$$(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1} \longrightarrow (-2)^3 = -8$$

$$(-a)^{2n} = a^{2n} \longrightarrow (-3)^2 = 9$$

TAKTİK 2

İşaret sorularında bir ifadenin işaretini kolay bir şekilde bulmak için çift kuvvetli ifadeleri sorudan sil, tek kuvvetli ifadelerin ise kuvvetlerini sil. Çünkü çift kuvvetin işareti pozitifdir.

$$a^2 \cdot b^3 < 0 \Rightarrow \cancel{a^2} \cdot b^3 < 0 \Rightarrow b < 0 \text{ gibi}$$



ÖĞREN

1. a, b ve c reel sayılar olmak üzere,

$$a^4 \cdot b^3 > 0$$

$$a^3 \cdot c^2 > 0$$

$$a^3 \cdot b^5 \cdot c^7 < 0$$

olduğu biliniyor.

Buna göre a, b ve c'nin işaretleri sırası ile nedir?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda çift kuvvetli ifadeyi tamamen sil, tek kuvvetli ifadenin ise kuvvetini sil.

$$\cancel{a^4} \cdot b^3 > 0 \Rightarrow b > 0$$

$$a^3 \cdot \cancel{c^2} > 0 \Rightarrow a > 0$$

$$a^3 \cdot b^5 \cdot c^7 < 0 \Rightarrow a \cdot b \cdot c < 0$$

$a \cdot b \cdot c < 0$ olmalıdır.

↓ ↓ ↓

+ + -

Bu durumda $\frac{a}{+} \frac{b}{+} \frac{c}{-}$ dir.



GELİŞTİR

1. x, y ve z reel sayılar olmak üzere,

$$x^5 \cdot y^3 < 0$$

$$x \cdot z^4 > 0$$

$$z \cdot y^3 < 0$$

olduğu biliniyor.

Buna göre x, y ve z'nin işaretleri aşağıdakilerden hangisidir?

	x	y	z
A)	-	-	-
B)	-	+	+
C)	+	-	+
D)	+	+	-
E)	+	+	+

ÖĞREN

2. a bir negatif gerçel sayı olmak üzere,

- I. a^3
- II. $-a^2$
- III. $-(-a^6)$

ifadelerinden hangilerinin sonucu negatiftir?

ÇÖZÜM

Bu tarz soruları çözerken ifadeyi sayı seçerek çözüm yapın. Mesela burada $a = -1$ olsun.

- I. $a^3 = (-1)^3 = -1$ 'dir.
- II. $-a^2 = -(-1)^2 = -1$ 'dir.
- III. $-(-a^6) = -(-(-1)^6) = -(-1) = 1$ 'dir.

Bu durumda I ve II'nin sonucu negatiftir.

3. $a < 0 < b$ olmak üzere,

- I. $a - b < 0$
- II. $a \cdot b > 0$
- III. $a + b < 0$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

ÇÖZÜM

Bu tarz ifadesel ve değişen sayılar durumunda yorum yaparak çözüm yap.

$a < 0 < b$ olduğu için a negatif, b pozitif bir sayıdır.

I. $a - b < 0 \Rightarrow a < b$ dir (Doğru).

II. $\frac{a}{+} \cdot \frac{b}{+} < 0 \Rightarrow a \cdot b > 0$ dir (Yanlış).

III. $\frac{a}{-} + \frac{b}{+} < 0 \Rightarrow$ olduğu için sonuç bilinemez.

Bu durumda her zaman doğru olan ifade yalnız I'dir.

GELİŞTİR

2. a, b ve c reel sayılar olmak üzere,

$$a^2 \cdot b^3 \cdot c < 0$$

$$b \cdot c^2 > 0$$

$$a^3 \cdot c^4 < 0$$

olduğu biliniyor.

Buna göre a, b ve c'nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, +
- B) +, -, +
- C) +, +, -
- D) -, +, +
- E) -, +, -

3. x negatif gerçel sayı olmak üzere,

$$I. -x^4$$

$$II. (-x)^5$$

$$III. (-x)^3$$

ifadelerinden hangileri negatiftir?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) I ve II
- D) II ve III
- E) I, II ve III

Y
A
R
G
IY
A
Y
I
N
E
V
I

ÖĞREN

4. $a < b < 0 < c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisinin sonucu sıfır olabilir?

- A) $a + b - c$ B) $a + b \cdot c$ C) $a \cdot b + c$
D) $c + a \cdot c$ E) $a \cdot c + b$

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda değer vermek sizi yanıltır. Her zaman yorum yaparak çözüm yapılmalıdır.

$a < b < 0 < c$ olduğu için işaretler,

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ - & - & + \end{array}$$

- A) $a + b - c = (-) + (-) - (+) = -$ dir.
B) $a + b \cdot c = (-) + (-) \cdot (+) = (-) + (-) = -$ dir.
C) $a \cdot b + c = (-) \cdot (-) + (+) = (+) + (+) = +$ dir.
D) $c + a \cdot c = (+) + (-) = 0$ olabilir.
E) $a \cdot c + b = (-) \cdot (+) + (-b)$
 $= (-) + (-) = -$ dir.

Buradan da görüldüğü gibi sonucun sıfır olabilmesi için işaretlerin zıt olması gerekir.

NOT: $(+) + (+) = +$
 $(-) + (+) = ?$
 $(+) + (-) = ?$
 $(-) - (-) = ?$

Burada işaretlerle işlem yapıldığında ? olan yerlerin sonucu sıfır olabilir.

GELİŞTİR

4. x ve y gerçel sayıları için,

$$\frac{x}{y} = 2$$

olduğu biliniyor.

Buna göre,

- I. x sıfır olamaz.
II. x ve y 'nin işaretleri aynıdır.
III. x tam sayıysa y 'de tam sayıdır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

5. ★, ● ve ■ sembollerinin her biri birer gerçel sayı olmak üzere,

$$\star^3 \cdot \bullet^2 \cdot \blacksquare^5$$

ifadesinin sonucunun negatif olduğu biliniyor.

Buna göre,

- I. ★ · ●
II. ★ · ■
III. ● · ■

İfadelerinden hangileri her zaman negatif sayıdır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

ÖĞREN

5. a ve b gerçel sayıları için,

I. $a \cdot b$ pozitif ise $a + b$ pozitiftir.

II. $a \cdot b$ negatif ise $a - b$ pozitiftir.

III. $\frac{a}{b}$ negatif ise $a \cdot b$ negatiftir.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda öncülde verilen ifadelere göre her durum ayrı ayrı yorumlanmalıdır.

I. $a \cdot b$ pozitif ise $\frac{a}{b}$ olabilir.

$\begin{matrix} + & + \\ - & - \end{matrix}$

$$a + b = (+) + (+) = +$$

$$= (-) + (-) = - \text{ durumları vardır.}$$

II. $a \cdot b$ negatif ise $\frac{a}{b}$ olabilir.

$\begin{matrix} + & - \\ - & + \end{matrix}$

$$a - b = (+) - (-) = (+) + (+) = +$$

$$= (-) - (+) = (-) + (-) = - \text{ durumları vardır.}$$

III. $\frac{a}{b}$ negatif ise $\frac{a}{b}$ olabilir.

$\begin{matrix} + & - \\ - & + \end{matrix}$

$$a \cdot b = (+) \cdot (-) = -$$

$$= (-) \cdot (+) = -$$

Her iki durumda da sonuç negatiftir.

Bu durumda her zaman doğru olan ifade yalnız III'tür.

GELİŞTİR

6. a ve b tam sayılar olmak üzere,

$$3a + 4b = 16$$

eşitliği sağlanıyor.

Buna göre,

I. $a \cdot b \geq 0$

II. a çift sayıdır.

III. $a + b$ tek sayıdır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) I ve II

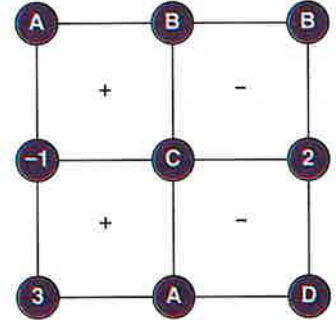
D) II ve III

E) I, II ve III

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
I

7. Aşağıda köşelerinde dairelerin ve merkezlerinde işaretlerin olduğu dört tane kareden oluşan bir şekil verilmiştir.



Her bir karenin köşesinde bulunan daire içlerindeki sayıların çarpımının işareti karelerin içerisinde verilmiştir.

Buna göre A, B, C ve D'nin işaretleri aşağıdakilerden hangisidir?

	A	B	C	D
A)	+	+	+	+
B)	+	+	-	-
C)	+	+	-	+
D)	+	-	-	+
E)	-	-	-	+

TİP 12

Bu bölümde asal sayıların ve aralarında asal sayıların ne demek olduğunu öğreneceğiz.

TAKTİK 1

Asal Sayılar

1 ve kendisinden başka pozitif tam sayı böleni olmayan sayılara denir.

Örnek: 2, 3, 5, 7, 11, ... gibi

- En küçük ve çift olan tek asal sayı 2'dir.
- İki sayının çarpımı asal ise bu sayıların alabileceği 4 farklı değer vardır.

$$x \cdot y = 7 \text{ ise } \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 1 & 7 \\ 7 & 1 \\ -1 & -7 \\ -7 & -1 \end{array}$$

- x ve y doğal sayı, p asal sayı olsun.

$$x \cdot y = p \Rightarrow \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 1 & p \\ p & 1 \end{array}$$

TAKTİK 2

Aralarında Asal Sayılar

1'den başka ortak pozitif böleni olmayan sayılardır.

Örnek: 3 ile 4, 2 ile 9, 6 ile 11, 1 ile 8 gibi.

- Görüldüğü gibi iki sayının aralarında asal olması için sayıların asal olmasına gerek yoktur.
- Ardışık sayılar aralarında asaldır.
- 1 ile tüm doğal sayılar aralarında asaldır.

TAKTİK 3

- Bir soruda tanım kümesinde sayıların aralarında asal olduğu söyleniyorsa ve denklemde bu sayıların aynıysa ifadeyi sadeleştir ve karşılıklı birbirine eşitle.

Örnek: a ile b aralarında asal sayılar derse,

$$\frac{a}{b} = \frac{6}{8} \text{ olsun. Bu durumda ifadeyi sadeleştir ve karşılıklı eşitle.}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow a = 3 \text{ ve } b = 4 \text{ tür.}$$

TAKTİK 4

Bir soruda tanım kümesinde sayıların aralarında asal olduğu söyleniyor ve denklem içinde bu ifadeler olduğu gibi verilmişse denklemde içler dışlar çarpımı yap ve tanım kümesinde verilen ifadelerin aynısını elde et.

Örnek: a ile b aralarında asal sayılar dense,

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{5}{2} \text{ olsun.}$$

Burada tanım kümesinde verilen a ve b'yi elde etmek için içler dışlar çarpımı yap ve a ile b'yi elde et.

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2a + 2b = 5a - 5b$$

$$2b + 5b = 5a - 2a$$

$$7b = 3a \Rightarrow b = 3$$

$$a = 7 \text{ dir.}$$

ÖĞREN

1. n doğal sayı olmak üzere $2^{2^n} + 1$ biçiminde yazılabilen asal sayılara fermat asal sayıları denir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi fermat asal sayıdır?

- A) 2 B) 7 C) 11
D) 143 E) 257

ÇÖZÜM

n doğal sayı olduğu için $2^{2^n} + 1$ ifadesinde,

$$n = 0 \text{ için, } 2^{2^0} + 1 = 2^1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$n = 1 \text{ için, } 2^{2^1} + 1 = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$n = 2 \text{ için, } 2^{2^2} + 1 = 2^4 + 1 = 16 + 1 = 17$$

$$n = 3 \text{ için, } 2^{2^3} + 1 = 2^8 + 1 = 256 + 1 = 257$$

Buradan da görüldüğü gibi cevap E'dir.

GELİŞTİR

1. Aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) Asal sayıların iki ile bölümünden kalan 1'dir.
B) Asal sayıların kendisi hariç 1'den başka tam sayı böleni yoktur.
C) İki asal sayının toplamı asal sayı ise bu sayılardan biri çift sayıdır.
D) İki pozitif sayının çarpımı asal olamaz.
E) Asal sayıların çift tam sayı kuvvetleri tam sayıdır.

2. p bir asal sayı olmak üzere, p + 2 sayısı asal oluyorsa veya p + 2 sayısı iki asal sayının çarpımı biçiminde yazılabiliyorsa p'ye bir chen asalı denir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bir chen asalı değildir?

- A) 37 B) 59 C) 67 D) 73 E) 83



ÖĞREN

2. a ve b doğal sayıları için,

$$(a + 3) \cdot (b - 2) = 5$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda eşitliğin karşısındaki sayının asal olup olmadığına bak.

$$\underbrace{(a+3)}_5 \cdot \underbrace{(b-2)}_1 = \underbrace{5}_{1 \cdot 5}$$

$$a + 3 = 5 \Rightarrow a = 2$$

$$b - 2 = 1 \Rightarrow b = 3$$

$$a \cdot b = 2 \cdot 3 = 6 \text{ dir.}$$

3. x ve y doğal, P asal sayıdır.

$$x^2 - y^2 = P$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, x'in P cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM

Burada eşitliğin karşı tarafındaki P ifadesi asal sayı olduğu için $1 \cdot P$ şeklinde yazılabilir.

Ayrıca $x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y)$ iki kare farkıdır.

$$x^2 - y^2 = P \Rightarrow \underbrace{(x-y)}_1 \cdot \underbrace{(x+y)}_P = 1 \cdot P$$

$$\begin{array}{r} x - y = 1 \\ + x + y = P \\ \hline \end{array}$$

$$2x = P + 1 \Rightarrow x = \frac{P+1}{2} \text{ dir.}$$



GELİŞTİR

3. a, b pozitif tam sayı ve c asal sayıdır.

$$(a + 3) \cdot (b - 1) = c$$

olduğuna göre, $a + b - c$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

4. a, b, c ve d asal sayılar ve $a < b < c < d$ olmak üzere,

$$a \boxed{+} b \boxed{\cdot} c = d$$

eşitliğini sağlayan d asal sayılarına güneş asalı denir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi güneş asalıdır?

- A) 11 B) 13 C) 19 D) 23 E) 31

5. a ve b pozitif doğal sayı ve P asal sayıdır.

$$a^2 - b^2 = 2 \cdot P$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, a'nın P cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $P + 1$ B) $\frac{P-1}{2}$ C) $P + 2$
D) $\frac{P-2}{2}$ E) $\frac{P+2}{2}$

ÖĞREN

4. x bir pozitif tam sayı ve P asal sayıdır.

$$P = x^2 + 7$$

olduğuna göre,

- I. x çift sayıdır.
- II. P 'nin 5 ile bölümünden kalan 1'dir.
- III. $P + 4$ asaldır.

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda verilen ifade üzerinden çözüm yapılmalıdır.

$$\begin{array}{c} \text{I. } P = x^2 + 7 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{Tek Çift Tek} \end{array}$$

P asal sayı ve 7 tek olduğu için x çift olursa çift ile tek sayının toplamı bir tek asal sayı olur. Bunun için I. ifade doğrudur.

- II. $P = x^2 + 7$ eşitliğinde $x = 2$ için,

$$P = 2^2 + 7 = 4 + 7 = 11$$

11'in 5 ile bölümünden kalan 1 ancak, $x = 4$ için,

$$P = 4^2 + 7 = 16 + 7 = 23$$

23'ün 5 ile bölümünden kalan 3'tür.

Bu ifade bu yüzden her zaman doğru değildir.

- III. $P = x^2 + 7$ ifadesinde P asal sayı seçilerek işlem yapılırsa,

$$P = 11 \text{ için } P + 4 = 11 + 4 = 15 \text{ bulunur.}$$

15 asal sayı değildir. Bu nedenle bu ifade de daima doğru değildir.

Bunun için daima doğru olan yalnız I'dir.

GELİŞTİR

6. a bir pozitif tam sayı ve P asal sayıdır.

$$P = a^2 + 4$$

olduğuna göre,

- I. a tek sayıdır.
- II. P 'nin 2 ile bölümünden kalan 1'dir.
- III. $P - 6$ asaldır.

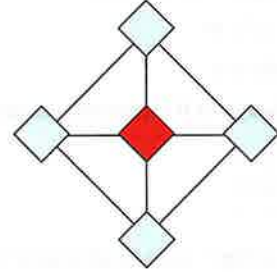
İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

Y A R G I

Y A Y I N E V I

7. Aşağıdaki şekilde her bir karenin içine farklı bir sayı gelecek biçimde 2, 3, 4, 5 ve 7 sayılarından biri yazılıyor.



Bir doğru parçası ile birbirine bağlanan iki karenin içindeki sayıların aralarında asal olduğu biliniyor.

Buna göre, kırmızı renkli karenin içine yazılabilecek sayıların toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 9 D) 12 E) 15

ÖĞREN

5. a ile b aralarında asal sayılardır.

$$\frac{a}{b} = \frac{15}{24}$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda tanım kümesindeki ifadeler sorunun içinde aynen geçiyorsa sadeleştir ve eşitle.

$$\frac{a}{b} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

$a = 5$ ve $b = 8$ 'dir.

$a + b = 5 + 8 = 13$ 'tür.

6. $(a + b)$ ile $(a - b)$ aralarında asaldır.

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{21}{12}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada tanım kümesinde verilen ifadenin aynısı soru içinde olduğu için sadeleştir ve eşitle.

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$$

$$\begin{aligned} a+b &= 7 \\ + a-b &= 4 \end{aligned}$$

$$2a = 11 \Rightarrow a = \frac{11}{2} \text{ dir.}$$

GELİŞTİR

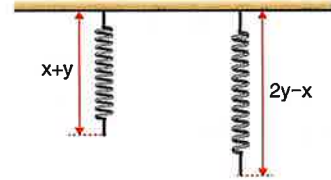
8. $(a - b)$ ve $(a + b)$ aralarında asal sayılardır.

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{15}{21}$$

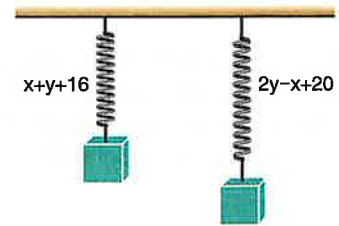
olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 6 C) 8 D) 10 E) 15

- 9.



x ve y aralarında asal sayıları için yukarıda iki farklı yayın uzunlukları verilmiştir. Bu yaylara asılan iki farklı ağırlık sonrasında oluşan görünüm aşağıdaki gibi olup birinci yaydaki uzama miktarının ikinci yaydaki uzama miktarına oranı, başlangıçtaki yayların uzunluklarından birincinin ikinciye oranına eşittir.



Buna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÖĞREN

7. a ve b aralarında asaldır.

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{5}{4}$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada tanım kümesinde verilen ifadenin aynısı soru içinde yok. Bu nedenle içler dışlar çarpımı yapılarak a ve b'ye ulaşmalıyız.

$$\frac{a+b}{a-b} \times \frac{5}{4} \Rightarrow 4a+4b=5a-5b$$

$$4b+5b=5a-4a$$

$$9 \cdot a = 1 \cdot a$$

$$b=1 \text{ ve } a=9$$

$$a \cdot b = 1 \cdot 9 = 9 \text{ dur.}$$

8. a ve b pozitif doğal sayı ve $(2a - 3)$ ile $(b + 1)$ aralarında asaldır.

$$2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a - 3 \cdot b = 10$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda tanım kümesinde verilen ifadenin aynısını denklem içinde elde etmeliyiz. Bunun için de pratik çözüm olması adına ifadeleri çarparak ya da paranteze alarak çözüm yapılabilir.

$$(2a-3) \cdot (b+1) = P$$

$$\frac{2ab+2a-3b-3}{10} = P \Rightarrow P = 7 \text{ dir.}$$

$$\frac{(2a-3) \cdot (b+1)}{1 \cdot 7} = \frac{7}{1 \cdot 7}$$

$$2a-3=1 \Rightarrow 2a=4 \Rightarrow a=2$$

$$b+1=7 \Rightarrow b=6$$

$$a+b=2+6=8 \text{ dir.}$$

GELİŞTİR

10. Aşağıda 9 eş kareden oluşan bir tablo verilmiştir.

20		18
25		28

Tablodaki kareler içine yazılacak sayılarla ilgili olarak,

- Mavi renkli karelerin her birine kendisiyle ortak kenarı olan kırmızı renkli karelerde yazan doğal sayılar ile aralarında asal ve iki tane asal çarpanı olan en küçük doğal sayı,
- Sarı renkli kareye ise mavi renkli karede yazılı olan sayıların toplamı

yazılacaktır.

Buna göre, sarı renkli karede yazan sayı kaçtır?

- A) 156 B) 168 C) 172 D) 186 E) 192

11. a ve b pozitif doğal sayılar ve $(a - 2)$ ile $(b + 1)$ aralarında asal sayılardır.

$$a \cdot b + a - 2 \cdot b = 19$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

12. x ve y doğal sayı ve $(x + 2)$ ile $(y - 3)$ aralarında asal sayılardır.

$$x \cdot (y - 3) + 2y = 15$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaç olabilir?

- A) 20 B) 26 C) 28 D) 32 E) 36

HAZIRIM Testi 5

1. $(3a + b)$ ile $(a - b)$ aralarında asaldır.

$$\frac{3a+b}{a-b} = \frac{45}{35}$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) -1 D) 6 E) 12

2. $(x - y)$ ve $(x + y)$ sayıları aralarında asal iki sayı olmak üzere,

$$(x - y) \cdot (x + y) = 45$$

olduğuna göre, x 'in alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 15 C) 23 D) 30 E) 45

3. a ve b asal sayılar ve

$$a^2b = a \cdot b^2 + 546$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 18 C) 20 D) 24 E) 30

4. x ve y birer tam sayı olmak üzere,

$$30x + 5y, 4x + y, x + 5y$$

sayılarından ikisinin çift sayı, birinin ise tek sayı olduğu bilinmektedir.

Buna göre,

I. $x - y$

II. $x + 2y$

III. $(x - 1) \cdot (y + 1)$

ifadelerinden hangileri her zaman tek sayıdır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

Y
A
R
G
I
Y
A
Y
I
N
E
V
İ

5. x, y ve z tam sayı olmak üzere,

 $= x + 1$

 $= 2y + 1$

 $= z^2 + z$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

I.  sayısı çift sayıdır.

II.  sayısı tek sayıdır.

III.  sayısı çift sayıdır.

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

6. İki basamaklı AB asal sayısının rakamları çarpımı bir asal sayıya eşitse bu AB sayısına süper asal sayı denir.

Örnek; 13 sayısının rakamları çarpımı $1 \cdot 3 = 3$ asal sayı olduğu için 13 süper asal sayıdır.

Buna göre, kaç farklı süper asal sayı vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. Burcu sadece artı (+) ve eksi (-) işaretlerini kullanarak defterine belirli bir düzende aşağıdaki deseni oluşturuyor.

1. sıra: + - + - + - + ...
2. sıra: + - + - + - + ...
3. sıra: + - + - + - + ...

Burcu deseni oluştururken toplam 210 tane işaret kullanmıştır. Bu desendeki 1. sıradaki işaretlerin çarpımı A, 2. sıradaki işaretlerin çarpımı B ve 3. sıradaki işaretlerin çarpımı C'dir.

Buna göre A, B ve C'nin işaretleri aşağıdakilerden hangisidir?

	A	B	C
A)	+	-	+
B)	+	+	-
C)	-	+	-
D)	-	-	+
E)	-	-	-

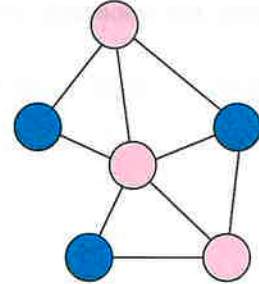
8. Aralarında asal olmayan iki pozitif tam sayının ikisini de bölen en büyük asal sayı p ise bu iki sayıya aralarında p-asal sayı denir.

Örneğin; 10 ile 18 sayıları aralarında 2-asal sayılardır.

Buna göre, 63 sayısı ile aralarında 7-asal sayı olan iki basamaklı kaç farklı doğal sayı vardır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 13

9. Aşağıda köşelerinde ve merkezinde daire bulunan bir beşgenin görünümü verilmiştir.



Bu beşgen üzerindeki her bir dairenin içerisine 1'den 6'ya kadar olan sayılardan her bir daire içinde farklı bir sayı olacak şekilde aşağıdaki kurala göre sayılar yazılacaktır.

- Birbirine bağlı olan herhangi iki daire içindeki sayı aralarında asaldır.

Buna göre, mavi daire içerisindeki sayılar toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

HAZIRIM Testi 6

1. Aşağıda bir yüzünde bir adet birbirinden farklı tam sayı yazılı olan A, B, C ve D kartlarının görünümü verilmiştir.



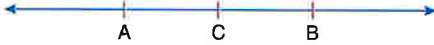
Bu kartlarda yazan sayılarla ilgili,

- B ile D aynı işaretli ve aralarında asal değil,
- A asal sayıdır ve A ile D aralarında asal,
- Kartlar üzerinde yazan sayıların çarpımı -48 olduğu biliniyor.

Buna göre, C'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -14 B) -9 C) -7 D) -3 E) -1

2. Sayı doğrusu üzerinde A, B ve C sayıları şekildeki gibi gösterilmiştir.



Bu sayı doğrusu üzerinde A'nın B'ye olan uzaklığı, B'nin C'ye olan uzaklığının 2 katı olduğu biliniyor.

Buna göre,

- I. $A + B$ çift sayıdır.
- II. A tek ise B çifttir.
- III. C çift sayıdır.

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

3. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere, $a^2 - b^2$ farkı tek sayıdır.

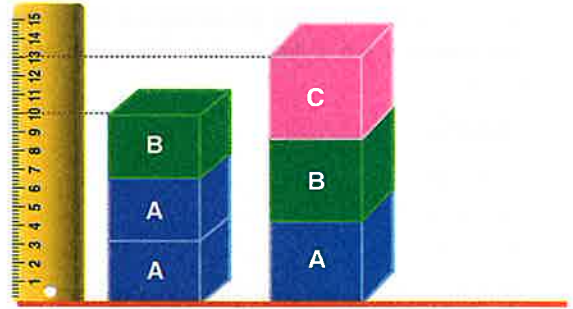
Buna göre,

- I. $a^b + b^a$ tek sayıdır.
- II. $a \cdot b$ çift sayıdır.
- III. $2a + b$ tek sayıdır.

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

4. Aşağıda yükseklikleri tam sayı olan A, B ve C küplerinin yüksekliklerinin bir cetvel yardımıyla ölçümünün görünümü verilmiştir.



Kutuların yükseklikleri sırasıyla A, B ve C olmak üzere,

- I. A tek sayıdır.
- II. B çift sayıdır.
- III. $A + C$ çift sayıdır.

İfadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

5. a, b ve c sıfırdan farklı pozitif tam sayılar olmak üzere,

• $a = \frac{b+c}{a+1}$

• $b = \frac{c+a}{b+1}$

olduğu biliniyor.

Buna göre,

- I. a çift sayıdır.
 II. $(a+b) \cdot c$ çift sayıdır.
 III. $a \cdot b \cdot c$ tek sayıdır.

İfadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III

6. a, b ve c pozitif tam sayılar olmak üzere $a \cdot b + c$ ifadesinin bir çift sayıya, $a + b \cdot c$ ifadesinin bir tek sayıya eşit olduğu biliniyor.

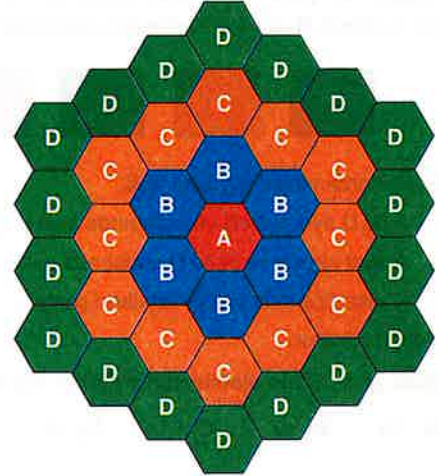
Buna göre,

- I. $a \cdot c + b$
 II. $a + b + c$
 III. $a^b + c^a$

İfadelerinden hangileri birer çift sayıya eşittir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) II ve III E) I, II ve III

7. Aşağıda 37 tane altıgenden oluşan bir yapı ve her bir altıgen içine yazılı tam sayıların görünümü verilmiştir.



Bu tam sayılarla ilgili olarak, altıgenin merkezi olan A'dan başlayıp ardışık üç farklı harf yazan altıgen içindeki tam sayıların toplamının negatif, ardışık dört farklı harf yazan altıgen içinde yazan tam sayıların toplamının pozitif olduğu biliniyor.

- $A \cdot B < 0$
- $A + B + C < 0$
- $A + B + C + D > 0$

Buna göre, bu altıgende yazan sayılardan en fazla kaç tanesi negatiftir?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

SIRA DIŞI SORULAR Testi 7

1. Bir tüccar elindeki yumurtaları her birinde x adet yumurta bulunan 10 koliye ve her birinde y adet yumurta bulunan 5 koliye, açıkta yumurta kalmayacak ve her bir koli tam dolacak şekilde paylaŐtırıyor. Elindeki bu yumurtaları dükkana gelen bir m Őteriyeye x adet yumurta bulunan koliden y adet koli ve y adet yumurta bulunan koliden x adet koli satarsa, elinde 400 yumurta kalıyor.

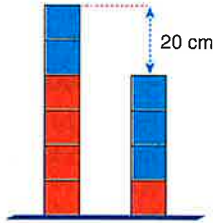
Buna göre,

- I. x tek sayıdır.
- II. y çift sayıdır.
- III. $x + y$ çift sayıdır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III E) I, II ve III

2. AŞağıda yüksekliği tam sayı cinsinden x cm olan özdeş kırmızı kutular ile yüksekliği tam sayı cinsinden y cm olan özdeş mavi renkli kutulardan oluşturulan bir şeklin görünümü verilmiştir.



Buna göre,

- I. x tek sayıdır.
- II. $x + y$ çift sayıdır.
- III. xy çift sayıdır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

3. AŞağıda 8 eşit bölgeye ayrılmış bir çark ve sabit bir okun görünümü verilmiştir.



Bu  ark ile oyun oynayan Arda, Bengü ve Ceylin sırasıyla  arkı birer kez saatin dönme yönünde çeviriyorlar. Arda  arkı çevirdiğinde çark a bölme hareket ederek okun ucu kırmızı bölgeyi, Bengü  arkı çevirdiğinde çark b bölme hareket ederek okun ucu yeşil bölgeyi, Ceylin  arkı çevirdiğinde çark c bölme hareket ederek okun ucu mavi bölgeyi göstermektedir.

Buna göre,

- I. $a + b - c$ çift sayıdır.
- II. $a \cdot b + c$ tek sayıdır.
- III. $a \cdot (b + c)$ çift sayıdır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

4. 20 kiŐilik bir  ğrenci grubu sinemaya gidiyorlar. Bu gruptaki kiŐilerin sinemada oturdukları koltuklarda yazan numaraların toplamının tek sayı olduğu biliniyor.

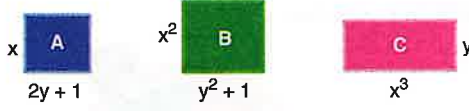
Buna göre,

- I. Çift numaralı koltuklara oturan  ğrenci sayısı tektir.
- II. Tek numaralı koltuklara oturan  ğrenci sayısı tektir.
- III. Çift numaralı koltuklara oturan  ğrenci sayısının alabileceği 19 farklı durum vardır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

5. x tek, y çift sayı olmak üzere aşağıda A, B ve C marka üç farklı fayansın ölçüleri verilmiştir.



Bu üç fayansın kesme işlemi yapılmadan her birinden belirli sayıda kullanılarak alanı 625 br^2 olan dikdörtgen bir zemin döşeniyor.

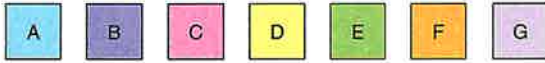
Buna göre,

- I. A fayansından tek sayıda kullanılmıştır.
- II. A ve B fayansından toplam tek sayıda kullanılmıştır.
- III. B ve C fayanslarından kullanılan adetlerin çarpımı çifttir.

İfadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

6. Ön yüzlerinde 1'den 7'ye kadar sayıların her birinden yalnız 1 tanesinin yazılı olduğu A, B, C, D, E, F ve G kartlarının arka yüzlerinin görünümü aşağıdaki gibidir.



Bu kartlardan rastgele seçim yapacak olan Eray ve Nilgün'ün arasında aşağıdaki konuşma geçiyor.

Eray: Ben A, C ve E kartlarını seçtim.

Nilgün: Ben de iki tane kart seçeceğim.

Eray: İstedğin kartı seçebilirsin nasıl olsa üzerinde yazan sayıların toplamı çift sayı olacaktır.

Buna göre, Eray'ın seçtiği kartlar üzerinde yazan sayıların toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

7. Bir kutuda bir miktar şeker vardır. Bu kutudan Tuğçe her çekişte 3 adet şeker, Leyla her çekişte 5 adet şeker almaktadır. Leyla, Tuğçe'den 3 kez fazla çekiş yaparak toplam x tane şeker, Leyla ise toplam y tane şeker alarak kutudaki tüm şekerleri bitiriyorlar.

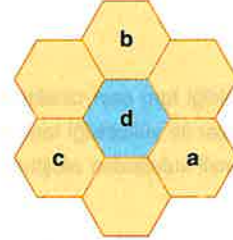
Buna göre,

- I. $x \cdot y$ tek sayıdır.
- II. $x + y$ tek sayıdır.
- III. $x^y - y^x$ çift sayıdır.

İfadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

8. Aşağıdaki 7 altıgenin içine 2'den 8'e kadar olan rakamlar yazılacaktır.



Bu yazma işleminde,

- her bir altıgen içine birbirinden farklı rakamlar,
- birbirine yapışık olan her iki sarı altıgen ile mavi altıgen içindeki rakamlar toplamı tek sayı olacak şekilde yerleştiriliyor.

Bu altıgenler verilen kurala göre doldurulduğunda,

$$a \cdot b \cdot c = 48$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, d kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

TİP 1

Bu bölümde ardışık sayıların, ardışık çift sayıların ve ardışık tek sayıların ne anlama geldiğini öğreneceğiz.

TAKTİK 1

Ardışık Tam Sayılar

İki terimi arasındaki farkı 1 olan sayılara ardışık sayı denir.

Örnek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... gibi

- $n, n + 1, n + 2, \dots$ biçiminde yazılabilir.

Ardışık Çift Tam Sayılar

İki terimi arasındaki farkı 2 olan sayılara ardışık çift sayılar denir.

Örnek: -4, -2, 0, 2, 4, 6, ... gibi

- n çift sayı olmak üzere $n, n + 2, n + 4, \dots$ biçiminde yazılabilir.
- $2n, 2n + 2, 2n + 4, \dots$ biçiminde yazılabilir.

Ardışık Tek Tam Sayılar

İki terimi arasındaki farkı 2 olan sayılara ardışık tek sayılar denir.

Örnek: -3, -1, 1, 3, 5, ... gibi

- n tek sayı olmak üzere $n, n + 2, n + 4, \dots$ biçiminde yazılabilir.
- $2n + 1, 2n + 3, 2n + 5, \dots$ biçiminde yazılabilir.

TAKTİK 2

Bir soruda değişkene bağlı ifadeler olup ardışık sayılar derse aradaki farkı 1, ardışık tek ya da çift sayılar derse aradaki farkı 2 al.



ÖĞREN

1. $(n + 3)$ ve $(2n - 1)$ sayıları ardışık tam sayılardır.

Buna göre, n 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Soruda verilen sayılar ardışık sayılar olduğu için aralarındaki fark 1'dir.

$$\text{I. } (n + 3) - (2n - 1) = 1$$

$$n + 3 - 2n + 1 = 4 - n = 1 \Rightarrow \boxed{3=n}$$

$$\text{II. } (2n - 1) - (n + 3) = 1$$

$$2n - 1 - n - 3 = 1 \Rightarrow n - 4 = 1 \Rightarrow \boxed{n=5}$$

n değerler toplamı $3 + 5 = 8$ 'dir.



GELİŞTİR

1. $(3n + 2)$ ve $(2n - 3)$ sayıları ardışık tam sayılardır.

Buna göre, n 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -10 B) -6 C) -4 D) -2 E) -1

2. $(2n + 2)$ ve $(n - 1)$ sayıları ardışık çift tam sayılardır.

Buna göre, n 'nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 3 E) 5



ÖĞREN

2. $(2n - 6)$ ile $(n + 2)$ sayıları ardışık çift tam sayılardır.

Buna göre, n 'nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayılar ardışık çift sayı olduğu için aralarında ki fark 2 olmalıdır.

$$I. (2n - 6) - (n + 2) = 2$$

$$2n - 6 - n - 2 = 2$$

$$n - 8 = 2 \Rightarrow n = 10$$

$$II. (n + 2) - (2n - 6) = 2$$

$$n + 2 - 2n + 6 = 2$$

$$8 - n = 2 \Rightarrow n = 6$$

n değerler çarpımı ise $6 \cdot 10 = 60$ 'tır.

3. a, b ve c ardışık çift tam sayıları,

$$a < b < c$$

$$2b = 5 \cdot (a - c) \cdot (b - c)$$

koşullarını sağlamaktadır.

Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda ifadeleri aynı cins yazıp denklemi çözmek gerekir.

$$\begin{array}{ccc} a < b < c \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n & n+2 & n+4 \end{array}$$

$$2b = 5 \cdot (a - c) \cdot (b - c)$$

$$2 \cdot (n + 2) = 5 \cdot [n - (n + 4)] \cdot [(n + 2) - (n + 4)]$$

$$2n + 4 = 5 \cdot [n - n - 4] \cdot [n + 2 - n - 4]$$

$$2n + 4 = 5 \cdot (-4) \cdot (-2)$$

$$2n + 4 = 40 \Rightarrow 2n = 36 \Rightarrow n = 18$$

Bu durumda $a = 18$, $b = 20$, $c = 22$ 'dir.

$$a + b + c = 18 + 20 + 22 = 60 \text{ 'tır.}$$



GELİŞTİR

3. $(n - 3)$ ile $(2n + 5)$ sayıları ardışık tek tam sayılardır.

Buna göre, n 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -16 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

4. a, b ve c ardışık tam sayılar,

$$a < b < c$$

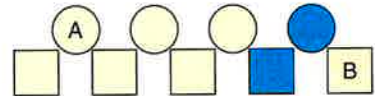
$$2 \cdot b = 3 \cdot (a - b) \cdot (c - a)$$

koşullarını sağlamaktadır.

Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) -8 B) -9 C) -10 D) -11 E) -12

5. Aşağıda şekilde $\square$ ve $\bigcirc$ şekiller kullanılarak $\square$ içlerine ardışık sayılar, $\bigcirc$ içlerine ardışık tek sayılar soldan sağa artacak biçimde yazılıyor.



$A + B$ toplamı 14 olduğuna göre, mavi renkli kare ve daire içerisindeki sayıların toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

ÖĞREN

4. a, b ve c sayıları ardışık tek sayılar ve $a < b < c$ olduğu biliniyor.

Buna göre, $\frac{(a-b)^2 + (c-a)}{c-b}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda sayılar tek bir ifadeye göre yazılıp sorulan ifadede yerine yazılmalıdır.

$$\begin{array}{ccc} a < b < c \\ n & n+2 & n+4 \end{array} \rightarrow \text{Ardışık tek sayı}$$

$$\begin{aligned} \frac{(a-b)^2 + (c-a)}{c-b} &= \frac{[n-(n+2)]^2 + (n+4-n)}{(n+4)-(n+2)} \\ &= \frac{(n-n-2)^2 + 4}{n+4-n-2} = \frac{(-2)^2 + 4}{2} = \frac{4+4}{2} = 4 \end{aligned}$$

5. a, b ve c ardışık sayılar ve $a < b < c$ 'dir.

$$\left(1 - \frac{1}{a}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{b}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{c}\right) = \frac{3}{4}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda bir denklem verip denkleme bağlı olarak değerler soruluyor ise yine aynı şekilde ifadeler tek değişkene göre yazılır.

$$\begin{array}{ccc} a < b < c \\ n & n+1 & n+2 \end{array} \rightarrow \text{Ardışık sayılar}$$

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{1}{a}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{b}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{c}\right) &= \frac{3}{4} \\ \left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{n+2}\right) &= \frac{3}{4} \\ \left(\frac{n-1}{n}\right) \cdot \left(\frac{n+1-1}{n+1}\right) \cdot \left(\frac{n+2-1}{n+2}\right) &= \frac{3}{4} \\ \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n+1}{n+2} &= \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{n-1}{n+2} = \frac{3}{4} \\ 4n-4 &= 3n+6 \Rightarrow 4n-3n=6+4 \Rightarrow n=10 \\ a=10, b=11, c=12 \end{aligned}$$

Bu durumda $a + b + c = 10 + 11 + 12 = 33$

GELİŞTİR

6. x, y ve z ardışık sayılar ve $x < y < z$ olduğu biliniyor.

Buna göre, $(x-z)^3 + (y-z)^2$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) -9 B) -8 C) -7 D) -6 E) -5

7. a, b ve c ardışık sayılar ve $a < b < c$ 'dir.

$$\left(1 - \frac{1}{a}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{b}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{c}\right) = \frac{5}{8}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 29

8. Aşağıdaki şekilde tek sıra hâlinde çam ve kavak ağaçlarının görünümü verilmiştir.



Bu ağaçlar bir çam, bir kavak olacak şekilde aşağıdaki gibi sıralanıyor.

- Çam ağaçları ardışık çift tam sayı,
 - Kavak ağaçları ilk kavak iki çamın ortasına dikilmek şartıyla ardışık tek tam sayı
- mesafe olacak şekilde dikiliyor.

Dikilen 2. ağaç ile 7. ağaç arası mesafe 106 metre olduğuna göre, dikilen 9. ağaç ile 12. ağaç arası mesafe kaç metredir?

- A) 71 B) 72 C) 73 D) 74 E) 75

TİP 2

Bu bölümde tüm terimlerin toplamı bilinen ardışık sayıların herhangi bir terimini bulmayı ve toplam ile terimler arasında nasıl bir ilişki olduğunu öğreneceğiz.

TAKTİK 1

Tüm terimlerinin toplamı bilinen ardışık sayılarda işlem yaparken sayılar,

Ardışık ise; $n, n + 1, n + 2, \dots$

Ardışık tek ise; $n, n + 2, n + 4, \dots$

Ardışık çift ise; $n, n + 2, n + 4, \dots$ kullanılabilir.

TAKTİK 2

Daha kısa yoldan çözüm yapmak istiyorsak ortadaki sayıyı bularak diğer terimlere kısa yoldan ulaşabiliriz.

$$\text{Ortakdaki Sayı} = \frac{\text{Toplam}}{\text{Terim Sayısı}}$$

ÖĞREN

1. Ardışık 3 tam sayının toplamı 60 olduğuna göre, en küçük sayı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayılar ardışık olduğu için,

I. Sayı	II. Sayı	III. Sayı
n	$n + 1$	$n + 2$

$$\text{Toplam} = n + n + 1 + n + 2 = 60$$

$$3n + 3 = 60 \Rightarrow \frac{3n}{3} = \frac{57}{3} \Rightarrow n = 19$$

Küçük sayı = $n = 19$ 'dur.

Özel Yol:

Burada ortadaki sayıyı bularak çözüme daha kolay gidebiliriz.

$$\begin{aligned} \text{Ortakdaki Sayı} &= \frac{\text{Toplam}}{\text{Sayı adedi}} \\ &= \frac{60}{3} = 20 \text{ 'dir.} \end{aligned}$$

1. Sayı	2. Sayı	3. Sayı
19	20	

1 geri

Küçük Sayı = $20 - 1 = 19$ 'dur.

GELİŞTİR

1. Ardışık 3 sayının toplamı 72 olduğuna göre, büyük sayı kaçtır?

A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

2. Ardışık 5 sayının toplamı 120 olduğuna göre, bu sayılardan en küçüğü kaçtır?

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25



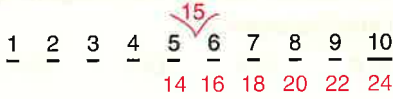
ÖĞREN

4. Ardışık 10 çift tam sayının toplamı 150 olduğuna göre, bu sayıların en büyüğü kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu sorularda dikkat edilmesi gereken nokta çift adet ardışık sayının ortası iki sayı arasındadır.

$$\text{Ortadaki sayı} = \frac{\text{Toplam}}{\text{Sayı adedi}} = \frac{150}{10} = 15 \rightarrow \text{5. sayı ile 6. sayının arası}$$



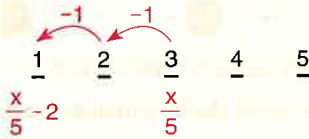
Burada 15 sayısı tek ve 5. sayı ile 6. sayının arasındadır. Bu nedenle 6. sayı 16 ve en büyük olan 10. sayı ise 24'tür.

5. Ardışık 5 tam sayının toplamı x olduğuna göre, bu sayılardan en küçüğünün x cinsinden ifadesi nedir?

ÇÖZÜM

Burada da diğer sorularda olduğu gibi artanı bulup burada çözüme gidilmelidir.

$$\text{Ortadaki sayı} = \frac{\text{Toplam}}{\text{Sayı adedi}} = \frac{x}{5}$$



$$\text{En küçük sayı} = \frac{x}{5} - 2 = \frac{x-10}{5}$$

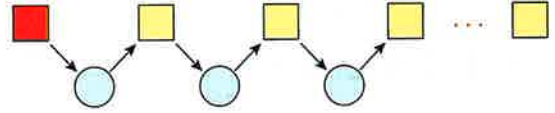


GELİŞTİR

6. Ardışık 8 çift sayının toplamı 88 olduğuna göre, bu sayılardan en küçüğü kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

7. Aşağıda kare ve dairelerden oluşan bir şeklin görünümü verilmiştir.



Bu şekilde her bir karenin ve dairenin içerisine soldan başlanarak belirtilen ok yönünde sırasıyla ardışık sayılar yazılıyor. Bu sayılarla ilgili olarak,

- Kare ve daire içerisindeki tüm sayıların toplamı 675,
- Toplam kare sayısı 13

olduğu biliniyor.

Buna göre, kırmızı renkli karenin içerisinde yazan sayı kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

8. Ardışık 7 tam sayının toplamı A olduğuna göre, bu sayılardan en büyüğünün A cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{A}{7}$ B) $\frac{A+7}{7}$ C) $\frac{A+14}{7}$
D) $\frac{A+21}{7}$ E) $\frac{A+28}{7}$

TİP 3

Bu bölümde ardışık sayılarda işlem yaparken kullanacağımız çok önemli bilinmesi gereken formülleri öğreneceğiz.

TAKTİK 1

1'den n'ye kadar ardışık doğal sayıların toplamı,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

- Burada formülün 1'den başlayan sayılar için kullanıldığını unutma. Eğer 1'den başlamıyorsa başlıyormuş gibi düşün, toplamda n olmayan sayıları geri çıkar.

TAKTİK 2

2'den (2n) e kadar olan ardışık çift doğal sayıları toplamı,

$$2 + 4 + 6 + \dots + (2n) = n \cdot (n+1)$$

TAKTİK 3

1'den (2n - 1) e kadar olan ardışık tek doğal sayıları toplamı,

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$



ÖĞREN

1. $1 + 2 + 3 + \dots + 20$

toplamının değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada ardışık sayıların toplam formülü kullanılacak olursa,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \cdot 21}{2} = 10 \cdot 21 = 210$$

2. $2 + 4 + 6 + \dots + 30$

toplamının değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Ardışık çift sayıların toplamından,

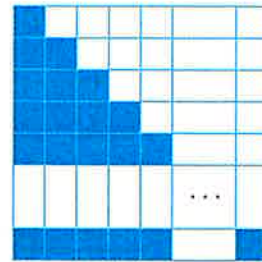
$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n \cdot (n+1)$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 30 = 15 \cdot 16 = 240$$



GELİŞTİR

1. Aşağıda birimkarelere ayrılmış kare şeklin içerisindeki karelerin belirli bir düzene göre boyanmış parçalarının görünümü verilmiştir.



En alt sırada mavi boyalı 40 birimkare vardır.

Buna göre, toplam mavi boyalı birimkare sayısı kaçtır?

- A) 620 B) 680 C) 760 D) 820 E) 840



ÖĞREN

3. $8 + 9 + 10 + \dots + 30$
toplamının değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada ardışık sayıların toplam formülünü kullanabilmek için toplamın 1'den başlaması gerekir. Başlamıyorsa da başlıyormuş gibi düşünüp son terimden çıkarırız.

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$$\frac{1+2+3+\dots+7}{\frac{7 \cdot 8}{2}} + \frac{8+9+\dots+30}{x} = \frac{30 \cdot 31}{2}$$

$$\frac{7 \cdot 8}{2} + x = \frac{30 \cdot 31}{2} \Rightarrow 28 + x = 465$$

$$x = 437$$

4. $11 + 13 + 15 + \dots + 49$
toplamının değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$① + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$\left(\frac{2n-1+1}{2}\right)^2 = \text{Formülün ispatı}$$

akılda kalması için

$$\frac{① + 3 + 5 + 7 + \dots + ⑨}{\left(\frac{1+9}{2}\right)^2} + \frac{11 + 13 + \dots + ④9}{x} = \left(\frac{1+49}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{1+9}{2}\right)^2 + x = \left(\frac{1+49}{2}\right)^2 \Rightarrow 5^2 + x = 25^2$$

$$25 + x = 625$$

$$x = 600$$



GELİŞTİR

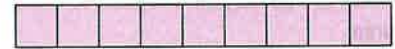
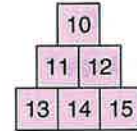
2. $13 + 14 + \dots + 39$
toplamının değeri kaçtır?

A) 592 B) 324 C) 648 D) 698 E) 702

3. $21 + 23 + \dots + 39$
toplamının değeri kaçtır?

A) 250 B) 280 C) 300 D) 320 E) 350

- 4.



Yukarıdaki şekilde iki basamaklı ardışık sayılar yukarıdan aşağıya doğru her sırada soldan sağa olacak biçimde sırasıyla her bir kutuda bir tane olacak biçimde yazılıyor.

Buna göre, bu kutularda yazılı olan tüm sayıların toplamı kaçtır?

A) 1250 B) 1370 C) 1440 D) 1620 E) 1860

ÖĞREN

5. $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 29) = 975$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada parantezler açılıp ifadeler ve sayılar bir arada olacak şekilde toplanıp işlem yapılır.

$$x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 29) = 975$$

$$\underbrace{x + x + \dots + x}_{30 \text{ tane}} + \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + 29}_{\frac{29 \cdot 30}{2}} = 975$$

$$30x + 435 = 975$$

$$30x = 975 - 435 \Rightarrow 30x = 540 \Rightarrow x = 18$$

6. n bir doğal sayı olmak üzere, 1'den n 'ye kadar olan doğal sayıların toplamı a , 10'dan n 'ye kadar olan doğal sayıların toplamı b 'dir. a ile b 'nin toplamı ise 225'tir.

Buna göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM

Soru içerisindeki cümleler matematiksel dile çevrilirse çözüm kolaylaşır.

$$\begin{array}{r} 1+2+3+\dots+n=a \\ + \quad 10+11+\dots+n=b \\ \hline 1+2+3+\dots+9=a-b \\ \frac{9 \cdot 10}{2} = a-b \Rightarrow a-b=45 \\ + \quad a+b=225 \\ \hline 2a=270 \\ a=135 \end{array}$$

GELİŞTİR

5. İçinde bir A doğal sayısı yazılı olan n kenarlı bir çokgen,

$$\langle A \rangle = A + (A + 1) + (A + 2) + \dots + (A + n)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Örnek; $\triangle 2 = 2 + 3 + 4 + 5 = 14$

Buna göre,

$$\begin{array}{c} \square 3 + \hexagon 2 \\ \hline \triangle 1 \end{array}$$

işleminin değerini gösteren sembol aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\triangle 0$ B) $\triangle 2$ C) $\square 0$
D) $\square 1$ E) $\triangle 1$

6. x bir doğal sayı olmak üzere, 1 den x e kadar olan ardışık tek doğal sayıların toplamı a , 1 den x e kadar olan ardışık çift sayıların toplamı b dir.

$$a + b = 231$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

ÖĞREN

7. n bir doğal sayı olmak üzere, 1'den n 'e kadar olan tek sayıların toplamı x , 1'den n 'e kadar olan çift sayıların toplamı y 'dir. x ile y 'nin toplamı 105'tir.

Buna göre, n kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada soru dikkatlice okunup cümleler matematiksel denklem hâline getirilmelidir. n çift doğal sayı olduğunu varsayarsak,

$$\begin{aligned} \text{Tek} &\rightarrow 1+3+5+7+\dots+(n-1)=x \\ + \text{ Çift} &\rightarrow 2+4+6+8+\dots+n=y \\ \hline 1+2+3+4+\dots+(n-1)+n &= x+y \\ \frac{n \cdot (n+1)}{2} &= 105 \\ n \cdot (n+1) &= 210 \Rightarrow n=14 \\ &\quad \quad \quad \underline{14 \cdot 15} \end{aligned}$$

8. 1'den 39'a kadar olan ardışık tek sayıların toplamı x 'tir.

Buna göre, 2'den 40'a kadar olan ardışık çift sayıların toplamının x cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{Tek} &\rightarrow 1+3+5+\dots+39=x \\ &\quad \quad \quad \left(\frac{1+39}{2}\right)^2 = x \Rightarrow 20^2 = x \Rightarrow x=400 \\ \text{Çift} &\rightarrow 2+4+6+\dots+40 = n \cdot (n+1) \\ &\quad \quad \quad = 20 \cdot 21 \\ &\quad \quad \quad = 420 \\ &\quad \quad \quad = 400 + 20 \\ &\quad \quad \quad = x + 20 \end{aligned}$$

GELİŞTİR

7. n bir doğal sayı olmak üzere, 1'den n 'ye kadar olan ardışık sayıların toplamı A , n 'den $2n$ 'e kadar olan ardışık sayıların toplamı B , $2n$ 'den 40'a kadar olan sayıların toplamı C 'dir.

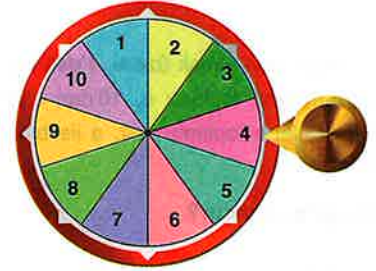
$$A + B + C = 850$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, n kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

8. Aşağıda 1'den 10'a kadar numaralandırılmış çark ve sabit bir okun görünümü verilmiştir.



Bu çark çevrildiğinde okun ucu hangi sayıyı gösteriyorsa o sayıya kadar olan ardışık sayılar toplanıyor ve çeviren kişinin puanı o oluyor.

Örnek; Okun ucu 7'yi gösteriyorsa;

$$1 + 2 + 3 + \dots + 7 = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

Bu çarkı 2 kez çeviren Ela'nın aldığı toplam puan 70'tir.

Buna göre, okun gösterdiği sayıların toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

TİP 4

Bu bölümde ardışık sayı dizilerinde terim sayısının nasıl bulunacağını öğreneceğiz.

TAKTİK

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1$$

ÖĞREN

1. 2, 5, 8, 11, 14, ..., 59

sayı dizisinin terim sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda terim sayısını bulurken formülü uygularsak daha kolay buluruz.

$$\begin{aligned} \text{Terim sayısı} &= \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1 \\ &= \frac{59 - 2}{3} + 1 = \frac{57}{3} + 1 \\ &= 19 + 1 = 20 \end{aligned}$$

2. Burcu defterine sırasıyla 3'ten başlayıp ardışık iki terim arasında 4 fark olacak şekilde sırasıyla doğal sayıları defterine yazıyor.

Buna göre, yazdığı 15. sayı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda önce verilen ifadenin ardışık sayı dizisi yazılmalıdır.

$$\begin{aligned} &\underline{3, 7, 11, 15, \dots, x} \\ &\quad \text{15 sayı olmalı} \\ \text{Terim sayısı} &= \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1 \\ \frac{x - 3}{4} + 1 &= 15 \Rightarrow \frac{x - 3}{4} = 14 \Rightarrow x - 3 = 56 \Rightarrow x = 59 \end{aligned}$$

GELİŞTİR

1. Aşağıdaki şekilde her bir dairenin içerisine belirli bir kurala göre sayılar yazılıyor.



Buna göre, toplam daire sayısı kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

2. Defne defterine sırasıyla 2'den başlayarak, ardışık iki terim arasında 3 fark olacak şekilde sırasıyla doğal sayıları defterine yazıyor.

Buna göre, yazdığı 20. sayı kaçtır?

- A) 56 B) 57 C) 58 D) 59 E) 60

TİP 5

Bu bölümde herhangi bir ardışık sayı dizisinin toplamının nasıl bulunacağını öğreneceğiz.

TAKTİK

$$\text{Toplam} = \text{Ortadaki sayı} \cdot \text{Terim sayısı}$$

$$\text{Ortadaki sayı} = \frac{\text{Son terim} + \text{İlk terim}}{2}$$

$$\text{Terim sayısı} = \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1$$

ÖĞREN

1. $2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 59$

toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz toplam şeklinde olan soruları genel toplam formülü ile çözebiliriz.

$$\text{Toplam} = \text{Ortadaki sayı} \cdot \text{Terim sayısı}$$

$$= \left(\frac{\text{S.T} + \text{İ.T}}{2} \right) \cdot \left(\frac{\text{S.T} - \text{İ.T}}{\text{A.M}} + 1 \right)$$

$$= \left(\frac{59 + 2}{2} \right) \cdot \left(\frac{59 - 2}{3} + 1 \right)$$

$$= \frac{61}{2} \cdot \left(\frac{57}{3} + 1 \right)$$

$$= \frac{61}{2} \cdot (19 + 1)$$

$$= \frac{61}{2} \cdot 20 = 61 \cdot 10 = 610$$

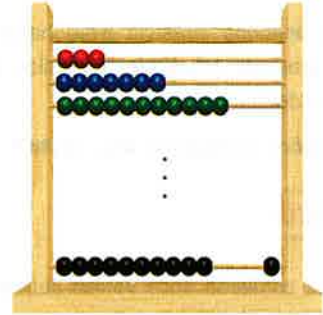
GELİŞTİR

1. $7 + 12 + 17 + \dots + 77$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 610 B) 615 C) 620 D) 625 E) 630

2. Ela elinde yeterince bulunan renkli boncukları ardışık bir dizi oluşturacak şekilde aşağıdaki abaküse şekildeki gibi diziyo-



Abaküsteki toplam dizili boncuk sayısı 210'dur.

Buna göre, abaküsün son sırasında kaç tane siyah boncuk vardır?

- A) 29 B) 35 C) 39 D) 45 E) 49

ÖĞREN

2. $3 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + \dots + 20 \cdot 23$

toplamında her bir terimin ikinci çarpanı 2 artırılırsa toplamın sonucu kaç artar?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda ilk ifade ile istenen ifadeyi alt alta yazıp terim terim farklarına bakılarak işlem yapılırsa sonuç kolayca ortaya çıkar.

$$\begin{array}{r} \overbrace{3 \cdot 6}^{18} + \overbrace{4 \cdot 7}^{28} + \overbrace{5 \cdot 8}^{40} + \dots + \overbrace{20 \cdot 23}^{460} \\ \downarrow \\ \underbrace{3 \cdot 8}_{24} + \underbrace{4 \cdot 9}_{36} + \underbrace{5 \cdot 10}_{50} + \dots + \underbrace{20 \cdot 25}_{500} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Artış} &= 6 + 8 + 10 + \dots + 40 \\ &= (\text{Ortakdaki sayı}) \cdot (\text{Terim sayısı}) \\ &= \left(\frac{S.T + İ.T}{2} \right) \cdot \left(\frac{S.T - İ.T}{A.M} + 1 \right) \\ &= \left(\frac{40 + 6}{2} \right) \cdot \left(\frac{40 - 6}{2} + 1 \right) \\ &= 23 \cdot 18 = 414 \end{aligned}$$

3. $2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + 13 \cdot 14$

toplamının her bir teriminin birinci çarpanları 1 artırılırsa toplamın sonucu kaç artar?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} \overbrace{2 \cdot 3}^6 + \overbrace{3 \cdot 4}^{12} + \overbrace{4 \cdot 5}^{20} + \dots + \overbrace{13 \cdot 14}^{182} \\ \downarrow \\ \underbrace{3 \cdot 3}_9 + \underbrace{4 \cdot 4}_{16} + \underbrace{5 \cdot 5}_{25} + \dots + \underbrace{12 \cdot 14}_{196} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Artış} &= 3 + 4 + 5 + \dots + 14 \\ &= (\text{Ortakdaki sayı}) \cdot (\text{Terim sayısı}) \\ &= \left(\frac{14 + 3}{2} \right) \cdot \left(\frac{14 - 3}{1} + 1 \right) \\ &= \frac{17}{2} \cdot 12 = 17 \cdot 6 = 102 \end{aligned}$$

GELİŞTİR

3. $2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + 15 \cdot 16$

toplamında her bir terimin ikinci çarpanı 1 artırılırsa toplamın sonucu kaç artar?

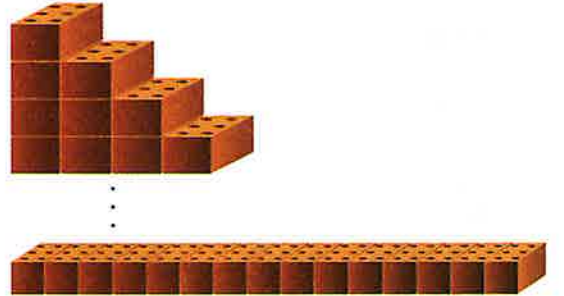
- A) 116 B) 117 C) 118 D) 119 E) 120

4. $7 + 11 + 15 + \dots + 43$

toplamında her bir terim 5 artırılırsa toplam kaç artar?

- A) 45 B) 50 C) 54 D) 60 E) 65

5. Aşağıda eşit uzunlukta eş dikdörtgen tuğlalardan oluşan bir yapının görünümü verilmiştir.



Bu yapının her bir basamağındaki tuğla sayısı 3 artırılırsa, bu yapıda kullanılan toplam tuğla sayısı öncekilere göre kaç artar?

- A) 15 B) 25 C) 35 D) 45 E) 75

ÖĞREN

4. $1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \dots + 37 - 39$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda verilen ifade bir artı, bir eksi gidiyorsa gruplandırarak çözüm yap.

$$\begin{array}{ccccccc} (1-3) & (+5-7) & (+9-11) & + \dots & + & (37-39) \\ -2 & -2 & -2 & & & -2 \end{array}$$

Burada 2'li gruplandırıdığımızda toplam -2 geliyor. Kaç tane -2 olduğu ise terim sayısının yarısı kadardır. Çünkü 2'şer gruplandırıdık.

$$\begin{aligned} \text{Terim sayısı} &= \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1 \\ &= \frac{39-1}{2} + 1 = 20 \text{ tane} \end{aligned}$$

İkili topladıığımız için gelen -2 sayısı 10 tanedir.

$$\text{Bu durumda toplam} = -2 \cdot 10 = -20$$

5. $8 - 11 + 14 - 17 + \dots + 38$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada da aynı şekilde 2'li toplam yapılarak çözüm yapılır.

$$\begin{array}{ccccccc} (8-11) & + & (14-17) & + \dots & + & (32-35) & + 38 \\ -3 & & -3 & & & -3 & \end{array}$$

Burada 2'li gruplandırıldığında en sondaki 38 sayısının eşi yoktur. O tek kalır. Elde edilen -3 sayısı ise,

$$\text{Terim sayısı} = \frac{35-8}{3} + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$-3 \text{ sayısı ise } \frac{10}{2} = 5 \text{ 'tir.}$$

$$\text{Toplam ise} = -3 \cdot 5 + 38 = -15 + 38 = 23$$

GELİŞTİR

6. $-2 + 4 - 6 + 8 + \dots + 40$

işleminin sonucu kaçtır?

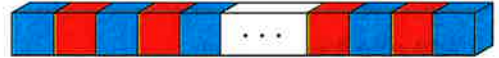
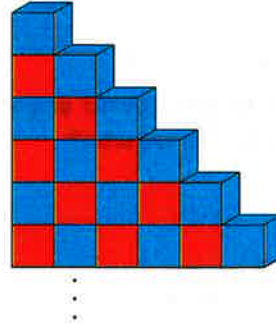
- A) 20 B) 28 C) 36 D) 40 E) 80

7. $2020 - 2019 + 2018 - 2017 + \dots + 8$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1014 B) 1013 C) 1012 D) 1011 E) 1010

8. Aşağıda mavi ve kırmızı küplerle oluşturulmuş bir yapının görünümü verilmiştir.



En alt satırda 47 tane küp olduğuna göre, bu yapıdaki toplam mavi küp sayısı, toplam kırmızı küp sayısından kaç fazladır?

- A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

ÖĞREN

6. Birbirinden farklı üç ardışık rakamın toplamından oluşan sayılara üçlü toplam denir.

Örneğin,

$$0 + 1 + 2 = 3$$

$$4 + 5 + 6 = 15$$

olduğunda 3 ve 15 birer üçlü toplamdır.

Buna göre, elde edilen farklı tüm üçlü toplamların toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda tanımlanan ifadeye uygun değerler yazılarak bir örüntü elde etmek gerekir.

$$0 + 1 + 2 = 3$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$2 + 3 + 4 = 9$$

⋮

$$7 + 8 + 9 = 24$$

Burada elde edilen toplam ise,

$$3 + 6 + 9 + \dots + 24$$

$$= (\text{Ortakdaki sayı}) \cdot (\text{Terim sayısı})$$

$$= \left(\frac{S.T + İ.T}{2} \right) \cdot \left(\frac{S.T - İ.T}{A.M} + 1 \right)$$

$$= \left(\frac{24 + 3}{2} \right) \cdot \left(\frac{24 - 3}{3} + 1 \right)$$

$$= \frac{27}{2} \cdot 8 = 108$$

GELİŞTİR

9. n bir pozitif tam sayı olmak üzere 1'den n'ye kadar olan tam sayıların toplamı biçiminde yazılabilen sayılara üçgensel sayı denir.

Örneğin;

$$6 = 1 + 2 + 3$$

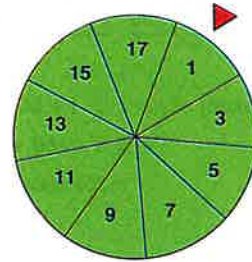
$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

olduğunda 6 ve 10 birer üçgensel sayılardır.

Buna göre, iki basamaklı kaç farklı üçgensel sayı vardır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

10. Aşağıda 9 eşit bölmeye ayrılmış merkezi etrafında dönebilen bir daire üzerine yazılmış sayılar ve bu daire üzerinde sabit bir göstergenin görünümü verilmiştir.



Bu daire her bir çevrilisinde gösterge herhangi bir sayıyı göstermektedir. Daire üç kez ayrı ayrı çevrilerek göstergenin gösterdiği sayılar toplanıyor.

Buna göre, kaç farklı toplam bulunur?

- A) 24 B) 25 C) 26 D) 49 E) 50

TİP 6

Bu bölümde bir kitabı numaralandırırken kullanılan toplam rakam sayısını ya da elimizdeki rakamlarda kaç sayfalık bir kitap oluşturabileceğimizin nasıl bulunacağını öğreneceğiz.

TAKTİK

Bir kitabın sayfa sayısı bilinip bize toplam rakam sayısı sorulursa sayfaları,

$$\begin{array}{cccc} \text{1.basamak} & \text{2.basamak} & \text{3.basamak} & \text{4.basamak} \\ \underline{1\ 2\ 3\dots 9} & / \underline{10\ 11\dots 99} & / \underline{100\dots 999} & / \underline{1000\dots} \\ 9 \cdot 1 & 90 \cdot 2 & 900 \cdot 3 & 9000 \cdot 3 \end{array}$$

şeklinde gruplandırırsak çözüm kolay olur.

Özel Yol: Bir kitabın sayfa sayısı n olsun.

I) n iki basamaklı bir kitap ise kullanılan toplam rakam sayısı $2n - 9$ 'dur.

II) n üç basamaklı bir kitap ise kullanılan toplam rakam sayısı $3n - 108$ 'dir.



ÖĞREN

1. Sayfaları 1'den başlayıp ardışık bir biçimde numaralandırılan 120 sayfalık bir kitapta kullanılan toplam rakam sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda çözüm için sayfaları gruplandır.

$$\begin{array}{ccc} \text{1 basamaklı} & \text{2 basamaklı} & \text{3 basamaklı} \\ \underline{1\ 2\ 3\dots 9} & / \underline{10\ 11\dots 99} & / \underline{100\ 101\dots 120} \\ 9 \cdot 1 & 90 \cdot 2 & 21 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Toplam rakam sayısı} &= 9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 21 \cdot 3 \\ &= 9 + 180 + 63 \\ &= 252 \text{ tane} \end{aligned}$$

Özel Yol:

Burada n basamaklı bir kitapta kullanılan rakam sayısından çözüme gidecek olursak, $n = 120$ üç basamaklı olduğu için,

$$\begin{aligned} \text{Rakam sayı} &= 3n - 108 \\ &= 3 \cdot 120 - 108 \\ &= 360 - 108 = 252' \text{dir.} \end{aligned}$$



GELİŞTİR

1. Sayfaları 1'den başlayıp ardışık bir biçimde numaralandırılan 80 sayfalık bir kitapta kullanılan toplam rakam sayısı kaçtır?

A) 150 B) 151 C) 152 D) 153 E) 154

2. Sayfaları 1'den başlayıp ardışık bir biçimde numaralandırılan 180 sayfalık bir kitapta kullanılan toplam rakam sayısı kaçtır?

A) 414 B) 426 C) 432 D) 480 E) 540

ÖĞREN

2. Sayfaları 1'den başlayıp ardışık bir biçimde numaralandırılan bir kitapta kullanılan toplam rakam sayısı 621'dir.

Buna göre, bu kitap kaç sayfadır?

ÇÖZÜM

Burada kitabın tek basamaklı, iki basamaklı ve üç basamaklı sayfalarına göre işlem yapılmalıdır. Kitabın sayfa sayısı x olsun.

$$\text{Sayfa: } \begin{array}{c} \text{1 basamaklı} \\ 1 \ 2 \ 3 \dots 9 \\ \hline 1 \cdot 9 \end{array} / \begin{array}{c} \text{2 basamaklı} \\ 10 \ 11 \dots 99 \\ \hline 90 \cdot 2 \end{array} / \begin{array}{c} \text{3 basamaklı} \\ 100 \ 101 \dots x \\ \hline (x-100+1) \cdot 3 \end{array}$$

$$\text{Toplam rakam} = 1 \cdot 9 + 90 \cdot 2 + (x-100+1) \cdot 3 = 621$$

$$9 + 180 + (x - 99) \cdot 3 = 621$$

$$189 + (x - 99) \cdot 3 = 621$$

$$(x - 99) \cdot 3 = 432$$

$$x - 99 = 144$$

$$x = 144 + 99 = 243$$

Özel Yol:

n sayfa sayısı olmak üzere,

$$\text{Kitap 2 basamaklı ise, } 2n - 9 = 621$$

$$2n = 630$$

$$n = 315 \text{ olamaz.}$$

(Çünkü n 3 basamaklı)

$$\text{Kitap 3 basamaklı ise, } 3n - 108 = 621$$

$$3n = 729$$

$$n = 243 \text{ sayfa}$$

GELİŞTİR

3. Sayfaları 1'den başlayıp ardışık bir biçimde numaralandırılan bir kitapta kullanılan toplam rakam sayısı 153'tür.

Buna göre, bu kitap kaç sayfadır?

- A) 78 B) 79 C) 80 D) 81 E) 82

4. A3 sayfalarından bir kitap oluştururken bu sayfalar üst üste konulup ortadan katlanarak A4 boyutunda bir kitap oluşturulur. Aşağıda A3 sayfalarından oluşturulan n sayfalık bir kitabın sayfa numaraları verilmiştir.

1	n
2	$n-1$
3	$n-2$
⋮	
$3n-80$	$n-15$

Buna göre, bu kitap kaç sayfadır?

- A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

TİP 7

Bu bölümde herhangi bir ardışık sayı dizisinin genel formülünün nasıl yazılabileceğini öğreneceğiz. Bu bölüm bize ayrıca AYT konularından diziler konusunda işimize yarayacaktır.

TAKTİK

Verilen bir ardışık sayının genel formülünü bulurken n sayısını artış miktarı ile çarpıp. Sonrasın n 'e 1 değerini verdiğimizde ilk terimi bulacak şekilde sayı ekler ya da çıkarırız.

Örnek

• **2, 5, 8, 11, ... dizisinin genel formülü nedir?**

$$\underbrace{2, 5, 8, 11, \dots}_{3} \rightarrow \text{Genel formülü} = 3n - 1$$

• **3, 8, 13, ... dizisinin genel formülü nedir?**

$$\underbrace{3, 8, 13, \dots}_{5} \rightarrow \text{Genel formülü} = 5n - 2$$



ÖĞREN

1. 5, 9, 13, 17, ...

ardışık sayı dizisinin 40. terimi kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda terim sayısından çözüm yapabiliriz. Ayrıca genel terim bularak çözüme gidebiliriz.

$$\underbrace{5, 9, 13, 17, \dots}_{4 \quad 4} \rightarrow \text{Genel terim} = 4n + 1$$

$$n = 40 \text{ için } 40. \text{ terim} = 4 \cdot 40 + 1 = 161 \text{ 'dir.}$$

2. Eda ile Burcu kendi oluşturdukları aritmetik dizileri sırasıyla Eda baştan Burcu sondan olacak şekilde aşağıdaki gibi her bir terimi aynı anda defterlerine yazıyorlar.

Eda: 2, 5, 8, ...

Burcu: 100, 96, 92, ...

Buna göre, ikisinin de defterine ilk yazdıkları aynı sayı kaçtır?

ÇÖZÜM

Her ikisinin de genel formüllerini yazarsak çözüm kolay olur.

$$\text{Eda} = \underbrace{2, 5, 8, \dots}_{3} \rightarrow \text{Genel formül} = 3n - 1$$

$$\text{Burcu} = \underbrace{100, 96, 92, \dots}_{4} \rightarrow \text{Genel formül} = 104 - 4n$$

$$3n - 1 = 104 - 4n = 7n = 105 \Rightarrow n = 15$$

Yani 15. yazdıkları sayı aynıdır.

Buna göre $3n - 1 = 3 \cdot 15 - 1 = 44$ 'tür.



GELİŞTİR

1. 80, 75, 70, ...

ardışık sayı dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5n + 75$ B) $80 - 5n$ C) $85 - 5n$
D) $80n - 5$ E) $40 - 10n$

2. Demir ile Aylin kendi oluşturdukları aşağıdaki ardışık sayı dizilerinin her bir terimini tek tek sırayla okumaya başlıyorlar.

Demir: 3, 6, 9, 12, ...

Aylin: 113, 111, 109, 107, ...

Buna göre, ikisinin de söylediği aynı sayı kaçtır?

- A) 69 B) 67 C) 66 D) 65 E) 64

TİP 8

Bu bölümde "Ardışık sayılar arasından sayı silme ya da ardışık sayılarda işlem yaparken fazladan sayı ekleme nasıl oluyor?" bunları öğreneceğiz.

TAKTİK

Bu bölümdeki soruları çözerken sondan başa doğru gelinerek çözüm kolaylaşır.

Örnek

Ardışık pozitif doğal sayılardan 4'ün katı olan sayıların silinmesiyle oluşturulan,

1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, ...

sayı dizisinin baştan 20. terimini bulalım.

Burada çözüm yaparken tersten çözüme gitmek çözümü kolaylaştırır. Yani 20 terim içinden 4'ün katı olan kaç tane sayı var. Onları bulalım. Böylece kaç sayının silindiğini bulmuş oluruz ve 20'den sonraki sayıları yazmaya devam ederiz. Biliyorum anlamadınız. Anlaşılması için yazarak anlatacağım :)

1, 2, 3, ~~4~~, 5, 6, 7, ~~8~~, 9, 10, 11, ~~12~~, 13, 14, 15, ~~16~~, 17, 18, 19, ~~20~~, 21, 22, 23, 25, ~~26~~

20'ye kadar 4'ün katı olan 5 sayı var. Bunun için 20'den sonra 5 sayı ekledik. Dikkat edilecek olursa 20'den sonra 24 4'ün katı onu yazmadık.

Özel Yol: 4'ün katı olan sayıları kısa yoldan bölerek bulabiliriz.

$$\begin{array}{r} 20 \\ 20 \\ 0 \end{array} \begin{array}{r} 4 \\ 5 \\ 4 \end{array} \begin{array}{r} 4 \\ 1 \end{array}$$

$20 + 5 + 1 = 26$ 'dır.

Burada dikkat edilecek en önemli nokta kalanlar olan $0 + 1 = 1$ sayısının da 4 ile bölünüp bölünmediğidir.

ÖĞREN

1. Ardışık pozitif doğal sayılarda 5'in katı olan sayıların silinmesiyle elde edilen,

1, 2, 3, 4, 6, 7, ...

sayı dizisinin 149. terimi kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada 149 sayı içerisinde 5'in katı olan kaç sayı var? Bunları bulup, en sona bu sayı kadar ekleme yapmalıyız.

$$\begin{array}{r} 149 \\ 145 \\ 4 \end{array} \begin{array}{r} 5 \\ 29 \\ 5 \end{array} \begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 5 \end{array} \begin{array}{r} 5 \\ 1 \end{array}$$

Burada 149 sayısını sürekli 5'e böldük. Kalanlar olan $4 + 4 + 0 = 8$ sayısını da böldük ve bölümleri topladık.

$$149 + 29 + 5 + 1 + 1 = 185$$

Burada 185 sayısı 5'in katı olduğu için bir sonraki sayı olan 186 cevaptır.

GELİŞTİR

1. Ardışık pozitif doğal sayılardan 3'ün katı olan sayıların silinmesiyle elde edilen,

1, 2, 4, 5, 7, 8, ...

sayı dizisinin 100. terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 147 B) 148 C) 149 D) 150 E) 151

ÖĞREN

2. Bir kitabın sayfalarını 1'den itibaren numaralandırma işlemi yapan numaratorün 6 rakamı bozuk olduğu için basmayıp bir sonraki rakamı basmaktadır.

Örneğin; 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, ... gibi

Buna göre, 80 sayfalık bir kitabın son safasında yazan sayı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada 6 tuşu bozuk olduğu için 6 ile ilgili tüm sayılar bulunup 80'den sonraya eklenmelidir.

$$\underbrace{1, 2, 3, \dots, 58, 59 / 60, \dots, 69}_{6 \text{ tane}} / \underbrace{70, 76, \dots, 79}_{11 \text{ tane}} / 80$$

İçinde 6 olan sayı adedi = $6 + 11 + 1 = 18$ 'dir.

$80 + 18 = 98$ olur.

Burada ise $\frac{86, 96}{2 \text{ sayı}}$ atlanır.

$98 + 2 = 100$ 'dür.

3. Akın 1'den başlayarak belirli bir sayıya kadar olan tüm pozitif ardışık sayıları sırasıyla küçükten büyüğe doğru defterine yazıp bu sayıları topluyor ve sonucu 100 buluyor. Fakat işlemi kontrol ederken bir sayıyı toplamadığını fark ediyor.

Buna göre, Akın hangi sayıyı toplamayı unutmuştur?

ÇÖZÜM

Burada yapılacak en güzel çözüm önce sayıların ardışık toplama göre hatasız toplandığında 100'den büyük olacağının düşünülüp hangi sayının toplanmadığının tahmin edilmesidir.

$$1+2+3+\dots+13 = \frac{13 \cdot 14}{2} = 13 \cdot 7 = 98 \text{ olmaz. (100'den küçük)}$$

$$1+2+3+\dots+14 = \frac{14 \cdot 15}{2} = 7 \cdot 15 = 105 - 100 = 5$$

$$1+2+3+\dots+15 = \frac{15 \cdot 16}{2} = 15 \cdot 8 = 120 - 100 = 20 \text{ olmaz.}$$

Cevap 5'tir. Çünkü sayılar arasında 20 yok.

GELİŞTİR

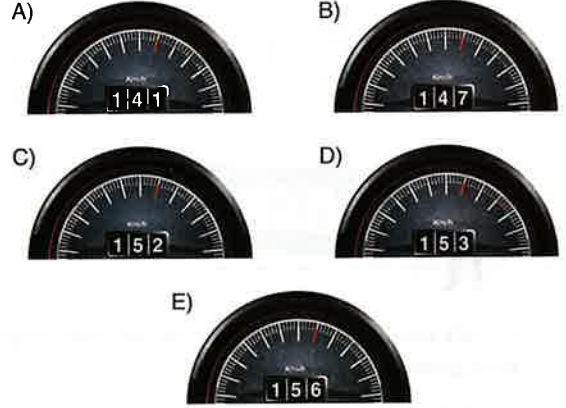
2. Bir aracın aldığı yolu gösteren kilometre sayacı bozuk olduğu için 3 rakamını göstermeyip 4 rakamını göstermektedir. Örneğin; araç 13 km yol gittiğinde sayaç,



göstermektedir.

Bu araç km sayacı sıfırlanarak yola çıkıp 120 km yol alıyor.

Buna göre, sayacın son görünümü aşağıdakilerden hangisidir?



TİP 9

Bu bölümde ardışık sayıların problem soruları içerisinde nasıl geldiğini öğreneceğiz. Ardışık sayılar öyle bir konudur ki arkadaşlar her konu içerisinde görebilirsiniz. O yüzden olabildiğince geniş yer ayırdım. :)

TAKTİK

Bu bölümde daha çok sorunun metin kısmını iyi okuyup anladıktan sonra ifadenin matematiksel dile çevrilmesi gerekir.

ÖĞREN

GELİŞTİR

1. Arda kumbarasına 1. gün 10 kr, 25 kr ve 50 kr madeni paraların her birinden 1 adet, 2. gün bu paraların her birinden 2 adet ve benzer biçimde devam ederek n. gün her birinden n adet atmıştır.

Arda bu şekilde n günde kumbarasında 46,75 TL biriktirdiğine göre, n kaçtır?

ÇÖZÜM

Verilen problemi işlem hâline dönüştürecek olursak;

1. gün	2. gün	...	n gün
1. (10+25+50)	2. (10+25+50)		n. (10+25+50)

Her gün kumbaraya atılan toplam para miktarını toplarsak;

Kumbarada biriken para,

$$\begin{aligned}
 &\overbrace{1.85 + 2.85 + \dots + n.85}^{\text{Kuruş}} = \overbrace{46,75}^{\text{TL}} \\
 &85(1 + 2 + 3 + \dots + n) = \frac{4675}{100} \cdot 100 \text{ (Kuruşa çevirdik.)} \\
 &85 \cdot \frac{n \cdot (n+1)}{2} = 4675 \\
 &\frac{n \cdot (n+1)}{2} = 55 \\
 &n \cdot (n+1) = 110 \\
 &n \cdot (n+1) = 10 \cdot 11 \\
 &n = 10
 \end{aligned}$$

1. 1'den 100'e kadar ardışık numaralandırılmış bir kitabın içinden bir yaprağı koparılıyor. Kalan yapraklardaki sayfa numaraları toplandığında sonuç 4931 çıkıyor.

Buna göre, koparılan yaprak üzerinde yazan sayfa numarasından büyük olan kaçtır?

- A) 56 B) 57 C) 58 D) 59 E) 60

2. Bir koşuda yarışacak adayların her birine bir numara verilmiştir.

- Koşuda yarışacak erkek atletlere 1'den başlayarak tek sayılar numara olarak verilmiştir ve en son numaralı erkek atletin numarası 71'dir.
- Koşuda yarışacak kadın atletlere 2'den başlanarak çift sayılar numara olarak verilmiştir.

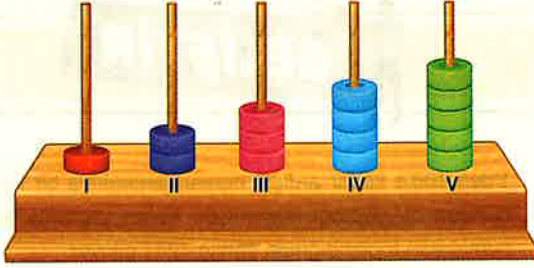
Bu koşuda yarışan kadın atlet sayısı erkek atlet sayısının 2 katıdır.

Buna göre, koşuda en son numara verilen kadın atletin numarası kaçtır?

- A) 142 B) 143 C) 144 D) 145 E) 146

ÖĞREN

2. Aşağıdaki düzenek yeterince uzunluğa sahip ve üzerine boncuk takılabilen bir 5 adet çubuktan oluşmaktadır.



Bu çubuklara soldan başlanarak sırasıyla 1, 2, 3, 4, 5 boncuk takılıyor. Sonrasında başa tekrar dönülüp 6, 7, 8, 9, 10 diye ardışık biçimde devam edecek şekilde bu düzende boncuklar takılıyor.

Buna göre, bu düzeneğe takılan 180. boncuk hangi çubukta yer alır?

ÇÖZÜM

Burada soru dikkatli bir şekilde okunduğunda sistem ardışık bir biçimde devam ediyor. Bu nedenle 180. boncuğun hangi ardışık sayılar arasında olduğu bulunmalıdır.

$$1+2+3+4+5+\dots+18=\frac{18 \cdot 19}{2}=171$$

$$1+2+3+\dots+19=\frac{19 \cdot 20}{2}=190$$

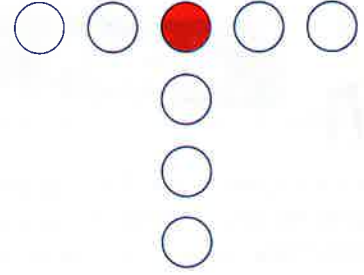
Buradan anlaşılan 18 defa boncuk takıldığında 171 boncuk takılıyor. 19 kez boncuk takıldığında ise 190 boncuk takılmış oluyor. Yani 180. boncuk 19. işlemde takılmıştır. Burada düzende 5 çubuk olduğu için 19'u 5'e bölersek hangi çubuk olduğu bulunur.

$$\begin{array}{r} 19 \div 5 \\ 15 \overline{) 19} \quad \text{3} \rightarrow \text{Sefer yapılmış} \\ \underline{15} \quad \text{4} \rightarrow \text{Çubuk} \end{array}$$

180. boncuk 4. çubuğa takılmıştır.

GELİŞTİR

3. Aşağıdaki dairelerden her birinin içine 1'den 9'a kadar olan rakamlardan birer tane yazılıyor.

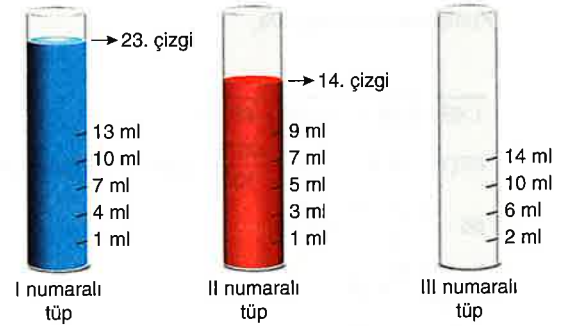


Satırda bulunan beş dairenin içerisindeki sayılar ile sütundaki dört dairenin içerisinde bulunan sayılar toplandığında sonuç 53 bulunuyor.

Buna göre, kırmızı renkli daire içerisinde yazan sayı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. Aşağıda kendi içlerinde belirli bir kurala göre eşit bölmelendirilmiş üç farklı deney tüpünün görünümü verilmiştir.



Bu tüplerden I ve II numaralı tüpler dolu, III numaralı tüp boştur.

I ve II numaralı tüplerdeki sıvılar III numaralı tüpe tamamen boşaltıldığında, III numaralı tüpteki sıvının yüksekliği kaçınca çizgide olur?

- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

HAZIRIM Testi 1

1. Elinde yeterince bardak bulunan Eda'nın her bir adımda yaptığı bardak kulelerinin bazılarının görünümü aşağıdaki gibidir.



Eda her bir adımda aynı düzende ve ardışık olacak biçimde bardak kuleleri yapıyor.

Buna göre, Eda'nın 10. adımda yaptığı bardak kulede kullandığı toplam bardak sayısı kaçtır?

- A) 27 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

2. Aşağıda üzerinde 1'den 15'e kadar ardışık sayıların yazıldığı bir puan çarkı ile bu çark üzerinde bulunan bir okun görünümü verilmiştir.



Bu çarkı çeviren her bir kişinin aldığı puan, çarkın gösterdiği sayı ile o sayının bir önceki ve bir sonraki sayısının toplamı şeklinde hesaplanmaktadır.

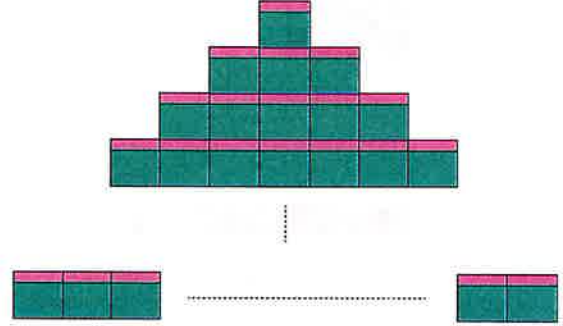
Örneğin; Çark 6 sayısında durduğunda alınan puan,

$$7 + 6 + 8 = 18 \text{ olmaktadır.}$$

Buna göre, bu çarkı çeviren bir kişinin alabileceği kaç farklı puan vardır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 15 E) 16

3. Aşağıda üst üste tek sıra hâlinde ardışık biçimde dizilmiş kutuların görünümü verilmiştir.



Bu yapıda bulunan toplam kutu sayısı 225 tanedir.

Buna göre, en alt sırada bulunan toplam kutu sayısı kaçtır?

- A) 27 B) 29 C) 31 D) 33 E) 35

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

4. Aşağıda 1'den 20'ye kadar numaralandırılmış ve her birinin üzerinde kendi numarası yazılan hedeflerin görünümü verilmiştir.

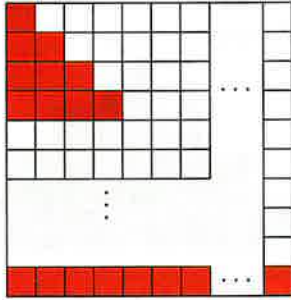


Bu hedeflerin her birine birer atış yapan Burçin sadece bir hedefi vuramayıp diğerlerini vurmuştur. Vurulan hedefler üzerinde yazan sayıların toplamı 196'dır.

Buna göre, Burçin kaç numaralı hedefi vuramamıştır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

5. Tuğçe kare şeklindeki bir kâğıtla aşağıdaki gibi ardışık olacak biçimde karalama oyununu oynuyor.



Bu oyunu oynarken en üst 1. satırda 1, 2. satırda 2, 3. satırda 3 ve bu düzende ardışık olacak biçimde birimkareler boyanarak son satırdaki tüm kareler boyandığında oyun bitiyor.

Tuğçe bu oyunu bitirdiğinde toplam 78 birimkare boyandığına göre, bu sayfanın tek yüzünde toplam kaç birimkare vardır?

- A) 100 B) 121 C) 144 D) 169 E) 196

7. Aşağıdaki şekilde düzgün altıgenlerin belirli bir düzende yapıştırılmasıyla elde edilen 3 farklı şeklin görünümü verilmiştir.



1. şekil

2. şekil

3. şekil

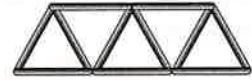
Bu şekillerde altıgenlerin birbirine değen ortak kenarları yapıştırma çizgisidir.

Örneğin; 2. şeklin yapıştırma çizgisi 3'tür.

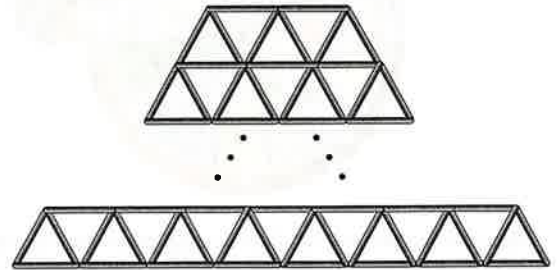
Buna göre, 10. şeklin toplam yapıştırma çizgi sayısı kaçtır?

- A) 90 B) 115 C) 135 D) 152 E) 160

8. Aşağıda her birinin uzunluğu aynı olan 11 tane özdeş demir çubuk kullanılarak oluşturulan bir yapının görünümü verilmiştir.



Bu demir çubuklar kullanılarak belirli bir düzende oluşturulan şekil aşağıdaki gibidir.



Buna göre, bu şekli oluşturmak için kullanılan toplam demir çubuk sayısı kaçtır?

- A) 98 B) 99 C) 100 D) 101 E) 102

6. Aşağıda belirli bir kurala göre dizilen 100 tane domino taşı verilmiştir.



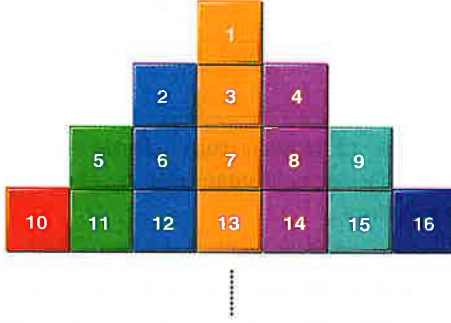
Bu domino taşlarının üzerinde yer alan noktaların toplam sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 592 B) 598 C) 600 D) 602 E) 604

Y
A
R
G
I
Y
A
Y
I
N
E
V
İ

HAZIRIM Testi 2

1. Aşağıdaki kutular içerisine yazılan ardışık sayıların görünümü verilmiştir.



Bu şeklin 10. sırasının ortasındaki kutunun içerisinde yazılı olan sayı kaçtır?

- A) 61 B) 75 C) 87 D) 91 E) 101

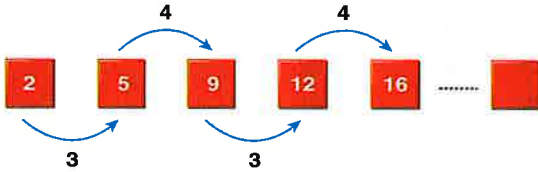
2. Ardışık pozitif doğal sayılardan tam kare olan sayıların silinmesiyle elde edilen

2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, ...

sayı dizisinin 100. terimi kaçtır?

- A) 108 B) 109 C) 110 D) 111 E) 112

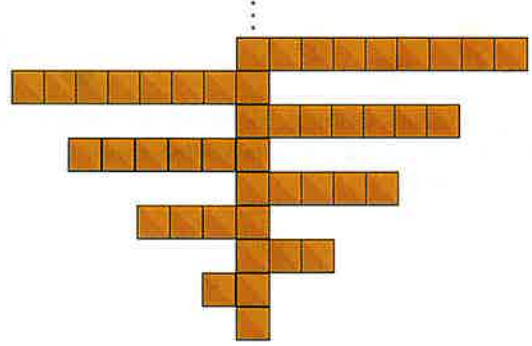
3. Tarık defterine aşağıdaki gibi kareler çizip içerisine belirli bir düzende ilerleyen sayıları yazıyor.



Tarık'ın bu şekilde oluşturduğu sayı dizisinde 33. karede yazan sayı kaçtır?

- A) 107 B) 110 C) 114 D) 117 E) 121

4. Aşağıda Nazlı'nın odasının duvarına ardışık olacak şekilde yaptırdığı karelerden oluşan kitaplığının görünümü verilmiştir.

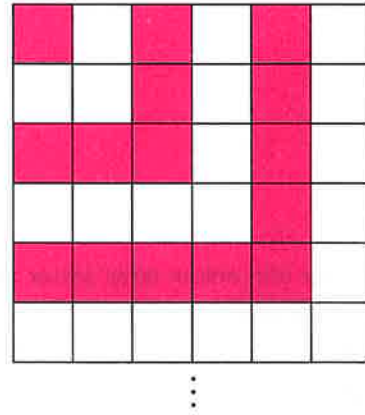


Nazlı'nın yaptırmış olduğu bu kitaplıktaki toplam kare sayısı 190 tanedir.

Buna göre, kitaplık kaç sıradan oluşmaktadır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

5. Aşağıda birimkarelerden oluşan kare şeklindeki bir kâğıdın görünümü verilmiştir.



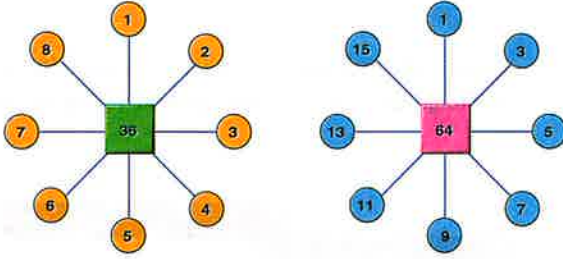
Bu kâğıdın bazı parçaları şekildeki düzende bir sıra ve bir sütun atlanarak şekildeki gibi boyanıp karenin bir kenarının tamamı boyandığında son buluyor.

Bu kâğıdın toplam boyalı birimkarelerinin sayısı toplam boyasız birimkarelerinin sayısından 29 fazladır.

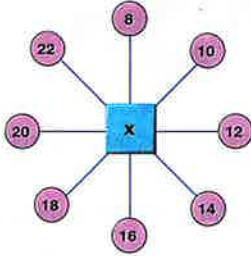
Buna göre, toplam boyalı kare sayısı kaçtır?

- A) 432 B) 433 C) 434 D) 435 E) 436

6.



Yukarıda verilen şekillerde, merkezde olan karenin içindeki sayı ile etrafında bulunan kare içindeki sayılar arasında bir bağıntı vardır.



Buna göre, x kaçtır?

- A) 106 B) 112 C) 116 D) 120 E) 126

7. 1 den 80 e kadar olan ardışık doğal sayılar soldan sağa doğru yan yana yazılarak

12345.....80

sayısı elde ediliyor.

Buna göre, bu sayının soldan 107. basamağındaki sayı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

8.

		10	12
		9	
			8

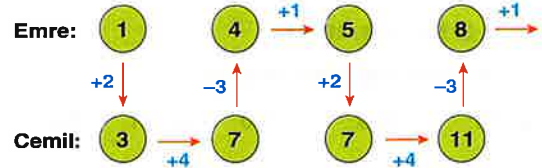
Yukarıdaki 12 kareden oluşan şekilde her bir kareye 1'den 12'ye kadar olan sayılardan yalnız bir tanesi aşağıdaki kurala göre yazılıyor.

- Her bir satırdaki sayılar soldan sağa doğru artmaktadır.
- Her bir satırdaki sayıların toplamı birbirine eşittir.

Buna göre, 5 ile aynı satır ya da sütunda bulunan sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 9 E) 11

9. Aşağıda Emre ile Cemil'in oynadığı bir sayı oyununun terimleri verilmiştir.



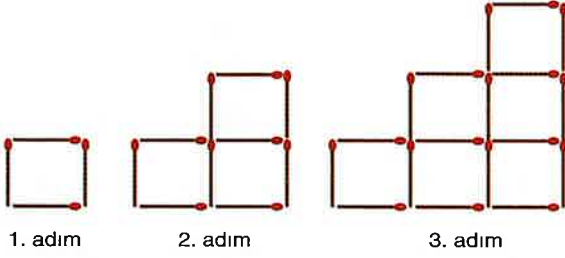
Oyuna Emre 1 yazarak başlıyor ve sırası gelen kişi oklar yönünde düzenli olarak okun yanındaki işlemi yaparak boş dairenin içine bulduğu sayıyı yazıyor.

Buna göre, bu oyunda 30. dairenin içerisine kim hangi sayıyı yazar?

	Kişi	Sayı
A)	Emre	29
B)	Emre	31
C)	Cemil	29
D)	Cemil	31
E)	Cemil	35

SIRA DIŞI SORULAR Testi 3

1. Aşağıda eşit uzunluktaki kibrit çubukları kullanılarak oluşturulan üç farklı şeklin görünümü verilmiştir.



Bu düzende oluşturulan bir yapının 10. adımında kullanılan toplam kibrit çubuğu sayısı kaçtır?

- A) 122 B) 124 C) 126 D) 128 E) 130

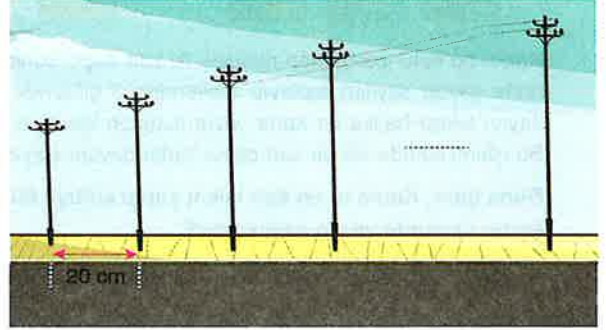
2. Aşağıdaki şekilde yukarıdan aşağıya doğru ardışık çift sayılar soldan sağa doğru artacak düzende boş kareler içerisine yazılıyor.



Buna göre, aşağıdaki sayılardan hangisi 244 ile aynı satırdadır?

- A) 236 B) 240 C) 260 D) 274 E) 280

3. Aşağıdaki şekilde bir yol üzerine kısdan uzuna doğru ardışık bir biçimde artan ve eşit aralıklarla dizilen direklerin görünümü verilmiştir.

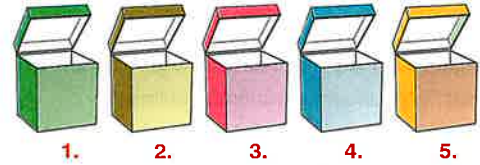


Bu yola dizilen ilk ve son direğin arasındaki mesafe 3,8 m ve dizilen tüm direklerin boyları toplamı 6,1 m dir.

Buna göre, yola dikilen en kısa direğin boyu kaç cm dir?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

4. Aşağıda 1 den 5 e kadar numaralandırılmış ileri boş olan kutuların görünümü verilmiştir.



Tuğçe bu kutulara sırasıyla 1 den başlayıp 1. turda kutu numarası kadar bilye atıyor, 2. turda ise tekrar başa dönüp kutu numarasının 2 katı kadar bilye atıyor ve diğer turlarda da benzer biçimde kutu numarası ile tur sayısının çarpımı kadar bilye atıp, elindeki bilyeler bittiğinde oyunu bitiriyor.

Tuğçe'nin oynadığı bu oyunda son bilyeleri kurala göre 3. kutuya attığında elinde bilye kalmıyor ve 3. kutuda toplam 234 bilye birikiyor.

Buna göre, oyun sonunda 5. kutuda toplam kaç bilye birikmiőtir?

- A) 265 B) 275 C) 290 D) 310 E) 330

5. Karan 1 den 99 a kadar olan ardışık tek sayıların her birini aşağıdaki gibi kartların üzerine sırasıyla yazıyor ve boş bir kutunun içerisine atıyor.

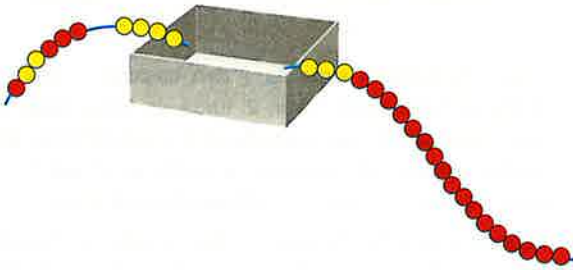


Karan bu kutu içerisinden rastgele iki kart seçip bunlar üzerinde yazan sayıları toplayıp toplamdan 3 çıkartıyor ve bu sayıyı tekrar başka bir karta yazıp kutunun içerisine atıyor. Bu işlemi kutuda tek bir kart olana kadar devam ediyor.

Buna göre, Karan'ın en son işlem yapıp kutuya attığı tek kartın üzerinde yazan sayı kaçtır?

- A) 2349 B) 2350 C) 2351 D) 2352 E) 2353

6. Aşağıdaki şekilde belirli bir kurala göre bir ipe dizilmiş kırmızı ve sarı boncukların görünümü verilmiştir.



Bu ip içi boş olan kutuya konulduğunda ip üzerindeki bazı boncuklar şekildaki gibi dışarıda kalıyor.

Buna göre, kutu içerisinde kalan görünmeyen kırmızı ve sarı boncukların toplam sayısı kaçtır?

- A) 119 B) 120 C) 121 D) 122 E) 123

7. Aşağıda daireler içerisine belirli bir kurala göre ardışık sayılar yazılıyor.



Daire içlerine yazılan sayılarla ilgili olarak aşağıdakiler biliniyor.

- Her sırada o sıranın numarası kadar doğal sayı bulunmaktadır.
- Her sıra o sıranın numarası ile başlayan soldan sağa doğru artan ardışık sayılardan oluşmaktadır.

Bu sayılarla 1. sıradan başlanarak tüm satırlardaki sayılar soldan sağa doğru yazılarak

1, 2, 3, 3, 4, 5, 4, 5, 6, 7, ...

biçiminde yeni bir dizi oluşturuluyor.

Buna göre, oluşturulan bu dizinin 195. terimi aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

8. Furkan ile Derya sınıf tahtasına aşağıdaki sayıları ardışık olacak biçimde yazıyorlar.



Buna göre, Furkan ile Derya'nın yazdığı sayılardan kaç tanesi aynıdır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

TİP 1

Bu bölümde faktöriyel ne anlama geldiğini öğreneceğiz.

Tanım: n doğal sayı olmak üzere 1'den n'ye kadar olan ardışık sayıların çarpımıdır.

1'den n'ye kadar olan ardışık sayıların çarpımı n! biçiminde ifade edilir.

Örnek: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 6 = 6!$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10 = 10!$$

TAKTİK 1

TAKTİK 2

Bazı sayıların faktöriyelerini bilmek işimizi kolaylaştırır.

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

Çift sayı

Çift sayı

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

Sayının sonunda sıfır vardır.

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

TAKTİK 3

Bazı sorularda faktöriyeli açmamız gerekebilir. Açarken geriye git. Hangi sayıda durursan sonuna ! işaretini at.

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8!$$

$$6! = 6 \cdot 5!$$

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2)!$$

$$(n + 3)! = (n + 3) \cdot (n + 2)!$$

$$(2n)! = 2n \cdot (2n - 1) \cdot (2n - 2)! \text{ gibi...}$$

ÖĞREN

GELİŞTİR

1.

$$\frac{5! + 6!}{4!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda en küçük faktöriyele göre ifade açılarak sadeleştirme yapılır.

$$\frac{5! + 6!}{4!} = \frac{5 \cdot 4! + 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} = \frac{4! \cdot (5 + 30)}{4!} = 35$$

1.

$$\frac{7! + 8!}{6!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 48 B) 56 C) 63 D) 70 E) 76



ÖĞREN

2.

$$\frac{7! - 6!}{6! + 7!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda sayılardan en küçüğüne benzetme işlemi ile çözüm yapılır.

$$\frac{7! - 6!}{6! + 7!} = \frac{7 \cdot 6! - 6!}{6! + 7 \cdot 6!} = \frac{6! \cdot (7 - 1)}{6! \cdot (1 + 7)}$$

$$= \frac{6! \cdot 6}{6! \cdot 8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \text{ tür.}$$

3.

$$\frac{(4!)^2 - (3!)^2}{(4!)^2 + (3!)^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Aynı şekilde en küçük sayıya göre faktöriyel açılımı yapılır.

$$\begin{aligned} \frac{(4!)^2 - (3!)^2}{(4!)^2 + (3!)^2} &= \frac{(4 \cdot 3!)^2 - (3!)^2}{(4 \cdot 3!)^2 + (3!)^2} \\ &= \frac{4^2 \cdot (3!)^2 - (3!)^2}{4^2 \cdot (3!)^2 + (3!)^2} = \frac{(3!)^2 \cdot (4^2 - 1)}{(3!)^2 \cdot (4^2 + 1)} \\ &= \frac{(3!)^2 \cdot 15}{(3!)^2 \cdot 17} = \frac{15}{17} \end{aligned}$$



GELİŞTİR

2.

$$\frac{11! + 10!}{11! - 10!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{6}$

3.

n kenarlı bir çokgen içine yazılan A doğal sayısı için,

- n tek ise $(A + n)!$
- n çift ise $(A - n)!$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,



işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4.

$$\frac{(6!)^2 + (5!)^2}{(6!)^2 - (5!)^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{27}{35}$ B) $\frac{37}{35}$ C) $\frac{43}{35}$ D) $\frac{52}{35}$ E) $\frac{63}{35}$

ÖĞREN

4. $\frac{(n+1)!}{n!} - \frac{n!}{(n-1)!}$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz ifadeli sorularda ilk bakılacak şey ifadelerin birbirine çevrilip çevrilmeme durumudur.

$$\begin{aligned}\frac{(n+1)!}{n!} - \frac{n!}{(n-1)!} &= \frac{(n+1) \cdot \cancel{n!}}{\cancel{n!}} - \frac{n \cdot \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} \\ &= (n+1) - n \\ &= n+1-n \\ &= 1 \text{ 'dir.}\end{aligned}$$

5. $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} : \frac{(n+2)!}{n!} = \frac{7}{9}$

olduğuna göre, n kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda verilen ifadeler birbirine benzetilerek faktöriyel işaretlerinden kurtulunmalıdır.

$$\begin{aligned}\frac{(n+1)!}{(n-1)!} : \frac{(n+2)!}{n!} &= \frac{7}{9} \\ \frac{(n+1) \cdot \cancel{n \cdot (n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} : \frac{(n+2) \cdot (n+1) \cdot \cancel{n!}}{\cancel{n!}} &= \frac{7}{9} \\ (\cancel{n+1}) \cdot n \cdot \frac{1}{(n+2) \cdot \cancel{(n+1)}} &= \frac{7}{9} \\ \frac{n}{n+2} \cdot \frac{7}{9} &\Rightarrow 9n = 7n + 14 \\ 2n &= 14 \Rightarrow n = 7\end{aligned}$$

GELİŞTİR

5. $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} - \frac{n!}{(n-2)!}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $n - 2$ B) $n - 1$ C) n
D) $n + 1$ E) $2n$

6. $\frac{(n+1)!}{n!} + \frac{(n-2)!}{(n-3)!} = 17$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Y
A
R
G
I
Y
A
Y
I
N
E
V
İ

7. a ve b doğal sayılar ve $a > b$ olmak üzere,

$$a \boxed{b} = (a - b)!$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre,

$$n \boxed{2} + n \boxed{3} - 2 \cdot (n \boxed{4}) = n \boxed{2}$$

eşitliğini sağlayan n değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÖĞREN

6.

$$\frac{(n-1)! + (n-2)!}{(4-2n)! + n!}$$

İfadesinin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda birbirine benzetilemeyen ifadeler varsa, bu durumda her bir ifadenin içini sıfırdan büyük ve eşit olacak şekilde tek tek işlem yap ve sağlayan n değerini bul.

$$\frac{(n-1)! + (n-2)!}{(4-2n)! + n!}$$

$$n-1 \geq 0 \Rightarrow n \geq 1$$

$$n-2 \geq 0 \Rightarrow n \geq 2$$

$$4-2n \geq 0 \Rightarrow 4 \geq 2n \Rightarrow 2 \geq n$$

$$n \geq 0$$

Tüm n ifadeleri değerlendirildiğinde,

$$2 \geq n \geq 2$$

olduğu için $n = 2$ 'dir. Bu durumda,

$$\begin{aligned} \frac{(n-1)! + (n-2)!}{(4-2n)! + n!} &= \frac{(2-1)! + (2-2)!}{(4-4)! + 2!} \\ &= \frac{1! + 0!}{0! + 2!} = \frac{1+1}{1+2} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Not: Bu sorularda tüm ifadelerin içlerini ayrı ayrı sıfıra eşitle. Aynı değerden 2 tane gelirse sağlayan bu değeri n yerine yaz.

GELİŞTİR

8.

$$\frac{(2n-6)! \cdot (3-n)!}{(n-1)! \cdot n!}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

9.

$$\frac{(2n-4)! + (3-n)!}{(2-n)! + (n-1)!}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

10.

$$(a-3)! = (7-b)!$$

eşitliğini sağlayan a ve b sayıları için, $a + b$ toplamının alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

- A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

ÖĞREN

7. $\frac{(2n+4)!}{132} = 10!$

eşitliğini sağlayan n değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda eşitliğin her iki tarafında da faktöriyel işareti olduğu için içler dışlar çarpımı yapılarak ifade düzenlenir.

$$\begin{aligned} \frac{(2n+4)!}{132} = 10! &\Rightarrow (2n+4)! = 132 \cdot 10! \\ (2n+4)! &= 12 \cdot 11 \cdot 10! \\ (2n+4)! &= 12! \\ 2n+4 = 12 &\Rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4 \end{aligned}$$

8. a ve b doğal sayı olmak üzere,

$$a! = 20 \cdot b!$$

eşitliği sağlanıyor.

Buna göre, a 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda faktöriyel ifadeleri bölüm hâline getirilip eşitliğin sağlandığı durumlar incelenir.

$$a! = 20 \cdot b! \Rightarrow \frac{a!}{b!} = 20$$

Burada 20 ifadesinin çıkabilmesi için bir önceki sayı olan 19! sadeleşmiş olabilir.

$$\frac{a!}{b!} = \frac{20 \cdot 19!}{19!} = \frac{20!}{19!} \Rightarrow a = 20$$

ya da 20 ifadesi $20 = 5 \cdot 4$ şeklinde olup bir önceki sayı olan 3! sadeleşmiş olabilir.

$$\frac{a!}{b!} = 20 \Rightarrow \frac{a!}{b!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = \frac{5!}{3!} \Rightarrow a = 5$$

Bu durumda a 'nın alabileceği değerler toplamı,

$$20 + 5 = 25 \text{ tir.}$$

GELİŞTİR

11. $11! - x \cdot 10! = 30 \cdot 9!$

eşitliğini sağlayan x tam sayı değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

12. $a! = 56 \cdot b!$

eşitliğini sağlayan, b değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 59 B) 60 C) 61 D) 62 E) 63

13. Aşağıda içerisinde 1'den 100'e kadar ardışık sayıların yazılı olduğu altıgenlerden oluşan bir hedef verilmiştir.



Bu altıgen hedefe atış yapacak olan Tuğçe ve Gamze'nin yaptıkları atış ile ilgili aşağıdakiler biliniyor.

- Her biri bir atış yapıp altıgenlerden birini vuruyor.
- Vurdıkları sayıya kadar olan ardışık sayıları çarpıp atış puanını belirliyorlar.

Hedefe yaptıkları atış sonunda aldıkları puanların oranı 30'dur.

Buna göre, vurdıkları sayıların toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

TİP 2

Bu bölümde bir faktöriyel ifadesinin içindeki asal sayı adedini bulmayı öğreneceğiz.

TAKTİK

$n!$ sayısının içerisindeki herhangi bir asal sayının kaç adet olduğunu bulmak için faktöriyel sayısı bu asal sayıya bölünür, bulunan bölüm sayıları da sürekli bölünür. En sonunda ise bulunan tüm bölümler toplanarak asal sayı adedi bulunur.

Örnek: 20! sayısının içerisinde 3 asal sayısından kaç tane olduğunu bulmak istersek,

$$\begin{array}{r} 20 \div 3 = 6 \\ 6 \div 3 = 2 \\ 2 \div 3 = 0 \end{array}$$

$6 + 2 = 8$ tane 3 vardır.

ÖĞREN

1. a ve b doğal sayılar,

$$18! = 2^a \cdot b$$

olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada 18 faktöriyelin içindeki 2 sayısının en fazla kaç tane olduğu soruluyor. Verilen sayı ile birlikte bölümleri de sürekli bölünerek en son durumda tüm bölümler toplanır.

$$\begin{array}{r} 18 \div 2 = 9 \\ 9 \div 2 = 4 \\ 4 \div 2 = 2 \\ 2 \div 2 = 1 \end{array}$$

$$a = 9 + 4 + 2 + 1 = 16 \text{ 'dir.}$$

GELİŞTİR

1. a ve b doğal sayılar,

$$27! = 3^a \cdot b$$

olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

2. a, b ve c doğal sayılar,

$$10! = 2^a \cdot 3^b \cdot c$$

olduğuna göre, c'nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 100 B) 125 C) 150 D) 175 E) 200

ÖĞREN

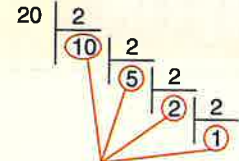
2. x, y ve z pozitif doğal sayılardır.

$$20! = 2^x \cdot 3^y \cdot z$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

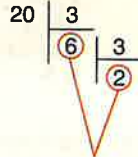
ÇÖZÜM

Bu soruda da $20!$ sayısının içerisindeki 2 ve 3 asal sayılarından en çok kaç tane olduğu bulunmalıdır.



$$x = 10 + 5 + 2 + 1 = 18$$

$$x + y = 18 + 8 = 26 \text{ dir.}$$



$$y = 6 + 2 = 8$$

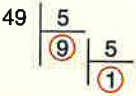
3. a ve b doğal sayılardır.

$$49! = 5^a \cdot b$$

olduğuna göre, a 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda a 'nın en büyük değeri bulunursa tanım kümesine göre diğer değerler de kolayca bulunur.



$$a = 9 + 1 = 10 \rightarrow \text{En büyük değer}$$

$$a = 0 \rightarrow \text{En küçük değer}$$

Bu durumda $a = 0, 1, 2, 3, \dots, 10$ değerlerini alır.

Toplam ise

$$a = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$= \frac{10 \cdot 11}{2} = 55 \text{ tir.}$$

GELİŞTİR

3. a, b ve c doğal sayılardır.

$$13! = 3^a \cdot 5^b \cdot c$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. a, b ve c doğal sayılardır.

$$10! - 8 \cdot 8! = 3^a \cdot 5^b \cdot c$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. a ve b doğal sayılardır.

$$23! = 3^a \cdot b$$

olduğuna göre, a kaç farklı değer alır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

TİP 3

Bu bölümde verilen bir faktöriyel sayısının içindeki herhangi bir asal olmayan sayıdan kaç tane olduğunu bulmayı öğreneceğiz.

TAKTİK

15! sayısının içerisinde kaç tane 6 olduğu sorulursa,

$15! = 6^x \cdot y$ gibi yazılabilir.

$15! = 2^x \cdot 3^x \cdot y$ — Burada 6 sayısı 2 ve 3 şeklinde yazılıp genellikle büyük olana bakılır.

$$\begin{array}{r} 15 \quad 3 \\ \hline 5 \quad 3 \\ \hline 1 \end{array}$$

$x = 5 + 1 = 6$ olduğu için 6 sayısından 6 tane bulunur.

ÖĞREN

1. a ve b doğal sayılar,

$$23! = 15^a \cdot b$$

olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada 23! sayısının içindeki 15 sayısının en çok kaç tane olduğu soruluyor. 15 sayısı asal olmadığı için asal çarpanlarına ayrılır ve bu asal çarpanlardan büyük olana bölünür. Çünkü büyük sayıdan az sayıda geldiği için 15'i o belirler.

$$23! = 15^a \cdot b \Rightarrow 23! = 3^a \cdot 5^a \cdot b$$

$$\begin{array}{r} 23 \quad 5 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \quad 3 \\ \hline 7 \quad 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

Burada 5 sayısından 4 tane, 3 sayısından 9 tane gelir ancak, $5^4 \cdot 3^9 = 5^4 \cdot 3^4 \cdot 3^6 = 15^4 \cdot 3^6$ olduğu için 5'in kuvveti kadar 15 oluşur. Yani cevap 4'tür.

$$\begin{array}{r} 23 \quad 5 \\ \hline 4 \end{array}$$

GELİŞTİR

1. x ve y doğal sayılar,

$$36! = 6^x \cdot y$$

olduğuna göre, x'in en büyük değeri kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

2. a ve b doğal sayılar,

$$56! = 21^a \cdot b$$

olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12



ÖĞREN

2. a ve b doğal sayılardır.

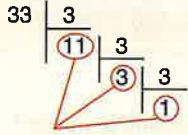
$$33! = 9^a \cdot b$$

olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada 33! in içindeki 9 sayısı sorulduğu için $9 = 3^2$ şeklinde yazılıp 3 sayılarına bakılır.

$$33! = 3^{2a} \cdot b$$



$$2a = 11 + 3 + 1$$

$$\frac{2a}{2} = \frac{15}{2} \Rightarrow a = 7,5$$

Sağlayan en büyük doğal sayı $a = 7$ 'dir.

3. a ve b doğal sayılardır.

$$24! = 12^a \cdot b$$

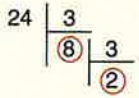
olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

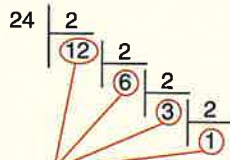
Burada 12 sayısı aralarında asal olacak şekilde $3 \cdot 4$ yazılır ve 3 ve 4 sayısına bakılır.

$$24! = 12^a \cdot b \Rightarrow 24! = 3^a \cdot 4^a \cdot b$$

$$24! = 3^a \cdot 2^{2a} \cdot b$$



$$a = 8 + 2 = 10$$



$$2a = 22$$

$$a = 11$$

Burada $a = 10$ daha küçük olduğu için cevap 10'dur.



GELİŞTİR

3. x ve y doğal sayılardır.

$$27! = 8^x \cdot y$$

olduğuna göre, x'in en büyük değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. a ve b doğal sayılardır.

$$18! + 19! = 9^a \cdot b$$

olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. x ve y doğal sayılardır.

$$36! = 72^a \cdot b$$

olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

TİP 4

Bu bölümde verilen "Bir faktöriyelın sondan ardışık kaç basamağında sıfır vardır?" sorusunun nasıl bulunacağını öğreneceğiz.

TAKTİK 1

$x!$ sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır dersek burada sıfır demek $10 = 2 \cdot 5$ yani faktöriyelın içindeki 5 sayısı bulunur.

TAKTİK 2

$x! + y!$ sayısının sondan kaç basamağı sıfır dersek,

- Sayılar ardışık değilse küçük olan sayı 5'e bölünür.
- Sayılar ardışık ise bu durumda ifade düzenlenip çarpım durumuna getirilerek, düzenlenen ifadenin içindeki toplam 5 sayısı bulunur.

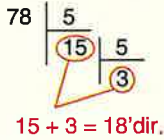


ÖĞREN

1. 78! sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

ÇÖZÜM

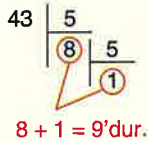
Sayı sürekli 5'e bölünür.



2. $43! + 50!$ sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

ÇÖZÜM

Verilen sayılar ardışık olmadığı için küçük sayıya bakılır.



GELİŞTİR

1. 99! sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

2. $27! + 33!$

sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÖĞREN

3. $38! + 39!$

sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

ÇÖZÜM

Sayılar ardışık olduğu için düzenlenip içerisindeki toplam 5 sayısı bulunmalıdır.

$$\begin{aligned}
 38! + 39! &= 38! + 39 \cdot 38! \\
 &= 38! \cdot (1 + 39) \\
 &= 38! \cdot 40
 \end{aligned}$$

$$38! + 39! = \overbrace{38!}^{8 \cdot 5} \cdot \overbrace{40}^{1 \cdot 5} \rightarrow 1 \text{ tane } 5 \text{ var.}$$

$$\begin{array}{r}
 38 \quad | \quad 5 \\
 \quad | \quad 7 \quad 5 \\
 \quad | \quad \quad 1
 \end{array}$$

$$7 + 1 = 8 \text{ tane } 5 \text{ var.}$$

Toplam 5 sayısı $8 + 1 = 9$ tane olduğu için 9 tane sıfır vardır.

4. $x!$ sayısının sondan 8 basamağı sıfır olduğuna göre, x 'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada tersten gidilerek çözüm yapılmalıdır, yani hangi faktöriyel sonuna 8 tane sıfır var, o bulunmalıdır.

$$\begin{array}{r}
 35 \quad | \quad 5 \\
 \quad | \quad 7 \quad 5 \\
 \quad | \quad \quad 1
 \end{array}
 \quad , \quad
 \begin{array}{r}
 36, 37, 38, 39, 40 \quad | \quad 5 \\
 \quad | \quad 8 \quad 5 \\
 \quad | \quad \quad 1
 \end{array}$$

Bu nedenle,

$$x! = 35!, 36!, 37!, 38!, 39! \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned}
 x\text{'ler toplamı ise } &35 + 36 + 37 + 38 + 39 \\
 &= 185\text{'tir.}
 \end{aligned}$$

GELİŞTİR

3. $48! + 49!$

sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

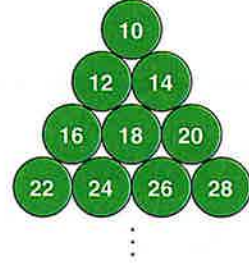
- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

4. Aşağıda belirli bir düzene göre oluşturulmuş daireler ve bunların içerisine soldan sağa ve yukarıdan aşağıya doğru artan ardışık çift sayıların görünümü verilmiştir.

1. sıra

2. sıra

3. sıra



Buna göre, oluşturulan bu şekilde ilk 20 sırada bulunan tüm sayıların çarpımının sondan kaç basamağı sıfırdır?

- A) 47 B) 48 C) 49 D) 50 E) 51

5. $n!$ sayısının sondan 6 basamağı sıfır olduğuna göre, n 'nin alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

- A) 125 B) 130 C) 135 D) 140 E) 145

TİP 5

Bu bölümde verilen "Bir faktöriyelin sondan kaç basamağında 9 sayısı vardır?" sorusunun nasıl bulunacağını öğreneceğiz.

TAKTİK 1

$x! - 1$ sayısının sondan kaç basamağı 9 dersek, $x!$ 'in içindeki sıfır sayısı bulunur. Yani 5'e bölünür.

TAKTİK 2

$x! + y! - 1$ sayısının sondan kaç basamağı 9 dersek,

- I. Sayılar ardışık değilse küçük sayı 5'e bölünür.
- II. Sayılar ardışık ise düzenlenerek toplam 5 sayısı bulunur.

ÖĞREN

1. $45! - 1$
sayısının sondan kaç basamağı 9'dur?

ÇÖZÜM

Burada faktöriyel içindeki sıfır sayısı bulunur. Yani sayı 5'e bölünür.

$$\begin{array}{r} 45 \mid 5 \\ \hline 9 \mid 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$9 + 1 = 10$ tane dir.

2. $24! + 23! - 1$
sayısının sondan kaç basamağı 9'dur?

ÇÖZÜM

Burada sayılar ardışık olduğu için düzenlenip içindeki toplam 5 sayısı bulunur.

$$\begin{aligned} 24! + 23! - 1 &= 24 \cdot 23! + 23! - 1 \\ &= 23!(24 + 1) - 1 \\ &= 23! \cdot 25 - 1 \end{aligned}$$

$$24! + 23! = \boxed{23!} \cdot \boxed{25} - 1$$

$5 \cdot 5 \rightarrow 2$ tane 5 var.

$$\begin{array}{r} 23 \mid 5 \\ \hline 4 \end{array}$$

$4 \rightarrow 4$ tane 5 var.

Sondan 9 sayısı bu durumda $4 + 2 = 6$ 'dır.

GELİŞTİR

1. $80! - 1$
sayısının sondan kaç basamağı 9'dur?
A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

2. $73! + 74! - 1$
sayısının sondan kaç basamağı 9'dur?
A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

HAZIRIM Testi 1

1. $0! + 1! + 2! + 3! + \dots + 100!$

toplamının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. İçinde bir A doğal sayısının yazılı olduğu n kenarlı çokgen sembolünün değeri,

 $= (A - 1) \cdot (A - 2) \cdot \dots \cdot (A - n)$ çarpımına eşittir.

Örnek:  $= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 720$

Buna göre,

 $\div$ 

bölümünün değerini gösteren sembol aşağıdakilerden hangisidir?

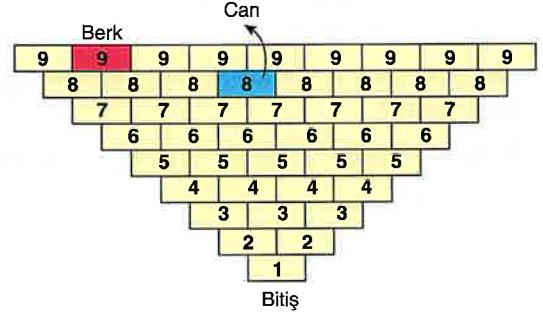
- A)  B)  C) 
D)  E) 

3.
$$\frac{\frac{1}{4!} + \frac{1}{5!}}{\frac{1}{5!} - \frac{1}{4!}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

4. Aşağıda Berk, Can ve Ali'nin yere çizdikleri bir oyunun görünümü verilmiştir.



Bu oyunda Berk ile Can'ın bulundukları noktalar şekildeki gibi olup oyun ile ilgili aşağıdakiler biliniyor.

- Herkes bulunduğu noktadan birer birer zıplayarak en kısa yoldan bitişe ulaşacaktır.
- Her oyuncu geçtiği yerdeki sayıları çarpıp puanını bulacaktır.

Oyun sonunda Berk ile Can'ın aldıkları toplam puan Ali'nin aldığı puanın 80 katıdır.

Buna göre, Ali oyuna kaç numaralı bölgeden başlamıştır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. $11! + 12!$ toplamının sonucu aşağıdaki sayılardan hangisine tam bölünemez?

A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

6. a ve b pozitif doğal sayıları için,

$$6! + 7! + 8! = 2^a \cdot b$$

olduğuna göre, a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

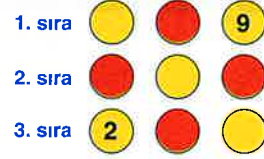
7. x bir doğal sayı olmak üzere,

$$\frac{72!}{5^x}$$

ifadesi bir tam sayı olduğuna göre, x en çok kaç olabilir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

8. 1 den 9 a kadar olan ardışık doğal sayılar aşağıdaki daire içlerine soldan sağa artacak biçimde yerleştirilecektir.



Bu yerleştirme sonucunda her sıradaki daire içerisindeki sayıların toplamı birbirine eşit oluyor.

Buna göre, kırmızı renkli daire içerisindeki sayıların çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4! B) 5! C) 2.5! D) 6! E) 2.6!

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

9. n doğal sayı ve x pozitif tam sayıdır.

$$14! + 15! = 4^n \cdot x$$

olduğuna göre, n nin alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

A) 15 B) 16 C) 28 D) 64 E) 120

10. Aşağıda 12 küpten oluşan bir şeklin görünümü verilmiştir.



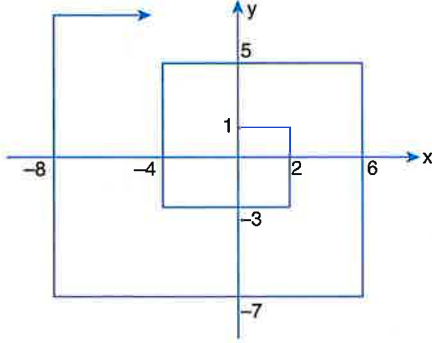
Bu küplerin üst yüzeylerine 1'den 12'ye kadar olan ardışık sayılar, yan yüzeylerine ise 2'den 28'e kadar olan ardışık çift sayılar şekildeki gibi yazılıyor.

Buna göre, bu küpün yan yüzeyinde yazılı olan sayıların çarpımının üst yüzeyinde yazılı olan sayıların çarpımına oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $13 \cdot 2^9$ B) $13 \cdot 2^{10}$ C) 2^{12}
D) $7 \cdot 2^{15}$ E) $91 \cdot 2^{15}$

HAZIRIM Testi 2

1. Aşağıda koordinat sisteminde hareket eden bir robotun ilerleyişinin görünümü verilmiştir.



Bu robot başlangıç noktası olan y ekseninin 1 noktasından başlayıp saat yönünde ardışık olacak biçimde şekildeki gibi x ve y eksenlerinden geçiyor. Robot x eksenine 12. kez geçtikten sonra başladığı y ekseninde duracak biçimde hareket ediyor.

Buna göre, robotun eksenler üzerinde değiştiği tüm noktaların çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -25! B) -12! C) 12!
D) 24! E) 25!

2. a ve x doğal sayılar olmak üzere,

$$[a - x] = a \cdot (a - 1)(a - 2) \dots (a - x)$$

$$[a + x] = a \cdot (a + 1)(a + 2) \dots (a + x)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

$$\frac{[5 + 4]}{[7 - 1]}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 300 B) 320 C) 360 D) 420 E) 540

3. Ardışık üç doğal sayının çarpımı şeklinde yazılabilen sayıya çarpışık sayı denir.

$$6 = 1 \cdot 2 \cdot 3$$

olduğundan 6 bir çarpışık sayıdır.

Bir A çarpışık sayısından büyük en küçük çarpışık sayı B olmak üzere,

$$\frac{A}{B} = \frac{4}{7}$$

olduğuna göre, A sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3! B) 4! C) 5! D) 6! E) 7!

4. (a_n) gerçel sayılar dizisi her n pozitif tam sayısı için,

$$a_n = \frac{n!}{3^n} \text{ biçiminde tanımlanıyor.}$$

$$\frac{a_{k-1}}{a_k} = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 8 D) 12 E) 18

5. a ve n pozitif doğal sayılardır.

$$3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot \dots \cdot 19! = a \cdot 7^n$$

olduğuna göre, n nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

6. n doğal sayı olmak üzere,

$$\text{● } n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

$$\text{■ } n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

biçiminde tanımlanıyor.

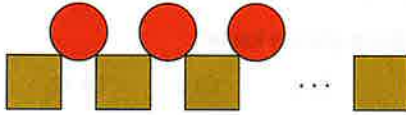
Buna göre,

$$\text{● } n = \text{■ } n$$

eşitliğini sağlayan n değerler toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. Aşağıda  ve  şekilleri ile oluşturulmuş bir yapının görünümü verilmiştir.



Bu şekillerin her birinin içerisine aşağıdaki kurala göre sayılar yazılacaktır.

- Karelerin her birinin içine 2'den başlanarak soldan sağa artacak biçimde pozitif ardışık çift sayılar sırasıyla yazılıyor.
- Dairelerin her birinin içine 1'den başlanarak soldan sağa artacak biçimde pozitif ardışık sayılar sırasıyla yazılıyor.
- Bu şekilde kullanılan kare ve daire sayısı toplam 23'tür.

Buna göre, karelerin içindeki sayıların çarpımının dairelerin içindeki sayıların çarpımına oranı kaçtır?

- A) 2^{10} B) 2^{11} C) $5 \cdot 2^{12}$
D) $3 \cdot 2^{14}$ E) $7 \cdot 2^{13}$

8. $a \text{ T } b = \frac{(a+b)!}{(a-b)!}$ sayısının içindeki asal çarpanlarının sayısı olarak tanımlanıyor.

Örneğin;

$$\begin{aligned} 7 \text{ T } 2 &= \frac{(7+2)!}{(7-2)!} = \frac{9!}{5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!} \\ &= 3^2 \cdot 2^3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3 \\ &= 3^3 \cdot 2^4 \cdot 7 = \text{3 tane} \end{aligned}$$

Buna göre,

$$n \text{ T } 1 = 4$$

koşulunu sağlayan n sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 14 B) 13 C) 9 D) 7 E) 3

9. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılar  ve  işlemleri

$$\text{▽ } ab = (ab - (a + b))!$$

$$\text{△ } ab = (ba - (a \cdot b))!$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

$$\frac{\text{△ } 31 - \text{▽ } 14}{3 \cdot \text{▽ } 17}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 3

TİP 1

Bu bölümde birden fazla sayının en büyük - en küçük değerlerini bulmayı ve tanım kümelerine göre sayılar yazmayı öğreneceğiz.

TAKTİK

Bu bölümdeki sorularda en çok;

- Yazılacak sayıların rakamları farklı mı?
- Sayılar birbirinden farklı mı?
- Tanım kümesi doğal sayı mı? Tam sayı mı?

Bunlara dikkat et!

ÖĞREN

1. Üç basamaklı en küçük doğal sayı ile rakamları farklı en küçük iki basamaklı tam sayının toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu sorularda rakamları farklı olup olmadığına dikkat et.

Üç basamaklı en küçük doğal sayı = 100

Rakamları farklı en küçük iki basamaklı tam sayı = -98

Toplam = $100 - 98 = 2$ 'dir.

2. Rakamları birbirinden farklı iki basamaklı üç doğal sayının toplamı en az kaçtır?

ÇÖZÜM

"Bu tarz sorularda sayılar farklı mı? Rakamlar birbirinden farklı mı?" Buna dikkat et.

Rakamları farklı diyor ancak sayılar farklı demediği için;

$$10 + 10 + 10 = 30$$

GELİŞTİR

1. İki basamaklı en küçük tam sayı ile üç basamaklı en küçük doğal sayının toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 20 D) 110 E) 199

2. İki basamaklı rakamları birbirinden farklı üç farklı doğal sayının toplamının en büyük değeri kaçtır?

A) 30 B) 33 C) 291 D) 297 E) 298

TİP 2

Bu bölümde toplamları bilinen sayılar içinden en büyük ya da en küçük sayıyı bulmayı öğreneceğiz.

TAKTİK

- Toplamları verilen sayılar içinden en büyüğü soruluyorsa diğer sayılar en küçük seçilir.
- Toplamları verilen sayılar içinden en küçüğü soruluyorsa diğer sayılar en büyük seçilir.



ÖĞREN

1. Toplamları 100 olan iki basamaklı üç farklı doğal sayıdan en büyüğü en çok kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda en büyüğü soruluyorsa diğer sayılar en küçük alınır.

$$\begin{array}{c} \text{En} \\ \text{az} \end{array} \begin{array}{c} \text{En} \\ \text{büyük} \end{array} \\ 10 + 11 + A = 100$$

$$21 + A = 100 \Rightarrow A = 79$$

2. Rakamları farklı iki basamaklı dört farklı doğal sayının toplamı 320'dir.

Buna göre, bu sayılardan en küçüğü en az kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu sorularda en küçük sorulduğu için diğer üç sayı en büyük olmalıdır.

1. sayı	2. sayı	3. sayı	4. sayı
A	96	97	98
↓	↘	↓	↘
29		291	

En küçük sayı en az 29'dur.



GELİŞTİR

1. Rakamları farklı iki basamaklı dört doğal sayının toplamı 123'tür.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en çok kaçtır?

- A) 90 B) 91 C) 92 D) 93 E) 94

2. Rakamları farklı iki basamaklı dört farklı doğal sayının toplamı 112'dir.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en çok kaçtır?

- A) 75 B) 76 C) 77 D) 78 E) 79

3. Rakamları farklı iki basamaklı dört farklı doğal sayının toplamı 367'dir.

Buna göre, bu sayılardan en küçüğü en az kaçtır?

- A) 72 B) 73 C) 74 D) 75 E) 76

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

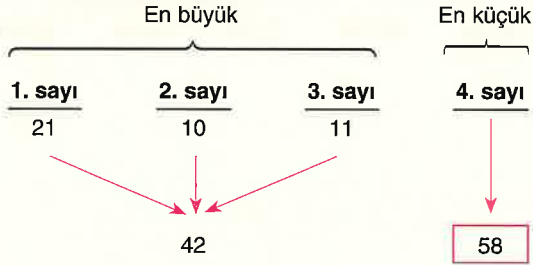
ÖĞREN

3. İki tanesi 20'den büyük iki basamaklı dört farklı doğal sayının toplamı 100'dür.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en çok kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda eğer bir öncül varsa bu öncüle göre hareket et ve soruyu okurken öncüde verilen sayıyı 1 eksik alarak oku. Yani burada iki sayı 20'den büyük ifadesini bir eksik al ve bir sayı 20'den büyük gibi oku. Çünkü cevapta geçen sayı 20'den büyük olacağı için ikinci sayı bu olur.



Burada sayılara dikkat edin.

10, 11, 21, 58

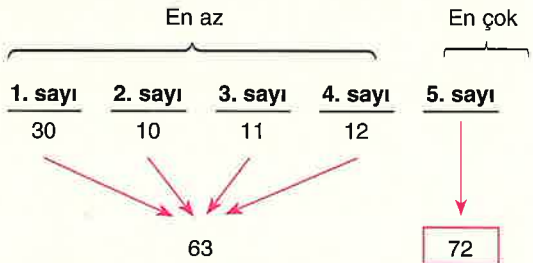
olduğu için iki sayı 20'den büyüktür.

4. İki tanesi 30'dan küçük olmayan iki basamaklı beş farklı doğal sayının toplamı 135'tir.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en çok kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada küçük olmayan demek eşit ya da büyük demektir.



En büyük sayı 72'dir.

GELİŞTİR

4. Üç tanesi 15'ten büyük iki basamaklı beş farklı doğal sayının toplamı 110'dur.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en çok kaçtır?

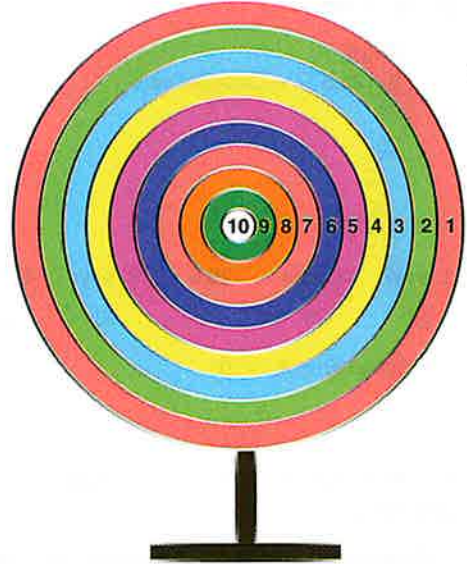
A) 55 B) 56 C) 57 D) 58 E) 59

5. İki tanesi 23'ten küçük olmayan iki basamaklı dört farklı doğal sayının toplamı 130'dur.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en çok kaçtır?

A) 56 B) 65 C) 73 D) 86 E) 90

6. Aşağıda 1'den 10'a kadar rakamların yazılı olduğu bir hedef tahtası verilmiştir.



Bu hedef tahtasına atış yapan bir okçunun okunun isabet ettiği bölgede yazılı olan sayı o bölgenin puanıdır. Elindeki üç ok ile atış yapan bir okçunun üç atışta da hedefi tutturduğu biliniyor.

Buna göre, bu okçunun alabileceği kaç farklı puan değeri vardır?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

TİP 3

Bu bölümde toplamları bilinen sayılardan en büyüğü en az ya da en küçüğü en çok olan sayıların nasıl bulunacağını öğreneceğiz.

TAKTİK

Toplamları bilinen sayıların içerisinde en büyüğü en az ya da en küçüğü en çok sorulursa sayılar ardışık gibi düşünülür. Yani ardışık sayılarda toplamları verilen sayıların nasıl ki ortasını bularak çözüm yapıyorsak burada da benzer işlemler yaparız. Ya da sayıları olabildiğince birbirine yakın seçeriz.



ÖĞREN

1. Birbirinden farklı iki basamaklı dört doğal sayının toplamı 102'dir.

Buna göre, bu sayılardan en küçüğü en çok kaçtır?

ÇÖZÜM

Sorularda en küçüğü en çok dediği için sayıları ardışık gibi düşün.

$$\begin{array}{r|l} 102 & 4 \\ 8 & 25,5 \rightarrow \text{Ortadaki sayı} \\ \hline 22 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ 0 \end{array}$$

1. sayı	2. sayı	25,5	3. sayı	4. sayı
24	25		26	27

En küçüğü en çok 24'tür.

2. Birbirinden farklı iki basamaklı beş doğal sayının toplamı 100'dür.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en az kaçtır?

ÇÖZÜM

En büyüğü en az dediği için ardışık gibi düşün.

$$\text{Orta} = \frac{100}{5} = 20\text{'dir.}$$

1. sayı	2. sayı	3. sayı	4. sayı	5. sayı
18	19	20	21	22

En büyüğü en az 22'dir.



GELİŞTİR

1. Birbirinden farklı iki basamaklı 5 doğal sayının toplamı 150'dir.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en az kaçtır?

- A) 29 B) 30 C) 31 D) 32 E) 33

2. Birbirinden farklı 6 doğal sayının toplamı 75'tir.

Buna göre, bu sayılardan en küçüğü en çok kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ



ÖĞREN

3. Birbirinden farklı 3 doğal sayının toplamı 47'dir.
Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en az kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada yapılacak işlemi yine ardışık gibi düşünüp ortadaki sayıyı bulmaya çalışmalıyız. Ancak kalan varsa bu durumda bu kalanı sayının birine verip diğer sayılar üzerinde çalışmalıyız.

47	3	
45	15	
		2
+2		
1. sayı	2. sayı	3. sayı
15	15	15
17	15	15
17	16	14

Bu durumda en büyüğü en az 17'dir.

4. Birbirinden farklı 5 doğal sayının toplamı 103'tür.
Buna göre, bu sayılardan en küçüğü en çok kaçtır?

ÇÖZÜM

103	5			
100	20			
				3
1. sayı	2. sayı	3. sayı	4. sayı	5. sayı
20	20	20	20	20
23	20	20	20	20
23	22	20	20	18
23	22	21	19	18

En küçüğü en çok 18'dir.



GELİŞTİR

3. Birbirinden farklı 3 doğal sayının toplamı 101'dir.
Buna göre, bu sayıların en küçüğü en çok kaçtır?
A) 29 B) 30 C) 31 D) 32 E) 33

4. Birbirinden farklı 4 doğal sayının toplamı 85'tir.
Buna göre bu sayılardan en büyüğü en az kaçtır?
A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

5. Aşağıdaki her bir şekil iki basamaklı farklı bir doğal sayıyı temsil etmektedir.

$$\blacksquare + \blacktriangle + \bullet = 110$$

Buna göre, $\blacksquare$ 'nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

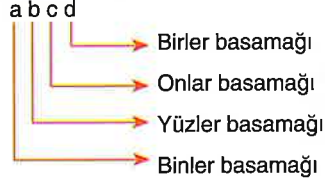
- A) 76 B) 77 C) 78 D) 79 E) 80

TİP 4

Bu bölümde sayısal çözümlemenin nasıl olduğu ve sorularda nasıl kullanılacağını öğreneceğiz.

TAKTİK

- Bir sayıda rakamların bulundukları yere basamak ve rakamların basamakları ile çarpıldığında elde edilen değere basamak değeri denir.
- Onluk sistemde her basamak sağındakinin 10 katına eşittir.



Buna göre,

- $abc = 100a + 10b + c$
- $ab = 10a + b$
- $ab + ba = 10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11(a + b)$
- $ab - ba = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b)$



ÖĞREN

1. ab ve ba iki basamaklı doğal sayıları,

$$ab + ba = 77$$

eşitliğini sağlıyor.

Buna göre, bu koşula uyan kaç farklı ab sayısı vardır?

ÇÖZÜM

Burada yapılacak işlem sayısal çözümlemedir.

$$ab + ba = 77$$

$$10a + b + 10b + a = 77$$

$$11a + 11b = 77 \Rightarrow 11(a + b) = 77$$

$$\begin{array}{r} a + b = 7 \\ \downarrow \downarrow \\ \begin{array}{r} 7 \\ 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{array} \begin{array}{r} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \end{array}$$

İki basamaklı olmaz.

İki basamaklı olmaz.

ab = 61, 52, 43, 34, 25 ve 16 olmak üzere 6 tanedir.



GELİŞTİR

1. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır.

$$ab + ba = 55$$

olduğuna göre, bu koşula uyan en büyük ab sayısı kaçtır?

- A) 23 B) 32 C) 41 D) 50 E) 61

2. abc, bca ve cab üç basamaklı doğal sayılardır.

$$abc + bca + cab = 1776$$

olduğuna göre, $a \cdot b \cdot c$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 72 B) 126 C) 144 D) 150 E) 170

ÖĞREN

2. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere,

$$\frac{ab+ba}{ab-ba} = \frac{22}{9}$$

olduğuna göre, bu koşula uyan kaç farklı ab sayısı vardır?

ÇÖZÜM

Sayısal çözümleme ile çözüm yaparsak,

$$\frac{ab+ba}{ab-ba} = \frac{22}{9} \Rightarrow \frac{10a+b+10a+b}{10a+b-10b-a} = \frac{22}{9}$$

$$\frac{11a+11b}{9a-9b} = \frac{22}{9} \Rightarrow \frac{11(a+b)}{9(a-b)} = \frac{22}{9}$$

$$\frac{a+b}{a-b} \cdot \frac{2}{1} \Rightarrow a+b = 2a-2b$$

$$\begin{array}{r} 3b = a \\ \downarrow \downarrow \\ 1 \ 3 \\ 2 \ 6 \\ 3 \ 9 \end{array}$$

$ab = 31, 62, 93$ olmak üzere 3 tanedir.

3. $a + b + c = 12$

olduğuna göre, $a1c + b3a + c4b$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Soruda sorulan ifade çözümlenecek olursa;

$$a1c + b3a + c4b$$

$$= 100a + 10 + c + 100b + 30 + a + 100c + 40 + b$$

$$= 101a + 101b + 101c + 80$$

$$= 101(a + b + c) + 80$$

$$= 101 \cdot 12 + 80 = 1292$$

GELİŞTİR

3. xy ve yx iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\frac{xy}{y} - \frac{yx}{y} = 36$$

olduğuna göre, xy sayısı kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 41 E) 51

4. abc , bca ve cab üç basamaklı doğal sayılardır.

$$a + b + c = 7$$

olduğuna göre,

$$\begin{array}{r} a2b \\ b1c \\ + c3a \\ \hline \end{array}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 700 B) 600 C) 767 D) 797 E) 817

Y
A
R
G
I
Y
A
Y
I
N
E
V
İ

5. ★, ■ ve ● sembollerinden her biri farklı birer rakamı gösterecek şekilde ★★■, ■■■● ve ●●★ üç basamaklı sayılarının toplamı,

$$\begin{array}{r} \star\star\blacksquare \\ \blacksquare\blacksquare\bullet \\ + \bullet\bullet\star \\ \hline 9\ 9\ 9 \end{array}$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, ★·■·● çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 9 B) 18 C) 24 D) 32 E) 36



ÖĞREN

4. aa, ab, ba ve bb iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} aa \\ ab \\ ba \\ + bb \\ \hline 286 \end{array}$$

olduğuna göre, en büyük ab sayısının rakamları çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

Verilen ifadelere uygun sayısal çözümleme yapılacak olursa;

$$aa + ab + ba + bb = 286$$

$$10a + a + 10a + b + 10b + a + 10b + b = 286$$

$$22a + 22b = 286$$

$$22(a + b) = 286 \Rightarrow a + b = 13$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \downarrow \\ 9 \ 4 \\ 8 \ 5 \\ 7 \ 6 \\ \vdots \\ 4 \ 9 \end{array}$$

$$ab = 94, 85, \dots, 49$$

En büyük ab = 94 için $a \cdot b = 36$ 'dır.

5. abc üç basamaklı bir sayı ve x reel sayı olmak üzere,

$$a \cdot x = 1,2$$

$$b \cdot x = 1,6$$

$$c \cdot x = 2$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, $abc \cdot x$ ifadesinin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sorulan ifade çözümlenecek olursa;

$$abc \cdot x = (100 \cdot a + 10b + c) \cdot x$$

$$= 100 \cdot a \cdot x + 10 \cdot b \cdot x + c \cdot x$$

$$= 100 \cdot 1,2 + 10 \cdot 1,6 + 2$$

$$= 100 \cdot \frac{12}{10} + 10 \cdot \frac{16}{10} + 2 = 10 \cdot 12 + 16 + 2$$

$$= 120 + 16 + 2 = 138$$



GELİŞTİR

6. a, b ve c doğal sayılardır.

$$2 \cdot 10^a + 3 \cdot 10^b + 5 \cdot 10^c = 2053$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. abc üç basamaklı ve 1x iki basamaklı bir sayıdır.

$$a \cdot x = 2$$

$$b \cdot x = 6$$

$$c \cdot x = 5$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, $abc \cdot 1x$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 265 B) 1265 C) 1315 D) 1615 E) 2915

8. ★, ■ ve ▲ birbirinden farklı rakamlar olmak üzere,

$$\star - \blacktriangle = 2$$

$$\blacksquare - \star = 4$$

olduğu biliniyor.

Buna göre,

$$\begin{array}{r} \star \blacksquare \\ - \blacktriangle \blacktriangle \\ \hline \end{array}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

ÖĞREN

6. İki basamaklı bir doğal sayının rakamları yer değiştirildiğinde sayı 45 azalıyor.

Buna göre, bu koşula uyan kaç farklı sayı vardır?

ÇÖZÜM

Bu sayı ab olsun. Rakamları yer değiştirildiğinde oluşan sayı ba olur. Burada dikkat edilmesi gereken ab iki basamaklı ancak ba 'nın iki basamaklı olduğu söylenmemiş.

$$ab - ba = 45 \Rightarrow 10a + b - 10b - a = 45$$

$$9a - 9b = 45$$

$$9(a - b) = 45$$

$$a - b = 5$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$9 \ 4$$

$$8 \ 3$$

$$7 \ 2$$

$$6 \ 1$$

$$5 \ 0$$

Bu koşula uyan ab sayıları 94, 83, 72, 61 ve 50 olmak üzere 5 tanedir.

7. abc ve cba üç basamaklı doğal sayılardır.

$$abc - cba = 297$$

olduğuna göre, bu koşula uyan kaç farklı abc sayısı vardır?

ÇÖZÜM

Çözümleme yapılacak olursa,

$$abc - cba = 297 \Rightarrow 100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 297$$

$$99a - 99c = 297 \Rightarrow 99(a - c) = 297$$

$$a - c = 3$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$9 \ 6$$

$$8 \ 5$$

$$7 \ 4$$

$$6 \ 3$$

$$5 \ 2$$

$$4 \ 1$$

{0,1,2,...,9}

$\uparrow$

$a \ b \ c$

$\downarrow \downarrow$

9 $6 \rightarrow 10$

8 $5 \rightarrow 10$

7 $4 \rightarrow 10$

6 $3 \rightarrow 10$

5 $2 \rightarrow 10$

4 $1 \rightarrow 10$

6 · 10
60 tane
sayı vardır.

GELİŞTİR

9. Üç basamaklı bir doğal sayının birler ve yüzler basamağındaki rakamları yer değiştirildiğinde, sayının değeri 495 artmaktadır.

Buna göre, bu koşula uyan kaç farklı sayı vardır?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

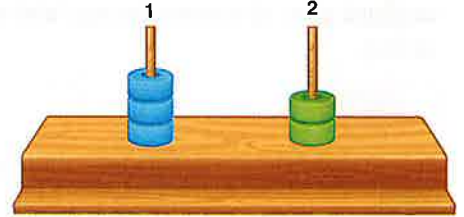
10. abc ve cba üç basamaklı doğal sayılardır.

$$abc - cba = 495$$

olduğuna göre, bu koşula uyan kaç farklı abc sayısı vardır?

- A) 36 B) 38 C) 40 D) 42 E) 44

11. Aşağıdaki iki çubuktan 1 numaralı çubuk onlar, 2 numaralı çubuk birler basamağını belirten ve üzerinde 5 tane boncuk takılı olan bir abaküsün görünümüdür.



Bu abaküsle oyun oynayan Asya çubuklardaki boncukları rastgele alarak birbirine takıyor ve elde ettiği görünümü sayı olarak defterine not ediyor.

Örneğin; şekilde görünen sayıyı 32 olarak yazıyor.

Buna göre, Asya'nın bu şekilde elde ettiği farklı sayıların toplamı kaçtır?

- A) 143 B) 154 C) 165 D) 176 E) 187

ÖĞREN

8. abc ve cba üç basamaklı doğal sayılardır.

$$abc - cba = 495$$

olduğuna göre, bu koşula uyan rakamları birbirinden farklı kaç farklı abc sayısı vardır?

ÇÖZÜM

Burada sayısal çözümleme yapılacak olursa,

$$abc - cba = 495$$

$$100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 495$$

$$99a - 99c = 495 \Rightarrow 99(a - c) = 495 \Rightarrow a - c = 5$$

$$\{0, 1, 2, \dots, 9\}$$

$$\begin{array}{r} a - c = 5 \\ \downarrow \downarrow \\ 9 \ 4 \\ 8 \ 3 \\ 7 \ 2 \\ 6 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} a \ b \ c \\ \downarrow \downarrow \\ 9 \ 4 \rightarrow 8 \\ 8 \ 3 \rightarrow 8 \\ 7 \ 2 \rightarrow 8 \\ 6 \ 1 \rightarrow 8 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} a \ b \ c \\ \downarrow \downarrow \\ 9 \ 4 \rightarrow 8 \\ 8 \ 3 \rightarrow 8 \\ 7 \ 2 \rightarrow 8 \\ 6 \ 1 \rightarrow 8 \end{array}} \right\} 8 \cdot 4 = 32 \text{ tane}$$

Burada her bir ikili için 8 sayı gelmesinin nedeni rakamları farklı dediği için. Toplam 10 rakam var. a ve c 'de 2 tanesi olduğundan geriye b 'ye 8 tane kalır.

9. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır.

$$ab - ba = a^2 - b^2$$

olduğuna göre, bu koşula uyan kaç farklı ab sayısı vardır?

ÇÖZÜM

Sayısal çözümleme ve iki kare farkı birlikte yapılacak olursa,

$$ab - ba = a^2 - b^2 \Rightarrow 10a + b - 10b - a = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$9a - 9b = (a - b) \cdot (a + b) \Rightarrow 9(a - b) - (a - b) \cdot (a + b) = 0$$

$$\underbrace{(a - b)}_0 \cdot \underbrace{(9 - (a + b))}_0 = 0 \quad 9 - (a + b) = 0$$

$$\begin{array}{r} a - b = 0 \\ a = b \\ \downarrow \downarrow \\ 1 \ 1 \\ 2 \ 2 \\ \vdots \ \vdots \\ 9 \ 9 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} a - b = 0 \\ a = b \\ \downarrow \downarrow \\ 1 \ 1 \\ 2 \ 2 \\ \vdots \ \vdots \\ 9 \ 9 \end{array}} \right\} 9 \text{ tane} \quad \begin{array}{r} (a + b) = 9 \\ \downarrow \downarrow \\ 8 \ 1 \\ 7 \ 2 \\ 6 \ 3 \\ \vdots \\ 1 \ 8 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} (a + b) = 9 \\ \downarrow \downarrow \\ 8 \ 1 \\ 7 \ 2 \\ 6 \ 3 \\ \vdots \\ 1 \ 8 \end{array}} \right\} 8 \text{ tane}$$

ab sayısı ise $9 + 8 = 17$ tanedir.

GELİŞTİR

12. abc ve cba üç basamaklı doğal sayılardır.

$$abc - cba = 594$$

olduğuna göre, bu koşula uyan rakamları farklı kaç farklı abc sayısı vardır?

- A) 16 B) 24 C) 32 D) 40 E) 48

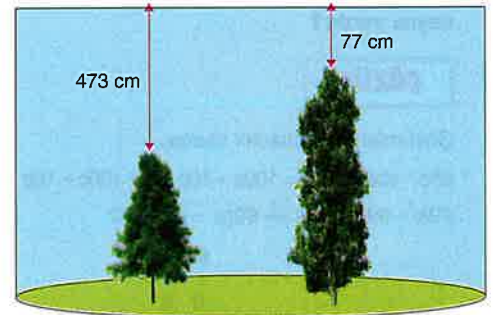
13. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır.

$$(ab)^2 - (ba)^2 = 495$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. Aşağıdaki şekilde boylarının uzunlukları cm cinsinden sırasıyla abc ve cba üç basamaklı sayısı ile ifade edilen çam ağacı ile kavak ağaçlarının boylarının tavana uzaklığının görünümü verilmiştir.



Buna göre, kavak ağacının boyunun alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

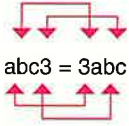
ÖĞREN

10. Üç basamaklı abc sayısının sağına 3 yazılarak elde edilen dört basamaklı sayı, soluna 3 yazılarak elde edilen dört basamaklı sayıya eşit oluyor.

Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

abc sayısının sağına 3 yazılırsa, abc3
abc sayısının soluna 3 yazılırsa, 3abc



$$a = 3, b = a = 3, c = b = 3$$

$$a + b + c = 3 + 3 + 3 = 9$$

11. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır. $ab \cdot ba$ çarpımında a rakamı 1 azaltılırsa çarpımın değeri 212 azalmaktadır.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda sayının basamağında yapılan işlemi aynı yazmak gerekir.

$$ab \cdot ba \quad (ab - 10) \cdot (ba - 1)$$

↓ ↓
Onlar basamağı Birler basamağı

$$(ab - 10) \cdot (ba - 1) = ab \cdot ba - 212$$

$$ab \cdot ba - ab - 10 \cdot ba + 10 = ab \cdot ba - 212$$

$$222 = 10 \cdot ba + ab$$

$$222 = 10 \cdot (10b + a) + 10a + b$$

$$222 = 100b + 10a + 10a + b$$

$$101b + 20a = 222$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 2 & 1 \end{array}$$

$$b = 2 \text{ ve } a = 1 \text{ için } a + b = 1 + 2 = 3$$

GELİŞTİR

15. Üç basamaklı abc doğal sayısının soluna 2 yazılarak elde edilen dört basamaklı sayı, sağına 2 yazılarak elde edilen dört basamaklı sayıdan 171 fazla oluyor.

Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

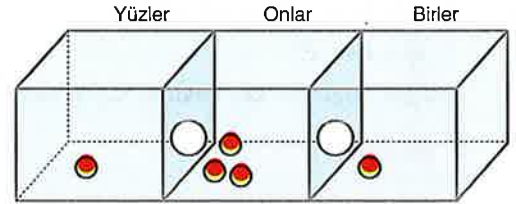
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır. $ab \cdot ba$ çarpımında a'yı 2 azaltıp, b'yi 2 artırarak elde edilen sayıların çarpımının değeri 180 artmaktadır.

Buna göre, $ab - ba$ farkı kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 28 D) 32 E) 38

17. Aşağıda içerisinde 5 top bulunan üç bölmeli ve bölmeler arasında topların geçebileceği büyüklükte dairelerin olduğu bir kutunun görünümü verilmiştir.



Bu kutu ile oynayan Buse kutuyu salladığında topların bulunduğu bölmelerin basamak değeri yukarıdaki gibi olacak şekilde üç basamaklı sayılar oluşturuyor.

Örneğin; şekildeki kutu içindeki sayı 131'dir.

Buse kutuyu sallayıp üç basamaklı bir sayı oluşturuyor. İkinci kez salladığında oluşturduğu üç basamaklı sayının birler ve yüzler basamağının ilk sayıya göre yer değiştirdiğini ve iki sayı arasındaki farkın 198 olduğu görülüyor.

Buna göre, Buse'nin kutuyu ikinci kez salladığında oluşturduğu sayı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 104 B) 122 C) 212 D) 311 E) 302

ÖĞREN

12. ab iki basamaklı doğal sayısı rakamları toplamının $(2x + 1)$ katına, ba iki basamaklı doğal sayısı rakamları toplamının $(x - 5)$ katına eşittir.

Buna göre, x kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu soru tarzlarında ifadeleri matematiksel denkleme dönüştürsek çözümü kolay olur.

$$\begin{aligned}
 ab &= (a + b) \cdot (2x + 1) \\
 + \quad ba &= (a + b) \cdot (x - 5) \\
 \hline
 ab + ba &= (a + b) \cdot (2x + 1) + (a + b) \cdot (x - 5) \\
 10a + b + 10b + a &= (a + b)[(2x + 1) + (x - 5)] \\
 11(a + b) &= (a + b) \cdot (2x + 1 + x - 5) \\
 11 &= 3x - 4 \\
 15 &= 3x \Rightarrow x = 5
 \end{aligned}$$

13. ab ve ba iki basamaklı doğal sayıdır.

$$ab + ba = x^2$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı ab sayısı vardır?

ÇÖZÜM

Burada iki tane iki basamaklı sayının toplamının bir sayının karesi olduğu görülüyor.

$$\begin{aligned}
 ab + ba &= x^2 \\
 10a + b + 10b + a &= x^2 \\
 11(a + b) &= x^2 \Rightarrow 11 \cdot 11 = 11^2 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Burada $a + b = 11$

$$\begin{array}{r}
 9 \ 2 \\
 8 \ 3 \\
 7 \ 4 \\
 6 \ 5 \\
 \vdots \\
 2 \ 9
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 9 \ 2 \\ 8 \ 3 \\ 7 \ 4 \\ 6 \ 5 \\ \vdots \\ 2 \ 9 \end{array}} \right\} 8 \text{ tane ab sayısı vardır.}$$

GELİŞTİR

18. abc, bca ve cab üç basamaklı doğal sayılardır. Bu sayılarla ilgili,

- abc sayısının rakamları toplamının 11 katı,
- bca sayısının rakamları toplamının 27 katı olduğu biliniyor.

Buna göre, cab sayısı rakamları toplamının kaç katıdır?

- A) 47 B) 56 C) 61 D) 69 E) 73

19. xy ve yx iki basamaklı sayılar ve $x > y$ olduğu biliniyor.

xy ve yx doğal sayılarının farkı bir tam sayının küpüne eşittir.

Buna göre, bu koşula uyan kaç farklı xy sayısı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

20. Aşağıda bir aracın aldığı yolu km cinsinden gösteren sayacın iki farklı görünümü verilmiştir.



Şekil - I



Şekil - II

Bu araç km sayacı Şekil - I'deki gibi iken yola çıkıp 209 km yol aldıktan sonra durduğunda km sayacının görünümü Şekil - II'deki gibi oluyor.

Buna göre, araç yola başlandığında km sayacında yazan sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 123 B) 132 C) 140 D) 148 E) 152

TİP 5

Bu bölümde rakamlar üzerinden ya da bir denklem üzerinden nasıl sayı yazılabileceğini öğreneceğiz.

TAKTİK

Bir soruda rakamları verilen denklem varsa sayılar toplamını denklem sayısına böl ve denklemlere gelecek sayıları bulalım.

- 1, 2, 3 ve 4 sayıları kullanılarak $a + b = c + d$ olacak şekilde yazılabilecek en büyük abcd sayısı kaçtır?

$$\begin{array}{cccc} 5 & & 5 & \\ a + b = c + d & \rightarrow & \text{İki denklem var. Bu yüzden} & \frac{1+2+3+4}{2} = 5 \text{ Yani sayılar toplamı 5 olacak.} \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow & & & \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{array}$$

Bu durumda en büyük abcd = 4132'dir.

ÖĞREN

1. 2, 3, 4 ve 5 rakamları kullanılarak yazılabilecek, rakamları birbirinden farklı dört basamaklı abcd sayısında,
 $a + b = c + d$
 eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre, bu koşula uyan kaç farklı abcd sayısı vardır?

ÇÖZÜM

Burada iki denklem olduğu için,

$$\frac{2+3+4+5}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ dir.}$$

Yani iki sayı toplamı 7 olacaktır.

$$\begin{array}{cccc} 7 & & 7 & \\ a + b = c + d & & & \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow & & & \\ 2 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 5 & 2 \end{array}$$

olmak üzere toplam 8 tanedir.

Özel Yol:

Burada hızlı şekilde bulmanın yolu yer değiştirerek hızlı çarpmaktır.

$$\begin{array}{cccc} a + b = c + d & & & \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow & & & \\ 2 & 5 & 3 & 4 \end{array} \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

GELİŞTİR

1. 1, 2, 3 ve 4 rakamları kullanılarak yazılabilecek, rakamları birbirinden farklı dört basamaklı abcd sayısında

$$a + b = c + d$$

eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre, bu koşula uyan en büyük abcd sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4312 B) 4321 C) 4231
 D) 4132 E) 4123

2. 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamları kullanılarak yazılabilecek, rakamları birbirinden farklı beş basamaklı abcde sayısında,

$$a + b + c = d + e$$

eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre, bu koşula uyan kaç farklı abcde sayısı vardır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 12 E) 24

ÖĞREN

2. 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamları kullanılarak yazılan, rakamları birbirinden farklı altı basamaklı abcdef sayısı,

$$a + b = c + d = e + f$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, bu koşula uyan kaç farklı abcdef sayısı vardır?

ÇÖZÜM

Burada denklem sayısı 3 olduğu için,

$$\frac{1+2+3+4+5+6}{3} = \frac{6 \cdot 7}{2 \cdot 3} = 7 \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{cccccc} \overbrace{a+b}^7 & \overbrace{c+d}^7 & \overbrace{e+f}^7 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 6 & 2 & 5 & 3 & 4 \end{array} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3!$$

3 grubun kendi içindeki değişimi 3!'dir.

$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6 = 48 \text{ dir.}$$

3. abcdef rakamları farklı altı basamaklı bir sayıdır.

$$a + b = c + d = e + f$$

olduğuna göre, bu koşula uyan en büyük abcdef sayısının yüzler basamağındaki rakam kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada 3 denklem olduğu için ve en büyük sayıyı bulmaya çalıştığımız için kullanılacak sayılar 9, 8, 7, 6, 5 ve 4'tür.

$$\frac{9+8+7+6+5+4}{3} = \frac{39}{3} = 13 \text{ 'tür.}$$

$$\begin{array}{cccccc} \overbrace{a+b}^{13} & \overbrace{c+d}^{13} & \overbrace{e+f}^{13} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 9 & 4 & 8 & 5 & 7 & 6 \end{array}$$

$$abcd = 948 \text{ 5} 76$$

Yüzler basamağı 5'tir.

GELİŞTİR

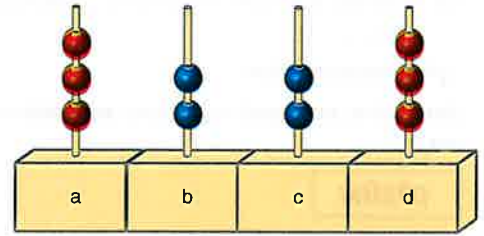
3. ABCDEF rakamları farklı altı basamaklı bir sayıdır.

$$A + C + E = B + D + F$$

olduğuna göre, bu koşula uyan en küçük ABCDEF doğal sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

4. Aşağıda 6 kırmızı ve 4 mavi boncuk ile oluşturulmuş bir düzeneğin görünümü verilmiştir.



Bu düzenekteki boncuklar hareket ettirilerek oluşturulan abcd dört basamaklı doğal sayıları ile ilgili aşağıdakiler biliniyor.

- Her bir çubuğun üzerinde bulunan boncuk sayısı bulunduğu basamağın sayı değerini belirtmektedir.

- Boncuklarla oluşturulan sayılar ile ilgili,

$$a + c = b + d$$

eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre, bu şartları sağlayan abcd sayısının rakamları çarpımı kaç farklı değer alır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

TİP 6

Bu bölümde işlem yapılırken hata yapıldığında nasıl bir mantıkla soruya yaklaşacağımızı öğreneceğiz.

TAKTİK 1

Verilen soru ifadesel ise ilk sayı ile hatalı sayı arasındaki farka bakılır ve sabit olan sayı ile çarpılır.

- $a4b$ üç basamaklı sayısı 11 ile çarpılırken 4 olan onlar basamağı yanlışlıkla 1 olarak görülüp işlem yapılırsa,

$$\begin{array}{r} \text{Doğru} \rightarrow a4b \\ \times 11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{Yanlış} \rightarrow a1b \\ \times 11 \\ \hline \end{array}$$

Burada yapılan hata; $a4b - a1b = 30$ yani $30 \cdot 11 = 330$ 'dur.

TAKTİK 2

Verilen soruda basamaklarda yapılan işlem hatası varsa bu durumda basamaklar eşitlenecek ve sonuna sıfır atılarak genel toplama yöntemiyle işlem yapacağız. Fark ettim anlamadınız :) Aşağıda yapacağımı dikkatle izle.

$$\begin{array}{r} ab \\ \times 13 \\ \hline -- \rightarrow 3 \cdot ab \\ + -- \rightarrow + 1 \cdot ab \\ \hline 140 \rightarrow 4 \cdot ab \end{array}$$

$$4 \cdot ab = 140 \Rightarrow ab = 35$$

$$\begin{array}{r} ab \\ \times 21 \\ \hline -- 0 \rightarrow 1 \cdot ab = 10 \cdot ab \\ + -- \rightarrow 2 \cdot ab = + 2 \cdot ab \\ \hline 120 \rightarrow 12 \cdot ab \end{array}$$

$$12 \cdot ab = 120 \Rightarrow ab = 10$$

(Basamakları eşitlemek için sayı sonuna sıfır at.)

ÖĞREN

1. abc üç basamaklı sayısını 15 ile çarpmak isteyen bir öğrenci, bu üç basamaklı sayının 5 olan onlar basamağını 2 olarak görüyor ve sonucu buluyor.

Buna göre, hatalı sonuç doğru sonuca göre kaç eksiktir?

ÇÖZÜM

Burada diğer işlem ile hatalı işlemi yazacak olursak,

$$\begin{array}{r} \text{Doğru} \rightarrow a5c \\ \times 15 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{Hatalı} \rightarrow a2c \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

Burada işlem hatası $(5 - 2) \cdot 10 = 30$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 15 \\ \hline 450 \text{ 'dir.} \end{array}$$

Onlar basamağındaki hata

GELİŞTİR

1. abc üç basamaklı sayısını x ile çarpmak isteyen Betül, bu üç basamaklı sayının onlar basamağını 2 fazla, birler basamağını 3 eksik görüp sonucu gerçeğinden 255 fazla buluyor.

Buna göre, x 'in rakamları toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



ÖĞREN

2.

$$\begin{array}{r} abc \\ \times d3 \\ \hline \end{array}$$

Ela yukarıdaki çarpma işlemini yaparken yanlışlıkla abc üç basamaklı sayısının onlar basamağını 3 eksik birler basamağını 2 fazla görüyor ve bulması gereken doğru sonuçtan 1204 eksik olarak sonucu buluyor.

Buna göre, d rakamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada yanlış okumadan kaynaklı hata;

$$\begin{array}{r} -3 \quad +2 \\ \uparrow \quad \swarrow \\ abc \rightarrow -30 + 2 = -28 \\ \times d3 \end{array}$$

Yani hata $-3 \cdot 10 + 2 \cdot 1 = -28$

Negatif olması sorunun doğru işleme göre azalacağını ifade eder.

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times d3 \\ \hline 1204 \end{array} \quad 28 \cdot d3 = 1204 \Rightarrow d3 = 43 \Rightarrow d = 4$$

3. ab iki basamaklı doğal sayı ve c rakamı ile yapılan çarpma işlemi,

$$\begin{array}{r} ab \\ \times c \\ \hline 104 \end{array}$$

olduğu biliniyor.

Bu işlemde a sayısı 2 artırılıp b sayısı 4 azaltıldığında yapılan çarpma işleminin sonucu 184 oluyor.

Buna göre, c kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} a \cdot b \cdot c = 124 \\ \downarrow \downarrow \\ +2 \quad -4 \\ (ab + 20 - 4) \cdot c = 184 \Rightarrow (ab + 16) \cdot c = 184 \\ ab \cdot c + 16 \cdot c = 184 \Rightarrow 124 + 16 \cdot c = 184 \\ 16 \cdot c = 80 \Rightarrow c = 5 \end{array}$$



GELİŞTİR

2. Aşağıda Denge'nin yapmış olduğu bir çarpma işleminin görünümü verilmiştir.

$$\begin{array}{r} abc \\ \times 2d \\ \hline \end{array}$$

Denge çarpma işlemini yaparken abc üç basamaklı sayısının yüzler basamağını 1 eksik, onlar basamağını 3 fazla alarak sonucu olması gerekenden 1890 eksik buluyor.

Buna göre, d rakamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. Aşağıda bir aracın kilometre sayacının görünümü verilmiştir.



Bu kilometre sayacıyla oluşan bir hatadan dolayı onlar basamağı ile yüzler basamağı yer değiştirmiştir.

Örneğin; aracın kilometre sayacı üzerinde gösterdiği 135 km ama gerçekte 315 km'dir.

Aracın kilometre sayacı Şekil - I'deki gibi iken 262 km yol gidildikten sonra sayaç Şekil - II'deki gibi gözükmektedir.



Şekil - I



Şekil - II

Buna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ÖĞREN

4. Arda, iki basamaklı ab sayısını 24 ile çarparken yanlışlıkla işlemi mn sayısını bir basamak sola kaydırmadan yapıyor.

$$\begin{array}{r} ab \\ \times 24 \\ \hline xyz \\ + mn \\ \hline 150 \end{array}$$

Buna göre, işlemin doğru sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada yapılan yanlış biz de aynı şekilde uygulayıp ab sayısını bulmalıyız.

$$\begin{array}{r} ab \\ \times 24 \\ \hline xyz \rightarrow 4 \cdot ab \\ + mn \rightarrow + 2 \cdot ab \\ \hline 150 \rightarrow 6 \cdot ab \end{array}$$

$$6 \cdot ab = 150 \Rightarrow ab = 25$$

İşlemin doğru sonucu,

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 100 \\ + 50 \\ \hline 600 \text{’dür.} \end{array}$$

GELİŞTİR

4. Ayşegül iki basamaklı AB sayısını 42 ile çarparken yanlışlıkla işlemi basamaklar alt alta gelecek biçimde aşağıdaki gibi yapıyor.

$$\begin{array}{r} AB \\ \times 42 \\ \hline \begin{array}{cc} \square \square & \rightarrow 1. \text{ çarpım} \\ \square \square & \rightarrow 2. \text{ çarpım} \end{array} \\ \hline 186 \end{array}$$

Buna göre, 2. çarpımdaki sayının rakamlar toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Y
A
R
G
IY
A
Y
J
N
E
V
İ

5. Kerem evindeki hesap makinesi ile aşağıda verilen dört sayıyı rastgele toplayacaktır.

$$A = 123$$

$$B = 217$$

$$C = 345$$

$$D = 121$$

Toplama işlemini yaparken yanlışlıkla iki sayının sonuna sıfır koyarak sonucu olması gerekenden 4212 fazla buluyor.

Buna göre, yanlışlıkla hangi iki sayının sonuna sıfır koymuştur?

- A) A ve B B) A ve C C) B ve C
D) B ve D E) C ve D



ÖĞREN

5. Tuğçe, iki basamaklı ab doğal sayısı ile 23 sayısını çarparken yanlışlıkla çarpma işleminde ikinci çarpanı aşağıdaki gibi iki basamak sola kaydırarak cevabı 8729 buluyor.

$$\begin{array}{r} ab \\ \times 23 \\ \hline \\ + \\ \hline 8729 \end{array}$$

Buna göre, işlemin doğru sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Verilen işlemde öncelikle işlemleri alt alta toplayacak şekilde ikinci çarpanda sıfır atarak düzenlemeliyiz.

$$\begin{array}{r} ab \\ \times 23 \\ \hline \longrightarrow 3 \cdot ab = 3 \cdot ab \\ + \longrightarrow 2 \cdot ab00 = + 200 \cdot ab \\ \hline 8729 \longrightarrow 203 \cdot ab \end{array}$$

$203 \cdot ab = 8729$
 $ab = 43$

İşlemin doğru sonucu,

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 23 \\ \hline 129 \\ + 86 \\ \hline 989 \end{array}$$



GELİŞTİR

6. Berkay, üç basamaklı bir abc doğal sayısı ile 34 sayısını çarparken yanlışlıkla işlemin ikinci çarpanını iki basamak sağa kaydırarak sonucu 5848 buluyor.

$$\begin{array}{r} abc \\ \times 34 \\ \hline \longrightarrow 1. \text{ çarpım} \\ + \longrightarrow 2. \text{ çarpım} \\ \hline 5848 \end{array}$$

Buna göre, işlemin doğru sonucu kaçtır?

- A) 4624 B) 4648 C) 4763
D) 4864 E) 4924

7. Eray iki basamaklı AB sayısını 42 ile çarparken önce 2 ile çarpacakken 4 ile çarpıyor ve sayının 1. çarpanı ile 2. çarpanının yeri değişmiş oluyor ve sonuç aşağıdaki gibi oluyor.

$$\begin{array}{r} AB \\ \times 42 \\ \hline --- \longrightarrow 1. \text{ çarpım} \\ + -- \longrightarrow 2. \text{ çarpım} \\ \hline 768 \end{array}$$

Buna göre, Eray'ın yapmış olduğu bu işlemin doğru sonucu kaçtır?

- A) 1124 B) 1164 C) 1244
D) 1312 E) 1344

TİP 7

Bu bölümde daha çok size bir sayı tanımlanacak ve bunun üzerinden sorulan sorulara cevap vereceğiz. Bu bölüm ÖSYM'nin her yıl soru sorduğu bir bölümdür.

TAKTİK

Bu bölümde sorulan sorularda verilen tanım iyi okunup varsa örneği incelenerek anlaşılması gerekmektedir.

- Tersten yazılışları aynı olan sayılara palindrom sayı denir.

Örnek: 121, 1331 gibi.

- İki tam sayının kareleri toplamına eşit olan asal sayıya kare asal sayı denir.

Örnek: $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

$5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$ gibi.

ÖĞREN

1. a ve b 1'den büyük bir tam sayı olmak üzere,

$$a^b + b^a$$

biçiminde yazılabilen sayılara leyland sayısı denir.

Örneğin;

$$2^3 + 3^2 = 8 + 9 = 17$$

olduğundan 17 bir leyland sayısıdır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bir leyland sayısı değildir?

- A) 32 B) 57 C) 63
D) 145 E) 177

ÇÖZÜM

Burada leyland sayısının tanımı ve örneği verildiği için seçeneklerdeki sayılardan hangisinin bu tanıma uyduğuna bakılmalıdır.

$$a = 2, b = 4 \text{ için } 2^4 + 4^2 = 16 + 16 = 32$$

$$a = 2, b = 5 \text{ için } 2^5 + 5^2 = 32 + 25 = 57$$

$$a = 2, b = 7 \text{ için } 2^7 + 7^2 = 128 + 49 = 177$$

$$a = 3, b = 4 \text{ için } 3^4 + 4^3 = 81 + 64 = 145$$

görüldüğü üzere 63 sayısı leyland sayısı olamaz.

GELİŞTİR

1. AB ve CD iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere, AD ve CB iki basamaklı sayılarının farkı 6'nın tam katı ise AB ile CD sayılarına ters altılı denir.

Örneğin;

$$AB = 25 \text{ ve } CD = 11 \text{ olsun.}$$

$$AD = 21, CB = 15 \text{ olur.}$$

$$AD - CB = 21 - 15 = 6$$

olduğu için 25 ve 11 ters altılıdır.

Buna göre, 56 ve c2 iki basamaklı sayıları ters altılı sayılar ise c'nin alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 4 C) 5 D) 8 E) 12

ÖĞREN

2. Tersten yazılışları ve okunuşları aynı olan sayılara palindromal sayı denir.

Örneğin; 101, 212, 1441, ... gibi.

Buna göre, bu koşula uygun üç basamaklı kaç tane pozitif palindromal sayı vardır?

ÇÖZÜM

Burada palindromal sayının tanımı ve örnekler incelendiğinde sayıların nasıl olduğu görülmektedir. Üç basamaklı palindromal sayıları için,

$$\left. \begin{array}{c} 1 \quad 1 \quad 1 \\ \vdots \\ 9 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{c} 101 \\ 111 \\ 121 \\ \vdots \\ 191 \end{array} \right\} 10 \text{ tane}$$

$$\left. \begin{array}{c} 2 \quad 0 \quad 2 \\ \vdots \\ 9 \end{array} \right\} 10 \text{ tane}$$

$$\left. \begin{array}{c} \vdots \\ 9 \quad 0 \quad 9 \\ \vdots \\ 9 \end{array} \right\} 10 \text{ tane}$$

Bu durumda toplam palindromal sayı adedi $9 \cdot 10 = 90$ tanedir.

Özel Yol:

Bu sorulardan ilk basamak ne ise son basamak da odur. Bu nedenle üç basamaklı bir palindromal sayı için simetriği olan ikinci sayıdan sonrası önemli değildir.

$$\begin{array}{cc} 9 & 10 \\ \downarrow & \downarrow \\ \{1, 2, 3, \dots, 9\} & \{1, 2, 3, \dots, 9\} \end{array} \quad \times \rightarrow \text{Buraya gerek yok. Çünkü ilk sayı neyse son sayı odur.}$$

Bu nedenle $9 \cdot 10 = 90$ sayı vardır.

GELİŞTİR

2. Kaan aşağıdaki dijital masa saatine bakarak abba biçiminde doğal sayılar yazmak istiyor.



Buna göre, Kaan bu şekilde kaç farklı abba sayısı yazabilir?

- A) 16 B) 90 C) 99 D) 100 E) 900

3. İki basamaklı her AB doğal sayısı için AB gösterimi,

$$\text{AB} = A^2 - AB$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $\text{AB} = \text{BA}$ eşitliğini sağlayan iki basamaklı kaç farklı AB sayısı vardır?

- A) 7 B) 11 C) 12 D) 16 E) 17

4. Bir tam sayının karesine eşit olan sayılara tam kare sayılar denir.

A sayısına eşit veya A sayısından küçük veya eşit olan en büyük tam kare sayı A ile gösteriliyor.

$$\text{Ömek: } \boxed{7} = 4 = 2^2$$

$$\boxed{9} = 9 = 3^2$$

Buna göre, $\text{A} = \text{24} - \text{A}$ eşitliğini sağlayan A doğal sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 82 B) 83 C) 84 D) 85 E) 86

TİP 8

Bu bölümde hepimizin bildiği ancak işlem yaparken fark etmediği temel işlemler ile ilgili ifadelerin sayı basamaklarındaki kullanımını göreceğiz.

TAKTİK

Burada verilen soruları sayı basamakları bilgisinden ya da değer vererek sağlama yönteminden çözebiliriz.

$$\begin{array}{r} \bullet \quad \begin{array}{r} ABC \\ AC \\ + \quad C \\ \hline 259 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} ABC + AC + C = 259 \\ 100A + 10B + C + 10A + C + C = 259 \\ 110A + 10B + 3C = 259 \\ \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \quad 2 \quad 3 \quad 3 \end{array}$$

$$\bullet \quad \begin{array}{r} ABC \\ BCA \\ + \quad CAB \\ \hline 888 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} ABC + BCA + CAB = 888 \\ 100A + 10B + C + 100B + 10C + A + 100C + 10A + B = 888 \\ 111(A + B + C) = 888 \Rightarrow A + B + C = 8 \end{array}$$

ÖĞREN

1. A ve B birer rakam olmak üzere,

$$\begin{array}{r} A4 \\ \times 8 \\ \hline AAB \end{array}$$

olduğuna göre, A · B çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

Verilen ifade düzenlenip sayısal çözümleme yapılacak olursa,

$$A4 \cdot 8 = AAB$$

$$(10A + 4) \cdot 8 = 100A + 10A + B$$

$$80A + 32 = 110A + B$$

$$32 = 30A + B$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 2 \end{array}$$

Burada A = 1 B = 2 ve A · B = 2'dir.

GELİŞTİR

1. A ve B birer rakam olmak üzere,

$$\begin{array}{r} AB4 \\ - \quad AB \\ \hline 148 \end{array}$$

olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. A ve C birer rakam olmak üzere,

$$\begin{array}{r} 2AC \\ + \quad ACA \\ \hline C44 \end{array}$$

olduğuna göre, A · C çarpımı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10



ÖĞREN

2. a ve b birer rakam olmak üzere,

$$\begin{array}{r} ab6 \\ - baa \\ \hline 92 \end{array}$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayısal çözümleme ya da değer vererek çözüm yapabiliriz.

$$\begin{array}{r} ab6 \\ - baa \\ \hline 92 \end{array} \rightarrow 6 - a = 2 \Rightarrow a = 4$$

$$\begin{array}{r} 4b6 \\ - b44 \\ \hline 092 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} b - 4 = 9 \Rightarrow b = 13 \text{ olmaz.} \\ 10 + b - 4 = 9 \\ b + 6 = 9 \Rightarrow b = 3 \end{array}$$

a + b = 3 + 4 = 7'dir.

3. A, B ve C birer rakam olmak üzere,

$$\begin{array}{r} AAA5 \\ 4BB \\ + C3 \\ \hline 8276 \end{array}$$

olduğuna göre, A + B + C toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayısal çözümleme ya da değer verme mantığı kullanılarak çözüm yapılabilir.

$$\begin{array}{r} AAA5 \\ 4BB \\ + C3 \\ \hline 8276 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 5 + B + 3 = 6 \Rightarrow B = -2 \\ 5 + B + 3 = 16 \Rightarrow B = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} AAA5 \\ 488 \\ + C3 \\ \hline 8276 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Elde 1 var :)} \\ A + 8 + C + 1 = 17 \\ A + C = 8 \end{array}$$

Bu durumda A + B + C = 8 + 8 = 16'dır.



GELİŞTİR

3. abc ve bbd üç basamaklı, ad ve bc iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} abc \\ - bbd \\ \hline 294 \end{array}$$

olduğuna göre, ad - bc farkının değeri kaçtır?

- A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 44

4. AB ve CD iki basamaklı sayıları ile ilgili olarak,

$$\begin{array}{r} AB \\ \times CD \\ \hline 195 \end{array} \quad \begin{array}{r} AB \\ + CD \\ \hline 28 \end{array}$$

olduğuna göre, AB - CD farkı kaç olabilir?

- A) 2 B) 5 C) 7 D) 9 E) 10

HAZIRIM Testi 1

1. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır,
 $ab + ba = 77$
olduğuna göre, bu koşula uyan en büyük ab sayısı kaçtır?

A) 43 B) 52 C) 61 D) 70 E) 99

2. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\frac{ab+ba}{ab-ba} = \frac{33}{18}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. İki basamaklı doğal sayılardan kaç tanesi, rakamları toplamının 6 katına eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı dört farklı doğal sayının toplamı 3210'dur.

Buna göre, bu sayılardan en küçüğü en az kaçtır?

A) 250 B) 251 C) 252 D) 253 E) 254

5. ab iki basamaklı doğal sayısı rakamları toplamının $x + 1$ katına, ba iki basamaklı sayısı rakamsal toplamının $x - 4$ katına eşittir.

Buna göre, x kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. abc üç basamaklı doğal sayısı ab iki basamaklı doğal sayısının 3 katından 82 fazladır.

Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

7. abc üç basamaklı doğal sayısının birler ve yüzler basamağının rakamları yer değiştirdiğinde sayının değeri 594 artıyor.

Buna göre, bu koşula uyan kaç farklı abc sayısı vardır?

A) 27 B) 28 C) 29 D) 30 E) 31

8. abc, bca ve cab üç basamaklı doğal sayılardır.

$$333 < abc + bca + cab < 555$$

olduğuna göre, bu koşula uyan kaç farklı abc sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. AB ve BC iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere,

$$\begin{array}{r} AB \\ + AC \\ \hline 117 \end{array}$$

olduğuna göre, $A + B + C$ toplamı kaçtır?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

10. abc, bca ve cab üç basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} abc \\ bca \\ + cab \\ \hline 1221 \end{array}$$

olduğuna göre, bu koşula uyan en büyük abc sayısı kaçtır?

- A) 821 B) 830 C) 911 D) 920 E) 930

11. Üç basamaklı ABC ve DEF doğal sayılarının toplamı 724'tür.

$$10 \cdot A + B = 45$$

$$10 \cdot E + F = 73$$

olduğuna göre, $C + D$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. ABC rakamları farklı üç basamaklı, BC iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} ABC \\ BC \\ + C \\ \hline CCC \end{array}$$

olduğuna göre, $A + B + C$ toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

13. İki basamaklı ab sayısı bir doğal sayının karesine eşittir.

Bu sayının birler ve onlar basamağı bir artırıldığında oluşan sayı yine başka bir doğal sayının karesine eşit oluyor.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 10 E) 13

14. 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 rakamları birer kez kullanılarak altı basamaklı abcdef sayıları için,

$$a + b = c + d = e + f$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, bu koşula uygun yazılabilecek en küçük abcdef sayısının yüzler basamağı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Y
A
R
G
I
Y
A
Y
I
N
E
V
I

HAZIRIM Testi 2

1. A, B ve C birer rakam ve ABC ile CBA üç basamaklı tam sayılardır.

$$A - B = 2$$

$$B - C = 4$$

olduğuna göre, $ABC - CBA$ farkı kaçtır?

- A) 432 B) 540 C) 594 D) 630 E) 711

2.

1. satır	2	3	7	6	5	2		a	
2. satır	4	3	1	8	4	3		b	
3. satır	6	9	8	6	9	8		c	
4. satır	2	7	2	7	2	7		d	

↓
abcd

Adnan yukarıdaki şekilde bir oyun oynuyor. 1. satıra 23765, 2. satıra 4318, 3. satıra 698 ve 4. satıra 27 sayılarını tekrar tekrar yazıyor ve yukarıdan aşağıya doğru dört basamaklı sayılar elde ediliyor.

Buna göre, Adnan'ın bulduğu en büyük sayı ile en küçük sayı arasındaki fark kaçtır?

- A) 6752 B) 6321 C) 5735
D) 5438 E) 4963

3. ABC üç basamaklı bir sayı olmak üzere, $A \cdot B + C$ ifadesinin sonucu asal sayı olan 3 basamaklı ABC doğal sayılarına işlemel asal sayı denir.

Buna göre, en büyük işlemel asal sayı ile en küçük işlemel asal sayının toplamı kaçtır?

- A) 1000 B) 1100 C) 1102
D) 1104 E) 1189

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

4. ★, ■, ▲ ve ● sembollerinden her biri birer rakamı gösterecek şekilde 1, 4, 7 ve 9 rakamları ile eşleştirilerek,



biçiminde üç basamaklı doğal sayılar oluşturuluyor. Bu sayılar küçükten büyüğe doğru sıralandığında 174, 194 ve 917 sayıları elde ediliyor.

Buna göre, ■, ▲, ●, ★ dört basamaklı doğal sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4791 B) 4971 C) 7149 D) 7491 E) 7941

5. n basamaklı bir sayının basamak değerlerinin toplamı sayının soldan sağa doğru her basamağının ardışık tek doğal sayılar ile çarpılıp toplanması ile bulunuyor.

Örneğin; $ABC = 1 \cdot A + 3 \cdot B + 5 \cdot C$

Buna göre,

$$ABA + AABA + BBA = 152$$

eşitliğine göre $A + B$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

6. xy iki basamaklı doğal sayı olmak üzere,

$$\boxed{xy} = x + y$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$\boxed{10} + \boxed{11} + \boxed{12} + \dots + \boxed{xy} = 183$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

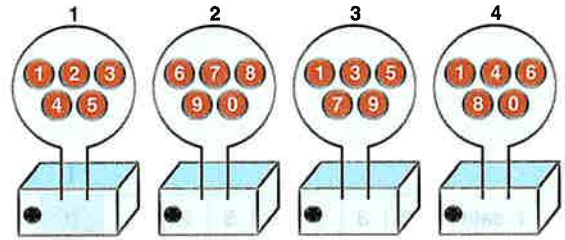
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

7. AB ve BA iki basamaklı doğal sayılardır. Her bir adımın uzunluğu AB cm olan Fatma okul ile ev arasını BA adımda almaktadır. Fatma her bir adım uzunluğunu 13 cm daha artırırsa okul ile ev arasını BA - 5 adımda almaktadır.

Buna göre, Fatma aynı yolu her adımını 50 cm olacak şekilde adım atarsa ev ile okul arasını kaç adımda gider?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

8. Aşağıda 4 cam küre içerisindeki toplar ile bu kürelerden düşen topların toplandığı kutular gösterilmiştir.



Bu düzenek çalıştırıldığında her küreden 1'er top aşağıya düşmekte ve düşen toplar soldan sağa 4 basamaklı bir sayı oluşturmaktadır. Bu işlem son toplara kadar devam ettirilerek oluşturulan sayılar aşağıdaki gibi oluyor.

- İlk düşen topların oluşturduğu sayı oluşabilecek en büyük doğal sayıdır.
- En sona kalan topların oluşturduğu sayı oluşabilecek en küçük doğal sayıdır.
- Üçüncü sırada düşen topların oluşturduğu sayı 3674'tür.

Buna göre, kalan topların oluşturduğu doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 7486 B) 7500 C) 7587
D) 7688 E) 7777

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

HAZIRIM Testi 3

1. ABC üç basamaklı bir doğal sayı olmak üzere, $\overline{ABC}$ gösterimi

$$\overline{ABC} = A^B + C$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

$$\overline{A2B} + \overline{B13} = 8$$

eşitliğini sağlayan A + B toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. İçerisinde basamak sayıları aynı olan iki doğal sayının yazılı olduğu $\overline{ABC DEF}$ sembolünde ABC ve DEF sayıları,

$$\overline{ABC DEF} = (A - D)^2 + (B - E)^2 + (C - F)^2$$

biçiminde tanımlanıyor.

Örnek; $\overline{123 314} = (1 - 3)^2 + (2 - 1)^2 + (3 - 4)^2$
 $= 4 + 1 + 1$
 $= 6$

Buna göre,

$$\overline{ABC 120} = 1$$

eşitliğini sağlayan üç basamaklı kaç farklı ABC doğal sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3.



Yukarıdaki üç karton sıfırdan farklı birer rakam olarak ifade edilmiştir.

- İki renk yan yana yazıldığında iki basamaklı,
- Üç renk yan yana yazıldığında ise üç basamaklı bir sayıyı ifade etmektedir.

$$\overline{BBB} = A$$

$$\overline{BBB} = B$$

$$\overline{BBB} = C$$

$$\overline{BBB} = D$$

Üç basamaklı sayıları için $A + D = B + C$ eşitliği sağlandığına göre,

$$\overline{BBB} + \overline{BBB} + \overline{BBB} = \overline{BBB}$$

toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 111 B) 120 C) 121 D) 125 E) 132

4. AB ve CD iki basamaklı doğal sayıları için,

$$\begin{array}{r} AB \\ \times CD \\ \hline K \end{array}$$

olduğu biliniyor.

Bu çarpımda A sayısı 2 artırılıp C sayısı 2 azaltıldığında çarpımın değeri 240 artıyor.

Buna göre, CD - AB farkı kaçtır?

- A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

5. Aşağıda üç farklı aracın plakalarının görünümü verilmiştir.

TR 06 ABA 204

TR 06 BBA 370

TR 06 BAA 205

Bu plakalarla ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- ABA, BBA ve BAA üç basamaklı sayılardır.
- Plakaların ortasında yazan üç basamaklı sayıların toplamı, plakaların son üç basamağında yer alan üç basamaklı sayıların toplamına eşittir.

Bu bilgilere göre, $A \cdot B$ çarpımı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 6 D) 8 E) 12

6. Sol karıncığın kasılırken oluşturduğu basınca büyük tansiyon, gevşerken oluşturduğu basınca küçük tansiyon adı verilir.

Bir kişinin yüksek tansiyon hastası olduğu büyük tansiyonun en az 140 mm/Hg ve küçük tansiyonun en az 90 mm/Hg olması ile anlaşılabilir.

Buna göre, büyük tansiyonu 1AB mm/Hg ve küçük tansiyonu BA mm/Hg olan bir kişi yüksek tansiyon hastası ise BA'nın alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7.



Yukarıdaki şekillerde aynı kalemin normal boyu, 3 kat büyütülmüş ve 8 kat büyütülmüş boyutlarının uzunlukları gösterilmiştir.

Buna göre, bu kalemin normal boyunun uzunluğu kaç cm'dir?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

8.

İki basamaklı AB doğal sayıları için  sembolü,

$$\boxed{AB} = AB - A \cdot B$$

biçiminde tanımlanıyor.

Örnek; $\boxed{13} = 13 - 1 \cdot 3 = 10$

Buna göre,

$$\boxed{AB} - \boxed{BA} = 72$$

denklemini sağlayan, $A + B$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

SIRA DIŞI SORULAR Testi 4

1. Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı bir doğal sayının, yüzler basamağındaki rakam diğer basamaklarında bulunan rakamların toplamına eşitse bu sayıya kral sayı denir.

Buna göre, kaç farklı kral sayı vardır?

- A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36

2. a ve b asal sayılar olmak üzere,

- $\begin{matrix} b \\ a \end{matrix}$ değeri, a ve b'nin kuvvetlerinin toplamı olarak yazılabilen en büyük iki basamaklı doğal sayı,

- $\begin{matrix} a \\ b \end{matrix}$ değeri, a ve b'nin kuvvetlerinin toplamı olarak yazılabilen en küçük iki basamaklı doğal sayı

olarak tanımlanıyor.

Örnek;

$$\begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} = 3^4 + 2^4 = 81 + 16 = 97$$

$$\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} = 3^2 + 2^0 = 9 + 1 = 10$$

Buna göre,

$$\begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix} - \begin{matrix} 5 \\ 4 \end{matrix}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 56 B) 72 C) 80 D) 86 E) 90

3. Ankara'dan Bolu'ya aracıyla yolculuk yapan Didem yol güzergâhında giderken Şekil - I'deki tabelayı, aynı yolu geri dönerken aynı noktadan geçtiğinde Şekil - II'deki tabelayı görür.



Şekil - I



Şekil - II

Bolu ile Ankara arası 176 km olduğuna göre, Didem'in gidiş yolunda Bolu'ya olan uzaklığı en az kaç km'dir?

- A) 69 B) 79 C) 88 D) 97 E) 99

4. Aşağıda Şekil - I'de düz bir zeminde yer alan saksı içerisinde bir ağaç ve onu sulamak için hemen yanında yer alan sulama kabının görünümü verilmiştir.



Şekil - I



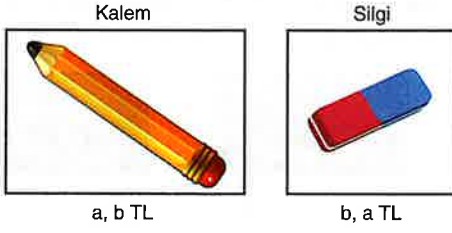
Şekil - II

Bu ağaç dikildiğinde boyu iki basamaklı bir sayı olan ab cm ve sulama kabı ile arasındaki mesafe 24 cm'dir. Aradan belirli bir zaman geçtikten sonra çam ağacının boyu ba cm ve bu sulama kabı ile arasındaki fark 48 cm oluyor.

Buna göre, çam ağacının ilk dikildiğindeki boyu olan ab kaç cm'dir?

- A) 12 B) 19 C) 21 D) 23 E) 36

5. Aşağıda bir kırtasiyede satılan kalem ve silginin iki basamaklı fiyatı verilmiştir.

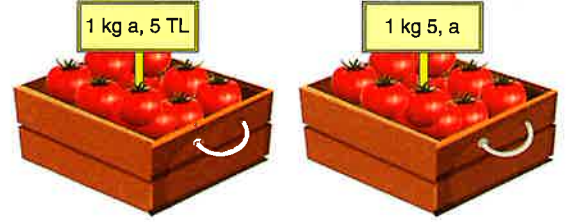


Bu kırtasiyeden bir adet kalem alan Tuğçe kasiyere bir miktar para vermiştir. Kasiyer ise yanlışlıkla silginin fiyatını okutup Tuğçe'ye 12,3 lira para üstü vermesi gerekirken 19,5 lira veriyor.

Buna göre, Tuğçe'nin aldığı kalemin fiyatı kaç liradır?

- A) 1,9 B) 2,8 C) 6,3 D) 8,1 E) 9,1

7. Elinde 30 kilogram domates bulunan bir manav, domatesin kilogram fiyatını Şekil - I'deki gibi belirlemiştir ve çırağına domatesin etiketine "1 kg domates a, 5 TL" yazmasını söylemiştir. Çırak, etikete yazması gerekeni yanlış anlayıp Şekil - II'deki gibi yazarak domateslerin tamamını belirlediği fiyattan satmıştır.



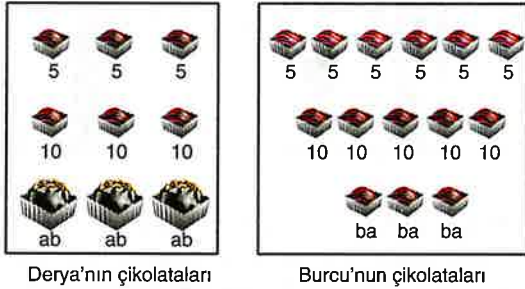
Şekil - I

Şekil - II

Bu satış sonunda manav 54 TL zarar ettiğine göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. Derya ve Burcu'nun, bayram ziyaretinde topladıkları 5, 10, ab ve ba gramlık çikolatalar aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Derya'nın çikolataları

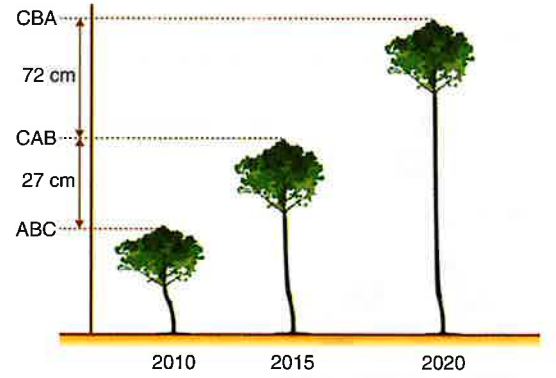
Burcu'nun çikolataları

Topladıkları toplam çikolataların ağırlığı 323 gram olup, Burcu Derya'dan 89 gram daha fazla çikolata toplamıştır.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

8. Bir ağacın boyu 2010, 2015 ve 2020 yıllarında düz bir çubuk ile ölçüyor ve çubuğa şekildeki gibi işaretlenip santimetre cinsinden üç basamaklı doğal sayılar olarak yazılıyor.



Bu ağacın boyunun 2010 ile 2015 arasında 27 cm, 2015 ile 2020 yılları arasında 72 cm uzadığı biliniyor.

Buna göre, ağacın 2010'daki boyu kaç cm'dir?

- A) 171 B) 182 C) 192 D) 218 E) 272

TİP 1

Bu bölümde normal bölme işleminin nasıl yapıldığını öğreneceğiz. "Hocam biz bunu zaten biliyoruz." diyenlerin çok yanlış yaptığı bir yerdir.

TAKTİK

• Bölünen | Bölgen
Bölüm
Kalan

Örnek: $\begin{array}{r} 27 \overline{) 4} \\ 24 \overline{) 6} \\ \hline 3 \end{array}$

Örnek: $\begin{array}{r} 121 \overline{) 4} \\ 12 \overline{) 30} \\ \hline 001 \end{array}$

1'in içinde 4 yok. O yüzden 0 koyduk.

ÖĞREN

1. $\begin{array}{r} 1212 \overline{) 12} \\ \hline \end{array}$
B

Yukarıdaki bölme işlemine göre, A + B toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$\begin{array}{r} 1212 \overline{) 12} \\ \hline 12 \overline{) 101} \rightarrow A \\ \hline 12 \\ \hline 0 \rightarrow B \end{array}$

A + B = 101 + 0 = 101

2. $\begin{array}{r} 12312 \overline{) 123} \\ \hline \end{array}$
B

Yukarıdaki bölme işlemine göre, A + B toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$\begin{array}{r} 12312 \overline{) 123} \\ \hline 123 \overline{) 100} \rightarrow A \\ \hline 00012 \rightarrow B \end{array}$

A = 100 B = 12

A + B = 100 + 12 = 112'dir.

GELİŞTİR

1. $\begin{array}{r} 13213 \overline{) 132} \\ \hline \end{array}$
B

Yukarıdaki bölme işlemine göre, A - B farkı kaçtır?

- A) 7 B) 17 C) 87 D) 117 E) 987

2. $\begin{array}{r} 13131 \overline{) 13} \\ \hline \end{array}$
B

Yukarıdaki bölme işlemine göre, A + B toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 111 C) 1010 D) 1011 E) 1101

ÖĞREN

3. $10203040 \dots 90 \overline{) 10}$

Bölümünden elde edilen bölüm kaç basamaklı bir sayıdır?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r}
 10203040 \dots 90 \overline{) 10} \\
 \underline{- 10} \\
 020 \\
 \underline{- 20} \\
 030 \\
 \underline{- 30} \\
 0 \dots
 \end{array}$$

17 basamaklı

Özel Yol: Bu sorularda hiç işlem yapmadan bölümün kaç basamaklı olduğunu bulmanın en kolay yolu yorum yapmaktır. Bir bölme işleminde bölünen ilk sayıdan sonra gelen her sayı bölüme 1 değer getirir. Yani şöyle,

$$\begin{array}{r}
 123 \overline{) 12} \\
 \underline{10} \\
 2
 \end{array}$$

2 bas.

$$\begin{array}{r}
 1473 \overline{) 11} \\
 \underline{13} \\
 2
 \end{array}$$

3 bas.

Buna göre,

$$\begin{array}{r}
 102030 \dots 90 \overline{) 11} \\
 \underline{10} \\
 20 \\
 \underline{20} \\
 30 \\
 \underline{30} \\
 0 \dots
 \end{array}$$

17 bas.

GELİŞTİR

3. $111222333 \dots 999 \overline{) 111}$

Bölümünden elde edilen bölüm kaç basamaklı bir sayıdır?

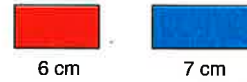
- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

4. $123123123123123 \overline{) 12}$

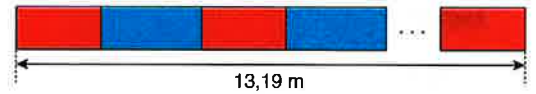
Bölümünden elde edilen bölüm kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

5. Aşağıda uzunlukları 6 cm ve 7 cm olan dikdörtgen şeklindeki kırmızı ve mavi kartonların görünümü verilmiştir.



Bu kartonlar yan yana boşluk kalmayacak şekilde bir kırmızı, bir mavi karton birleştirilerek uzunluğu 13,19 metre olan aşağıdaki şekil elde ediliyor.



Buna göre, bu şekilde kullanılan toplam kırmızı karton sayısı kaçtır?

- A) 100 B) 101 C) 102 D) 103 E) 104

ÖĞREN

4.
$$\begin{array}{r} \text{abab3} \overline{) \text{ab}} \\ \underline{} \\ \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} \text{abab3} \overline{) \text{ab}} \\ \underline{\text{ab}} \\ \text{00ab} \\ \underline{\text{ab}} \\ \text{003} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 1010 \\ y = 3 \end{array} \right\} x + y = 1013 \text{tür.}$$

5.
$$\begin{array}{r} \text{xyxy7} \overline{) \text{xy}} \\ \underline{} \\ \text{a} + 900 \\ \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} \text{xyxyz} \overline{) \text{xy}} \\ \underline{\text{xy}} \\ \text{00xy} \\ \underline{\text{xy}} \\ \text{007} \end{array}$$

$$a + 900 = 1010 \Rightarrow a = 1010 - 900 \Rightarrow a = 110$$

$$b = 7$$

$$a + b = 110 + 7 = 117 \text{dir.}$$

GELİŞTİR

6.
$$\begin{array}{r} \text{xyz14} \overline{) \text{xyz}} \\ \underline{} \\ \text{A} \\ \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $A + B$ toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 100 C) 114 D) 1004 E) 10014

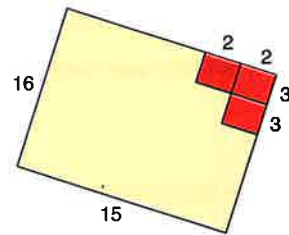
7.
$$\begin{array}{r} \text{ab02} \overline{) \text{ab}} \\ \underline{} \\ \text{2x} + 60 \\ \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

Y A R G I
Y A Y I N E V I

8. Aşağıda boyutları 15 cm ve 16 cm olan bir levhadan şekildeki gibi boyutları 2 cm ve 3 cm olan dikdörtgen parçaları kesilerek çıkartılıyor.



Buna göre, bu dikdörtgen levhalardan en fazla kaç parça çıkar?

- A) 30 B) 32 C) 35 D) 40 E) 42

TİP 2

Bu bölümde bölmenin kavramları ile sorulan ifadesel sorular üzerinde duracağız.

TAKTİK

Burada bölmenin kavramları olan bölünen sayı, bölün sayı, bölüm sayısı ve kalan sayısının ne anlama geldiğini iyi bilmek gerekir.

Bölünen	Bölün
-	Bölüm
Kalan	

- 1) $Kalan < Bölün$
- 2) $Bölünen = Bölün \cdot Bölüm + Kalan$

ÖĞREN

1. Bir bölme işleminde bölün 12, bölüm 9 ve kalan 11'dir.

Buna göre, bölünen sayı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bölme işleminde ifadeler yerleştirilecek olursa,

Bölünen	Bölün	Bölünen	12
-	Bölüm	-	9
Kalan		11	

$$Bölünen = 12 \cdot 9 + 11 = 108 + 11 = 119$$

2. Toplamları 320 olan iki pozitif tam sayıdan büyüğü küçüğüne bölündüğünde bölüm 9, kalan 20'dir.

Buna göre, bölünen sayı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada a ve b gibi iki sayı seçelim.

a	b	$a = 9b + 20$
-	9	$a + b = 320$
20		

$$9b + 20 + b = 320 \Rightarrow 10b = 300$$

$$b = 30$$

$$a = 9b + 20 = 9 \cdot 30 + 20 = 290$$

Bölünen sayı a = 290'dır.

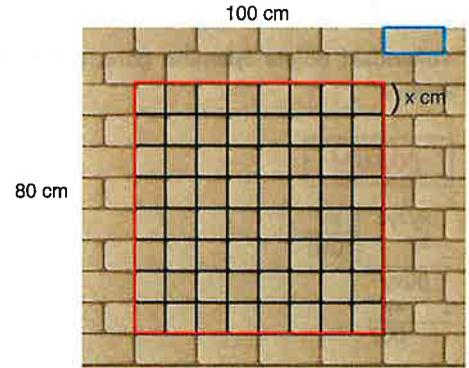
GELİŞTİR

1. Bir bölme işleminde bölünen ile bölünin toplamı 268, bölüm 12 ve kalan 8'dir.

Buna göre, bölünen sayı kaçtır?

- A) 218 B) 228 C) 238 D) 248 E) 250

2. Burcu, aşağıda ölçüleri 80 cm ve 100 cm olan duvar üzerinde bir kenarı x cm olan şekildeki kareleri çiziyor. Burcu'nun çizdiği karelerin toplam alanı 2^{11} cm² dir.



Buna göre, duvarın görünen ön yüzünün toplam alanı belirtilen mavi tuğlalardan kaç tanesinin ön yüz alanına eşittir?

- A) 125 B) 130 C) 135 D) 140 E) 145

TİP 3

Bu bölümde bir bölme işleminin yapılabilmesi için gereken şartların neler olduğunu öğreneceğiz.

TAKTİK

A, B, C ve K doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} \text{Bölünen} \leftarrow A & B \rightarrow \text{Bölen} \\ - & C \rightarrow \text{Bölüm} \\ \hline & k \rightarrow \text{Kalan} \end{array}$$

1) $K < B$

2) $A = B \cdot C + K$

3) $\frac{A}{B} = C + \frac{K}{B} \rightarrow$ tam sayılı kesir

ÖĞREN

1. A, B ve C doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} A & 12 \\ - & B \\ \hline & C \end{array}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, C'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bölme işleminin birinci kuralı kalan her zaman bölen sayıdan küçük olmalıdır.

$$C < 12$$

↓

{0, 1, 2, 3, ..., 11}

$$C = 0 + 1 + 2 + \dots + 11 = \frac{n \cdot (n+1)}{2} = \frac{11 \cdot 2}{2} = 66 \text{ 'dir.}$$

Not: Bölme sorularını çökerken kalanın negatif olmayacağı unutulmaz!

GELİŞTİR

1. A ve B doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} A & 8 \\ - & B \\ \hline & x - 3 \end{array}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, x'in alabileceği doğal sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 52 B) 53 C) 54 D) 55 E) 56

2. A ve B doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} A & 15 \\ - & B \\ \hline & x^2 - 1 \end{array}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, x'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÖĞREN

2. $abc4$ dört basamaklı, mn iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} abc4 \\ - \quad \quad \\ \hline mn \end{array} \quad 18$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, mn 'nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda bölünen sayının sonunda sayı varsa ve kalanla ilgili bir şey soruluyorsa aklınıza tek, çift sayılar gelsin.

$$\begin{array}{r} abc4 \\ - \quad \quad \\ \hline mn \end{array} \quad x$$

$$1) \quad mn < 18$$

$$2) \quad \underbrace{abc4}_{\text{çift}} = \underbrace{18 \cdot x}_{\text{çift}} + \underbrace{mn}_{\text{çift}}$$

mn çift ve 18'den küçük sayılar olmalı

$mn = 16, 14, 12, 10$ olmak üzere 4 farklı değer alır.

3. $abc12$ beş basamaklı, de iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} abc12 \\ - \quad \quad \\ \hline de \end{array} \quad 16$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, de 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada bölünen sayının sonunda iki sayı olup kalan ile ilgili bilgi sorulduğu için bu durumda bölünen sayıda ve bölen sayıda ortak olan sayıya göre yorum yapacağız.

$$\begin{array}{r} abc12 \\ - \quad \quad \\ \hline de \end{array} \quad x$$

$$1) \quad de < 16$$

$$2) \quad \underbrace{abc12}_{4\text{'ün katı}} = \underbrace{16x}_{4\text{'ün katı}} + \underbrace{de}_{4\text{'ün katı}}$$

de sayısı 16'dan küçük ve 4'ün katı olan sayılar olmalıdır. Bu durumda,

$de = 12$ 'dir.

GELİŞTİR

3. $abc2$ dört basamaklı bir doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} abc2 \\ - \quad \quad \\ \hline x \end{array} \quad 12$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, x 'in alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $ab04$ dört basamaklı, cd iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} ab04 \\ - \quad \quad \\ \hline cd \end{array} \quad 24$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, cd 'nin alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

- A) 48 B) 64 C) 72 D) 96 E) 102

TİP 4

Bu bölümde bölme işleminde bölünen değerin en büyük ya da en küçük değerinin nasıl bulunduğunu öğreneceğiz.

TAKTİK

Bölünen sayının en büyük ya da en küçük değeri sorulduğundan öncelikle bölmenin sağlaması ve kalan üzerinden işlem yapılır. Bir diğer önemli ifade ise tanım kümesindeki elemanın ne olduğudur.

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ - & C \\ \hline D \end{array}$$

- 1) $D < B$
- 2) $A = B \cdot C + D$
- 3) A, B, C ve D'nin tanım kümesi önemlidir.

ÖĞREN

1. A ve B pozitif tam sayı,

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ - & B + 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, A'nın en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

- 1) $10 < B$
- 2) $A = B \cdot (B + 2) + 10$

Burada A'nın en küçük olması için B'nin en küçük tam sayı değerini alması gerekir. $B = 11$ için

$$A = 11 \cdot 13 + 10 = 143 + 10 = 153$$

2. x doğal sayı,

$$\begin{array}{r|l} a & 12 \\ - & x + 3 \\ \hline x^2 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

- 1) $a = 12 \cdot (x + 3) + x^2$
- 2) $x^2 < 12$

↓
1, 2, 3

a'nın en büyük değeri için $x = 3$ olmalıdır.

$$a = 12 \cdot (x + 3) + x^2 = 12 \cdot 6 + 9 = 81 \text{ dir.}$$

GELİŞTİR

1. A ve B doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} A - 2 & 2B + 1 \\ - & 4 \\ \hline B + 4 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, A'nın en küçük değeri kaçtır?

- A) 42 B) 43 C) 44 D) 45 E) 46

2. A ve B doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} A & B + 3 \\ - & B + 2 \\ \hline 2B - 5 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, A'nın en büyük değeri kaçtır?

- A) 98 B) 99 C) 100 D) 101 E) 102

ÖĞREN

- 3.** A, B ve C pozitif tam sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ - & 3 \\ \hline & 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} B & C \\ - & 5 \\ \hline & 2 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemlerine göre, A'nın en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada iki bölme ifadesinde ortak olan ifade B olduğu için B'ye göre yorum yaparak çözeceğiz.

$$\begin{array}{r|l} \text{I.} & \text{A} \quad \text{B} \\ & \text{---} \quad \text{---} \\ & \text{32} \quad \text{3} \end{array}$$

$$\text{II.} \quad \begin{array}{r|l} B & C \\ - & 5 \\ \hline & 2 \end{array}$$

$$\bullet A = 3B + 32 \quad ; \quad \bullet B = 5C + 2$$

• $32 < B$: • $2 < C \rightarrow 3, 4, 5, 6, 7$

∴ C = 3 için B = $5 \cdot 3 + 2 = 17$

C = 4 için $B = 5 \cdot 4 + 2 = 22$

$$C = 7 \text{ için } B = 5 \cdot 7 + 2 = \textcircled{37}$$

B = 37 için $A = 3B + 32$

$$A = 3 \cdot 37 + 32 = 111 + 32 = 143\text{'tür.}$$

4. $2x$ sayısı iki basamaklı bir sayıdır.

$$\begin{array}{r|l} 46 \dots & 2x \\ \hline & 2 \dots \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

46	<u>20</u>	46	<u>21</u>	46	<u>22</u>	46	<u>23</u>	46	<u>24</u>
40	2	42	2	44	2	46	2		1

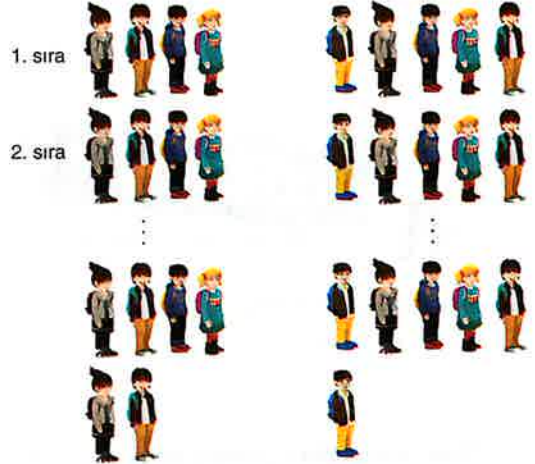
Buradan da görüldüğü gibi,

2x sayısı 20, 21, 22, 23 olabilir.

$$x = 0 + 1 + 2 + 3 = 6 \text{ dir.}$$

GELİŞTİR

- 3.** Aşağıdaki şekilde bir okulun öğrencilerinin Şekil - l'deki gruplar hâlinde sıralanışının görünümü verilmiştir.



Şekil - 1

Şekil - II

Bu öğrenciler Şekil - II'deki gibi 5'erli sıraya dizildiklerinde sıra sayısı 3 azalırken son sırada bir öğrenci kalıyor.

Buna göre, toplam öğrenci sayısını veren doğal sayının rakamlar toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

4. $3x$ sayısı iki basamaklı bir sayıdır.

$$\begin{array}{r|l} 74 \dots & 3x \\ \hline - & 2 \dots \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 28 E) 30

TİP 5

Bu bölümde bölme işlemindeki ifadeleri birbiri cinsinden yazma ve bölme işleminde yapılan düzenlemeleri göreceğiz.

TAKTİK

Burada sorular iki bölme ifadesinden oluşur ve genel olarak ortak ifadeden çözüme gidilir.

$$\frac{a}{3} \Big| \frac{b}{2} \quad \frac{b}{5} \Big| \frac{c}{3}$$

- a'nın c cinsinden ifadesi nedir?
 - c'nin a cinsinden ifadesi nedir?
- gibi

ÖĞREN

1. a, b ve c pozitif tam sayılardır.

$$\frac{a}{2} \Big| \frac{b}{5} \quad \frac{b}{3} \Big| \frac{c}{2}$$

olduğuna göre, a'nın c cinsinden ifadesi nedir?

ÇÖZÜM

Burada ortak ifade b olduğu için b üzerinden çözüme gideceğiz.

$$\frac{a}{2} \Big| \frac{b}{5} \quad \frac{b}{3} \Big| \frac{c}{2}$$

$$a = 5b + 2 \quad b = 2c + 3$$

$$a = 5 \cdot (2c + 3) + 2$$

$$a = 10c + 15 + 2$$

$$a = 10c + 17$$

GELİŞTİR

1. a, b ve c pozitif sayılardır.

$$\frac{a}{3} \Big| \frac{b}{2} \quad \frac{b}{4} \Big| \frac{c}{3}$$

olduğuna göre, a'nın c cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6c + 4$ B) $6c + 8$ C) $6c + 11$
D) $6c + 13$ E) $6c + 18$

Y A R G I Y A Y I N E V i

2. A, B ve C doğal sayılardır.

$$\frac{A}{C} \Big| \frac{B}{2} \quad \frac{C}{4} \Big| \frac{B}{3}$$

Yukarıdaki bölme işlemlerine göre, A'nın C cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3C-8}{3}$ B) $\frac{5C-8}{3}$ C) $\frac{5C-5}{3}$
D) $\frac{5C+2}{3}$ E) $\frac{5C+3}{3}$

ÖĞREN

2. a, b ve c pozitif tam sayılardır.

$$\begin{array}{r} a \mid b \\ \hline 5 \mid 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a \mid c \\ \hline 2 \mid 3 \end{array}$$

olduğuna göre, b'nin c türünden ifadesi nedir?

ÇÖZÜM

Burada ortak ifade a olduğu için a üzerinden çözüm yapacak olursak,

$$\begin{array}{r} a \mid b \\ \hline 5 \mid 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a \mid c \\ \hline 2 \mid 3 \end{array}$$

$$a = 2b + 5$$

$$a = 3c + 2$$

$$2b + 5 = 3c + 2$$

$$2b = 3c - 3$$

$$b = \frac{3c-3}{2} \text{ dir.}$$

3. A, B ve C pozitif tam sayılardır.

$$\begin{array}{r} A \mid 6 \\ \hline 4 \mid B \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A+5 \mid B+1 \\ \hline C \mid 6 \end{array}$$

olduğuna göre, c değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

İki bölüm ifadesi düzenlenerek çözüm yapılacaktır,

$$\begin{array}{r} A \mid 6 \\ \hline 4 \mid B \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A+5 \mid B+1 \\ \hline C \mid 6 \end{array}$$

$$A = 6B + 4$$

$$A + 5 = 6 \cdot (B + 1) + C$$

$$6B + 4 + 5 = 6(B + 1) + C$$

$$6B + 9 = 6B + 6 + C$$

$$9 - 6 = C \Rightarrow C = 3 \text{ tür.}$$

GELİŞTİR

3. a, b ve c doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} a \mid b \\ \hline 2 \mid 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b \mid c \\ \hline 1 \mid 4 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemlerine göre, c'nin a türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a-5}{12}$

B) $\frac{a-7}{12}$

C) $\frac{3a-5}{12}$

D) $\frac{3a+5}{12}$

E) $\frac{5a+12}{12}$

4. a, b ve c pozitif tam sayılardır.

$$\begin{array}{r} a \mid 7 \\ \hline 5 \mid b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a+b \mid c \\ \hline 5 \mid b \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemlerine göre c değeri kaçtır?

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

HAZIRIM Testi 1

1. A ve B birbirinden farklı rakamlar olmak üzere, iki basamaklı AA ve BB sayıları için,

$$\begin{array}{r} \text{AA} \\ \hline \text{---} \end{array} \begin{array}{l} 8 \\ x \\ k \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{BB} \\ \hline \text{---} \end{array} \begin{array}{l} 8 \\ y \\ k \end{array}$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, $x - y$ farkı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

3. Berke bir bölme işlemi yaparken soldan sağa doğru yapacağına sağdan sola doğru yaparak bölme işlemini yapıyor.

Örneğin;

$$\begin{array}{r} 28 \\ \hline 7 \end{array} \begin{array}{l} 7 \\ 13 \\ 21 \\ 21 \\ 0 \end{array}$$

(Berke'nin işlemi)

$$\begin{array}{r} 28 \\ \hline 28 \end{array} \begin{array}{l} 7 \\ 4 \\ 0 \end{array}$$

(Gerçek sonuç)

Buna göre,

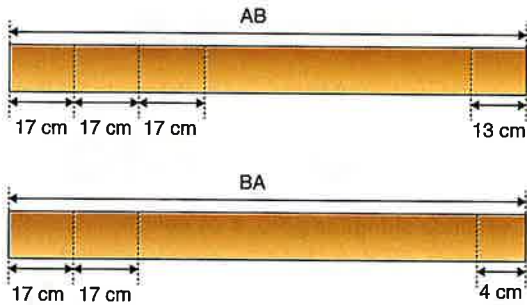
$$\begin{array}{r} 27 \\ \hline 3 \end{array}$$

işleminde Berke'nin elde ettiği bölüm ile gerçek bölümün toplamı kaçtır?

- A) 34 B) 35 C) 36 D) 37 E) 38

Y A R G I Y A Y I N E V İ

2. Aşağıda uzunlukları iki basamaklı AB ve BA doğal sayıları ile ifade edilen farklı uzunluklardaki iki tahta parçasının eşit uzunlukta 17 cm aralıklarla kesiminin görünümü verilmiştir.



Buna göre, $A \cdot B$ çarpımı kaçtır?

- A) 36 B) 48 C) 54 D) 72 E) 90

4. A ve B pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\begin{array}{r} A \\ \hline B \end{array} \begin{array}{l} B \\ B - 3 \\ B - 1 \end{array}$$

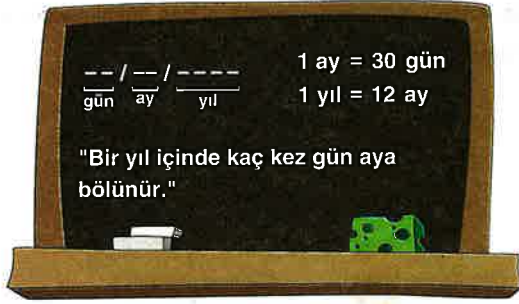
olduğu biliniyor.

$$A + B = 131$$

olduğuna göre, A'nın rakamları toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

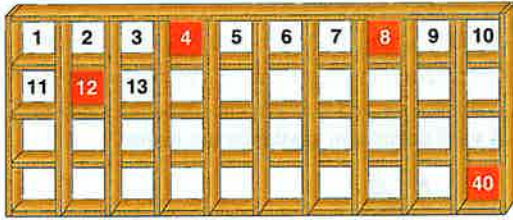
5. Ayşe Öğretmen, derste bölme ve bölünebilme konusunu anlatırken öğrencilerine şu soruyu sorar:



Buna göre, öğrencilerden biri doğru cevabı bulduğuna göre, öğrencinin bulunduğu cevap aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 86 B) 88 C) 90 D) 92 E) 94

6. Aşağıda 1'den 40'a kadar numaralandırılmış 40 bölmeden oluşan bir dolabın görünümü verilmiştir.



Bu dolabın bölmelerinin 4 tanesinin içinde birer tane hediye olup geri kalanının boş olduğu biliniyor.

Bu dolaplarla ilgili olarak;

- Numarası 3'ün katı olan bölmelerde hediye olmadığı,
- Numarası 4'ün katı numaralı olan bölmelerin turuncu renge boyandığı,
- Turuncu renkli bölmelerden sadece bir tanesinde hediye olduğu biliniyor.

Buna göre, 2 tane hediyeyi kesin bulmak isteyen bir kişi en az kaç bölmeye bakmalıdır?

- A) 18 B) 19 C) 25 D) 26 E) 27

7. Bir lokantada masadaki müşterilere gelen hesap müşteri sayısına göre eşit olarak paylaştırılıyor. Kusuratlı çıkan fiyatlar bir sonraki tam sayıya yuvarlanıyor. Örneğin; hesap 40 TL ve kişi sayısı 3 ise kişi başı $13\frac{1}{3}$ TL değil 14 TL ödeniyor.

Buna göre,

A masası		B masası		C masası	
Hesap	147	Hesap	125	Hesap	198
Kişi sayısı	13	Kişi sayısı	6	Kişi sayısı	x

A ve B masalarında 1'er kişinin ödeyeceği paraların toplamı C masasında 1 kişinin ödeyeceği paraya eşittir.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8.



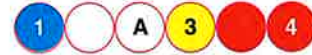
Yukarıda verilen yan yana altı daireye 1'den 6'ya kadar olan rakamlar her bir dairede farklı bir rakam olacak şekilde yerleştirilecektir. Bu daireler sadece sarı, kırmızı, mavi ve kahverengi renklerin tamamı kullanılarak;

- Yan yana olan daireler farklı renkte olacak şekilde,
- Bir dairedeki sayı diğer bir dairedeki sayıyı tam bölüyorsa bu iki daire aynı renkte, bölmüyorsa farklı renkte olacak şekilde boyanacaktır.

Örnek:



sayılar yerleştirildikten sonra dairelerin bir kısmı,



şeklinde olduğuna göre, A ile belirtilen dairedeki sayı ve dairenin rengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5 B) 6 C) 2
D) 5 E) 6

HAZIRIM Testi 2

1. A, B, C ve D sıfırdan farklı rakamlar olmak üzere,

$$\begin{array}{r|l} ABCD & AB \\ \hline & 103 \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} ABCD & CD \\ \hline & 34 \\ \hline 18 & \end{array}$$

işlemleri veriliyor.

Buna göre, $AB + CD$ toplamı kaçtır?

- A) 36 B) 51 C) 68 D) 72 E) 80

2. x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$\begin{array}{|c|c|} \hline x & y \\ \hline \end{array}$: "x sayısının y sayısına bölümünden elde edilen kalanın y sayısına olan uzaklığıdır."

biçiminde tanımlanıyor.

Örneğin; $\begin{array}{|c|c|} \hline 15 & 7 \\ \hline \end{array}$: 15 sayısının 7 ile bölümünden kalan 1'dir.

1 sayısının 7 sayısına olan uzaklığı ise $7 - 1 = 6$ 'dır."

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 15 & 7 \\ \hline \end{array} = 6$$

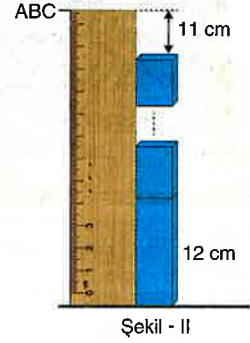
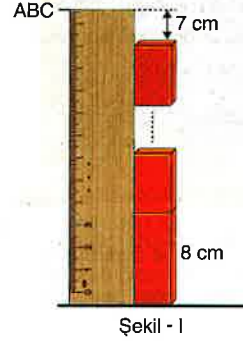
Buna göre,

$$\begin{array}{|c|c|} \hline AB & 37 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 9 & \\ \hline \end{array} = 1$$

eşitliğini sağlayan kaç tane iki basamaklı AB doğal sayısı vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

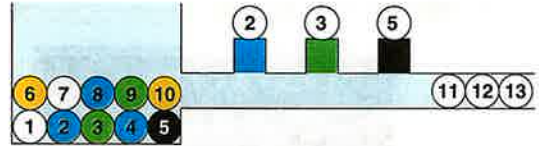
3. Aşağıda boyu 3 basamaklı ABC cm olan bir cetvelin yanına dizilen 8 cm ve 12 cm'lik kutuların görünümü Şekil - I ve Şekil - II'de verilmiştir.



Buna göre, bu cetvelin boyunun en küçük değeri için $A + B + C$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

4. Aşağıda sırasıyla 1'den 100'e kadar numaralandırılmış beyaz toplardan oluşan ve bu topları boyayan boya kutuları ile oluşturulmuş özel bir boyama makinesinin görünümü verilmiştir.



Bu makinenin çalışma sistemiyle ilgili olarak aşağıdakiler biliniyor:

- Toplar üzerinde yazan sayılar boya makinelerinin üzerinde yazan sayılardan yalnız 1 tanesine bölünüyorsa top o renge, 2 tanesine bölünüyorsa sarıya, 3 tanesine bölünüyorsa kırmızıya boyanıyor.
- Toplar üzerinde yazan sayılar boya makinelerinin üzerinde yazan sayılardan herhangi birine bölünmüyorsa top boyanmıyor.

Buna göre, boyama işlemi bittiğinde sarı renkli top sayısı kırmızı renkli top sayısından kaç fazladır?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

5.

$$\begin{array}{r|l} abc & de \\ \hline a- & \end{array}$$

Yukarıdaki üç basamaklı abc sayısını de sayısına bölmek isteyen Can bölme işlemini yanlış öğrendiği için önce ab ile de'yi bölmek yerine bc ile de'yi bölüyor, sonrasında kalan ile a'yı birleştirerek işleme devam ediyor.

$$\begin{array}{r|l} abc & 15 \\ \hline & \end{array}$$

Can yukarıdaki bölme işlemini aynı hata ile çözerek bölümü gerçek bölümden 6 eksik, kalanı ise aynı buluyor.

Buna göre, abc üç basamaklı doğal sayısının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. Burcu, tahtaya 1'den 10'a kadar olan 10 tam sayıyı yazıyor. Sonra, her adımda tahtada yazılı olan sayılardan birini seçiyor ve seçtiği sayıyı daire içine alıp bu sayının tam katı olan tüm sayıları aşağıdaki gibi çiziyor.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
1. adım: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
2. adım: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10
Kalan sayılar: 1, 2, 3, 5, 7, 9

Burcu bu sayılar arasından her bir adımda sırasıyla seçtiği a, b ve c sayıları için bu işlemleri yaptığında her seferinde tahtadan sayı çizip tahtada son durumda 5 sayı kaldığını görüyor.

Buna göre, a + b + c toplamı kaç olabilir?

- A) 8 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

7. Aşağıda 1'den 50'ye kadar ardışık sayıların bulunduğu bir kutu ile bu kutulardan alınan toplarla işlem yapan Arda, Burcu ve Can'ın kutularının görünümü verilmiştir.

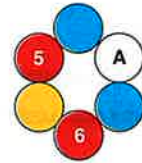


Arda sağ tarafında bulunan kutudan rastgele bir top seçerek önündeki kutunun üzerinde yazan sayının tam katı ise önündeki kutuya atıyor, değilse solundaki kutuya atıyor. Burcu ve Can da aynı şekilde sağ tarafında bulunan kutudan aldığı topa aynı işlemi yapıyorlar.

Buna göre Arda, Burcu ve Can'ın önündeki kutulardaki toplam top sayısı sol taraflarındaki A, B ve C kutularındaki toplam top sayısından kaç fazladır?

- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

8. 6 daireden oluşan aşağıdaki şekilde, teğet iki daireye komşu daireler denir.



1'den 6'ya kadar sayıların yazılı olduğu bu daireler içindeki sayılarla ilgili olarak aşağıdakiler biliniyor.

- Bir dairenin içindeki sayı komşu olduğu daireler içindeki sayıları bölüyorsa sarıya, yalnız bir daire içindeki sayıyı bölüyorsa maviye, ikisini de bölmüyorsa kırmızı rene boyanıyor.

Buna göre, A harfi yazan daire aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 2 D) 3 E) 4

TİP 1

Bu bölümde bölünebilme kurallarından 2 ve 3 ile bölünebilmeyi öğreneceğiz.

TAKTİK

2 ile bölünebilme: Bir sayının 2 ile bölünebilmesi için sayının çift olması gerekir.

Örnek: 14, 26, 148 gibi

3 ile bölünebilme: Bir sayının 3 ile bölünebilmesi için sayının rakamlar toplamının 3'ün katı olması gerekir.

Örnek: 111, 123, 372 gibi

abcd sayısı 3 ile bölünen bir sayı olsun. Bu durumda,

$$a + b + c + d = 3k \text{ olmalıdır.}$$

ÖĞREN

1. Dört basamaklı rakamları birbirinden farklı 214x sayısı 2 ile tam bölünebildiğine göre, x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bir sayının 2 ile tam bölünebilmesi için sayının son basamağının çift olması gerekir. Bu durumda,

$x = 0, 2, 4, 6, 8$ ancak sayının içinde 2 ve 4 olduğu için,

$x = 0, 6$ ve 8 olur.

Toplam ise $x = 0 + 6 + 8 = 14$

2. Aşağıdaki sayılardan hangisi 3 ile tam bölünür?

- A) 1274 B) 1547 C) 1964
D) 2763 E) 3275

ÇÖZÜM

Rakamları toplamı 3'ün katı olan sayı 3 ile tam bölünür.

- A) $1274 \rightarrow 1 + 2 + 7 + 4 = 14 \rightarrow 1 + 4 = 5$ (*)
B) $1547 \rightarrow 1 + 5 + 4 + 7 = 17 \rightarrow 1 + 7 = 8$ (*)
C) $1964 \rightarrow 1 + 9 + 6 + 4 = 20 \rightarrow 2 + 0 = 2$ (*)
D) $2763 \rightarrow 2 + 7 + 6 + 3 = 18$ (✓)
E) $3275 \rightarrow 3 + 2 + 7 + 5 = 17 \rightarrow 1 + 7 = 8$ (*)

GELİŞTİR

1. Aşağıdakilerden hangisi 3 ile tam bölünür?

- A) 14273 B) 19747 C) 23763
D) 29671 E) 32375

2. Beş basamaklı $2x3y5$ sayısı 3 ile tam bölünebildiğine göre, $x + y$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 8 B) 11 C) 14 D) 17 E) 20

ÖĞREN

3. Dört basamaklı $1x24$ sayısı 3 ile tam bölünebildiğine göre, x 'in alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Sayının 3 ile bölünebilmesi için rakamlar toplamı 3'ün katı olmalıdır.

$$1x24 = 1 + x + 2 + 4 = 3k$$

$$7 + x = 3k$$

$$\downarrow$$

$$2, 5, 8$$

(3 ile bölünebilmede ilk sayıyı bulduktan sonra 3 ekleyerek diğer sayıları bul.)

$$x = 2 + 5 + 8 = 15$$

4. Dört basamaklı $1x34$ sayısının 3 ile bölümünden kalan 2'dir.

Buna göre, x 'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz kalanlı sorularda kurala uyan ilk sayı bulunup üzerine kalan eklenerek çözüme gidilebilir.

$$1x34$$

$$1 + x + 3 + 4 = 3k + 2$$

$$8 + x = 3k + 2$$

$$6 + x = 3k$$

$$\downarrow$$

$$0, 3, 6, 9$$

$x = 0, 3, 6, 9$ değerlerini alır.

Toplam ise $0 + 3 + 6 + 9 = 18$ 'dir.

GELİŞTİR

3. a ve b doğal sayılar olmak üzere, a 'nın b ile bölümünden kalan c



biçiminde tanımlanıyor.

Örneğin; 7'nin 3 ile bölümünden kalan 1'dir.



ile gösteriliyor.

Buna göre,



sağlayan farklı a değerler toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 7 C) 10 D) 13 E) 15

4. Dört basamaklı $1x3y$ doğal sayısı 2 ile tam bölünebilen ve 3 ile bölündüğünde 1 kalanını veren bir sayıdır.

Buna göre, $x + y$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
I

TİP 2

Bu bölümde bir sayının 4 ve 5 ile bölünebilmesinin kurallarını öğreneceğiz.

TAKTİK

4 ile bölünebilme: Bir sayının 4 ile bölünebilmesi için sayının son iki basamağının 4 ile tam bölünmesi gerekir.

Örnek: 124, 1264, 1700 gibi

5 ile bölünebilme: Bir sayının 5 ile bölünebilmesi için sayının son basamağının 0 ya da 5 olması gerekir.

Örnek: 120, 175, 1745 gibi

ÖĞREN

1. Aşağıdakilerden hangisi 4 ve 5 ile tam bölünür?

- A) 1130 B) 2445 C) 2760
D) 2985 E) 3230

ÇÖZÜM

- A) 1130 → 5 ile tam bölünür. 4 ile bölündüğünde kalan 2'dir.
B) 2445 → 5 ile tam bölünür. 4 ile bölündüğünde kalan 1'dir.
C) 2760 → 5 ve 4 ile tam bölünür.
D) 2985 → 5 ile tam bölünür. 4 ile bölündüğünde kalan 1'dir.
E) 3230 → 5 ile tam bölünür. 4 ile bölündüğünde kalan 2'dir.

2. Beş basamaklı 13b2 sayısı 4 ile tam bölünebildiğine göre, b'nin alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

4 ile bölünebilme kuralı uygulanacak olursa,
13b2 (4 ile bölünebilme kuralı incelenirken onlar basamağındaki ilk sayıyı bul ve 2 artırarak diğer sayıları bul.)
↓
1, 3, 5, 7, 9

$$b = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25\text{'tir.}$$

GELİŞTİR

1. Dört basamaklı 134a sayısı 4 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, a'nın alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 14

2. Dört basamaklı 2a1b sayısı 3 ve 5 ile tam bölünebildiğine göre, a'nın alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 26 E) 30

3. Dört basamaklı 14ab sayısı 4 ve 5 ile tam bölünebildiğine göre, a kaç farklı değer alır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÖĞREN

3. Dört basamaklı $1a2b$ sayısı 2, 3 ve 5 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, a 'nın alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada 2, 3 ve 5 bölünebilme kurallarından ilk olarak birler basamağını ilgilendiren 2 ve 5 ile başlamak gerekir.

$$1a2b \rightarrow 5 \text{ ile bölünebilme}$$

$$\downarrow$$

$$0 \text{ veya } 5$$

$$1a20 \rightarrow 2 \text{ ile bölünebilme}$$

$$1a20 \rightarrow 1 + a + 2 + 0 = 3k \text{ (3 ile bölünebilme)}$$

$$3 + a$$

$$\downarrow$$

$$0, 3, 6, 9$$

$$a = 0 + 3 + 6 + 9 = 18 \text{ dir.}$$

4. Üç basamaklı $a2b$ doğal sayısı 3 ile bölündüğünde 2 ve 5 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyor.

Buna göre, bu koşula uyan farklı a değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$a2b$ sayısı 5 ile bölündüğünde 1 kalanını veren bir sayı olduğu için $a21$ ve $a26$ olur.

$a21$ 'in 3 ile bölümünden kalan 2 ise,

$$a + 2 + 1 = 3k + 2 \Rightarrow a + 3 = 3k + 2$$

$$\downarrow$$

$$2, 5, 8$$

$a26$ 'nın 3 ile bölümünden kalan 2 ise

$$a + 2 + 6 = 3k + 2 \Rightarrow a + 8 = 3k + 2$$

$$\downarrow$$

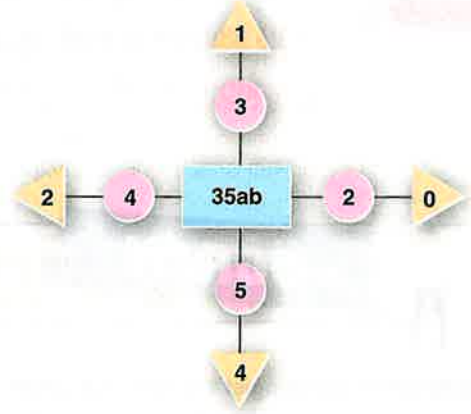
$$0, 3, 6, 9 \text{ ancak } a = 0 \text{ olamaz.}$$

Tüm a değerler toplamı

$$a = 2 + 5 + 8 + 3 + 6 + 9 = 33 \text{ tür.}$$

GELİŞTİR

- 4.



Yukarıdaki şekilde dikdörtgenin etrafında bulunan daire içlerinde yazan sayılar dikdörtgenin içindeki sayının kaç ile bölündüğünü, üçgen içindeki sayılar ise bu bölünmeden elde edilen kalanları ifade etmektedir.

Buna göre, dört basamaklı $35ab$ sayısındaki $a \cdot b$ çarpımının değeri kaç olabilir?

- A) 8 B) 12 C) 20 D) 28 E) 36

5. Dört basamaklı $3a2b$ sayısı 3 ile bölündüğünde 2 kalanını, 5 ile bölündüğünde 3 kalanını vermektedir.

Buna göre, a 'nın alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 30

TİP 3

Bu bölümde 6 ve 7 ile bölünebilme kurallarını öğreneceğiz. Normalde 7 ile bölünebilme kuralı anlatılmıyordu ancak son yıllarda keşfedilen çok kolay ve güzel 7 ile bölünebilme kuralını burada ilk kez sizlere öğreteceğim.

TAKTİK

6 ile bölünebilme: Bir sayının 6 ile bölünebilmesi için sayının 6'nın çarpanları olan 2 ve 3 ile aynı anda bölünmesi gerekir.

Örnek: 132 sayısı çift olduğu için 2 ile bölünür. Rakamları toplamı $1 + 3 + 2 = 6$ olduğu için 3 ile bölünür. Bu durumda 6 ile bölünmüştür.

7 ile bölünebilme: Burada birden fazla yöntem var ancak size en kolay yöntemi göstereceğim. Bir sayının 7 ile bölünebilmesi için sayının birler basamağını 5 ile çarp. Çarpmadığın geri kalan bölümü çarpıma ekle. Sonuç 7'nin katı ise sayı 7 ile tam bölünür.

Örnek:

63 sayısı 7 ile bölünür mü?

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 5 \\ \hline 6 + 15 = 21 \checkmark \end{array}$$

147 sayısı 7 ile bölünür mü?

$$\begin{array}{r} 147 \\ \times 5 \\ \hline 14 + 35 = 49 \checkmark \end{array}$$

ÖĞREN

GELİŞTİR

1. Aşağıdaki sayılardan hangisi 7 ile tam bölünür?

- A) 1234 B) 1749 C) 11213
D) 12313 E) 19844

ÇÖZÜM

7 ile bölünebilme kuralı uygulanacak olursa,

A) $\begin{array}{r} 1234 \\ \times 5 \\ \hline 123 + 20 = 143 \end{array}$

B) $\begin{array}{r} 1749 \\ \times 5 \\ \hline 174 + 45 = 219 \end{array}$

C) $\begin{array}{r} 11213 \\ \times 5 \\ \hline 1121 + 15 = 1131 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1131 \\ \times 5 \\ \hline 113 + 5 = 118 \end{array}$

$\begin{array}{r} 118 \\ \times 5 \\ \hline 11 + 40 = 51 \end{array}$

D) $\begin{array}{r} 12313 \\ \times 5 \\ \hline 1231 + 15 \\ \hline 1246 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1246 \\ \times 5 \\ \hline 124 + 30 \\ \hline 154 \end{array}$

$\begin{array}{r} 154 \\ \times 5 \\ \hline 15 + 20 \\ \hline 35 \end{array}$

E) $\begin{array}{r} 19844 \\ \times 5 \\ \hline 1984 + 20 \\ \hline 2004 \end{array}$

$\begin{array}{r} 2004 \\ \times 5 \\ \hline 200 + 20 \\ \hline 220 \end{array}$

$\begin{array}{r} 220 \\ \times 5 \\ \hline 22 + 0 = 22 \end{array}$

1. Aşağıdaki sayılardan hangisi 6 ile tam bölünür?

- A) 142 B) 1324 C) 1756
D) 2126 E) 3216

2. Aşağıdakilerden hangisi 7 ile tam bölünür?

- A) 1763 B) 1948 C) 2156
D) 2549 E) 3271

ÖĞREN

2. Rakamları birbirinden farklı, üç basamaklı $a2b$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 ve 6 ile bölümünden kalan 1'dir.

Buna göre, a 'nın alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$a2b$ 'nin 5 ile bölümünden kalan 2 ise $a22$ ve $a27$ olur. Ancak rakamları farklı olduğu için $a27$ olmalıdır. $a27$ 'nin 6 = 2 ve 3 ile bölümünden kalan 1'dir.

$$a + 2 + 7 = 3k + 1$$

$$9 + a = 3k + 1 \Rightarrow 8 + a = 3k$$

↓
1, 4, 7 → rakamlar farklı

$$a = 1 + 4 = 5$$

3. Rakamları farklı altı basamaklı $4a026b$ sayısı 6 ile tam bölünüyor.

Buna göre, a kaç farklı değer alır?

ÇÖZÜM

$4a026b$ sayısı 6 ile tam bölünebilmesi için 2 ve 3 ile tam bölünmelidir.

2 ile bölünebilmesi için,

$$4a026b$$

↓
{0, 2, 4, 6, 8} olmalıdır.

Ancak rakamları farklı dediği için $b = 8$ olmalıdır.

Sayıya 3 ile bölünebilme kuralı uygulanırsa,

$$4a0268 = 4 + a + 0 + 2 + 6 + 8 = 3k$$

$$20 + a = 3k$$

↓
{1, 4, 7} olmalıdır.

Sayının rakamları farklı dediği için $a = 1$ ve 7 olmak üzere 2 farklı değer alır.

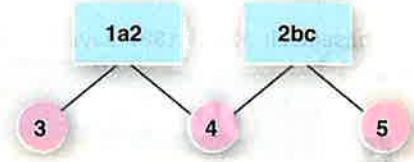
GELİŞTİR

3. Rakamları birbirinden farklı, üç basamaklı $1ab$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 1 ve 6 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, a kaç farklı değer alır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.



Yukarıdaki şekilde dikdörtgen içerisinde yazan her bir sayı bu dikdörtgene bağlı daire içlerindeki sayılara tam bölünebilmektedir.

Buna göre, $a + b + c$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

5. Rakamları farklı dört basamaklı $12xx$ sayısının 6 ile bölümünden kalan 1'dir.

Buna göre x 'in alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

TİP 4

Bu bölümde 8 ve 9 ile bölünebilme kurallarını öğreneceğiz.

TAKTİK

8 ile bölünebilme: Bir sayının 8 ile tam bölünebilmesi için sayının son üç basamağının 8 ile tam bölünmesi gerekir.

Örnek: 18000, 17016, 35008 gibi

9 ile bölünebilme: Bir sayının 9 ile bölünebilmesi için sayının rakamlar toplamının 9'un katı olması gerekir.

Örnek: $\frac{171}{9}$, $\frac{873}{18}$ gibi

ÖĞREN

1. On basamaklı 1321321321 sayısının 8 ile bölümünden kalan kaçtır?

ÇÖZÜM

Sayının son üç basamağı olan 321 sayısının 8 ile bölümüne bakmak yeterlidir.

$$\begin{array}{r|l} 321 & 8 \\ - 32 & \\ \hline & 40 \\ & \textcircled{1} \end{array}$$

2. Yirmi dört basamaklı 2121 ... 21 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

ÇÖZÜM

Sayının rakamları toplamının 9 ile bölümüne bakılmalıdır. Bu sayı 24 basamaklı olduğu için yarısı 24 yarı 1'dir.

$$\begin{aligned} & 2121 \dots 21 \\ & = 2 + 1 + 2 + 1 + \dots + 2 + 1 \\ & = 12 \cdot 2 + 12 \cdot 1 \\ & = 24 + 12 = 36 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 9 \\ - & \\ \hline & 0 \end{array}$$

Kalan 0 olduğu için tam bölünür.

GELİŞTİR

1. Otuz beş basamaklı 3232 ... 3 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. Üç basamaklı a2b sayısının 5 ve 9 ile bölümünden kalan 3'tür.

Buna göre, a'nın alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11



ÖĞREN

3. Beş basamaklı $123x4$ sayısının 8 ile bölümünden kalan 2'dir.

Buna göre, x 'in alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

8 ile bölünebilme kuralı için sayının son üç basamağı olan $3x4$ 'e bakmak yeterlidir.

$$3x4 = 8k + 2$$

$$3x4 - 2 = 8k$$

$$3x2 = 8k$$

$$302 + x0 = 8k$$

$$\underline{302} + 10 \cdot x = 8k$$

$$\begin{array}{ccc} 6 & & \downarrow \\ & & 1, 5, 9 \end{array}$$

$x = 1, 5$ ve 9 değerlerini alır. Toplam ise

$$1 + 5 + 9 = 15 \text{ tir.}$$

4. Üç basamaklı $1ab$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 3, 9 ile bölümünden kalan 4'tür.

Buna göre, a kaç farklı değer alır?

ÇÖZÜM

$1ab$ 'nin 5 ile bölümünden kalan 3 ise $1a3$ ya da $1a8$ 'dir.

$1a3$ 'ün 9 ile bölümünden kalan 4 ise

$$1 + a + 3 = 9k + 4$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 0,9 \end{array}$$

$1a8$ 'in 9 ile bölümünden kalan 4 ise

$$1 + a + 8 = 9k + 4$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 4 \end{array}$$

Bu durumda $a = 0, 4, 9$ olmak üzere 3 farklı değer alır.



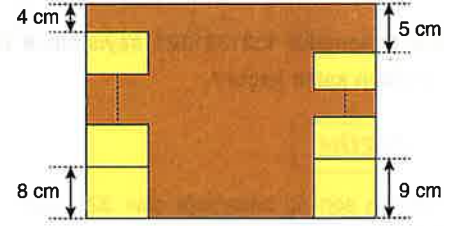
GELİŞTİR

3. Dört basamaklı $a25b$ sayısı 8 ile tam bölünebilen, 9 ile bölündüğünde 2 kalanını veren bir doğal sayıdır.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

4. Aşağıda yüksekliği $a13b$ cm olan bir duvarın görünümü verilmiştir.



Hasan Usta bu duvarı yüksekliği 8 cm olan fayanslarla döşediğinde tavanda 4 cm, yüksekliği 9 cm olan fayanslarla döşendiğinde ise 5 cm'lik boşluk kalmaktadır.

Buna göre, bu duvarın yüksekliği kaç cm'dir?

- A) 7132 B) 7136 C) 8130
D) 8132 E) 8136

5. Üç basamaklı $13a$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 5 ve üç basamaklı $2ab$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 6'dır.

Buna göre, aba sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

TİP 5

Bu bölümde 10 ile ve 11 ile bölünebilme kurallarının nasıl yapıldığını öğreneceğiz.

TAKTİK

10 ile bölünebilme: Sayının birler basamağındaki rakamın sıfır olması gerekir.

Örnek: 120, 1750 gibi

11 ile bölünebilme: Sayının en sağından olacak şekilde sola doğru +, -, +, -, ... biçiminde işaretler atılır. Bu işaretlere gelen rakamlar çarpılıp toplanır ve sonuç 0 ya da 11 ise sayı 11 ile tam bölünür. Eğer sonuç negatif gelirse kalana 11 eklenerek pozitif yapılır.

$$\begin{matrix} + & - & + \\ a & b & c & d \end{matrix} \quad abcd = -a + b - c + d = 0 \text{ ya da } 11 \text{ olmalıdır.}$$

Örnek: $\begin{matrix} + & - & + \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \quad 1234 = -1 + 2 - 3 + 4 = 2$ kalan 2'dir.

$$\begin{matrix} + & - & + \\ 2 & 7 & 8 & 3 \end{matrix} \quad 2783 = -2 + 7 - 8 + 3 = 0 \text{ sayı 11 ile tam bölünür.}$$

$$\begin{matrix} + & - & + \\ 5 & 2 & 3 & 1 \end{matrix} \quad 5231 = -5 + 2 - 3 + 1 = -5 \text{ kalan negatif, bu yüzden } -5 + 11 = 6 \text{'dır.}$$



ÖĞREN

1. 13425 sayısının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

ÇÖZÜM

11 ile bölünebilme kuralını uygulayacak olursak,

$$\begin{matrix} + & - & + & + \\ 1 & 3 & 4 & 2 & 5 \end{matrix} \quad 13425 = 1 - 3 + 4 - 2 + 5 = 5$$

2. Beş basamaklı 2a31b sayısı 10 ve 11 ile tam bölünebildiğine göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada ilk olarak 10 ile bölünebilmeden başlamak gerekir.

2a31b 10 ile bölünüyorsa b = 0'dır.

2a310 11 ile tam bölünüyorsa

$$\begin{matrix} + & - & + & + \\ 2 & a & 3 & 1 & 0 \end{matrix} \quad 2a310 = 2 - a + 3 - 1 = 0 \text{ ya da } 11 \text{ olmalı}$$

$$4 - a = 0 \Rightarrow a = 4$$



GELİŞTİR

1. Beş basamaklı 1a3b4 sayısı 11 ile bölündüğünde 3 kalanını vermektedir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. Otuz üç basamaklı 123123 ... 123 sayısının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

ÖĞREN

3. Beş basamaklı $1a312$ sayısının 11 ile bölümünden kalan 3'tür.

Buna göre, a sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

11 ile bölünebilme kuralı uygulanacak olursa,

$$\begin{aligned} 1a312 &= 1 - a + 3 - 1 + 2 = 11k + 3 \\ 5 - a &= 11k + 3 \\ &\downarrow \\ 0 \\ 5 - a &= 3 \Rightarrow a = 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

4. Beş basamaklı $13a4b$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 3, 11 ile bölümünden kalan 2'dir.

Buna göre, a 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

5 ile bölünebilme kuralı uygulanacak olursa,

$13a4b$ ya da $13a48$ olabilir.

Her iki sayıya ayrı ayrı 11 ile bölümünden kalan 2 ifadesi uygulanırsa,

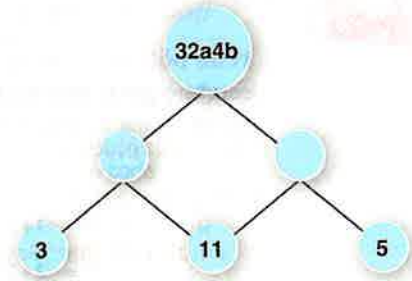
$$\begin{aligned} 13a43 &= 1 - 3 + a - 4 + 3 = 11k + 2 \\ a - 3 &= 11k + 2 \\ &\downarrow \\ 0 \\ a - 3 &= 2 \Rightarrow a = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13a48 &= 1 - 3 + a - 4 + 8 = 11k + 2 \\ a + 2 &= 11k + 2 \\ &\downarrow \\ 0 \\ a + 2 &= 2 \Rightarrow a = 0 \end{aligned}$$

a 'nın alabileceği değerler toplamı $0 + 5 = 5$ 'tir.

GELİŞTİR

3.



Yukarıda daire içlerinde yazılı olan sayılar hemen altında bağlı oldukları daire içinde yazılı olan sayılar ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4.

$$9! + 10! + 11!$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine tam bölünemez?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

5.

$3^8 - 1$ sayısı aşağıdakilerden hangisine tam bölünemez?

- A) 10 B) 16 C) 18 D) 20 E) 41

TİP 6

Bu bölümde 25 ile bölünebilme kuralı ile asal sayıların çarpımı biçiminde yazılabilen sayılarla bölünebilme kurallarını öğreneceğiz.

TAKTİK

25 ile bölünebilme: Bir sayının 25 ile bölünebilmesi için sayının son iki basamağının 25 ile tam bölünebilmesi gerekir.

Örnek: 1200, 1725, 1950 gibi

Asal Çarpanlar Biçiminde Yazılabilen Sayılarla Bölme

12 ile bölünebilme: Sayının 3 ve 4 ile tam bölünebilmesi gerekir.

15 ile bölünebilme: Sayının 3 ve 5 ile tam bölünebilmesi gerekir.

22 ile bölünebilme: Sayının 2 ve 11 ile tam bölünebilmesi gerekir.

30 ile bölünebilme: Sayının 3 ve 10 ile tam bölünebilmesi gerekir.

ÖĞREN

1. Dört basamaklı $3a1b$ sayısı 12 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, a 'nın alabileceği kaç farklı değer vardır?

ÇÖZÜM

$3a1b$ sayısı 12 ile tam bölünebiliyorsa 3 ve 4 ile tam bölünmelidir.

$3a1b$ sayısının 4 ile tam bölünebilmesi için,

$$\begin{array}{c} 3a1b \\ \downarrow \\ 2, 6 \text{ olmalıdır.} \end{array}$$

$3a12$ ve $3a16$ sayılarının 3 ile tam bölünebilmesi için sırasıyla bakacak olursak,

$$\begin{array}{l} 3a12 = 3 + a + 1 + 2 = 3k \\ 6 + a = 3k \\ \downarrow \\ \{0, 3, 6, 9\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3a16 = 3 + a + 1 + 6 = 3k \\ 10 + a = 3k \\ \downarrow \\ \{2, 5, 8\} \end{array}$$

Burada $a = 0, 3, 6, 9, 2, 5, 8$ sayıları olmak üzere 7 farklı değer alır.

GELİŞTİR

1. Dört basamaklı $2a4b$ sayısının 15 ile tam bölünebilmesi için a 'nın alabileceği kaç farklı değer vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. Beş basamaklı $a128b$ sayısının 55 ile tam bölünebilmesi için a 'nın alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

ÖĞREN

2. Dört basamaklı $1x2y$ sayısının 15 ile bölümünden kalan 14'tür.

Buna göre, x 'in alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Öncelikle bu tarz sorularda bölünen sayı asal çarpanları şeklinde yazılabiliyorsa kalanı da bunlara göre değerlendirmek gerekir. Yani sayının 15 ile bölümünden kalan 14 olduğu belirtilmiş. O zaman bu sayı 15'in çarpanları olan 3 ve 5 ile bölünmelidir. Kalan 14 sayısı da 3'e bölünürse kalan 2, 14 sayısı 5'e bölünürse kalan 4 olarak düzenlenir.

Burada ilk olarak 5 ile bölümünden kalan 4'ü uygunlarsak,

$1x2y$ sayısı $1x24$ ya da $1x29$ olur.

3 ile bölümünden kalan 2 ise,

$$1x24 = 1 + x + 2 + 4 = 3k + 2$$

$$7 + x = 3k + 2$$

$$5 + x = 3k$$

↓

$$\{1, 4, 7\}$$

$$1x29 = 1 + x + 2 + 9 = 3k + 2$$

$$x + 12 = 3k + 2$$

$$x + 10 = 3k$$

↓

$$\{2, 5, 8\}$$

Bu durumda x 'in alabileceği değerler toplamı ise,

$$x = 1 + 4 + 7 + 2 + 5 + 8 = 27 \text{ dir.}$$

GELİŞTİR

3. Dört basamaklı $a23b$ sayısının 55 ile bölümünden kalan 13'tür.

Buna göre, a 'nın alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. I. 10'a ve 21'e kalansız bölünebilen her pozitif tam sayı 14'e de kalansız bölünür.
II. 12'ye ve 27'ye kalansız bölünebilen her pozitif tam sayı 18'e de kalansız bölünür.
III. 8'e ve 18'e bölünebilen her pozitif tam sayı 24'e de kalansız bölünür.

Yukarıdaki ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

5. Beş basamaklı $12a3b$ sayısının 45 ile bölümünden kalan 23 ise a 'nın alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

TİP 7

Bu bölümde 13, 17, 19, 23... gibi asal sayılarla yapılan bölmelerde nelere dikkat edeceğimizi öğreneceğiz.

TAKTİK

Asal sayılarla bölme işlemi yapılırken dikkat edilmesi gereken şey daha öncesinde verilen sayı ile sorulan sayıyı birbirine benzetmektir.

Örnek: $1x3$ sayısının 17 ile bölümünden kalan 1 ise, $2x1$ sayısının 17 ile bölümünden kalan kaçtır?

Burada sorulan ifadeyi ilk verilene benzetirsek çözüm kolay olur.

$$2x1 = \frac{1x3}{1} + \frac{98}{13} = 14$$

$$\begin{array}{r} 98 \quad 17 \\ - 85 \quad 5 \\ \hline 13 \end{array}$$

ÖĞREN

1. Dört basamaklı $2x3y$ sayısının 13 ile bölümünden kalan 11'dir.

Buna göre, $3x2y$ sayısının 13 ile bölümünden kalan kaçtır?

ÇÖZÜM

Asal bölünebilme sorularında sorulan sayıyı verilen sayıya benzeterek çözüm yapılmalıdır.

$$3x2y \rightarrow 3020$$

$$2x3y \rightarrow - 2030$$

990 fazla

$$3x2y = \frac{2x3y}{11} + \frac{990}{2} = 13 = 0 \text{ 'dir.}$$

$$\begin{array}{r} 990 \quad 13 \\ - 91 \quad 76 \\ \hline 80 \\ - 78 \\ \hline 2 \end{array}$$

GELİŞTİR

1. Dört basamaklı $3a4b$ sayısının 17 ile bölümünden kalan 7'dir. Buna göre, $2a5b$ sayısının 17 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

2. Dört basamaklı $a31b$ sayısının 29 ile bölümünden kalan 13'tür.

Buna göre, $a51b$ sayısının 29 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

TİP 8

Bu bölümde daha çok yorum yapılarak çözülebilen soru tarzlarını göreceğiz.

TAKTİK

Bu bölümde soruların iyi okunup anlaşılıp yorum yapılarak çözüm üretilmesi gerekir.

Örneğin; Bir ürün 120 liraya satılıyorsa ve toplam bir tutar varsa ortada o zaman bu tutar 120 ile tam bölünür gibi.

ÖĞREN

1. Altı basamaklı xxxxxx sayısı aşağıdakilerden hangisine kesinlikle tam bölünür?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda genellikle toplam ile yapılan bölünebilme kuralları akla gelmelidir.

3 ile bölünebilme kuralını uygularsak,

$$xxxxxx = x + x + x + x + x + x = 6x$$

Toplam $6x$ 3'ün katı olduğu için 3 ile tam bölünür.

11 ile bölünebilme kuralını uygularsak,

$$\overline{xx} + \overline{xx} + \overline{xx} = -x + x - x + x - x + x = 0$$

Sonuç 0 olduğu için 11 ile de tam bölünür.

Bu durumda 3 ve 11 ile yani 33 ile tam bölünür.

Not: Bu tarz sorularda toplam yoluyla bulunan bölme sayılarını kontrol et. 3, 9 ve 11 gibi.

GELİŞTİR

1. $x! + 42$ sayısı 6 ile tam bölünüyor fakat 7 ile tam bölünemiyor.

Buna göre, x 'in alabileceği doğal sayılar toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

2.



Tuncay'ın bileğinde yer alan saatinin ekranı yukarıdaki gibidir. Bu ekran ile ilgili şu bilgileri veriyor:

- Saatin ekranında saati gösteren iki basamaklı sayı 4'e tam bölünebilmektedir.
- Saatin ekranında dakikayı gösteren iki basamaklı sayı 4'e bölündüğünde 2 kalanını vermektedir.

Tuncay bir süre sonra saatine baktığında saatinin ekranını **BA.BA** olarak görüyor.

Bu bilgilere göre, Tuncay'ın saatine bakmadığı süre kaç dakikadır?

- A) 66 B) 126 C) 254 D) 318 E) 378

ÖĞREN

2. Bir satıcının 99 TL'den belirli sayıda aldığı gömleğin faturası aşağıdaki gibidir.

FATURA	
Adet: ----	
Birim fiyat: 99 TL	
Toplam tutar: 3-12-	

Bu faturada satıcının ödediği miktarın birler ve binler basamağındaki rakam şeklindeki gibi silik çıkıyor.

Buna göre, faturada toplam tutarda silik çıkan iki rakamın çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada dikkat edilmesi gereken toplam tutar olan $3x12y$ 'nin 99'un katı olmasıdır. Yani $99 = 9$ ve 11 ile tam bölünüyor demektir.

$3x12y$ 'nin 11 ile tam bölünebilmesi için,

$$3x12y = 3 - x + 1 - 2 + y = 0 \text{ veya } 11 \text{ olmalı}$$

$$2 - x + y = 0 \Rightarrow x - y = 2$$

$$2 - x + y = 11 \Rightarrow y - x = 9$$

$3x12y$ 'nin 9 ile tam bölünebilmesi için,

$$3 + x + 1 + 2 + y = 9k$$

$$6 + x + y = 9k \Rightarrow 6 + x + y = 9 \Rightarrow x + y = 3$$

$$\downarrow$$

$$1, 2$$

$$6 + x + y = 18 \Rightarrow x + y = 12$$

Bulunan denklemler çözülürse;

$$y - x = 9$$

$$x - y = 2$$

$$+ x + y = 3$$

$$+ x + y = 12$$

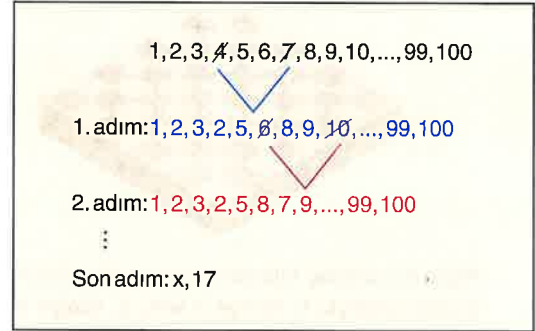
$$y = 6 \quad x = -3$$

$$2x = 14 \Rightarrow x = 7, y = 5$$

Bu durumda $x \cdot y = 7 \cdot 5 = 35$ 'tir.

GELİŞTİR

3. Gözde 1'den 100'e kadar olan sayıları sırasıyla aşağıdaki gibi defterine yazıyor.



Sonrasında bu listeden her bir adımda rastgele iki sayıyı seçip topluyor ve 9 ile kalanını defterine yazıp bu sayıları siliyor. Bu işlemi son adımda iki sayı kalana kadar devam ettiriyor.

Gözde'nin yaptığı bu işlemlerin sonunda listede bıraktığı sayılardan biri 17, diğeri x'tir.

Buna göre, son adımda listede kalan x sayısı en az kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Aşağıda 4 satırdan ve 100 sütundan oluşan bir kâğıdın görünümü verilmiştir.

	1	2	3	4	5	6		100
A								
B								
C								
D								

Bu kâğıdın A satırında 2'nin katı olan sayılar, B satırında 3'ün katı olan sayılar, C satırında 4'ün katı olan sayılar ve D satırında 5'in katı olan sayılar sırasıyla boyanıyor.

Buna göre, bu kâğıdın kaç sütununda tüm sütundaki kareler boyalı hâde olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÖĞREN

3. Aşağıda 64 kareden oluşan bir satranç tahtasının görünümü verilmiştir.



Kayra bu satranç tahtasının sol alt karesinden başlayarak sırasıyla 1. kareye 3 adet, 2. kareye 9 adet, 3. kareye 27 adet buğday olacak biçimde her bir kareye sırasıyla bir öncekine koyduğu buğday sayısının 3 katını koyarak ilerliyor ve elindeki buğdayları tam olarak bitiyor.

Buna göre, Kayra'nın satranç tahtasına koyduğu buğday sayısının 81 ile bölümünden kalan kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada dikkat edilmesi gereken nokta Kayra'nın bölme koyduğu buğday sayısının düzenidir.

1. kare	2. kare	3. kare	4. kare	5. kare	...
3	9	27	81	243	...
3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	

Toplam buğday sayısı = $3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + \dots$

Bu toplamın $81 = 3^4$ e bölünmesi ise toplamda ilk gelen 3^4 ve sonrasına bakmak demektir.

$$3^1 + 3^2 + 3^3 + \frac{3^4 + 3^5 + 3^6 + \dots}{0}$$

= $3 + 9 + 27 = 39$ buğdaydır.

GELİŞTİR

5. Ülkemizde her bir bireyin T.C. kimlik numarası 11 haneden oluşur ve soldan ilk 9 hanesi kimlik numarasını, son iki hane ise kişiye özel doğrulama kodudur.

Son iki haneyi veren algoritma ise şu şekilde bulunur:

1. **adım:** İlk 9 haneyi soldan sağa doğru sıraladığımızda sıra numarası tek olan hanedeki rakamların sayı değerleri toplanır.

2. **adım:** Bulunan toplam 7 ile çarpılır.

3. **adım:** İlk 9 hanedeki çift basamakların toplamı bulunur.

4. **adım:** İkinci adımda bulunan sayıdan üçüncü adımda bulunan sayı çıkarılır.

5. **adım:** Bulunan farkın 10 ile bölümünden kalan kimlik numarasının 10. hanesidir.

6. **adım:** İlk on hanedeki tüm sayıların toplamının 10 ile bölümünden kalan kimlik numarasının 11. hanesidir.

Buna göre,



numaralı bir T.C. vatandaşının kimlik numarasının son iki hanesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 64 B) 66 C) 72 D) 74 E) 76

HAZIRIM Testi 1

1. Aşağıda 13 haneden oluşan bir kitabın barkodunun görünümü verilmiştir.



Bu kitabın barkod bilgisi ile ilgili olarak;

- Ülke kodunun 8 ile bölümünden kalan 5,
- Firma kodunun 9 ile tam bölündüğü,
- Ürün kodunun 11 ile bölümünden kalan 3,
- Kontrol sayısının 5 ile tam bölündüğü biliniyor.

Buna göre, kitabın barkod kodu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 866 3162 44131 5
B) 869 4257 66157 0
C) 871 3472 66431 5
D) 869 6318 43725 5
E) 869 3240 35286 0

2. Üç basamaklı ABB doğal sayısı 5 ile, BAA doğal sayısı ise 12 ile tam bölünmektedir.

Buna göre, $A \cdot B$ çarpımı kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 30 E) 40

3.  sembollerinin içerisine yazılan bir n doğal sayısı,

 : "1'den n 'e kadar olan ardışık doğal sayıların toplamının birler basamağı"

 : " n sayısından önce gelen tam kare sayısının rakamları toplamı"

 : " n sayısından sonra gelen tam kare sayısının birler basamağı"

 : " n sayısının 3 ile bölümünden kalan"

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, abcd dört basamaklı sayısı



ile ifade edildiğine göre bu sayının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Bir A doğal sayısı 3, 5, 6, 9 ve 10 sayılarından dört tanesine tam bölünüyor, bir tanesine ise tam bölünmüyor.

Buna göre, A doğal sayısı bu beş sayıdan hangisine tam bölünmez?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 9 E) 10

5. x bir tam sayı olmak üzere,

- I. $x^2 + x$ sayısı 2 ile tam bölünür.
 II. $x^2 - 1$ sayısı 3 ile tam bölünür.
 III. $x^3 - x$ sayısı 4 ile tam bölünür.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) I, II ve III

7. A, B ve C küçükten büyüğe doğru sıralanmış ardışık rakamlardır. Bu rakamlar kullanılarak iki basamaklı AB, BC ve CA doğal sayıları oluşturuluyor. Bu sayıların toplamı olan $AB + BC + CA$ toplamının 15 ile tam bölündüğü biliniyor.

Buna göre, C kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. 1'den 9'a kadar olan tüm rakamlar kullanılarak n basamaklı n sayıları,

$$n = 123 \dots n$$

biçiminde tanımlanıyor.

Örneğin; $4 = 1234$

$$7 = 1234567 \text{ gibi}$$

Buna göre, 8 ile tam bölünebilen en küçük n doğal sayısının 11 ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. Aşağıdaki tabloda Kadir ile Yeşim'in oynadıkları bir oyundaki söyledikleri üç basamaklı sayıların uygun olduğu kural ve bu kurala göre alacakları puanları verilmiştir.

Kural	Puan
5 ile tam bölünüyorsa	3
8 ile tam bölünüyorsa	4
9 ile tam bölünüyorsa	5
11 ile tam bölünüyorsa	6
Bu sayıların herhangi biri ile tam bölünmüyorsa	0

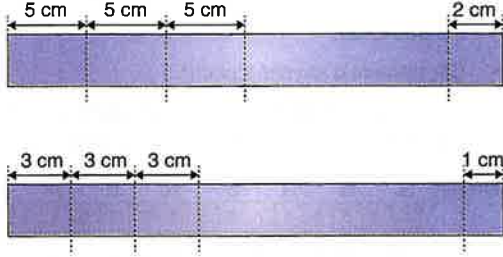
Bu oyunda Kadir üç basamaklı ABC sayısını söyleyerek 12 puan aldığı biliniyor.

Buna göre, Yeşim BAC sayısını söylediğinde alacağı puan kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 11 D) 12 E) 14

HAZIRIM Testi 2

1. Aşağıda boyunun uzunluğu üç basamaklı $a3b$ cm olan eşit uzunluklarda ayrı ayrı 3 ve 5 cm'lik parçalara ayrılmasının görünümü verilmiştir.



Buna göre, $a + b$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

2. AB iki basamaklı bir doğal sayı olmak üzere,

$$\frac{AB+7}{3}$$

doğal sayısı 8 ile tam bölünebilen bir sayıdır.

Buna göre, AB sayısının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 130 B) 147 C) 195 D) 212 E) 256

3. Aşağıda dört basamaklı ABCD sayısını gösteren 4 kutu ve her bir kutunun altında 3, 4, 5 ve 9 rakamlarından biri ile numaralandırılan birer düğmenin bulunduğu bir düzenek gösterilmiştir.



Bu düzenekte her bir harfin altındaki düğmeye basıldığında, harfin o düğme üzerindeki sayı ile bölümünden kalanını göstermektedir.

Yukarıdaki düzenekte düğmelere sırasıyla basıldığında oluşan görünüm aşağıdaki gibidir.



Buna göre, bu kurala uygun rakamları farklı en büyük ABCD sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

4. A, B ve C sıfırdan ve birbirinden farklı rakamlar olmak üzere,

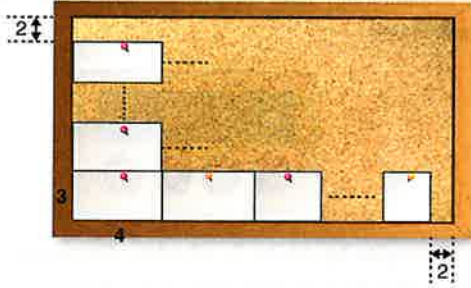
ABC, ACB, BAC ve BCA

üç basamaklı doğal sayıların hepsi 9'a, ikisi 5'e ve biri 4 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, $A \cdot B \cdot C$ çarpımı kaçtır?

- A) 150 B) 180 C) 210 D) 240 E) 280

5. Tuğçe alanı üç basamaklı $abc \text{ cm}^2$ olan dikdörtgen biçimindeki bir panoya boyutları 3 cm ve 4 cm olan özdeş renkli dikdörtgen kâğıtları şekildeki gibi yapıyor.



Bu kâğıtların hiçbirinde boşluk kalmadan ve yan yana yapıştırıldığında panonun kenarlarında 2 cm açıklık kalıyor.

Buna göre, kâğıtların yapıştırıldığı en küçük alanlı dikdörtgen için $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. 16 haneli bir kredi kartının sağdan ilk basamağındaki rakam olan geçerlilik kontrol sayısı aşağıdaki gibi hesaplanır.

- Kredi kartının numaraları soldan saymaya başlanarak her tek haneli rakam 2 ile çarpılır. Sonuç 2 haneli çıkarsa, bu iki hane toplanarak tek bir hane elde edilir. Örneğin; 6 sayısı varsa, 2 ile çarpılıp 12 elde edilir. 1 ve 2 toplanır. 3 sonucu çıkar.
- Çift haneli rakamlar toplanır.
- Her iki işlemde elde edilen sayılar toplanır ve 10 sayısının katına ulaşmak için gereken rakam kontrol sayısıdır.

Örnek;

	2x	2x	2x	2x	2x	2x	2x	2x	2x	2x	2x	2x	2x	2x	2x
5	4	5	6	3	7	6	5	4	2	3	0	1	1	2	4
10	4	10	6	7	12	5	8	2	6	0	2	1	4		
(1+0)		(1+0)			(1+2)										
1	4	1	6	6	7	3	5	8	2	6	0	2	1	4	
Toplam:															

Toplam: $1 + 4 + 1 + 6 + 6 + 7 + 3 + 5 + 8 + 2 + 6 + 0 + 2 + 1 + 4 = 56$

$56 + 4 = 60$ Yani kontrol numaralı 4'tür.



Yukarıdaki kredi kartında numarası verilmeyen rakam kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. Arda, Barış ve Cemil'in bilyelerinin sayısı sırasıyla 2, 3 ve 5 ile tam bölünüyor. Arda Barış'a 10 bilye, Cemil'e 15 bilye verirse Arda, Barış ve Cemil'in son durumdaki bilyelerinin sayısı 3, 5 ve 9 ile tam bölünüyor.

Buna göre Arda, Barış ve Cemil'in toplam bilye sayısı en az kaçtır?

- A) 68 B) 73 C) 78 D) 82 E) 87

SIRA DIŞI SORULAR Testi 3

1. Bir torbanın içerisinde 1'den 50'ye kadar numaralandırılmış 50 tane top vardır. Erdi, Buket ve Ceren bu torbadan sırasıyla rastgele birer top çekerek oynadığı bir oyunda kazanan kiő i aşağıdaki gibi belirleniyor.

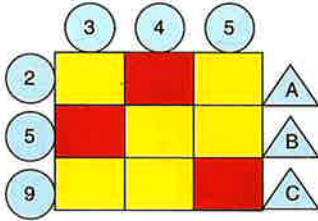
- Çekilen topların üzerindeki sayıların toplamı 4'e blne- rek kalan bulunur.
- Kalan 1 ise Erdi, 2 ise Buket, 3 ise Ceren oyunu kazanır.

Erdi 9 numaralı topu, Buket ise 14 numaralı topu çekmiőtir.

Buna göre, Ceren'in oyunu kazanması için çekebileceği kaç farklı top vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

2.



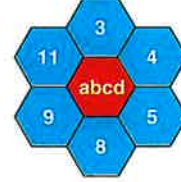
Yukarıda 9 kareden oluşan tablonun her bir hyesi aşağıdaki kurallara göre boyanacaktır.

- Her bir satırın sonundaki üçgen őeklinin içindeki sayı satır ve sütunlardaki daire içerindeki sayılara bölünüyor ise sarıya, bölünmüyor ise kırmızıya boyanacaktır.

Buna göre, $A + B + C$ doğal sayılarının toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 48 B) 64 C) 72 D) 86 E) 166

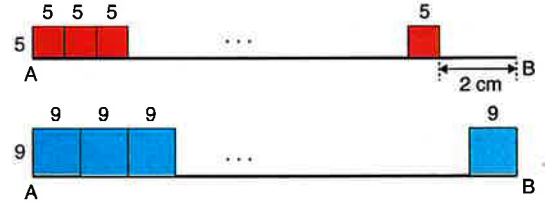
3. Aşağıda verilen kırmızı altıgen içerisindeki rakamları birbirinden farklı dört basamaklı doğal sayı, etrafında bulunan mavi altıgenlerin içerisindeki sayılara tam bölünebilmektedir.



Buna göre, $a + b + c + d$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

4. Aşağıda uzunluğu 100 cm ile 200 cm arasında çift bir sayı olan AB yolunun A noktasından başlanarak kenar uzunlukları 5 cm ve 9 cm olan karelerle aşağıdaki gibi yanyana ve boşluk kalmadan döşeniyor.



Buna göre, aşağıdaki karelerden hangisi yeteri kadar kullanılıp aynı şekilde dizildiğinde bu yolda boşluk ya da taőma olmaz?

- A) 10 B) 15 C) 18
D) 24 E) 30

5. A, B ve C birbirinden farklı rakamlar olmak üzere, üç basamaklı ABC doğal sayısının 3 ile bölümünden ve 11 ile bölümünden kalan B'dir.

Buna göre, B'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. Yeni geliştirilen 13 haneden oluşan barkod sisteminin görünümü aşağıda verilmiştir.



Bu barkodun kontrol numarası aşağıdaki şekilde yapılıyor.

- Soldan başlayarak ilk hane tek olmak üzere tüm kareler tek çift diye ayrılır.
- Çift hanelerdeki sayılar toplanır ve 3 ile çarpılır.
 $7 + 6 + 5 + 7 + 3 + 5 = 33 \times 3 = 99$
- Tek hanelerdeki sayılar toplanır.
 $9 + 8 + 0 + 2 + 7 + 3 + 5 = 34$
- Her iki sayı toplanır ve 10 sayısının katına ulaşmak için gerekli sayı eklenir.
 $99 + 34 = 133 + 7 = 140$

Buna göre,



barkod numarası verilen firmanın firma kodu aşağıdaki-lerden hangisidir?

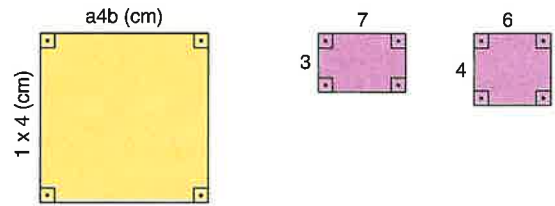
- A) 0103 B) 1103 C) 2103 D) 3103 E) 4103

7. 4 ile tam bölünebilen iki basamaklı AB doğal sayısının rakamlarının yer değiştirilmesi ile elde edilen iki basamaklı BA doğal sayısı da 4 ile tam bölünebilmektedir.

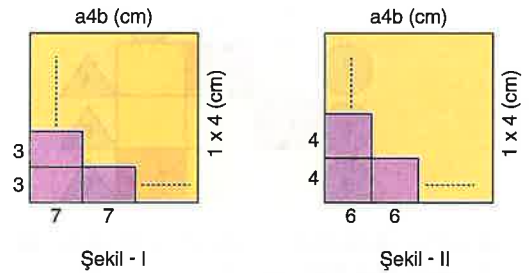
Buna göre, bu koşula uyan farklı AB doğal sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 92 B) 132 C) 136 D) 172 E) 264

- 8.



Ali yukarıdaki şekilde kenar uzunlukları 1x4 cm ve a4b cm olan bir dikdörtgenin içine boyutları 3 cm ve 7 cm olan dikdörtgenler ile boyutları 4 cm ve 6 cm olan dikdörtgenler aşağıdaki gibi dizilmek isteniyor.



Ali kenarları 3 cm ve 7 cm olan dikdörtgen parçaları Şekil - I'deki gibi yerleştirildiğinde hiç boşluk kalmıyor. Aynı şekilde, kenarları 4 cm ve 6 cm olan dikdörtgen parçaları Şekil - II'deki gibi yerleştirildiğinde hiç boşluk kalmıyor.

Buna göre, dikdörtgenin çevre uzunluğu toplamı kaç farklı değer alabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

TİP 1

Bu bölümde bir sayının nasıl asal çarpanlarına ayrılacağını ve asal çarpanların ne anlama geldiğini öğreneceğiz.

TAKTİK

a, b ve c asal sayılar; x, y ve z pozitif doğal sayılar olmak üzere,

$$A = a^x \cdot b^y \cdot c^z$$

ifadesine A sayısının asal çarpanlarına ayrılmış hâli denir. Burada a, b ve c sayıları A'nın asal çarpanlarıdır.

ÖĞREN

1. 180 sayısının asal çarpanlarının toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayıyı asal çarpanlara ayıracak olursak,

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

180'in asal çarpanları = 2, 3 ve 5

Toplam ise $2 + 3 + 5 = 10$ 'dur.

2. $22^2 + 33^2 + 44^2$

toplamının kaç farklı asal çarpanı vardır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda asal çarpanları bulabilmek için sayının tamamını ortak paranteze alarak çarpım durumuna getirmemiz gerekir.

$$\begin{aligned} 22^2 + 33^2 + 44^2 &= (2 \cdot 11)^2 + (3 \cdot 11)^2 + (4 \cdot 11)^2 \\ &= 2^2 \cdot 11^2 + 3^2 \cdot 11^2 + 4^2 \cdot 11^2 \\ &= 11^2 \cdot (2^2 + 3^2 + 4^2) \\ &= 11^2 \cdot (4 + 9 + 16) \\ &= 11^2 \cdot 29 \end{aligned}$$

Asal çarpanlar 11 ve 29 olmak üzere 2 tanedir.

GELİŞTİR

1. 1400 sayısının asal çarpanlarının toplamı kaçtır?

A) 7 B) 9 C) 12 D) 14 E) 16

2. $111^2 + 222^2 + 333^2$

toplamının en büyük asal çarpanı ile en küçük asal çarpanının toplamı kaçtır?

A) 9 B) 24 C) 39 D) 40 E) 113

TİP 2

Bu bölümde asal çarpanların ne işe yaradığını öğreneceğiz. Bir sayının pozitif, negatif tam bölen sayılarını, asal olmayan bölenlerinin sayısını ve daha fazlasını burada göreceğiz.

TAKTİK

a, b ve c asal sayılar; x, y ve z pozitif doğal sayılar olmak üzere,

$A = a^x \cdot b^y \cdot c^z$ biçiminde yazmaya A'nın asal çarpanlarına ayrılmış hâli demiştik. Buradan,

Pozitif tam bölen sayısı = $P \cdot b \cdot s = (x+1) \cdot (y+1) \cdot (z+1)$

Negatif tam bölen sayısı = $N \cdot b \cdot s = P \cdot b \cdot s = (x+1) \cdot (y+1) \cdot (z+1)$

Tam bölenlerin sayısı = $T \cdot b \cdot s = 2 \cdot P \cdot b \cdot s = 2 \cdot (x+1) \cdot (y+1) \cdot (z+1)$

Asal olmayan tam bölen sayısı = $A \cdot o \cdot t \cdot b \cdot s = T \cdot b \cdot s - \{\text{Asal sayı adedi}\}$

Asal olmayan pozitif bölen sayısı = $A \cdot o \cdot p \cdot b \cdot s = P \cdot b \cdot s - \{\text{Asal sayı adedi}\}$

ÖĞREN

1. 150 sayısının

a) Pozitif tam bölen sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

150 sayısını asal çarpanlarına ayıracak olursak,

$$150 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2$$

$$P \cdot b \cdot s = (1+1) \cdot (1+1) \cdot (2+1) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

150	2
75	3
25	5
5	5
1	

b) Negatif tam bölen sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$N \cdot b \cdot s = P \cdot b \cdot s = 12$$

c) Tam bölen sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$T \cdot b \cdot s = 2 \cdot (P \cdot b \cdot s) = 2 \cdot 12 = 24$$

d) Asal bölenlerinin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$\text{Asal bölenler toplamı} = 2 + 3 + 5 = 10$$

e) Asal olmayan pozitif tam bölen sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$A \cdot o \cdot p \cdot b \cdot s = (P \cdot b \cdot s) - \{\text{Asal sayı adedi}\} \\ = 12 - 3 = 9$$

GELİŞTİR

1. 1200 sayısının pozitif tam bölen sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

2. 900 sayısının asal olmayan tam bölen sayısı kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 36 D) 48 E) 51

3. x bir tam sayıdır.

$$20 \cdot 6^x$$

sayısının 48 tane pozitif tam sayı böleni olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÖĞREN

2. 800 sayısının

a) Pozitif tam bölenlerinden kaç tanesi tektir?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda tek bölenleri sorduğu için asal çarpanlardan teklerde işlem yaparız.

$$800 = 2^5 \cdot 5^2$$

Tek bölen buradan gelir.

Tek bölen sayısı için 5^2 kullanılanlar,

Pozitif tek bölen sayısı = $2 + 1 = 3$

b) Pozitif tam bölenlerinden kaç tanesi çifttir?

800	2
400	2
200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

ÇÖZÜM

Burada da çift olması için bir adet 2 olması yeterlidir.

$$800 = 2^5 \cdot 5^2$$

Çift olması için = $2 / 2^4 \cdot 5^2$

$$P \cdot b \cdot s = (4 + 1) \cdot (2 + 1) = 15$$

c) Pozitif tam bölenlerinden kaç tanesi 10'un katıdır?

ÇÖZÜM

İstenen ne ise onu ayır ve geri kalana bak.

$$800 = 2^5 \cdot 5^2$$

$$10\text{'un katı için} = \frac{2^5 \cdot 5^2}{2 \cdot 5} = 2^4 \cdot 5^1$$

$$P \cdot b \cdot s = (4 + 1) \cdot (1 + 1) = 10$$

3. x pozitif tam sayıdır.

$12 \cdot 5^x$ sayısının 120 tane pozitif tam bölen sayısı olduğuna göre, x kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayıyı asal çarpanlarına ayırıp sonrasında pozitif bölen sayısını bulmalıyız.

$$12 \cdot 5^x = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^x$$

$$P \cdot b \cdot s = (2 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (x + 1) = 120$$

$$3 \cdot 2 \cdot (x + 1) = 120$$

$$6 \cdot (x + 1) = 120 \Rightarrow x + 1 = 20 \Rightarrow x = 19$$

GELİŞTİR

4. 1200 sayısının pozitif bölenlerinden kaç tanesi tektir?

- A) 6 B) 12 C) 24 D) 28 E) 36

5. 1500 sayısının pozitif bölenlerinden kaç tanesi çifttir?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 36

6. 2100 sayısının pozitif bölenlerinden kaç tanesi 6'nın katıdır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

7. 1800 sayısının tam bölenlerinden kaç tanesi 15 ile tam bölünür?

- A) 8 B) 16 C) 24 D) 32 E) 48

ÖĞREN

4. 4000 ... 0 (n + 1) basamaklı sayısının 35 tane pozitif tam böleni vardır.

Buna göre, n sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayıyı asal çarpanlarına ayırıp pozitif bölen sayısı formülünü kullanmalıyız.

n + 1 basamaklı $4 \underbrace{000 \dots 0}_{n \text{ basamak}} = 4 \cdot 10^n$ dir.

$$4 \cdot 10^n = 2^2 \cdot 2^n \cdot 5^n = 2^{n+2} \cdot 5^n$$

$$P \cdot b \cdot s = (n + 2 + 1) \cdot (n + 1) = 35$$

$$(n+3) \cdot (n+1) = \begin{matrix} 35 \\ \swarrow \searrow \\ 7 \cdot 5 \end{matrix}$$

$$n+1=5 \Rightarrow n=4 \text{ tür.}$$

5. a ve b birer tam sayıdır.

$$a \cdot b = 600$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

ÇÖZÜM

Burada a ya da b'den birini yalnız bırakırsak çözüm kolay görülür.

$$a \cdot b = 600 \Rightarrow a = \frac{600}{b}$$

Burada 600'ü bölen kaç tane b sayısı varsa o kadar da a sayısı vardır.

600	2	
300	2	
150	2	
75	3	
25	5	
5	5	
1		

$$600 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^2$$

$$T \cdot b \cdot s = 2 \cdot (P \cdot b \cdot s)$$

$$= 2 \cdot (3+1) \cdot (1+1) \cdot (2+1)$$

$$= 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 = 48$$

b sayısından 48 tane olduğu için a sayısından da 48 tanedir.

GELİŞTİR

8. 1200 ... 0 sayısının 96 tane pozitif tam böleni vardır.

Buna göre, bu sayı kaç basamaklıdır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9. $(2^6 \cdot 5^7 \cdot 20)^4$

sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

- A) 31 B) 32 C) 33 D) 34 E) 35

10. a ve b birer tam sayıdır.

$$a \cdot b = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$$

ifadesini sağlayan kaç tane (a, b) ikilisi vardır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

TİP 3

Bu bölümde bir sayıyı en küçük sayı ile çarptığımızda bir sayının karesine ya da küpüne nasıl dönüşeceğini öğreneceğiz.

TAKTİK

Bu bölümde verilen sorularda öncelikle tanım kümesindeki ifadenin ne olduğuna dikkat etmek gerekir. Sonrasında ise verilen sayıyı asal çarpanlarına ayırıp eşitliğin karşısındaki ifadeye göre düzenlememiz gerekir.

Örnek: $27 \cdot a = b^2$ ise a ve b en az kaçtır?

$$3^2 \cdot 3 \cdot a = b^2 \Rightarrow 3^2 \cdot 3^2 = b^2 \Rightarrow (3 \cdot 3)^2 = b^2 \Rightarrow 9^2 = b^2 \Rightarrow b = 9 \text{ ya da } \boxed{b = -9}$$

③

ÖĞREN

1. a ve b sıfırdan farklı tam sayılar olmak üzere,

$$162 \cdot a = b^2$$

eşitliğini sağlayan a ve b sayıları için $a + b$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Verilen sayıyı asal çarpanlarına ayıracak olursak,

$$\begin{array}{r|l} 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 162 \cdot a = b^2 \\ 3^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot a = b^2 \Rightarrow \boxed{a=2} \\ \downarrow \\ \text{②} \\ 3^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 = b^2 \Rightarrow (3 \cdot 3 \cdot 2)^2 = b^2 \\ 18^2 = b^2 \Rightarrow b = 18 \text{ ya da } \boxed{b = -18} \end{array}$$

Toplamın en küçük değeri $a + b = 2 - 18 = -16$ 'dır.

2. x ve y pozitif doğal sayılardır.

$$56 \cdot x = y^3$$

eşitliğini sağlayan x ve y değerleri için $x + y$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada 56 sayısını çarpanlarına ayırırsak,

$$\begin{array}{r|l} 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 2^3 \cdot 7 \cdot x = y^3 \Rightarrow x = 7^2 = 49 \\ \downarrow \\ 7^2 \\ 2^3 \cdot 7 \cdot 7^2 = y^3 \Rightarrow 2^3 \cdot 7^3 = y^3 \\ (2 \cdot 7)^3 = y^3 \Rightarrow \boxed{y=14} \end{array}$$

$$x + y = 49 + 14 = 63$$

GELİŞTİR

1. a ve b sıfırdan farklı pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$96 \cdot a = b^2$$

eşitliğini sağlayan a ve b sayıları için $a + b$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 16 B) 24 C) 30 D) 36 E) 48

2. x ve y sıfırdan farklı tam sayılardır.

$$324 \cdot x^2 = y^3$$

eşitliğini sağlayan x ve y değerleri için $x + y$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 24 B) 36 C) 48 D) 56 E) 64

TİP 4

Bu bölüm daha çok sınavlarda çıkan bir bölümdür. Sorular iyi anlaşılıp yorumlanarak çözülmelidir.

TAKTİK

Sorular iyi okunup soruda verilen tanım ya da örnek iyi incelenmelidir.



ÖĞREN

1. Doğal sayılar kümesinde f fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} \text{Pozitif bölenlerin sayısı} & , x > 10 \\ \text{Pozitif bölenlerin toplamı} & , x \leq 10 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(f(20)) + f(8)$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$f(f(20))$ $f(20)$ için $20 = 2^2 \cdot 5^1$

Pozitif bölen sayısı $= (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 6$

$f(f(20)) = f(6)$ için 6'nın bölenleri 1, 2, 3, 6

Pozitif bölenler toplamı $= 1 + 2 + 3 + 6 = 12$

$f(f(20)) = 12$

$f(8)$ için 8'in bölenleri 1, 2, 4, 8

Pozitif bölenler toplamı $= 1 + 2 + 4 + 8 = 15$

$f(8) = 15$

$f(f(20)) + f(8) = 12 + 15 = 27$

2. n doğal sayı olmak üzere,

$T(n)$: " n sayısının asal bölenlerinin çarpımı" biçiminde tanımlanıyor.

Örneğin; $n = 12$ ise $n = 2^2 \cdot 3$

$T(12) = 2 \cdot 3 = 6$ 'dır.

Buna göre, $T(n) = 10$ eşitliğini sağlayan en büyük iki basamaklı n sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$T(n) = 10$ ise n 'in asal çarpanları 2 ve 5

$n = 2^a \cdot 5^b$

Buradan $a = 4$ ve $b = 1$ seçilirse,

$n = 2^4 \cdot 5^1 = 16 \cdot 5 = 80$ 'dir.



GELİŞTİR

1. Asal çarpanları aynı olan iki farklı doğal sayının asal çarpanlarının kuvvetleri çarpımı birbirine eşitse bu iki sayıya eş güçlü olan sayılar denir.

Örneğin; $36 = 2^2 \cdot 3^2$ ve $48 = 2^4 \cdot 3^1$ olduğundan 36 ile 48 eş güçlü sayılardır.

Buna göre, 200 ile eş güçlü olan en küçük doğal sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. n bir pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\frac{3n+48}{n}$$

sayısı bir tam sayının karesine eşittir.

Buna göre, n 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 32 C) 48 D) 56 E) 64

HAZIRIM Testi 1

1. $x = 12 \cdot 10^4$

sayısının tam sayı bölenlerinin sayısı kaçtır?

- A) 60 B) 80 C) 90 D) 120 E) 140

2. $B = 24 \cdot 3^x$

sayısının asal olmayan pozitif tam bölenleri sayısı 14 olduğuna göre, x'in eşiti kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $A = 4^{a+1} \cdot 9^a$

sayısı veriliyor.

Buna göre, A^3 sayısının asal olmayan tam sayı bölenlerinin toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -1 C) 0 D) 1 E) 5

4. xx iki basamaklı xxx üç basamaklı doğal sayılardır.

xx · xxx sayısının pozitif tam bölen sayısı en çok kaçtır?

- A) 16 B) 32 C) 48 D) 56 E) 64

5.

$$\begin{array}{r|l} 244 & x \\ \hline & y \\ \hline 4 & \end{array}$$

yukarıdaki bölme işlemine göre, x kaç farklı pozitif değer alır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

6.

$$\begin{array}{ccc|c} A & B & C & 2 \\ L & D & E & 2 \\ F & G & E & 3 \\ H & 1 & M & 3 \\ K & 1 & & 5 \\ 1 & & & \end{array}$$

Yukarıda A, B ve C sayılarının çarpanlarına ayrılmış hâli verilmiştir.

Buna göre, $A + B - C$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 173 B) 174 C) 175 D) 176 E) 177

7. Bir n doğal sayısının asal bölenlerinin toplamı n ile tanımlanıyor.

Örneğin; 15 sayısının asal bölenlerinin toplamı 3 ve 5 olduğundan,

$$15 = 3 + 5 = 8 \text{ 'dir.}$$

Buna göre,

$$A = 9$$

eşitliğini sağlayan en küçük üç basamaklı A doğal sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. Asal bölen sayısı en az 2 olan iki baamaklı bir AB doğal sayısının en büyük ve en küçük asal bölenleri arasındaki fark AB ile gösteriliyor.

Örnek; $14 = 7 - 2 = 5$

Buna göre,

$$AB = 3$$

koşulunu sağlayan en büyük sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

9. n bir doğal sayı olmak üzere $T(n)$, n 'yi tam bölen farklı asal-
ların sayısı olarak tanımlanıyor.

Örnek; 14 sayısını tam bölen asal sayılar 2 ve 7 olduğu için $T(14) = 2$ 'dir.

Buna göre,

$$T(n) = 3$$

eşitliğini sağlayan üç basamaklı en küçük n doğal sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. n bir pozitif tam sayı olmak üzere, n gösterimi ile n sayısının farklı asal bölenlerinin sayısı gösteriliyor. Ayrıca, m bir doğal sayı olmak üzere, m gösterimi ile m sayısının basamak sayısı gösteriliyor.

a pozitif tam sayısı için

$$10^a = 30^a$$

eşitliği sağlanıyor.

Buna göre, a sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

HAZIRIM Testi 2

1. İki basamaklı ab doğal sayıları için  sembolü,

$$\triangle_{ab} = 2^a \cdot 3^b$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

$$\triangle_{ab} \cdot \triangle_{ba} = 1296$$

eşitliğini sağlayan ab doğal sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Bir pozitif tam sayının asal bölenlerinin çarpımı, sayının kendisinden farklı en büyük tam sayı bölenine eşit oluyorsa bu sayıya asalsal sayı denir.

Örneğin; 60 bir asalsal sayıdır. Çünkü 60'ın asal bölenleri 2, 3 ve 5'tir ve bu üç sayının çarpımı olan 30 sayısı 60'ın kendisinden farklı en büyük tam sayı bölenidir.

Asal bölenlerinin sayısı 3 olan en küçük üç basamaklı asalsal sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. İçinde bir A doğal sayısının yazılı olduğu n kenarlı bir çokgen sembolünün değeri, $A + n$ doğal sayısının asal çarpanlarının sayısına eşittir.

Örnek;  $11 = 2$

 $A =$  A olduğuna göre, A sayısı;

- I. 13
II. 15
III. 24

değerlerinden hangilerine eşit olabilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

4. İki pozitif tam sayının en büyük ortak böleni 1 ise bu sayılara aralarında asal sayılar denir.

Herhangi ikisi aralarında asal olan a , b ve c pozitif tam sayılarının çarpımı 1260'tır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bu üç sayıdan biri olamaz?

- A) 9 B) 36 C) 45 D) 60 E) 63

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

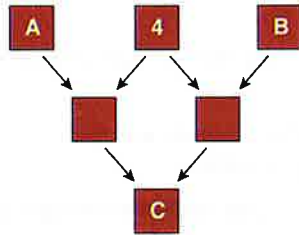
5. Bir tam sayı, kendisi hariç asal bölenlerinin toplamına kalansız bölünüyorsa bu sayıya özgün sayı denir.

Örneğin; 30 özgün sayıdır. Çünkü asal bölenleri olan 2, 3 ve 5 sayılarının toplamına kalansız bölünür.

Buna göre, iki basamaklı en büyük özgün sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

6. 1'den 6'ya kadar olan rakamların her biri aşağıdaki kutulara, her biri bir kutuya bir tane rakam gelecek şekilde yazılacaktır. Bu yazma işlemi, herhangi bir hücredeki sayı, bu hücrenin ok ile gösterdiği hücrelerdeki sayıları tam bölmeyecek ve sadeleşmeyecek biçimde yazılıyor.



Yukarıdaki şekle göre, $A + B + C$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

7. n pozitif tam sayısı için,

$\boxed{n}$: " n sayısının pozitif bölenlerinin toplamı" biçiminde tanımlanıyor.

Örnek; $\boxed{6} = 1 + 2 + 3 + 6 = 12$

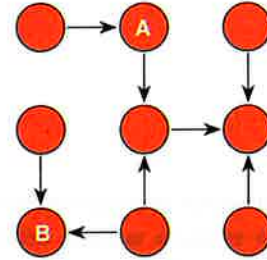
P bir tek asal sayı olmak üzere,

$$\boxed{8 \cdot P} = 16 \cdot P + 2$$

olduğuna göre, P kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 11 D) 13 E) 17

8. Aşağıda 9 daireden oluşan bir sistemin görünümü verilmiştir.



1'den 9'a kadar olan rakamlar bu dairelere her bir dairede farklı bir rakam olacak biçimde yazılıyor. Daireleri birbirine bağlayan okların ucundaki daire içindeki sayı, çıktığı daire içindeki sayıyı bölecek biçimde yerleştirilecektir.

Örnek; $\boxed{9} \rightarrow \boxed{3}$ gibi

Buna göre, $A - B$ farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

TİP 1

Bu bölümde bir sayının ya da birden fazla sayının en büyük ortak böleni yani EBOB'unun nasıl bulunacağını ve ne anlama geldiğini öğreneceğiz.

TAKTİK 1

En Büyük Ortak Bölen (EBOB): İki ya da daha fazla pozitif tam sayıyı aynı anda bölen en büyük pozitif tam sayıya deriz. EBOB bulunurken sayıların asal çarpanlarından ortak bölünen sayıları alıp çarpılır.

Örnek: 20 ile 45'in en büyük ortak böleni kaçtır?

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 3 \\ 5 & 3 \\ 5 & 5^* \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 45 \\ 15 \\ 5 \\ 5 \\ 5^* \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \\ 5^* \\ 1 \end{array}$$

EBOB(20, 45) = 5'tir.

Sayıların EBOB'larını ayırdığımızda geriye kalan sayılar aralarında asaldır.

TAKTİK 2

$$\begin{array}{l} 20 = 5 \cdot 4 \\ 45 = 5 \cdot 9 \end{array} \rightarrow \text{Aralarında asal}$$

ÖĞREN

GELİŞTİR

1. 60 ile 75 sayılarının en büyük ortak böleni kaçtır?

ÇÖZÜM

Sayıları asal çarpanlarına ayırıp ortak bölen sayıları alınız.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3^* \\ 5 & 5^* \\ 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 75 \\ 15 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3^* \\ 5^* \\ 5 \\ 1 \end{array}$$

EBOB(60, 75) = 2 · 5 = 15

2. EBOB(30, 75, 90) kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada 30, 75 ve 90 sayılarının en büyük ortak böleni soruluyor.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3^* \\ 5 & 3 \\ 5 & 5^* \\ 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 75 \\ 15 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 90 \\ 45 \\ 15 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 3^* \\ 3 \\ 5^* \\ 5 \\ 1 \end{array}$$

EBOB(30, 75, 90) = 3 · 5 = 15

1. 100 ile 150 sayılarının en büyük ortak böleni kaçtır?

A) 50 B) 150 C) 200 D) 300 E) 600

2. EBOB(60, 90, 150) kaçtır?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

TİP 2

Bu bölümde asal çarpanlarına ayrılmış ifadelerin en büyük ortak bölenlerinin nasıl bulunduğunu öğreneceğiz.

TAKTİK

Asal çarpanlarına ayrılmış ifadelerin en büyük ortak bölenlerini bulurken her iki ifadede ortak olan ve derecesi en küçük sayılar alınır.

$$\left. \begin{array}{l} A = a^2 \cdot b^3 \cdot c \\ B = a^1 \cdot b^2 \end{array} \right\} \text{EBOB}(A, B) = a^1 \cdot b^2$$



ÖĞREN

1. $A = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$
 $B = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

olduğuna göre, EBOB(A, B) kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada her iki ifadede ortak sayıların üssü küçük olan alınır.

$$\begin{array}{l} A = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \\ B = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2 \end{array}$$

$$\text{EBOB}(A, B) = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1 = 30$$

2. $A = a^3 \cdot b^2 \cdot c$
 $B = a^2 \cdot b^3 \cdot c^2$
 $C = a \cdot b \cdot c$

olduğuna göre, $\frac{\text{EBOB}(A, B)}{\text{EBOB}(B, C)}$ oranı nedir?

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} A = a^3 \cdot b^2 \cdot c^1 \\ B = a^2 \cdot b^3 \cdot c^2 \end{array} \right\} \text{EBOB}(A, B) = a^2 \cdot b^2 \cdot c$$

$$\left. \begin{array}{l} B = a^2 \cdot b^3 \cdot c^2 \\ C = a^1 \cdot b^1 \cdot c^1 \end{array} \right\} \text{EBOB}(B, C) = a \cdot b \cdot c$$

$$\frac{\text{EBOB}(A, B)}{\text{EBOB}(B, C)} = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot c}{a \cdot b \cdot c} = a \cdot b$$



GELİŞTİR

1. $A = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$
 $B = 2^3 \cdot 3^2$

olduğuna göre, EBOB(A, B) kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 24 D) 60 E) 288

2. $A = x^2 \cdot y \cdot z$
 $B = x^3 \cdot y^2 \cdot z^2$
 $C = x \cdot y^3 \cdot z$

olduğuna göre, $\frac{\text{EBOB}(A, B)}{\text{EBOB}(B, C)}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x}{y}$ B) $\frac{x}{y \cdot z}$ C) $x \cdot y$
D) $x \cdot z$ E) $xy \cdot z$

TİP 3

Bu bölümde en büyük ortak bölünü verilen sayıların nasıl yazılabileceğini öğreneceğiz.

TAKTİK

Bir sayının alabileceği en küçük değeri en büyük ortak bölününe eşittir.

$$\begin{aligned} \text{EBOB}(a, b) = x &\Rightarrow a = x \cdot m \\ &b = x \cdot n \end{aligned} \rightarrow \text{Aralarında asal olmalı.}$$

ÖĞREN

1. a ve b doğal sayılar,

$$\text{EBOB}(a, b) = 8$$

olduğuna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada dikkat edilecek en önemli olay tanım kümesinde verilen sayıların birbirinden farklı olup olmadığıdır. Bir sayının alabileceği en küçük değeri EBOB'udur.

$$\text{EBOB}(a, b) = 8 \Rightarrow a = 8$$

$$b = 8$$

Bu durumda a + b = 8 + 8 = 16'dır.

2. a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılardır.

$$\text{EBOB}(a, b, c) = 6$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayıların farklı olduğu verilmiş.

$$\text{EBOB}(a, b, c) = 6 \Rightarrow a = 6 \cdot 1 = 6$$

$$b = 6 \cdot 2 = 12$$

$$c = 6 \cdot 3 = 18$$

$$a + b + c = 6 + 12 + 18 = 36 \text{ 'dır.}$$

Not: EBOB'ları bilinen sayıların kolay bir şekilde yazılabilmesi için

$$\text{Sayı} = \text{EBOB} \cdot n \quad (n=1, 2, 3, \dots) \text{ kullanılabilir.}$$

GELİŞTİR

1. a, b ve c doğal sayılar,

$$\text{EBOB}(a, b, c) = 20$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 60 B) 80 C) 100 D) 120 E) 160

2. a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılardır.

$$\text{EBOB}(a, b, c) = 15$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 45 B) 75 C) 90 D) 105 E) 120



ÖĞREN

3. a ve b doğal sayılardır.

- $\frac{a}{b} = \frac{9}{12}$
- $\text{EBOB}(a, b) = 5$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda öncelikle kesri en sade hâle yazıp sonrasında EBOB'ları ile çarparsak asıl değerlere ulaşılmış oluruz.

$$\frac{a}{b} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \rightarrow \text{Kesrin en sade hâli ortak olan sayılar sadeleşmiş.}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20} \rightarrow \text{Kesrin gerçek değeri EBOB'ları dâhil edilmiş.}$$

$$a = 15 \text{ ve } b = 20$$

$$\text{Bu durumda } a + b = 15 + 20 = 35 \text{ tir.}$$

4. a ve b doğal sayılardır.

- $\text{EBOB}(a, b) = 6$
- $a + b = 24$

olduğuna göre, a · b çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada EBOB her iki sayıda da ortak sayı demektir. Bu nedenle,

$$\begin{aligned} a &= 6 \cdot x \\ b &= 6 \cdot y \end{aligned} \rightarrow \text{aralarında asal}$$

biçiminde yazabiliriz.

$$a + b = 24 \Rightarrow 6x + 6y = 24 \Rightarrow 6(x + y) = 24$$

$$x + y = 4$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{matrix} \rightarrow \text{aralarında asal}$$

$$2 \quad 2$$

$$a = 6 \cdot x = 6 \cdot 1 = 6$$

$$b = 6 \cdot y = 6 \cdot 3 = 18$$

$$a \cdot b = 6 \cdot 18 = 108 \text{ dir.}$$



GELİŞTİR

3. a ve b doğal sayılardır.

- $\frac{a}{b} = \frac{15}{20}$
- $\text{EBOB}(a, b) = 6$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 36 C) 42 D) 48 E) 56

4. a ve b iki basamaklı doğal sayılardır.

- $\text{EBOB}(a, b) = 4$
- $a + b = 48$

olduğuna göre, a · b çarpımı kaçtır?

- A) 320 B) 432 C) 512 D) 560 E) 700

5. 2 · A ve 3 · B pozitif doğal sayılardır.

- $\text{EBOB}(2 \cdot A, 3 \cdot B) = 5$
- $4 \cdot A = 9 \cdot B$

olduğuna göre, A · B çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

6. $A = 4! + 5! + 6!$

$$B = 5! + 6! + 7!$$

olduğuna göre, $\text{EBOB}(A, B)$ kaçtır?

- A) 4! B) 2 · 4! C) 5! D) 6! E) 7!

ÖĞREN

2. Boyutları 48 m ve 64 m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin etrafına, köşelerine de birer tane ağaç gelecek şekilde eşit aralıklarla ağaç dikilecektir.

Buna göre, bu iş için en az kaç ağaca ihtiyaç vardır?

ÇÖZÜM

Burada eşit aralıklarla parçalama işlemi olduğu için sorunun çözümü EBOB'tur. Burada her bir kenara gelen ağaç sayısını bulursak dikdörtgenin çevresinden toplam ağaç sayısını bulabiliriz. Ya da kenarlarına gelen sayılar ağaç sayısınıymış gibi düşünebiliriz.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 4 \\ 12 & 4 \\ \hline 3 & 4 \end{array}$$

Kenarlara gelen
ağaç sayısı



$$\frac{48}{16} = 3$$

$$\text{EBOB}(48, 64) = 4 \cdot 4 = 16 \text{ İki ağaç arası mesafe}$$

$$\frac{64}{16} = 4$$

$$\text{Toplam ağaç sayısı} = 2 \cdot (4 + 3) = 2 \cdot 7 = 14$$

3. Boyutları 40 m ve 55 m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçe eşit uzunlukta karesel parsellere bölünerek her karenin ortasına bir ağaç dikilecektir.

Buna göre, bu iş için en az kaç ağaca ihtiyaç vardır?

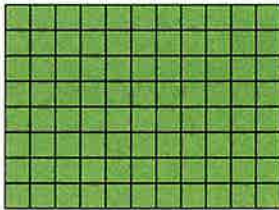
ÇÖZÜM

Eşit bölme işlemi olduğu için çözüm EBOB'tur.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 5 \\ 11 & 5 \\ \hline 5 & 5 \end{array}$$

$$\text{EBOB}(40, 55) = 5 \text{ (Karenin kenarı)}$$

Kenarlara gelen kare sayısı



$$\frac{40}{5} = 8$$

$$\frac{55}{5} = 11$$

$$\text{Toplam ağaç sayısı} = \text{Kare sayısı} = 11 \cdot 8 = 88 \text{ dir.}$$

GELİŞTİR

3. Boyutları 120 m ve 150 m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin her bir köşesine bir ağaç dikilmek şartıyla eşit aralıklarla ağaçlandırılacaktır.

Buna göre, bu iş için en az kaç ağaç gereklidir?

- A) 18 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

4. Uzunlukları 48 cm, 60 cm ve 96 cm olan üç çubuk ayrı ayrı eşit uzunlukta parçalara ayrılacaktır.

Bu iş için en az kaç kesim yapılmalıdır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

5. Boyutları 120 m ve 75 m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçe eşit karesel parsellere ayrılacaktır.

Buna göre, bu bahçe en az kaç karesel parsel ayrılır?

- A) 40 B) 42 C) 44 D) 48 E) 54

ÖĞREN

4. Boyutları 90 m ve 120 m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçe eşit kare parsellere ayrılıp her bir karenin köşeleri-ne birer fidan dikilecektir.

Buna göre, bu iş için en az kaç fidan gereklidir?

ÇÖZÜM

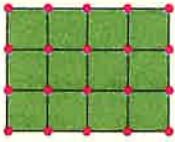
Burada eşit karelere bölme işlemi yapılacağı için çözüm EBOB'tur.

$$\begin{array}{r|l} 90 & 120 \\ 9 & 12 \\ \hline 3 & 3 \end{array}$$

③ ④

Kenarlara gelen kare sayısı

$$\text{EBOB}(90, 120) = 30 \text{ (Karenin bir kenar ölçüsü)}$$



$$\frac{90}{30} = 3$$

Burada köşelere gelen ağaç sayısını bulurken kolay olması için kenarlara gelen kare sayısının birer fazlasını çarpabiliriz.

$$\frac{120}{30} = 4$$

$$\text{Toplam fidan sayısı} = (3 + 1) \cdot (4 + 1) = 4 \cdot 5 = 20$$

5. Boyutları 20 m, 30 m ve 40 m olan dikdörtgenler prizması şeklindeki bir konteynere hiç boşluk kalmayacak şekilde küp şeklinde eşit hacimli kutular yerleştirilecektir.

Buna göre, bu konteynere en az kaç küp yerleştirilebilir?

ÇÖZÜM

Soruda eşit hacimli küpler yerleştirileceği için çözüm EBOB'tur.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 30 & 40 \\ 2 & 3 & 4 \\ \hline 10 & & \end{array}$$

$$\text{EBOB}(20, 30, 40) = 10$$

Küpün kenarı

Burada üç boyut olduğu için toplam küp sayısını

$$\frac{\text{Toplam hacim}}{\text{1 küpün hacmi}} \text{ formülünden bulabiliriz.}$$

$$\text{Küp sayısı} = \frac{\text{Toplam hacim}}{\text{1 küpün hacmi}} = \frac{20 \cdot 30 \cdot 40}{10 \cdot 10 \cdot 10} = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

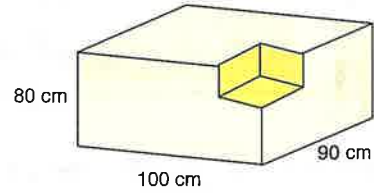
GELİŞTİR

6. Boyutları 210 m ve 180 m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçe eşit karesel parsellere ayrılıp her karenin köşelerine birer ağaç dikilecektir.

Buna göre, bu iş için en az kaç ağaç gereklidir?

- A) 36 B) 42 C) 48 D) 56 E) 60

7.



Yukarıda ölçüleri 80 cm, 100 cm ve 90 cm olan dikdörtgen biçimindeki peynirden küp şeklinde eşit küçük peynir kalıpları kesilerek çıkartılacaktır.

Buna göre, parça artmadan en az kaç adet peynir kalıbı çıkartılır?

- A) 70 B) 30 C) 540 D) 650 E) 720

8. Boyutları 20 m ve 16 m olan dikdörtgen biçiminde bir karton kare şeklinde parçalara ayrılacaktır.

Bu kartondan en az kaç adet kare şeklinde parça çıkarılır?

- A) 5 B) 9 C) 15 D) 20 E) 30

TİP 5

Bu bölümde bir sayının ya da birden fazla sayının en küçük ortak katının yani EKOK'unun nasıl bulunacağını ve EKOK'un ne anlama geldiğini öğreneceğiz.

TAKTİK 1

En Küçük Ortak Kat (EKOK): İki veya daha fazla pozitif tam sayının pozitif tam katlarından ortak olanlarından en küçüğüne EKOK denir.

Örnek: 12'nin katları = 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ...

18'in katları = 18, 36, 54, 72, 90, ...

Burada 12 ve 18'in en küçük eşitlendiği sayı 36 olduğu için $EKOK(12, 18) = 36$ 'dır.

İki sayının EKOK'u bulunurken asal çarpanlara ayrılarak tüm sayılar çarpılır.

TAKTİK 2

12	18	2
6	9	2
3	9	3
1	3	3
1	1	

$$EKOK(12, 18) = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

ÖĞREN

1. 45 ve 75 sayılarının en küçük ortak katı kaçtır?

ÇÖZÜM

Sayıları asal çarpanlarına ayıracak olursak,

45	75	3*
15	25	3
5	25	5*
1	5	5
1	1	

$$EKOK(45, 75) = 3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225$$

2. $EKOK(50, 60, 90)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

Sayıların asal çarpanlarını bulacak olursak,

50	60	90	10*
5	6	9	2
5	3	9	3
5	1	3	3
5	1	1	5
1	1	1	

$$EKOK(50, 60, 90) = 10 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$= 10 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 5$$

$$= 20 \cdot 45 = 900$$

GELİŞTİR

1. 150 ve 90 sayılarının en küçük ortak katı kaçtır?

A) 150 B) 180 C) 300 D) 450 E) 600

2. $EKOK(45, 75, 150)$ kaçtır?

A) 150 B) 180 C) 240 D) 300 E) 450

TİP 6

Bu bölümde asal çarpanlarına ayrılmış ifadelerin EKOK'larının nasıl bulunabileceğini öğreneceğiz.

TAKTİK

Asal çarpanlarına ayrılmış ifadelerin EKOK'ları bulunurken tüm ifadelerin dereceleri en büyük olanlar alınır.

$$\left. \begin{array}{l} A = a^{\textcircled{5}} \cdot b^3 \cdot c^{\textcircled{1}} \\ B = a^4 \cdot b^{\textcircled{4}} \cdot c^{\textcircled{1}} \end{array} \right\} \text{EKOK}(A, B) = a^5 \cdot b^4 \cdot c^1$$

ÖĞREN

1. $A = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$
 $B = 2 \cdot 3^3$

olduğuna göre, $\text{EKOK}(A, B)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayıların kuvveti büyük olanı alırsak eksik bulunur.

$$\begin{array}{l} A = 2^{\textcircled{3}} \cdot 3^2 \cdot 5^{\textcircled{1}} \\ B = 2 \cdot 3^{\textcircled{3}} \end{array}$$

$$\text{EKOK}(A, B) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^1 = 8 \cdot 27 \cdot 5 = 1080$$

2. $A = a^3 \cdot b^2 \cdot c$
 $B = a \cdot b^3 \cdot c^2$
 $C = a^2 \cdot b \cdot c^3$

olduğuna göre, $\frac{\text{EKOK}(A, B, C)}{\text{EBOB}(A, B, C)}$ oranı nedir?

ÇÖZÜM

EKOK bulurken dereceleri en büyük olan ifadeler alınır. EBOB'ta ise ortak ifadelerde dereceleri en küçük olanlar alınır.

$$\begin{array}{l} A = a^{\textcircled{3}} \cdot b^2 \cdot c^{\textcircled{1}} \\ B = a^{\textcircled{1}} \cdot b^{\textcircled{3}} \cdot c^2 \\ C = a^2 \cdot b^{\textcircled{1}} \cdot c^{\textcircled{3}} \end{array}$$

$$\frac{\text{EKOK}(A, B, C) = a^3 \cdot b^3 \cdot c^3}{\text{EBOB}(A, B, C) = a \cdot b \cdot c} = a^2 \cdot b^2 \cdot c^2$$

GELİŞTİR

1. $A = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2$
 $B = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

olduğuna göre, $\frac{\text{EKOK}(A, B)}{\text{EBOB}(A, B)}$ oranı kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 45 D) 75 E) 90

2. x, y ve z doğal sayılar,
 $A = 2^x \cdot 3^2 \cdot 5$
 $B = 2^3 \cdot 3^y \cdot 5^z$

ve $\text{EKOK}(A, B) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ olduğu biliniyor.

Buna göre, x + y + z toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

TİP 7

Bu bölümde iki veya daha fazla sayının EKOK'ları biliniyorsa her bir sayının nasıl bulunabileceğini öğreneceğiz.

TAKTİK 1

Bir sayı en fazla EKOK'una eşit olabilir. Eğer sayılar aynı ise iki sayıyı da EKOK'una eşit alabiliriz. Ancak sayılar birbirinden farklı ise kolay bir şekilde her bir sayının en büyük değerlerini bulmanın yolu,

$$\text{Sayı} = \frac{\text{EKOK}}{n} \quad (n=1, 2, 3, 4, \dots)$$

biçiminde bulabiliriz.

TAKTİK 2

EKOK'ları bilinen sayıların en küçük değerleri sorulursa bu durumda sayılar aralarında asal seçilmelidir.

ÖĞREN

1. a ve b doğal sayılardır.

$$\text{EKOK}(a, b) = 30$$

olduğuna göre, a + b toplamının en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Sayılar farklı demediği için her iki sayıyı da EKOK'a eşit olacak şekilde seçebiliriz.

$$a = 30 \quad b = 30$$

$$a + b = 30 + 30 = 60$$

2. a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılardır.

$$\text{EKOK}(a, b, c) = 80$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Sayılar farklı olduğu için

$$\text{Sayı} = \frac{\text{EKOK}}{n} \text{ formülünü kullanabiliriz.}$$

$$\text{Sayı} = \frac{80}{n=1, 2, 4}$$

$$a = \frac{80}{1} = 80, \quad b = \frac{80}{2} = 40, \quad c = \frac{80}{4} = 20$$

$$a + b + c = 80 + 40 + 20 = 140$$

GELİŞTİR

1. a ve b doğal sayılardır.

$$\text{EKOK}(a, b) = 45$$

olduğuna göre, a + b toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 50 B) 60 C) 75 D) 80 E) 90

2. a, b, c ve d birbirinden farklı doğal sayılardır.

$$\text{EKOK}(a, b, c, d) = 75$$

olduğuna göre, a + b + c + d toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 120 B) 150 C) 225 D) 250 E) 300

ÖĞREN

3. a ve b doğal sayılardır.

$$\text{EKOK}(a, b) = 60$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada iki sayının EKOK'u verilip sayıların en küçük değerleri sorulduğu için sayılar aralarında asal seçilmelidir.

$$\text{EKOK}(a, b) = 60 = 1 \cdot 60$$

$$= 3 \cdot 20$$

$$= 5 \cdot 12$$

Bu sayılardan toplamı en küçük olan

$$a = 5 \quad b = 12 \text{ olacak biçimde,}$$

$$a + b = 5 + 12 = 17 \text{ 'dir.}$$

4. a, b ve c doğal sayılardır.

$$\text{EKOK}(a, b, c) = 90$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayıların en küçük değerleri sorulduğu için aralarında asal olacak şekilde seçmeliyiz.

$$\text{EKOK}(a, b, c) = 90$$

$$1 \cdot 9 \cdot 10$$

$$2 \cdot 9 \cdot 5$$

Burada birbirine yakın ve üç sayının da aralarında asal olduğu durum,

$$a = 2 \quad b = 9 \quad c = 5$$

$$\text{Toplam ise } a + b + c = 2 + 9 + 5 = 16$$

GELİŞTİR

3. a ve b doğal sayılardır.

$$\text{EKOK}(a, b) = 90$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 15 B) 19 C) 21 D) 23 E) 47

4. a, b ve c doğal sayılardır.

$$\text{EKOK}(a, b, c) = 150$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 18 B) 30 C) 36 D) 45 E) 54

5. a, b ve c pozitif doğal sayılardır.

$$2a = 3b = 5c$$

$$\text{EKOK}(a, b, c) = 180$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 120 B) 150 C) 180 D) 186 E) 224

TİP 8

TAKTİK

Bu bölümde EBOB ve EKOK'un özelliklerini tek bir hâlde bütün bir şekilde göreceğiz.

- 1) $a < b$ olmak üzere,
 $EBOB(a, b) \leq a < b \leq EKOK(a, b)$
 Bir sayı en az EBOB'una, en çokta EKOK'una eşittir.
- 2) İki sayının çarpımı bu sayıların EBOB ile EKOK'larının çarpımına eşittir.
 $a \cdot b = EBOB(a, b) \cdot EKOK(a, b)$
- 3) Ardışık ya da aralarında asal sayıların EBOB'ları 1, EKOK'ları ise sayıların çarpımına eşittir.
 • a ve b aralarında asal sayılar olsun.
 $EBOB(a, b) = 1, \quad EKOK(a, b) = a \cdot b$
- 4) Rasyonel sayıların EKOK'ları alınırken payın EKOK'u paydanın EBOB'u alınır.

$$EKOK\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}\right) = \frac{EKOK(a, c, e)}{EBOB(b, d, f)}$$

ÖĞREN

1. a ve b doğal sayılardır.

$$EKOK(a, b) = 10$$

olduğuna göre, bu kurala uyan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

ÇÖZÜM

Burada EKOK'ları verilen iki sayının kaç farklı değer alabileceğini bulmalıyız. Bunun içinde tek tek yazmalıyız.

$$\begin{aligned} \text{①} \quad & \frac{a}{10} \quad \frac{b}{10} \quad \bullet \quad \text{Sayı} = \frac{EKOK}{n} = \frac{10}{n} \\ & \begin{cases} 10 \leftrightarrow 5 \\ 10 \leftrightarrow 2 \\ 10 \leftrightarrow 1 \\ 4 \leftrightarrow 5 \end{cases} \quad \bullet \quad \text{Burada aralarında asal olacak biçimde yaz.} \end{aligned}$$

Bu durumda toplam 9 farklı (a, b) ikilisi vardır.

Özel Yol: Bu soruları düşünmeden yazmak için,

$$A = a^x \cdot b^y \text{ ise}$$

$$(a, b) \text{ ler} = (2x + 1) \cdot (2y + 1)$$

$$\text{Bu soru için } 10 = 2^1 \cdot 5^1$$

$$\text{Toplam (a, b) ler} = (2 \cdot 1 + 1) \cdot (2 \cdot 1 + 1) = 9$$

GELİŞTİR

1. a ve b doğal sayılardır.

$$EKOK(a, b) = 20$$

olduğuna göre, bu koşula uyan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

2. x ve y doğal sayılardır.

$$\bullet \quad x < y$$

$$\bullet \quad EKOK(x, y) = 50$$

olduğuna göre, bu koşula uyan kaç farklı (x, y) ikilisi vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 14 E) 15

ÖĞREN

2. x ve 48 sayısının en büyük ortak böleni 12, en küçük ortak katı 240'tır.

Buna göre, x kaçtır?

ÇÖZÜM

İki sayının çarpımı bu sayıların EBOB'u ile EKOK'unun çarpımına eşittir.

$$x \cdot 48 = \text{EBOB}(x, 48) \cdot \text{EKOK}(x, 48)$$

$$x \cdot 48 = 12 \cdot 240$$

$$4x = 240 \Rightarrow x = 60$$

3. a ve b aralarında asal sayılardır.

- $\text{EKOK}(a, b) = 224$
- $\frac{56}{a} + b = 40$

olduğuna göre, b kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayılar aralarında asal olduğu için EBOB'ları 1, EKOK'ları sayıların çarpımıdır.

$$\text{EKOK}(a, b) = a \cdot b = 224$$

$$\frac{56}{a} + b = 40 \Rightarrow \frac{56 + a \cdot b}{a} = 40$$

$$\frac{56 + 224}{a} = 40$$

$$280 = 40 \cdot a \Rightarrow a = 7$$

$$a \cdot b = 224 \Rightarrow a \cdot b = 224 \Rightarrow b = 32 \text{ dir.}$$

4. $\text{EKOK}\left(\frac{3}{2}, \frac{8}{3}, \frac{4}{5}\right)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\text{EKOK}\left(\frac{3}{2}, \frac{8}{3}, \frac{4}{5}\right) = \frac{\text{EKOK}(3, 8, 4)}{\text{EBOB}(2, 3, 5)} = \frac{24}{1} = 24$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 8 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & & 3 \end{array}$$

$$\text{EKOK}(3, 8, 4) = 2^3 \cdot 3 = 24$$

GELİŞTİR

3. a ve b pozitif doğal sayılar,

- $\text{EBOB}(a, b) = 4$
- $\text{EKOK}(a, b) = 72$

olduğu biliniyor.

Buna göre, $a + b$ toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. a ve b pozitif tam sayılardır.

- $\text{EBOB}(a, b) = 12$
- $\text{EKOK}(a, b) = 180$
- $a + \frac{120}{b} = 38$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 24 B) 36 C) 48 D) 60 E) 72

5. $\frac{18}{7}, \frac{24}{5}$ ve $\frac{56}{11}$

sayılarına tam olarak bölünebilen en küçük pozitif doğal sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

ÖĞREN

5. a ve b ardışık doğal sayılardır.

$$\text{EKOK}(a, b) + \text{EBOB}(a, b) = 421$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Sayılar ardışık olduğu için EBOB 1, EKOK ise sayılar çarpımıdır.

$$\text{EKOK}(a, b) + \text{EBOB}(a, b) = 421$$

$$a \cdot b + 1 = 421$$

$$a \cdot b = 420$$

$$\swarrow \searrow$$

$$20 \cdot 21$$

$$a \cdot b = 20 \cdot 21 \Rightarrow a = 20 \quad b = 21$$

$$a + b = 20 + 21 = 41$$

6. a, 20 ve 40 birbirinden farklı doğal sayılardır.

- $\text{EBOB}(a, 20, 40) = 20$
- $\text{EKOK}(a, 20, 40) = 160$

olduğuna göre, a'nın en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Bu tarz sorularda asal çarpan yoluyla çözüm yapılabilir. Önce EBOB'a böl

a	20	40	20
b	1	2	2
c		1	c
	1		

$$\text{EKOK}(a, 20, 40) = 20 \cdot 2 \cdot c = 160 \Rightarrow c = 4$$

c'yi bulduğumuz için asal çarpanda yerine yazarak geriye doğru git.

a	20	a	20
b	2	8	2
c	c	4	4
	1		

$$a = 20 \cdot 2 \cdot 4 = 160$$

GELİŞTİR

6. a ve b ardışık çift doğal sayılardır.

$$\text{EBOB}(a, b) + \text{EKOK}(a, b) = 114$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 30 D) 42 E) 50

7. a ve b farklı pozitif doğal sayılardır.

- $\text{EKOK}(2a, 3b) = 210$

- $\text{EBOB}(2a, 3b) = \frac{a}{5}$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 12 D) 16 E) 24

8. x iki basamaklı doğal sayıdır.

$$\text{EKOK}(x, 6, 10) = 210$$

olduğuna göre, bu koşula uyan kaç farklı x sayısı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

TİP 9

Bu bölümde bölme - bölünebilme konusu ile EBOB - EKOK arasındaki bağı göreceğiz.

TAKTİK 1

Soruda verilen ifadeleri bölmeye çevirerek yazarsak daha kolay görürüz.

- 62, 73 ve 45 sayılarının x ile bölümünden kalanlar sırasıyla 2, 3 ve 5 olsun. Bu durumda,

$$\begin{array}{r} 62 \overline{) x} \\ \underline{} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 73 \overline{) x} \\ \underline{} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 45 \overline{) x} \\ \underline{} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 62 = x \cdot a + 2 \Rightarrow 60 = x \cdot a \\ 73 = x \cdot b + 3 \Rightarrow 70 = x \cdot b \\ 45 = x \cdot c + 5 \Rightarrow 40 = x \cdot c \end{array}$$

Buradan $x = \text{EBOB}(60, 70, 40)$ düşünebiliriz.

TAKTİK 2

Eğer bir soruda aynı sayı farklı sayılara bölünüyorsa,

- I. A'nın 5 ile bölümünden ve 6 ile bölümünden kalan 2,

$$\begin{array}{r} A \overline{) 5} \\ \underline{} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \overline{) 6} \\ \underline{} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} A = 5x + 2 = 6y + 2 \\ A - 2 = 5x = 6y \end{array}$$

$A - 2 = \text{EKOK}(5, 6)$ düşünebiliriz.

- II. A'nın 5 ile bölümünden kalan 3, 4 ile bölümünden kalan 2 olsun.

$$\begin{array}{r} A \overline{) 5} \\ \underline{} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \overline{) 4} \\ \underline{} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} A = 5x + 3 = 4y + 2 \\ A + 2 = 5x + 5 = 4y + 4 \\ A + 2 = 5(x + 1) = 4(y + 1) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(Bu durumda sayılar arasında} \\ \text{farklara bak! Eşit gelir.} \\ \text{Gelmezse verilen sayıların} \\ \text{katlarına ulaşana kadar ekle-} \\ \text{me yapılır.)} \end{array}$$

$A + 2 = \text{EKOK}(5, 4)$ düşünebiliriz.

ÖĞREN

1. 163, 185 ve 217 sayıları ayrı ayrı bir x sayısına bölündüğünde sırasıyla 3, 5 ve 7 kalanları elde edilmektedir.

Buna göre, x'in alabileceği en büyük değer kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 163 \overline{) x} \\ \underline{} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 185 \overline{) x} \\ \underline{} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 217 \overline{) x} \\ \underline{} \\ 7 \end{array}$$

$$163 = x \cdot a + 3 \Rightarrow 160 = x \cdot a$$

$$185 = x \cdot b + 5 \Rightarrow 180 = x \cdot b$$

$$217 = x \cdot c + 7 \Rightarrow 210 = x \cdot c$$

Burada x sayısı 160, 180 ve 210'u tam böler dersek,

$$x = \text{EBOB}(160, 180, 210) = 10$$

GELİŞTİR

1. 185, 213 ve 307 sayıları ayrı ayrı bir x sayısına bölündüğünde sırasıyla 5, 3 ve 7 kalanları elde edilmektedir.

Buna göre, x'in alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 60



ÖĞREN

2. 5, 6 ve 15'e bölündüğünde 3 kalanını veren üç basamaklı en küçük sayının rakamları toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada verilenleri bölmeye çevirirsek çözüm kolay olur. Bu sayı A olsun.

$$\begin{array}{r} A \mid 5 \\ - \quad \quad \quad \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \mid 6 \\ - \quad \quad \quad \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \mid 15 \\ - \quad \quad \quad \\ \hline 3 \end{array}$$

$$A = 5x + 3 = 6y + 3 = 15z + 3$$

$$A - 3 = 5x = 6y = 15z$$

$$A - 3 = \text{EKOK}(5, 6, 15)$$

$$A - 3 = 30k$$

$$\downarrow$$

$$1, 2, 3, 4$$

$$k = 4 \text{ için, } A - 3 = 120 \Rightarrow A = 123$$

$$\text{Rakamlar toplamı } 1 + 2 + 3 = 6 \text{'dır.}$$

3. A, x, y ve z pozitif doğal sayılardır.

$$A = 4x + 1 = 7y + 4 = 9z + 6$$

olduğuna göre, en küçük A doğal sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

Burada sayılar arasındaki fark 3 olduğu için her tarafa 3 eklersek,

$$A = \overset{3}{4x + 1} = \overset{3}{7y + 4} = \overset{3}{9z + 6}$$

$$A + 3 = 4x + 4 = 7y + 7 = 9z + 9$$

$$A + 3 = 4(x + 1) = 7(y + 1) = 9(z + 1)$$

$$A + 3 = \text{EKOK}(4, 7, 9)$$

$$A + 3 = 4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot k$$

$$A + 3 = 252k$$

En küçük A sayısı için k = 1 alınırsa,

$$A + 3 = 252 \Rightarrow A = 249$$



GELİŞTİR

2. 12, 15 ve 18 ile bölündüğünde 5 kalanını veren dört basamaklı en küçük sayının rakamları toplamı kaçtır?

A) 9 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

3. x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$ABC = 6x + 2 = 7y + 3$$

eşitliğini sağlayan üç basamaklı en küçük ABC sayısı için x + y toplamı kaçtır?

A) 35 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

4. a, b ve c pozitif tam sayılardır.

$$KLM = 4a - 8 = 5b + 2 = 6c + 4$$

eşitliğini sağlayan üç basamaklı en küçük KLM sayısı için K + L + M toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

TİP 10

Bu bölümde EKOK ile çözülebilen problemleri göreceğiz.

TAKTİK

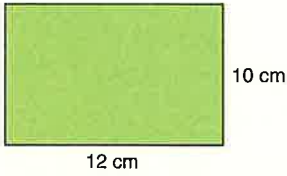
Verilen bir soruda parçalardan bütüne gidiliyorsa,

- Tuğlalardan küp yapma,
- Sayının bölenlerini verip sayıyı bulma,
- Trafik ışıklarının ya da zillerin ileri bir sürede birlikte yanması, çalması gibi olaylar varsa sorunun çözümünde EKOK kullanılır.

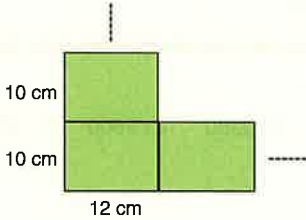
ÖĞREN

GELİŞTİR

1.



Yukarıda boyutları verilen yeterince sayıda renkli kartonlar kenarlarından birleştirilerek aşağıdaki gibi bir kare oluşturulacaktır.



Buna göre, en küçük kareyi oluşturmak için gereken karton sayısı kaçtır?

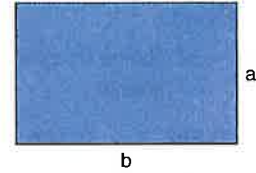
ÇÖZÜM

Oluşturulan karenin bir kenarının uzunluğu x cm olsun. Kare, dikdörtgenler birleştirilerek oluşturulacağı için 10 ve 12'nin katı olmalıdır. Bu durumda karenin kenarı,

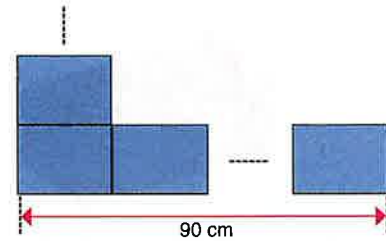
$$x = \text{EKOK}(10, 12) = 60$$

$$\begin{aligned} \text{Karton sayısı} &= \frac{\text{Karenin alanı}}{1 \text{ kartonun alanı}} \\ &= \frac{60 \cdot 60}{10 \cdot 12} = 6 \cdot 5 = 30 \end{aligned}$$

1.



Yukarıda boyutları cm cinsinden tam sayı olan dikdörtgen fayanslar kullanılarak kenarlarından birleştirilip her sırada yatay olacak şekilde aşağıdaki gibi bir kenarı 90 cm olan kare biçiminde bir zemin döşeniyor.



Bu fayanslarla oluşturulan en küçük kare zeminde kullanılan fayans sayısı 30 tane dir.

Buna göre, fayansın çevresinin uzunluğu en az kaç cm'dir?

- A) 56 B) 66 C) 74 D) 90 E) 110

ÖĞREN

2. Bir limandan hareket eden üç gemiden 1. gemi 2 saatte bir, 2. gemi 3 saatte bir, 3. gemi 5 saatte bir hareket etmektedir.

Üç gemi ilk kez saat 10.00'da birlikte hareket ettikten sonra üçüncü kez saat kaçta tekrar birlikte aynı limandan hareket ederler?

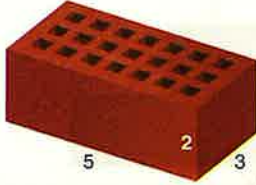
ÇÖZÜM

Burada 3 farklı saatte hareket eden gemilerin birlikte buluşma olayı olduğu için parçadan bütüne gidilme durumu yani EKOK vardır.

EKOK(2, 3, 5) = 30 (Saatte bir aynı anda hareket ederler.)

İlk kez	2. kez	3. kez
10.00	16.00	22.00
30 saat 1 gün 6 saat	30 saat 1 gün 6 saat	

3.



Yukarıda boyutları verilen tuğlalar kullanılarak kesme işlemi yapılmadan yan yana ve üst üste konularak en küçük hacimli bir küp yapılacaktır.

Buna göre, bu iş için en az kaç tane tuğla gereklidir?

ÇÖZÜM

Burada tuğlaların birleştirilmesiyle oluşturulan bir küp yapımı olduğu için çözüm EKOK'tur. Küpün ayrıtı 2, 3 ve 5'te birleşeceği için,

EKOK(2, 3, 5) = 30 (Küpün bir kenar uzunluğu)

$$\begin{aligned} \text{Toplam küp sayısı} &= \frac{\text{Küpün hacmi}}{\text{Tuğla hacmi}} = \frac{30 \cdot 30 \cdot 30}{2 \cdot 3 \cdot 5} \\ &= 900 \text{ tuğla} \end{aligned}$$

GELİŞTİR

2. Bir reklamın A, B ve C kanallarında gösterim süreleri aşağıdaki gibidir.

A kanalı : 20 saniye

B kanalı : 15 saniye

C kanalı : 10 saniye

Bu reklam ilk kez üç kanalda aynı anda gösterilmeye başlandıktan bir süre sonra ikinci kez tekrar birlikte gösterildiği anda üç kanalda toplam kaç kez gösterilmiştir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

3. Boyutları 6 cm, 8 cm ve 10 cm olan dikdörtgen biçiminde 1000 tane tuğla kullanılarak en küçük hacimli bir küp yapmak isteniyor.

Bu küpü tamamlamak için kaç tane tuğlaya daha ihtiyaç vardır?

- A) 2100 B) 2300 C) 2600 D) 2800 E) 3000

4. Bir sepetteki güller 4'erli, 6'şarlı ve 10'arlı paketlenildiğinde her seferinde 2 gül artmaktadır.

Buna göre, bu sepetteki en az gül sayısını veren sayının rakamlar toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

TİP 11

Bu bölümde sürekli tekrar eden problemlerin çözümlerini öğreneceğiz. Yani periyodik tekrar eden olayları inceleyeceğiz. Günler, aylar gibi.

TAKTİK

Burada dikkat edilmesi gereken olay soruda verilen olayın tekrar yerini bulmaktır.

- Günler 7 günde bir tekrar eder.
- Zaman 24 saatte bir tekrar eder.
- İleri bir tarih bulunurken kalan ileriye, geri bir tarih bulunurken kalan geriye sayılır.

ÖĞREN

1. Bugün günlerden cumartesi saat 14.00 olduğuna göre, 488 saat sonra günlerden hangi gün ve saat kaç olur?

ÇÖZÜM

Burada zaman kendini 24 saatte bir tekrar eder. Önce bunu bulmamız gerekir.

$$\begin{array}{r} 488 \quad 24 \\ - 48 \quad 20 \rightarrow \text{gün} \\ \hline 8 \rightarrow \text{saat} \end{array}$$

Yani bize sorulan 20 gün 8 saat sonrası günler 7 günde bir tekrar ettiği için

$$\begin{array}{r} 20 \quad 7 \\ - 14 \quad 2 \rightarrow \text{hafta} \\ \hline 6 \text{ gün sonra} \end{array}$$

Bugün Cumartesi 14.00 → gün Cuma 14.00 + 8.00 = 22.00

2. Bir okulda 6 günde bir deneme sınavı yapılmaktadır.
11. sınav cuma günü olduğuna göre 1. sınav hangi gün yapılmıştır?

ÇÖZÜM

Burada öncelikle sınavın kaç gün önce olduğu bulmalıyız.

Toplam gün = $6 \cdot 10 = 60$ gün önce yapılır.

Günler 7 günde bir tekrar eder.

$$\begin{array}{r} 60 \quad 7 \\ - 56 \quad 0 \\ \hline 4 \text{ gün önce} \end{array}$$

4. gün önce

1. sınav Pazartesi → 11. sınav Cuma

GELİŞTİR

1. Bir asker 5 günde bir nöbet tutmaktadır.
36. nöbetini salı günü tuttuğuna göre 6. nöbetini hangi gün tutmuştur?
- A) Çarşamba B) Perşembe C) Cuma
D) Cumartesi E) Pazar

2. Bir ilçeye 6 günde bir A firmasının aracı, 8 günde bir B firmasının aracı yolcu taşımaktadır.

Bu ilçeye A ve B firmaları ilk kez birlikte cuma günü yolcu taşıdıklarına göre, tekrar 4. kez birlikte hangi gün yolcu taşırlar?

- A) Cumartesi B) Pazar C) Pazartesi
D) Salı E) Çarşamba

ÖĞREN

3.



Yukarıda verilen kırmızı, mavi, sarı, mor ve yeşil lambalar sistem açıldığında kırmızı lambadan başlayıp sırasıyla soldan sağa ve sağdan sola doğru her bir lamba 2 saniye aralıklarla,



biçiminde yanıp sönmektedir.

Buna göre, sistem açıldıktan 200 saniye sonra sistemde hangi lamba yanıyor olur?

ÇÖZÜM

Burada sistemin tam bir döngüsünü kaç saniyede tekrarladığını bulmamız gerekir. Sistem kırmızı lamba ile başlayıp kırmızı lambaya geldiğinde 1 döngü olmaktadır.

$$\begin{array}{cccccccc} K & M & S & M & Y & M & S & M \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array} / k$$

16 saniye

200 saniye sonrası için ise,

$$\begin{array}{r} 200 \overline{) 16} \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{32} \\ 8 \end{array}$$

8 saniye sonra

$$\begin{array}{cccc} K & M & S & M \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

Yani sistemde lamba yanar.

GELİŞTİR

3. A, B, C, D ve E olmak üzere 5 sütunu bulunan bir tabloya, pozitif tam sayılar aşağıdaki gibi 1'den başlayarak sırayla ve her hücreye bir sayı olacak biçimde aşağıdaki gibi yazılacaktır.

A	B	C	D	E
1	2	3	4	5
10	9	8	7	6
11	12	13	14	15

Bu yazma işlemi ilk satırdan başlayıp soldan sağa doğru, alt satırda sağdan sola doğru, bir alt satırda soldan sağa doğru biçiminde benzer düzende ilerleyecektir.

Tablo bu kurala göre doldurulduğunda 2021 sayısı hangi sütuna yazılır?

- A) A B) B C) C D) D E) E

4. Bugün günlerden pazartesi ve elinizde bir miktar paramız var. Her gün 5 lira harcarsanız paranız pazartesi günü, her gün 8 lira harcarsanız paranız cuma günü bitiyor.

Buna göre, her gün 2 lira harcarsanız bu para hangi gün biter?

- A) Salı B) Çarşamba C) Perşembe
D) Cuma E) Cumartesi

HAZIRIM Testi 1

1. x pozitif doğal sayı olmak üzere,

$$\text{EKOK}(x, x + 1) = 110$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

2. a ve b pozitif doğal sayılardır.

- $2a = 5b$
- $\text{EBOB}(a, b) = 11$

olduğuna göre, a + b toplamı en az kaçtır?

- A) 55 B) 66 C) 77 D) 88 E) 99

3. a ve b aralarında asal sayılardır.

$$\text{EBOB}(a, b) + \text{EKOK}(a, b) = 43$$

olduğuna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 7 B) 13 C) 18 D) 23 E) 44

4. Aşağıda A, B ve C pozitif doğal sayılarının EBOB tablosu verilmiştir.

EBOB	A	B	C
A		2	5
B	2		6
C	5	6	

Tabloda her bir kare içindeki sayı o sayının satırında ve sütununda kesiştiği harflerin EBOB'unda oluşmaktadır.

Buna göre, A + B + C toplamı en az kaçtır?

- A) 13 B) 15 C) 30 D) 46 E) 60

5. a ve b doğal sayılar olmak üzere,

- $\text{EBOB}(a, b) = 4$ ve $\text{EKOK}(a, b) = 84$
- $a + b = 40$

olduğu biliniyor.

Buna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 20 D) 28 E) 30

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

6. Aşağıda sarı, kırmızı ve mavi lambaların görünümü verilmiştir.



Bu lambalar sırasıyla $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ ve $\frac{2}{3}$ saatlik aralıklarla yanıp sönmektedir.

Bu sistem saat 12.00'de üç lamba da aynı anda yanacak şekilde başlatılıyor.

Buna göre, bu üç lamba tekrar saat kaçta üçüncü kez birlikte yanarlar?

- A) 14.00 B) 15.30 C) 16.00
D) 17.30 E) 18.00

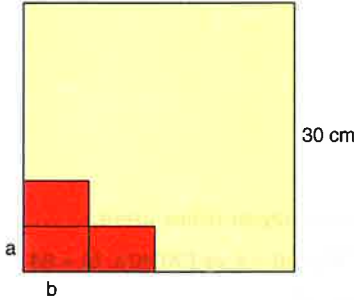
8. a ve b birer doğal sayı olmak üzere,

- EBOB(a, b) = 1
- EKOK(a, b) = 90

olduğuna göre, a + b toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 15 B) 21 C) 23 D) 30 E) 45

7. Aşağıda ayrıtları tam sayı cinsinden a cm ve b cm olan renkli kâğıtların kenarları ortak olacak biçimde birleştirilmesiyle oluşturulan bir kenarının uzunluğu 30 cm olan en küçük alanlı karenin görünümü verilmiştir.

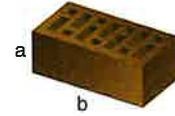


Bu kareyi oluşturan kâğıtların bir tanesinin alanı 60 cm^2 dir.

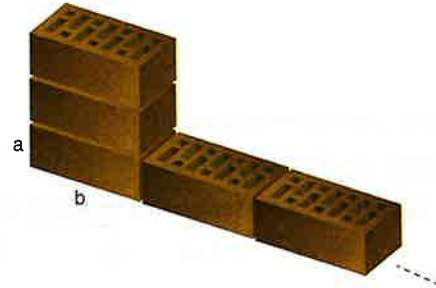
Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

- 9.



Yukarıda boyutları a br ve b br olan ve ayrıtları aralarında asal olan bu tuğlalarla oluşturulan kare şeklindeki bir duvarın görünümü aşağıdaki gibidir.



Tek sıra hâlinde örülen bu duvarın yapımında kullanılan tuğla sayısının toplamının 60 olduğu biliniyor.

Buna göre, a + b toplamı en az kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

HAZIRIM Testi 2

1. $A = 3! + 4! + 5!$
 $B = 4! + 5! + 6!$
 olduğuna göre, EBOB(A, B) kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. a ve b aralarında asal sayılardır.
 • $EKOK(a, b) = 210$
 • $\frac{105}{a} + b = 15$
 olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?
 A) 23 B) 31 C) 36 D) 45 E) 48

3. a ve b ardışık çift doğal sayılardır.
 $EBOB(a, b) + EKOK(a, b) = 114$
 olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?
 A) 20 B) 24 C) 26 D) 30 E) 34

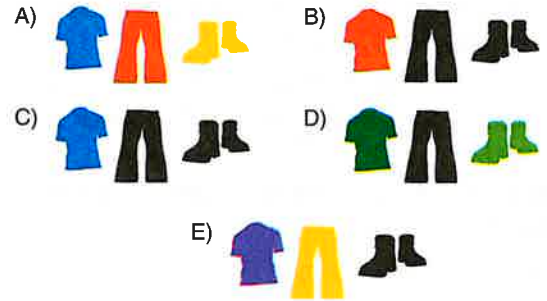


Dolabında yukarıda gösterilen eşyaları olan Tarık sırasıyla bu kıyafetlerden ve ayakkabılardan her gün farklı birini giyerek dışarı çıkmaktadır.

İlk gün,



kombininde dışarı çıkan Tarık 386. günde hangi kombinle dışarı çıkar?



5. a ve b pozitif tam sayıları arasında,
 $a = EBOB(8, b)$
 bağıntısı vardır.

Buna göre,

- I. a tek sayı ise b tek.
 II. a çift sayı ise b çift.
 III. b çift sayı ise a çift.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I, II ve III

6. Burcu pazartesi günü elma, ertesi gün ise nar almıştır. Elmayı 3 günde bir, narı ise 5 günde bir yemektir. Aldığı her iki meyveden de aldığı gün yemiştir.

Buna göre, her iki meyvenin de dördüncü defa aynı gün yendiği gün hangisidir?

- A) Pazartesi B) Salı C) Çarşamba
D) Perşembe E) Cuma

7. Turgay ile Hayri'nin kendi aralarında oynadıkları sayı tutmaca oyunu ile ilgili aşağıdakiler biliniyor.

- Turgay aklından 100 ile 200 arasında bir sayı tutuyor. Tuttuğu bu sayının 4'e, 5'e ve 7 ile bölümünden elde ettiği kalanları Hayri'ye söylüyor.
- Hayri de Turgay'ın aklından tuttuğu sayıyı buluyor.

Bu oyunda Turgay'ın Hayri'ye söylediği kalanlar sırasıyla 1, 2 ve 4'tür.

Buna göre, Turgay'ın tuttuğu sayının rakamları toplamı kaçtır?

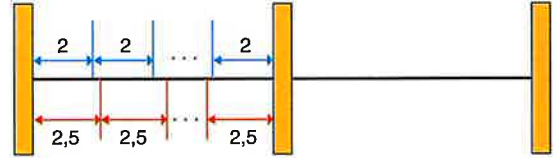
- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

8. 60 kg fındık, 45 kg incir ve x kg leblebi birbirine karıştırılmadan ve hiçbirini artmadan eşit ağırlıkta 15 pakete ayrılıyor.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 80 B) 90 C) 120 D) 150 E) 180

9. Aşağıda doğrusal bir yol boyunca çift sıradan oluşan kamyon ve otomobillerin park ettiği bir otoparkın görünümü verilmiştir.



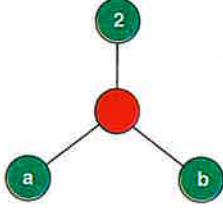
Bu otoparkta otomobillerin park edebilecekleri yerler 2 metre aralıklarla mavi çizgilerle, kamyonların park edebilecekleri yerler 2,5 metre aralıklarla kırmızı çizgilerle bölünmüştür. Kırmızı ve mavi çizgilerin aynı hizaya geldiği çizgiler ise sarı renge boyanmıştır. Otoparktaki toplam uzun tek sarı çizgi sayısı toplamı 10'dur.

Buna göre, otoparkta en fazla kaç araçlık park yeri vardır?

- A) 72 B) 81 C) 90 D) 99 E) 100

HAZIRIM Testi 3

1. Aşağıdaki şekilde içerisinde birbirinden farklı sayılar yazılmış birbirine bağlı dört dairenin görünümü verilmiştir.

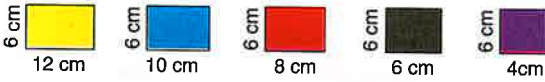


Burada kırmızı daire içindeki sayı kendisine bağlı olan herhangi iki dairenin EKOK'udur.

Buna göre, $a + b$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

2.



Yukarıda ayrıtları cm cinsinden verilen enleri aynı boyları farklı olan beş farklı dikdörtgen biçimindeki fayansların görünümü verilmiştir.



Bekir Usta bu fayansları kullanarak sırasıyla sarı, mavi, kırmızı, gri ve mor düzeninde ve benzer sıra ile 3,1 metre uzunluğunda bir zemine, fayanslarla zeminin ayrıtları çakışacak biçimde boşluk kalmadan yerleştiriyor.

Buna göre, Bekir Usta'nın zemine en son yerleştirdiği fayans aşağıdakilerden hangisidir?

- A) B) C)
D) E)

3. Aşağıda her ikisi de pazartesi günü saat 12.00'de çalıştırılan iki tane masa saatinin çalıştırdıktan 1 saat sonraki görünümü verilmiştir.



Bu iki saatten arızalı olan saat her bir saatte 8 dakika geri kalmaktadır.

Buna göre, bu iki saat hangi gün saat kaçta tekrar aynı saati gösterir?

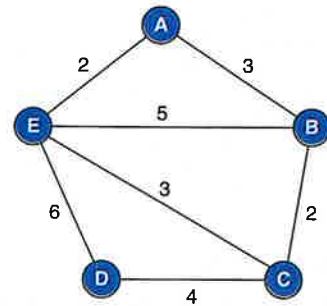
- A) Pazar 14.00 B) Pazartesi 01.00
C) Salı 00.00 D) Çarşamba 13.00
E) Perşembe 15.00

Y
A
R
G
I

Y
A
Y
I
N
E
V
İ

4.

Aşağıda bir beşgenin köşelerine yerleştirilmiş daireler ile bu daireler içine yazılan A, B, C, D ve E pozitif tam sayılarının görünümü verilmiştir.



Bu sistemde her bir daire içindeki sayı, bu daireye bağlı doğruların üzerindeki sayılara tam bölünebilmektedir.

Örneğin; A sayısı 2 ve 3 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, $A + B + C + D + E$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 45 B) 60 C) 75 D) 90 E) 120

5. Aşağıdaki tablolardan Şekil - I'deki tablo a, b ve c pozitif tam sayıları ile oluşturulan EBOB, Şekil - II'deki ise EKOK tablosudur.

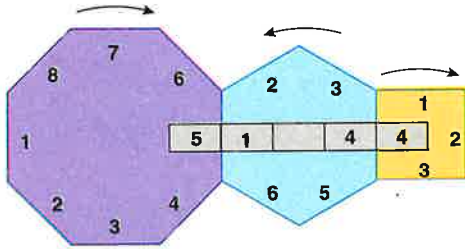
EBOB	a	b	c
a	a	2	6
b	2	b	4
c	6	4	c

EKOK	a	b	c
a	a	24	12
b	24	b	24
c	12	24	c

Buna göre, $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

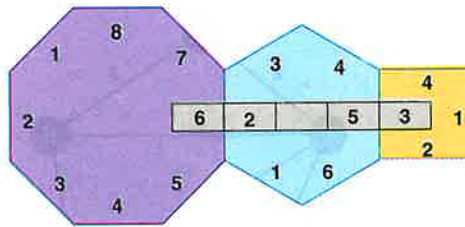
- A) 10 B) 13 C) 26 D) 36 E) 42

6.



Yukarıdaki şekilde birbirine bağlı ve eş kenarlardan oluşan çarklar ve bu çarkların ortasında yer alan şifre göstergesi verilmiştir. Her çark ok yönünde bir sayı döndüğünde diğer bağlı çarklarda belirtilen yönlerde dönmektedir.

Örneğin; yukarıdaki büyük çark saat yönünde bir sayı döndürürsek,



Şifre: 6253 olmaktadır.

Buna göre, başlangıçta göstergede 5144 yazan bir şifrede mor çark saat yönünde 175 sayı döndürülürse oluşan şifre aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4251 B) 6363 C) 2411
D) 8522 E) 4141

7.

123456 ... 99100

Öğretmeni Ayşe'ye sayıları tanıması için 1'den 100'e kadar sayıların yan yana yazıldığı bir boyama kitabı hediye ediyor. Resim dersinde Ayşe'den bu sayıdaki rakamları sırasıyla kırmızı, mavi, yeşil, siyah, sarı, mor renge boyamasını istiyor.

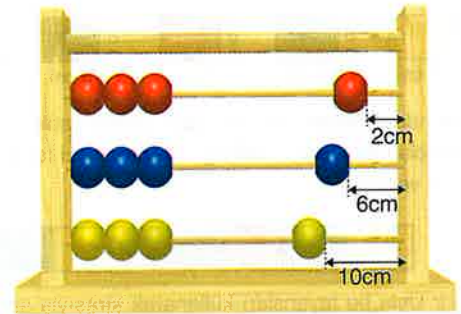
Buna göre, Ayşe'nin boyadığı son rakam hangi renktir?

- A) Mavi B) Yeşil C) Siyah
D) Sarı E) Mor

8.



Yukarıda yarıçaplarının uzunluğu 3 cm, 5 cm ve 7 cm olan kırmızı, mavi ve sarı boncuklar verilmiştir. Bu boncuklar kullanılarak her bir telinin uzunluğu eşit olan abaküse boncuklar arasında boşluk kalmadan ve abaküsün sol kenarına değecek biçimde şekildeki gibi diziliyorlar.

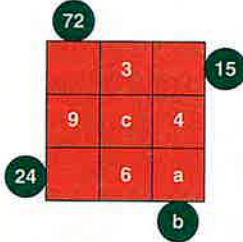


Bu dizilim sonunda abaküste kalan boşluklar sırasıyla 2 cm, 6 cm ve 10 cm'dir.

Buna göre, abaküsün bir telinin uzunluğu veren en küçük sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

1. Aşağıda dokuz kare ve dört daireden oluşan bir şeklin görünümü verilmiştir.



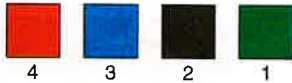
Bu kareler ve daireler aşağıdaki kurallara göre doldurulacaktır.

- 1'den 9'a kadar olan rakamlar her bir karede farklı bir rakam olacak biçimde renkli karelere yerleştirilecektir.
- Dairelerin bulunduğu satır ya da sütundaki kare içlerindeki sayıların EKOK'u satır ya da sütundaki aynı dairenin içine yazılacaktır.

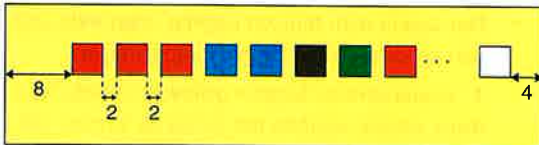
Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 19 B) 24 C) 25 D) 29 E) 30

- ## 2.



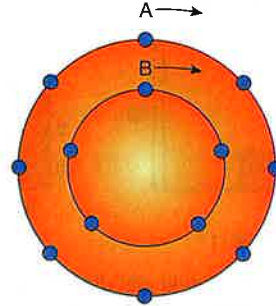
Yukarıda boyutları 4 br, 3 br, 2 br ve 1 br olan kırmızı, mavi, siyah ve yeşil dört farklı karenin görünümü verilmiştir. Bu kareler kullanılarak ardışık iki kare arasında eşit ve 2 br olacak şekilde aşağıdaki gibi kırmızı, kırmızı, kırmızı, mavi, mavi, siyah ve yeşil renk düzeninde tekrarlayan biçimde 290 br uzunluğundaki sarı karton zemine şekildeki gibi yapıştırılıyor.



Buna göre, bu sarı karton üzerine yapıştırılan toplam kaç tane kırmızı kare vardır?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

3. Aşağıdaki şekilde, merkezleri ortak olan ve her birinin üzerinde A ve B noktaları aynı hizada olacak şekilde eşit aralıklarla işaretlenmiş büyük dairesel pistte 8 nokta, küçük dairesel pistte 5 nokta bulunmaktadır.



Bu iki pistin A ve B noktalarından aynı anda saat 13.00'da aynı yöne doğru koşmaya başlayan iki atlet ile ilgili aşağıdaki bilgiler biliniyor.

- A noktasından koşan atlet ardışık iki nokta arasını 4 dakika,
- B noktasından koşan atlet ardışık iki nokta arasını 2 dakika

koşuyorlar.

Buna göre, aynı anda yarışa başlayan bu iki atlet saat kaçta tekrar başladıkları noktadan birlikte geçerler?

- A) 15.00 B) 15.40 C) 16.00
D) 16.40 E) 17.00

4. 3 satır ve 100 sütundan oluşan aşağıdaki tablonun birinci satırındaki renk düzeni sırasıyla kırmızı, mavi, sarı, mor, yeşil; ikinci satırında mavi, kırmızı, sarı, beyaz; üçüncü satırında sırasıyla sarı, beyaz, mavi biçiminde tekrar eden düzende boyanmıştır.

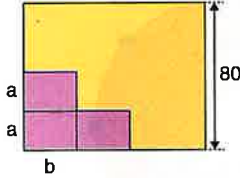
Buna göre, bu tablonun ilk kez kaçınıcı sütunundaki renklerin üçü de mavi olur?

- A) 57 B) 58 C) 59 D) 60 E) 61

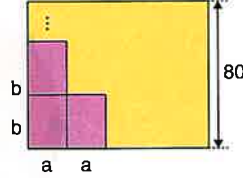
5.



Boyutları tam sayı cinsinden a cm ve b cm olan yukarıdaki fayanslarla bir kenarının uzunluğu 80 cm olan duvar aşağıdaki gibi Şekil - I'de sadece yatay biçimde Şekil - II'de ise sadece dikey olacak biçimde örülüyor.



Şekil - I



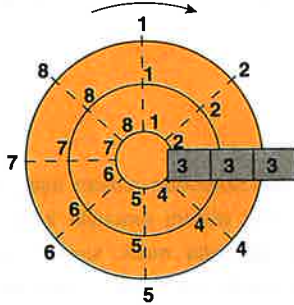
Şekil - II

Fayanslar Şekil - II'deki gibi dizildiğinde Şekil - I'dekine göre yatay sırada kullanılan fayans sayısı 4 artarken yükseklikte kullanılan fayans sayısı 4 azalmaktadır.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı en az kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 20 D) 24 E) 42

6. Aşağıdaki şekilde merkezleri aynı olan ve her birinin üzerinde 1'den 8'e kadar olan eşit aralıklarla aynı hizada yerleştirilmiş üç çemberin ve bu çemberler üzerine yerleştirilmiş sabit bir göstergenin görünümü verilmiştir.



Bu çemberlerle ilgili olarak,

- En büyük çember saat yönünde döndüğünde ortadaki çember ters yönde, en içteki çember ise en büyük çemberle aynı yönde dönmektedir.
- En büyük çember 1 tam tur döndüğünde ortadaki çember 3 tam tur, en içteki çember 5 tam tur dönmektedir.

Buna göre, büyük çember saat yönünde 135° dündürüldüğünde göstergede oluşan sayı kaçtır?

- A) 228 B) 348 C) 428 D) 448 E) 568

7.

Kırmızı	Mavi	Yeşil	Sarı	Mor
		1		
	2	3	4	
5	6	7	8	9
	10	11	12	
		13		
		14		
	15	16	17	
18	19	20	21	22
	23	24	25	
		26		

Yukarıdaki tabloya sayılar belli bir düzene göre yerleştirilmiştir.

Buna göre, 2019 sayısı hangi renkli sütuna yerleştirilir?

- A) Mavi B) Yeşil C) Kırmızı
D) Sarı E) Mor

8.



Yukarıda boyutları 3 br ve 4 br olan kırmızı ve mavi renkli dikdörtgen şeklindeki kâğıtlar aşağıdaki gibi yan yana dizilerek bir kare oluşturulmak isteniyor.

	4	4	4	4	
1. sıra	3				...
2. sıra	4				...
3. sıra	3				...
4. sıra	4				...

Oluşturulmak istenen bu kare ile ilgili aşağıdakiler biliniyor.

- Her sırada aynı renkten kâğıtlar aralarında boşluk olmadan kenarları bitişik biçimde yapıştırılıyor.
- 1. sırada kırmızı kâğıtlar yatay, 2. sırada mavi kâğıtlar dikey olacak biçimde tek sıralarda kırmızı, çift sıralarda mavi kâğıtlar benzer biçimde diziliyor.

Buna göre, en küçük kenarlı kare için kullanılan toplam kırmızı ve mavi kâğıt sayısı kaçtır?

- A) 36 B) 48 C) 52 D) 64 E) 76

