DİJİTAL KÜTÜPHANE KANALI

Keyifli Okumalar Dileriz

Binlerce kategoride milyonlarca PDF e-kitap, ders kitapları, dergiler ve romanlara platformumuz üzerinden ücretsiz ulaşabilirsiniz.

RESMİ WEB SİTEMİZ

https://rantey.org

Yedek ve Duyuru Kanallarımız
Sitemize erişim engeli gelmesi veya adres değişikliği durumunda aşağıdaki kanallardan güncel giriş adresine erişebilirsiniz:

• Telegram: https://t.me/birkitapbir

• WhatsApp Kanalımız : https://whatsapp.com/channel/0029VbDHv8uE50Us4IvMoc0Y

KENAN KARA İLE GEOMETRİ

VİDEO DERSLER

KENAN KARA ile TYT-AYT GEOMETRİ

VİDEO DERS KİTABI

ANİMASYONLU VİDEO ÇÖZÜMLER

KOLAY ORTA ZOR SORULAR

TAMAMI YOUTUBE ANLATIMLI

KR AKADEMİ YAYINLARI

DAİRE
YADADÖNGE
MÜSELLES
YADAÜÇBUCAK
DÖRDÜL
YADAMURABBA
DÖRTGEN
YADAORTOTOP
BEŞGEN
YADAÇOKGEN
GENİŞLİK
YADAYÜKSEKLİK
YADADERİNLİK
AÇI
EĞRİ
AI= (X1 + A, Y1 + B)
DİKDÖRTGENİN İÇ AÇILARI TOPLAMI 360 DERECEDİR.
SKALER ÇARPIM
KÖŞEGEN
ORTOGONALİTE
KÜP
PARALEL
KÖŞENOKTA
EŞLEŞİK
BENZERLİK
ÜÇGEN
SİMETRİ
ALTIGEN
BOYUT
İKİZKENAR ÜÇGEN
ÇEŞİTKENAR ÜÇGEN
DAR AÇILI ÜÇGEN
DİK AÇILI ÜÇGEN
DİKDÖRTGEN
SİMETRİK BİR ŞEKİLDİR.
DİKDÖRTGEN
PERGEL
AI= (X1, Y1) + (A, B)
ÇİZGİLİK
DİKDÖRTGENİN KARŞILIKLI KENARLARI PARALELDİR.
DÖRTGEN
BİRBOYUTLU
KİBOYUTLU
ÜÇ BOYUTLU



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül… ne bu şiddet bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl,
Hakkıdır, Hakk'a tapan, milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim; bendimi çiğner, aşarım;
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garb'ın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar;
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir îmânı boğar,
"Medeniyet!" dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş! Yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın…
Kim bilir, belki yarın… belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri "toprak!" diyerek geçme, tanı!
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehîd oğlusun, incitme, yazıktır atanı;
Verme, dünyâları alsan da, bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki fedâ?
Şühedâ fışkıracak, toprağı sıksan şühedâ!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Hudâ,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyâda cüdâ.

Ruhumun senden, İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin ma'bedimin göğsüne nâ-mahrem eli!
Bu ezanlar-ki şehâdetleri dînin temeli
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım;
Her cerîhamdan, İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır rûh-i mücerred gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek Arş'a değer, belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl;
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl:
Hakkıdır, hür yaşamış bayrağımın hürriyet;
Hakkıdır, Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

MEHMET ÂKİF ERSOY

KENAN KARA ile
TYT-AYT GEOMETRİ
Video Ders Kitabı

ISBN
978-625-6336-42-1

KR Kitap Satışı ve Yayıncılık
Tic. Ltd. Şti.

Yayımcı Sertifika No: 28849

Adres
Serhat Mahallesi
Mehmet Akif Ersoy Caddesi, No: 33
Yenimahalle - ANKARA

Yazar
Kenan KARA

Editör
Günay YANGÖZ - Erhan ARDIÇ

Dizgi-Grafik
Kadir ŞAHİN

Kapak Tasarım
Şiyar ÇELİK

Bölümlerin Kapak Tasarım
Muhammed BEKRİ

Baskı ve Cilt
Kalkan Matbaacılık
Büyük Sanayi I. Cadde
No: 99/A
İskitler / Ankara 06070
Matbaa Sertifika No: 49187

Copyright © Tüm hakları saklıdır.
Yayımcının ve yazarın izni olmaksızın elektronik ve mekanik herhangi bir kayıt sistemi veya fotokopi ile çoğaltılamaz, kopyalanamaz.

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

KAMP 50

1. GÜN	sayfa 9-14	10. GÜN	sayfa 62-65	16. GÜN	sayfa 99-102
2. GÜN	sayfa 15-23	11. GÜN	sayfa 66-74	17. GÜN	sayfa 104-109
3. GÜN	sayfa 23-28				
4. GÜN	sayfa 29-36				
5. GÜN	sayfa 36-42	12. GÜN	sayfa 74-78	18. GÜN	sayfa 110-115
6. GÜN	sayfa 43-48	13. GÜN	sayfa 79-86	19. GÜN	sayfa 115-121
7. GÜN	sayfa 49-53			20. GÜN	sayfa 122-124
8. GÜN	sayfa 54-57	14. GÜN	sayfa 86-91	21. GÜN	sayfa 125-127
9. GÜN	sayfa 58-61	15. GÜN	sayfa 92-99	22. GÜN	sayfa 128-134
23. GÜN	sayfa 135-141				
24. GÜN	sayfa 142-148				
25. GÜN	sayfa 149-152	36. GÜN	sayfa 204-208	40. GÜN	sayfa 227-231
26. GÜN	sayfa 153-157	37. GÜN	sayfa 209-216	41. GÜN	sayfa 232-234
27. GÜN	sayfa 157-161			42. GÜN	sayfa 235-239
28. GÜN	sayfa 163-171			43. GÜN	sayfa 241-242
29. GÜN	sayfa 171-174			44. GÜN	sayfa 243-248
30. GÜN	sayfa 175-178			45. GÜN	sayfa 249-253
31. GÜN	sayfa 179-183			46. GÜN	sayfa 253-259
32. GÜN	sayfa 184-186			47. GÜN	sayfa 260-264
33. GÜN	sayfa 187-193			48. GÜN	sayfa 265-270
34. GÜN	sayfa 193-196	38. GÜN	sayfa 216-223	49. GÜN	sayfa 271-275
35. GÜN	sayfa 198-204	39. GÜN	sayfa 224-226	50. GÜN	sayfa 276-280

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

KENAN KARA İLE GEOMETRİ

Öğren Yap

1. GÜN
1. Temel Kavramlar ve Doğruda Açı – 1
2. Temel Kavramlar ve Doğruda Açı – 2

ÖDEV Soru Bankası 4–9 sayfalar

2. GÜN
1. Üçgende Açı – 1
2. Üçgende Açı – 2
3. Üçgende Açı – 3

3. GÜN
1. Ek Çizimler – 1
2. Ek Çizimler – 2
3. Ek Çizimler – 3

ÖDEV Soru Bankası 10–17 sayfalar

4. GÜN
1. Dik Üçgen – 1
2. Dik Üçgen – 2

ÖDEV Soru Bankası

5. GÜN
1. Dik Üçgen – 3
2. Dik Üçgen – 4

ÖDEV Soru Bankası 18–29 sayfalar

6. GÜN
1. İkizkenar Üçgen – 1
2. İkizkenar Üçgen – 2

ÖDEV Soru Bankası 30–33 sayfalar

7. GÜN
1. Eşkenar Üçgen – 1
2. Eşkenar Üçgen – 2

ÖDEV Soru Bankası 34–37 sayfalar

8. GÜN
1. Açıortay – 1
2. Açıortay – 2
3. Açıortay – 3

ÖDEV Soru Bankası 38–41 sayfalar

9. GÜN
1. Kenarortay – 1
2. Kenarortay – 2

ÖDEV Soru Bankası 42–47 sayfalar

10. GÜN
1. Üçgende Eşlik – 1
2. Üçgende Eşlik – 2

ÖDEV Soru Bankası 48–51 sayfalar

11. GÜN
1. Üçgende Benzerlik – 1
2. Üçgende Benzerlik – 2
3. Üçgende Benzerlik – 3

12. GÜN
1. Üçgende Benzerlik – 4
2. Üçgende Benzerlik – 5

ÖDEV Soru Bankası 52–61 sayfalar

13. GÜN
1. Üçgende Alan – 1
2. Üçgende Alan – 2

14. GÜN
1. Üçgende Alan – 3
2. Üçgende Alan – 4

ÖDEV Soru Bankası 62–71 sayfalar

15. GÜN
1. Açı-Kenar Bağıntıları – 1
2. Açı-Kenar Bağıntıları – 2
3. Açı-Kenar Bağıntıları – 3

ÖDEV Soru Bankası 72–77 sayfalar

16. GÜN
Üçgende Merkezler

ÖDEV Soru Bankası 78–81 sayfalar

17. GÜN
1. Dörtgen – 1
2. Dörtgen – 2

ÖDEV Soru Bankası 82–85 sayfalar

18. GÜN
1. Paralelkenar – 1
2. Paralelkenar – 2

19. GÜN
1. Paralelkenar – 3
2. Paralelkenar – 4

ÖDEV Soru Bankası 86–97 sayfalar

20. GÜN
Eşkenar Dörtgen

ÖDEV Soru Bankası 98–103 sayfalar

21. GÜN
Deltoid

ÖDEV Soru Bankası 104–107 sayfalar

22. GÜN
1. Dikdörtgen – 1
2. Dikdörtgen – 2
3. Dikdörtgen – 3

ÖDEV Soru Bankası 108–117 sayfalar

23. GÜN
1. Kare – 1
2. Kare – 2
3. Kare – 3

ÖDEV Soru Bankası 118–127 sayfalar

24. GÜN
1. Yamuk – 1
2. Yamuk – 2
3. Yamuk – 3

25. GÜN
1. Yamuk – 4
2. Yamuk – 5

ÖDEV Soru Bankası 128–137 sayfalar

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Ama Önce KENAN KARA İLE GEOMETRİ Edin

26. GÜN
1. Çokgenler – 1
2. Çokgenler – 2

27. GÜN
1. Çokgenler – 3
2. Çokgenler – 4

ÖDEV Soru Bankası 138–147 sayfalar

28. GÜN
1. Çember
2. Çemberde Açı – 1
3. Çemberde Açı – 2

29. GÜN
1. Çemberde Açı – 3
2. Çemberde Açı – 4

ÖDEV Soru Bankası 148–157 sayfalar

30. GÜN
1. Çemberde Uzunluk – 1
2. Çemberde Uzunluk – 2

31. GÜN
1. Çemberde Uzunluk – 3
2. Çemberde Uzunluk – 4

ÖDEV Soru Bankası 158–169 sayfalar

32. GÜN
Çemberin Çevresi

ÖDEV Soru Bankası 170–173 sayfalar

33. GÜN
1. Dairede Alan – 1
2. Dairede Alan – 2

34. GÜN
1. Dairede Alan – 3
2. Dairede Alan – 4

ÖDEV Soru Bankası 174–185 sayfalar

35. GÜN
1. Noktanın Analitiği – 1
2. Noktanın Analitiği – 2

36. GÜN
1. Noktanın Analitiği – 3
2. Noktanın Analitiği – 4

ÖDEV Soru Bankası 186–195 sayfalar

37. GÜN
1. Doğru Analitiği – 1
2. Doğru Analitiği – 2
3. Doğru Analitiği – 3
4. Doğru Analitiği – 4

38. GÜN
1. Doğru Analitiği – 5
2. Doğru Analitiği – 6

39. GÜN
1. Doğru Analitiği – 8
2. Doğru Analitiği – 9

ÖDEV Soru Bankası 196–209 sayfalar

40. GÜN
1. Simetri – 1
2. Simetri – 2

41. GÜN
1. Öteleme
2. Dönme-Döndürme

ÖDEV Soru Bankası 210–219 sayfalar

42. GÜN
1. Çember Analitiği – 1
2. Çember Analitiği – 2

ÖDEV Soru Bankası 220–229 sayfalar

43. GÜN
Temel Diklik Teoremi

44. GÜN
1. Dik Prizmalar – 1
2. Dik Prizmalar – 2

45. GÜN
1. Dik Prizmalar – 3
2. Dik Prizmalar – 4

46. GÜN
1. Küp – 1
2. Küp – 2
3. Küp – 3

ÖDEV Soru Bankası 230–243 sayfalar

47. GÜN
1. Silindir – 1
2. Silindir – 2

ÖDEV Soru Bankası 244–249 sayfalar

48. GÜN
1. Piramit – 1
2. Piramit – 2

ÖDEV Soru Bankası 250–255 sayfalar

49. GÜN
1. Koni – 1
2. Koni – 2

ÖDEV Soru Bankası 256–263 sayfalar

50. GÜN
1. Küre – 1
2. Küre – 2

ÖDEV Soru Bankası 264–271 sayfalar

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

KENAN KARA ile GEOMETRİ
HAFTALIK ÇALIŞMA PROGRAMI

1. Hafta Temel Kavramlar Doğruda Açı 1. gün	2. Hafta Üçgende Açı Ek Çizimler 2 ve 3. günler	3. Hafta Dik üçgen 4 ve 5. günler	4. Hafta İkizkenar Üçgen Eşkenar Üçgen 6 ve 7. günler	5. Hafta Açıortay Kenarortay 8 ve 9. günler
6. Hafta Üçgende Eşlik Üçgende Benzerlik 10, 11 ve 12. günler	7. Hafta Üçgende Alan 13 ve 14. günler	8. Hafta Açı Kenar Bağıntıları Üçgende Merkezler 15 ve 16. günler	9. Hafta Dörtgen 17. gün	10. Hafta Paralelkenar 18 ve 19. günler
11. Hafta Eşkenar Dörtgen Deltoid 20 ve 21. günler	12. Hafta Dikdörtgen Kare 22 ve 23. günler	13. Hafta Yamuk 24 ve 25. günler	14. Hafta Çokgenler 26 ve 27. günler	15. Hafta Çemberde Açı 28 ve 29. günler
16. Hafta Çemberde Uzunluk Çemberin Çevresi ve Yay Uzunluğu 30, 31 ve 32. günler	17. Hafta Dairede Alan 33 ve 34. günler	18. Hafta Noktanın Analitiği 35 ve 36. günler	19. Hafta Doğru Analitiği 37 ve 38. günler	20. Hafta Doğru Analitiği 39. gün
21. Hafta Dönüşüm Geometrisi 40 ve 41. günler	22. Hafta Çember Analitiği 42. gün	23. Hafta Prizmalar 43, 44, 45 ve 46. günler	24. Hafta Silindir 47. gün	25. Hafta Piramit Koni Küre 48, 49 ve 50. günler

Başarmanın Bedelini Bir Dönem İçin Ödemeyenler
Başaramamanın Bedelini Bir Ömür Boyu Öderler!

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

KENAN KARA ile TYT-AYT GEOMETRİ

İÇİNDEKİLER

ÜÇGENLER

Temel Kavramlar ve Doğruda Açı 9
Üçgende Açı..... 15
Ek Çizimler..... 23
Dik Üçgen 29
İkizkenar Üçgen 43
Eşkenar Üçgen..... 49
Açıortay..... 54
Kenarortay 58
Üçgende Eşlik 62
Üçgende Benzerlik 66
Üçgende Alan..... 79
Açı - Kenar Bağıntıları..... 92
Üçgende Merkezler 99

DÖRTGENLER

Dörtgen..... 104
Paralelkenar..... 110
Eşkenar Dörtgen..... 122
Deltoid 125
Dikdörtgen 128
Kare..... 135
Yamuk..... 142
Çokgenler..... 153

ÇEMBER-DAİRE

Çember..... 163
Çemberde Açı..... 164
Çemberde Uzunluk..... 175
Dairede Alan 187

ANALİTİK GEOMETRİ

Noktanın Analitiği 198
Doğru Analitiği 209
Simetri (Yansıma) 227
Öteleme 232
Dönme - Döndürme 233
Çember Analitiği..... 235

KATI CİSİMLER

Temel Diklik Teoremi 241
Dik Prizmalar 243
Küp..... 253
Silindir..... 260
Piramit..... 265
Koni 271
Küre..... 276

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

ÜÇGENLER



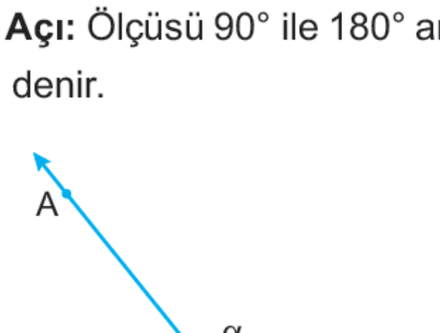
KENAN KARA İLE GEOMETRİ

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

TEMEL KAVRAMLAR VE DOĞRUDA AÇI

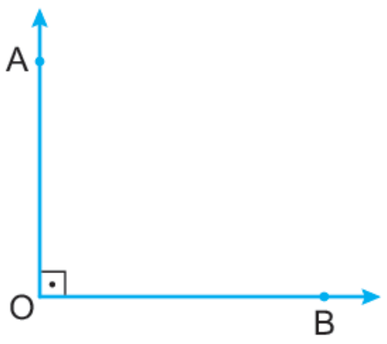
Açı Çeşitleri

a) **Dar Açı:** Ölçüsü 0° ile 90° arasında olan açılara dar açı denir.



$0° < \alpha < 90°$

b) **Dik Açı:** Ölçüsü 90° olan açılara dik açı denir.



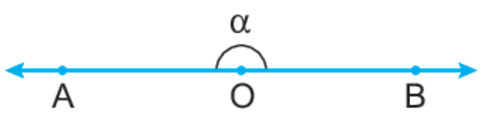
$\alpha = 90°$

[OA ⊥ [OB şeklinde gösterilir.

c) **Geniş Açı:** Ölçüsü 90° ile 180° arasında olan açılara geniş açı denir.

$90° < \alpha < 180°$

d) **Doğru Açı:** Ölçüsü 180° olan açılara doğru açı denir.



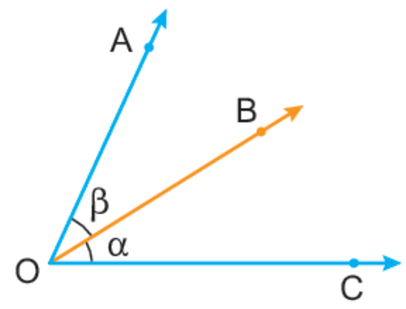
$\alpha = 180°$

e) **Tam Açı:** Ölçüsü 360° olan açılara tam açı denir.



$\alpha = 360°$

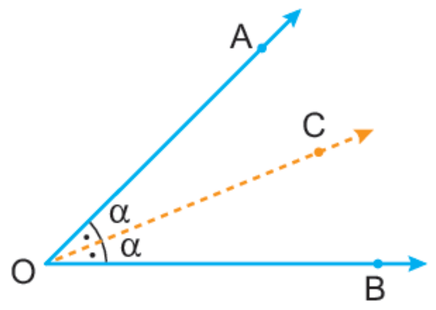
Komşu Açılar: Başlangıç noktaları aynı olan üç ışının birer ışını ortak olacak şekilde oluşturduğu iki açıya komşu açılar denir.



$\widehat{AOB}$ ile $\widehat{BOC}$ komşu açıdır.

$\widehat{AOB}$ ile $\widehat{AOC}$ komşu açı değildir.

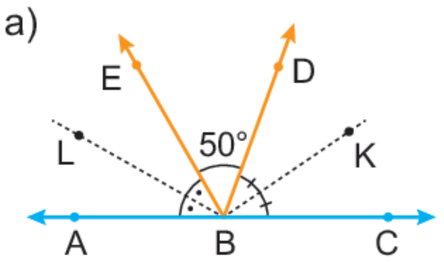
Açıortay: Bir açıyı iki eş parçaya bölen ışına açının açıortayı denir.



[OC ışını $\widehat{AOB}$ nin açıortayıdır.

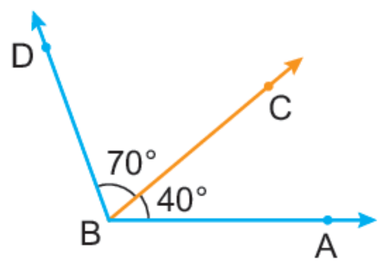
Öğrenme

a)



$m(\widehat{LBK}) = ?$

b)



ABC açısının açıortayı ile ABD açısının açıortayı arasındaki açı kaç derecedir?

a) 115 b) 35

Alanı | 1

Örnek - 1

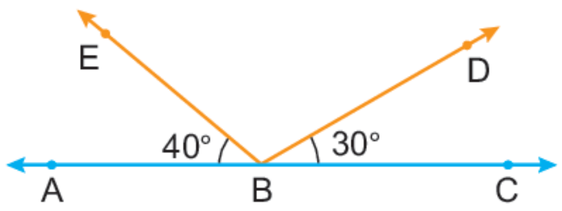
Düzlemde, komşu iki açının açıortayları arasında kalan açı 50° dir.

Bu iki açının farkları 20° olduğuna göre, küçük açının ölçüsü kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 2

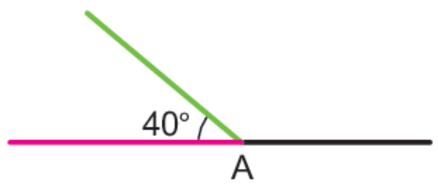


$B \in AC$, $m(\widehat{ABE}) = 40°$ ve $m(\widehat{CBD}) = 30°$ dir.

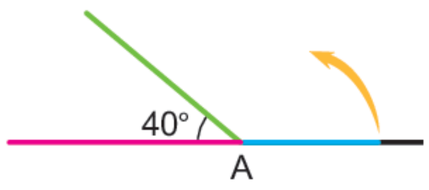
Buna göre, ABD açısının açıortayı ile CBE açısının açıortayı arasındaki açı kaç derecedir?

Örnek - 3

Kırmızı, yeşil ve siyah çubuklar Şekil 1'deki gibi kırmızı ile yeşil arasında 40°, kırmızı ile siyah arasında doğru açı olacak biçimde A noktasından sabitlenmiştir.



Şekil 1



Şekil 2

Mavi renkli başka bir çubuk da A noktasından çivi ile çakılarak Şekil 2'deki gibi siyah renkli çubuğun üzerine konulmuştur.

Mavi çubuk ok yönünde 360° döndürülüyor ve mavi çubuk herhangi iki çubuğun açıortayı olduğunda döndürme durdurulup yeşil çubukla arasındaki küçük açı not alınıyor.

Buna göre, not alınan açıların toplamı kaçtır?

Tümler Açı: Ölçüleri toplamı 90° olan iki açıya tümler açı denir.

Bütünler Açı: Ölçüleri toplamı 180° olan iki açıya bütünler açı denir.

Öğrenme

a)

Açı	50°		z
Tümleri		y	20°
Bütünleri	x	120°	

$x + y - z = ?$

b) Tümler iki açının bütünlerinin toplamı kaç derecedir?

a) 90 b) 270

Alanı | 2

Örnek - 4

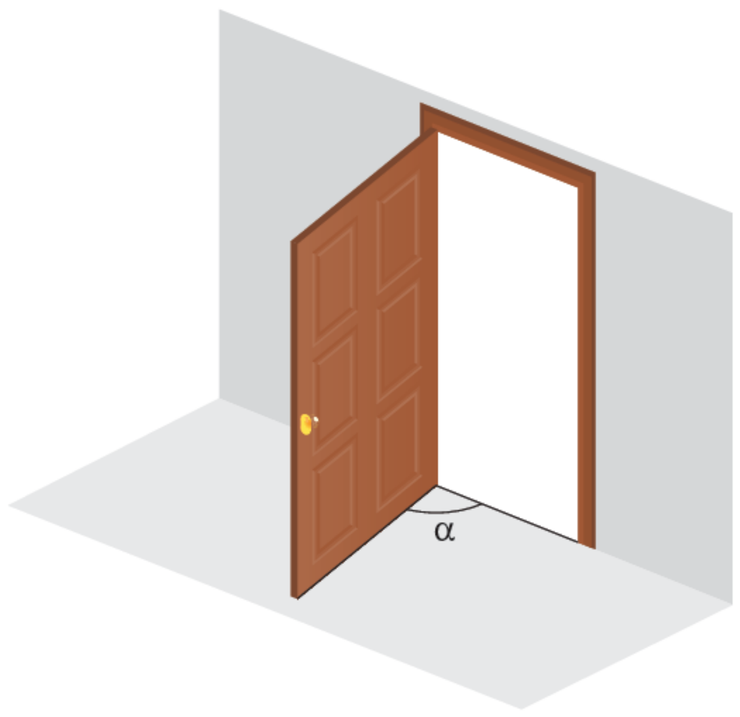
Tümlerinin ölçüsü kendisinin 4 katından 20 fazla olan açının ölçüsü kaç derecedir?

Örnek - 5

Kendisi ile bütünlerinin oranı $\frac{2}{7}$ olan açının tümleri kaç derecedir?

Örnek - 6

Şekilde belirli bir açı ile açılmış bir kapı gösterilmiştir. Bu kapı en fazla şekilde gösterilen açının bütünleri kadar açılabilmektedir.



Kapıyı şekildeki açının 2 katı daha açarsak kapının açılmasına 40° kalmıştır.

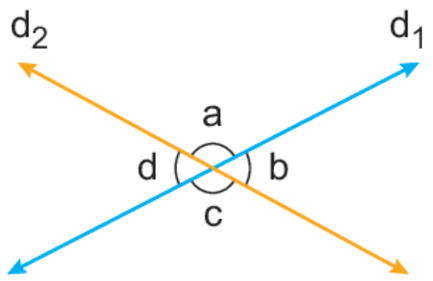
Buna göre, ilk konumda kapı kaç derece açıktır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Ters Açılar: Kesişen iki doğrunun oluşturduğu açılardan zıt yönlü olanlarına ters açılar denir.

Ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.

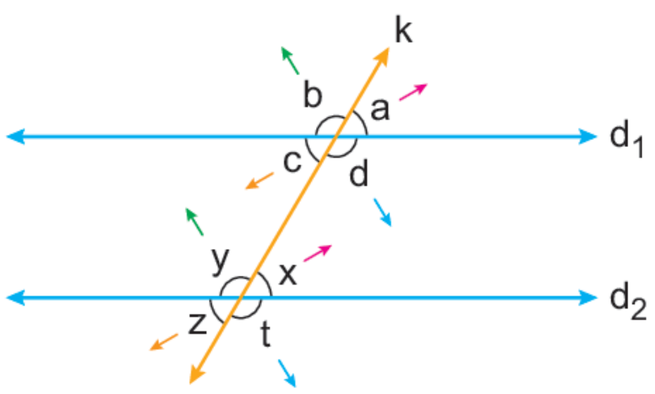


a ile c ters açıdır ve a = c dir.

b ile d ters açıdır ve b = d dir.

Paralel İki Doğruyu Kesen Doğrunun Oluşturduğu Açılar

Yöndeş Açılar: İki doğrunun bir kesenle yaptığı açılardan aynı yöne bakan açılara yöndeş açılar denir. Eğer doğrular birbirine paralel ise yöndeş açılar birbirine eşittir.

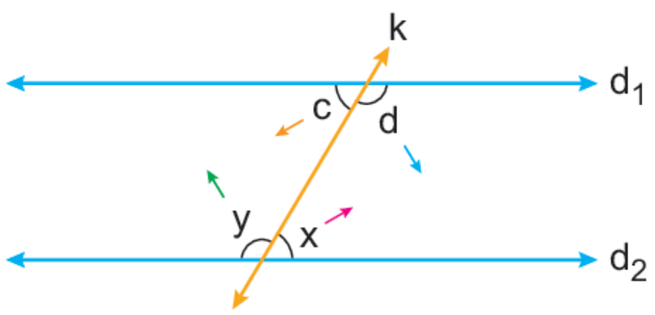


d_1 // d_2 olduğunda

a = x, b = y, c = z, d = t olur.

İç Ters Açılar: İki doğrunun bir kesenle yaptığı açılardan içerde olup birbirlerine ters olan açılara iç ters açılar denir.

Eğer doğrular birbirine paralel ise iç ters açılar birbirine eşittir.

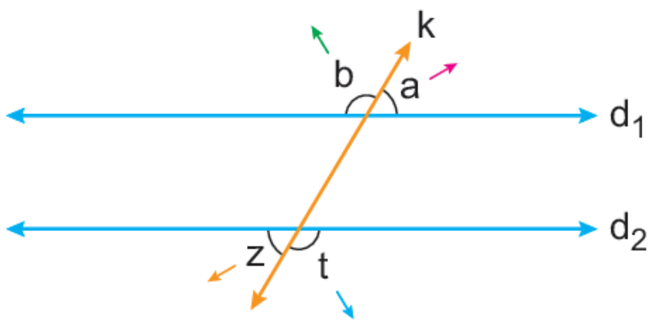


d_1 // d_2 olduğunda

c = x, d = y olur.

Dış Ters Açılar: İki doğrunun bir kesenle yaptığı açılardan dışarıda olup birbirlerine ters olan açılara dış ters açılar denir.

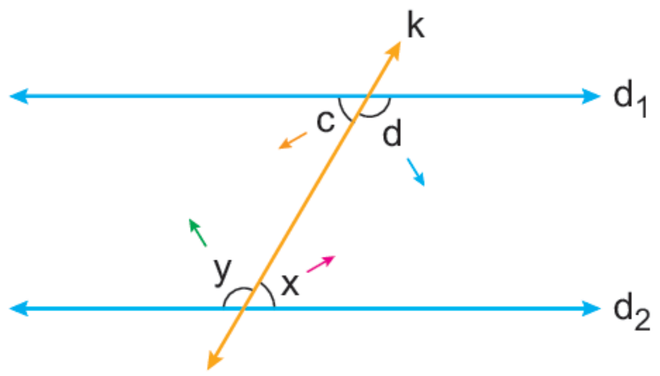
Eğer doğrular birbirine paralel ise dış ters açılar birbirine eşit olur.



d_1 // d_2 olduğunda

a = z, b = t olur.

Karşı Durumlu Açılar: Paralel iki doğru arasında kalan ve birbirine bakan açılara karşı durumlu açılar denir.

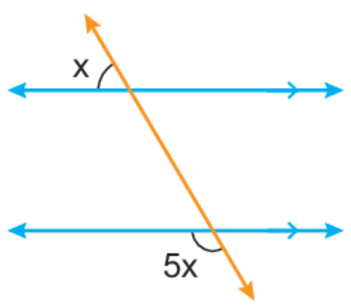


d_1 // d_2

x + d = 180° ve c + y = 180° olur.

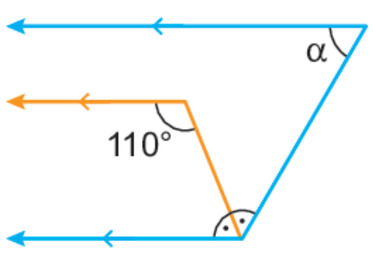
Öğrenme

a)



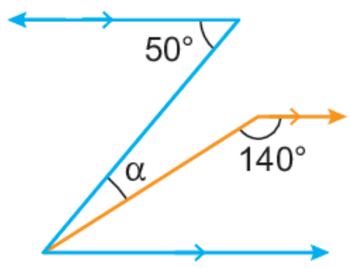
x = ?

b)



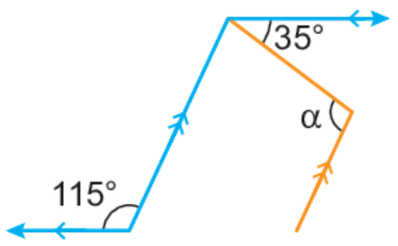
α = ?

c)



α = ?

d)

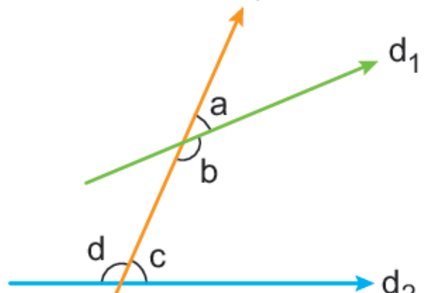


α = ?

a) 30 b) 40 c) 10 d) 100

Alanı | 3

Örnek - 7



Şekilde verilenlere göre,

I. a + b = 180°

II. a ile c yöndeş açı

III. b ile c karşı durumlu açı

IV. b ile d iç ters açı

V. a = c dir.

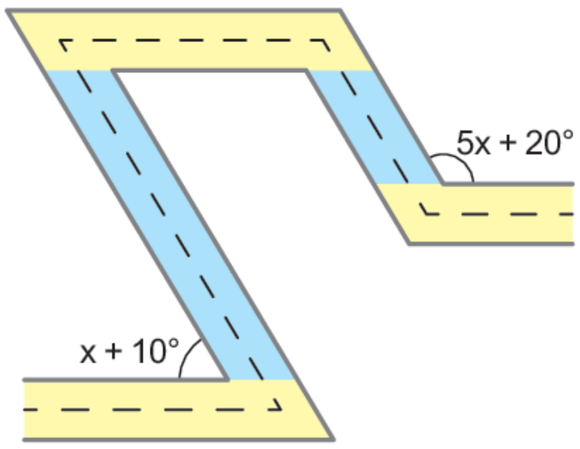
öncüllerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

7. I - II - IV

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 8

Aşağıdaki şekilde karşılıklı kenarları paralel olan yolların görseli verilmiştir.

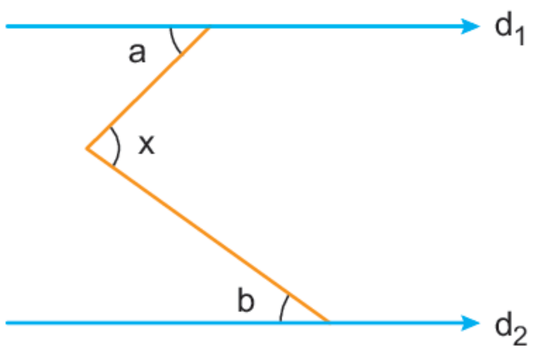


Aynı renkteki yollar birbirine paralel ve farklı renkteki yollar arasındaki açılar x + 10° ve 5x + 20° dir.

Buna göre, x kaçtır?

Sonuçlar

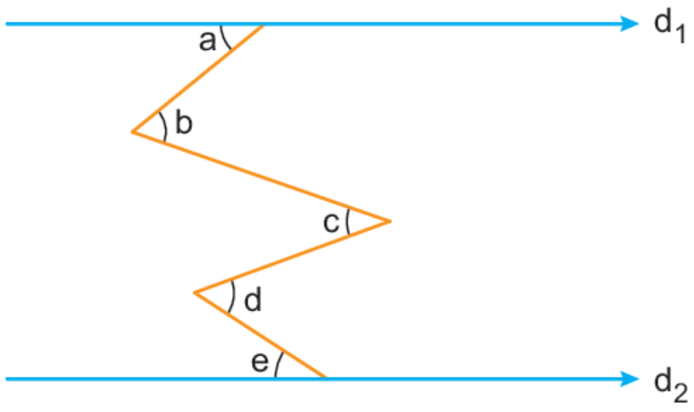
1.



$d_1 // d_2$ olduğunda

x = a + b dir.

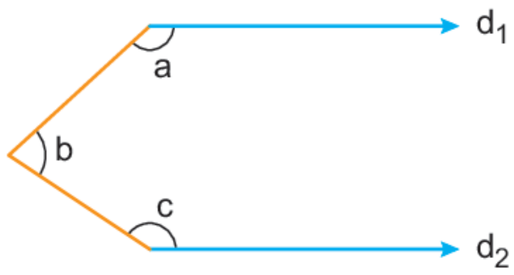
2.



$d_1 // d_2$ olduğunda

a + c + e = b + d dir.

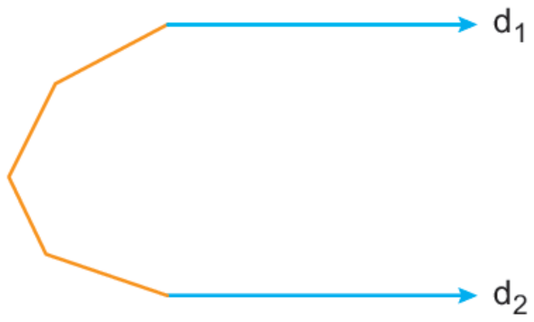
3.



$d_1 // d_2$ olduğunda

a + b + c = 360° dir.

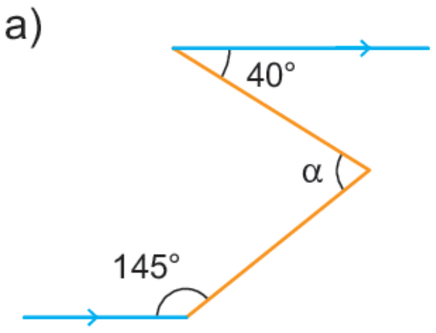
4.



$d_1 // d_2$ olduğunda, iki paralel doğru arasındaki n tane açının toplamı $(n - 1) \cdot 180°$ dir.

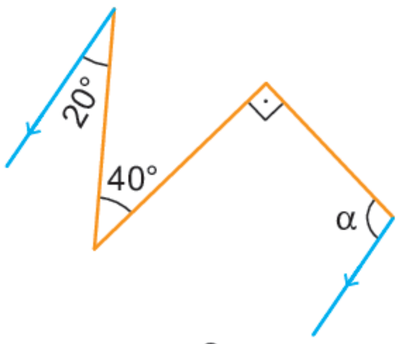
Öğrenme

a)



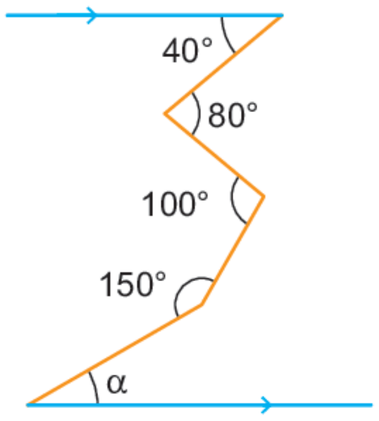
α = ?

b)



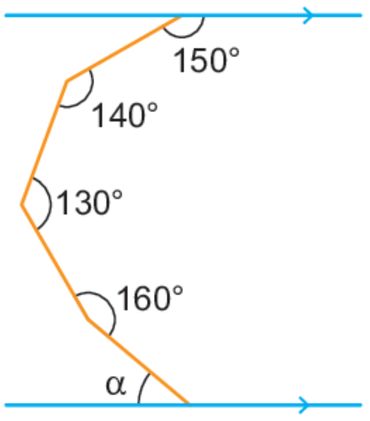
α = ?

c)



α = ?

d)



α = ?

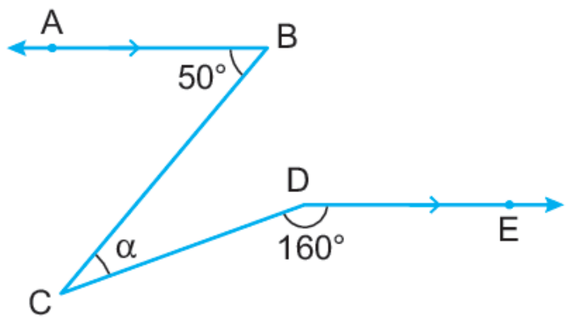
a) 75° b) 110° c) 30° d) 40°

Alanı | 4

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

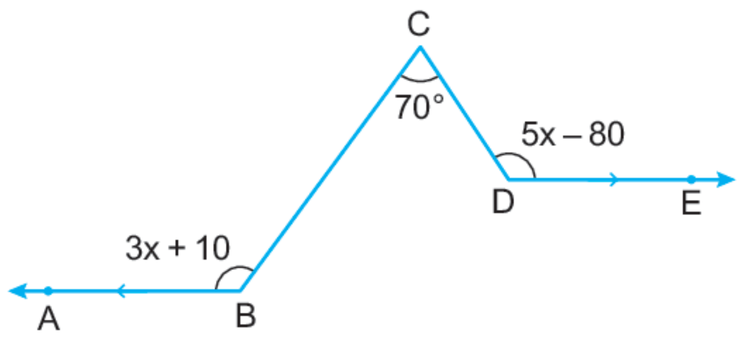
Örnek - 9



[BA // [DE, m(ABC) = 50° ve m(CDE) = 160° dir.

Buna göre, m(BCD) = α kaç derecedir?

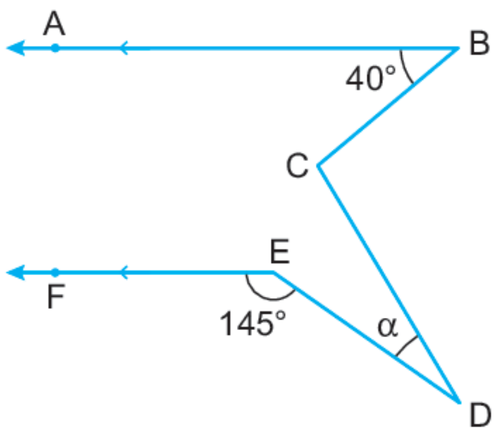
Örnek - 10



[BA // [DE, m(ABC) = 3x + 10°, m(CDE) = 5x – 80° ve m(BCD) = 70° dir.

Buna göre, m(ABC) kaç derecedir?

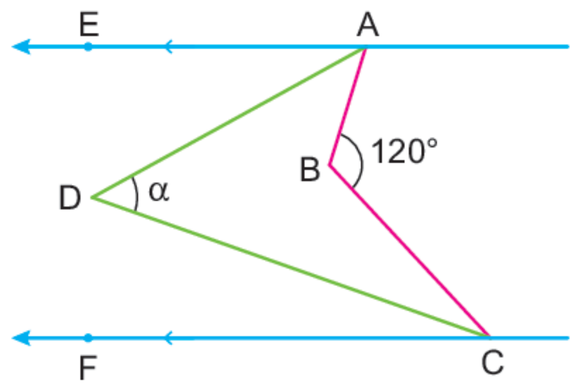
Örnek - 11



[BA // [EF, [BC] ⊥ [CD], m(ABC) = 40°, m(FED) = 145° ve m(EDC) = α'dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

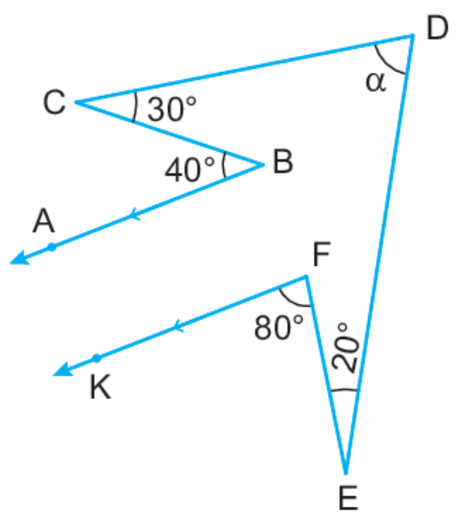
Örnek - 12



AE // CF, m(DCF) = 2 · m(DAB), m(EAD) = 2 · m(BCD) ve m(ABC) = 120° dir.

Buna göre, m(ADC) = α kaç derecedir?

Örnek - 13



[BA // [FK, m(ABC) = 40°, m(BCD) = 30°, m(DEF) = 20° ve m(EFK) = 80° dir.

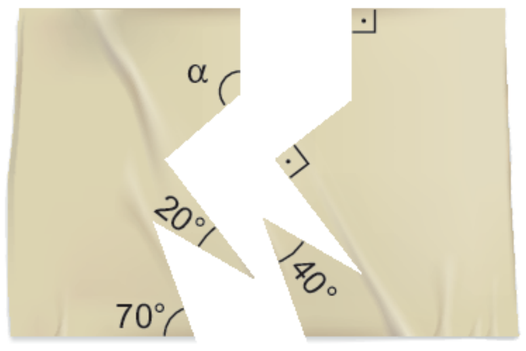
Buna göre, m(CDE) = α kaç derecedir?

Örnek - 14

Karşılıklı iki kenarı paralel olan Şekil 1'deki kağıt makasla kesildiğinde Şekil 2'deki gibi açı ölçüleri oluşuyor.



Şekil 1



Şekil 2

Buna göre, α açısı kaç derecedir?

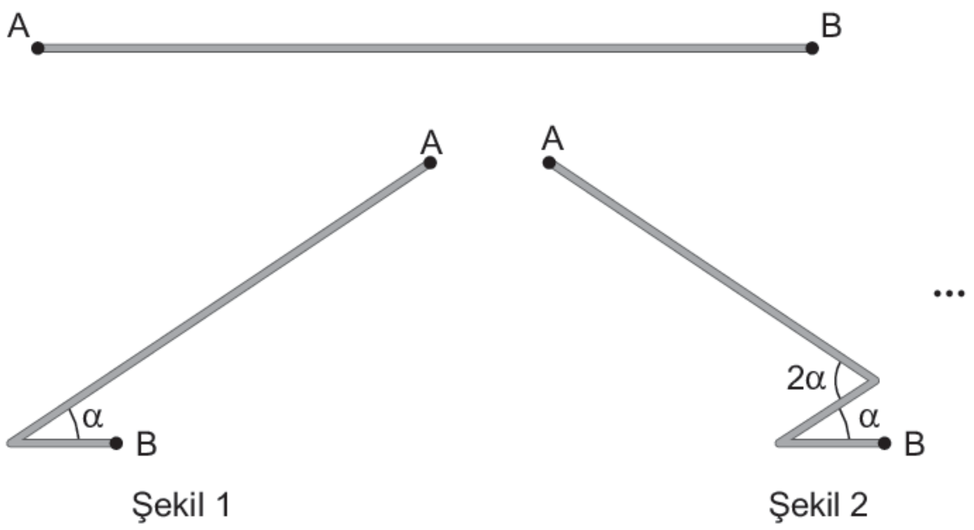
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

9. 30 10. 130 11. 15 12. 80 13. 70 14. 130

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 15

Hüseyin, yolda bulduğu bir tel parçasını masanın üzerine koyup aşağıdaki kurala uygun bir şekil oluşturmak istiyor.



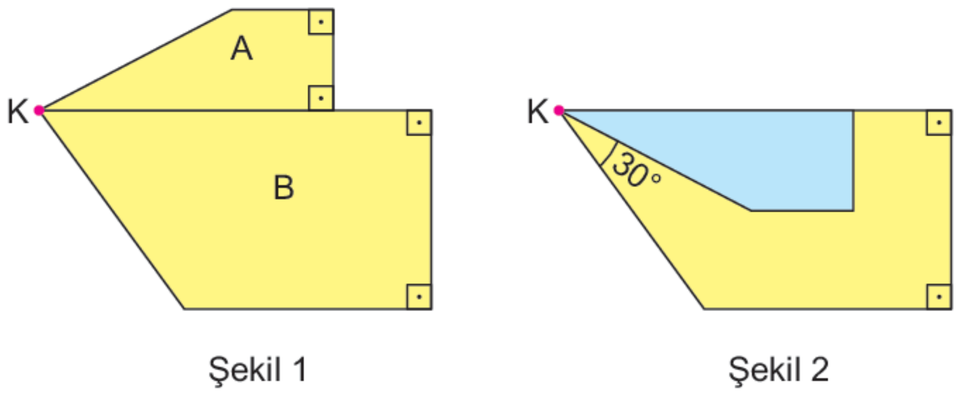
Kural: B köşesi sabit ve telin masanın üzerinde kalması şartıyla teli Şekil 1'deki gibi büküp α dar açısını oluştur. Sonraki büküm işlemlerinde bir önceki açının 2 katı kadar zıt yönlü açı oluştur.

Hüseyin, beşinci bükümde kural dışı hareket ederek en alttaki doğruya paralel olacak şekilde teli büktüğünde telin dik kesiştiğini farkediyor.

Buna göre, Hüseyin'in ilk belirlediği açı kaç derecedir?

Örnek - 16

İkişer kenarları birbirine paralel ve ön yüzü sarı arka yüzü mavi olan A ile B kartonları, birer kenarları çakışık olacak biçimde Şekil 1'deki gibi üst üste konulduğunda K köşesindeki sarı bölgenin açısı A kartonundaki en büyük açıya eşit oluyor.

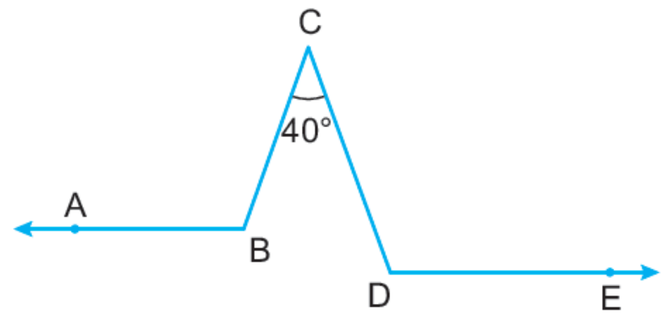


A kartonu ters çevirilip B kartonunun üzerine Şekil 2'deki gibi konulduğunda, K köşesindeki sarı bölgenin açısı 30° oluyor.

Buna göre, B kartonunun en büyük açısı kaç derecedir?

Örnek - 17

Fatma öğretmen, bir kağıda şekildeki gibi [BA // [DE ve $m(\widehat{BCD}) = 40°$ olacak şekilde bir soru yazıyor.

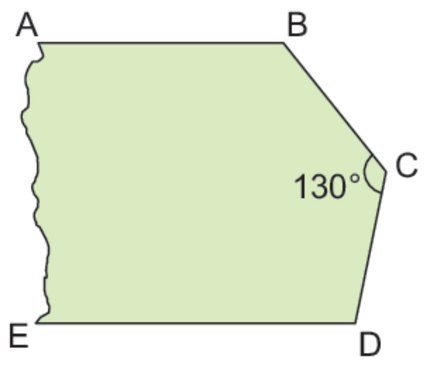


Bu soru Fatma öğretmene çok basit geldiği için cetvel ve açıölçer yardımıyla $\widehat{ABC}$ ve $\widehat{CDE}$ açılarının açıortay doğrularını çiziyor ve bu açıortay doğruları arasında kalan açının ölçüsünü öğrencilerinden bulmalarını istiyor.

Buna göre, öğrencilerin bulmaları gereken açı değeri kaç derece olabilir?

Örnek - 18

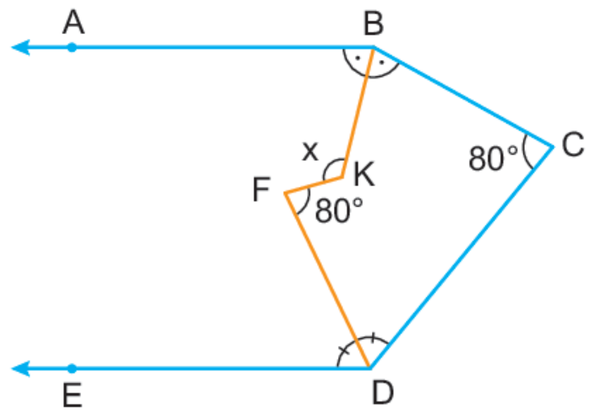
Şekilde [AB] // [ED] ve $m(\widehat{BCD}) = 130°$ olan bir kağıt parçası gösterilmiştir.



- Kağıt B noktasından katlandığında $C \in [AB]$ oluyor.
- Kağıt D noktasından katlandığında $C \in [ED]$ oluyor.

Buna göre, katlama çizgileri arasında oluşan açı kaç derece olabilir?

Örnek - 19



[BA // [DE, $m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{KFD}) = 80°$, $m(\widehat{ABK}) = m(\widehat{KBC})$ ve $m(\widehat{EDF}) = m(\widehat{FDC})$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BKF}) = x$ kaç derecedir?

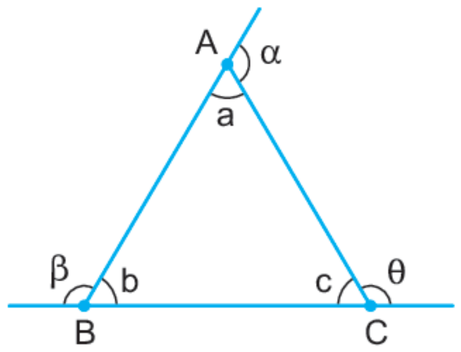
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

15. 18 16. 100 17. 70 18. 65 19. 120

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

ÜÇGENDE AÇI

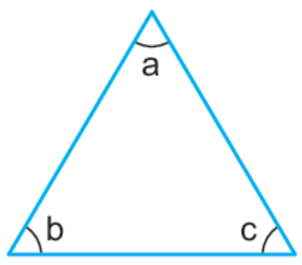
Tanım: Düzlemde birbirine doğrusal olmayan üç noktayı birleştiren üç doğru parçasının birleşimine üçgen denir.



- $\widehat{ABC} = [AB] \cup [BC] \cup [CA]$
- a, b, c üçgenin iç açıları
- α, β, θ üçgenin dış açıları

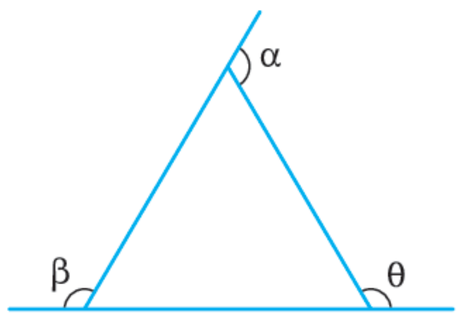
Açı Kuralları

1. Bir üçgenin iç açılarının toplamı 180° dir.



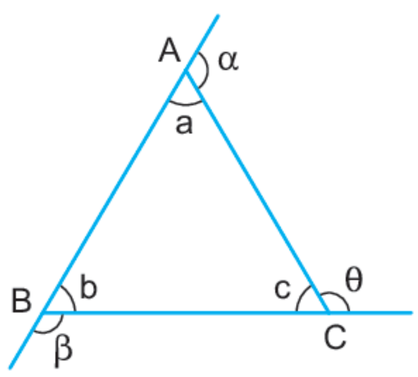
$a + b + c = 180°$

2. Bir üçgenin dış açıları toplamı 360° dir.



$\alpha + \beta + \theta = 360°$

3. Üçgenin bir dış açısının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açısının ölçüsüne eşittir.



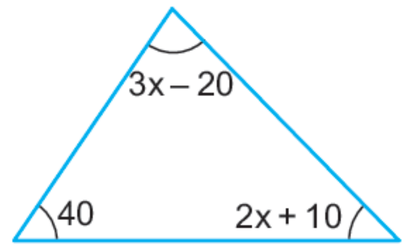
$a + b = \theta$

$a + c = \beta$

$b + c = \alpha$

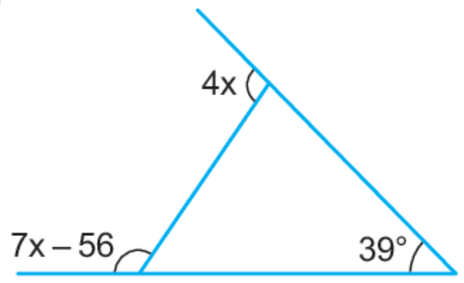
Öğrenme

a)



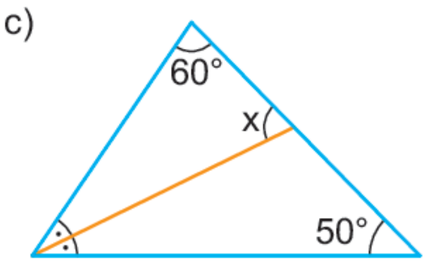
x = ?

b)



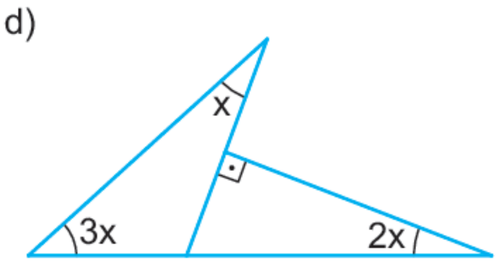
x = ?

c)



x = ?

d)

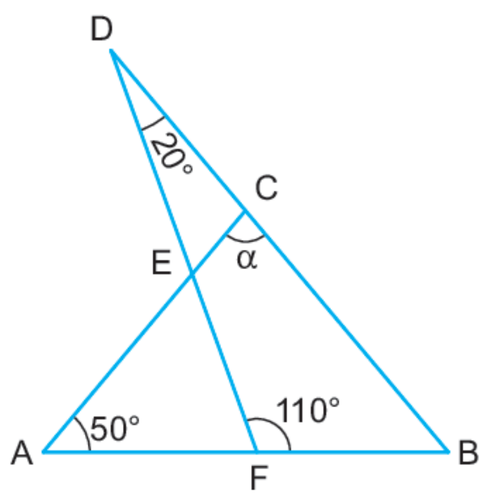


x = ?

a) 30° b) 25° c) 85° d) 15°

Alanı | 1

Örnek - 1



ABC ve BDF birer üçgen, $C \in [BD]$, $F \in [AB]$,

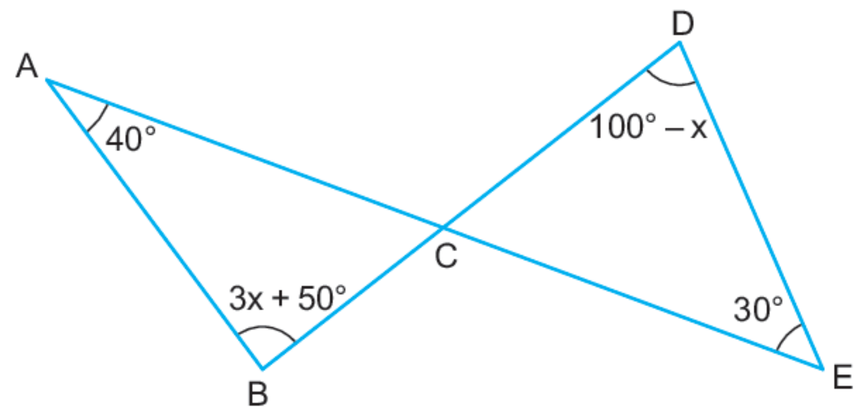
$m(\widehat{CAB}) = 50°$ ve $m(\widehat{BFD}) = 110°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{ACB}) = \alpha$ kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

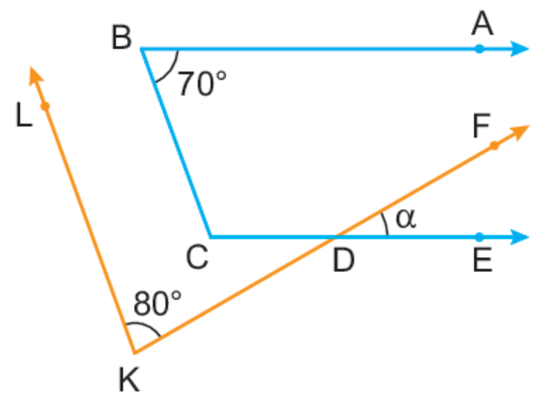
Örnek - 2



ABC ve CDE birer üçgen, $m(\widehat{BAC}) = 40°$, $m(\widehat{CEB}) = 30°$, $m(\widehat{ABC}) = 3x + 50°$ ve $m(\widehat{CDE}) = 100° - x$'dir.

Buna göre, $m(\widehat{DCE})$ kaç derecedir?

Örnek - 3



[BA // [CD, [BC] // [KL, [KF ∩ [CE = {D}, $m(\widehat{ABC}) = 70°$ ve $m(\widehat{FKL}) = 80°$ dir.

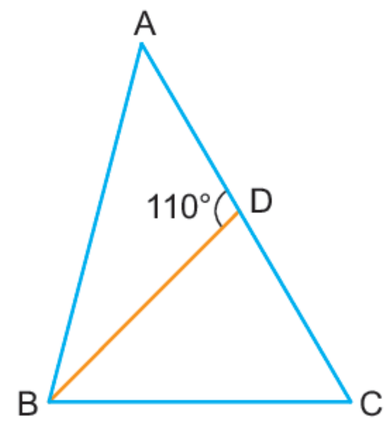
Buna göre, $m(\widehat{EDF}) = \alpha$ kaç derecedir?

Örnek - 4

Bir ABC üçgeninin iç açıları sırasıyla 2, 5 ve 6 ile doğru orantılıdır.

Buna göre, dış açıları sırasıyla hangi sayılarla doğru orantılıdır?

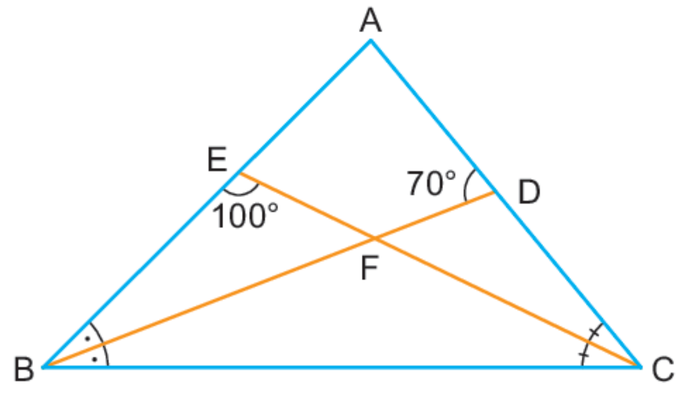
Örnek - 5



ABC bir üçgen, D ∈ [AC], $m(\widehat{ADB}) = 110°$ ve $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DBC})$'dir.

Buna göre, $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

Örnek - 6



ABC üçgeninde [BD] ile [CE] iç açıortay, $m(\widehat{BEC}) = 100°$ ve $m(\widehat{ADB}) = 70°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

Örnek - 7

Bir üçgenin bir köşesinden çizilen açıortay doğrusu ile yükseklik doğrusu arasında kalan açı 8° olduğuna göre, üçgenin diğer açılarının farkının mutlak değeri kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

2. 60 3. 30 4. 11-8-7 5. 70 6. 80 7. 16

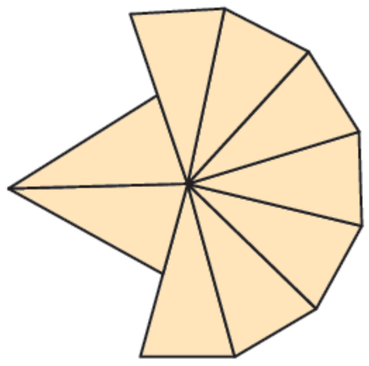
Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 8

Amblem tasarlayan Egehan, Şekil 1'deki ikizkenar üçgen biçimindeki kartondan dokuz tanesini kullanarak aralarında boşluk kalmayacak biçimde Şekil 2'deki deseni elde ediyor.



Şekil 1

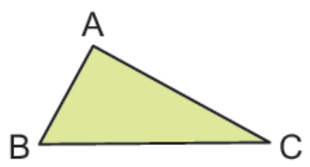


Şekil 2

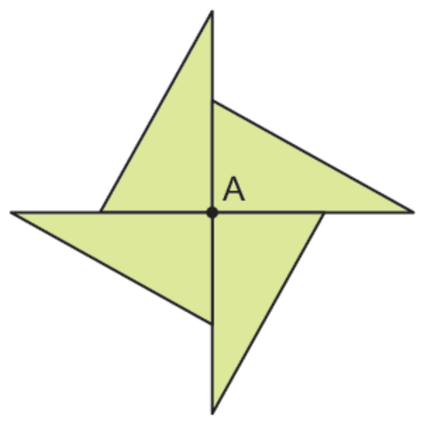
Buna göre, x açısının ölçüsü kaç derecedir?

Örnek - 9

Köşeleri A,B ve C harfleriyle isimlendirilmiş üçgen biçimindeki bir karton Şekil 1'deki gibi gösterilmiştir. 4 tane ABC kartonu kenarlar arasında boşluk kalmayacak ve kartonlar üst üste gelmeyecek biçimde düz bir zemin üzerinde A köşeleri çakıştırılıp Şekil 2'deki gibi birleştirilebilmektedir.



Şekil 1



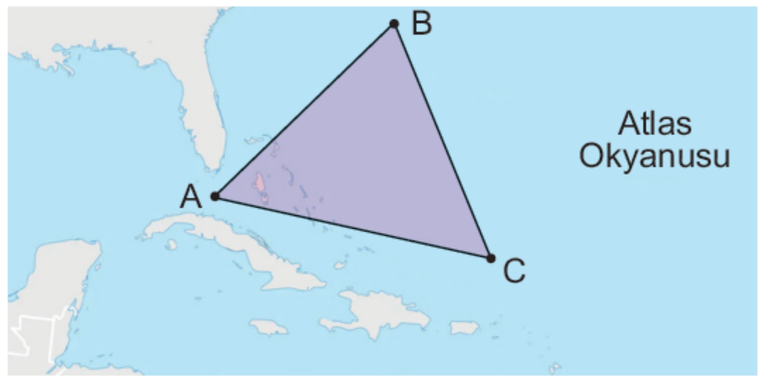
Şekil 2

Aynı işlem, 5 tane ABC üçgeni kullanılarak B köşeleri çakıştırılıp yapılabilmektedir.

Buna göre, bu işlem kaç tane ABC kartonu kullanılarak kartonların C köşeleri çakıştırılıp yapılabilir?

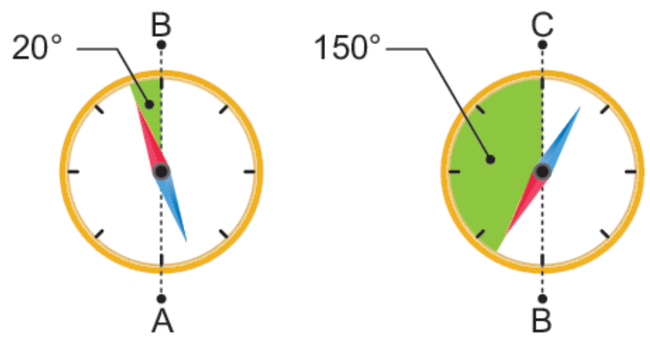
Örnek - 10

Atlantik Okyanusu içinde Bermuda Şeytan Üçgeni olarak adlandırılan, gemiler ve uçaklar için tehlikeli bir bölge bulunur.



Bu bölgenin çevresini hesaplamak isteyen bir araştırmacı sabit bir hızla gemi ile A'dan başlayarak önce AB yolunu, sonra BC yolunu, sonra da CA yolunu kullanıyor.

Araştırmacı AB yolunu ve BC yolunu aynı sürede gitmiş ve bu yolları kullanırken pusulasında aşağıdaki görüntüler oluşmuştur.



Buna göre, araştırmacı, C'den A'ya giderken pusulasındaki aşağıdakilerden hangisi görünür?

A)


B)


C)


D)


E)

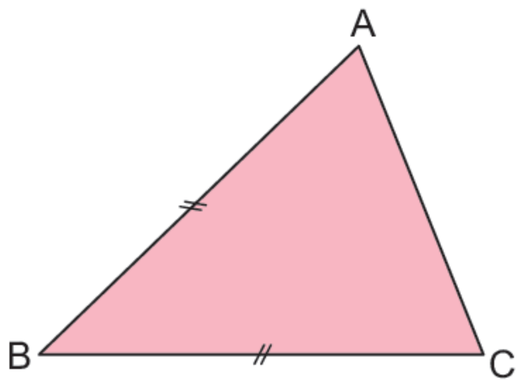

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

8. 75 9. 20 10. E

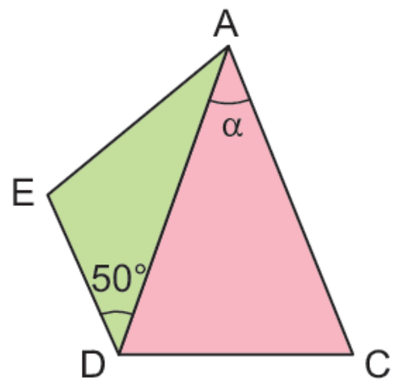
Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 11

Bir yüzü kırmızı diğer yüzü yeşil renkli ikizkenar üçgen biçimindeki Şekil 1'deki karton, B köşesi A köşesi ile çakışacak şekilde katlanıp Şekil 2'deki görüntü elde ediliyor.



Şekil 1



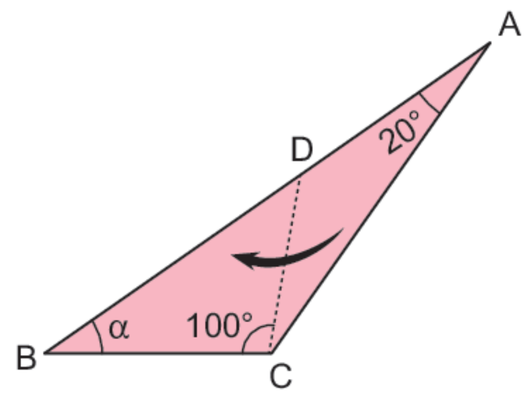
Şekil 2

$|AB| = |BC|$ ve $m(\widehat{EDA}) = 50°$ dir.

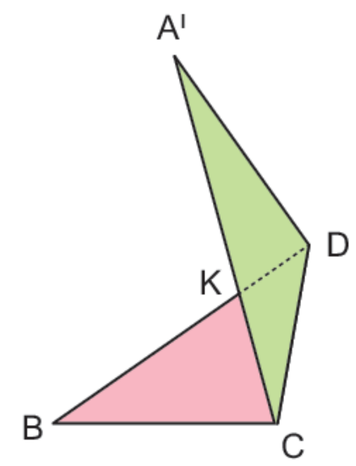
Buna göre, $m(\widehat{CAD}) = \alpha$ kaç derecedir?

Örnek - 12

Bir yüzü kırmızı diğer yüzü yeşil renkli üçgen şeklindeki karton [CD] boyunca katlandığında Şekil 2 oluşmaktadır.



Şekil 1

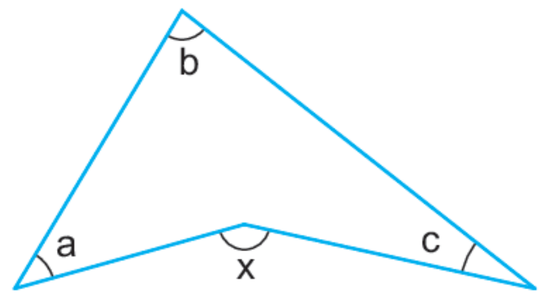


Şekil 2

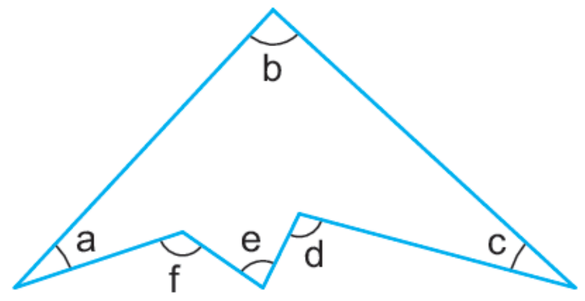
$m(\widehat{BAC}) = 20°$, $m(\widehat{BCD}) = 100°$ ve $|AD| = |A'K|$'dır.

Buna göre, $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ kaç derecedir?

4.



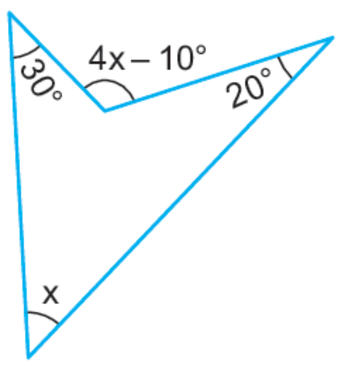
$x = a + b + c$



$d + f = a + b + c + e$

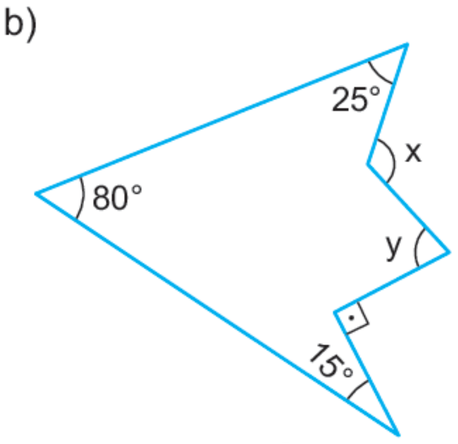
Öğrenme

a)



$x = ?$

b)

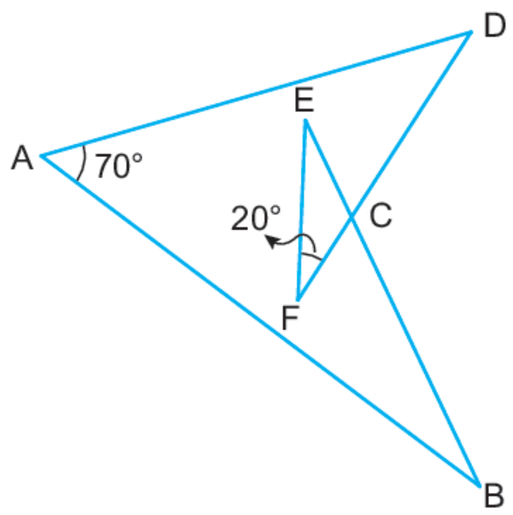


$x - y = ?$

a) 20 b) 30

Alanı | 2

Örnek - 13



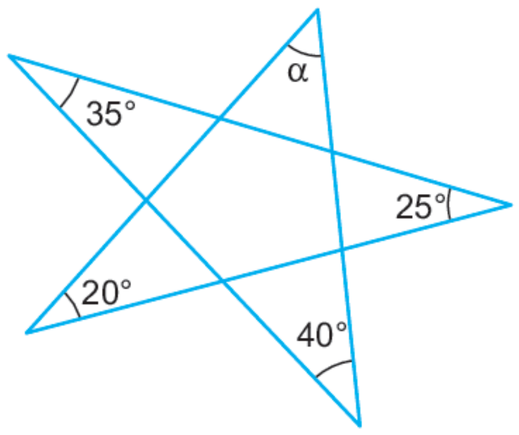
$15 \cdot m(\widehat{BEF}) = 5 \cdot m(\widehat{ABE}) = 3 \cdot m(\widehat{ADF})$, $m(\widehat{BAD}) = 70°$ ve $m(\widehat{DFE}) = 20°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BCD})$ kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

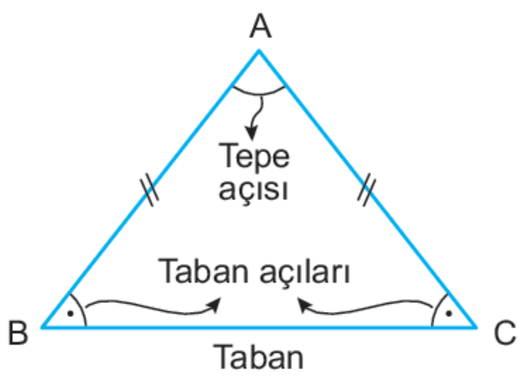
Örnek - 14



Şekilde verilen açı ölçülerine göre, α kaçtır?

Not

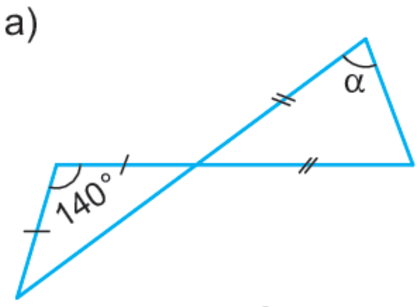
İki kenarı birbirine eşit olan üçgene ikizkenar üçgen denir.



Taban açıları eşittir. $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB})$

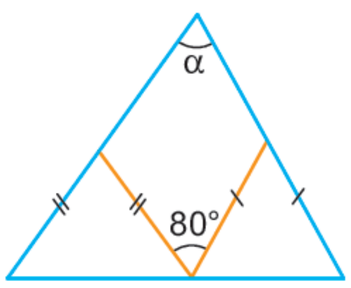
Öğrenme

a)



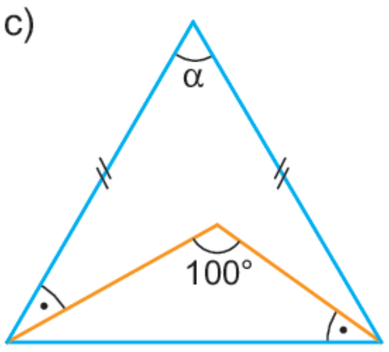
α = ?

b)



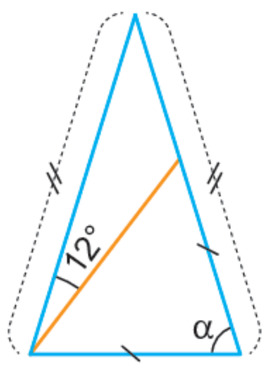
α = ?

c)



α = ?

d)

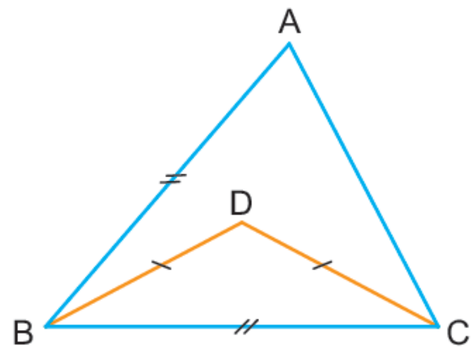


α = ?

a) 80 b) 80 c) 20 d) 68

Alanı | 3

Örnek - 15



ABC ve DBC ikizkenar üçgen, |AB| = |BC|, |DB| = |DC| ve $m(\widehat{DCB}) + m(\widehat{ABD}) = 40°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

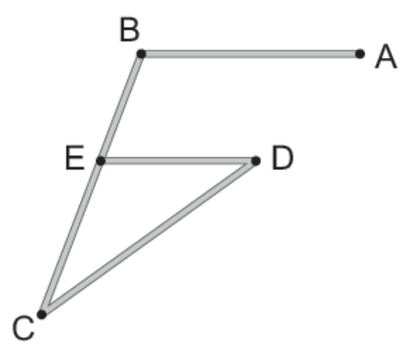
Örnek - 16



Yukarıda bir tel parçasının K noktasında pozitif yönde (Saatin dönme yönünün tersinde) α derece döndürülmesi gösterilmiştir.



[AE] biçimindeki bir tel parçası düzlemsel olacak şekilde sırasıyla B, C, D noktalarından döndürülürse aşağıdaki şekil oluşuyor.



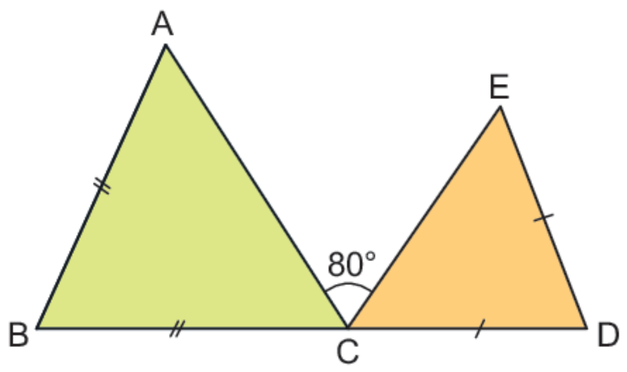
- [AB] // [DE], E ∈ [BC]
- C ile D noktalarındaki dönme açıları birbirine eşit ve 140° dir.

Buna göre, B köşesindeki dönme açısı kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 17

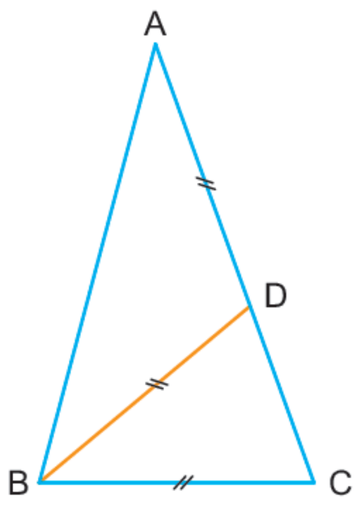


İkizkenar üçgen şeklindeki iki karton, düzlemde bir köşesi ortak olacak biçimde ve B, C, D noktaları doğrusal olacak biçimde şekildeki gibi konuluyor.

$|AB| = |BC|$, $|CD| = |DE|$ ve $[BA \cap [DE = \{K\}$'dir.

Buna göre, $m(\widehat{AKE})$ kaç derecedir?

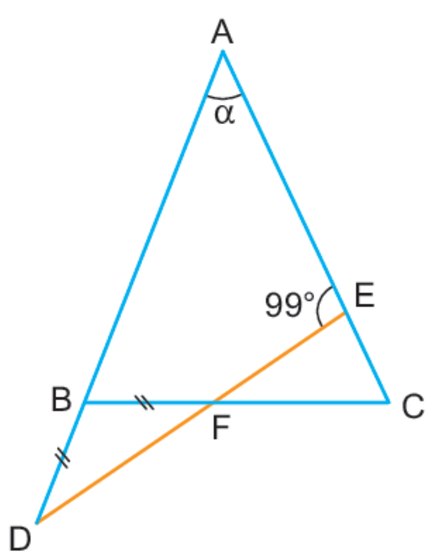
Örnek - 18



ABC bir üçgen, $D \in [AC]$, $|AD| = |DB| = |BC|$ ve $|AB| = |AC|$'dir.

Buna göre, $m(\widehat{BDC})$ kaç derecedir?

Örnek - 19

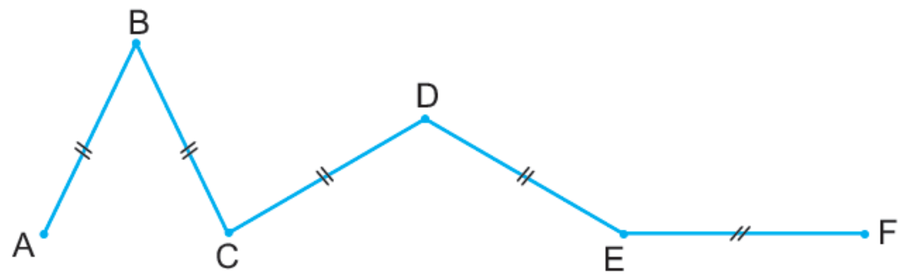


ABC ve ADE bir üçgen, $|BD| = |BF|$, $|AB| = |AC|$ ve $m(\widehat{AED}) = 99°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BAC}) = \alpha$ kaç derecedir?

Örnek - 20

Gökçen bir teli eşit aralıklarla bükerek aşağıda şekli elde ediyor.



Gökçen bir ipin bir ucunu F noktasına sabitlediğinde,

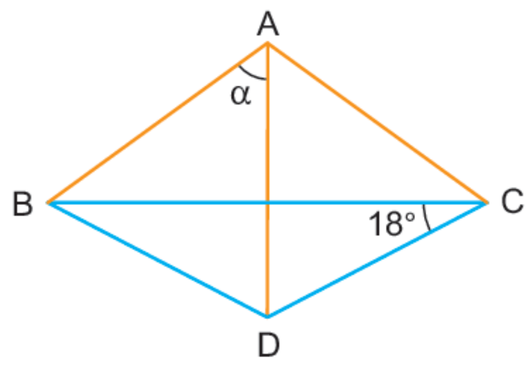
I. Diğer uç A noktasına ulaşır ve C ile E noktaları ip üzerinde olur.

II. Diğer uç B noktasına ulaşır ve D noktası ip üzerinde olur.

öncüllerindeki ifadelerin sağlandığını farkeder.

Buna göre, $m(\widehat{FED})$ açısı kaç derecedir?

Örnek - 21



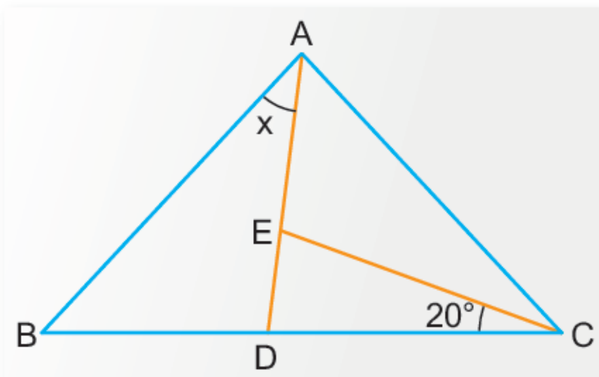
$|AB| = |AC| = |AD|$ ve

$m(\widehat{BCD}) = 18°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BAD}) = \alpha$ kaç derecedir?

Örnek - 22

Geometri kitabında aşağıdaki soruyu çözmek isteyen Mehmet, sayfanın bir kısmı yırtık olduğu için sorunun çözümünde tahmin yeteneğini kullanıyor.



$|AB| = |AC|$

$|CE| = |CD| = |A$

$m(\widehat{ECD}) = 20°$

$m(\widehat{BAD}) = x$

Buna göre, x kaçtır?

Kâğıdın yırtılan kısmında E, D, C ve B harflerini koyduğunda, sadece iki harf için sonuç buluyor.

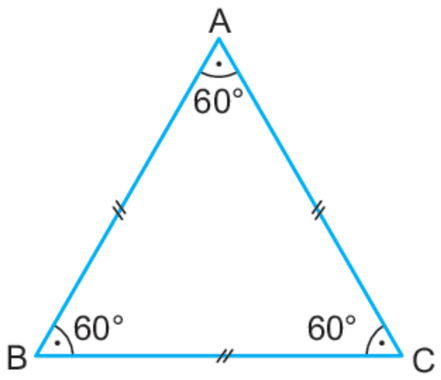
Buna göre, bulduğu sonuçlar arasındaki fark kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Not

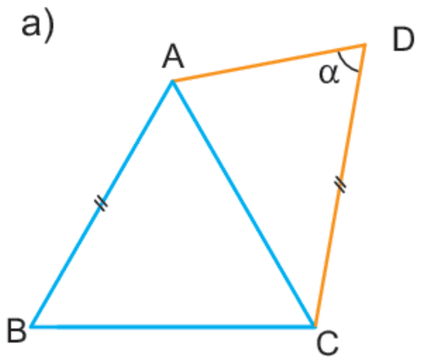
Bütün kenarları birbirine eşit olan üçgene eşkenar üçgen denir.



$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{BAC}) = 60°$

Öğrenme

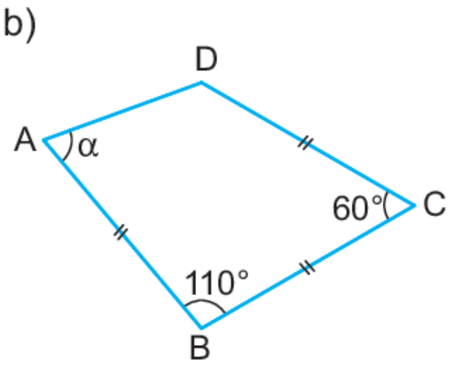
a)



ABC eşkenar üçgen

$m(\widehat{BCD}) = 100°$, α = ?

b)



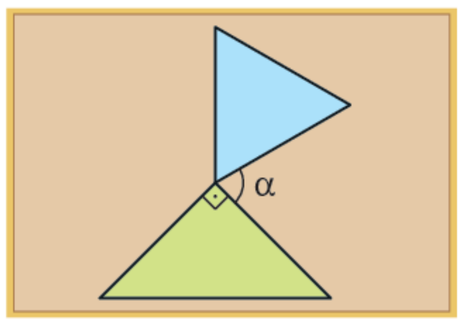
α = ?

a) 70° b) 65°

Alanı | 4

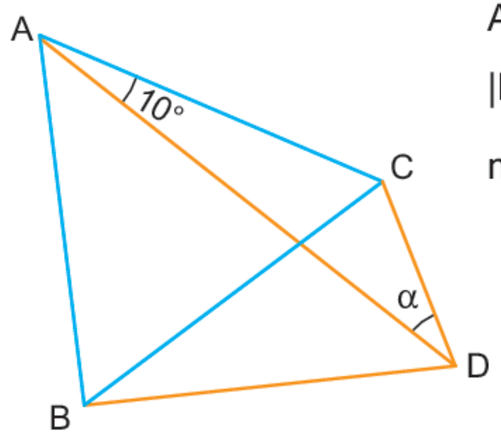
Örnek - 23

Dikdörtgen şeklindeki bir panoya eşkenar üçgen ve ikizkenar dik üçgen şeklindeki tablolar, birer kenarları panonun kenarlarına paralel ve birer köşeleri çakışacak şekilde yapıştırılıyor.



Buna göre, iki tablo arasında kalan α açısı kaç derecedir?

Örnek - 24



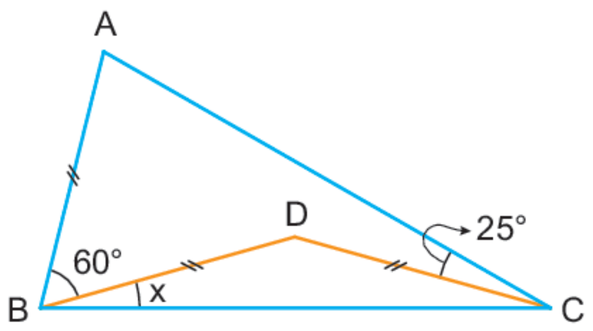
ABC bir eşkenar üçgen,

$|BD| = |AC|$

$m(\widehat{DAC}) = 10°$, $m(\widehat{ADC}) = \alpha$

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 25



ABC bir üçgen

$|AB| = |BD| = |CD|$

$m(\widehat{DBA}) = 60°$

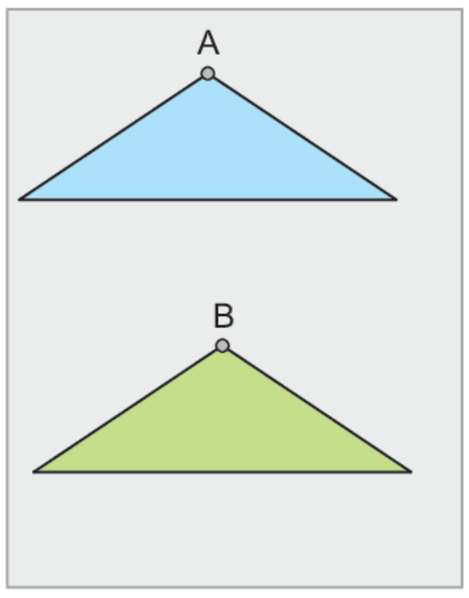
$m(\widehat{ACD}) = 25°$

$m(\widehat{CBD}) = x$

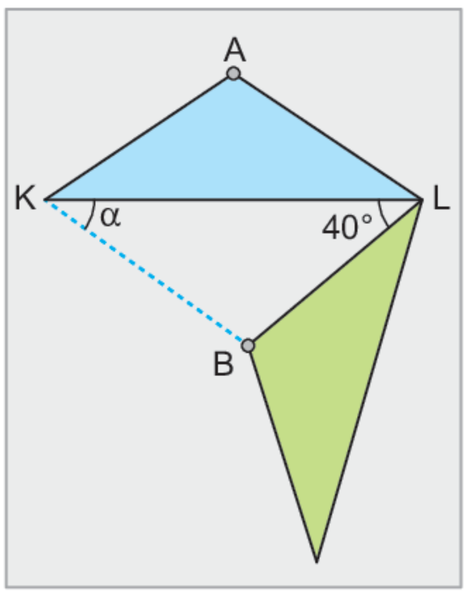
Buna göre, x kaç derecedir?

Örnek - 26

Tepe açıları 140° olan ikizkenar üçgen biçimindeki iki eş tablo, duvardaki A ve B çivilerine tepe açılarından Şekil 1'deki gibi sabitleniyor.



Şekil I



Şekil II

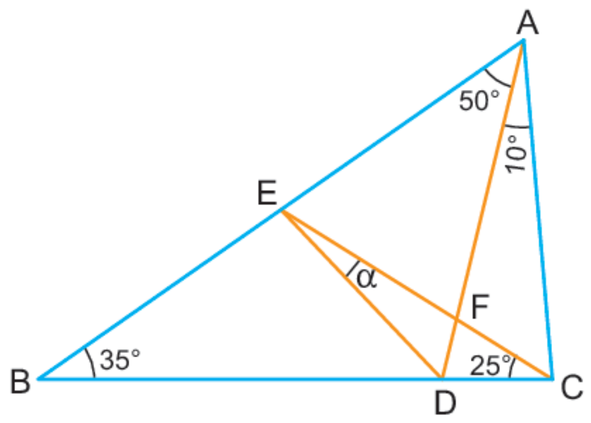
B çivisiyle sabitlenen tablo döndürülüp Şekil 2'deki konuma geldiğinde 40° lik açı oluşmaktadır.

Buna göre, Şekil 2'deki $m(\widehat{LKB})$ kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 27



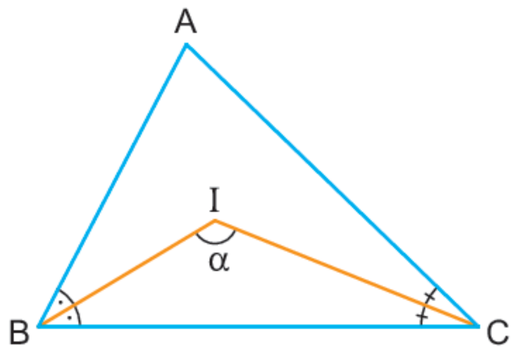
ABC bir üçgen, E ∈ [AB], D ∈ [BC], [AD] ∩ [EC] = {F},

$m(\widehat{CAD}) = 10°$, $m(\widehat{BAD}) = 50°$, $m(\widehat{ECD}) = 25°$ ve

$m(\widehat{ABC}) = 35°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{CED}) = \alpha$ kaç derecedir?

5.

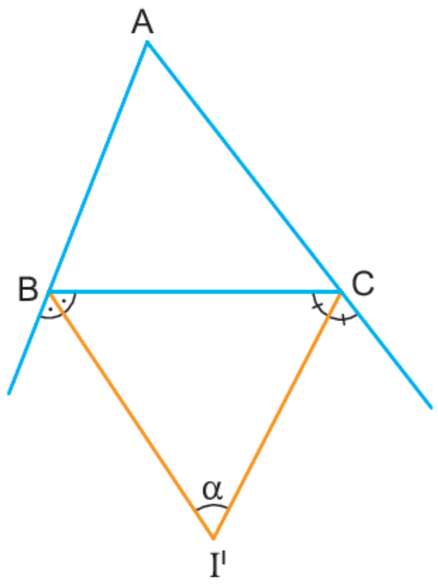


I : İç açıortayların kesim noktasıdır.

(iç teğet çemberin merkezi)

$$\alpha = 90 + \frac{\widehat{A}}{2}$$

6

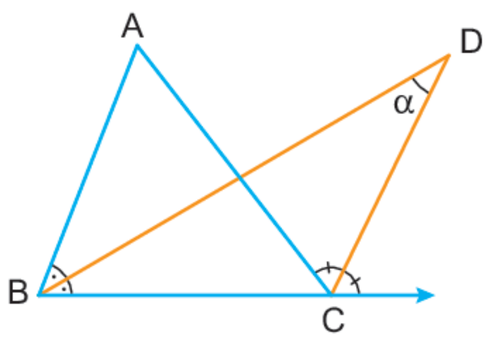


I': Dış açıortayların kesim noktasıdır.

(Dış teğet çemberin merkezi)

$$\alpha = 90 - \frac{\widehat{A}}{2}$$

7.

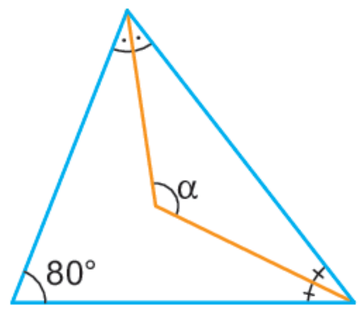


D : Dış teğet çemberin merkezi olur

$$\alpha = \frac{\widehat{A}}{2}$$

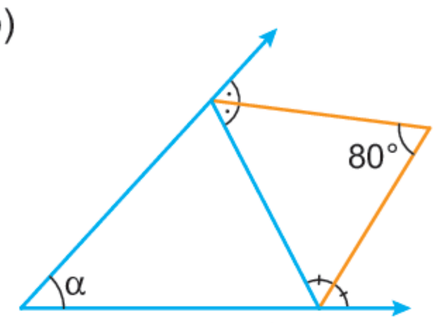
Öğrenme

a)



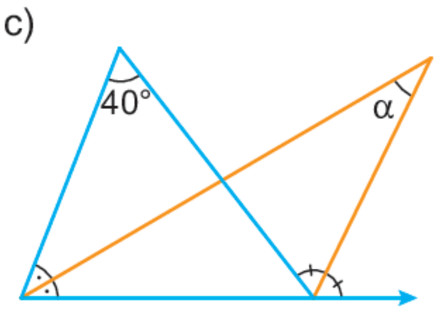
α = ?

b)



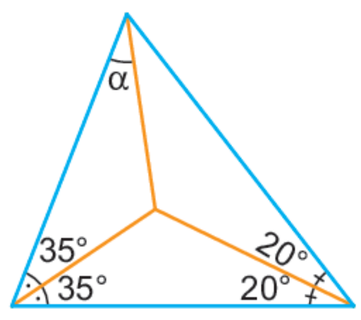
α = ?

c)



α = ?

d)

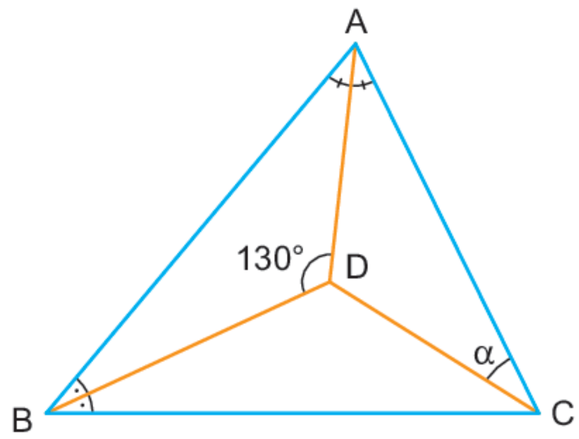


α = ?

a) 130° b) 20° c) 20° d) 35°

Alanı | 5

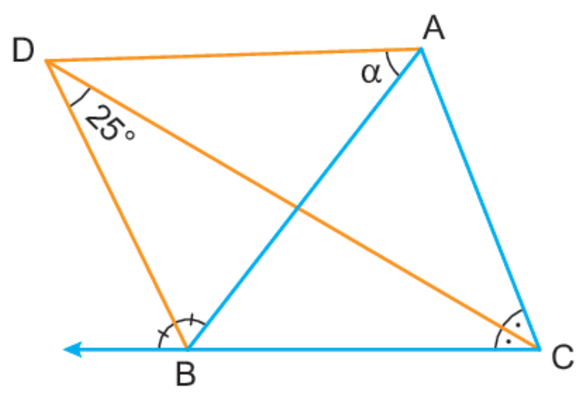
Örnek - 28



[AD] ve [BD] doğruları sırasıyla $\widehat{BAC}$ ve $\widehat{ABC}$ açılarının açıortayları ve $m(\widehat{ADB}) = 130°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{ACD}) = \alpha$ kaç derecedir?

Örnek - 29



ABC bir üçgen, [CD] ve [BD] açıortay doğruları,

$m(\widehat{BDC}) = 25°$ ve $m(\widehat{BAD}) = \alpha$'dır.

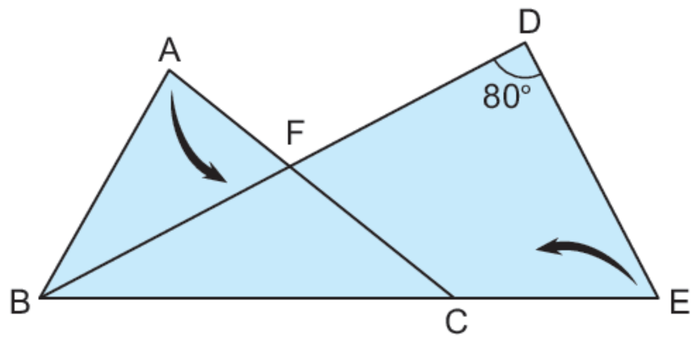
Buna göre, α kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

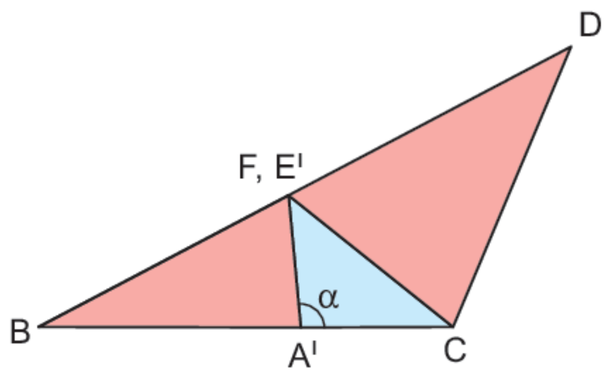
Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 30

Bir yüzü mavi arka yüzü kırmızı renkte olan üçgen biçimindeki iki karton birer kenarları üst üste gelecek şekilde ve birer köşeleri çakışacak şekilde aşağıdaki gibi üst üste konuluyor.

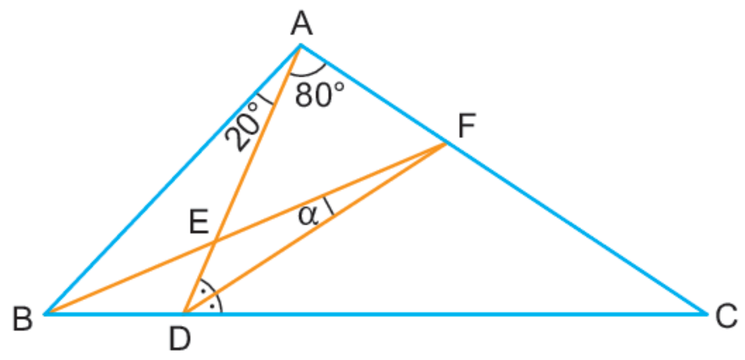


Kartonlardan biri [BD] boyunca, diğeri de [CD] boyunca katlandığında aşağıdaki şekil oluşmuştur.



$m(\widehat{BDA}) = 80°$ olduğuna göre, $m(\widehat{CAF})$ kaç derecedir?

Örnek - 31



$m(\widehat{BAD}) = 20°$, $m(\widehat{DAC}) = 80°$, $m(\widehat{BFD}) = \alpha$ ve [DF] açıortaydır.

Buna göre, α kaç derecedir?

EK ÇİZİMLER

Şimdi Geometri dersinin en önemli konularından birine başlıyoruz. Çünkü geometri bazen çizim işidir, ancak bazı çizimler sorularda kafa karışıklığına yol açabilir. Sorularda verilen bilgilerin mantığını kullanarak çizim yapmak gereklidir. Geometri dersindeki ek çizimler,

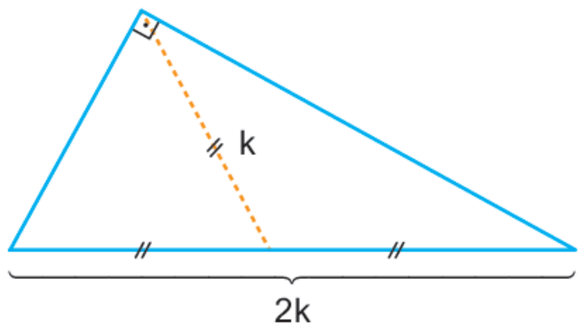
1. Muhteşem üçlü
2. İkizkenarlık
3. Orta taban
4. Özel açı mantığını kullanmak
5. Alan sorularında tabana ait yükseklik çizmek

yukarıdaki 5 maddedir.

Dördüncü ve beşinci maddeyi gerekli konu işlenirken anlatacağımız için şimdilik ilk üç maddeyi öğrenelim.

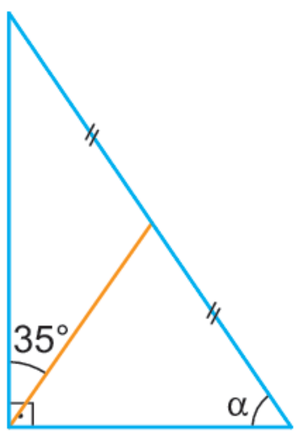
1. Muhteşem Üçlü

Dik üçgende, hipotenüse ait kenarortay uzunluğu hipotenüsün yarısına eşittir.

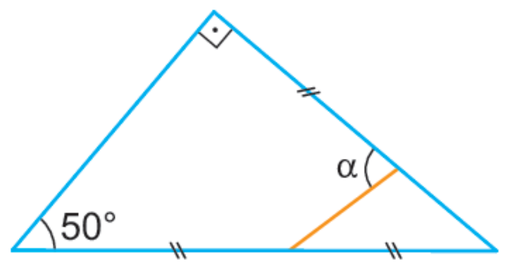


Öğrenme

a)



b)



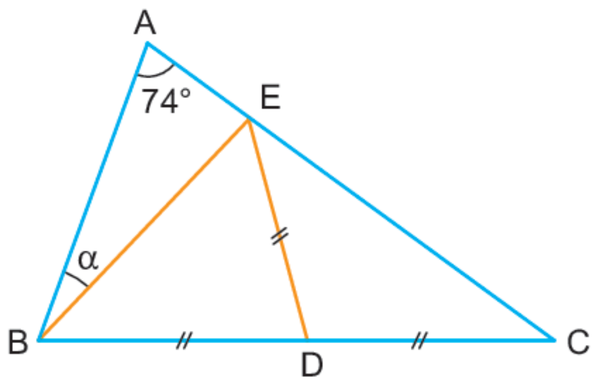
a) 55° b) 70°

Alanı | 6

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

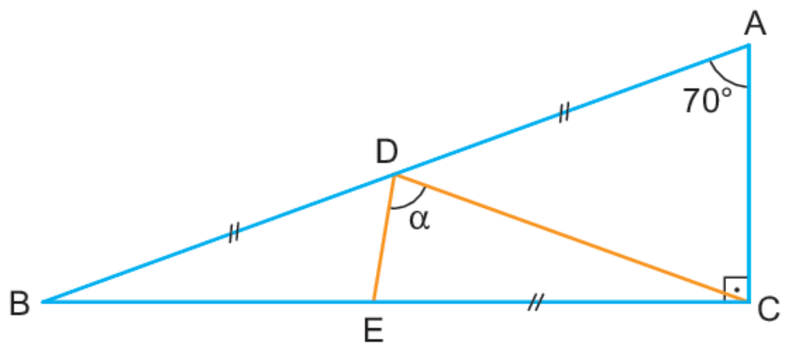
Örnek - 1



ABC bir üçgen, |ED| = |BD| = |DC| ve m(BAC) = 74° dir.

Buna göre, m(ABE) = α kaç derecedir?

Örnek - 2

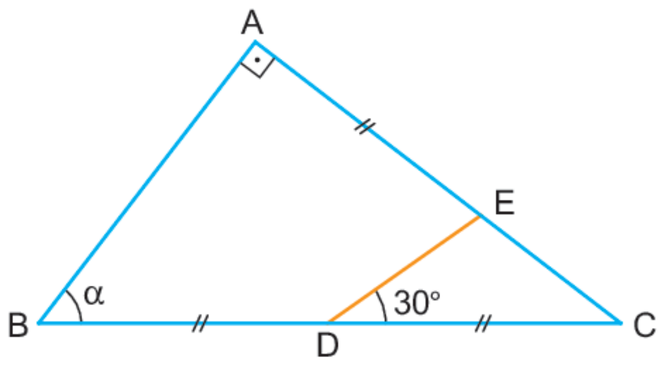


ABC bir dik üçgen, [AC] ⊥ [BC], |AD| = |DB| = |CE|,

m(BAC) = 70° ve m(EDC) = α'dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 3



ABC bir üçgen, | AE | = | BD | = | DC | ve m(CDE) = 30° dir.

Buna göre, m(ABC) = α kaç derecedir?

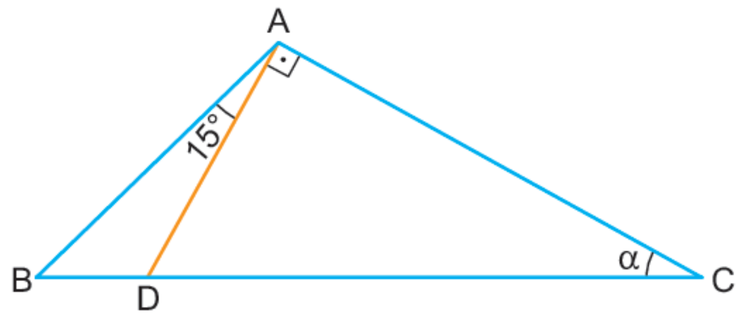
Örnek - 4

Bir ABC üçgeninde,

- A köşesinden çizilen yükseklik [BC]'yi H noktasında kesiyor.
- B köşesinden çizilen kenarortay [AC]'yi D noktasında kesiyor.
- |AC| = 2 · |BH|
- m(CBD) = 20° dir.

Yukarıda verilenlere göre, m(CAH) kaç derecedir?

Örnek - 5

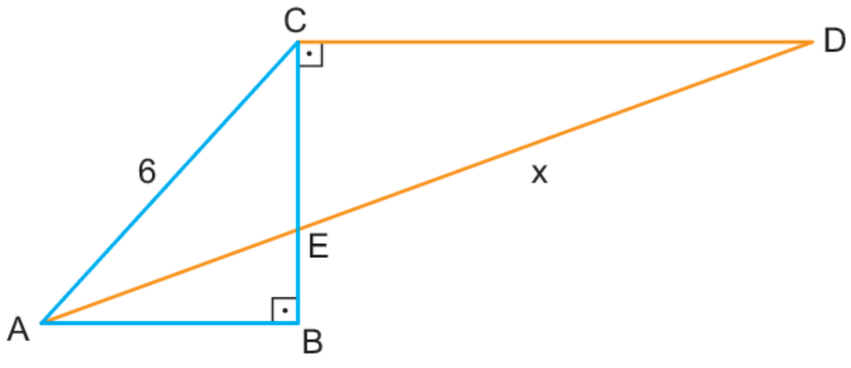


ABC bir üçgen, [DA] ⊥ [AC], m(BAD) = 15°, m(ACD) = α ve

|DC| = 2 · |AB|'dir.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 6



ABC ve ACD birer üçgen, m(ABC) = m(DCB) = 90°,

m(CAD) = 2 · m(BAD) ve |AC| = 6 birimdir.

Buna göre, |DE| = x kaç birimdir?

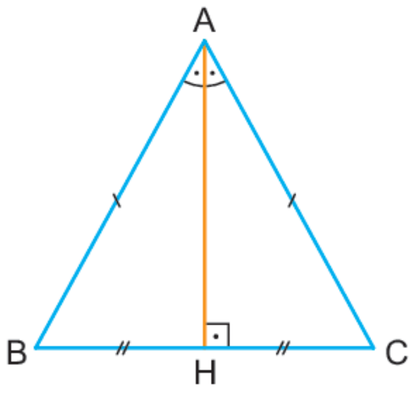
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

1. 16 2. 80 3. 50 4. 50 5. 25 6. 12

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

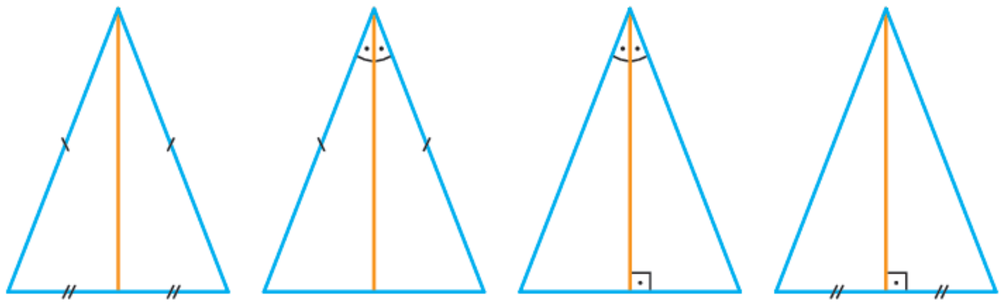
2. İkizkenarlık

İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik hem kenarortay hem de açıortaydır.



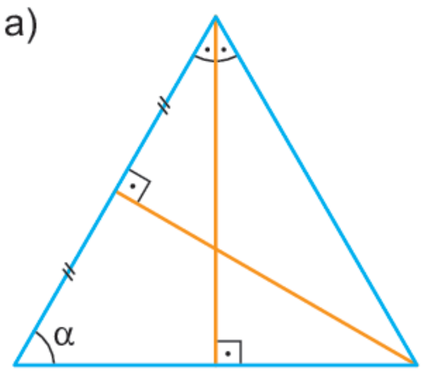
1. |AB| = |AC|
2. [AH] : yükseklik
3. [AH] : Açıortay
4. [AH] : Kenarortay

Bu dört özelliğin ikisi sağlanırsa diğerleride sağlanır.



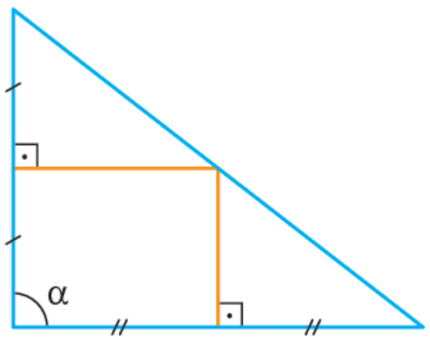
Öğrenme

a)



α = ?

b)

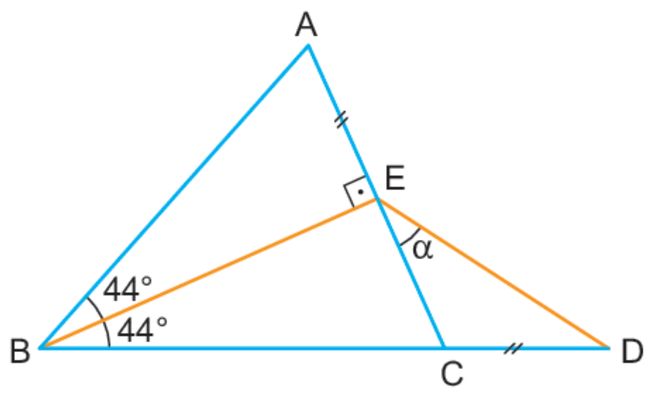


α = ?

a) 60° b) 90°

Alanı | 7

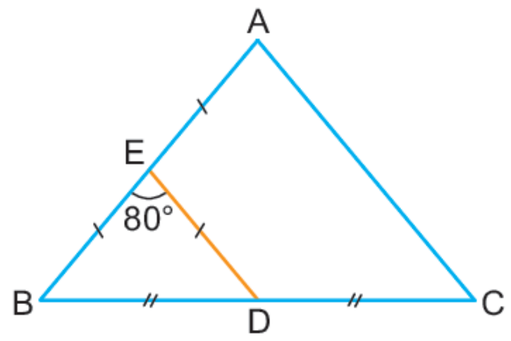
Örnek - 7



ABC ve BED üçgen, [AC] ⊥ [BE], | AE | = | CD | ve $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC}) = 44°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{CED}) = \alpha$ kaç derecedir?

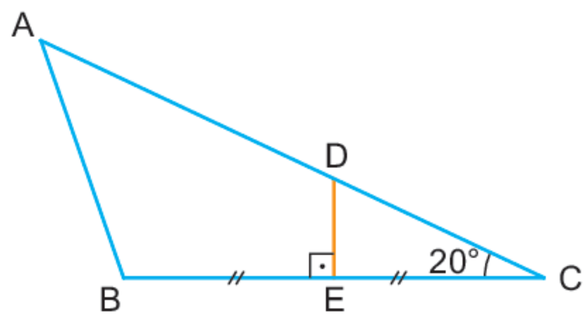
Örnek - 8



ABC üçgeninde |AE| = |EB| = |ED|, |BD| = |DC| ve $m(\widehat{BED}) = 80°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{ACB})$ kaç derecedir?

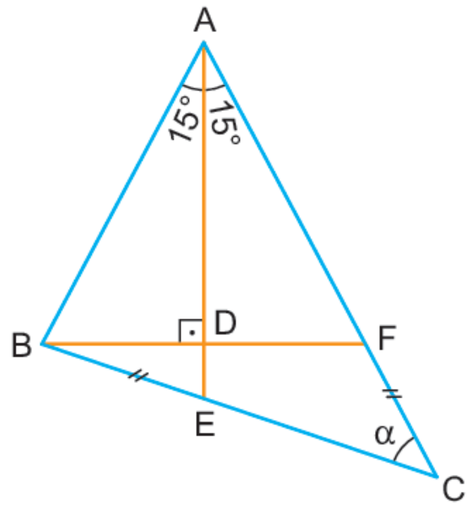
Örnek - 9



ABC bir üçgen, [DE] ⊥ [BC], |BE| = |EC|, |DC| = |AB| ve $m(\widehat{ACB}) = 20°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

Örnek - 10



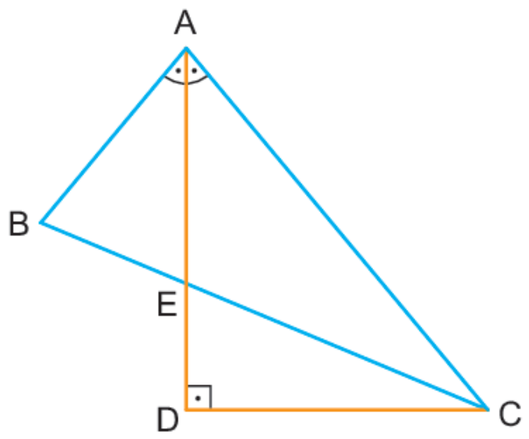
ABC bir üçgen, [AE] ∩ [BF] = {D}, $m(\widehat{BAD}) = 15°$, $m(\widehat{EAF}) = 15°$, [AE] ⊥ [BF] ve | BE | = | FC |'dir.

Buna göre, $m(\widehat{ACB}) = \alpha$ kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

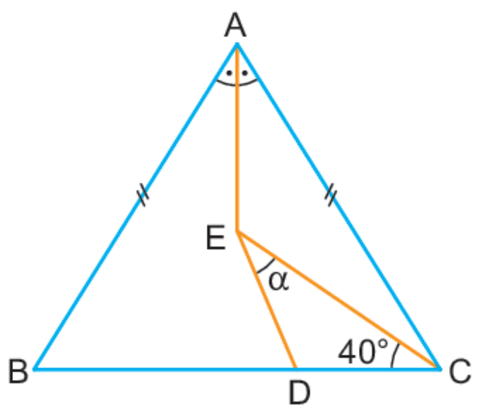
Örnek - 11



ABC ve ADC birer üçgen, [AD] ⊥ [CD], $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$ ve $m(\widehat{ABC}) - m(\widehat{ACB}) = 44°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{CED})$ kaç derecedir?

Örnek - 12



|AB| = |AC|, |BD| = |EC|, $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAC})$, $m(\widehat{DCE}) = 40°$ ve $m(\widehat{DEC}) = \alpha$'dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

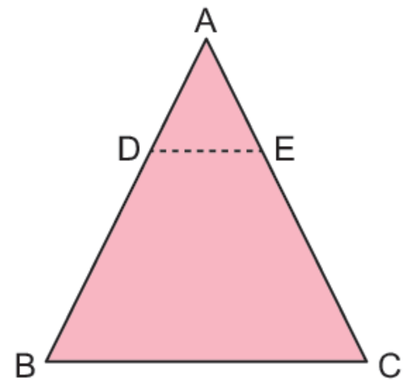
Örnek - 13

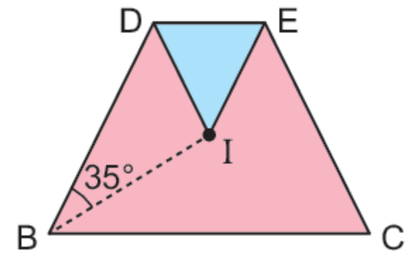
A köşesindeki açısı 70° olan bir ABC üçgeninde, [BC] üzerinden bir K noktası seçiliyor.

K'nin [AB]'ye göre simetriği olan nokta L ve K'nin [AC]'ye göre simetriği M olduğuna göre, $m(\widehat{ALM})$ kaç derecedir?

Örnek - 14

Ön yüzü kırmızı arka yüzü mavi renkli olan üçgen biçimindeki karton şekildeki gibi katlandığında, A noktası ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi ile çakışıyor.





[DE] // [BC] ve $m(\widehat{DBI}) = 35°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{IEC})$ kaç derecedir?

Örnek - 15

Yön bulma: Kuzey yarım kürede öğle vaktinde yere dikilen bir çubuğun gölgesinin ucuna 1. taş, bir süre sonra oluşan gölgenin ucuna 2. taş konulur.

1. taş solda, 2. taş sağda kalacak şekilde kollarınızı açtığınızda sağ kolunuz doğuyu, sol kolunuz batıyı, önünüz kuzeyi ve arkanız güneyi gösterecek şekilde konumlanarak yönünüzü bulabilirsiniz.

Gökçen, yön bulma yöntemini kullanarak iki taşın tam ortasında durarak 1. taşı A, 2. taşı da B noktası olarak belirliyor.

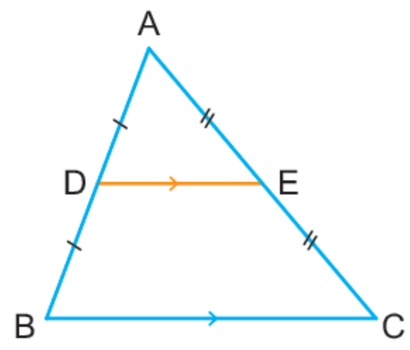
Sonra güneyde bir C noktası, doğuda da |AB| < |AD| olacak şekilde bir D noktası seçtiğinde |AC| = |BD| ve |CD| = |AD| olduğunu farketmiştir.

Buna göre, oluşan $m(\widehat{ABC})$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

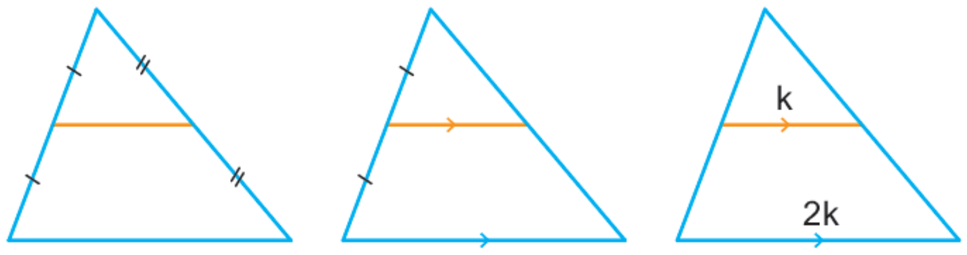
Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

3. Orta Taban



1. $|AD| = |DB|$
2. $|AE| = |EC|$
3. $[DE] \,//\, [BC]$
4. $\frac{|DE|}{|BC|} = \frac{1}{2}$

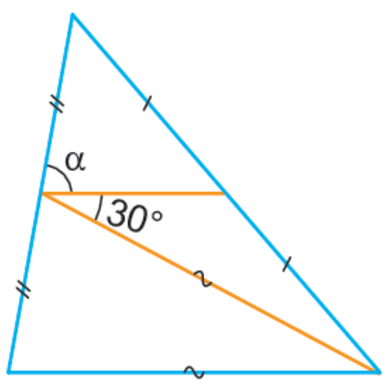
şartlarından en az ikisi varsa diğerleri de sağlanır.



Üçgenlerinde eksik parçaları tamamlayınız.

Öğrenme

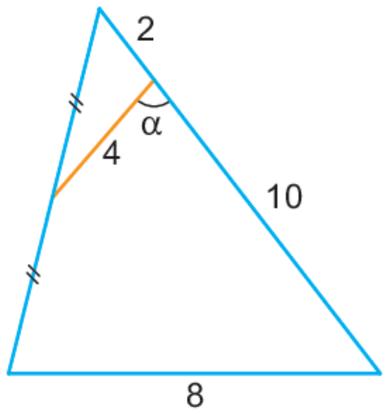
a)



$\alpha = ?$

a) 75°

b)

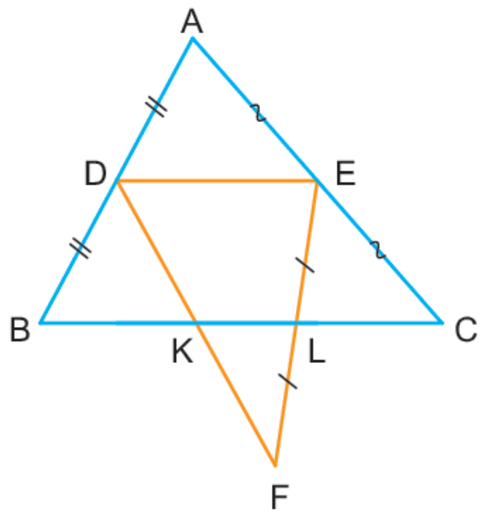


$\alpha = ?$

b) 60°

Alanı | 8

Örnek - 16

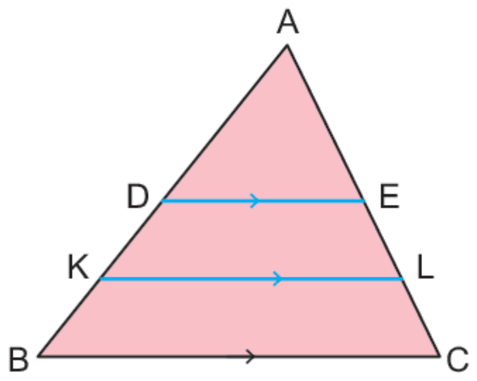


ABC ve DEF bir üçgen, $|AD| = |DB|$, $|AE| = |EC|$, $|EL| = |LF|$ ve $|KL| = 4$ cm'dir.

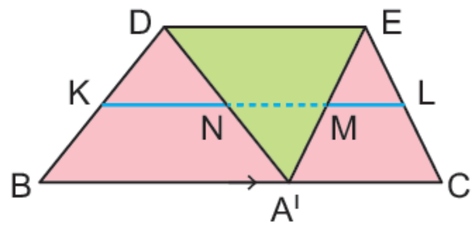
Buna göre, $|BC|$ kaç cm'dir?

Örnek - 17

Bir yüzü kırmızı diğer yüzü yeşil renkli üçgen biçimindeki bir kartona, Şekil 1'deki gibi $|DK| = |KB|$ olacak biçimde [BC] kenarına paralel iki tane mavi çizgi çizilmiştir.



Şekil 1

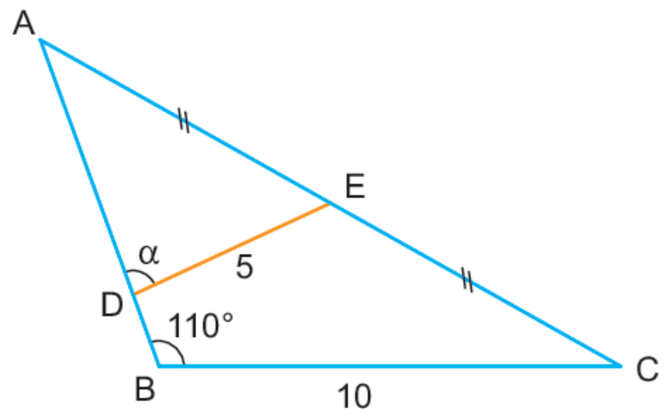


Şekil 2

Üçgen şeklindeki karton [DE] boyunca katlandığında Şekil 2'deki gibi A köşesi [BC] üzerine geliyor.

Buna göre, $\frac{2 \cdot |ML| + |BA'| + |DE|}{|BC|}$ oranı kaçtır?

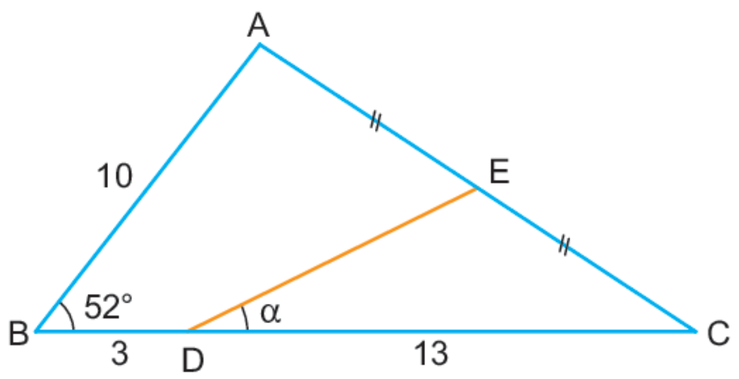
Örnek - 18



ABC bir üçgen, $|AE| = |EC|$, $|DE| = 5$ br, $|BC| = 10$ br, $m(\widehat{ABC}) = 110°$ ve $m(\widehat{ADE}) = \alpha$'dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 19



ABC bir üçgen, $|AB| = 10$ br, $|BD| = 3$ br, $|CD| = 13$ br, $|AE| = |EC|$, $m(\widehat{CDE}) = \alpha$ ve $m(\widehat{ABD}) = 52°$ dir.

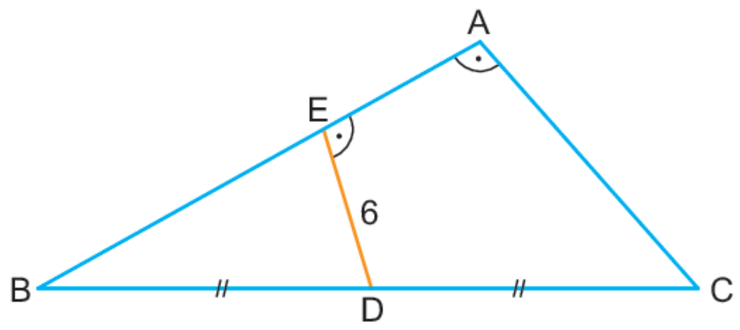
Buna göre, α kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

16. 16 17. $\frac{3}{2}$ 18. 70 19. 26

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

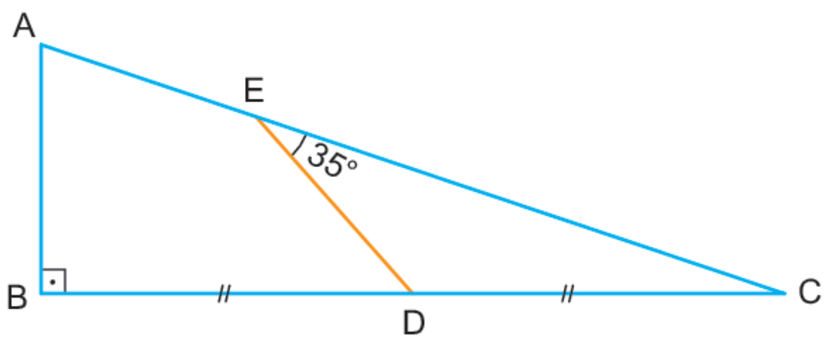
Örnek - 20



ABC üçgeninde |AE| < |EB|, |BD| = |DC| ve |ED| = 6 cm'dir.

Buna göre, |AC| kaç cm'dir?

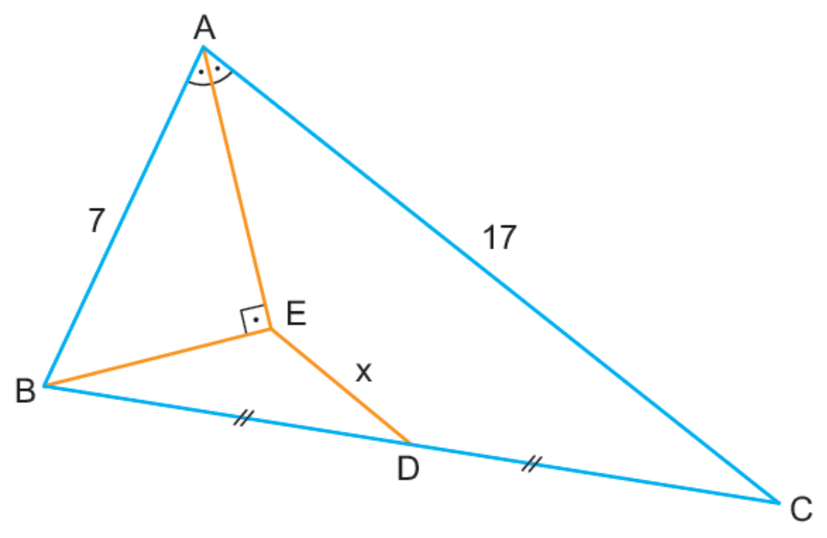
Örnek - 21



ABC dik üçgeninde |BD| = |DC| ve $m(\widehat{DEC}) = 35°$ dir.

|AB| + |AE| = |CE| olduğuna göre, $m(\widehat{ACB})$ kaç derecedir?

Örnek - 22

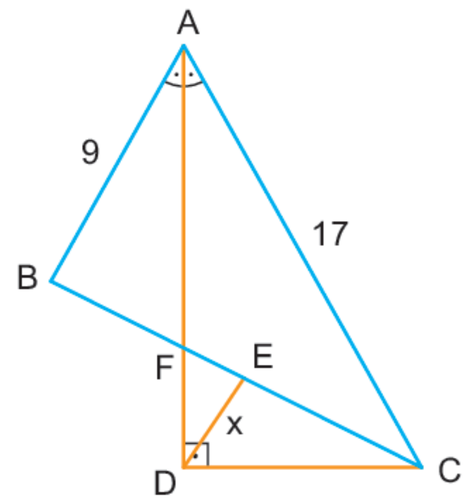


ABC üçgen, $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAC})$, $m(\widehat{AEB}) = 90°$,

|BD| = |DC|, |AB| = 7 br, |AC| = 17 br ve |ED| = x br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 23



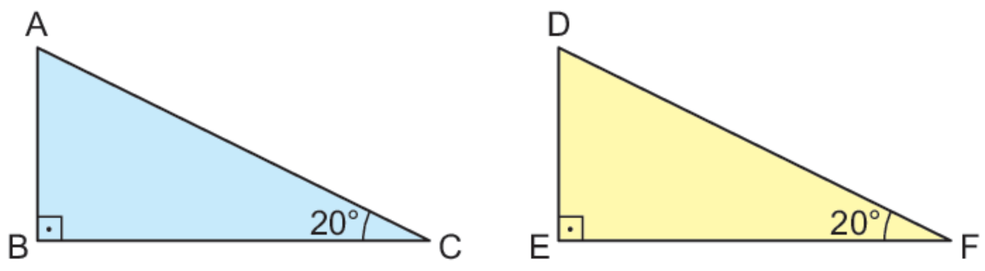
ABC bir üçgen, [AF] açıortay, [AD] ⊥ [DC], |BE| = |EC|,

|AB| = 9 br, |AC| = 17 br ve |DE| = x br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 24

Renkleri hariç eş olan üçgen biçimindeki iki karton şekildeki gibidir. Mavi kartonun A köşesi [DF]'nin orta noktasına B köşesi de [EF]'nin üzerine gelecek biçimde sarı kartonun üzerine konuluyor.



Son durumda $m(\widehat{ABE}) > 90°$ ve iki kartonun kesişiminde oluşan bölge üçgen olduğuna göre, bu bölgenin en büyük açısı kaç derecedir?

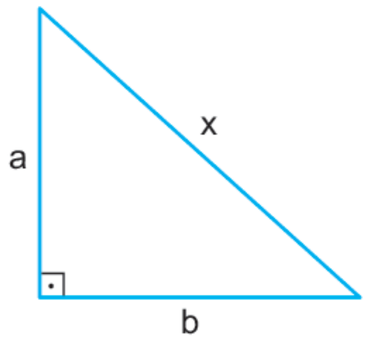
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

DİK ÜÇGEN

Pisagor Bağıntısı

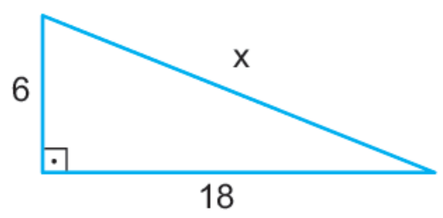
Bir dik üçgende hipotenüs uzunluğunun karesi dik kenar uzunluklarının kareleri toplamına eşittir.



$x^2 = a^2 + b^2$

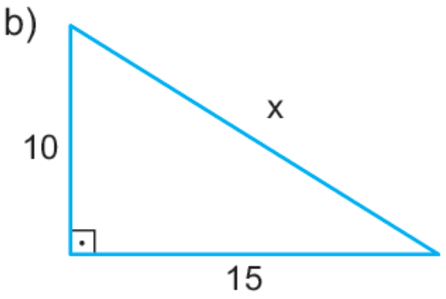
Öğrenme

a)



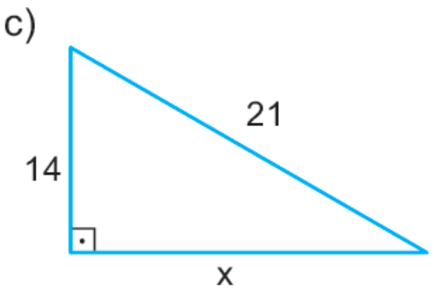
x = ?

b)



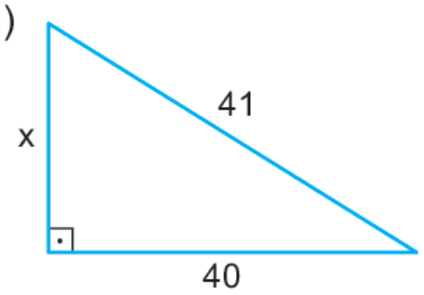
x = ?

c)



x = ?

d)

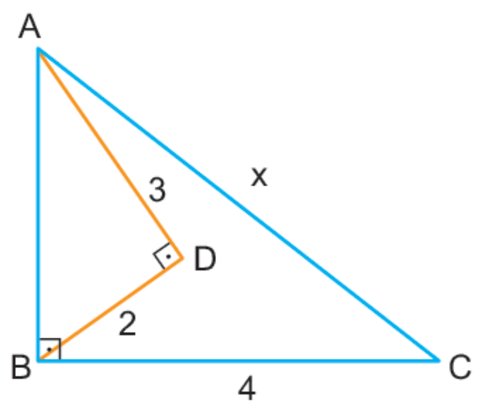


x = ?

a) $6\sqrt{10}$ b) $5\sqrt{13}$ c) $7\sqrt{5}$ d) 9

Alanı | 1

Örnek - 1

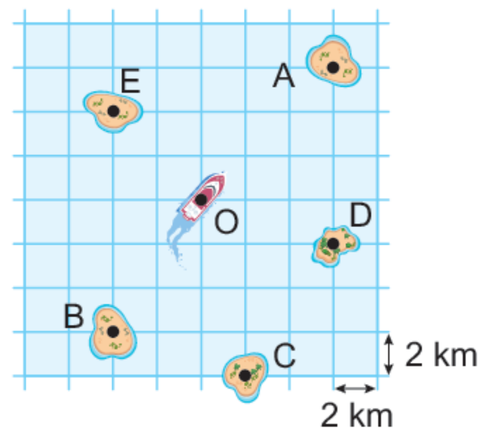


ABC ve ABD birer dik üçgen, |BD| = 2 cm, |AD| = 3 cm ve |BC| = 4 cm'dir.

Buna göre, |AC| = x kaçtır?

Örnek - 2

Birim karelerden oluşan ve her birim karenin alanın 4 km^2 olduğu bir haritada üzerinde A,B,C,D ve E adalarının konumları şekildeki gibi gösterilmiştir.



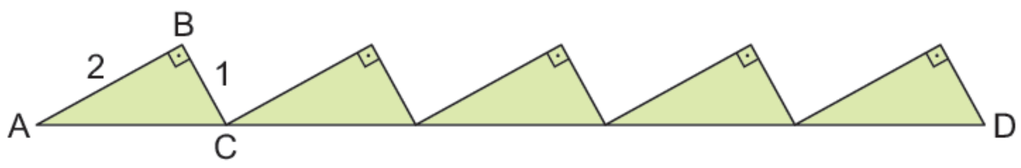
O noktasındaki bulunan bir geminin 8 km gidecek kadar yakıtı bulunmaktadır.

Bu geminin ulaşabileceği en uzak ada aşağıdakilerden hangisidir?

A) A B) B C) C D) D E) E

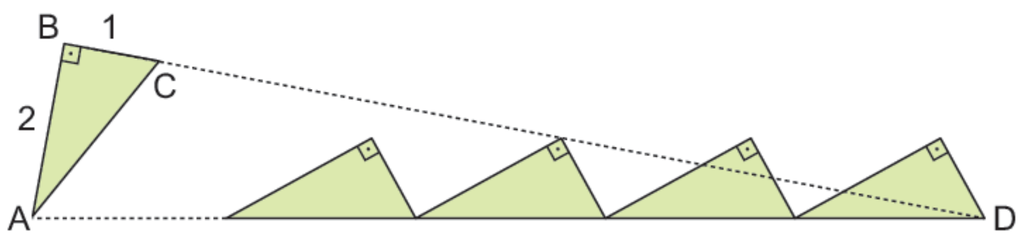
Örnek - 3

Kısa kenarı 1 birim, uzun kenarı 2 birim olan dik üçgenler, hipotenüsleri aynı doğru üzerinde olacak ve yan yana gelen üçgenlerin birer köşesi (A köşesi ile C köşesi) çakışacak biçimde Şekil 1'deki gibi diziliyor.



Şekil 1

Sonra ABC üçgeni A noktası etrafında bir miktar döndürülüyor ve Şekil 2'deki gibi B,C ve D noktaları doğrusal oluyor.



Şekil 2

Buna göre, son durumda C ve D noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

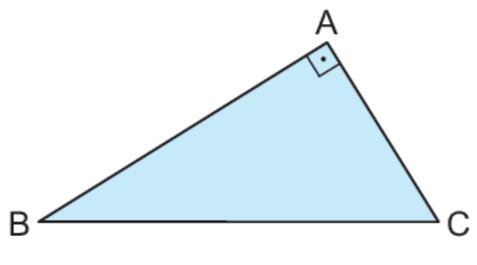
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

1. $\sqrt{29}$ 2. B 3. 10

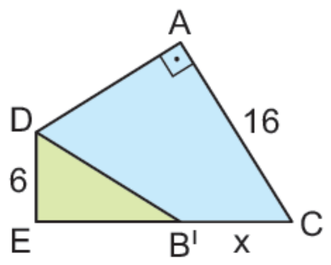
Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 4

Şekil 1'deki ABC üçgeni şeklindeki karton, B köşesi [BC] üzerinde olacak şekilde katlandığında Şekil 2'deki görüntü elde ediliyor.



Şekil 1



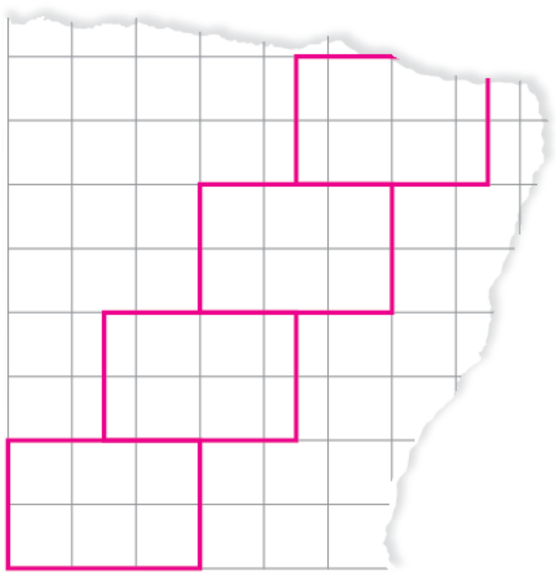
Şekil 2

$|AC| = 16$ br, $|DE| = 6$ br, $|B'C| = x$ ve $|AD| = |DB'|$'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 5

Egehan, birim kareli dikdörtgen şeklindeki bir kağıda 3 x 2 br boyutunda eş dikdörtgenlerden çizecektir. Çizdiği ilk dikdörtgenin sol alt köşesi kağıdında sol alt köşesi ile çakışacak, sonraki çizdiği her dikdörtgenin sol alt köşesi bir önceki dikdörtgenin üst tabanının orta noktası ile çakışacaktır.



Egehan bu şekilde 9 adet dikdörtgen çizdiğinde son dikdörtgenin sağ üst köşesi ile kağıdın sağ üst köşesi çakışıyor.

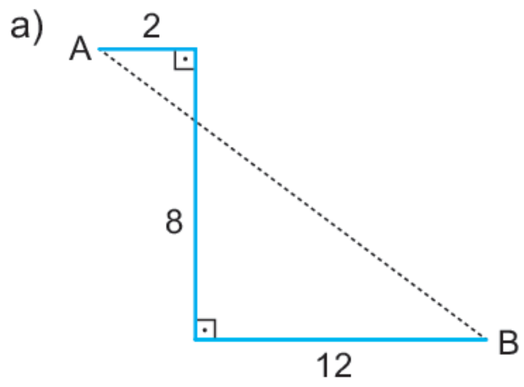
Kağıdın bir parçası şekilde gösterildiğine göre, bu kağıdın köşegen uzunluğu kaç birimdir?

Not

Bazı dik açılı sorularda dik üçgen olmayabilir ancak dikdörtgene tamamlayarak dik üçgen oluşturulabilir.

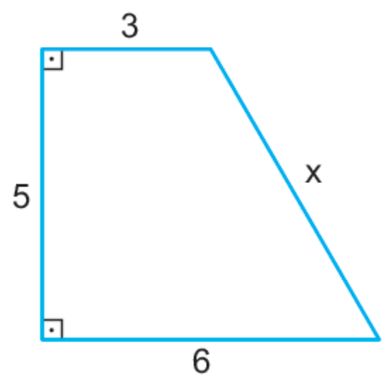
Öğrenme

a)



$|AB| = ?$

b)

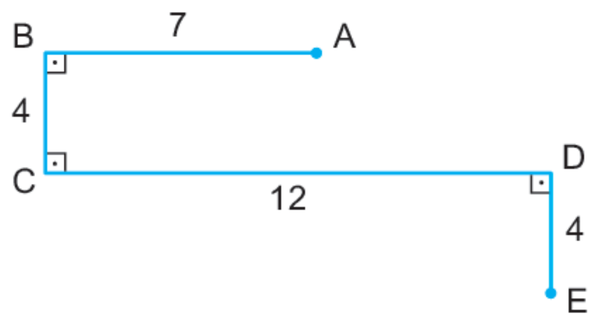


$x = ?$

a) $2\sqrt{65}$ b) $\sqrt{34}$

Alanı | 2

Örnek - 6

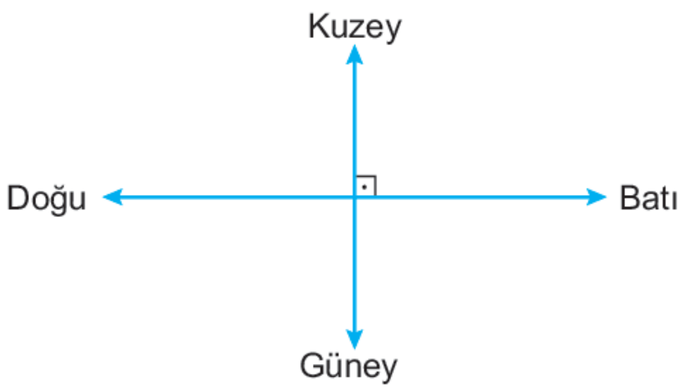


Yukarıdaki şekilde $AB \perp BC$, $BC \perp CD$, $CD \perp DE$, $|AB| = 7$ cm, $|BC| = |DE| = 4$ cm ve $|CD| = 12$ cm'dir.

Buna göre, A ile E arasındaki en kısa uzaklık kaç cm'dir?

Örnek - 7

Ana yönler aşağıdaki şekilde verilmiştir.

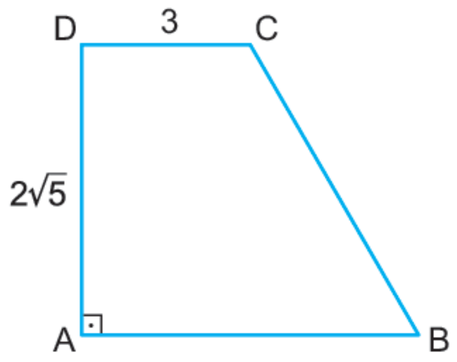


Sadece doğuya ve güneye gidecek olan bir kişi art arda aynı yönü kullanmamak şartıyla sırasıyla 2m, 3m, 5m, 1m ve 13 m yol gidiyor.

Buna göre, ilk konumuyla ikinci konumu arasındaki uzaklık kaç metredir?

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

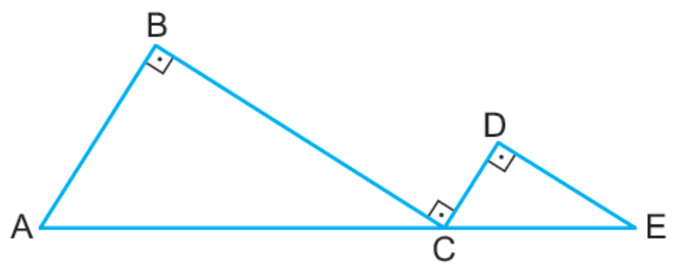
Örnek - 8



Yukarıda verilen şekilde [AB] ⊥ [AD], |AB| // [CD], |CD| = 3 cm, |AD| = $2\sqrt{5}$ cm ve |AB| = |BC| + 1'dir.

Buna göre, |AB| kaç cm'dir?

Örnek - 9

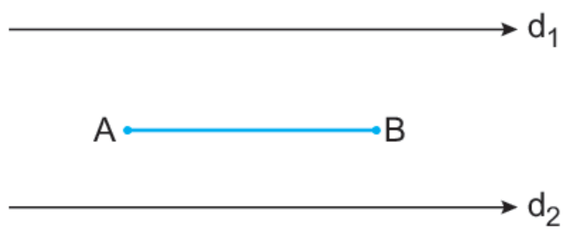


ABC ve CDE bir dik üçgen, [BC] ⊥ [CD], A, C, E noktaları doğrusal, |AB| + |CD| = 7 br ve |BC| + |DE| = 14 br'dir.

Buna göre, | AE | kaç birimdir?

Örnek - 10

Şekildeki d_1 ve d_2 doğruları AB doğru parçasına paraleldir.

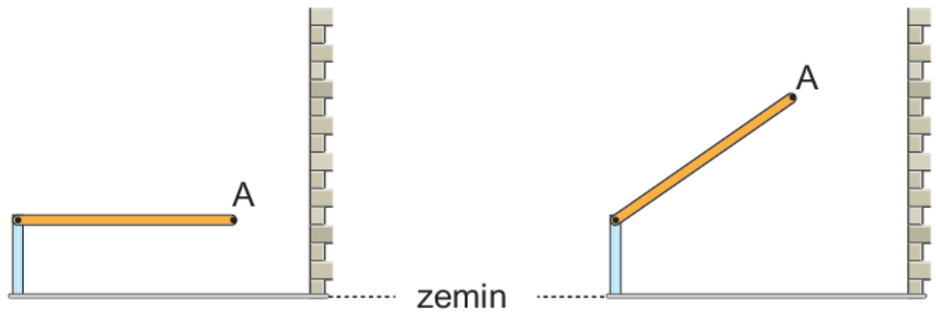


d_1 ve d_2 doğruları arasında ki en kısa uzaklık 6 birim ve | AB | = 8 birimdir.

A noktasının d_1'e göre simetriği K, B noktasının d_2'ye göre simetriği L noktası olduğuna göre, |KL| kaç birimdir?

Örnek - 11

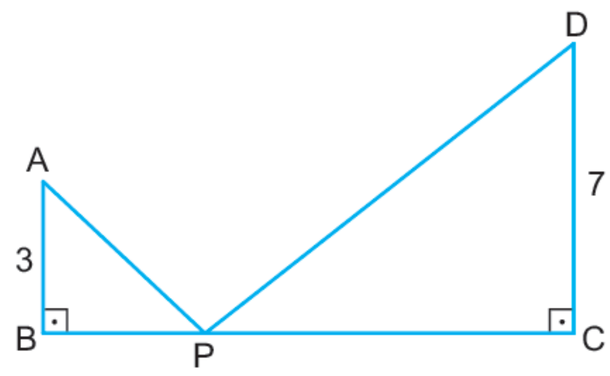
Aşağıdaki Şekil 1'de bariyerin zemine paralel hâldeki kapalı hâli, Şekil 2'de ise bariyerin bir miktar açık hâli gösterilmiştir.



Bariyerin A ucu Şekil 2'de, Şekil 1'deki konumuna göre zeminden $2\sqrt{6}$ birim yukarıda, duvardan ise 2 birim daha uzaktadır.

Buna göre, bariyerin uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 12



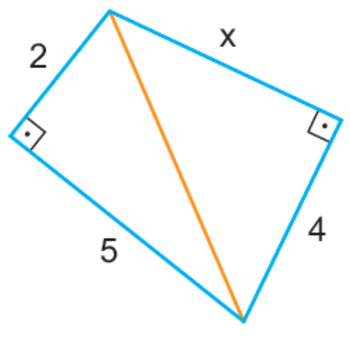
[AB] ⊥ [BC], [BC] ⊥ [DC], |AB| = 3 br, |DC| = 7 br, |BC| = 8 br ve P ∈ [BC]'dir.

Buna göre, |PA| + |PD| toplamının en küçük değeri kaç birimdir?

Taktik: Birer kenarları ortak olan dik üçgenlerde, ortak kenar yalnız bırakılıp Pisagor Bağıntısı yazılır.

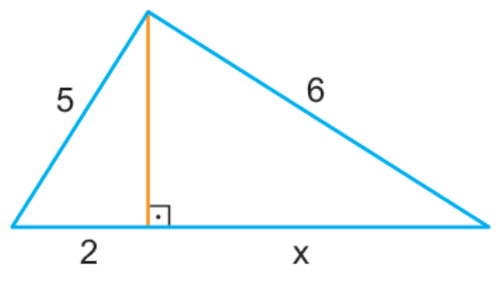
Öğrenme

a)



x = ?

b)



x = ?

a) $\sqrt{13}$ b) $\sqrt{15}$

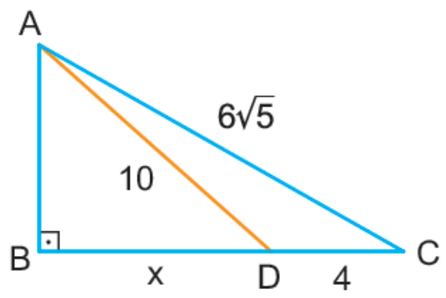
Alanı | 3

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

8. 7 9. $7\sqrt{5}$ 10. $4\sqrt{13}$ 11. 7 12. $2\sqrt{41}$

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 13



ABC ve ABD bir dik üçgen, |AD| = 10 br, |AC| = $6\sqrt{5}$ br ve |CD| = 4 br'dir.

Buna göre, | BD | = x kaç birimdir?

Örnek - 14

Bir ABC üçgeninde, K ∈ [BC], | AB | = $3\sqrt{5}$ br, |AC| = 10 br ve |BC| = 11 br'dir.

K noktasının A noktasına en yakın olduğu noktada |BK| kaç birimdir?

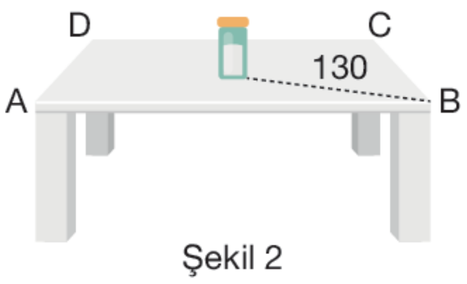
Örnek - 15

Başlangıçta Şekil 1'deki gibi ABCD dikdörtgeni biçimindeki masanın üzerindeki tuzluğun B köşesine uzaklığı 170 santimetredir.

Tuzluk Şekil 2'deki gibi masanın BC kenarına dik olacak doğrultuda 60 santimetre hareket ettirildiğinde tuzluğun B köşesine uzaklığı 130 santimetre oluyor.



Şekil 1

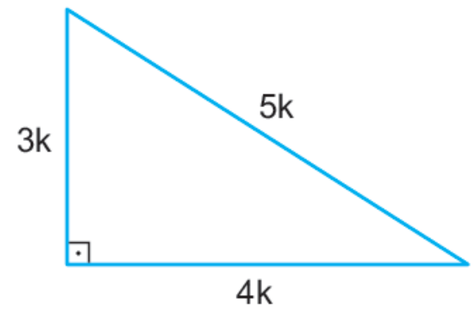


Şekil 2

Buna göre, son durumda tuzluğun masanın BC kenarına olan uzaklığı kaç santimetredir?

Özel Kenarlı Üçgenler

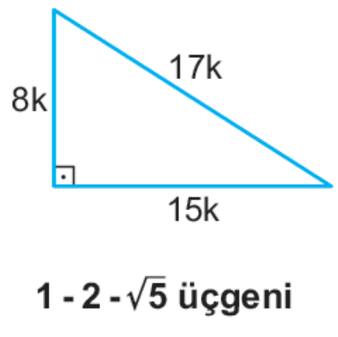
- **3 - 4 - 5 Üçgeni**



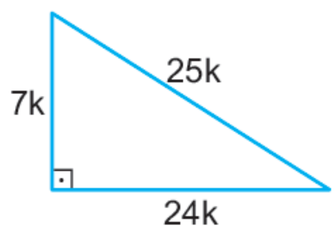
- **5 - 12 - 13 üçgeni**



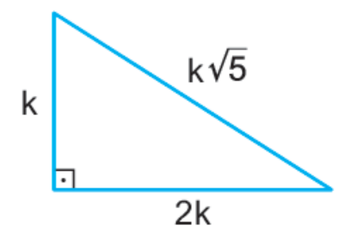
- **8 - 15 - 17 üçgeni**



- **7 - 24 - 25 üçgeni**



- **1 - 2 - $\sqrt{5}$ üçgeni**

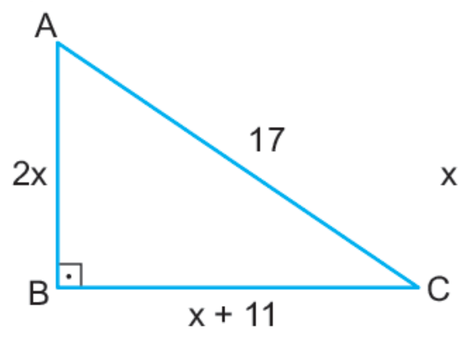


Not

Yukarıdaki özel üçgenlerin hepsini öğrenmeniz şiddetle tavsiye edilir. Geometri dersindeki çoğu soru bu özel üçgenler kalıpları üzerine yazılır. Hatta bazı sorularda hissederek sorunun çözümüne daha kolay yoldan ulaşılır. Şimdi aşağıdaki örnekleri inceleyelim.

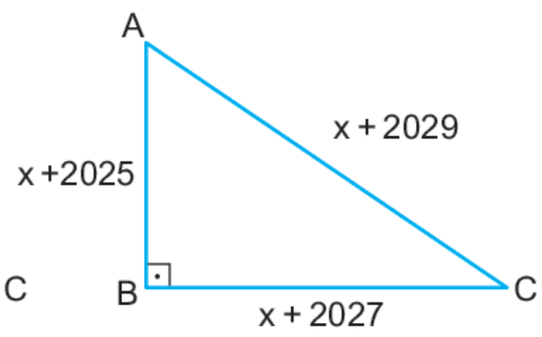
Öğrenme

a)



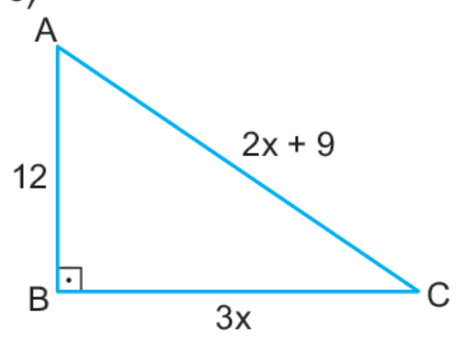
x = ?

b)



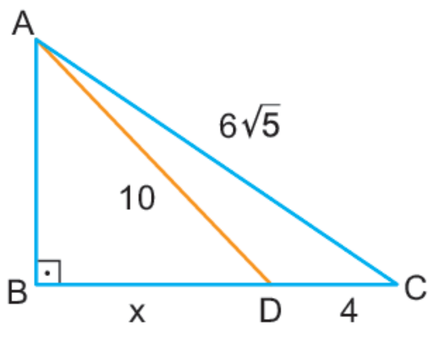
x = ?

c)



x = ?

d)



x = ?

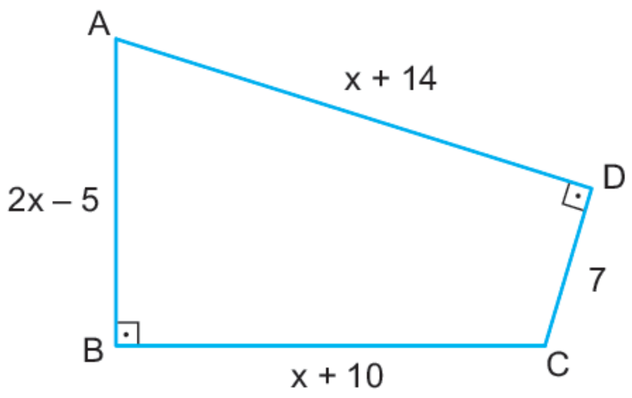
a) 4 b) –2019 c) 3 d) 8

Alanı | 4

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

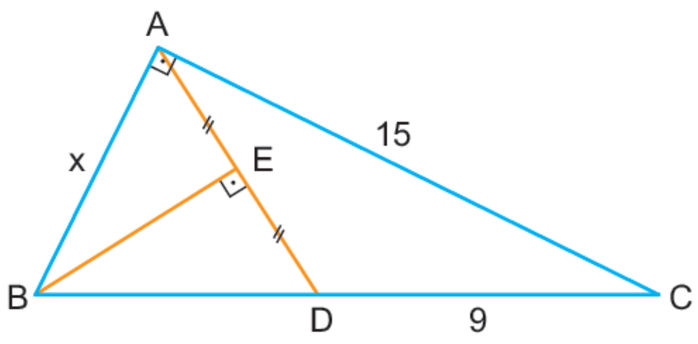
Örnek - 16



ABCD bir dörtgen, |AB| = 2x – 5 br, |BC| = x + 10 br, |CD| = 7 br, |AD| = x + 14 br, $m(\widehat{ABC}) = 90°$ ve $m(\widehat{ADC}) = 90°$ dir.

Buna göre, x kaç cm dir?

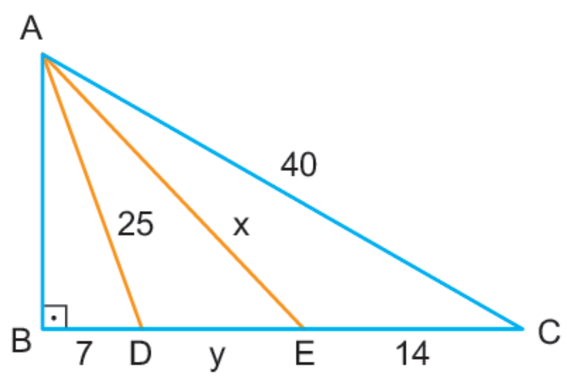
Örnek - 17



ABC üçgen, $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BED}) = 90°$, |AE| = |ED|, |CD| = 9 br, |AC| = 15 br ve |AB| = x br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

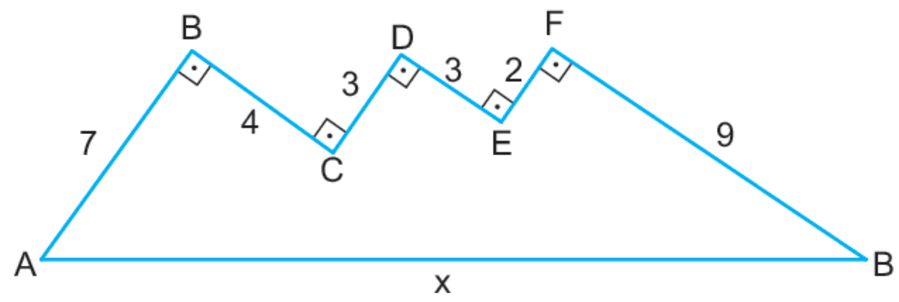
Örnek - 18



ABC bir dik üçgen, |BD| = 7 br, |AD| = 25 br, |AC| = 40 br, |CE| = 14 br, |AE| = x br ve | DE | = y br'dir.

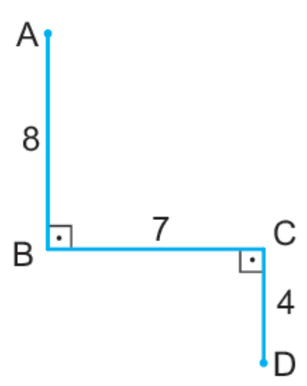
Buna göre, x – y farkı kaç birimdir?

Örnek - 19



Yukarıdaki verilenlere göre, x kaçtır?

Örnek - 20



[AB] ⊥ [BC]

[BC] ⊥ [CD]

|AB| = 8 br

|BC| = 7 br

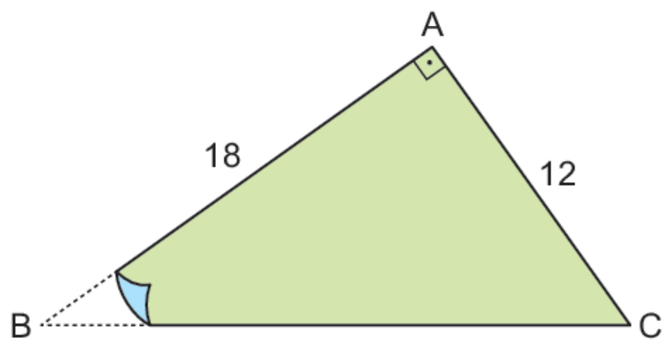
|CD| = 4 br

Bu şekile [DK] ⊥ [DC] olacak şekilde 2 birim uzunluğunda [DK] doğru parçası çizilip, A ve K noktaları arasına bir cetvel yardımıyla düz bir doğru parçası çiziliyor.

Buna göre, AK doğru parçasının uzunluğunun alacağı değerler toplamı kaç birimdir?

Örnek - 21

Dik üçgen biçimindeki karton B köşesinden katlandığında B noktası C noktası ile çakışmaktadır. Katlanan kısım tekrar açıldığında kartonda oluşan katlama çizgisi ile AB doğru parçası K noktasında kesişiyor.



| AC | = 12 birim ve |AB| = 18 birimdir.

Buna göre, |BK| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 22

Ahmet, bir kağıda [AB] ⊥ [BC] olacak biçimde ve [AB] ile [BC] doğru parçalarının uzunlukları sırasıyla 9 cm ve 12 cm olan iki çizgi çiziyor. Ahmet, C köşesinden [AB]'yi E noktasında kesen 15 cm uzunluğunda [CD] doğru parçasını çizdiğinde |AE| ile |DE| uzunluklarının toplamı 6 cm olarak hesaplıyor.

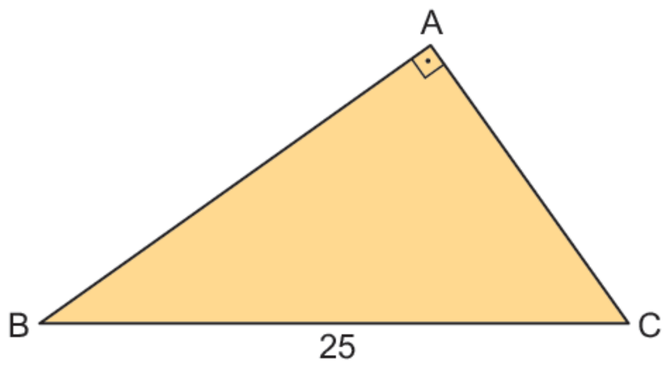
Buna göre, |DE| uzunluğu kaç santimetredir?

Örnek - 23

Zehra, açıölçer ve cetvel yardımıyla dik üçgen biçimindeki bir kartona aşağıdaki çizimleri yapıyor.

1. Çizim: C köşesinden açıortay doğrusunu çizip [AB]'yi kestiği noktaya D noktası olarak harflendiriyor.

2. Çizim: D noktasından [AC]'ye paralel çizip [BC]'yi kestiği noktayı E olarak harflendiriyor.

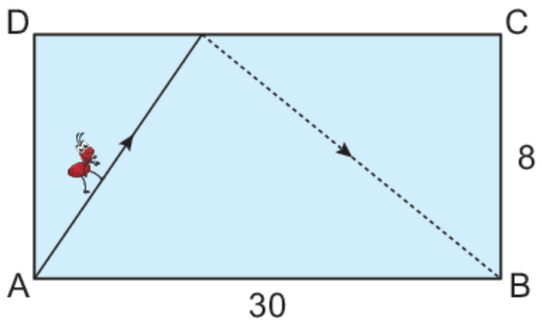


|BC| = 25 br ve |BD| = 15 br'dir.

Buna göre, Zehra'nın çizdiği ikinci çizgi kaç birimdir?

Örnek - 24

ABCD dikdörtgeni şeklindeki bir kartonun A köşesinde bulunan bir karınca kartonun ön yüzünden ilerleyerek DC kenarı üzerindeki bir noktaya varıyor ve bu noktadan kartonun arka yüzüne geçerek arka yüzünden ilerleyerek B köşesine varıyor.

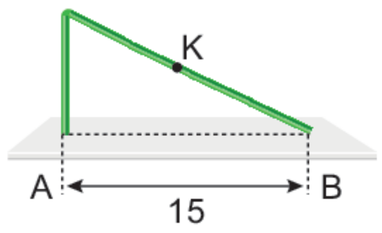


|AB| = 30 cm ve |BC| = 8 cm'dir.

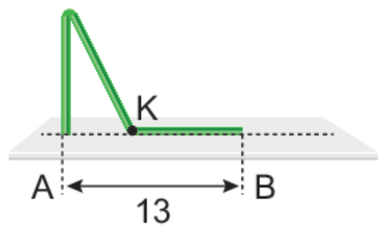
Buna göre, karıncanın gittiği en kısa yol kaç cm'dir?

Örnek - 25

Uzunluğu 25 cm olan pipetin bir ucu zemine dik olarak konulduğunda uçları arasındaki uzaklık 15 cm olmaktadır. (Şekil 1)



Şekil 1



Şekil 2

Pipet K noktasından bastırıldığında Şekil 2'deki gibi belli bir kısmının zemine değmesi sağlanıyor.

Son durumda pipetin uçları arasındaki uzaklık 13 cm olduğuna göre, pipetin zemine değen uzunluğu kaç cm'dir?
(Not: Pipetin kalınlığı ihmal edilecek.)

Örnek - 26

Şekil 1'de daire şeklindeki makaraya sarılı bir ipin uç noktalarının zemine olan uzaklıkları ve uç noktaları arasındaki uzaklık birim cinsinden verilmiştir.

Şekil I

Şekil II

Şekil 2'de ise ipin sağ tarafındaki ucunun zemine 19 birim daha yaklaştırılmış hâli gösterilmiştir.

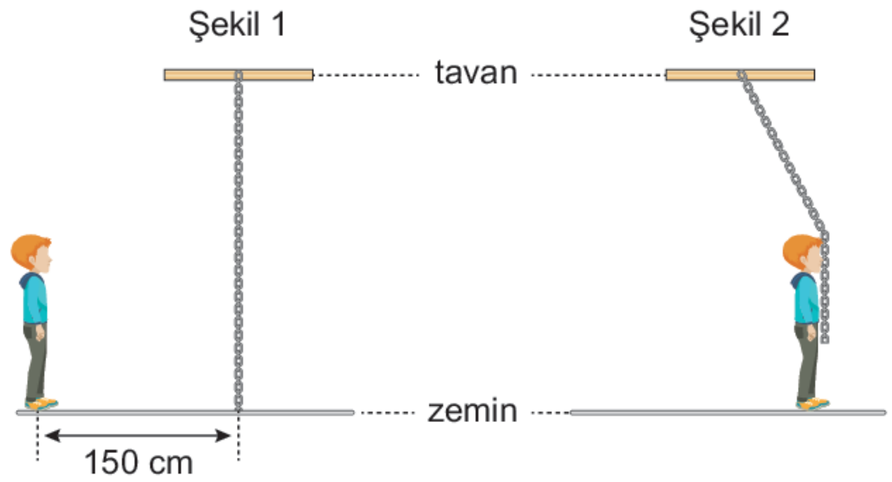
Buna göre, Şekil 2'deki ipin iki ucu arasındaki uzaklık kaç birimdir?

22. 2 23. 8 24. 34 25. 7 26. $15\sqrt{5}$

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 27

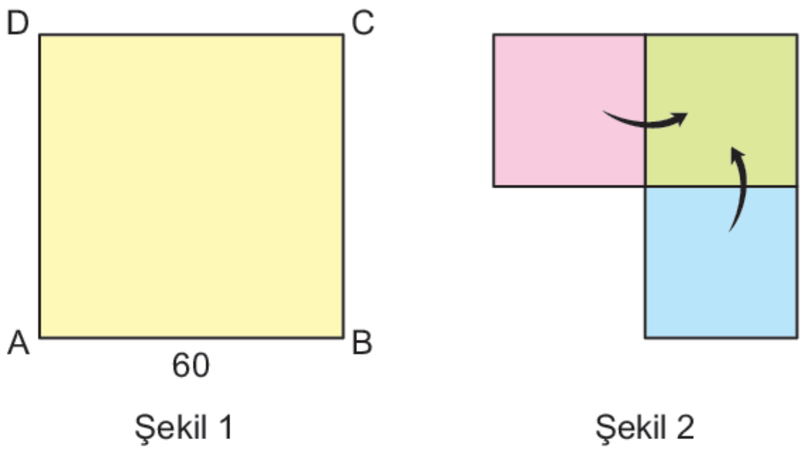
Kerem'in odasında tavana sabitlenmiş uzuluğu tavanın zemine uzaklığı ile aynı olan 210 cm uzunluğunda zincir vardır.



Kerem, Şekil 1'deki gibi zincire 150 cm uzaklıktaki konumundan 240 cm yürüdüğünde Şekil 2'deki konuma geliyor.

Son durumda zincir yerden 30 cm uzaklaştığına göre, Kerem'in boyu kaç santimetredir?

Örnek - 28

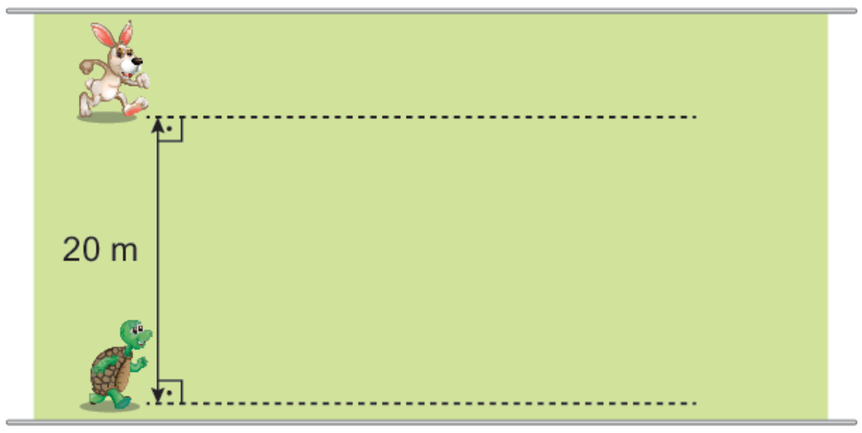


- Şekil 1'de, kenar uzunluğu 60 cm olan kare şeklindeki bir kâğıt verilmiştir.
- Bu kâğıt üzerinden, [AB] ve [AD] kenarlarına olan uzaklıkları sırasıyla 37 cm ve 54 cm olan bir K noktası seçiliyor.
- Kâğıt 4 eşit bölgeye ayrılıp bölgelerden biri kesilip atılıyor (Şekil 2).
- Bölgeler üst üste gelecek biçimde kâğıt iki kez katlanıyor.
- K noktasında delik açılıp kâğıt geri açılıyor.
- Delikler arası düz çizgiler çiziliyor.

Buna göre, son durumda çizilen çizgilerle oluşan bölgenin çevresi kaç cm'dir?

Örnek - 29

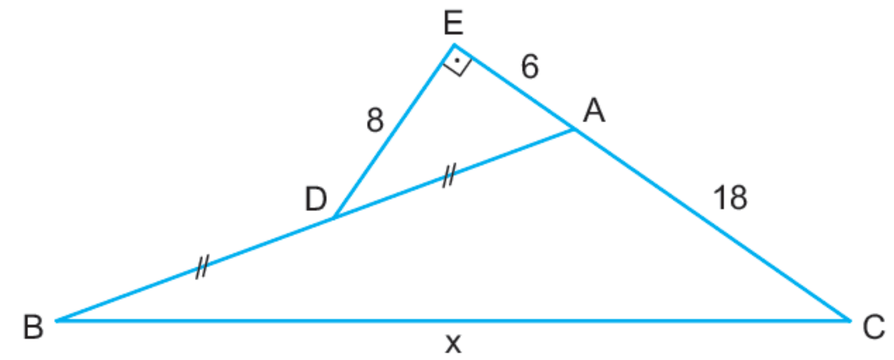
Aralarındaki uzaklık 20 m olan tavşan ile kaplumbağa, birbirlerine paralel doğrusal yollar boyunca sabit hızlarla hareket edeceklerdir.



Tavşanın hızı kaplumbağanın hızının 3 katıdır ve kaplumbağa 37 m gittikten sonra tavşan harekete başlayacaktır.

Buna göre, tavşan en fazla kaç metre giderse kaplumbağa ile arasındaki mesafeye 29 m olur?

Örnek - 30



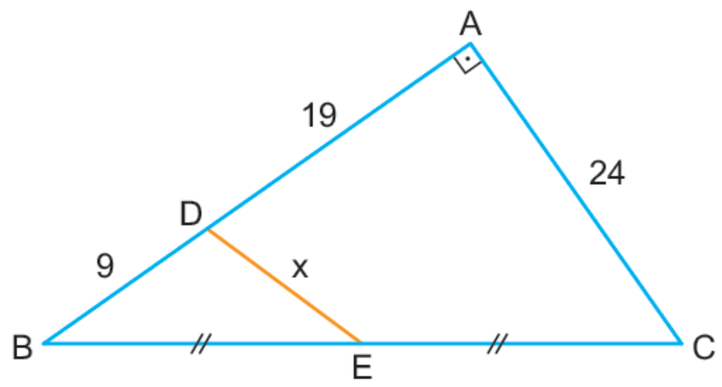
ABC ve EDA bir üçgen, A ∈ [EC], |EA| = 6 br, |ED| = 8 br, |AC| = 18 br ve |DA| = |DB| dir.

Buna göre, |BC| = x kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 31



ABC üçgen, m($\widehat{BAC}$) = 90°, |BE| = |EC|, |BD| = 9 br, |AD| = 19 br, |AC| = 24 br ve |DE| = x br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

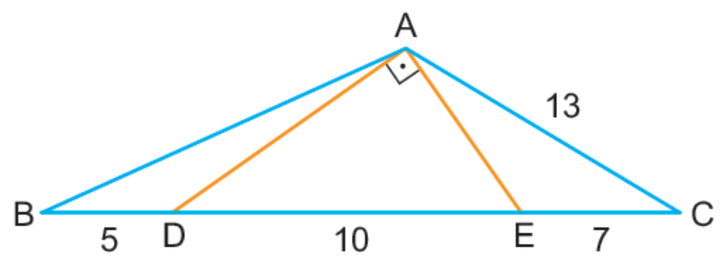
Örnek - 32

Bir ABC üçgeninde, A köşesinden [BC]'na ait kenarortay doğrusu çizildiğinde [BC]'yi K noktasında kesiyor.

| AB | = 16 br, | AK | = 6 br ve [AB] ⊥ [AK]'dir.

Buna göre, |AC| kaç birimdir?

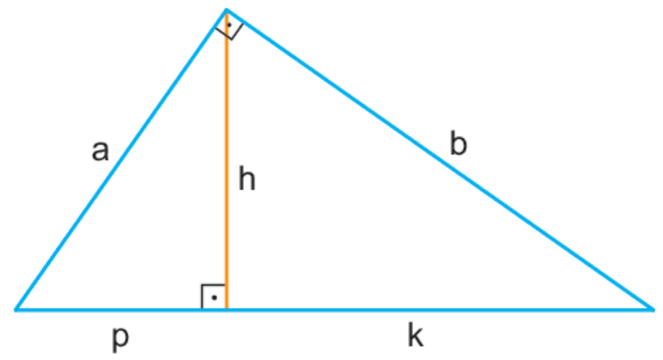
Örnek - 33



ABC üçgeninde, m($\widehat{DAE}$) = 90°, |BD| = 5 cm, |DE| = 10 cm, |EC| = 7 cm ve |AC| = 13 cm'dir.

Buna göre, |AB| kaç cm'dir?

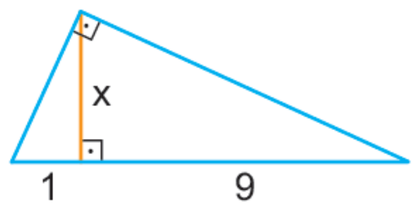
Öklid Bağıntıları



- $h^2 = p \cdot k$
- $a^2 = p \cdot (p + k)$
- $b^2 = k \cdot (k + p)$
- $a \cdot b = h \cdot (p + k)$

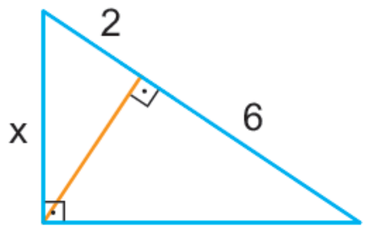
Öğrenme

a)



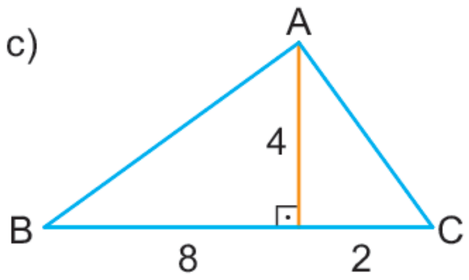
x = ?

b)



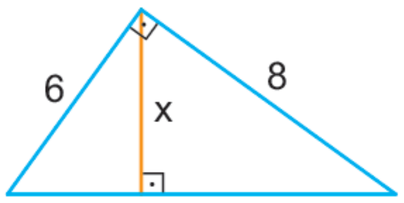
x = ?

c)



m($\widehat{BAC}$) = ?

d)

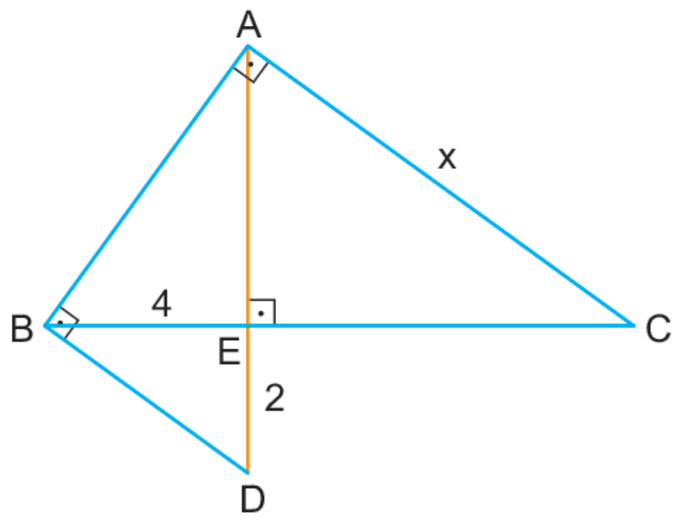


x = ?

a) 3 b) 4 c) 90° d) 4,8

Alanı | 5

Örnek - 34



ABC ve ABD bir dik üçgen, [AB] ⊥ [AC], [AB] ⊥ [BD], [BC] ⊥ [AD], |BE| = 4 birim ve |ED| = 2 birimdir.

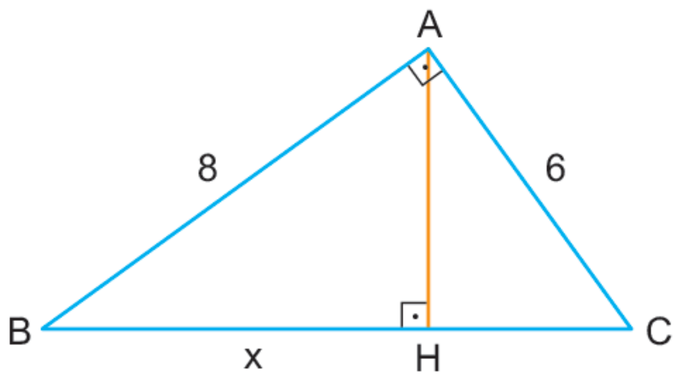
Buna göre, |AC| = x kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

31. 13 32. 20 33. $5\sqrt{5}$ 34. $8\sqrt{5}$

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

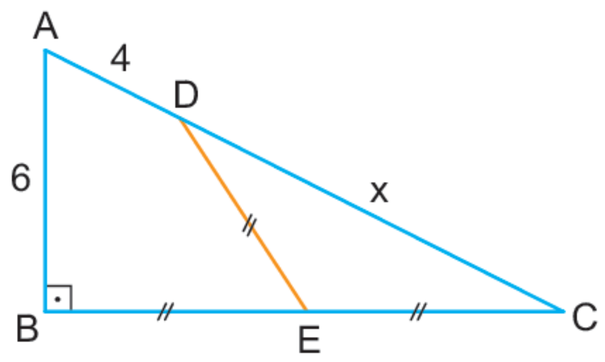
Örnek - 35



ABC üçgen, m($\widehat{BAC}$) = 90°, m($\widehat{AHB}$) = 90°, |AB| = 8 cm, |AC| = 6 cm ve |BH| = x cm'dir.

Buna göre, x kaç cm'dir?

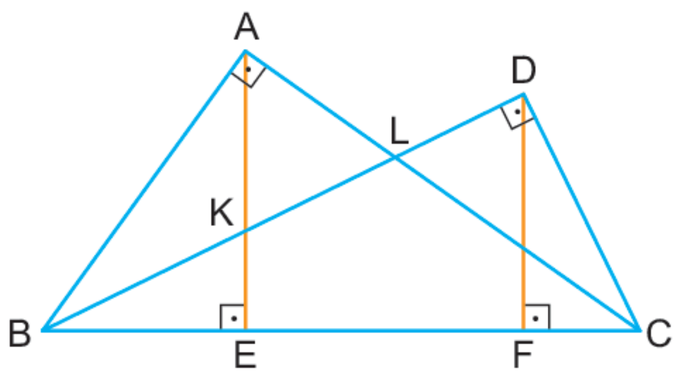
Örnek - 36



ABC üçgen, [AB] ⊥ [BC], |DE| = |BE| = |EC|, |AB| = 6 br, |AD| = 4 br ve |DC| = x br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

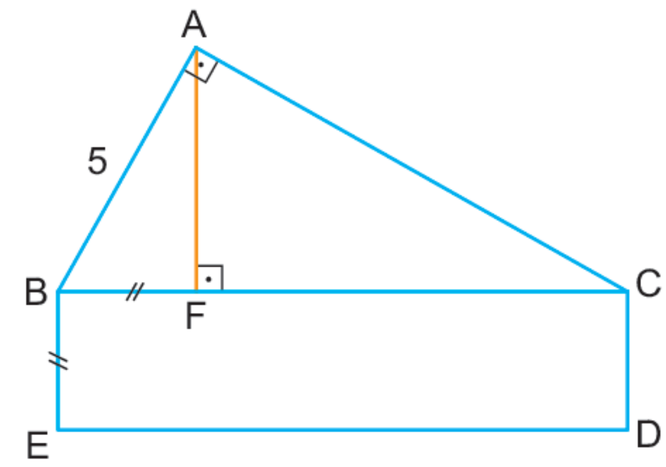
Örnek - 37



ABC ve BDC bir dik üçgen, m($\widehat{BAC}$) = m($\widehat{BDC}$) = 90°, m($\widehat{AEB}$) = m($\widehat{DFC}$) = 90° ve |EF| = 3 · |EB| = 6 · |FC|'dir.

Buna göre, $\frac{|DF|}{|AB|}$ oranı kaçtır?

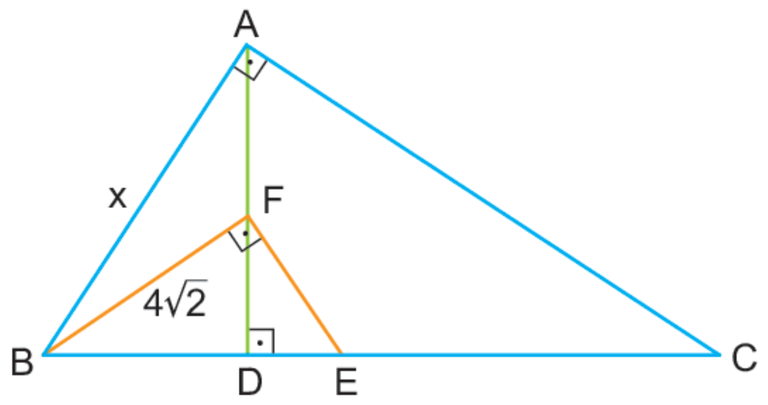
Örnek - 38



ABC üçgen, BCDE dikdörtgen, [AB] ⊥ [AC], [AF] ⊥ [BC], |BE| = |BF| ve |AB| = 5 br'dir.

Buna göre, BCDE dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 39

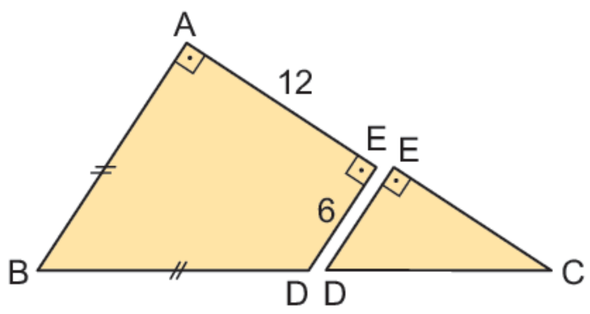


ABC ve BFE bir dik üçgen, A, F, D doğrusal, [AB] ⊥ [AC] , [BF] ⊥ [FE] , [AD] ⊥ [BC], |BE| = |EC|, |BF| = $4\sqrt{2}$ birim ve |AB| = x birimdir.

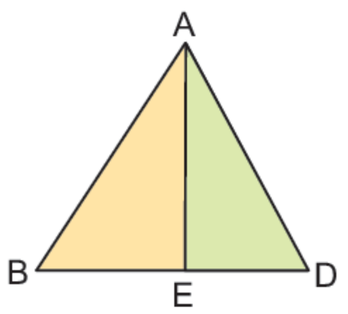
Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 40

A açısı 90° olan ABC dik üçgen şeklindeki bir karton Şekil 1'deki gibi A'dan 12 cm uzaklıktaki E noktasından [AB]'na dik olacak biçimde 6 cm kesildiğinde kağıt iki parçaya ayrılıp |AB| = |BD| oluyor.



Şekil 1



Şekil 2

Şekil 1'deki büyük karton AD doğrusu boyunca katlandığında, Şekil 2'deki gibi E noktası [BD]'nın üzerine geliyor.

Buna göre, Şekil 1'deki kesilen küçük parçanın çevresi kaç cm'dir?

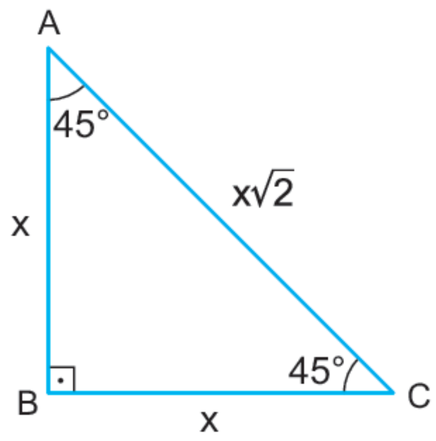
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

35. 6,4 36. 5 37. $\frac{2}{3}$ 38. 25 39. 8 40. 24

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

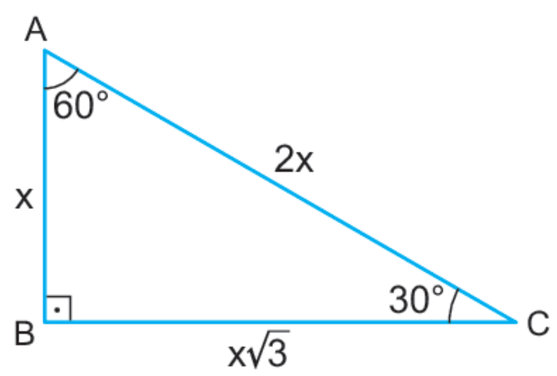
Özel Açılı Üçgenler

45 - 45 - 90 Üçgeni



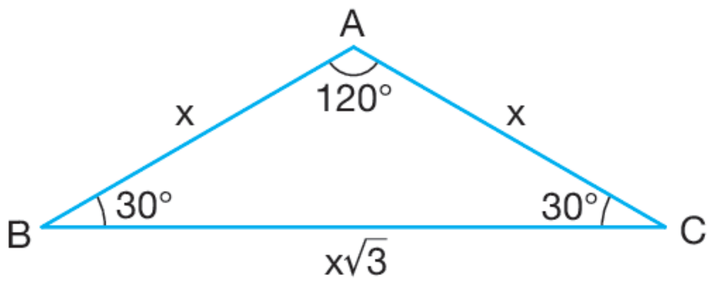
Hipotenüsün uzunluğu dik kenar uzunluklarının $\sqrt{2}$ katıdır.

30 - 60 - 90 Üçgeni



- 30° nin karşısındaki kenarın uzunluğunun 2 katı hipotenüs uzunluğuna eşittir.
- 30° nin karşısındaki kenarın uzunluğunun $\sqrt{3}$ katı 60° nin karşısındaki kenarın uzunluğuna eşittir.

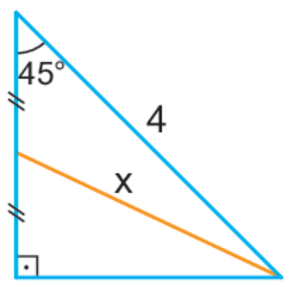
30 - 30 - 120 üçgeni



- 30° nin karşısındaki kenar uzunluğunun $\sqrt{3}$ katı 120° nin karşısındaki kenar uzunluğuna eşittir.

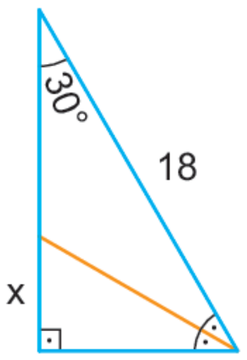
Öğrenme

a)



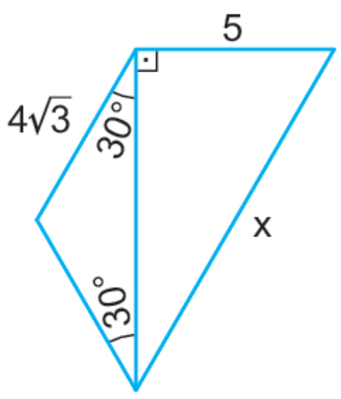
x = ?

b)



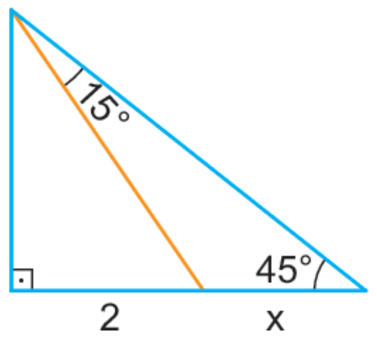
x = ?

c)



x = ?

d)

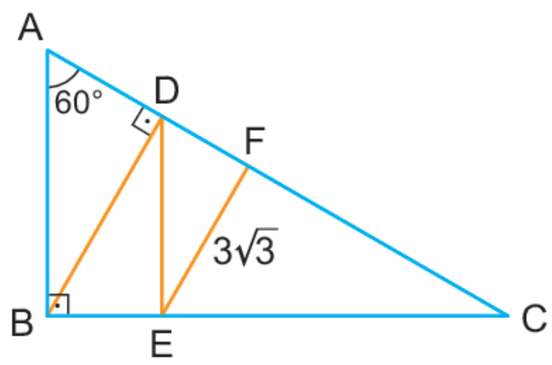


x = ?

a) $\sqrt{10}$ b) $3\sqrt{3}$ c) 13 d) $2\sqrt{3} - 2$

Alanı | 6

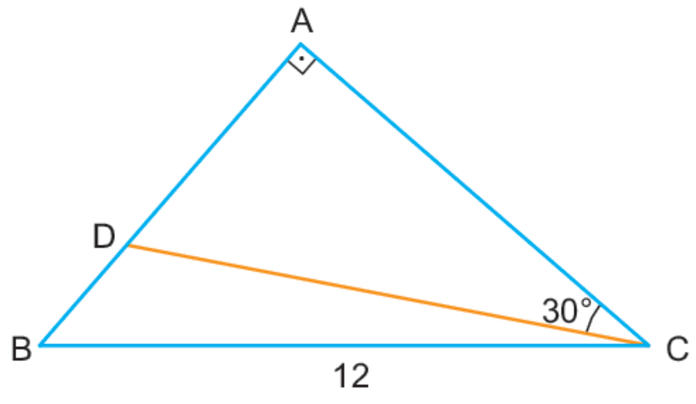
Örnek - 41



[AB] ⊥ BC, [AC] ⊥ [BD], [DE] // [AB], [EF] // [BD], |EF| = $3\sqrt{3}$ birim ve m($\widehat{BAC}$) = 60° dir.

Buna göre, |AC| kaç birimdir?

Örnek - 42



|AB| = |AC|, m($\widehat{BAC}$) = 90°, m($\widehat{ACD}$) = 30° ve |BC| = 12 br'dir.

Buna göre, |BD| kaç birimdir?

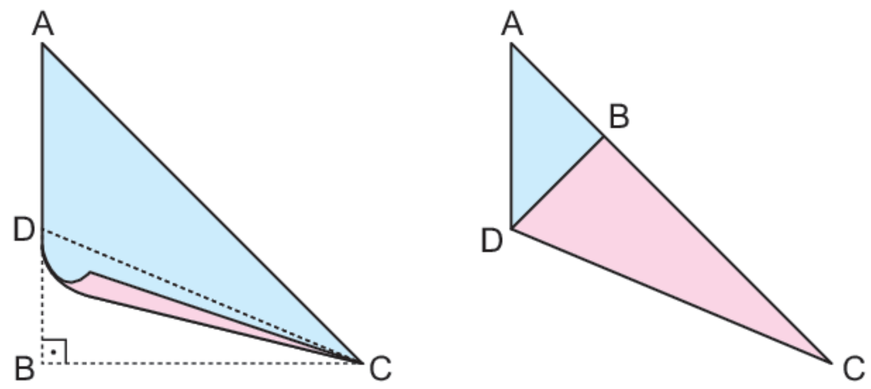
41. 16

42. $6\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

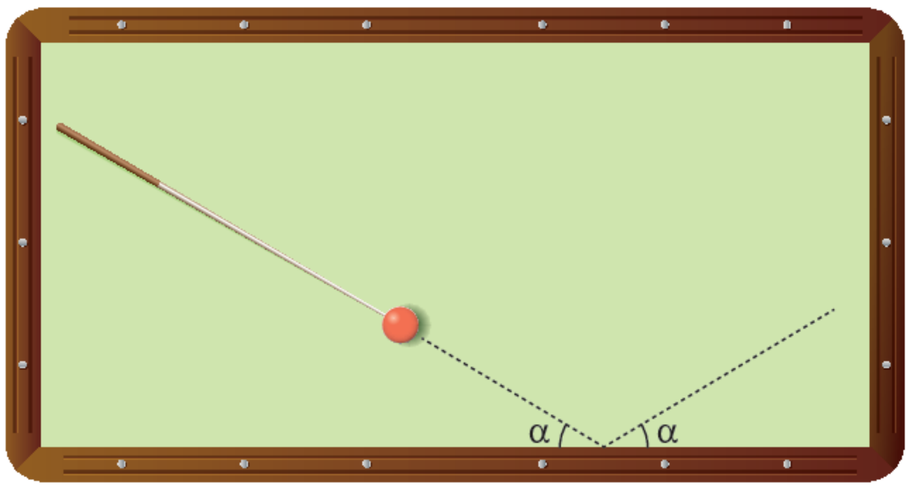
Örnek - 43



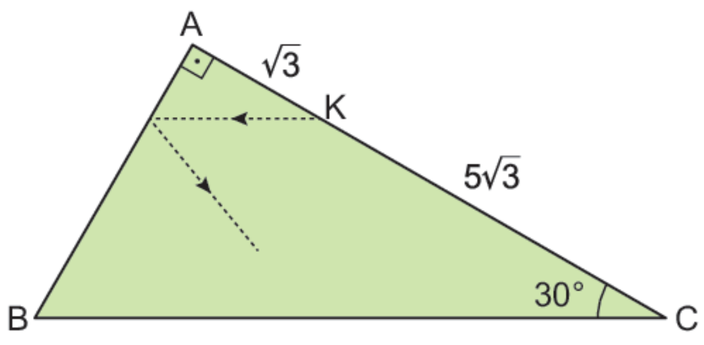
Şekilde verilen ABC ikizkenar dik üçgen biçimindeki karton BC kenarı AC kenarı üzerine gelecek biçimde katlanıyor.

Buna göre, $\frac{|AD|}{|BC|}$ oranı kaçtır?

Örnek - 44



Bilardo oyununda topa düz bir şekilde vuruş yapıldığında, top banta (masanın kenarına) çarptığı açıyla yoluna devam eder.

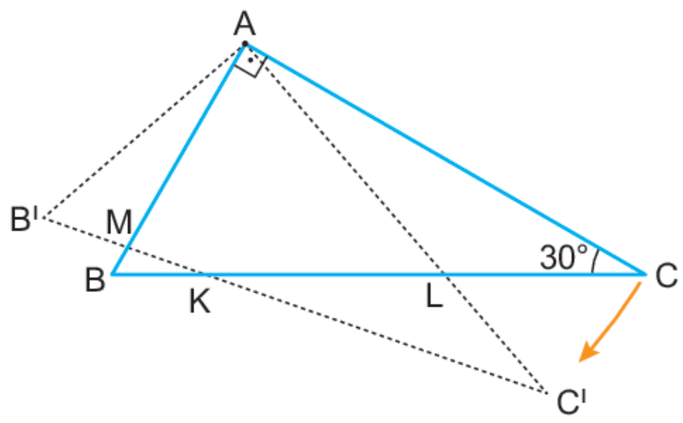


Şekildeki gibi özel olarak hazırlanmış bilardo masasında, K noktasından [BC] kenarına paralel bir vuruş yapılıyor.

$K \in [AC]$, $|AK| = \sqrt{3}$ br ve $|KC| = 5\sqrt{3}$ br'dir.

Topa K noktasından vurulduktan sonra top tekrar K noktasına ilk kez geldiğinde topun aldığı yol kaç birim olur?

Örnek - 45



ABC üçgeni A köşesi etrafında ok yönünde 30° döndürüldüğünde AB'C' üçgeni elde ediliyor.

$m(\widehat{ACB}) = 30°$ ve $[AB] \perp [AC]$'dir.

Buna göre, $\frac{|KC'|}{|B'M|}$ oranı kaçtır?

Not

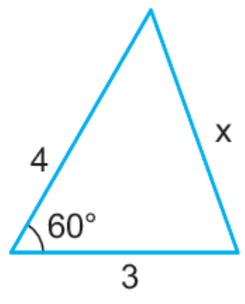
Özel açılı üçgenleri bazı sorularda bizim oluşturmamız gerekebilir.

Özel açı gördüğümüz zaman

(30-45-60-120-135-150) dik çizerek özel açılı üçgeni oluşturabiliriz.

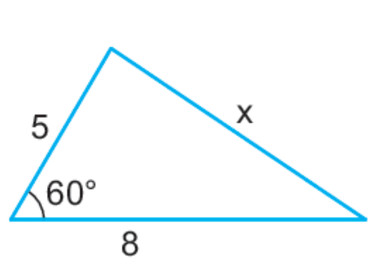
Öğrenme

a)



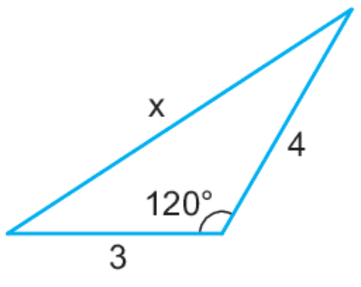
x = ?

b)



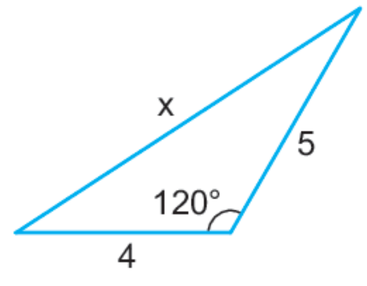
x = ?

c)



x = ?

d)



x = ?

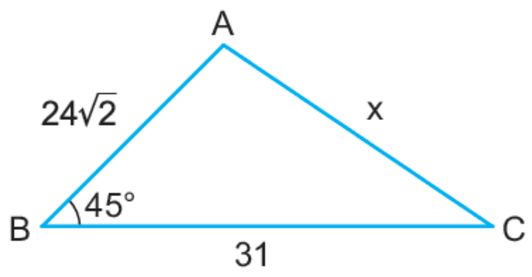
a) $\sqrt{13}$ b) 7 c) $\sqrt{37}$ d) $\sqrt{61}$

Alanı | 7

43. $2 - \sqrt{2}$ 44. 21 45. $6 - 2\sqrt{3}$

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

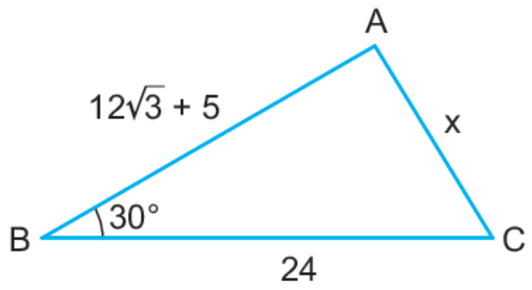
Örnek - 46



ABC üçgen, $m(\widehat{ABC}) = 45°$, $|AB| = 24\sqrt{2}$ br, $|BC| = 31$ br ve $|AC| = x$ br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

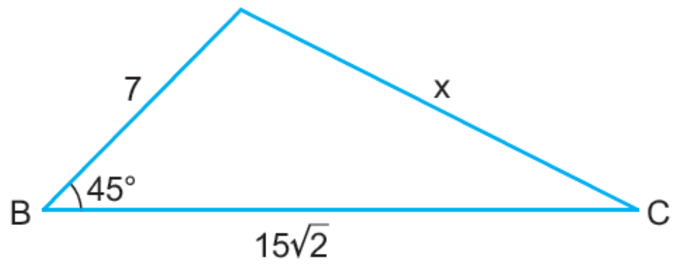
Örnek - 47



ABC üçgen, $m(\widehat{ABC}) = 30°$, $|AB| = 12\sqrt{3} + 5$ br, $|BC| = 24$ br ve $|AC| = x$ br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

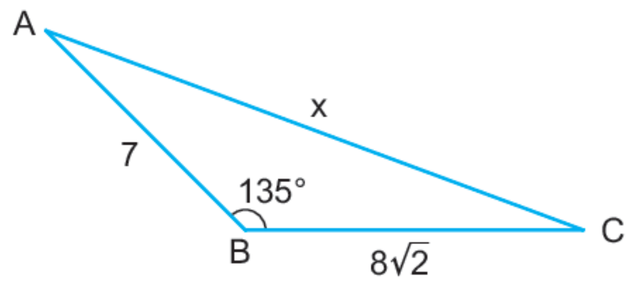
Örnek - 48



ABC üçgen, $m(\widehat{ABC}) = 45°$, $|AB| = 7$ cm, $|BC| = 15\sqrt{2}$ cm ve $|AC| = x$ cm'dir.

Buna göre, x kaçtır?

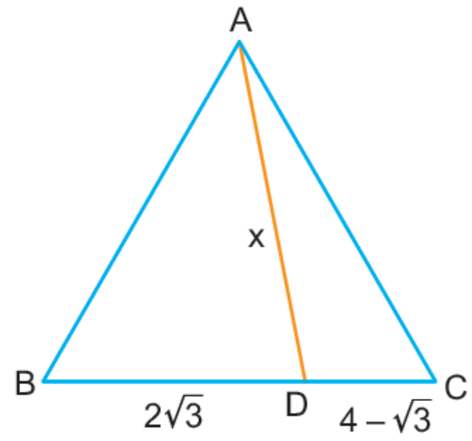
Örnek - 49



ABC üçgeninde $m(\widehat{ABC}) = 135°$, $|AB| = 7$ br ve $|BC| = 8\sqrt{2}$ br'dir.

Buna göre, |AC| kaç birimdir?

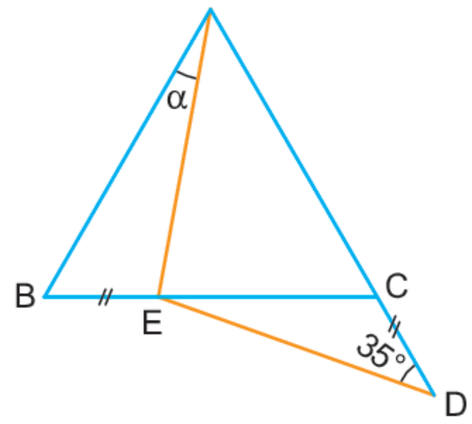
Örnek - 50



ABC bir eşkenar üçgen, $|CD| = 4 - \sqrt{3}$ br, $|BD| = 2\sqrt{3}$ br ve $|AD| = x$'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 51



ABC eşkenar üçgen, $|BE| = |CD|$, $m(\widehat{ADE}) = 35°$ ve $m(\widehat{BAE}) = \alpha$'dir.

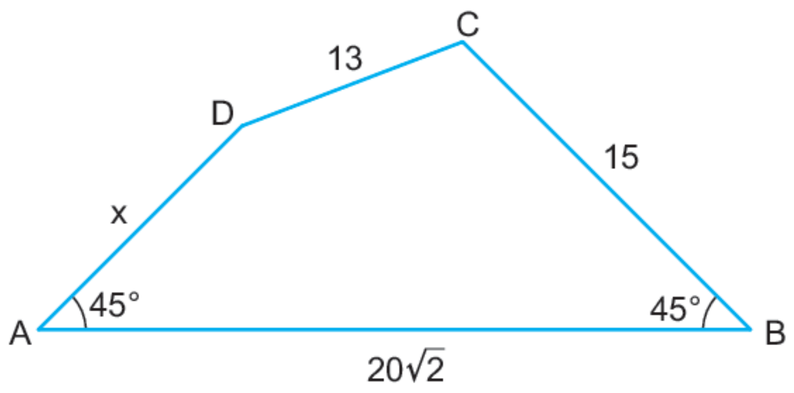
Buna göre, α kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

46. 25 47. 13 48. 17 49. 17 50. 5 51. 25

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

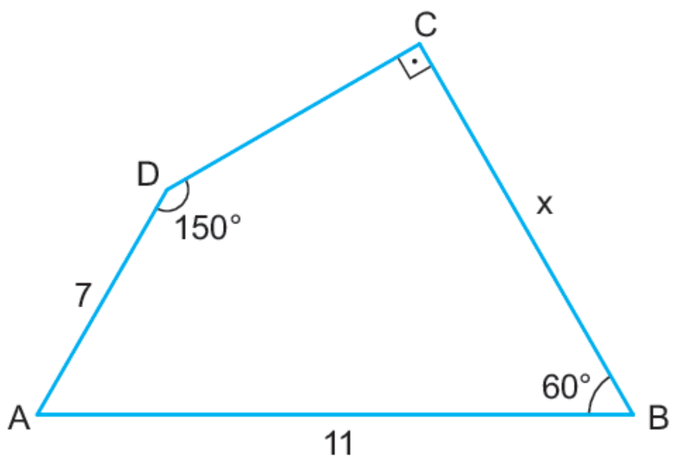
Örnek - 52



ABCD dörtgen, $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ABC}) = 45°$, $|AB| = 20\sqrt{2}$ br, $|BC| = 15$ br, $|CD| = 13$ br ve $|AD| = x$ br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 53

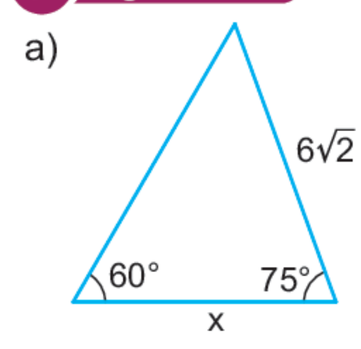


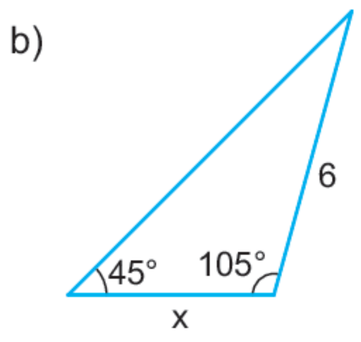
ABCD dörtgen, $m(\widehat{BCD}) = 90°$, $m(\widehat{ADC}) = 150°$, $m(\widehat{ABC}) = 60°$, $|AB| = 11$ br, $|AD| = 7$ br ve $|BC| = x$ br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Dikkat: Kendi emeğinle dik çizdiğinde karşına 15-75-90 çıkarsa gittiğin yol yol değil.

Öğrenme

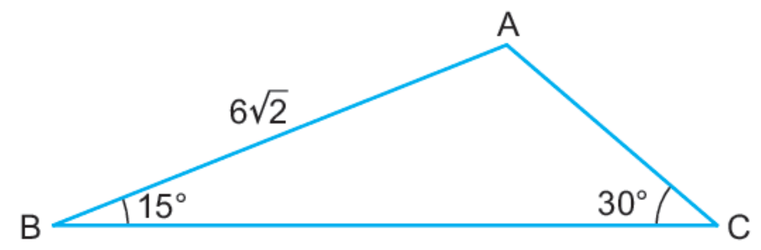




a) $4\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{2}$

Alanı | 8

Örnek - 54

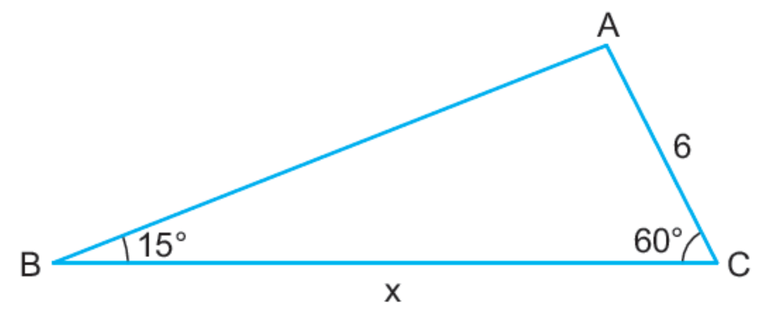


ABC üçgeninde $m(\widehat{ABC}) = 15°$, $m(\widehat{ACB}) = 30°$ ve $|AB| = 6\sqrt{2}$ birimdir.

Buna göre, |BC| kaç birimdir?

Son Çare: Dik çizerek özel üçgen oluşturamadığımız sorularda, küçük açıya ait ikizkenar oluşturabiliriz.

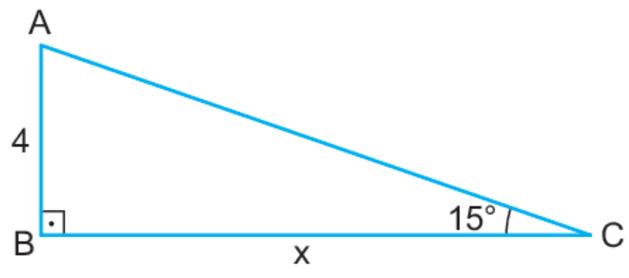
Örnek - 55



ABC üçgen, $m(\widehat{ABC}) = 15°$, $m(\widehat{ACB}) = 60°$, $|AC| = 6$ br ve $|BC| = x$ br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 56



ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $m(\widehat{ACB}) = 15°$, $|AB| = 4$ br ve $|BC| = x$ br'dir.

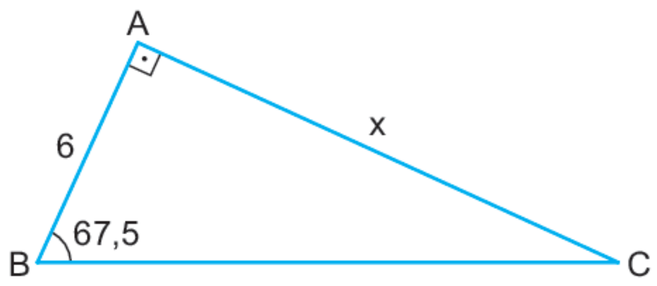
Buna göre, x kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

52. 8 53. 9 54. 12 55. $6\sqrt{3} + 12$ 56. $4\sqrt{3} + 8$

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

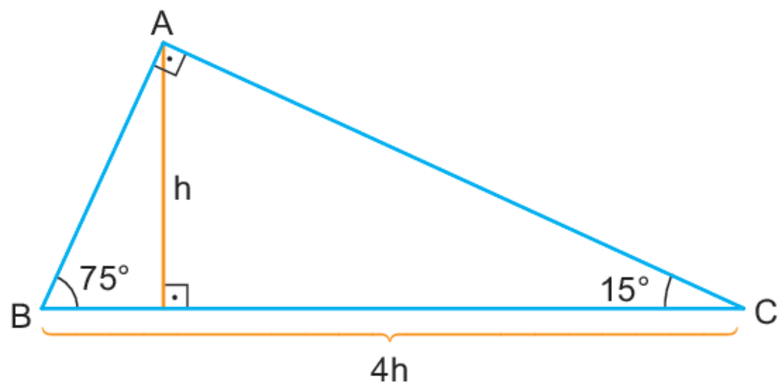
Örnek - 57



[BA] ⊥ [AC], m(ABC) = 67,5°, |AB| = 6 br ve |AC| = x'dir.

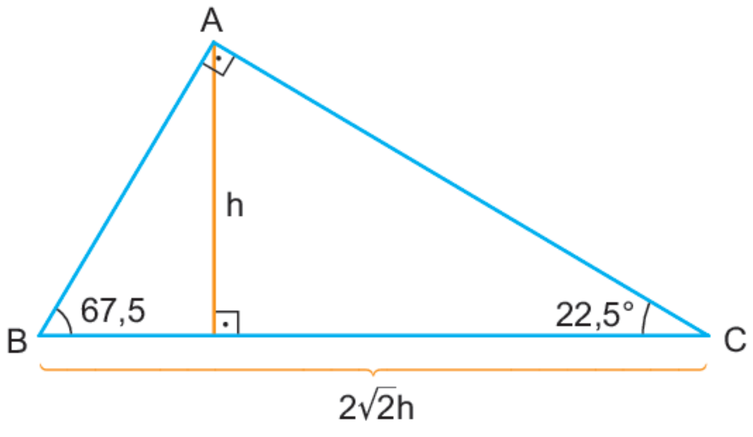
Buna göre, x kaç birimdir?

15 - 75 - 90 Üçgeni



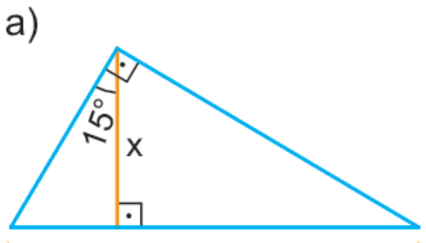
15-75-90 üçgeninde hipotenüse ait yükseklik hipotenüsün dörtte birine eşittir.

22,5 - 67,5 - 90 üçgeni



Öğrenme

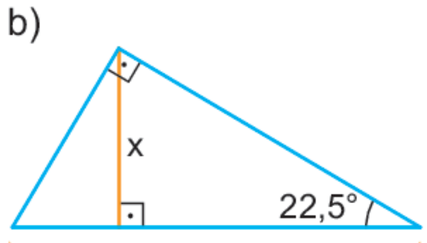
a)



x = ?

a) 3

b)

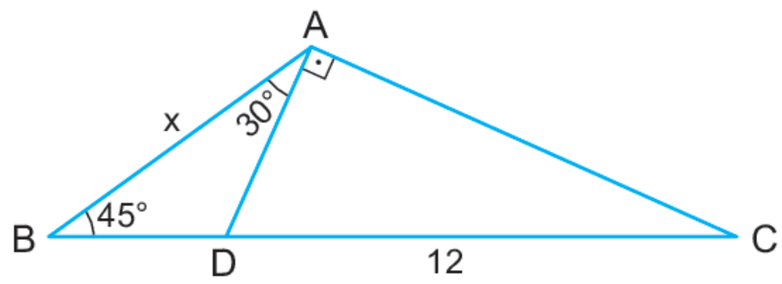


x = ?

b) $3\sqrt{2}$

Alanı | 9

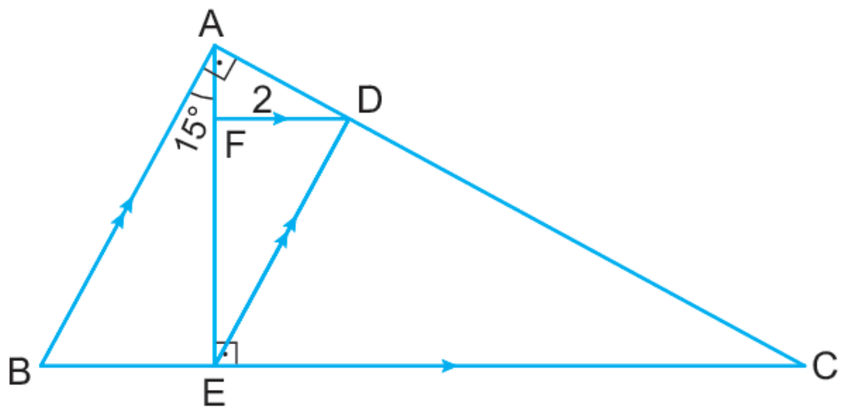
Örnek - 58



m(ABC) = 45°, m(BAD) = 30°, |CD| = 12 br ve |AB| = x br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 59



m(BAC) = m(AEB) = 90°, [AB] // [ED], [DF] // [BC],

m(BAE) = 15° ve |FD| = 2 br'dir.

Buna göre, |BC| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

57. $6 + 6\sqrt{2}$

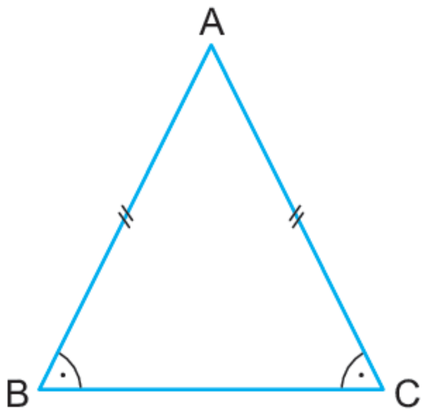
58. $3\sqrt{2}$

59. 32

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

İKİZKENAR ÜÇGEN

İki kenar uzunluğu eşit olan üçgene ikizkenar üçgen denir.

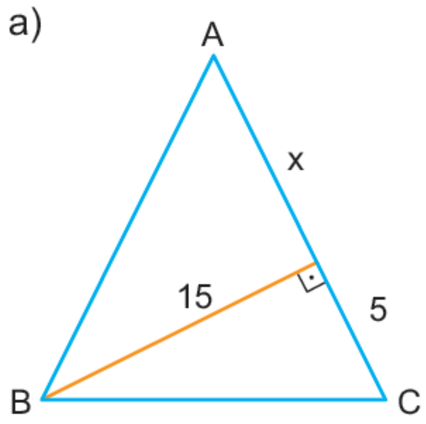


$|AB| = |AC|$,

$\widehat{B} = \widehat{C}$ dır.

Öğrenme

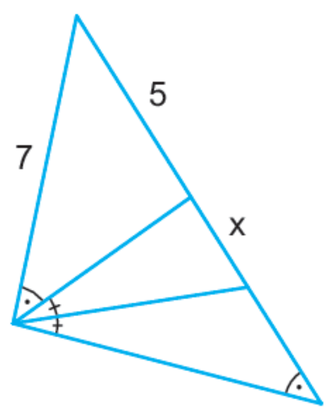
a)



$|AB| = |AC|$, x = ?

a) 20

b)



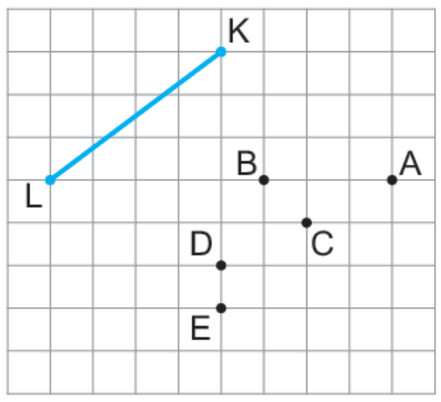
x = ?

b) 2

Alanı | 1

Örnek - 1

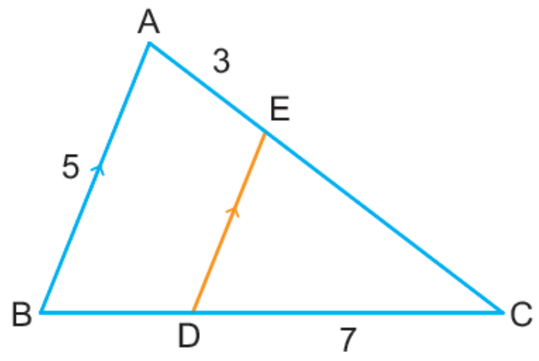
Aşağıdaki birim kareli zemine [KL] çizilmiştir.



Bir kenarı [KL] olan bir köşesi de A, B, C, D ve E noktaları olan üçgenler oluşturuluyor.

Buna göre, oluşan üçgenlerden kaç tanesi ikizkenar üçgendir?

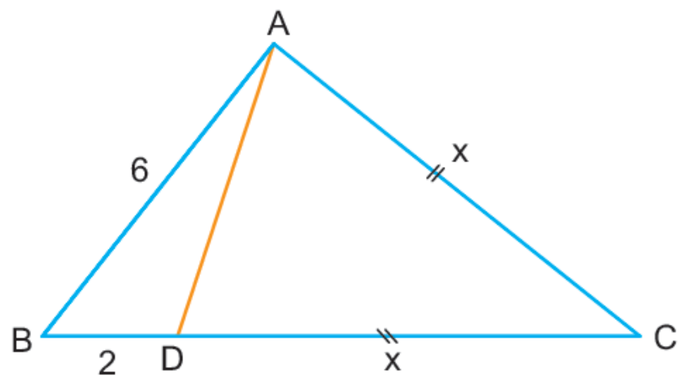
Örnek - 2



ABC üçgeninde [DE] // [AB], $|AC| = |BC|$, $|AE| = 3$ br, $|AB| = 5$ br ve $|CD| = 7$ br'dir.

Buna göre, ABC üçgeninin çevresi kaç birimdir?

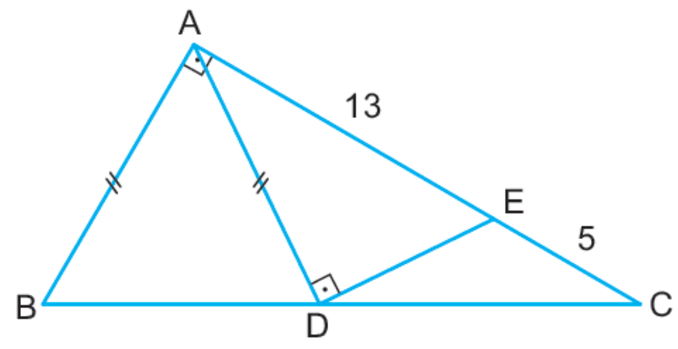
Örnek - 3



ABC üçgen, $D \in [BC]$, $m(\widehat{ACB}) = 2 \cdot m(\widehat{BAD})$, $|BD| = 2$ cm, $|AB| = 6$ cm ve $|AC| = |CD| = x$'dir.

Buna göre, x kaçtır?

Örnek - 4



ABC üçgeninde $[AB] \perp [AC]$, $[AD] \perp [DE]$, $|AB| = |AD|$, $|CE| = 5$ cm ve $|AE| = 13$ cm'dir.

Buna göre, $|BC|$ kaç cm'dir?

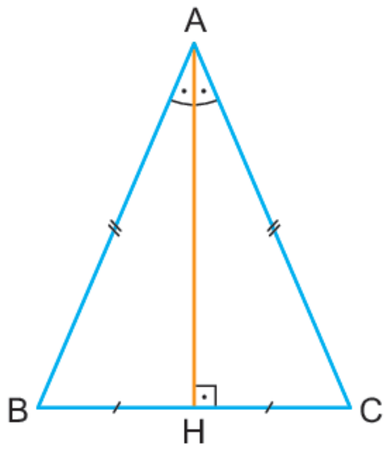
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

1. 4 2. 25 3. 8 4. $6\sqrt{13}$

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

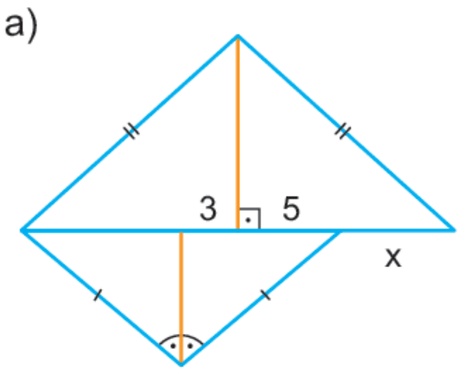
Özellikler

1. İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik hem açıortay hemde kenarortaydır.



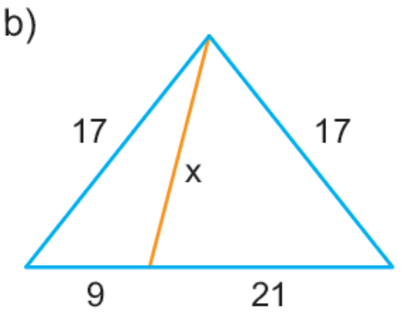
Öğrenme

a)



x = ?

b)

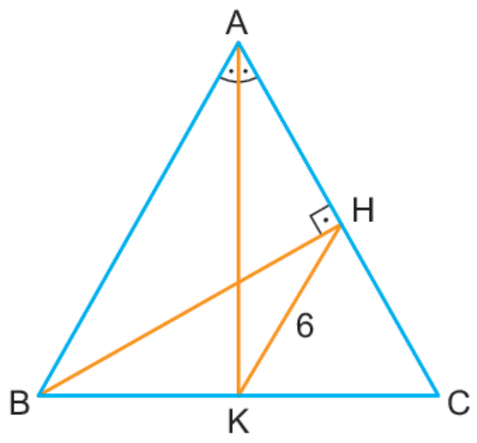


x = ?

a) 6 b) 10

Alanı | 2

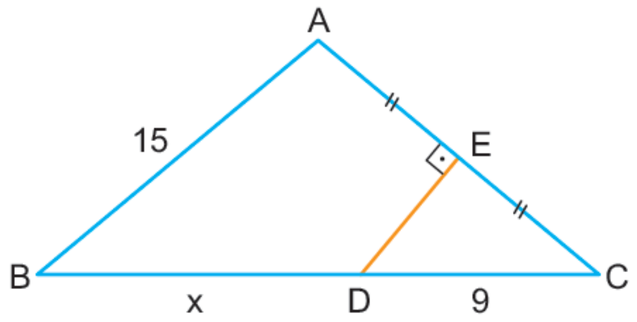
Örnek - 5



ABC bir üçgen, [AK] : Açıortay, [BH] : Yükseklik, |AB| = |AC|, |HK| = 6 cm ve |AK| = 12 cm'dir.

Buna göre, |AB| uzunluğu kaç santimetredir?

Örnek - 6

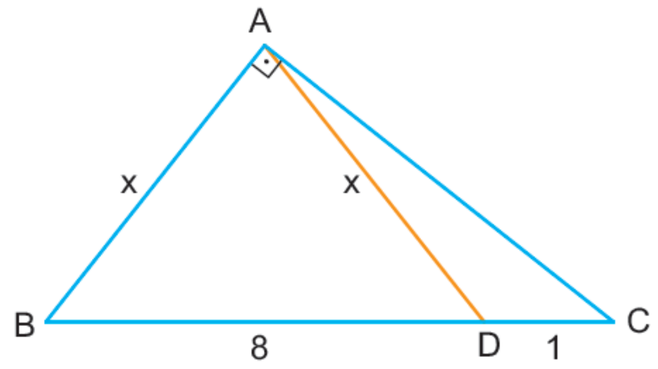


ABC bir üçgen, [DE] ⊥ [AC], |EA| = |EC|,

$2 \cdot m(\widehat{ACB}) + m(\widehat{ABC}) = 90°$, |AB| = 15 br ve |DC| = 9 br'dir.

Buna göre, |BD| uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 7

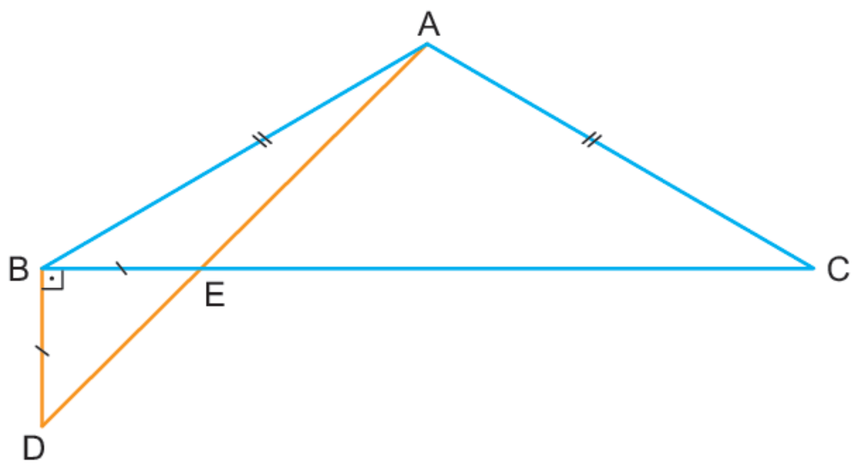


ABC bir dik üçgen, [BA] ⊥ [AC], |AB| = |AD| = x br,

|BD| = 8 br ve |CD| = 1 br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 8



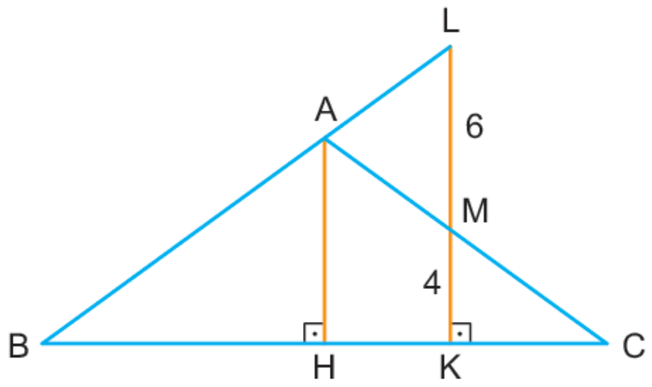
ABC ve ABD bir üçgen, |AB| = |AC|, |BD| = |BE|, [BD] ⊥ [BC] ve |BC| = 12 br'dir.

Buna göre, |AD| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

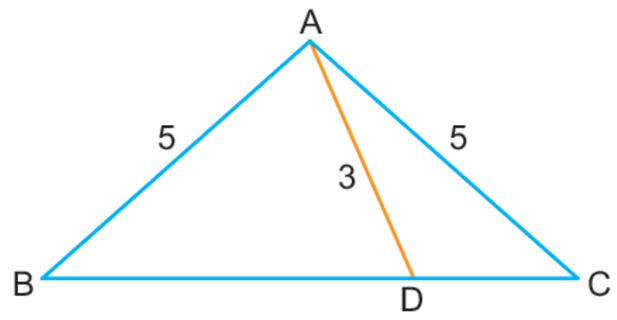
Örnek - 9



ABC ve BLK bir üçgen, [AH] ⊥ [BC], [LK] ⊥ [BC], |AB| = |AC|, |LM| = 6 br ve |KM| = 4 br'dir.

Buna göre, |AH| kaç birimdir?

Örnek - 10

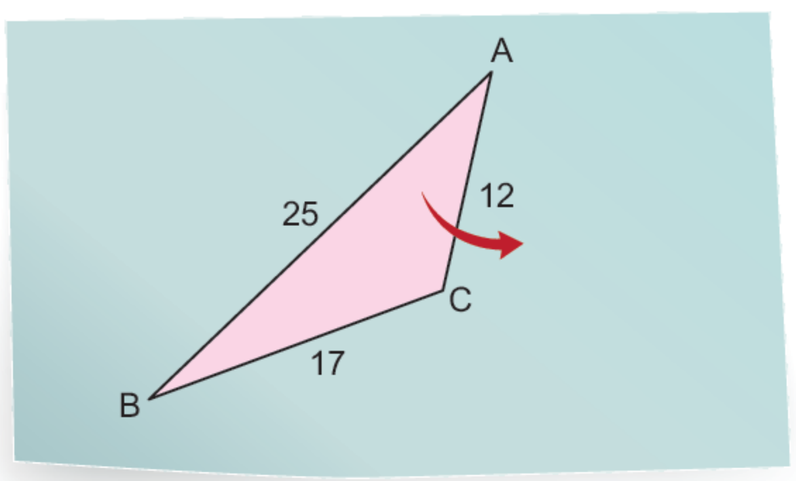


ABC bir üçgen, D ∈ [BC], |AB| = |AC| = 5 br ve |AD| = 3 br'dir.

Buna göre, |CD| · |BD| çarpımının sonucu kaçtır?

Örnek - 11

Şekildeki kağıt parçasına ABC üçgeni çizilmiştir.



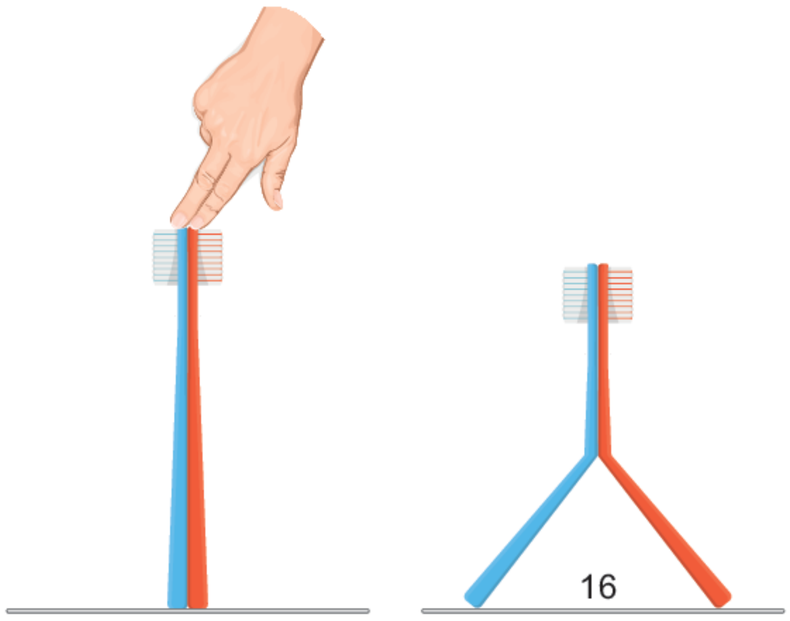
| AB | = 25 br, | AC | = 12 br ve | BC | = 17 br'dir.

ABC üçgeni AC boyunca katlanıp B noktası üzerinden toplu iğne ile delik açılıyor.

Kağıt tekrar eski haline açıldığında iki delik arasındaki en kısa uzaklık kaç birim olur?

Örnek - 12

Aynı uzunluktaki tam ortasından katlanabilen diş fırçaları Şekil 1'deki gibi zemine dik olacak biçimde konulmuştur.



Şekil 1 Şekil 2

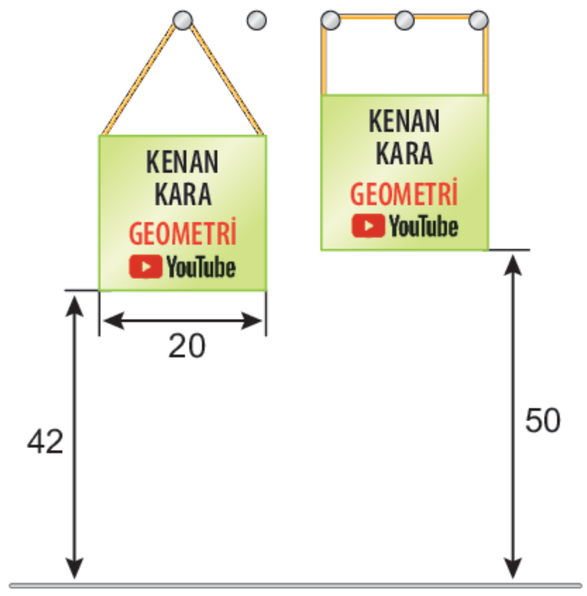
Fırçalar, zemine doğru 2 cm itildiğinde zemindeki uçlar arası 16 cm olmaktadır (Şekil 2).

Buna göre, diş fırçalarının uzunluğu kaç cm'dir?

Örnek - 13

Bir duvara, yerden yükseklikleri aynı olacak şekilde 10 cm arayla beş çivi çakılmıştır.

Kenan, uzun kenarı 20 cm olan ve uzun kenarlarının iki köşesine sabitlenmiş bir ip yardımıyla özdeş iki tabloyu çivilerle aşağıdaki gibi asıyor.



Bu durumda Kenan, tabloların yerden yüksekliklerini 42 cm ve 50 cm olarak ölçüyor.

Buna göre, tablolardan birinin asılmasına yardımcı olan ipin uzunluğu kaç cm'dir?

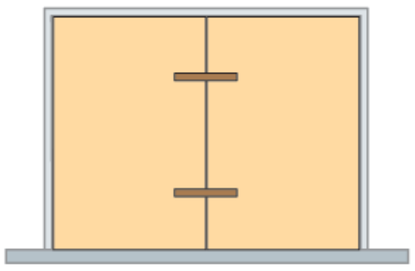
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

9. 7 10. 16 11. 30 12. 34 13. 52

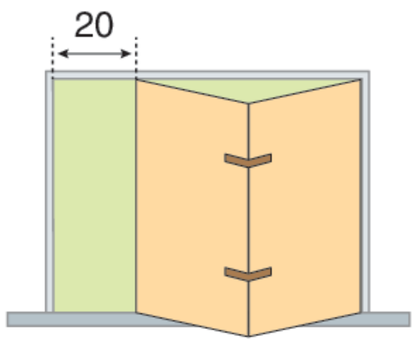
Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 14

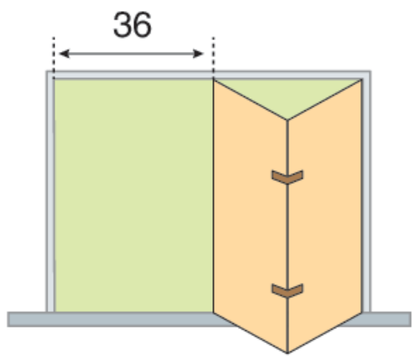
Aşağıda iki özdeş iki kanattan oluşan akordiyon kapı verilmiştir. Kapının 20 cm ve 36 cm açık hali Şekil 2 ve Şekil 3'te gösterilmiştir.



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

Kapının katlanan kısmının Şekil 3'teki konumu Şekil 2'deki konumuna göre odanın 4 cm daha içindedir.

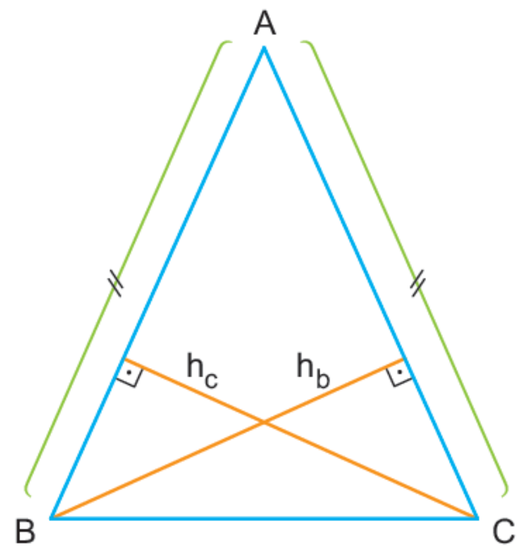
Buna göre, kapının uzunluğu kaç cm'dir?

Örnek - 15

Kenar uzunlukları 13-13-10 ve 5-5-6 birim olan ikizkenar üçgen biçimindeki kartonlar, taban kenarları doğrusal olacak biçimde ve tabandaki köşelerinden birer tanesi çakışık olacak biçimde bir zemine koyuluyor.

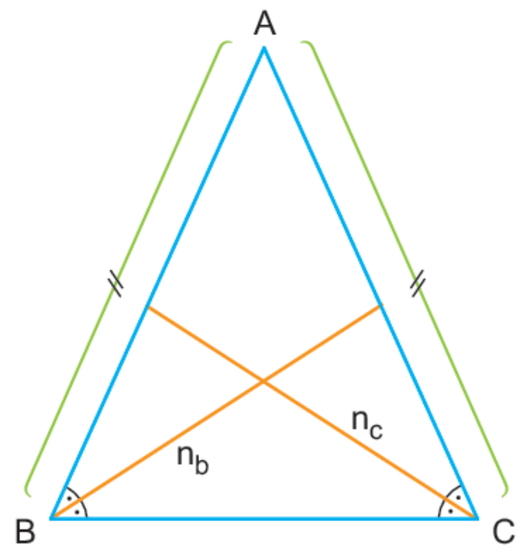
Buna göre, kartonların tepe köşeleri arasındaki uzaklığın alacağı farklı değerler çarpımı kaçtır?

2. İkizkenar üçgende eşit kenarlara çizilen yükseklikler birbirine eşittir.



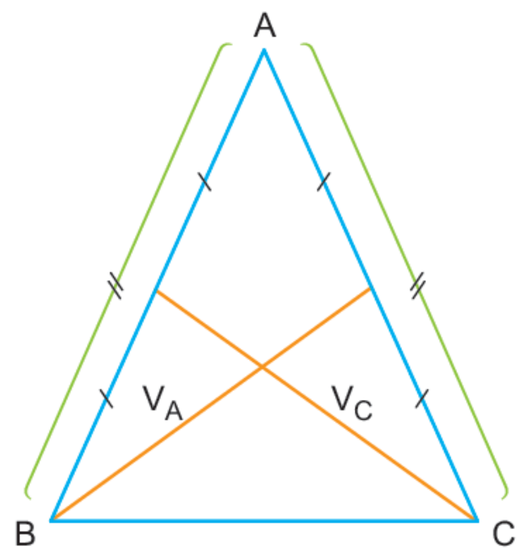
$|AB| = |AC|$ ise $h_B = h_C$

3. İkizkenar üçgende eşit kenarlara çizilen açıortaylar birbirine eşittir.



$|AB| = |AC|$ ise $n_B = n_C$

4. İkizkenar üçgende eşit kenarlara çizilen kenarortaylar birbirine eşittir.



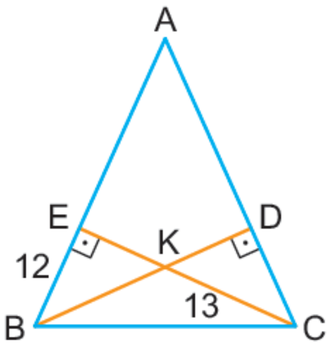
$|AB| = |AC|$ ise $V_B = V_C$ dir.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Öğrenme

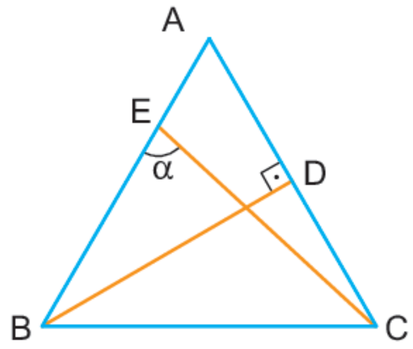
a)



|AB| = |AC|, |CK| = 13

|BD| = ?

b)



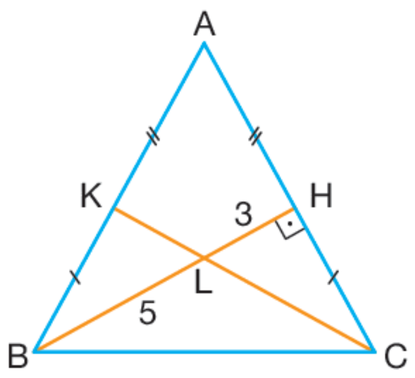
|AB| = |AC|,

|EC| = $\sqrt{2}$ · |BD|, α = ?

a) 18 b) 45°

Alanı | 3

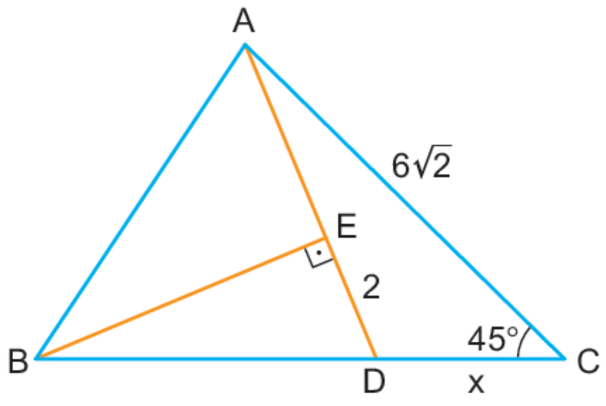
Örnek - 16



ABC bir üçgen, |AK| = |AH|, |KB| = |HC|, |LH| = 3 br ve |LB| = 5 br'dir.

Buna göre, |BC| kaç birimdir?

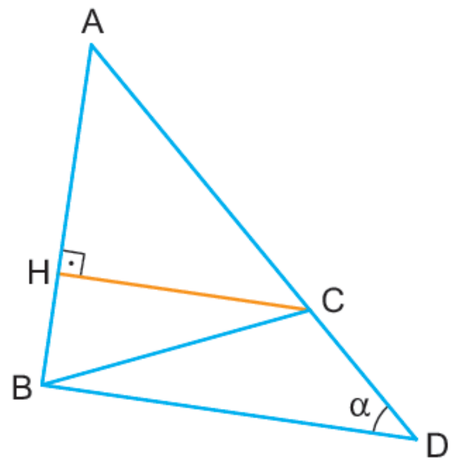
Örnek - 17



ABC bir üçgen, |AD| = |BD|, [BE] ⊥ [AD], m(ACB) = 45°, |AC| = $6\sqrt{2}$ br, |DE| = 2 br ve |DC| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

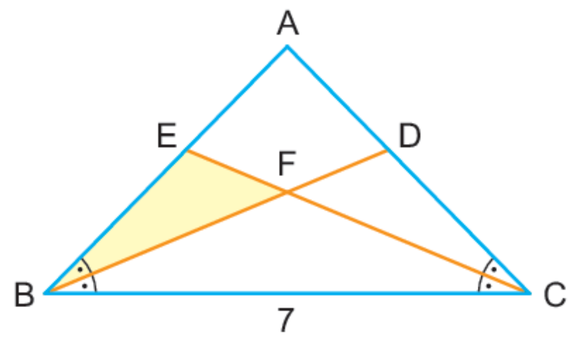
Örnek - 18



ABD bir üçgen, [CH] ⊥ [AB], |AB| = |AC|, |CH| = |BH| + |CD| ve m(ADB) = α'dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

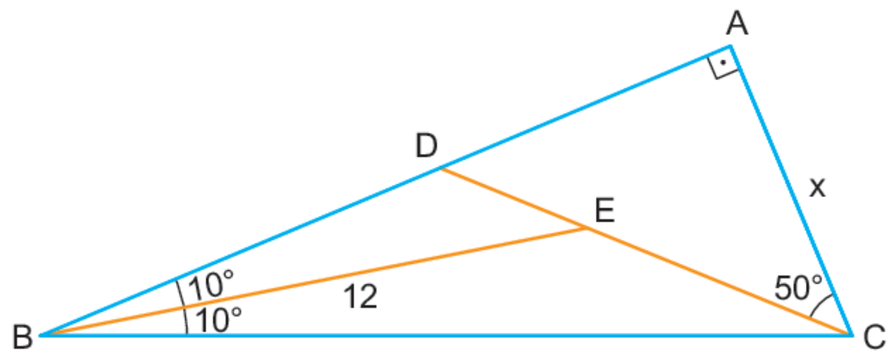
Örnek - 19



ABC üçgeninde |AB| = |AC|, [BD] ile [CE] açıortay, |BC| = 7 cm ve Çevre(BDC) = 17 cm'dir.

Buna göre, BEF üçgeninin çevresi kaç santimetredir?

Örnek - 20



ABC bir üçgen, m(DBE) = m(EBC) = 10°, m(ACD) = 50°, |EB| = 12 br ve |AC| = x'dir.

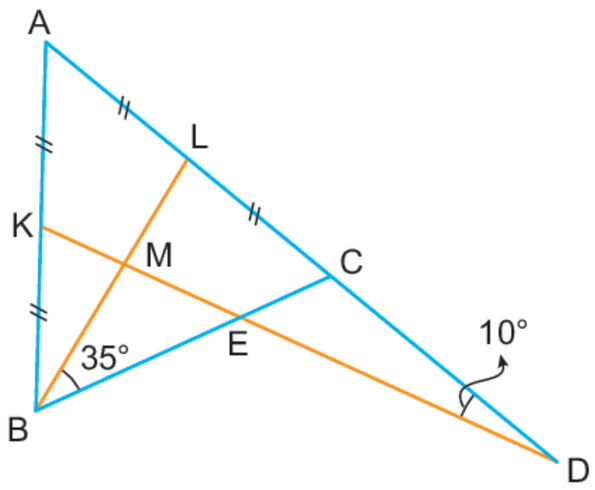
Buna göre, x kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

16. $4\sqrt{5}$ 17. 4 18. 45 19. 10 20. 6

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

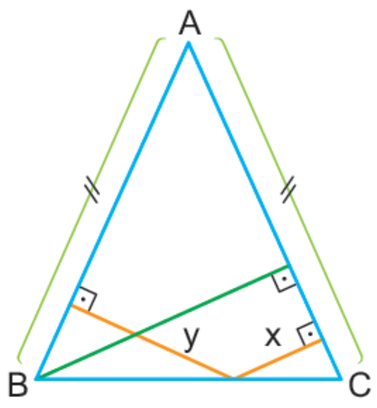
Örnek - 21



ABC bir üçgen, [BL] ∩ [DK] = {M}, [BC] ∩ [DK] = {E}, |AK| = |KB| = |AL| = |LC|, |CD| = |BL|, m(CBL) = 35° ve m(ADK) = 10° dir.

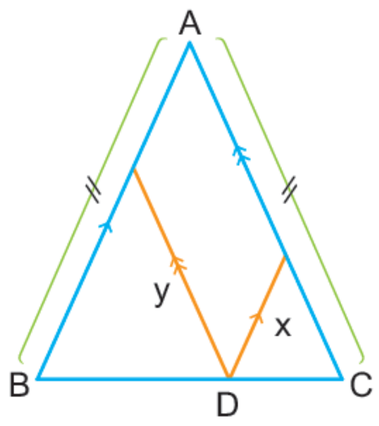
Buna göre, m(BAC) açısının ölçüsü kaç derecedir?

5. İkizkenar üçgenin tabanından alınan bir noktadan eşit kenarlara çizilen dikmeler toplamı eşit kenara çizilen yüksekliğe eşittir.



|AB| = |AC| ise
$x + y = h_B = h_C$ dir.

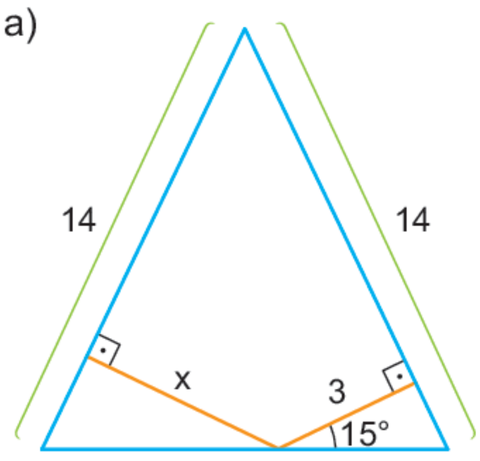
6. İkizkenar üçgenin tabanından alınan bir noktadan eşit kenarlara çizilen paraleller toplamı, eşit kenar uzunluklarından birine eşittir.



|A | = |AC| = x + y

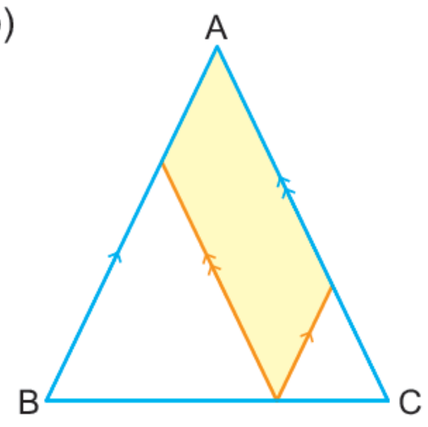
Öğrenme

a)



x = ?

b)

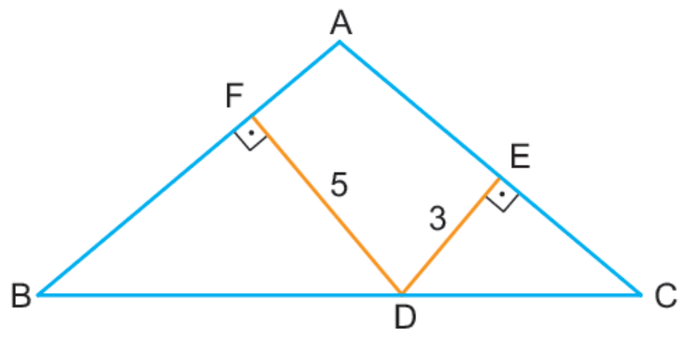


Boyalı şeklin çevresi = 20 br
|AB| = |AC| = ?

a) 4 b) 10

Alanı | 4

Örnek - 22

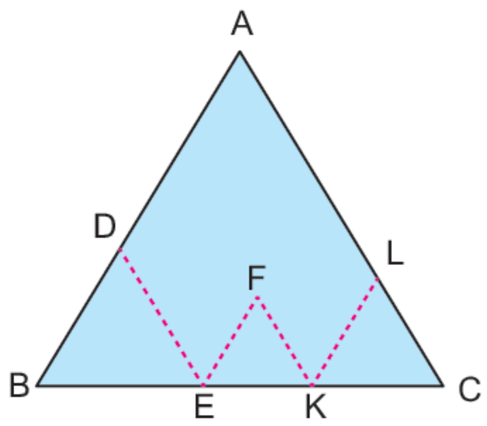


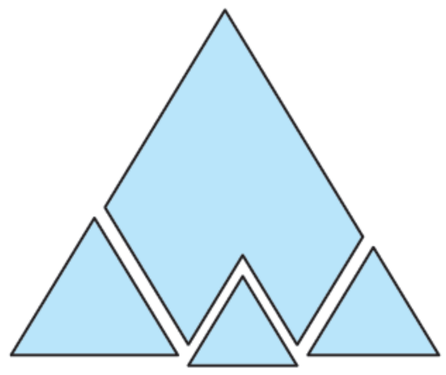
ABC ikizkenar üçgen, m(BAC) > 90°, |AB| = |AC| = 10 br, |DE| = 3 br ve |DF| = 5 br'dir.

Buna göre, |BC| uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 23

İkizkenar üçgen biçimindeki bir karton şekildeki gibi D noktasından kesime başlanarak kırmızı çizgi boyunca kesiliyor.





Kesim işleminden sonra kağıt, tabanları [BC] üzerinde olan 3 tane ikizkenar üçgen ve bir altıgen parçaya ayrılıyor.

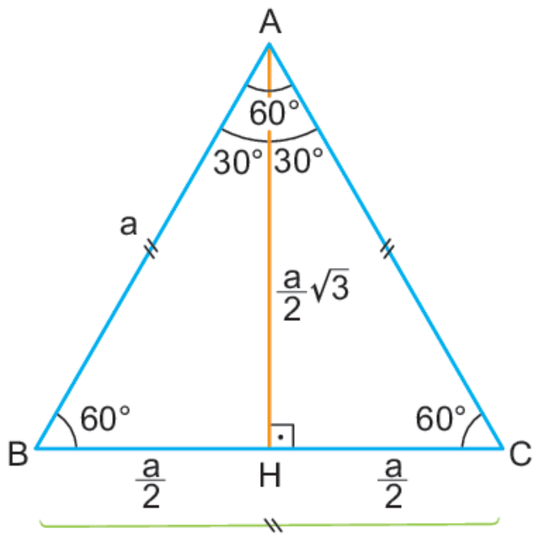
|AB| = |AC| ve [AB] // [EF]'dir.

Makas toplamda 7 cm kesim yaptığına göre, kesimden sonra oluşan altıgenin çevresi kaç cm'dir?

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

EŞKENAR ÜÇGEN

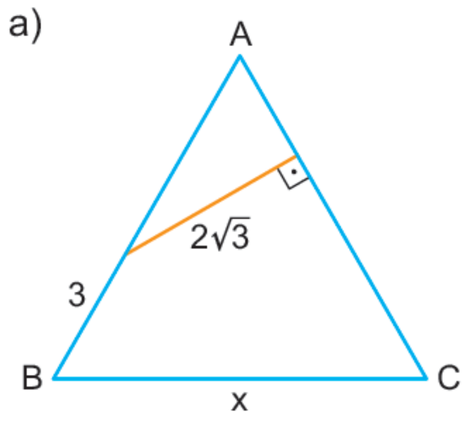
Kenar uzunlukları birbirine eşit olan üçgene eşkenar üçgen denir.



- İkizkenar üçgeninin tüm özellikleri sağlanır.

Öğrenme

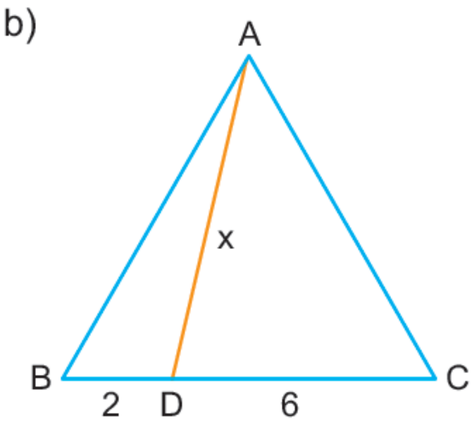
a)



ABC eşkenar, x = ?

a) 7

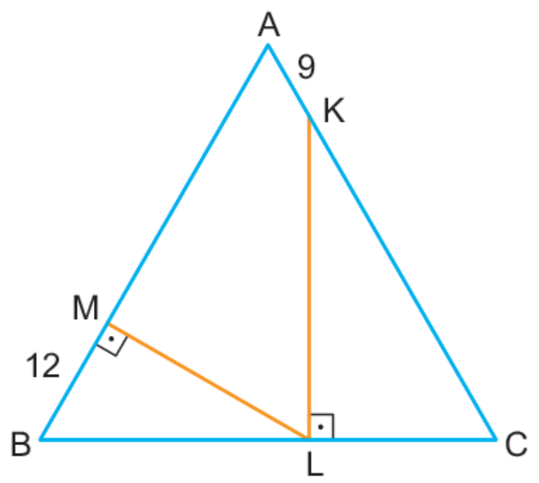
b)



ABC eşkenar, x = ?

b) $2\sqrt{13}$

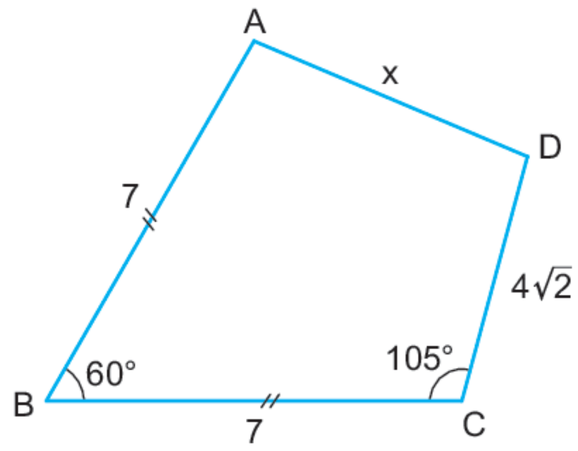
Örnek - 1



ABC eşkenar üçgen, [KL] ⊥ [BC], [LM] ⊥ [AB], |AK| = 9 br ve |BM| = 12 br'dir.

Buna göre, |BC| uzunluğu kaç birimdir?

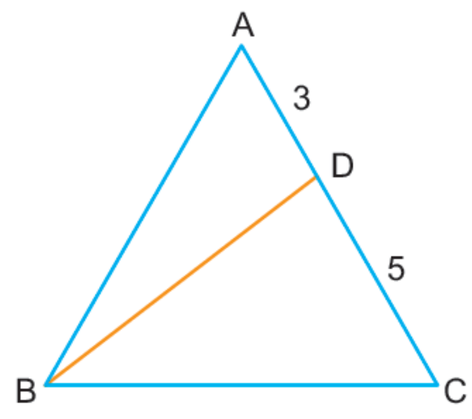
Örnek - 2



ABCD bir dörtgen, m(ABC) = 60°, m(BCD) = 105°, |AB| = |BC| = 7 birim ve |CD| = $4\sqrt{2}$ birimdir.

Buna göre, |AD| kaç birimdir?

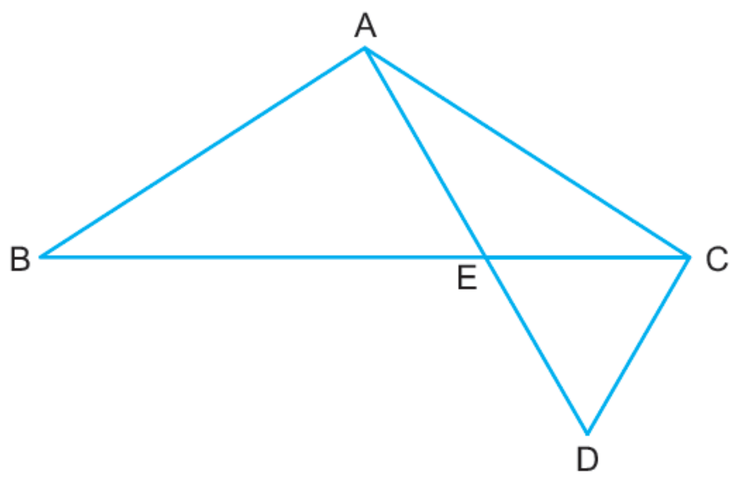
Örnek - 3



ABC eşkenar üçgen, |AD| = 3 br ve |CD| = 5 br'dir.

Buna göre, |BD| kaç birimdir?

Örnek - 4



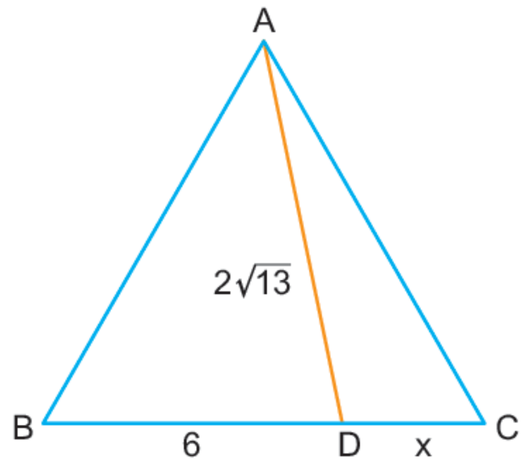
ABC ikizkenar üçgen, CDE eşkenar üçgen, |AB| = |AC| ve |EB| = 9 cm'dir.

Buna göre, |AD| uzunluğu kaç santimetredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

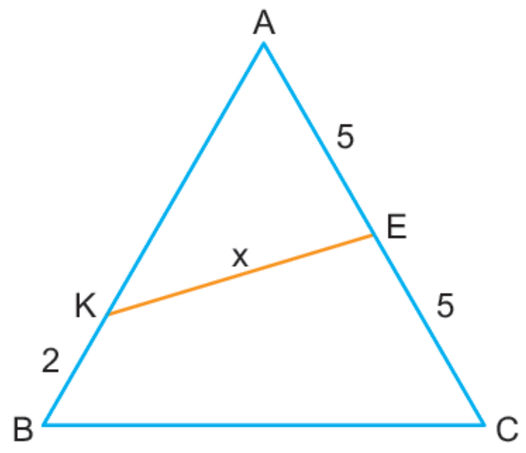
Örnek - 5



ABC eşkenar üçgen, D ∈ [BC], |AD| = $2\sqrt{13}$ br, |BD| = 6 br ve |CD| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

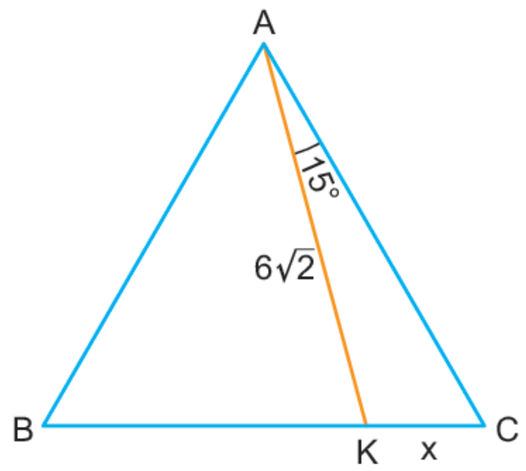
Örnek - 6



ABC eşkenar üçgen, |AE| = |EC| = 5 br, |KB| = 2 br ve |EK| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 7

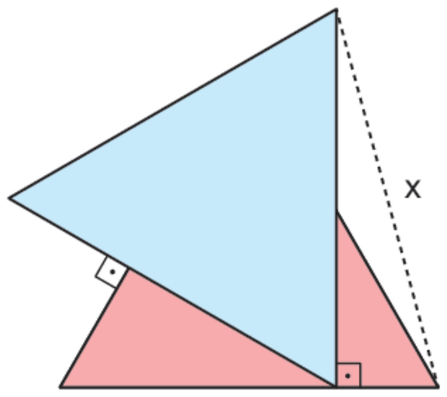


ABC eşkenar üçgen, m($\widehat{KAC}$) = 15°, |AK| = $6\sqrt{2}$ ve |KC| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 8

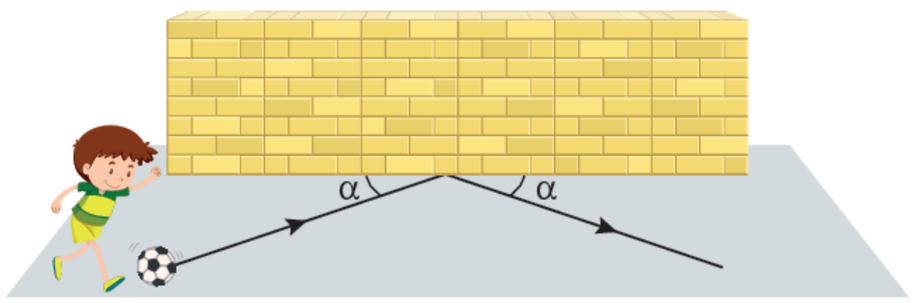
Aşağıdaki şekilde, çevre uzunluğu $\frac{39}{2}$ birim olan kırmızı eşkenar üçgen biçimindeki kartonun üzerine çevre uzunluğu $12\sqrt{3}$ birim olan mavi eşkenar üçgen biçimindeki karton konulmuştur.



Kartonların, birer köşesi diğer kartonun kenarı üzerinde ve birer kenarları da dik kesişmektedir.

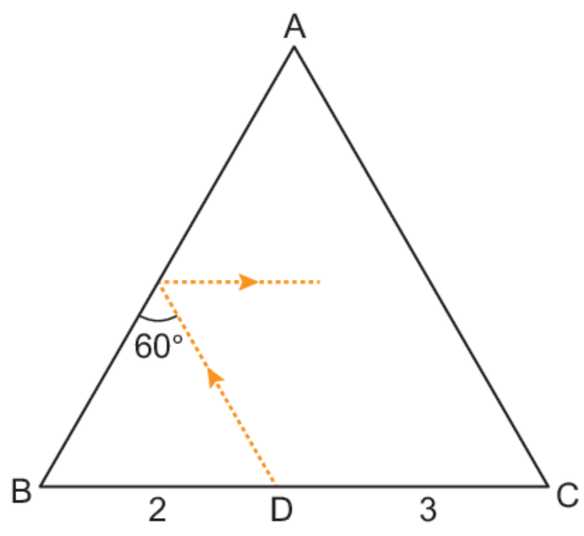
Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 9



Futbol topuna, top zeminde gidecek şekilde vurulduğunda şekildeki gibi top vurduğu açıyla yoluna devam eder.

Kenarları duvar olan eşkenar üçgen biçimindeki bir sahanın krokisi aşağıdaki gibidir.



|BD| = 2 m ve |CD| = 3 m'dir.

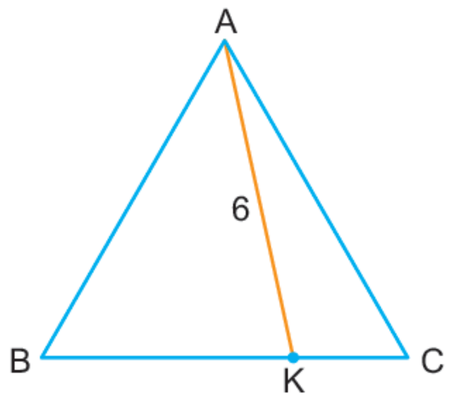
Buna göre, D noktasından topa vurulduğunda [AB] kenarına 60° lik açıyla çarptığına göre, top tekrar D noktasına geldiğinde kaç metre yol gider?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

5. 2 6. 7 7. $6-2\sqrt{3}$ 8. 7 9. 15

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - https://rantey.org

Örnek - 10

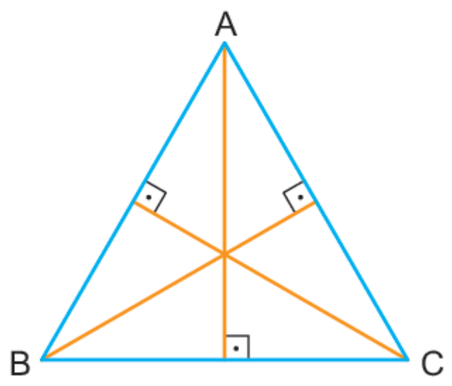


ABC bir eşkenar üçgen, K ∈ [BC] ve |AK| = 6 br'dir.

K noktasının [AB]'na göre simetriği M, [AC]'na göre simetriği N noktası olduğuna göre, |MN| kaç birimdir?

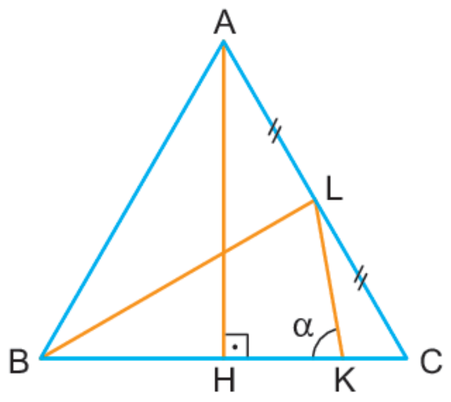
Not

Eşkenar üçgende yardımcı elemanlar birbirine eşit uzunluktadır.



$h_A = h_B = h_C = n_A = n_B = n_C = V_A = V_B = V_C$

Öğrenme



ABC eşkenar üçgen

|AL| = |LC|

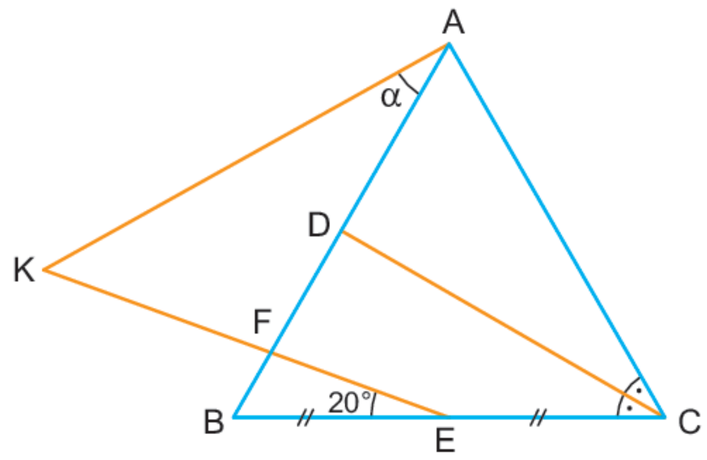
|AH| = |KB|

α = ?

75

Alanı | 2

Örnek - 11

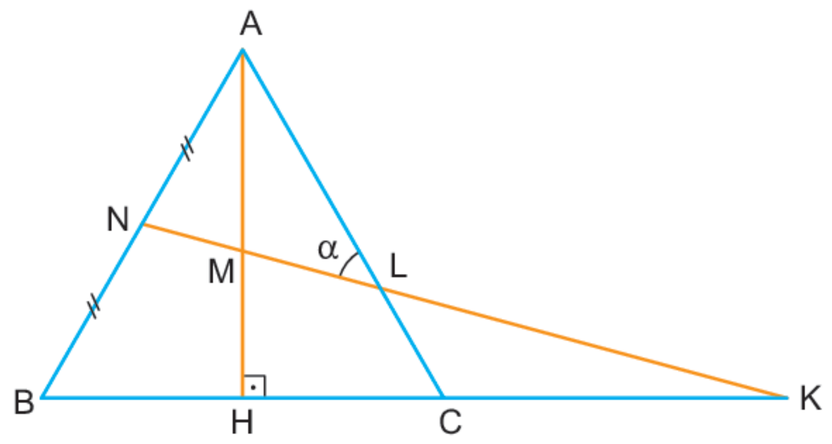


ABC eşkenar üçgen, [CD] : açıortay, [AB] ∩ [EK] = {F},

|CD| = |EK| ve m($\widehat{BEK}$) = 20° dir.

Buna göre, m($\widehat{BAK}$) = α kaç derecedir?

Örnek - 12



ABC eşkenar üçgen, [AH] ⊥ [BK], [KN] ∩ [AH] = {M},

|AH| = |CK|, |AN| = |NB| ve m($\widehat{ALN}$) = α 'dır.

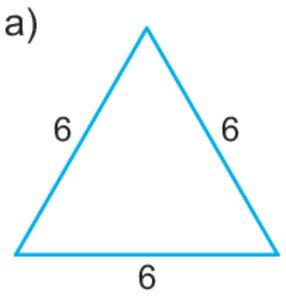
Buna göre, α kaç derecedir?

Not

Bir kenarı a birim olan eşkenar üçgenin alanı $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$'tür.

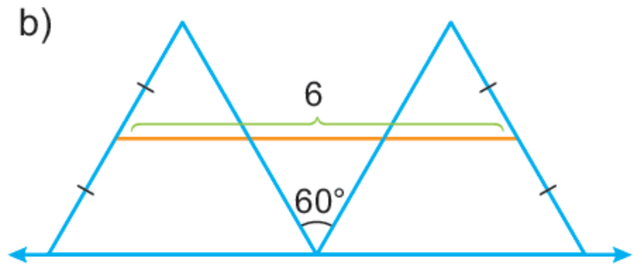
Öğrenme

a)



Alan = ?

b)



Eşkenar üçgenlerden birinin alanı kaçtır?

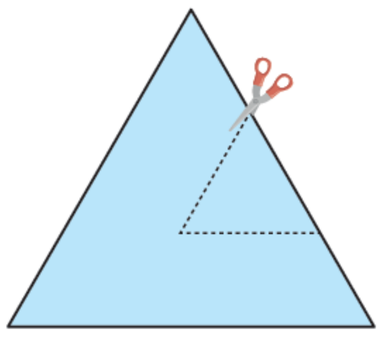
a) $9\sqrt{3}$ b) $4\sqrt{3}$

Alanı | 3

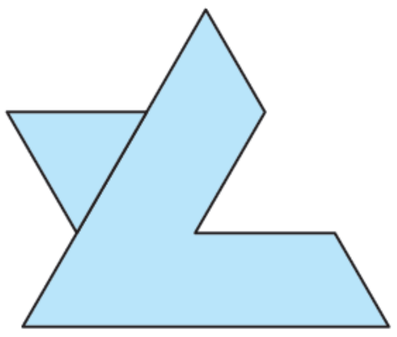
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 13

Alanı $16\sqrt{3}$ birimkare olan bir kartondan bir eşkenar üçgen kesilip Şekil 2'deki gibi bir kenarına yapıştırılıyor.



Şekil 1



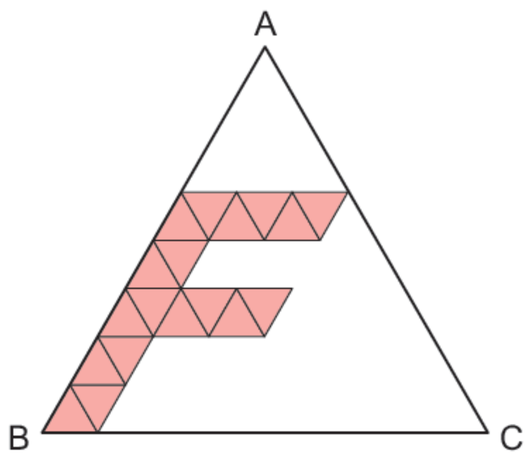
Şekil 2

Oluşan yeni şeklin çevresi 28 birimdir.

Buna göre, küçük eşkenar üçgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 14

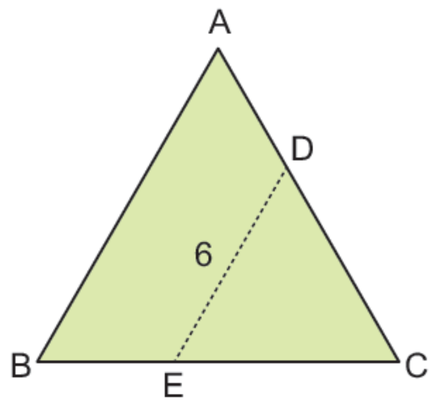
Kerem, bir boyama kitabında ABC eşkenar üçgeninin içindeki özdeş eşkenar üçgenleri şekildeki gibi boyayarak F harfini resmetmiştir.

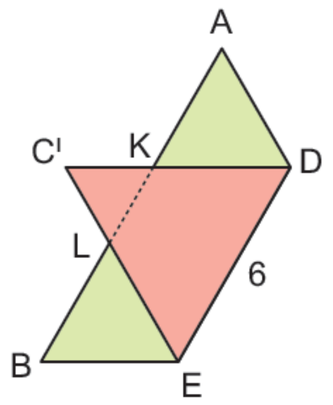


ABC eşkenar üçgeninin alanı 192 birimkare olduğuna göre, boyalı alan kaç birimkaredir?

Örnek - 15

Şekil 1'deki ABC eşkenar üçgeni biçimindeki bir karton [DE] boyunca katlandığında Şekil 2 elde ediliyor.





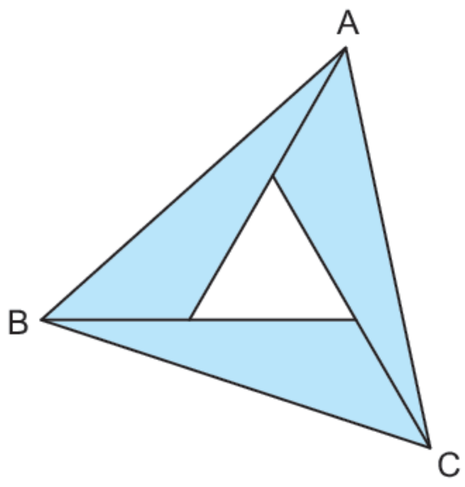
Şekil 2'deki kırmızı bölgenin alanı ile yeşil bölgelerin alanları toplamı eşittir.

[DE] // [AB] ve | DE | = 6 br'dir.

Buna göre, Şekil 1'deki kartonun çevresi kaç birimdir?

Örnek - 16

Üçgen biçimindeki üç eş kartonun birer kenarları yapıştırılarak bir ABC üçgeni oluşturuluyor.



Eş kartonlardan birinin alanı $10\sqrt{3}$ br^2 ve ABC üçgeninin içinde oluşan beyaz bölgenin alanı $9\sqrt{3}$ br^2 'dir.

Buna göre, eş kartonlardan birinin en kısa kenarı kaç birimdir?

Örnek - 17

ABC eşkenar üçgeninde

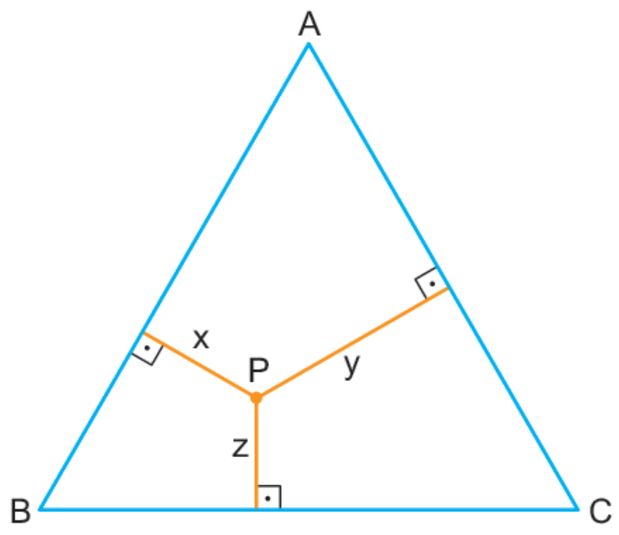
- A'nın B'ye göre yansıması A^I
- B'nin C'ye göre yansıması B^I
- C'nin A'ya göre yansıması C^I dır.

Buna göre, $A^IB^IC^I$ üçgeninin alanı ABC üçgeninin alınana oranı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

13. $\sqrt{3}$ 14. 54 15. $9\sqrt{2} + 18$ 16. 4 17. 7

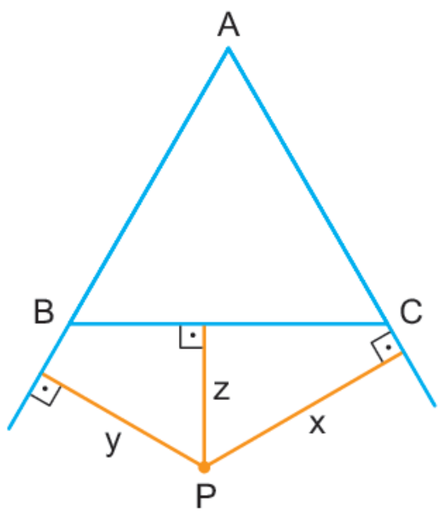
Eşkenar Üçgenin Özellikleri



ABC eşkenar üçgen olduğunda ve üçgenin içindeki bir noktadan kenarlara dikmeler çizildiğinde,

$x + y + z = h_A = h_B = h_C$ olur.

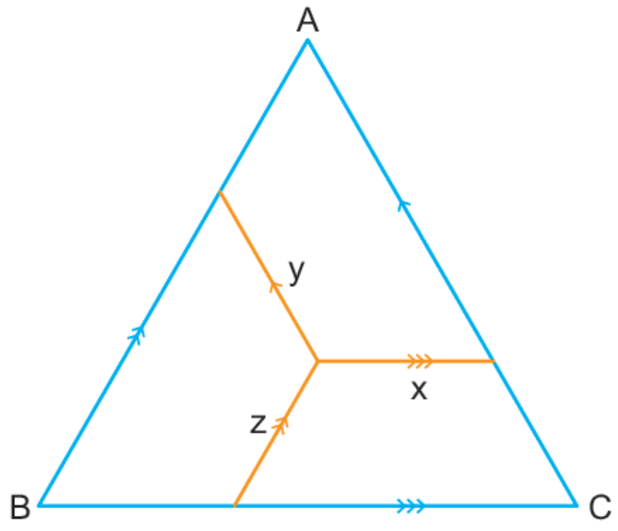
2.



ABC eşkenar üçgen olduğunda ve üçgenin dışındaki bir noktadan kenarlara dikmeler çizildiğinde,

$x + y - z = h_A = h_B = h_C$ olur.

3.

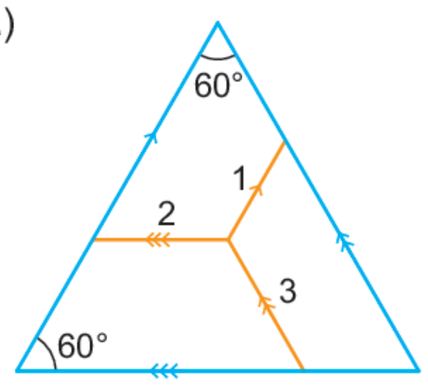


ABC eşkenar üçgen olduğunda ve üçgenin içindeki bir noktadan kenarlara paraleller çizildiğinde,

$x + y + z = |AB| = |AC| = |BC|$ olur.

Öğrenme

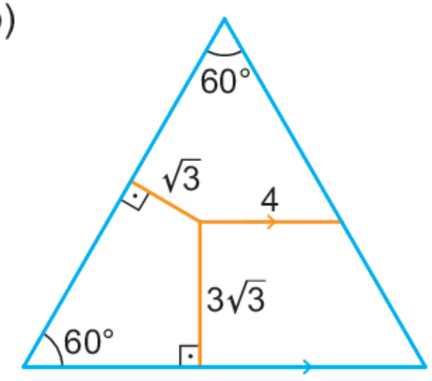
a)



Alan = ?

a) $9\sqrt{3}$

b)

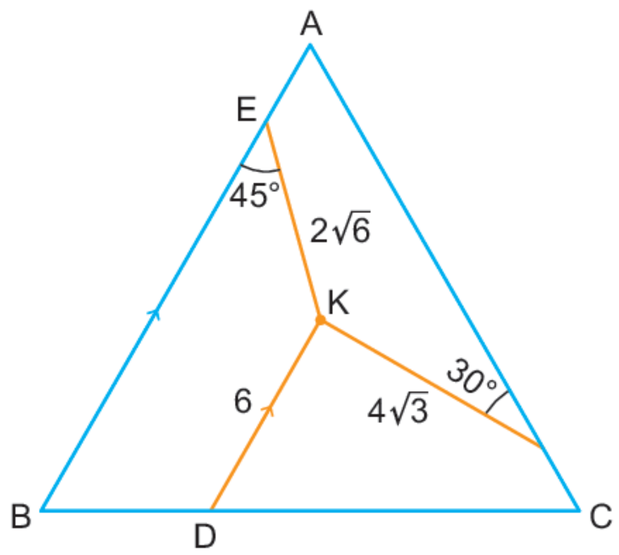


Çevre = ?

b) 36

Alanı | 4

Örnek - 18

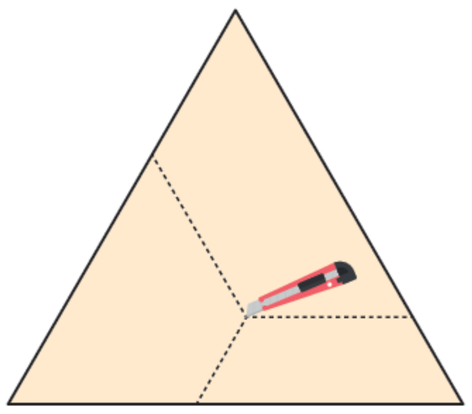


ABC eşkenar üçgen, [AB] // [KD], $m(\widehat{AFK}) = 30°$, $m(\widehat{BAK}) = 45°$, $|KD| = 6$ cm, $|EK| = 2\sqrt{6}$ cm ve $|CK| = 4\sqrt{3}$ cm'dir.

Buna göre, eşkenar üçgenin çevresi kaç santimetredir?

Örnek - 19

Kenar uzunluğu 6 cm olan eşkenar üçgen şeklindeki bir karton içindeki bir noktadan kenarlara paralel olacak biçimde kesiliyor.



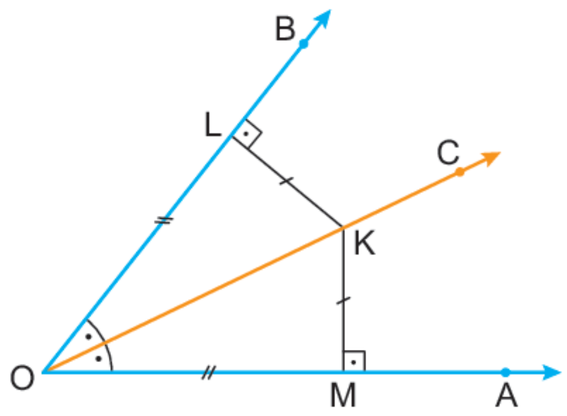
Kesim sonrasında üç parça elde ediliyor.

Buna göre, elde edilen parçaların çevreleri toplamı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

AÇIORTAY

Bir açıyı iki eşit açı şeklinde bölen ışına açının açıortayı denir.



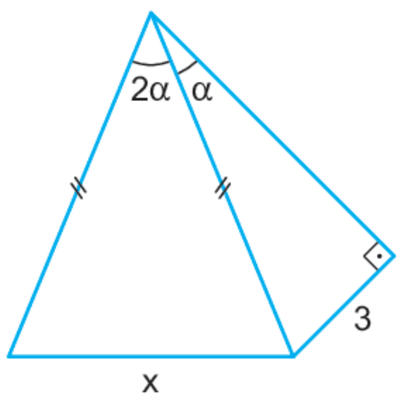
[OC: $\widehat{AOB}$'nin açıortayı

|KL| = |KM|

|OL| = |OM|'dir.

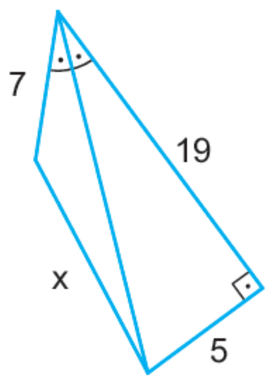
Öğrenme

a)



x = ?

b)



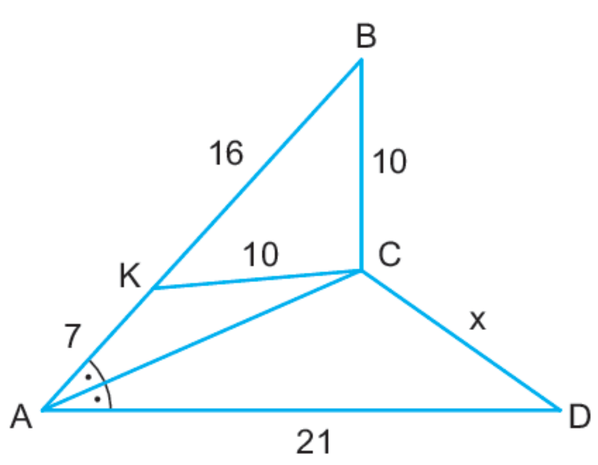
x = ?

a) 6

b) 13

Alanı | 1

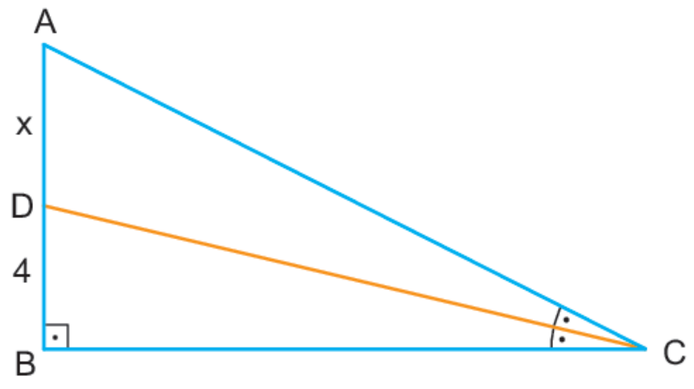
Örnek - 1



ABC ve ACD birer üçgen, [AC]: açıortay, |KB| = 16 br, |AK| = 7 br, |BC| = 10 br, |CK| = 10 br, |AD| = 21 br ve |CD| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 2



ABC bir dik üçgen

[CD]: açıortay

m($\widehat{ABC}$) = 90°

|AC| = |BC| + 8

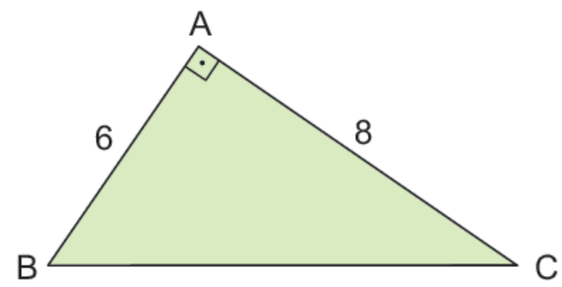
|BD| = 4 br

|AD| = x

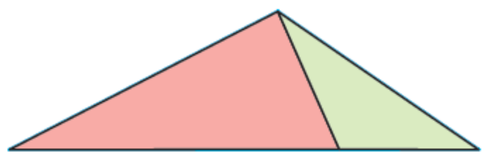
olduğuna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 3

Bir yüzü yeşil öbür yüzü kırmızı olan dik üçgen şeklindeki karton, dik kenarları hipotenüs üzerine gelecek biçimde şekil 2 ve 3'teki gibi katlanıp tekrar eski hâline getiriliyor.



Şekil 1



Şekil 2

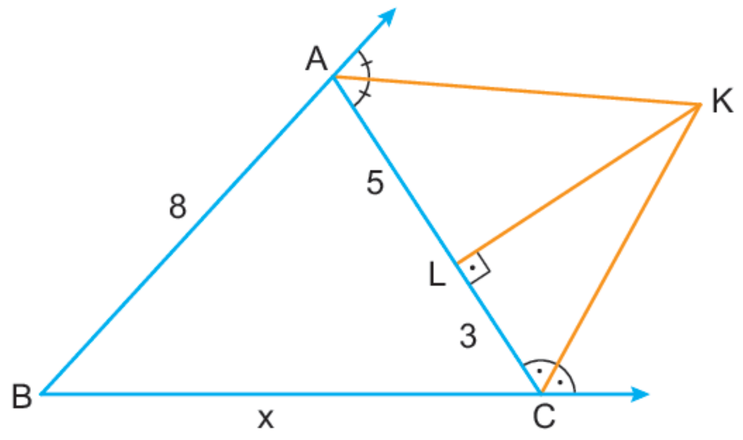


Şekil 3

|AB| = 6 br ve |AC| = 8 br'dir.

Buna göre, katlama çizgilerinin kesim noktasının hipotenüse uzaklığı kaç birimdir?

Örnek - 4

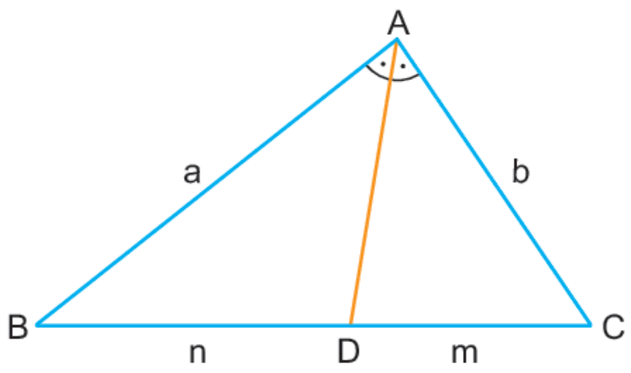


ABC bir üçgen, [AK] ve [CK] dış açıortay, |AB| = 8 br, |AL| = 5 br ve |LC| = 3 br'dir.

Buna göre, |BC| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

İç Açıortay Teoremi



$$\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$$

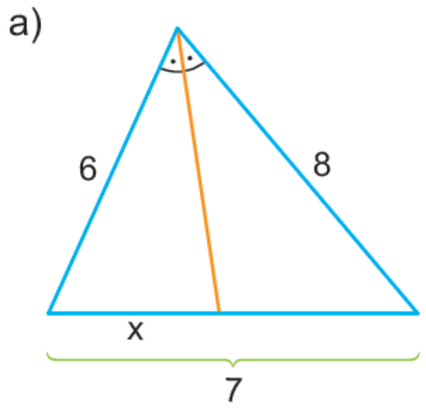
ya da

$$\frac{a}{n} = \frac{b}{m}$$

dir.

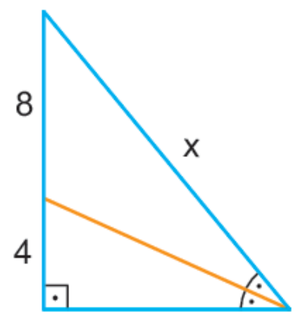
Öğrenme

a)



x = ?

b)



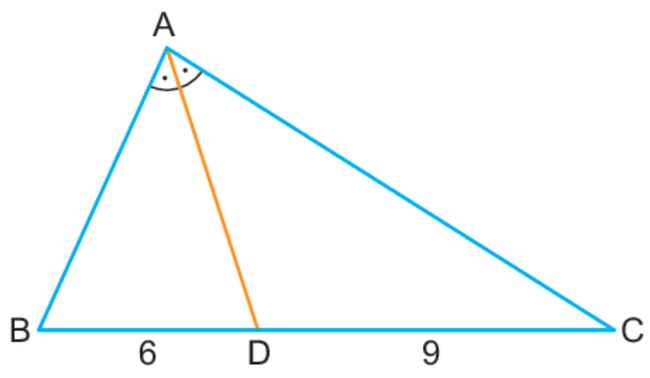
x = ?

a) 3

b) $8\sqrt{3}$

Alanı | 2

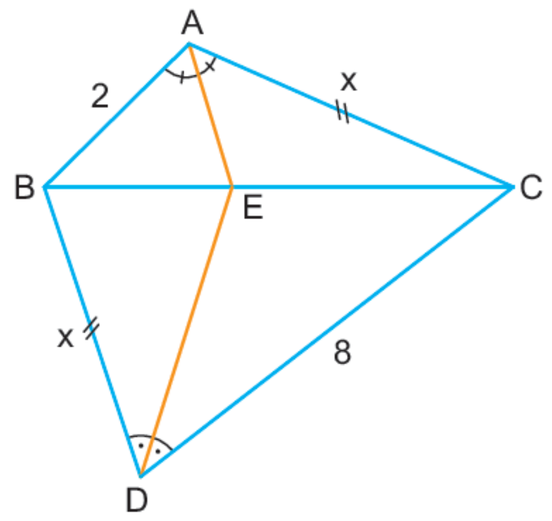
Örnek - 5



ABC üçgeninde [AD] iç açıortay, |BD| = 6 cm, |CD| = 9 cm ve Çevre($\widehat{ABC}$) = 40 cm'dir.

Buna göre, |AC| kaç cm'dir?

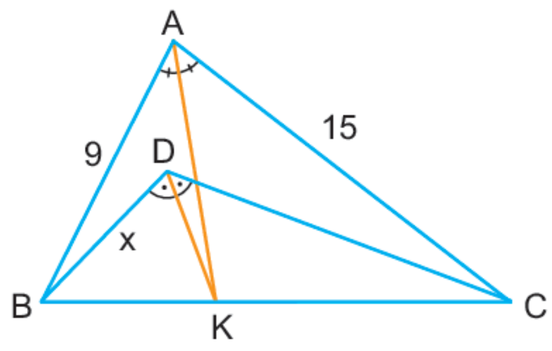
Örnek - 6



ABC ve BDC birer üçgen, [AE] ile [DE] açıortay, |AB| = 2 br, |CD| = 8 br ve |AC| = |BD| = x'dir.

Buna göre, x kaçtır?

Örnek - 7

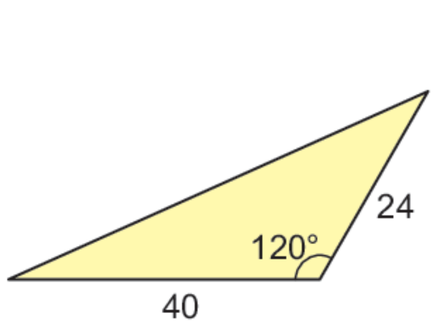


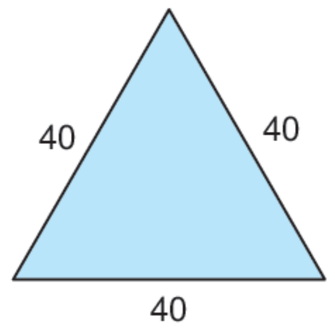
ABC ve DBC birer üçgen, [AK] ve [DK] açıortay doğruları, |AB| = 9 br, |AC| = 15 br, |CD| = 16 br ve |BD| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 8

Aşağıda kenar uzunlukları 24 cm'ye 40 cm, bir açısı 120° olan üçgen biçimindeki bir karton ve kenar uzunlukları 40 cm olan üçgen biçimindeki karton verilmiştir.





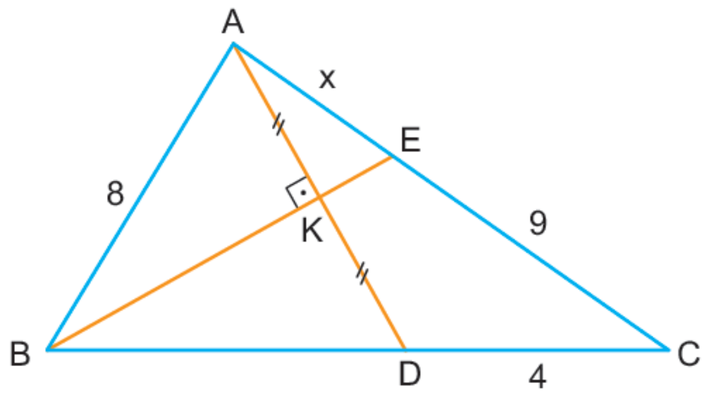
Bu kartonlar, eşit kenarları çakışacak biçimde ve mavi karton üstte olacak biçimde üst üste konuluyor.

Buna göre, sarı üçgenin en uzun kenarının mavi üçgenin atında kalan kısmının uzunluğu kaç cm'dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

5. 15 6. 4 7. $\frac{48}{5}$ 8. 35

Örnek - 9

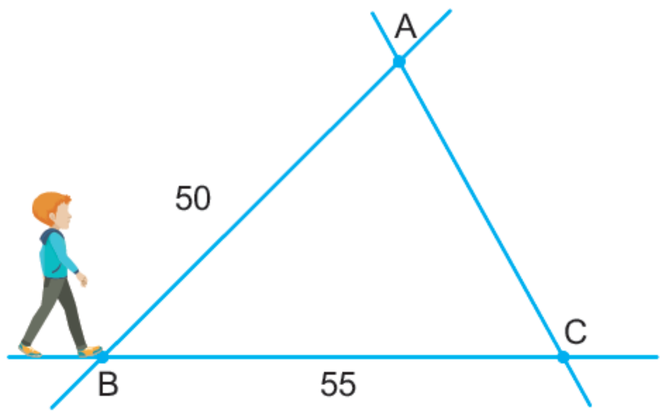


ABC bir üçgen, $[AD] \cap [BE] = \{K\}$, $[BE] \perp [AD]$, $|AB| = 8$ br, $|CE| = 9$ br, $|CD| = 4$ br ve $|AE| = x$'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 10

Şekilde, kesişen 3 yolun krokisi verilmiştir. Bu yollar ABC biçiminde bir üçgensel bölge oluşturmuştur.



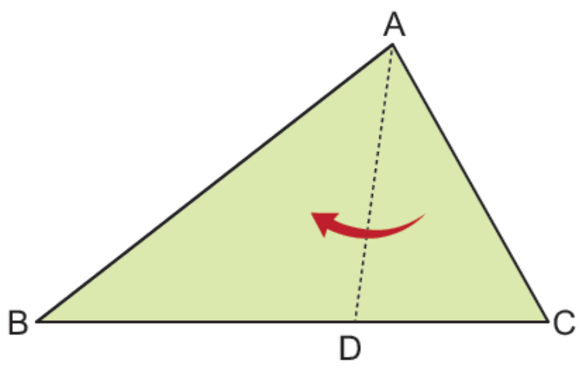
$|AB| = 50$ m ve $|BC| = 55$ m'dir.

B'den C'ye yol üzerinden hareket eden bir kişi 25 m gittiğinde AB ve AC yollarına eşit uzaklıkta olduğunu farkediyor.

Buna göre, |AC| kaç metredir?

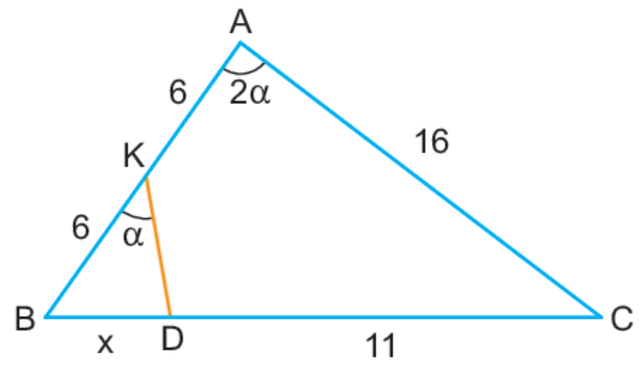
Örnek - 11

ABC üçgeni biçimindeki bir karton [AD] boyunca katlandığında C noktası [AB]'nin orta noktasına geliyor.



|BC| = 12 birim olduğuna göre, |BD| uzunluğu kaç birimdir?

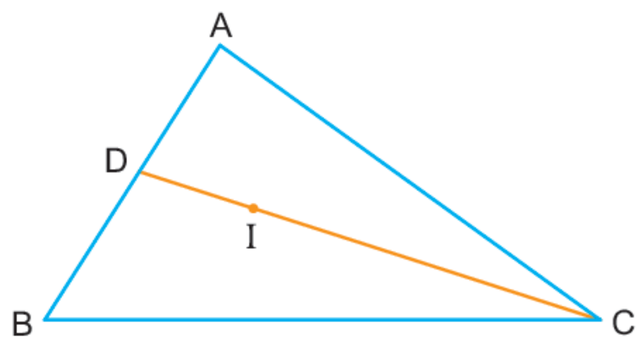
Örnek - 12



ABC bir üçgen, $K \in [AB]$, $D \in [BC]$, $2 \cdot m(\widehat{BKD}) = m(\widehat{BAC})$, $|AK| = |KB| = 6$ br, $|AC| = 16$ br ve $|CD| = 11$ br'dir.

Buna göre, |BD| = x kaç birimdir?

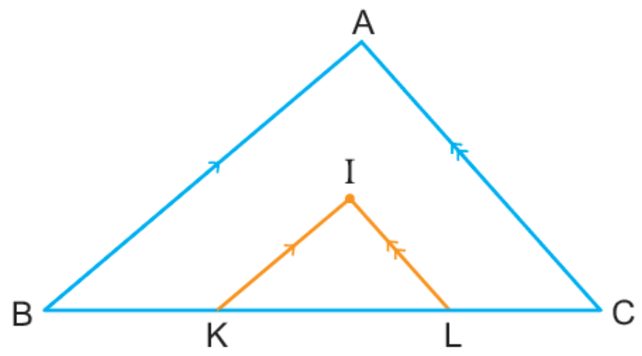
Örnek - 13



ABC bir üçgen, I: $\widehat{ABC}$'nin iç teğet çemberinin merkezi, $I \in [CD]$, $|AB| = 8$ br ve $\frac{|ID|}{|IC|} = \frac{2}{3}$'dir.

Buna göre, ABC üçgeninin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 14

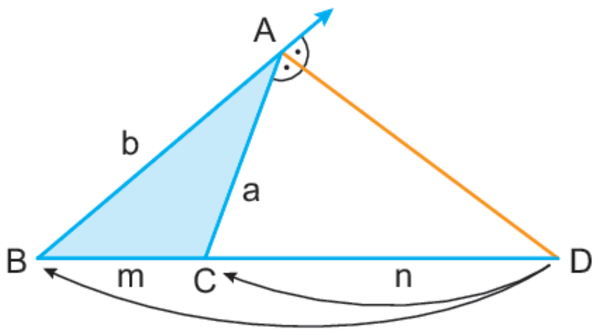


ABC bir üçgen, $K, L \in [BC]$, I: $\widehat{ABC}$'nin iç teğet çemberinin merkezi, $|BC| = 12$ br, $[AB] \,//\, [IK]$ ve $[AC] \,//\, [IL]$'dir.

Buna göre, IKL üçgeninin çevresi kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

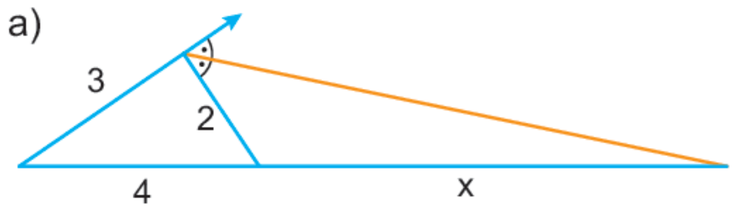
Dış Açıortay Teoremi



$$\frac{n}{n+m} = \frac{a}{b}$$ dir.

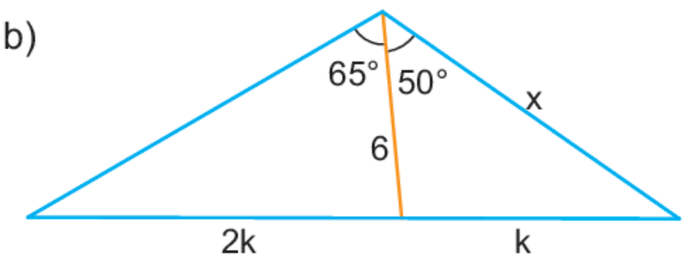
Öğrenme

a)



x = ?

b)

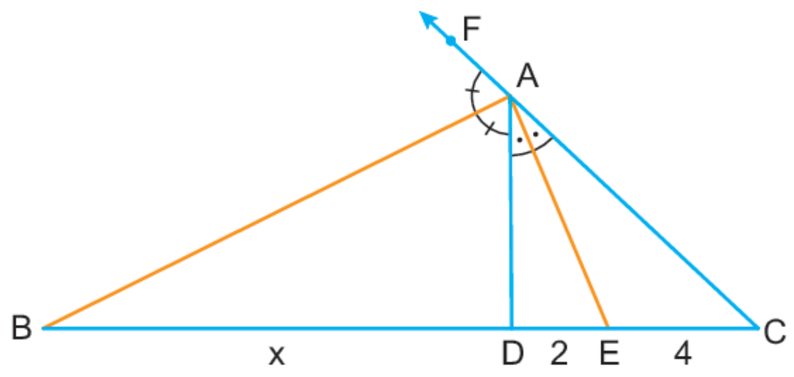


x = ?

a) 8 b) 9

Alanı | 3

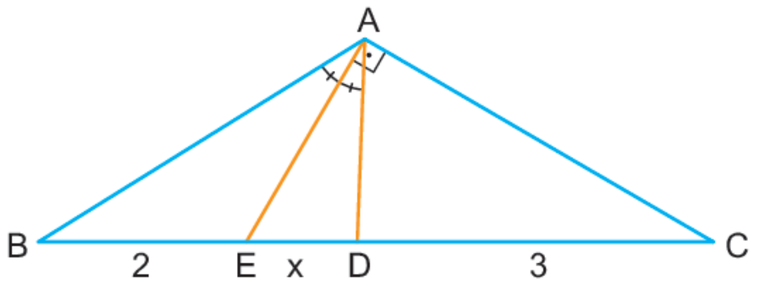
Örnek - 15



ACD üçgeninde [AE] iç açıortay, [AB] dış açıortay, |CE| = 4 br ve |DE| = 2 br'dir.

Buna göre, |BD| = x kaç birimdir?

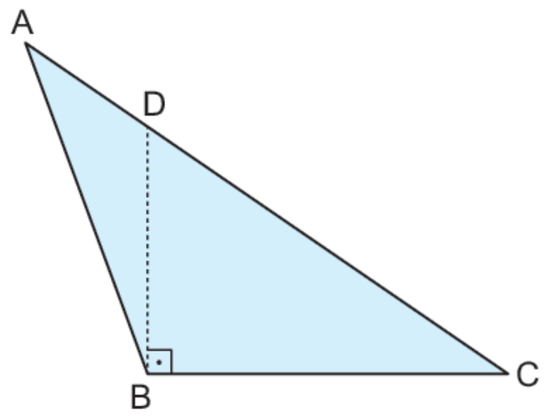
Örnek - 16



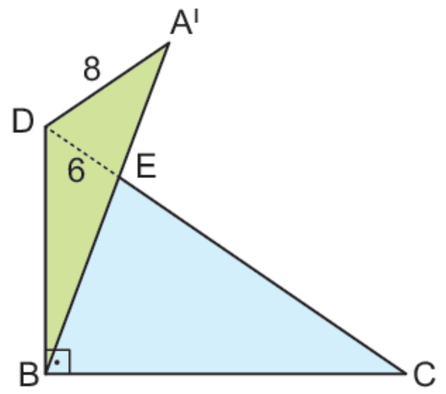
ABC bir üçgen, E, D ∈ [BC], $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAD})$, $m(\widehat{EAC}) = 90°$, |EB| = 2 br ve |CD| = 3 br'dir.

Buna göre, |DE| = x kaç birimdir?

Örnek - 17



Şekil 1



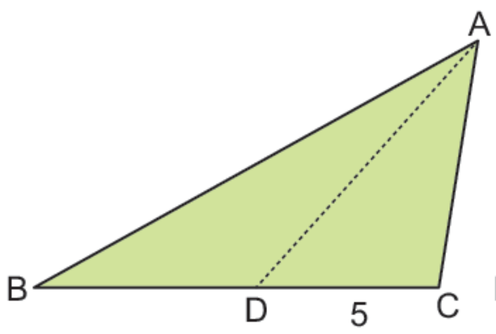
Şekil 2

ABC üçgen şeklindeki kartonda [DB] ⊥ [BC]'dir. Bu karton [DB] boyunca katlandığında Şekil 2'deki gibi |A'D| = 8 br ve |DE| = 6 br oluyor.

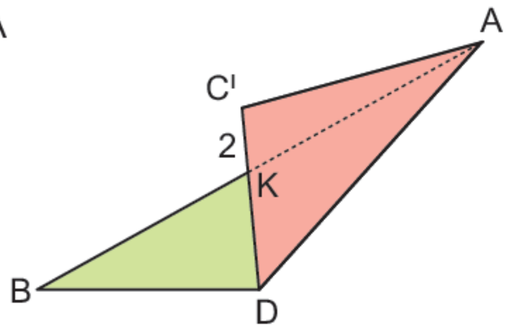
Buna göre, |CE| kaç birimdir?

Örnek - 18

ABC üçgeni şeklindeki bir karton [AD] boyunca katlandığında [AB]'nin yarısı katlanılan bölgenin altında kalıyor.



Şekil 1

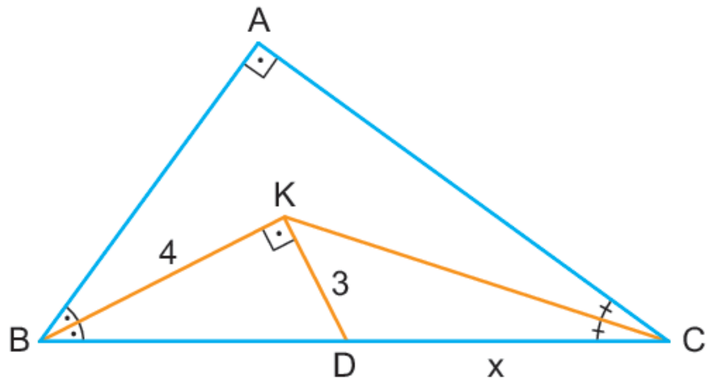


Şekil 2

|CD| = 5 br ve |C'K| = 2 br'dir.

Buna göre, |BD| uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 19



ABC bir üçgen, [KB] ile [CK] açıortay, D ∈ [BC], $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BKD}) = 90°$, |KB| = 4 br ve |KD| = 3 br dir.

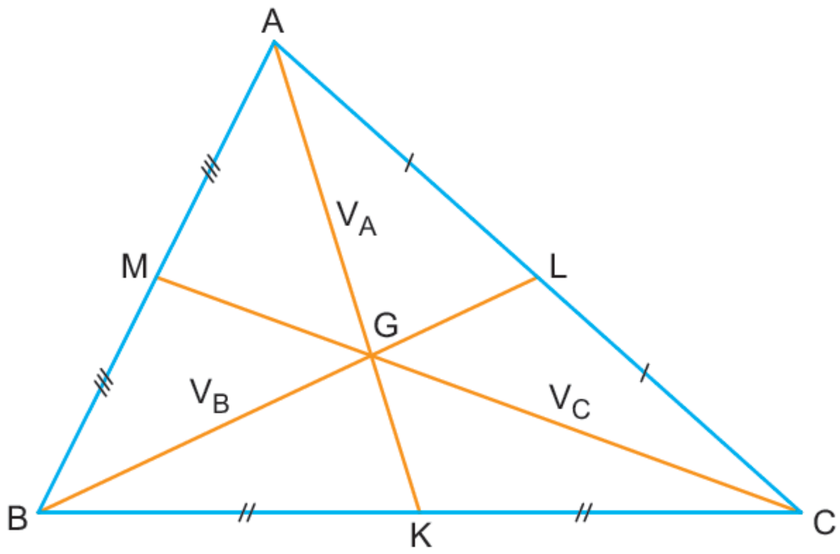
Buna göre, |CD| = x kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

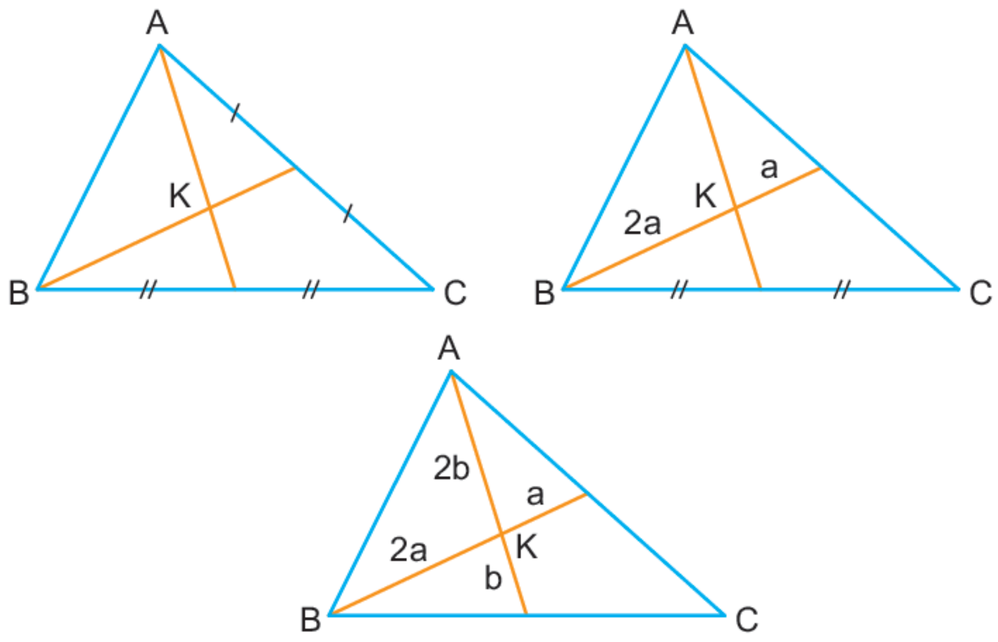
15. 6 16. 1 17. 42 18. 6 19. 15

KENARORTAY

Üçgende kenarortaylar tek bir noktada kesişir. Bu noktayada ağırlık merkezi denir.



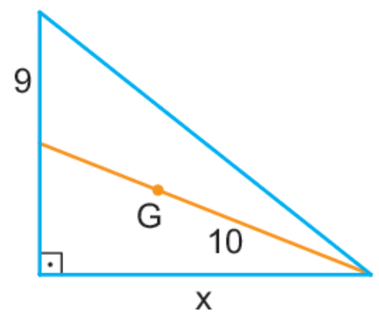
- V_A: A köşesinden çizilen kenarortay
- V_B: B köşesinden çizilen kenarortay
- V_C: C köşesinden çizilen kenarortay
- G: Ağırlık merkezi
- $|AG| = 2 \cdot |GK|$, $|BG| = 2 \cdot |GL|$, $|GC| = 2 \cdot |GM|$



Yukarıdaki üçgenlerde K noktası üçgenin ağırlık merkezidir. (İki şart sağlanırsa ağırlık merkezi olur.)

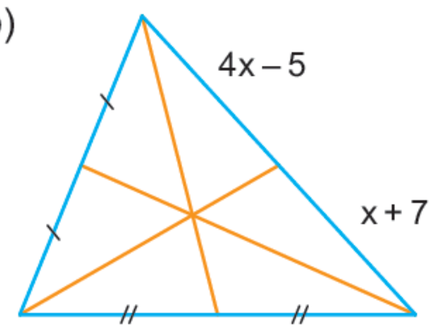
Öğrenme

a)



G ağırlık merkezi
x = ?

b)

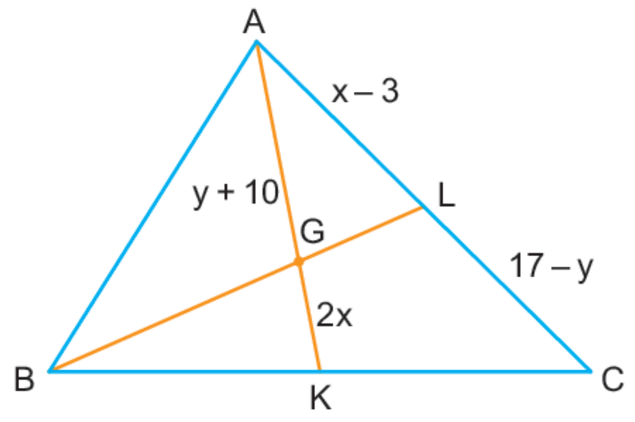


x = ?

a) 12 b) 4

Alanı | 1

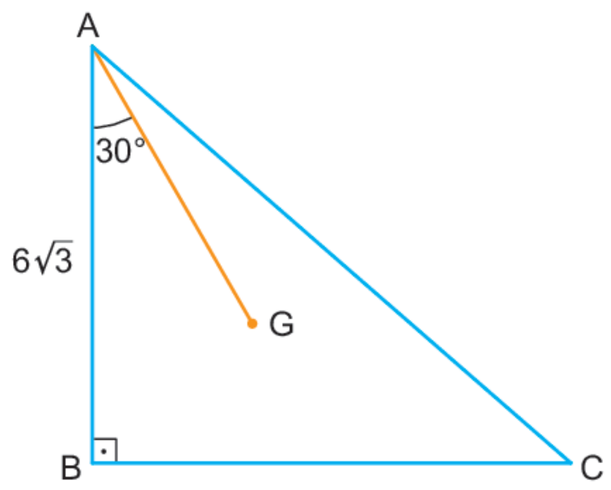
Örnek - 1



ABC bir üçgen, G: $\widehat{ABC}$'nin ağırlık merkezi, |AL| = x – 3 br, |LC| = 17 – y br, |AG| = y + 10 br ve |GK| = 2x br'dir.

Buna göre, |AK| kaç birimdir?

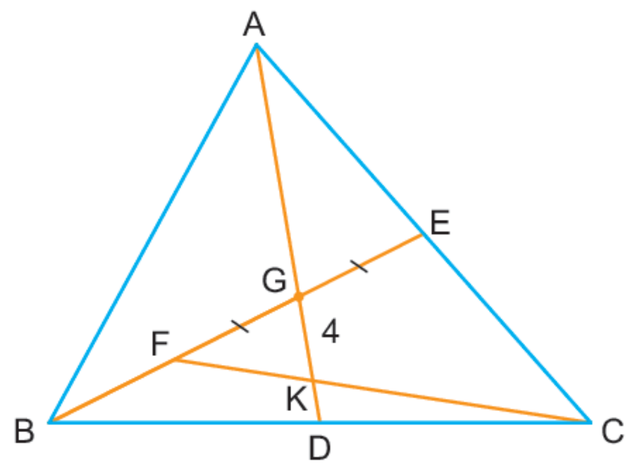
Örnek - 2



ABC bir üçgen, G: $\widehat{ABC}$'nin ağırlık merkezi, $m(\widehat{BAG}) = 30°$, ve $|AB| = 6\sqrt{3}$ br'dir.

Buna göre, |BC| + |AG| toplamı kaçtır?

Örnek - 3

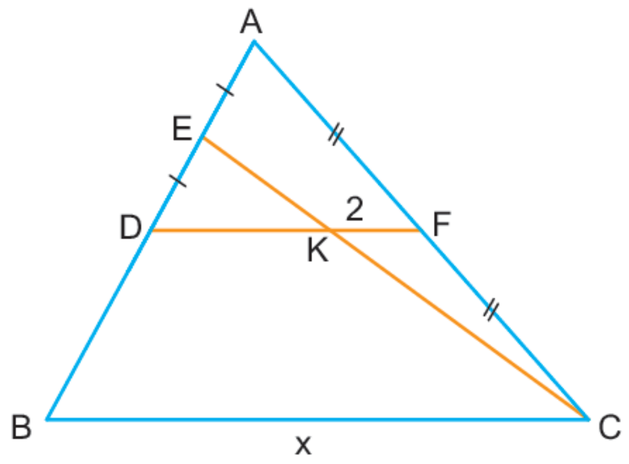


G: ABC üçgeninin ağırlık merkezi, [BE] ∩ [AD] = {G}, [CF] ∩ [AD] = {K}, |GF| = |GE| ve |GK| = 4 br'dir.

Buna göre, |AG| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 4

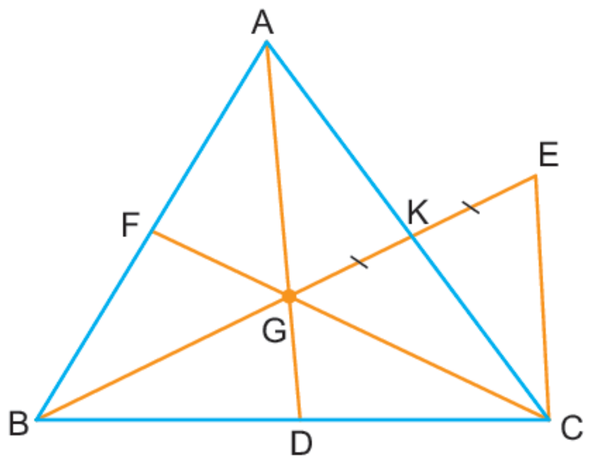


ABC bir üçgen, [EC] ∩ [DF] = {K}, |AF| = |FC|, |KF| = 2 br

|BD| = 2 · |ED| = 2 · |EA| ve |BC| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 5

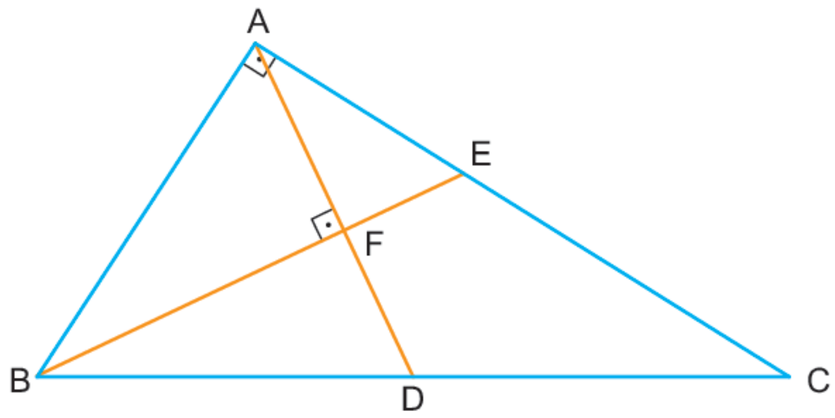


G: ABC üçgeninin ağırlık merkezi, [AD] ∩ [BE] ∩ [CF] = {G},

|EK| = |GK| ve |AD| + |CF| + |BK| = 18 br'dir.

Buna göre, GCE üçgeninin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 6

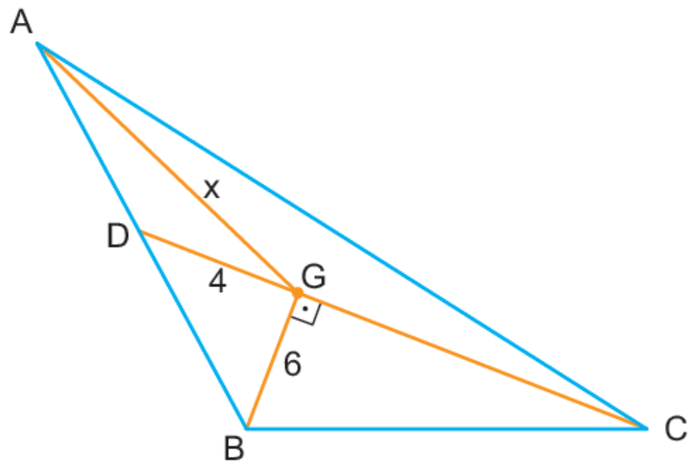


[AD] ile [BE] ABC üçgeninin kenarortay doğruları ve

|BC| = 12 br'dir.

Buna göre, |EF| kaç birimdir?

Örnek - 7

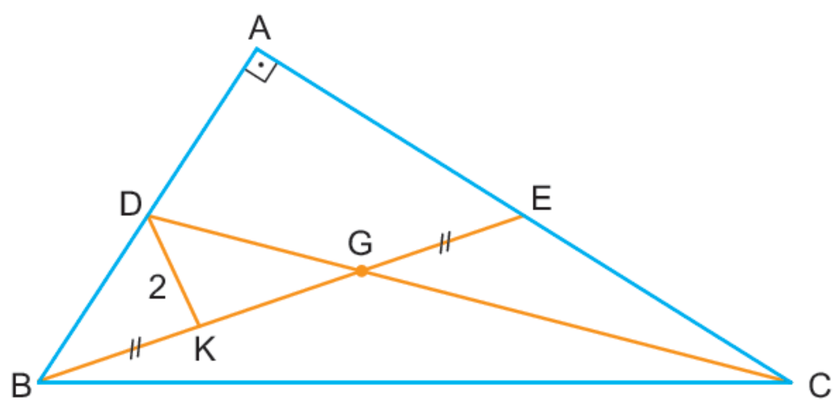


G: ABC üçgeninin ağırlık merkezi, [CD] ⊥ [BG], |BG| = 6 br

ve |DG| = 4 br'dir.

Buna göre, |AG| kaç birimdir?

Örnek - 8

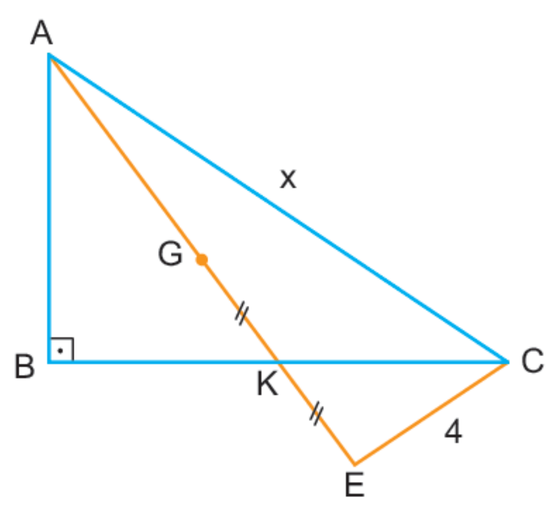


[CD] ile [BE] doğru parçaları ABC üçgeninin kenarortaylarıdır.

|DK| = 2 br ve |KB| = |EG|'dir.

Buna göre, |BC| kaç birimdir?

Örnek - 9



ABC ve AEC bir üçgen, G: ABC üçgeninin ağırlık merkezi,

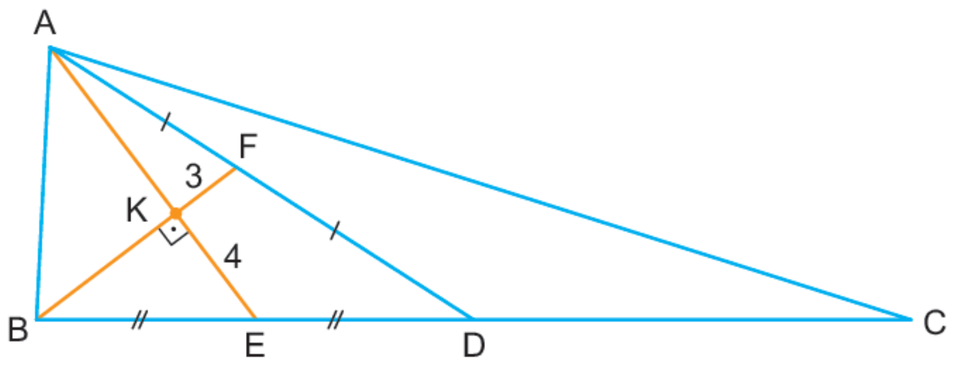
[AB] ⊥ [BC], |GK| = |EK|, |EC| = 4 br ve |AC| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

4. 12 5. 12 6. $2\sqrt{2}$ 7. 10 8.12 9. 12

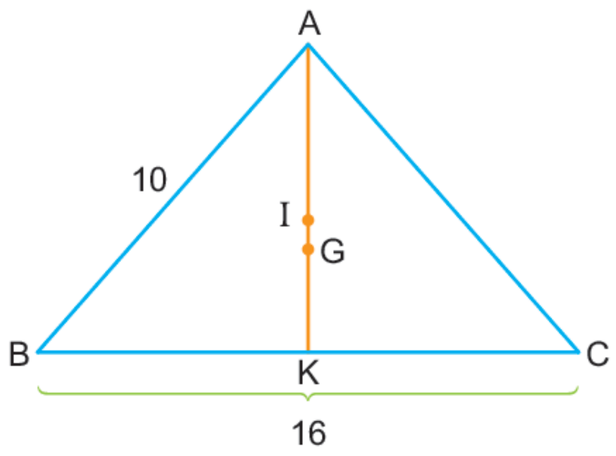
Örnek - 10



ABC bir üçgen, $[AE] \cap [BF] = \{K\}$, $|CD| = 2|EB| = 2|ED|$, $|AF| = |FD|$, $|FK| = 3$ br ve $|EK| = 4$ br'dir.

Buna göre, $|AC|$ kaç birimdir?

Örnek - 11



G: $\widehat{ABC}$'nin ağırlık merkezi, I : $\widehat{ABC}$'nin içteğet çemberinin merkezi, $\{I, G\} \in [AK]$, $|AB| = 10$ br ve $|BC| = 16$ br'dir.

Buna göre, $|IG|$ kaç birimdir?

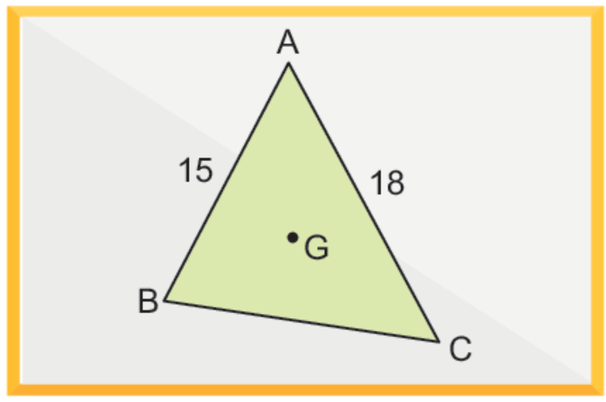
Örnek - 12

Bir ABC üçgeninin ağırlık merkezi G noktasıdır ve $|AC| = 10$ birimdir. [GA] ve [GB] çizildiğinde bu doğru parçaları dik kesişiyor.

$|BE| = |EG|$ olacak biçimde $E \in [BG]$ noktası seçilirse $|AE|$ kaç birim olur?

Örnek - 13

Bir panoya üçgen biçimindeki karton ağırlık merkezinden çakılan bir çivi ile sabitlenmiştir.

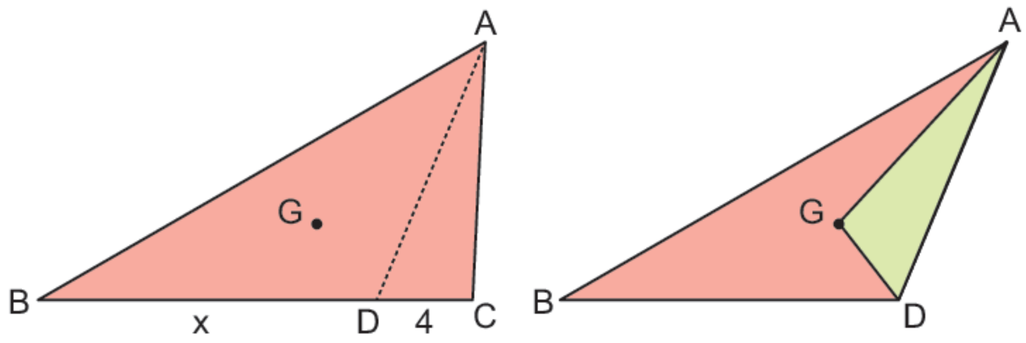


Karton, pano üzerinde döndürülürse A köşesi C köşesinin olduğu noktadan geçmektedir.

$|AB| = 15$ cm ve $|BC| = 18$ cm'dir.

Buna göre, B köşesinin çiviye uzaklığı kaç santimetredir?

Örnek - 14

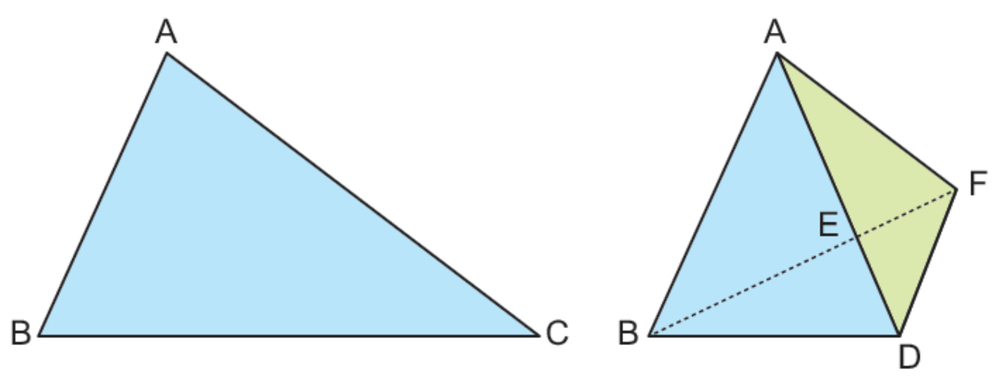


ABC üçgeni şeklindeki bir karton [AD] boyunca katlandığında Şekil 2'deki görüntü oluşuyor.

G noktası ABC kartonunun ağırlık merkezi ve $|CD| = 4$ br olduğuna göre, $|BD| = x$ kaç birimdir?

Örnek - 15

Üçgen biçimindeki ABC kartonu Şekil 2'deki gibi C köşesi A köşesine gelecek biçimde katlanıp [BF] çiziliyor.



Şekil 1 Şekil 2

$[BF] \cap [AD] = \{E\}$ ve $\frac{|DE|}{|AE|} = \frac{1}{2}$'dir.

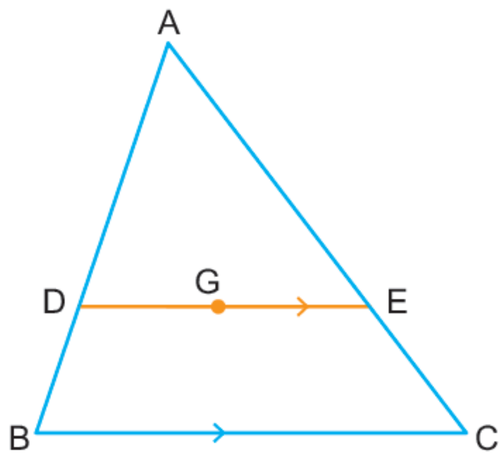
Buna göre, Şekil 2'deki DE uzunluğunun Şekil 1'deki BC uzunluğuna oranı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

10. 30 11. $\frac{2}{3}$ 12. 5 13. 8 14. 16 15. $\frac{1}{6}$

Özellikler

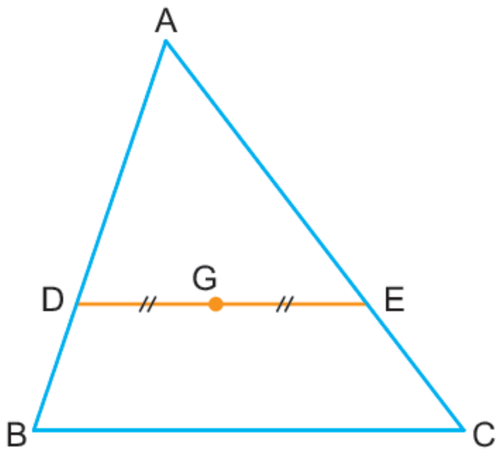
1.



G: ABC üçgeninin ağırlık merkezi ve [DE] // [BC] olduğunda

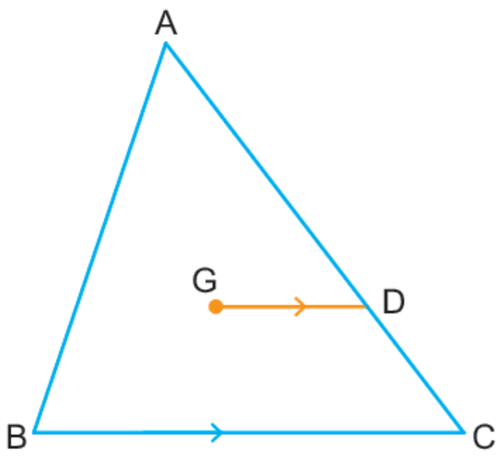
$\frac{|AE|}{|EC|} = \frac{|AD|}{|DB|} = 2$ olur.

2.



G: ABC üçgeninin ağırlık merkezi ve [DE] // [BC] olduğunda |GD| = |GE| olur.

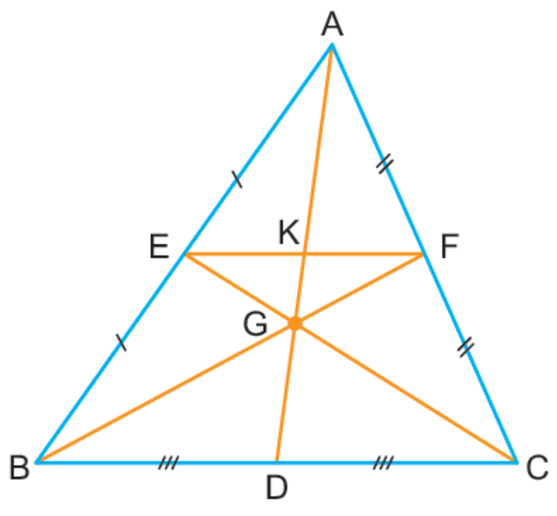
3.



G: ABC üçgeninin ağırlık merkezi ve [GD] // [BC] olduğunda

$\frac{|GD|}{|BC|} = \frac{1}{3}$ olur.

4. 3 - 1 - 2 kuralı



G: ABC üçgeninin ağırlık merkezi ve [EF] orta taban olduğunda

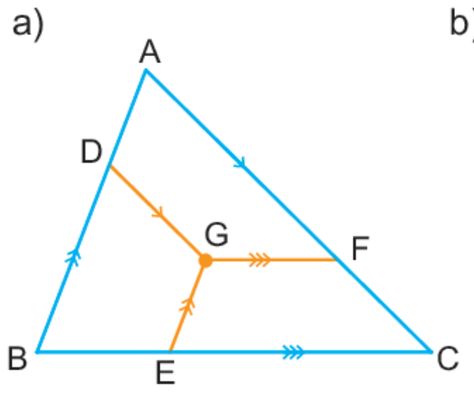
|AK| = 3k

|GK| = k

|GD| = 2k olur.

Öğrenme

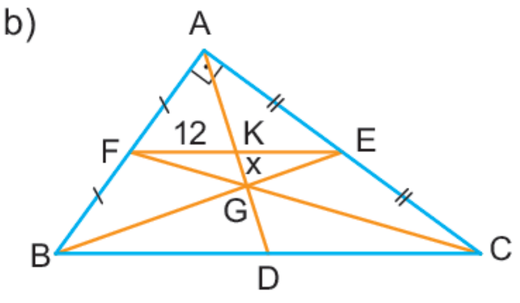
a)



|GE| + |GF| + |GD| = 7

|AB| + |AC| + |BC| = ?

b)

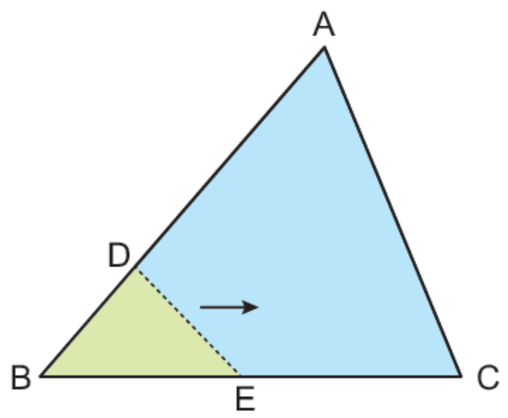


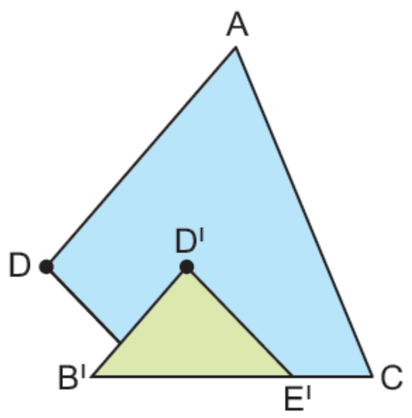
|KL| = x = ?

a) 21 b) 4

Alanı | 2

Örnek - 16

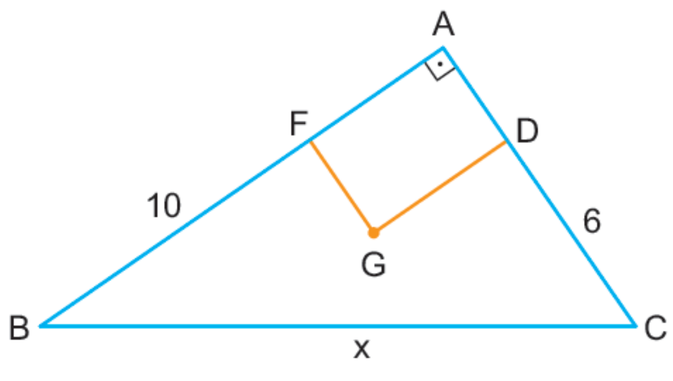




ABC üçgeni biçimindeki bir karton [DE] boyunca kesiliyor. Oluşan DBE üçgeninde [BE] kenarı [BC] üzerinde kalacak biçimde 5 birim sağa ötelendiğinde D noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezine geliyor.

Buna göre, Şekil 1'deki |BC| kaç birimdir?

Örnek - 17



ABC dik üçgen, AFGD dikdörtgen, |CD| = 6 cm ve

|BF| = 10 cm

Şekildeki G noktası ABC üçgeninin kenarortaylarının kesim noktasıdır.

Buna göre, x kaç cm'dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

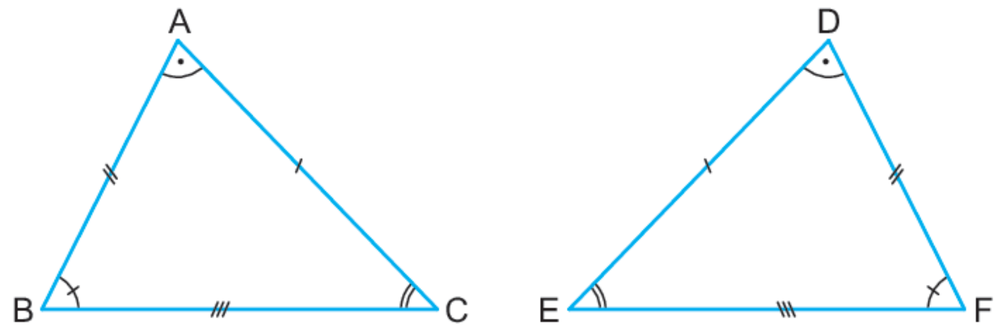
16. 15

17. $3\sqrt{34}$

ÜÇGENDE EŞLİK

İki üçgende, karşılıklı kenarlar birbirlerine eşit ve karşılıklı açılar birbirlerine eşit ise bu üçgenlere eş üçgenler denir.

Eşlik $\cong$ sembolü ile gösterilir.



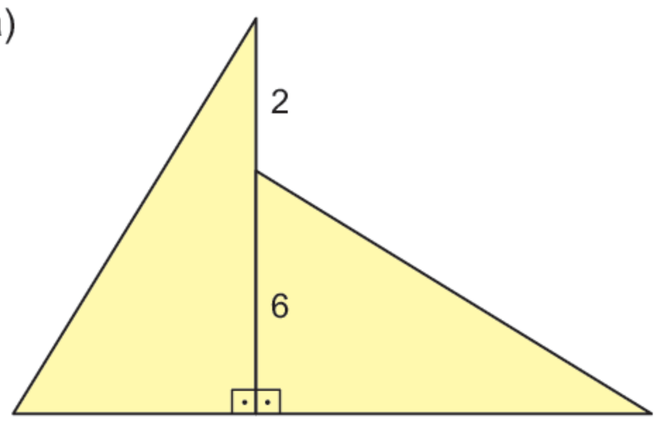
$\widehat{ABC} \cong \widehat{DFE}$

$\widehat{A} = \widehat{D}$, $\widehat{B} = \widehat{F}$, $\widehat{C} = \widehat{E}$

$|AB| = |DF|$, $|AC| = |DE|$, $|BC| = |EF|$'dir.

Öğrenme

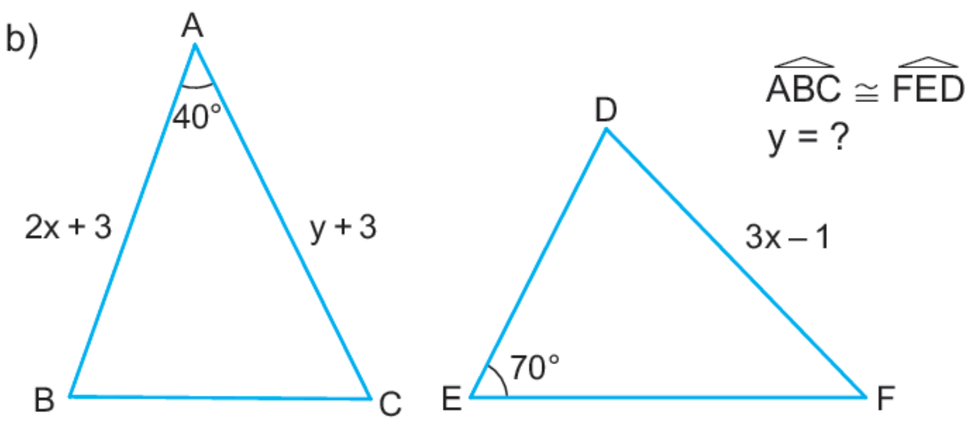
a)



Kartonlar eş

Şeklin çevresi

b)



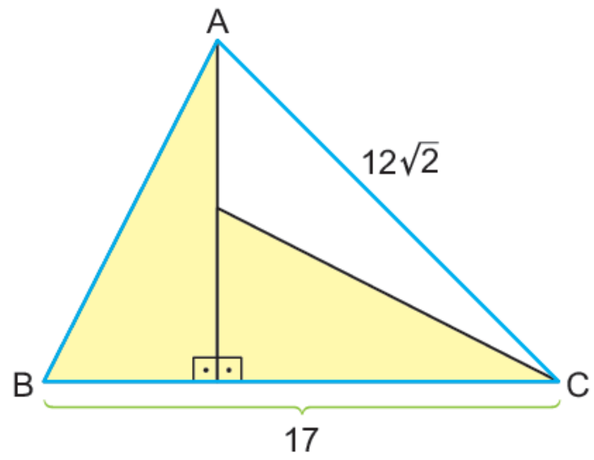
$\widehat{ABC} \cong \widehat{FED}$

$y = ?$

a) 36 b) 8

Alanı | 1

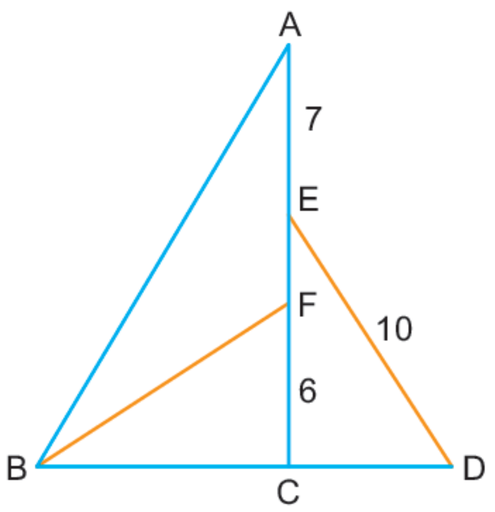
Örnek - 1



İki kenarının uzunlukları $12\sqrt{2}$ ile 17 birim olan ABC üçgeninin içine şekildeki gibi iki eş dik üçgen yerleştiriliyor.

Buna göre, ABC üçgeninin üçüncü kenarının uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 2



ABC bir üçgen,

$C \in [BD]$

$\{E, F\} \in [AC]$

$\widehat{BCF} \cong \widehat{ECD}$

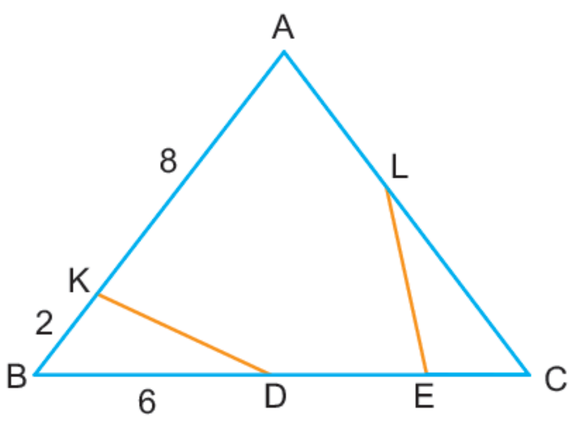
$|FC| = 6$ birim

$|ED| = 10$ birim

$|AE| = 7$ birim

Yukarıda verilenlere göre, |AB| + |EF| toplamı kaçtır?

Örnek - 3



ABC bir üçgen,

$K \in [AB]$

$L \in [AC]$

$\{D, E\} \in [BC]$

$\widehat{KBD} \cong \widehat{ECL}$

$|AK| = 8$ birim

$|KB| = 2$ birim

$|BD| = 6$ birim

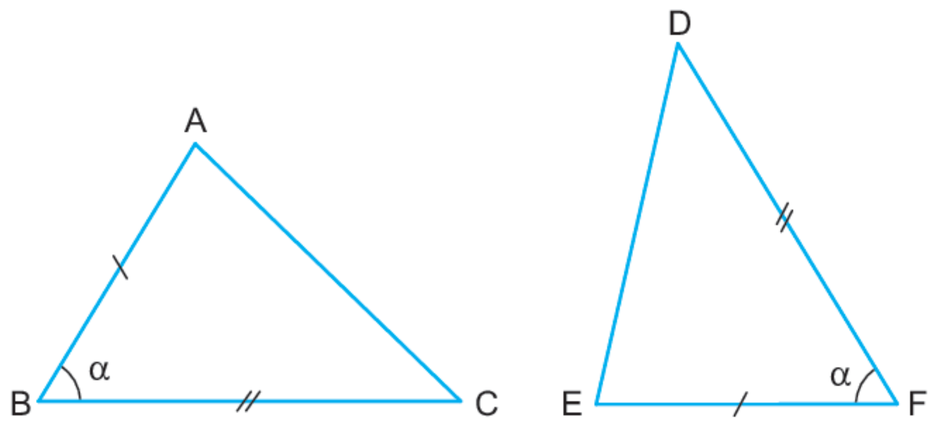
Buna göre, |AL| + |EC| toplamı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Eşlik Teoremleri

1. Kenar-Açı-Kenar Eşliği

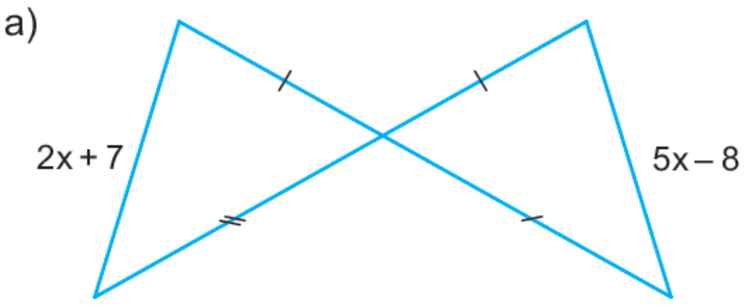
İki üçgende eş açıya ait kollar karşılıklı olarak birbirine eşit ise bu üçgenler eş üçgenlerdir.



$\widehat{ABC} \cong \widehat{EFD}$'dir.

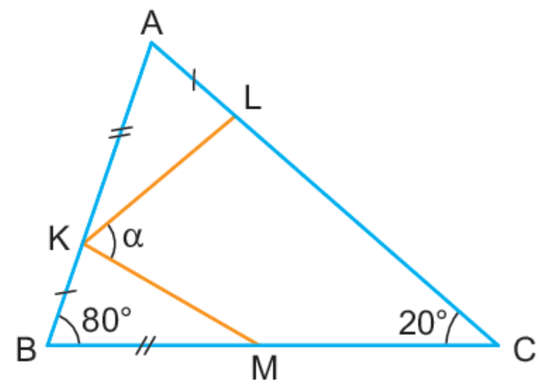
Öğrenme

a)



x = ?

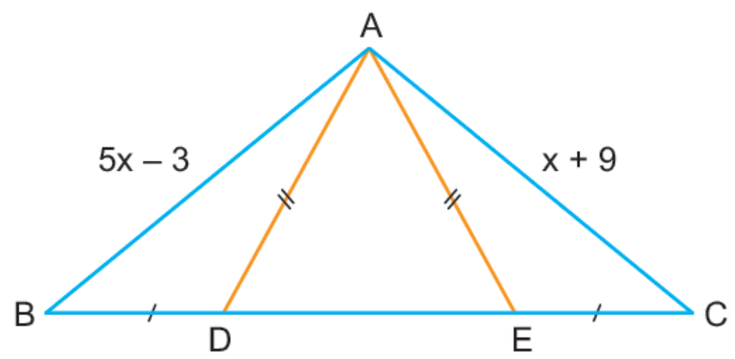
b)



α = ?

a) 5 b) 80

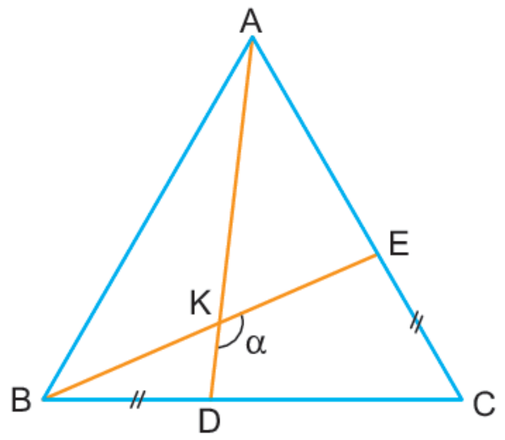
Örnek - 4



ABC üçgeninde |AD| = |AE|, |BD| = |EC|, |AB| = 5x – 3 ve |AC| = x + 9'dur.

Buna göre, x kaçtır?

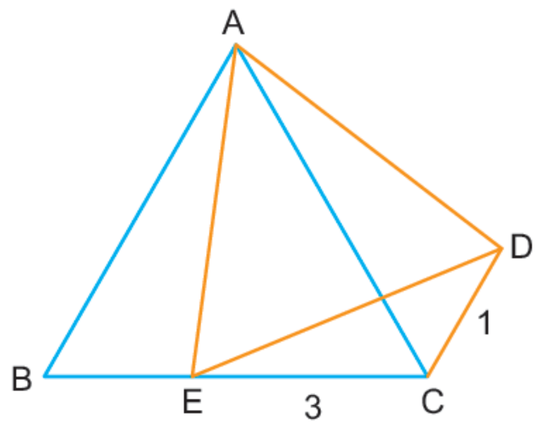
Örnek - 5



ABC eşkenar üçgen, [AD] ∩ [BE] = {K}, |BD| = |CE| ve $m(\widehat{DKE}) = \alpha$'dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 6

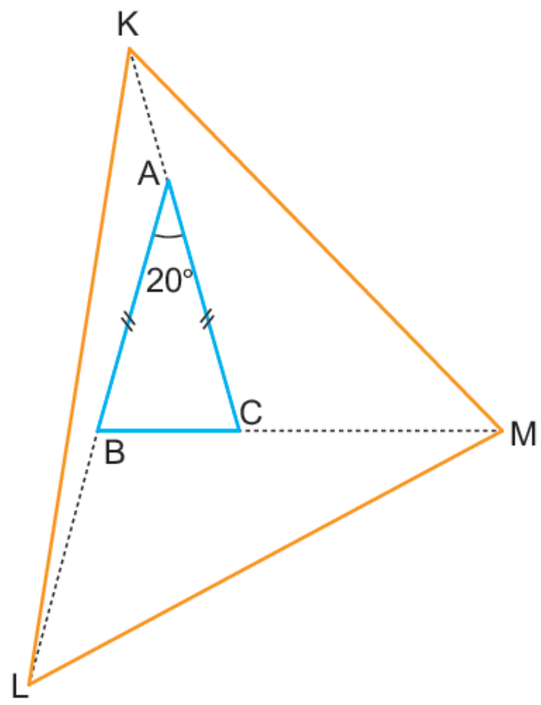


ABC ve AED birer eşkenar üçgen, |EC| = 3 birim ve |CD| = 1 birimdir.

Buna göre, ABC üçgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 7

Tepe açısı 20° olan bir ikizkenar üçgenin her bir kenarı, kenarının doğrultusunda uzatılıyor.



Uzatılan kenar; ikizkenar üçgenin tepe noktasından geçiyorsa tabanı kadar, taban köşesinden geçiyorsa eşit kenarlar kadar uzatılıp K, L ve M noktaları elde ediliyor.

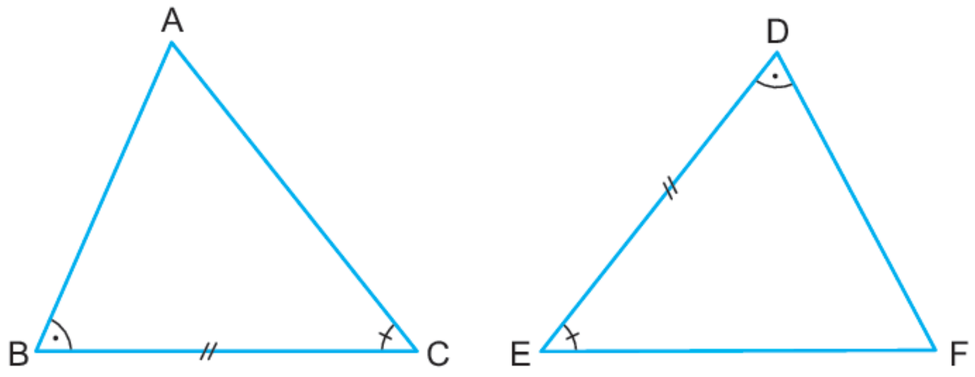
Buna göre, $m(\widehat{KLM})$ kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

4. 3 5. 120 6. $4\sqrt{3}$ 7. 50

2. Açı-Kenar-Açı Eşliği

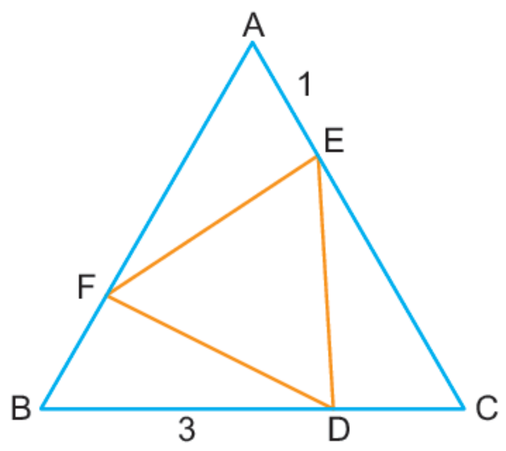
İki üçgende eşit kenarlara ait karşılıklı açılar birbirine eşit ise bu üçgenler eşittir.



$\widehat{ABC} \approx \widehat{FDE}$'dir.

Öğrenme

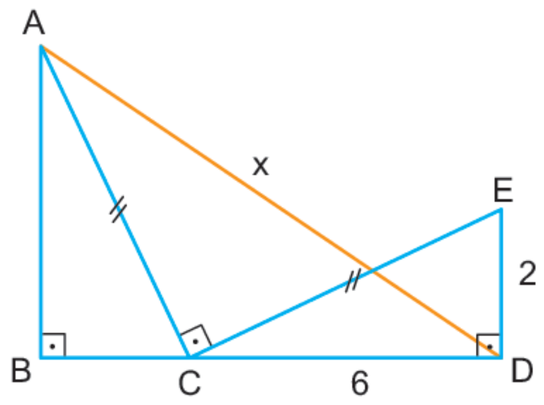
a)



ACB ile DEF eşkenar üçgen

Çevre($\widehat{ABC}$) = ?

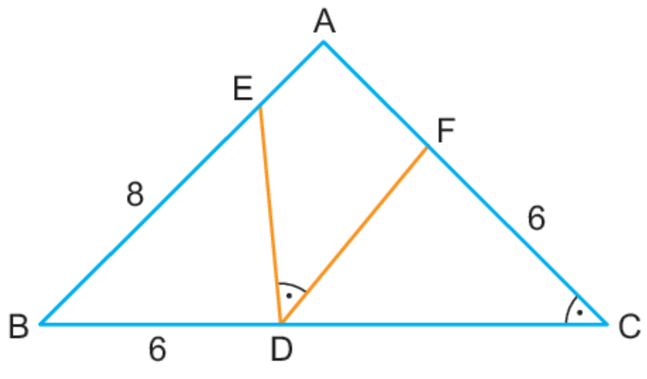
b)



|AD| = ?

a) 12 b) 10

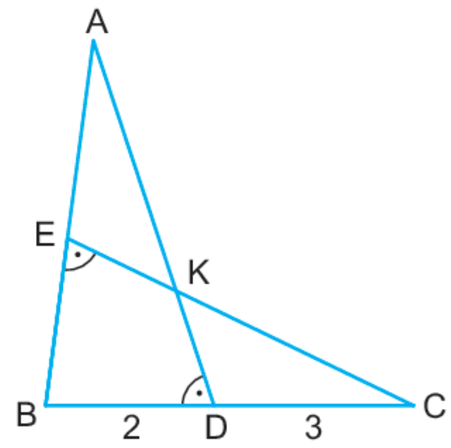
Örnek - 8



ABC üçgeninde, |AB| = |AC|, |BD| = |CF| = 6 cm, |EB| = 8 cm ve m($\widehat{ACB}$) = m($\widehat{EDF}$)'dir.

Buna göre, |BC| kaç birimdir?

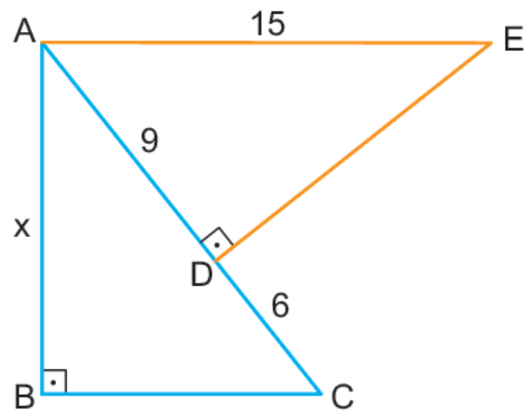
Örnek - 9



ABD ve BCE birer üçgen, m($\widehat{BEC}$) = m($\widehat{ADB}$), |BD| = 2 birim, |CD| = 3 birim ve |AD| = |CE|'dir.

Buna göre, |AB| kaç birimdir?

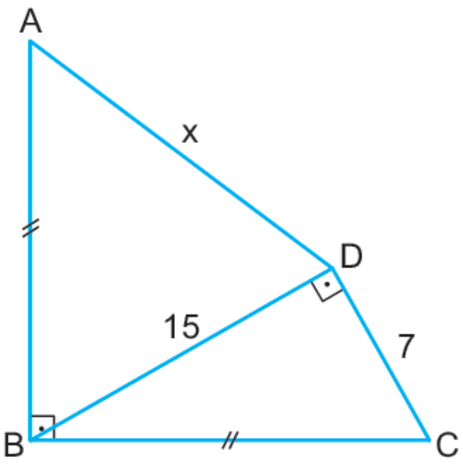
Örnek - 10



ABC ve ADE birer dik üçgen, [BC] // [AE], |AD| = 9 birim, |CD| = 6 birim ve |AE| = 15 birimdir.

Buna göre, |AB| = x kaç birimdir?

Örnek - 11



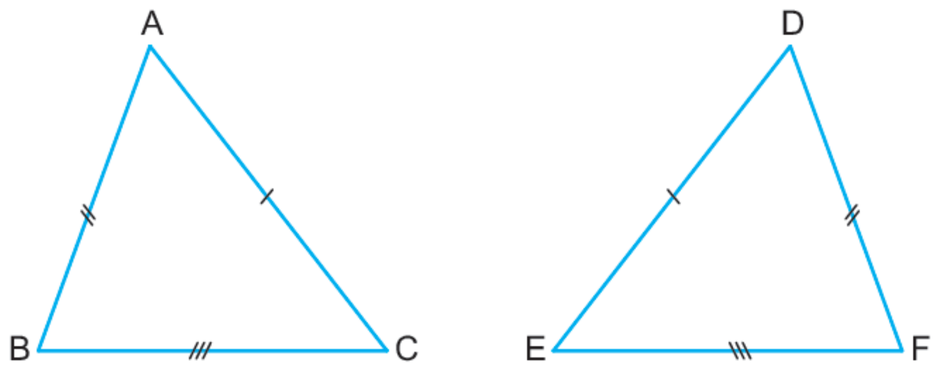
ABD ve CBD birer üçgen, m($\widehat{BDC}$) = m($\widehat{ABC}$) = 90°, |AB| = |BC|, |CD| = 7 cm ve |BD| = 15 cm'dir.

Buna göre, |AD| = x kaç santimetredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

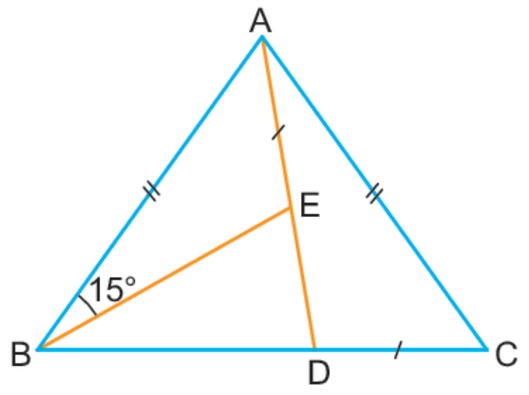
3. Kenar-Kenar-Kenar Eşliği

İki üçgende karşılıklı kenarlar birbirine eşit ise bu iki üçgen eştir.



$\widehat{ABC} \cong \widehat{DFE}$'dir.

Örnek - 13



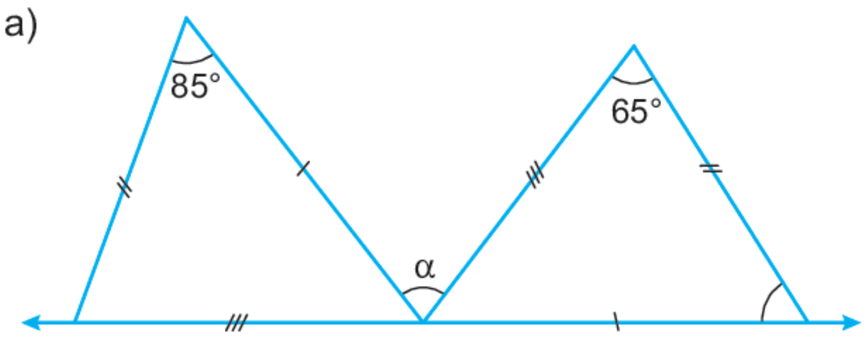
ABC bir üçgen, |AB| = |AC|, |AE| = |DC|, |BE| = |DC| + |DE|

ve $m(\widehat{ABE}) = 15°$

Buna göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

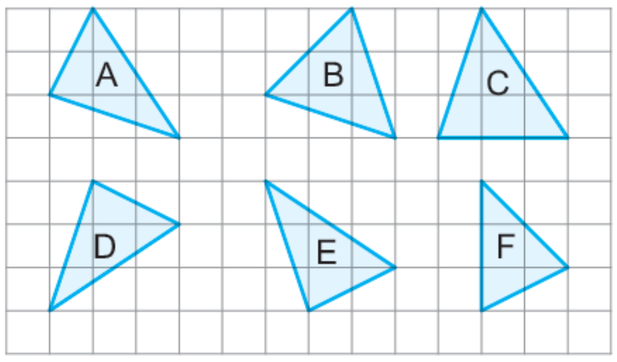
Öğrenme

a)



α = ?

b)



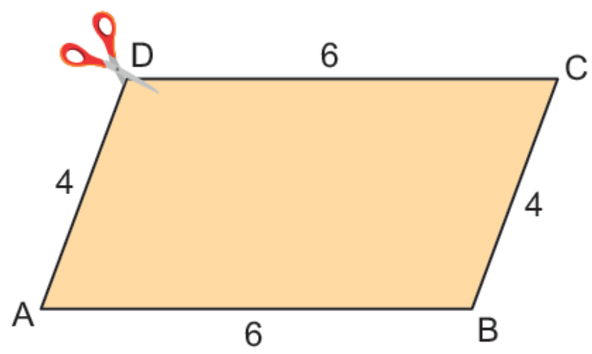
Hangileri eştir?

a) 120° b) A-D-E

Alanı | 4

Örnek - 14

Aşağıdaki şekilde verilen ABCD kartonuna D köşesinden doğrusal kesimler yapılacaktır.



|AB| = |CD| = 6 cm ve |AD| = |BC| = 4 cm'dir.

Buna göre, makas

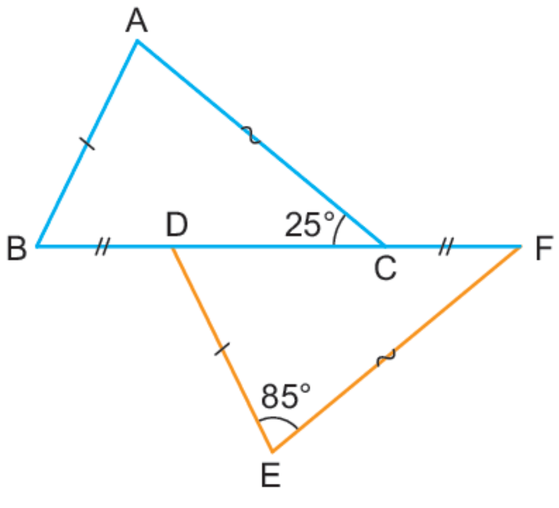
I. B'den geçerse

II. [AB]'ye dik ve [BC]'ye dik geçerse

III. [AB] kenarında ve [BC] kenarında 2 cm uzunluk oluşturacak biçimde kesimler yaparsa

öncüllerinden hangileri uygulanırsa oluşan üçgenler eş üçgenler olur?

Örnek - 12



ABC ve EDF birer üçgen

$\{C,D\} \in [BF]$

$m(\widehat{ACB}) = 25°$

$m(\widehat{DEF}) = 85°$

|AB| = |DE|

|AC| = |EF|

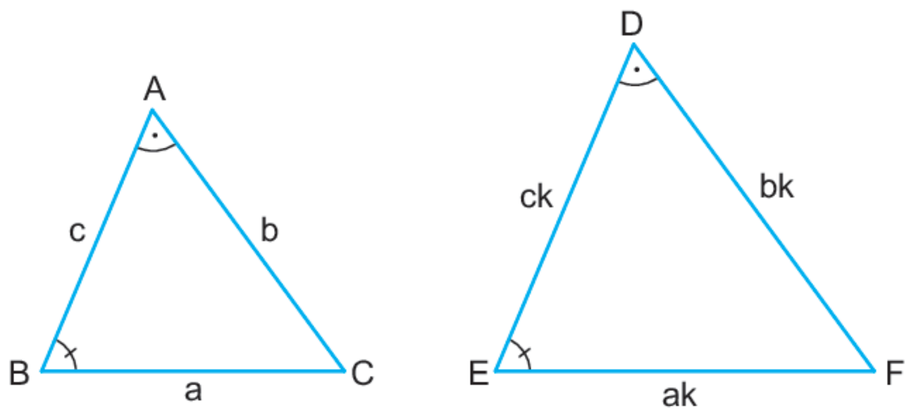
|BD| = |CF|

Buna göre, $m(\widehat{BDE}) - m(\widehat{ABC})$ farkı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

ÜÇGENDE BENZERLİK

İki üçgende karşılıklı açılar birbirine eşit ve karşılıklı kenarlarda belli bir oran varsa bu üçgenler benzerdir.



- ABC ve DEF üçgenleri benzerdir ve $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ biçiminde gösterilir.
- Aynı açıların karşısındaki kenarlar oranı benzerlik oranını verir.

$$\frac{a}{ak} = \frac{b}{bk} = \frac{c}{ck} = \frac{1}{k}$$

- İki üçgende benzerlik oranı yardımcı elemanlar oranına eşittir.

$$\frac{1}{k} = \frac{h_A}{h_D} = \frac{h_B}{h_E} = \frac{h_C}{h_F} = \frac{n_A}{n_D} = \frac{n_B}{n_E} = \frac{n_C}{n_F} = \frac{V_A}{V_D} = \frac{V_B}{V_E} = \frac{V_C}{V_F}$$

- İki üçgende benzerlik oranı çevreleri oranına eşittir.

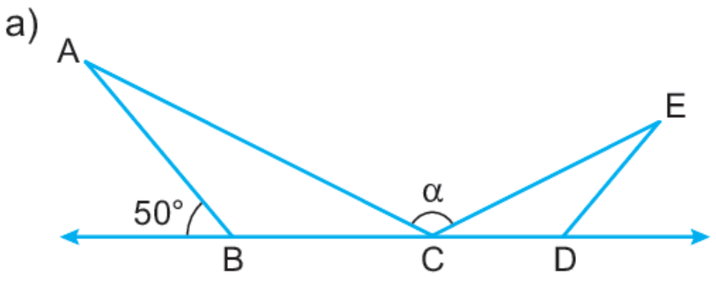
$$\frac{1}{k} = \frac{\text{Çevre}(\widehat{ABC})}{\text{Çevre}(\widehat{DEF})}$$

- İki üçgende benzerlik oranının karesi alanlar oranına eşittir.

$$\left(\frac{1}{k}\right)^2 = \frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DEF})}$$

Öğrenme

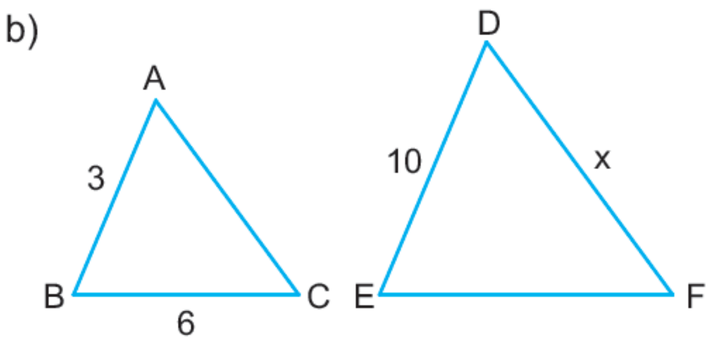
a)



$\widehat{ABC} \sim \widehat{CDE}$

$\alpha = ?$

b)



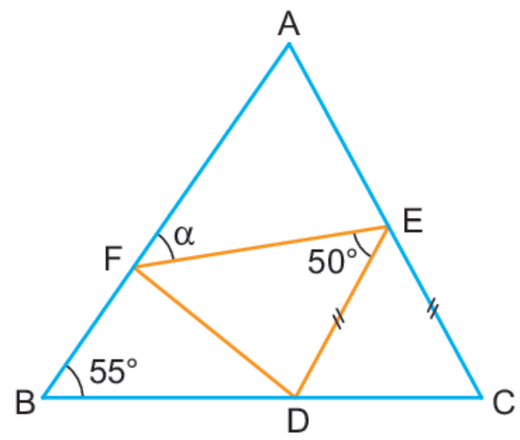
$\widehat{ABC} \sim \widehat{FDE}$

$x = ?$

a) 130° b) 5

Alanı | 1

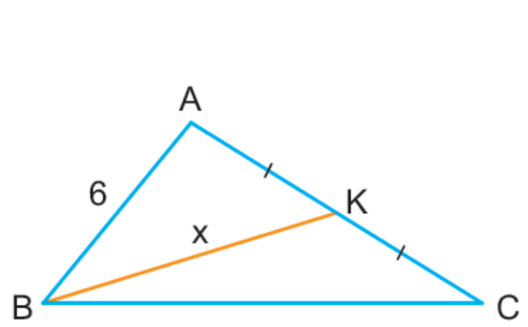
Örnek - 1

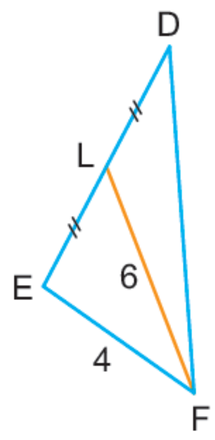


ABC ve DEF birer üçgen, $\widehat{ABC} \sim \widehat{EDF}$, $m(\widehat{FED}) = 50°$, $m(\widehat{FBD}) = 55°$ ve $|ED| = |EC|$'dir.

Buna göre, $m(AFE) = \alpha$ kaç derecedir?

Örnek - 2





$\widehat{ABC} \sim \widehat{EFD}$, $|AK| = |KC|$, $|DL| = |LE|$, $|AB| = 6$ birim, $|FE| = 4$ birim ve $|FL| = 6$ birimdir.

Buna göre, $|BK| = x$ kaç birimdir?

Örnek - 3

Benzerlik oranı $\frac{2}{5}$ olan iki üçgen için;

I. Benzer kenarlara ait açıortaylar oranı $\frac{2}{5}$'tir.

II. Çevreleri oranı $\frac{4}{25}$'tir.

III. Alanları oranı $\frac{4}{25}$'tir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

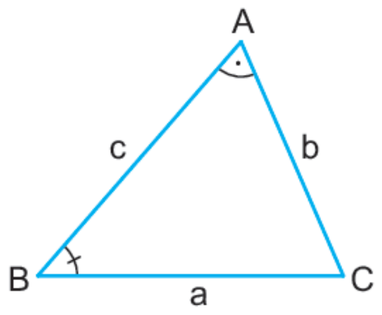
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

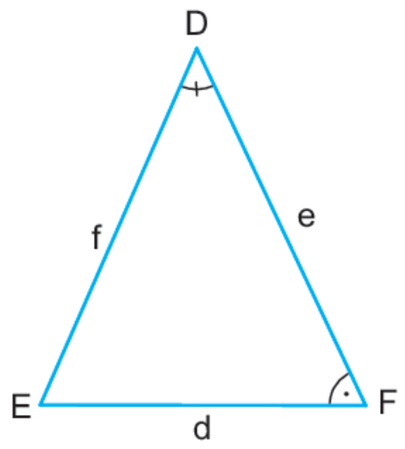
1. 30 2. 9 3. I ve III

Benzerlik Teoremleri

1. Açı - Açı - Açı Benzerliği

İki üçgendeki karşılıklı açılar birbirine eşit ise bu üçgenler benzerdir.



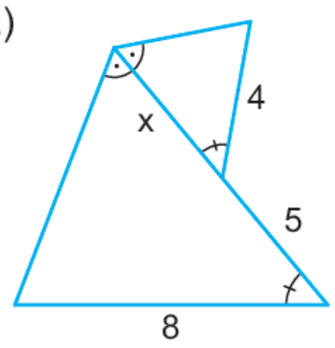


$\widehat{ABC} \sim \widehat{FDE}$

$\frac{a}{f} = \frac{b}{d} = \frac{c}{e}$'dir.

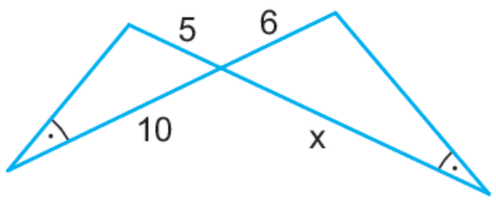
Öğrenme

a)



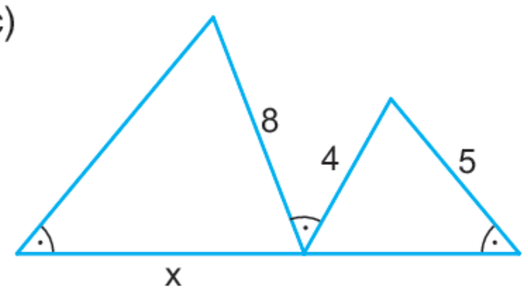
x = ?

b)



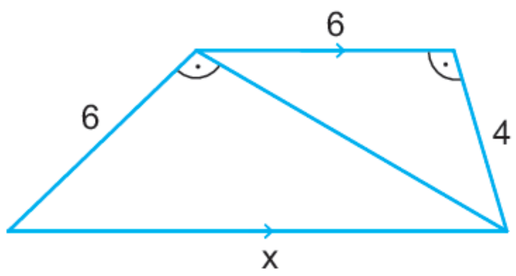
x = ?

c)



x = ?

d)

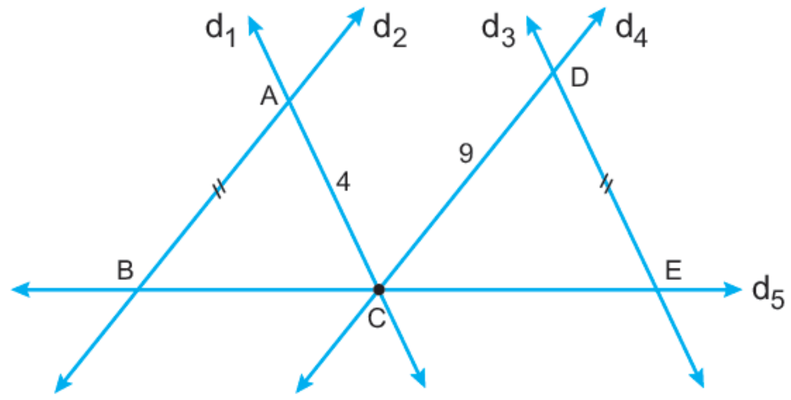


x = ?

a) 5 b) 12 c) 10 d) $\frac{27}{2}$

Alanı | 2

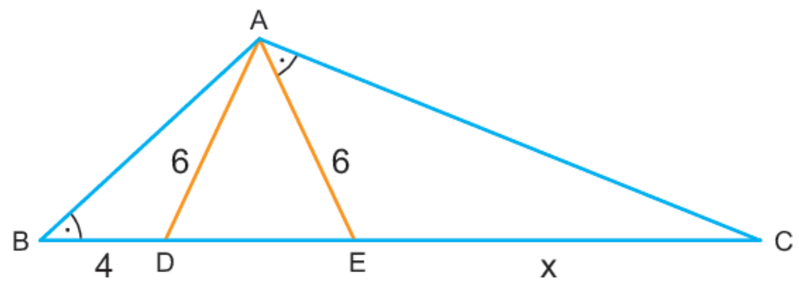
Örnek - 4



Şekilde $d_1 // d_3$, $d_2 // d_4$, |AB| = |DE|, |AC| = 4 birim ve |CD| = 9 birimdir.

Buna göre, $\frac{|BC|}{|CE|}$ oranı kaçtır?

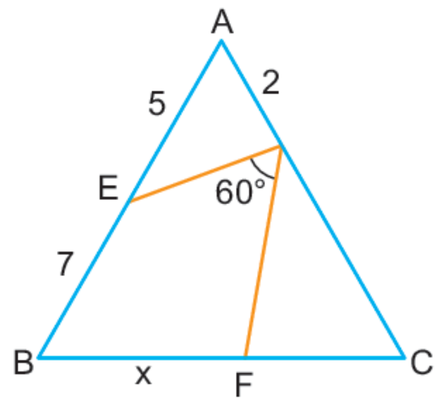
Örnek - 5



ABC ve ADE birer üçgen, $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{EAC})$, |BD| = 4 birim ve |AD| = |AE| = 6 birimdir.

Buna göre, |EC| = x kaç birimdir?

Örnek - 6



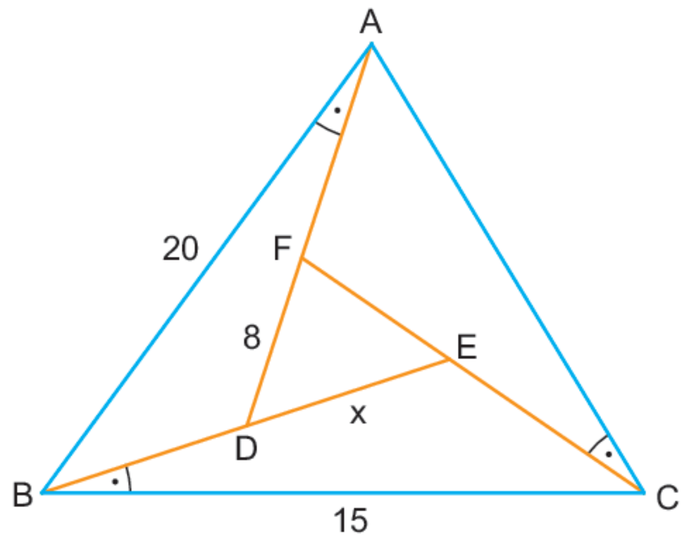
ABC eşkenar üçgen, $m(\widehat{EDF}) = 60°$, |AD| = 2 br, |AE| = 6 br, |EB| = 7 br ve |BF| = x'dir.

Buna göre, x kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

4. $\frac{2}{3}$ 5. 9 6. 8

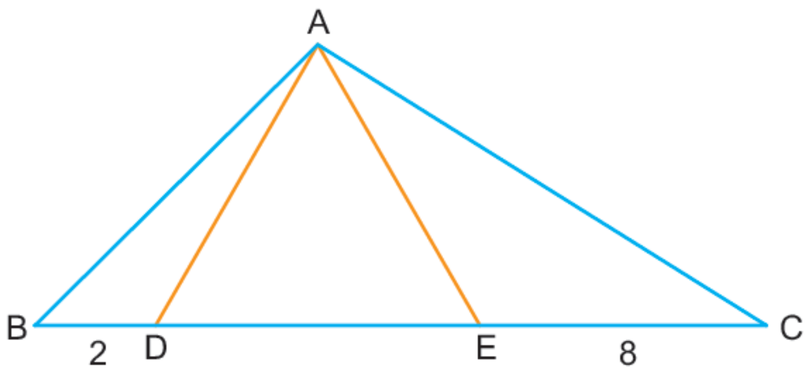
Örnek - 7



ABC ve FDE birer üçgen , $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{EBC}) = m(\widehat{ACF})$, |AB| = 20 birim , |BC| = 15 birim , |FD| = 8 birim ve |DE| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

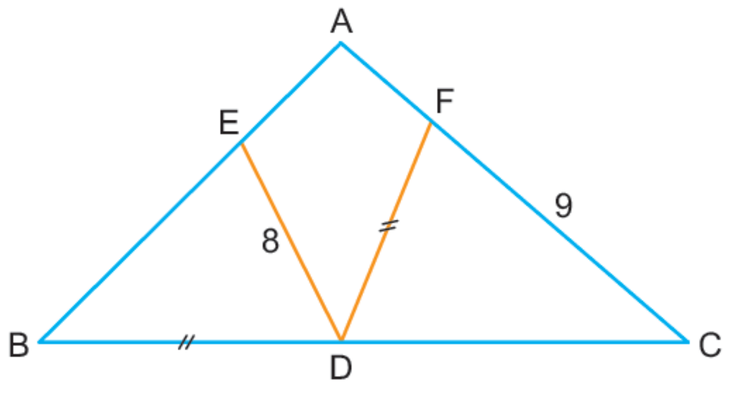
Örnek - 8



ABC bir üçgen , ADE bir eşkenar üçgen, $m(\widehat{BAC}) = 120°$, |BD| = 2 birim ve |EC| = 8 birimdir.

Buna göre, ADE üçgenin alanı kaç birimkaredir?

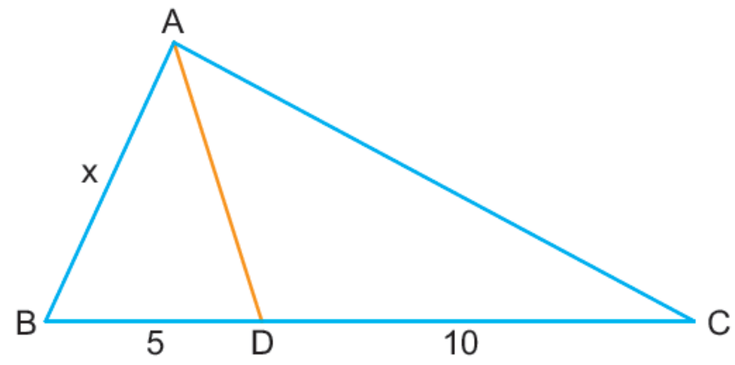
Örnek - 9



ABC üçgeninde |AB| = |AC|, $m(\widehat{BAC}) + 2 \cdot m(\widehat{EDF}) = 180°$, |DE| = 8 br, |CF| = 9 br ve |BD| = |DF| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

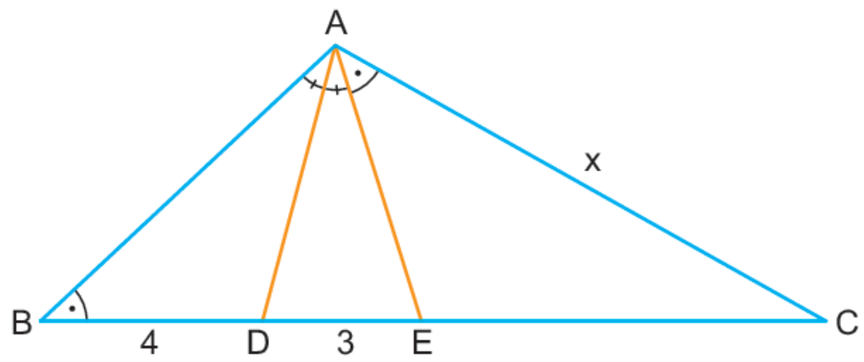
Örnek - 10



ABC bir üçgen, $D \in BC$, $6 \cdot m(\widehat{ACB}) = 3 \cdot m(\widehat{ABC}) = 2 \cdot m(\widehat{CAD})$ |BD| = 5 br, |CD| = 10 br ve |AB| = x'dir.

Buna göre, x kaçtır?

Örnek - 11

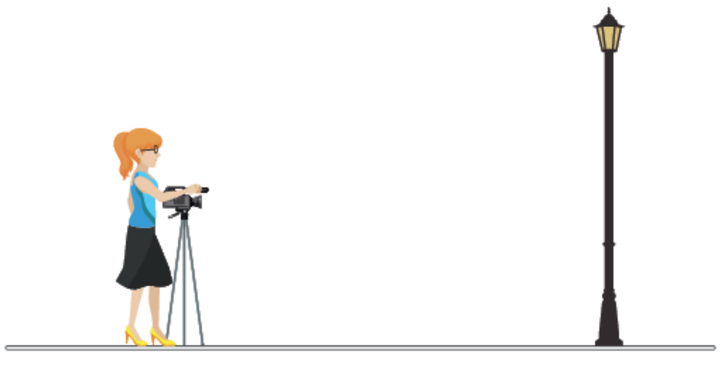


ABC üçgeninde $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAE})$, $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{EAC})$, |BD| = 4 cm, |DE| = 3 cm ve |AC| = x'dir.

Buna göre, x kaçtır?

Örnek - 12

Nazlıcan fotoğraf makinesiyle bir direğin resmini çekecektir. Fotoğraf makinesi direğe 16 birim uzaklıkta iken fotoğraf çekilirse, direğin en alt ve en üst uçları makinede görünmeden 24 birimlik kısmı resimde çıkmıştır.



Nazlıcan direğe yaklaşıp tekrar fotoğraf çektiğinde direğin 9 birimlik kısmını resimde görmüştür.

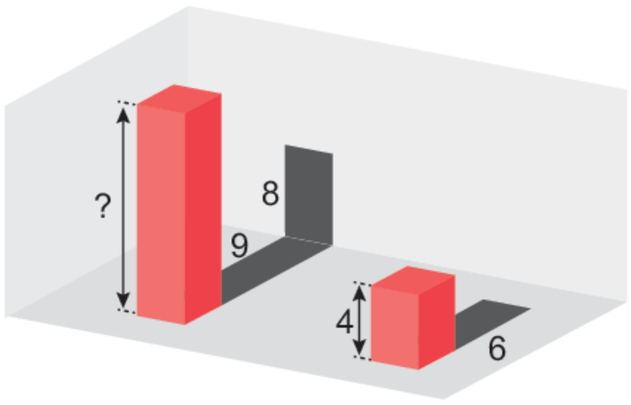
Buna göre, Nazlıcan direğe kaç birim yaklaşmıştır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

7. 6 8. $4\sqrt{3}$ 9. $6\sqrt{2}$ 10. 6 11. 12 12. 10

Örnek - 13

Aşağıdaki şekilde, prizma biçimindeki iki cismin günün belli bir saatinde zeminde ve duvarda oluşturdukları gölge boyları santimetre cinsinden verilmiştir.

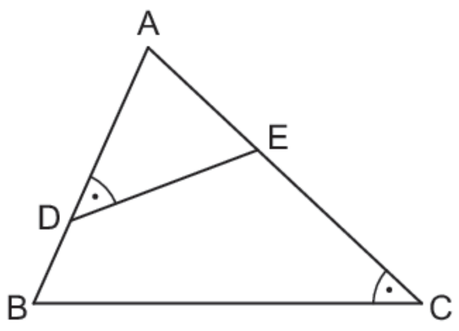


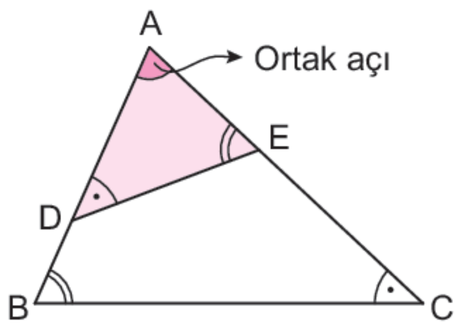
Küçük prizmanın boyu 4 cm olduğuna göre, büyük prizmanın boyu kaç cm'dir?

Uyarı

Açı-Açı-Açı benzerliği soruları genelde iki kalıp üzerine yazılır.

Kalıp 1: İki üçgende eşit iki açı ve ortak birer açıları varsa üçüncü açılarda birbirine eşittir.

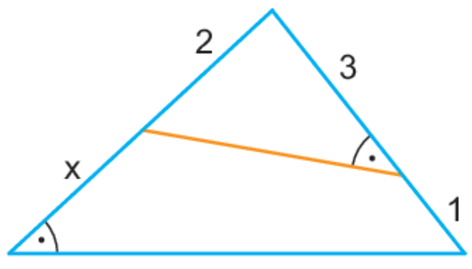




$\widehat{ABC} \sim \widehat{AED}$ olur.

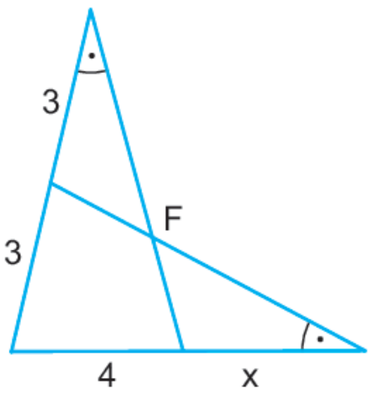
Öğrenme

a)



x = ?

b)

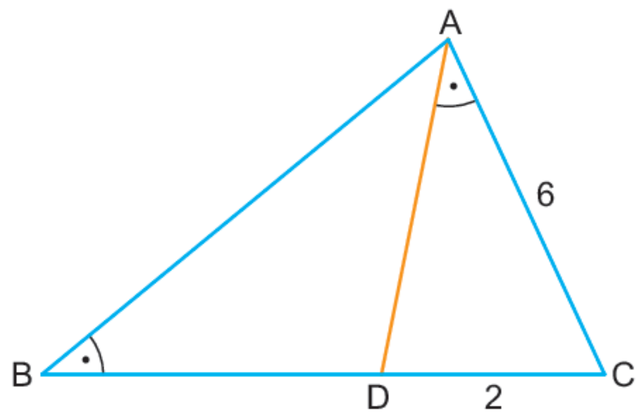


x = ?

a) 4 b) $\frac{1}{2}$

Alanı | 3

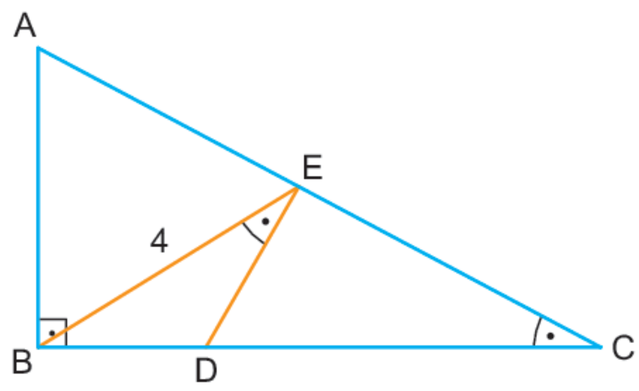
Örnek - 14



ABC bir üçgen, D ∈ [BC], $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{ABC})$, |CD| = 2 birim ve |AC| = 6 birimdir.

Buna göre, |BD| kaç birimdir?

Örnek - 15

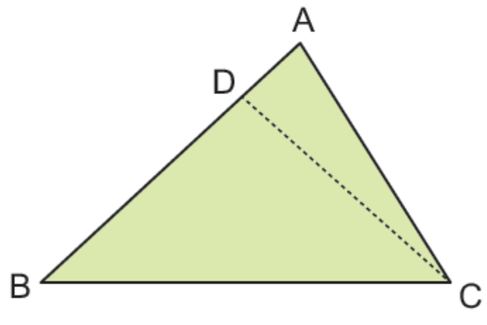


ABC dik üçgen, $m(\widehat{BED}) = m(\widehat{BCA})$, $|AB| = 2 \cdot |BD|$ ve |EB| = 4 birimdir.

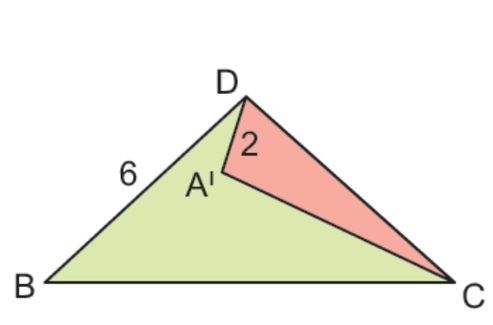
Buna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 16

ABC üçgeni biçimindeki karton [CD] boyunca katlandığında şekil 2 'deki görüntü elde ediliyor.



Şekil 1

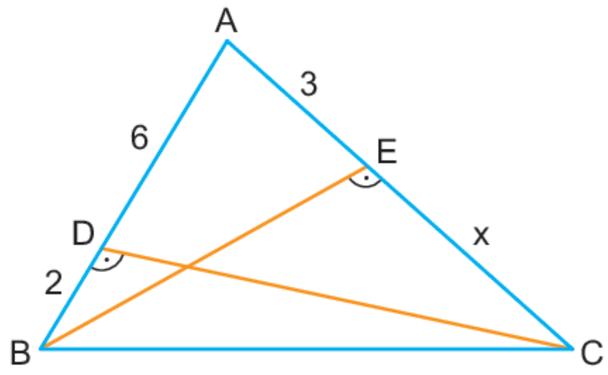


Şekil 2

$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{DBC}) + m(\widehat{BCA'})$, |A'D| = 2 birim ve |BD| = 6 birimdir.

Buna göre, $\frac{|CD|}{|BC|}$ oranı kaçtır?

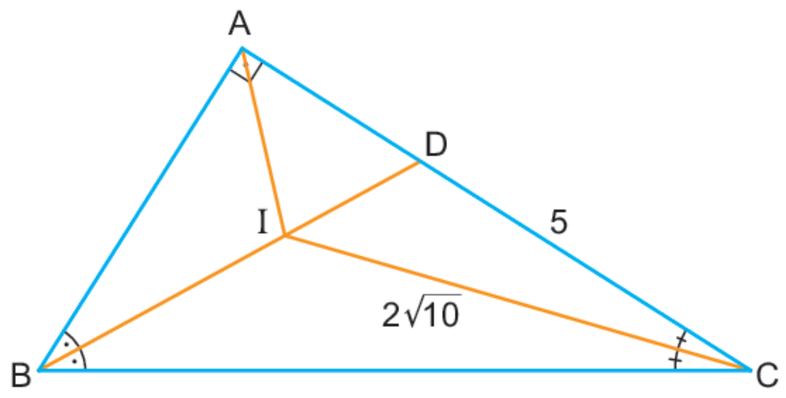
Örnek - 17



ABC bir üçgen, E ∈ [AC] , D ∈ [AB], m(BDC) = m(BEC), |BD| = 2 cm, |AD| = 6 cm ve |AE| = 3 cm'dir.

Buna göre, |EC| = x kaç santimetredir?

Örnek - 18

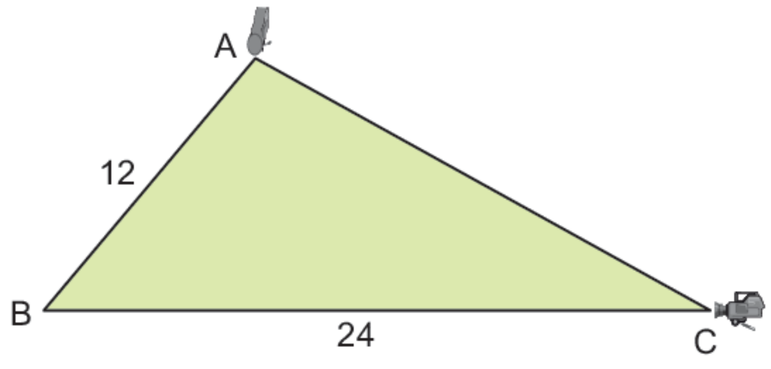


ABC dik üçgen, [BD] ve [CI] açıortay, |CI| = $2\sqrt{10}$ birim ve |CD| = 5 birimdir.

Buna göre, |AD| kaç birimdir?

Örnek - 19

ABC üçgeni biçimindeki bir bahçenin A köşesine ve B köşesine aynı tür kamera konuluyor.

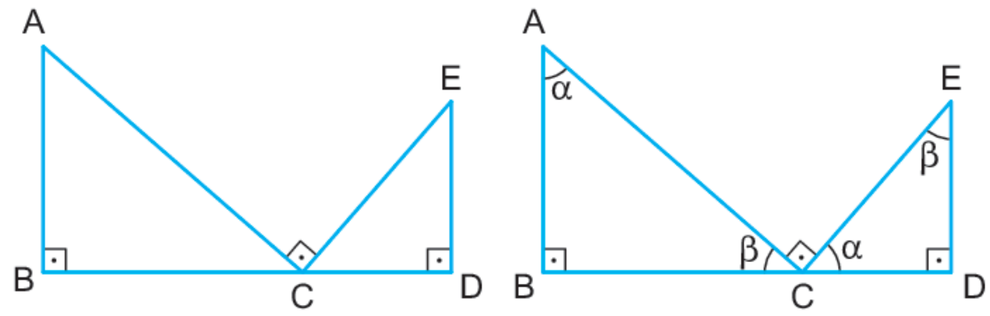


A ile C köşesindeki kameralar sırasıyla B'den itibaren BC ile AB kenarlarında belirli kısımların görüntüsünü almaktadır.

Kameraların AB ile BC kenarları üzerinde görüntü alamadığı kısımlarının uzunlukları oranı $\frac{1}{5}$'tir.

Buna göre, C'deki kamera AB kenarı üzerinde kaç birimlik uzunluk görür?

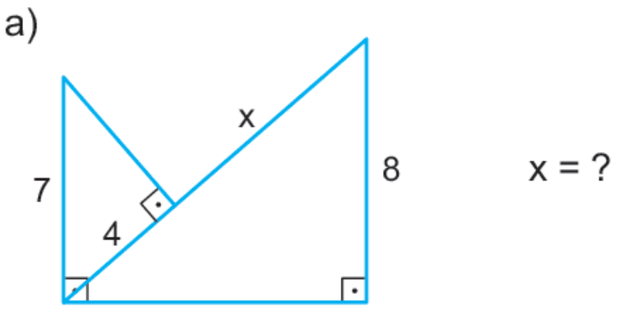
Kalıp 2: Şekilde 90 dereceler iki ya da ikiden fazla olduğunda α - β açıları yazılır.



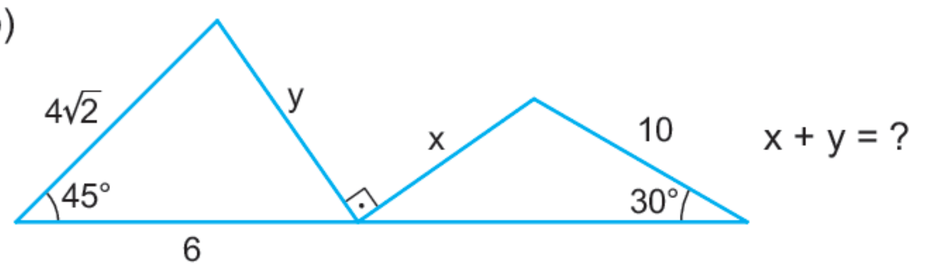
$\widehat{ABC} \sim \widehat{CDE}$ olur.

Öğrenme

a)



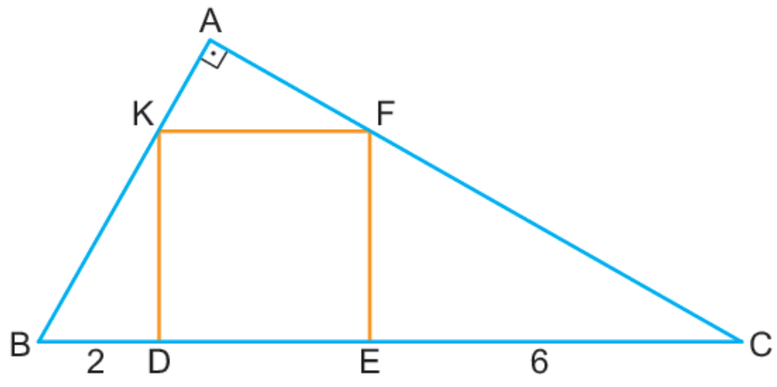
b)



a) 10 b) $7\sqrt{5}$

Alanı | 4

Örnek - 20

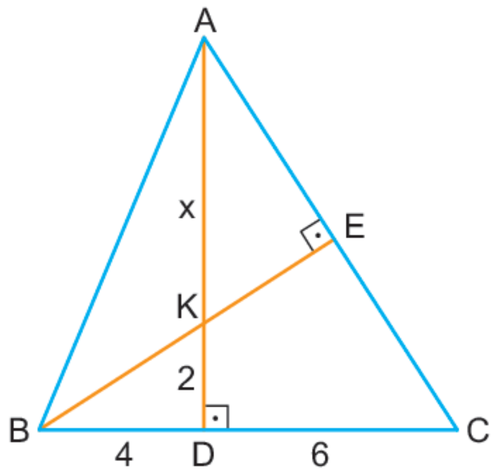


ABC üçgen , DEFK kare, m(BAC) = 90°, |BD| = 2 birim ve |CE| = 6 birimdir

Buna göre, DEFK karesinin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

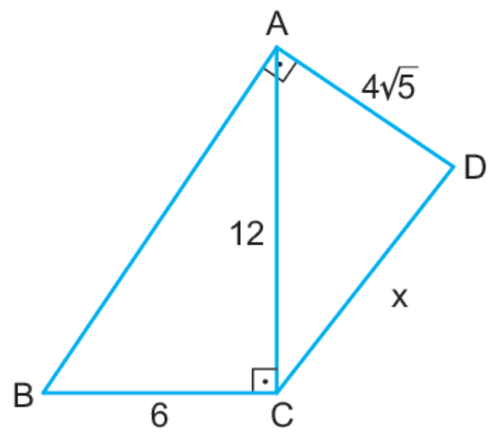
Örnek - 21



ABC bir üçgen, [AD] ve [BE] : yükseklik,|KD| = 2 birim, |BD| = 4 birim ve |CD| = 6 birimdir.

Buna göre, |AK| = x kaç birimdir?

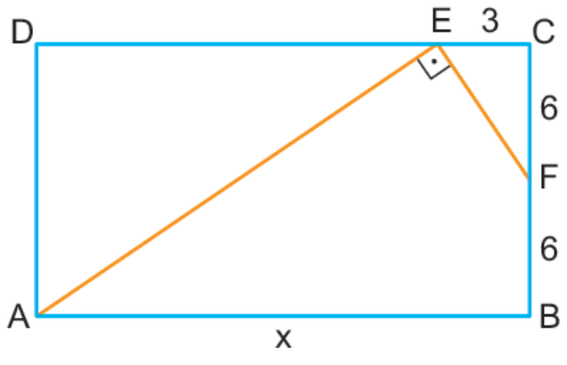
Örnek - 22



ABC ve ACD birer üçgen, [BC] ⊥ [CA], [BA] ⊥ [AD], |AC| = 12 birim, |BC| = 6 birim ve $|AD| = 4\sqrt{5}$ birimdir.

Buna göre, CD uzunluğu kaç birimdir?

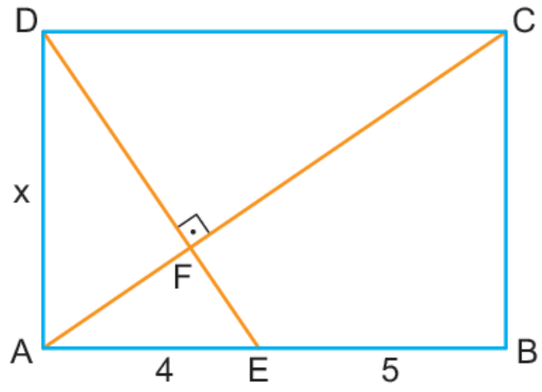
Örnek - 23



ABCD dikdörtgen, E ∈ [CD] , F ∈ [BC], [AE] ⊥ [EF], |CE| = 3 birim ve |CF| = |BF| = 6 birimdir.

Buna göre, |AB| = x kaç birimdir?

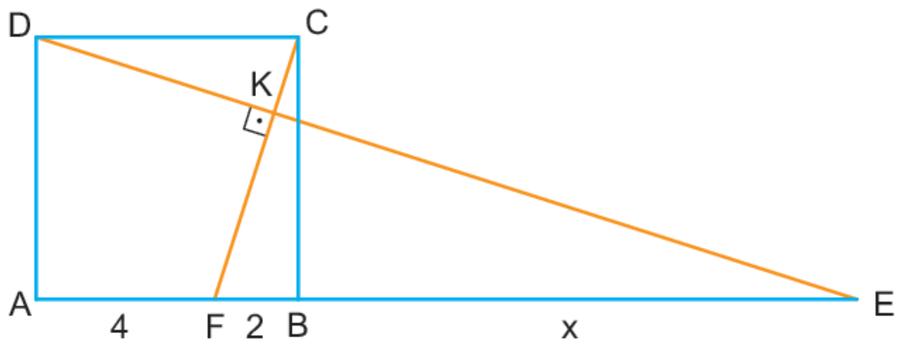
Örnek - 24



ABCD dikdörtgen, [AC] ⊥ [DE], |AE| = 4 birim ve |EB| = 5 birimdir.

Buna göre, |AD| = x kaç birimdir?

Örnek - 25

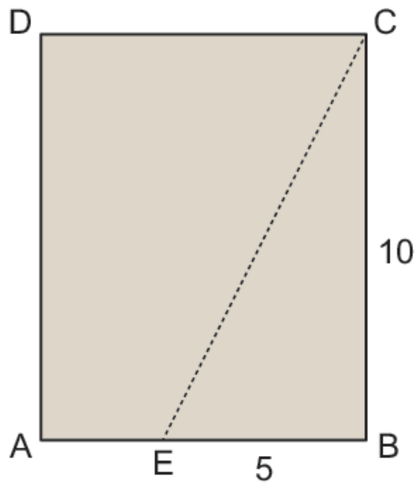


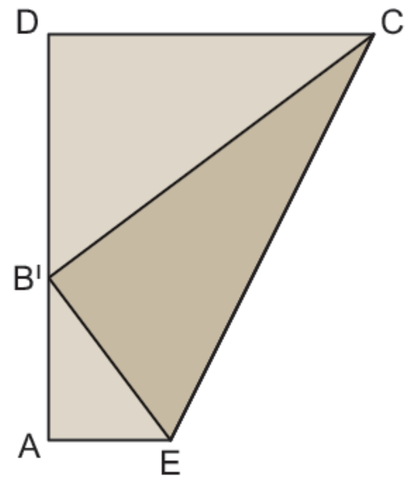
ABCD bir kare, {B,F} ∈ [AE], [DE] ⊥ [FC], |FA| = 4 birim ve |BF| = 2 birimdir.

Buna göre, |BE| = x kaç birimdir?

Örnek - 26

Şekil 1'deki dikdörtgen şeklindeki karton [CE] boyunca katlandığında Şekil 2'deki gibi B noktası [AD] üzerinde oluyor.





|EB| = 5 birim ve |BC| = 10 birimdir.

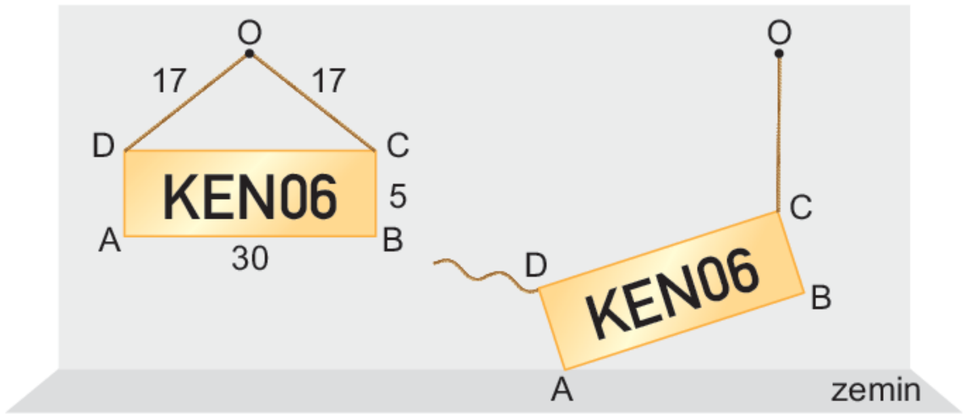
Buna göre, |AE| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

21. 10 22. $8\sqrt{2}$ 23. 27 24. 6 25. 12 26. 3

Örnek - 27

Aşağıdaki tablo şekildeki gibi zemine paralel olacak biçimde duvara asılmıştır. D ve C köşelerine sabitlenmiş 17cm'lik iplerin diğer ucu O noktasına yapıştırılmıştır.

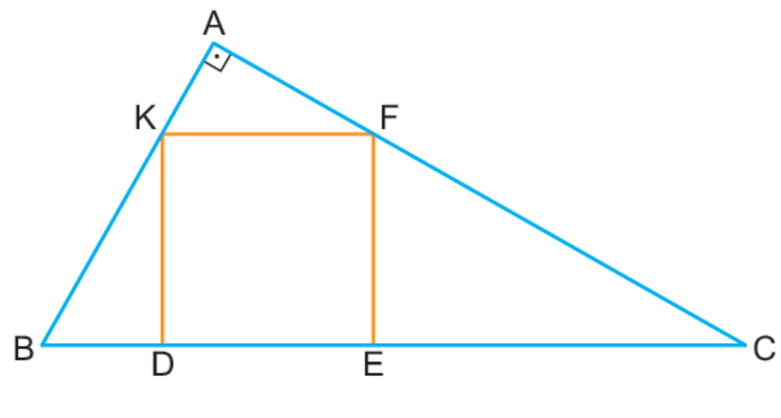


$|AB| = 30$ cm $|BC| = 5$ cm, tablonun zemine en kısa uzaklığı 26 cm'dir.

Bir süre sonra ipin bir ucunun yapışkanı dayanmıyor ve 2.Şekildeki gibi [OC]'nin uzantısı yere dik olacak biçimde tablonun A köşesi zemine değiyor.

Buna göre, D noktasının zemine uzaklığı kaç cm'dir?

Örnek - 28

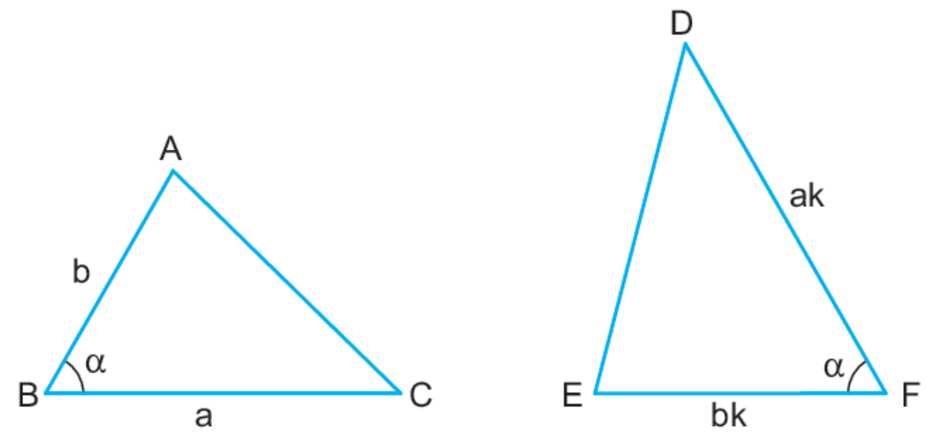


ABC bir dik üçgen, DEFK kare, $|AB| = 4$ birim ve $|AC| = 12$ birimdir.

Buna göre, $|FK|$ kaç birimdir?

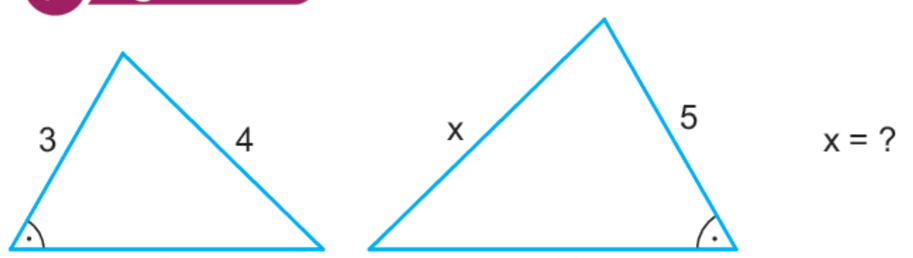
2. Kenar - Açı - Kenar Benzerliği

İki üçgenin karşılıklı ikişer kenarlarının uzunlukları orantılı ve bu orantılı kenarlar arasındaki açılar birbirine eşit ise bu iki üçgen benzerdir.



$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DFE}) \\ \dfrac{|BC|}{|DF|} = \dfrac{|AB|}{|EF|} = \dfrac{1}{k} \end{array}\right\} = \widehat{ABC} \sim \widehat{EFD}$$

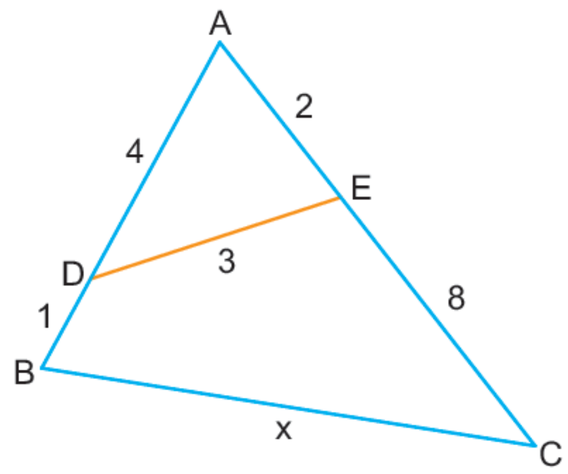
Öğrenme



$\frac{20}{3}$

Alanı | 5

Örnek - 29



ABC bir üçgen, $D \in [AB]$, $E \in [AC]$, $|AE| = 2$ br, $|EC| = 8$ br, $|AD| = 4$ br, $|BD| = 1$ br ve $|DE| = 3$ br'dir.

Buna göre , x kaç birimdir?

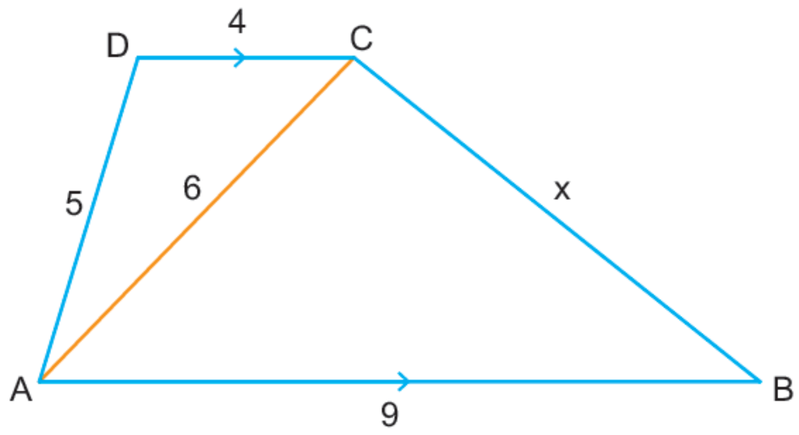
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

27. 4

28. $\frac{12\sqrt{10}}{13}$

29. $\frac{15}{2}$

Örnek - 30

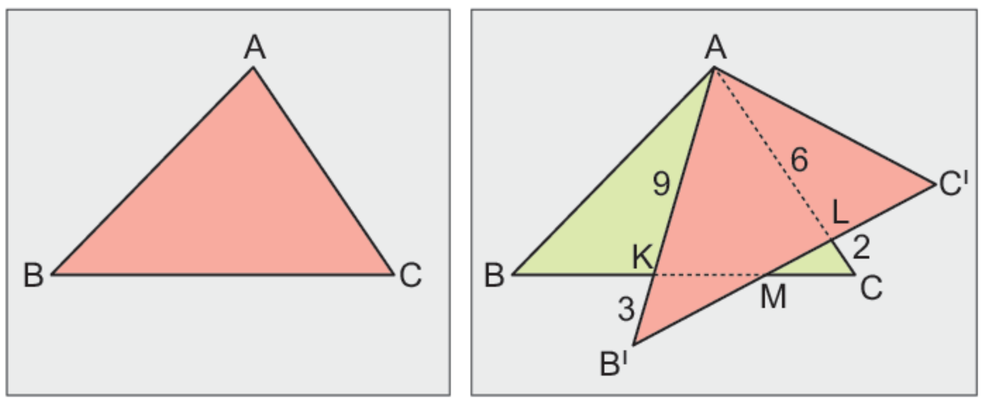


ABC ve ADC birer üçgen, [AB] // [CD], |CD| = 4 birim, |AD| = 5 birim, |AC| = 6 birim ve |AB| = 9 birimdir.

Buna göre, |CB| = x kaç birimdir?

Örnek - 31

Egehan, birbirine eş olan üçgen biçimindeki yeşil renkli ve kırmızı renkli kartonları eşit kenarlar birbiriyle çakışarak biçimde Şekil 1'deki gibi masanın üzerine koyuyor.



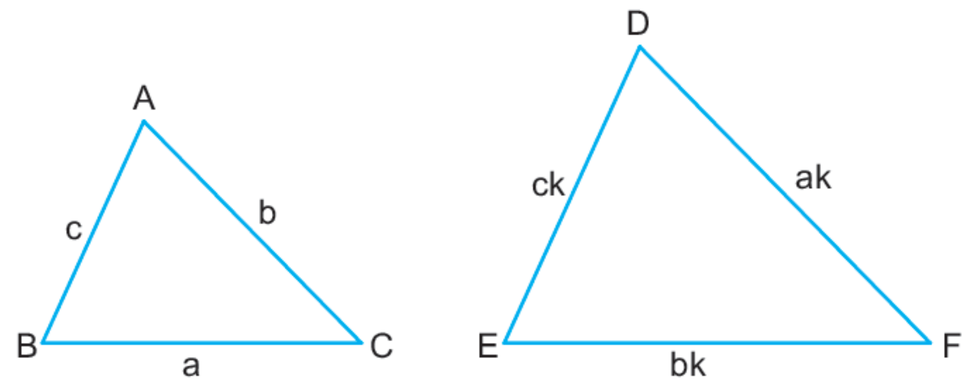
Egehan, kırmızı kartonu A köşesi etrafında döndürdüğünde Şekil 2'deki görüntü oluşuyor.

|AK| = 9 cm, |KB'| = 3 cm, |AL| = 6 cm ve |LC| = 2 cm'dir.

Buna göre, $\frac{|BK|}{|LC'|}$ oranı kaçtır?

3. Kenar - Kenar - Kenar Benzerliği

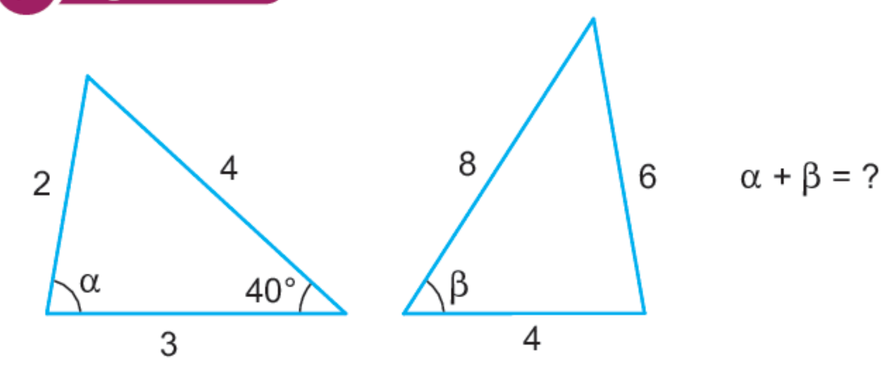
İki üçgendeki karşılıklı kenarların oranları birbirine eşit ise bu üçgenler benzerdir.



$\frac{a}{ak} = \frac{b}{bk} = \frac{c}{ck} = \frac{1}{k} \Rightarrow \widehat{ABC} \sim \widehat{EDF}$

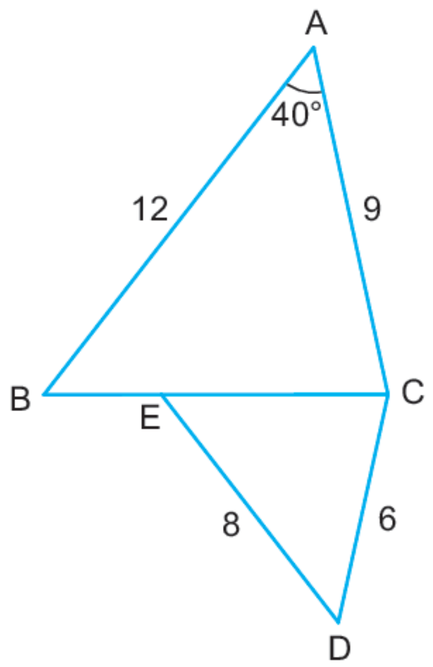
(Orantılı kenarları gören açılar birbirine eşittir.)

Öğrenme



Alanı | 6

Örnek - 32



ABC ve EDC birer üçgen, $m(\widehat{BAC}) = 40°$, $\frac{|BE|}{|EC|} = \frac{1}{2}$,

|CD| = 6 birim, |ED| = 8 birim, |AC| = 9 birim ve |AB| = 12 birimdir.

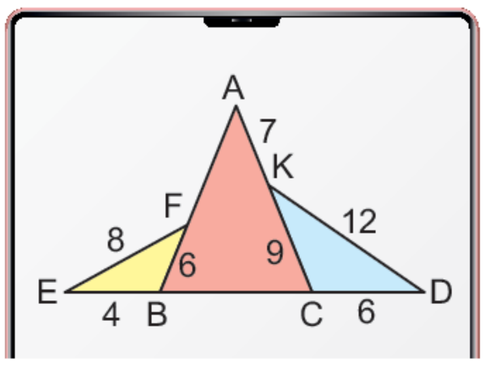
Buna göre, $m(\widehat{CED}) + m(\widehat{ACB}) - m(\widehat{EDC})$ işleminin sonucu kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

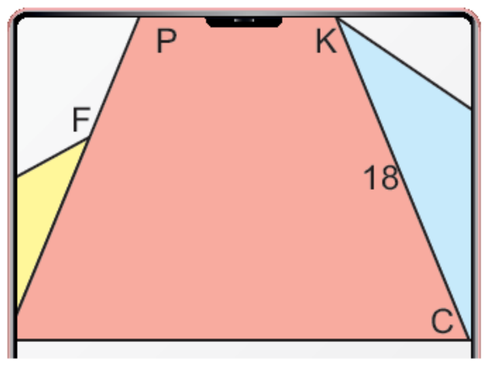
30. $\frac{15}{2}$ 31. $\frac{3}{2}$ 32. 100

Örnek - 33

Şekil 1'de 3 tane üçgenin telefon ekranındaki görüntüsü gösterilmiştir.



Şekil 1



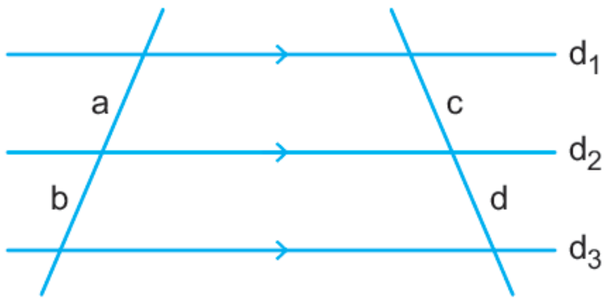
Şekil 2

{B,C} ∈ [ED], ED doğrusu ekranın alt ve üst kenarlarına paralel, |EB| = 4 birim, |BF| = 6 birim, |EF| = 8 birim, |KC| = 9 birim, |CD| = 6 birim, |KD| = 12 birim ve |AK| = 7 birimdir.

ED 'nin paralelliği bozulmadan görüntüdeki C ve K noktaları ekranın kenarlarına aynı anda değene kadar büyütüldüğünde Şekil 2'deki gibi |CK| = 18 birim oluyor.

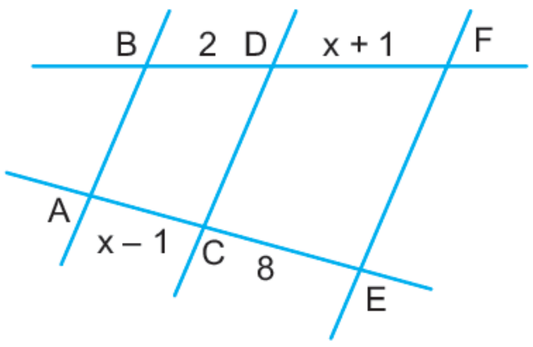
Buna göre, Şekil 2'deki |PF| = x kaç birimdir?

4) Thales Teoremleri



$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ dir.

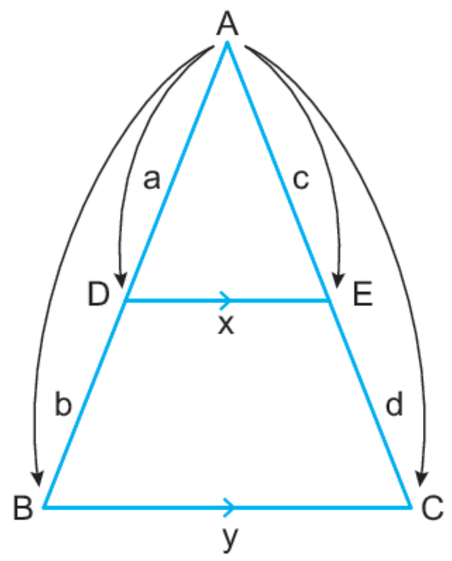
Örnek - 34



AB // CD // EF, |AC| = x – 1 birim, |CE| = 8 birim, |BD| = 2 birim ve |DF| = x + 1 birimdir.

Buna göre x, kaç birimdir?

Temel Orantı



[DE] // [BC] ise

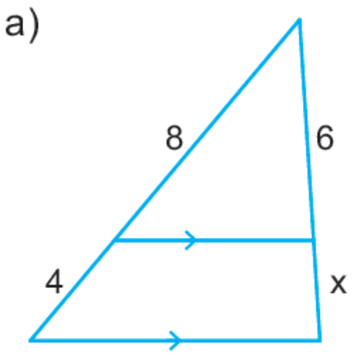
$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} = \frac{x}{y}$$

ya da

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

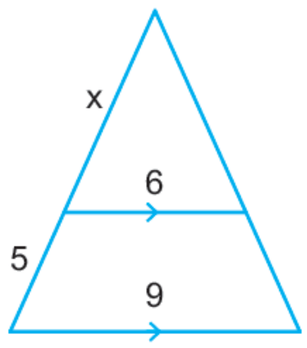
Öğrenme

a)



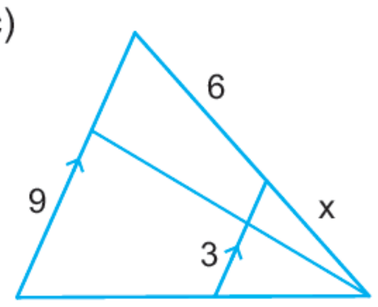
x = ?

b)



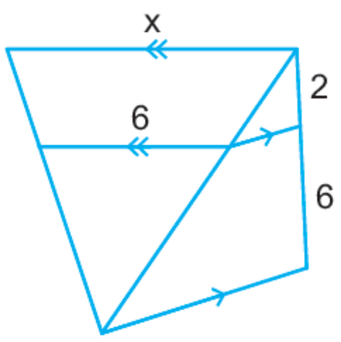
x = ?

c)



x = ?

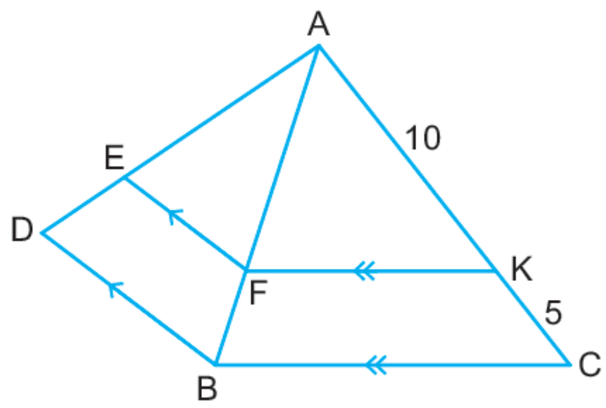
d)



x = ?

a) 3 b) 10 c) 3 d) 8

Örnek - 35



ABC ve ABD birer üçgen, [FK] // [BC], [EF] // [BD], |AK| = 10 cm, |KC| = 5 cm ve |EF| = 6 cm'dir.

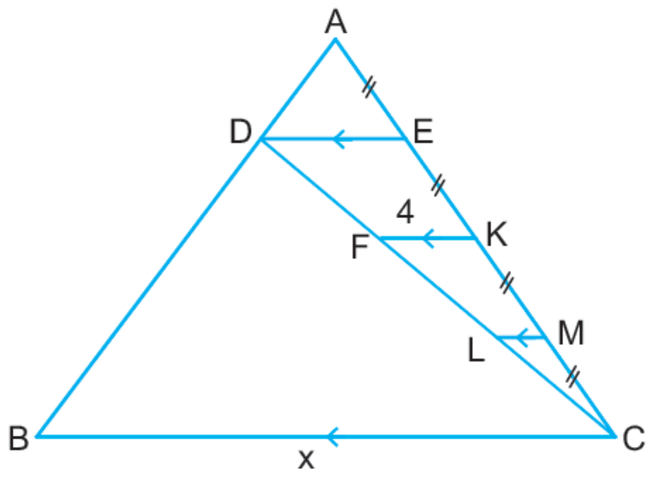
Buna göre, |BD| = x kaç cm'dir?

33. 6

34. $\sqrt{17}$

35. 9

Örnek - 36

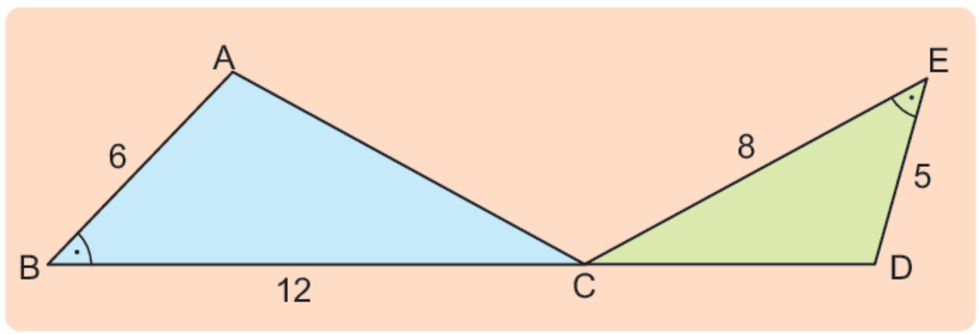


|AE| = |EK| = |KM| = |MC|, [DE] // [FK] // [LM] // [BC] ve |FK| = 4 br'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 37

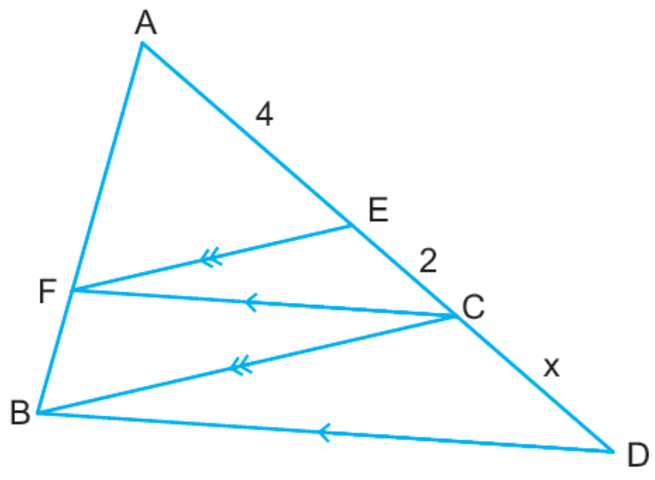
Zehra, birer açıları birbirine eşit olan iki üçgeni B,C,D noktaları doğrusal olacak biçimde masa üzerine koymuştur.



|AB| = 6 cm, |BC| = 12 cm, |EC| = 8 cm, |ED| = 5 cm ve $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CED})$'dir.

Zehra, ECD üçgenini ok yönünde C noktası etrafında BCE açısı kadar döndürdüğünde DE uzunluğunun ABC üçgeninin üzerinde olmayan kısmının uzunluğu kaç cm olur?

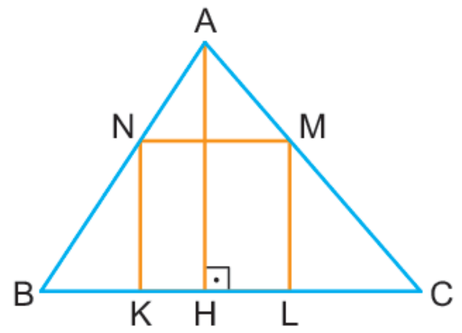
Örnek - 38



ABC bir üçgen, [FE] // [BC], [FC] // [BD], |AE| = 4 cm ve |EC| = 2 cm'dir.

Buna göre, |CD| = x kaç cm'dir?

Örnek - 39

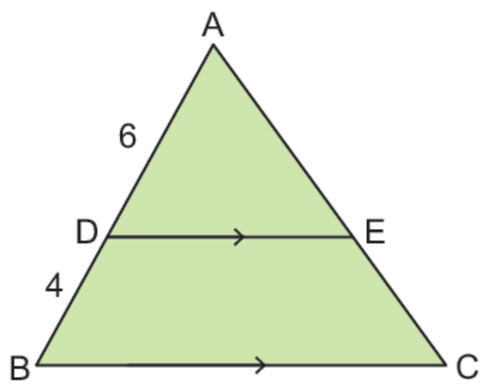


ABC üçgeninin BC kenarına ait yüksekliği 10 cm ve KLMN karesinin alanı 16 cm^2 dir.

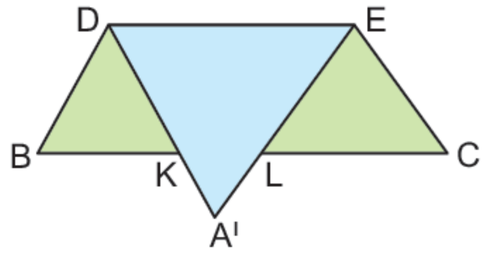
Buna göre, |BC| kaç cm'dir?

Örnek - 40

Şekil 1'deki üçgen şeklindeki karton [DE] boyunca katlanıp Şekil 2 elde ediliyor.



Şekil 1



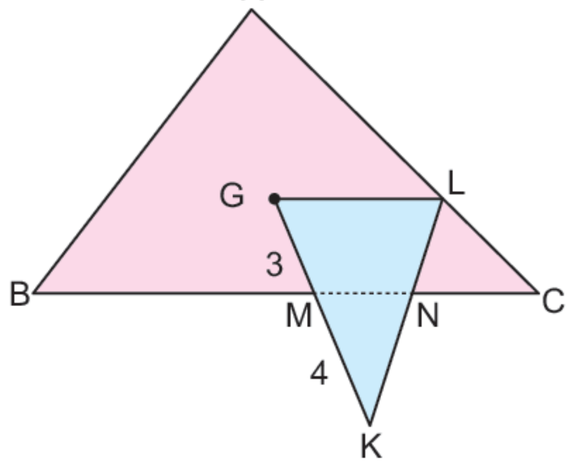
Şekil 2

|AD| = 6 cm, |BD| = 4 cm ve [DE] // [BC]'dir.

Buna göre, Şekil 2'deki $\frac{|KL|}{|BC|}$ oranı kaçtır?

Örnek - 41

Şekilde, ABC üçgeni biçimindeki bir kartonun üzerine GKL üçgen biçimindeki bir karton konulmuştur.



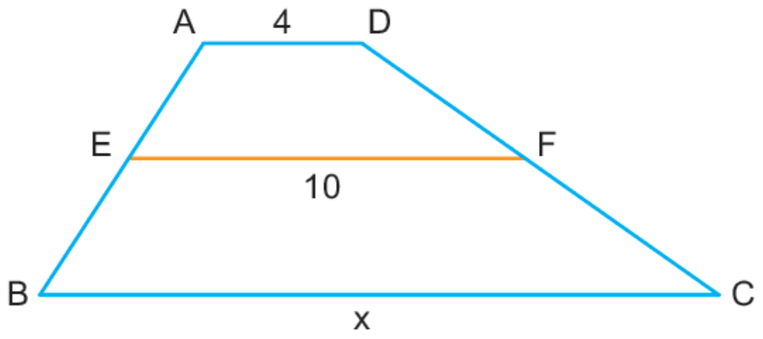
G: ABC üçgenin ağırlık merkezi, |MK| = 4 cm, ve |MG| = 3 cm'dir.

GKL üçgeni L noktası etrafında saat yönünde BCA açısı kadar döndürüldüğünde G ∈ [AC] olduğuna göre, şekildeki $\frac{|MN|}{|BC|}$ oranı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

36. 24 37. 1 38. 3 39. $\frac{20}{3}$ 40. $\frac{1}{5}$ 41. $\frac{4}{21}$

Örnek - 42

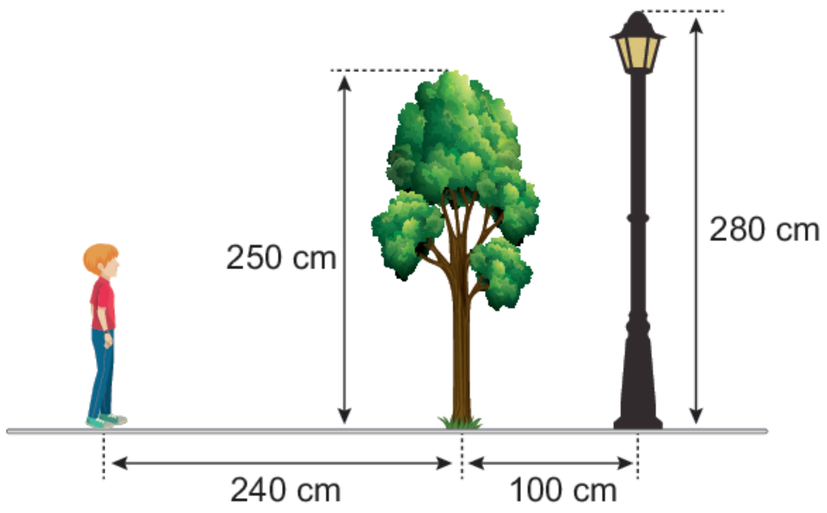


ABCD bir dörtgen, [AD] // [EF] // [BC], $3 \cdot |AE| = 2 \cdot |EB|$, $|AD| = 4$ birim ve $|EF| = 10$ birimdir.

Buna göre, $|BC| = x$ kaç birimdir?

Örnek - 43

Aşağıdaki şekilde, düz bir zeminde doğrusal olacak biçimde Ali, ağaç ve direk resmedilmiştir.

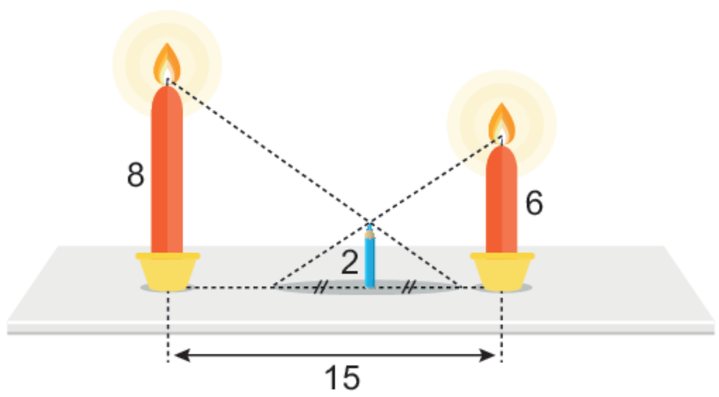


Ağaç ile direğin boyları sırasıyla 250 cm ve 280 cm, Ali'nin ağaç ile direğe uzaklığı ise sırasıyla 240 cm ve 340 cm'dir.

Ali geriye doğru 60 cm gittiğinde direği görmeye başladığına göre, Ali'nin gözleri yerden kaç cm uzaklıktadır?

Örnek - 44

Masanın üzerinde, aralarındaki uzaklık 15 birim olan 8 ve 6 birim yüksekliğindeki iki mum ve bu mumlar arasına 2 birim yüksekliğinde bir kalem mumlarla doğrusal olacak biçimde yerleştirilmiştir.

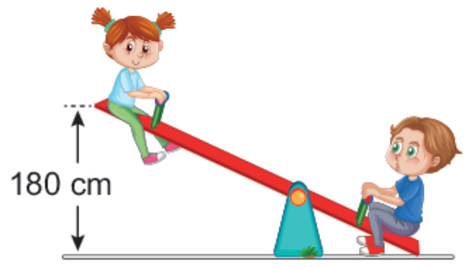


Mumlardan çıkan ışıklarla kalemin her iki tarafında oluşturduğu gölgelerin boyları birbirine eşittir.

Buna göre, mumlardan ikisinin oluşturduğu gölgenin boyu kaç birimdir?

Örnek - 45

Bir baba altı ve üç yaşındaki çocuklarının aralarındaki kilo farkından dolayı birlikte oynayabilmeleri için eşit kollu olmayan bir tahterevalli yapmıştır.



Şekil 1



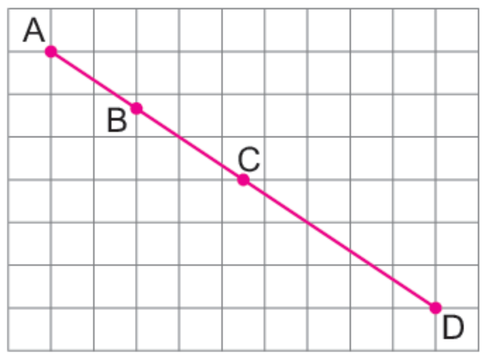
Şekil 2

Tahterevalli, doğrusal bir parça zemine dik olacak biçimde bu parçaya yerleştirilen bir destek üzerine konulmuş bir tahta parçasından oluşmaktadır. Düz bir zemine yerleştirilen bu tahterevallinin sağ ucu Şekil 1'deki gibi yere değdiğinde sol ucunun yerden yüksekliği 180 cm oluyor. Tahterevallinin sol ucu Şekil 2'deki gibi yere değdiğinde ise sağ ucunun yerden yüksekliği 60 cm oluyor.

Buna göre, tahterevalliye yerleştirilen desteğin uzunluğu kaç cm'dir?

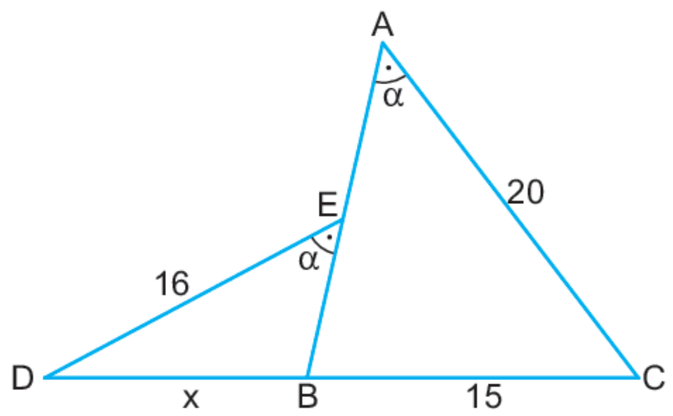
Örnek - 46

Birim kareler üzerine çizilmiş [AD] doğru parçası üzerinde B ve C noktaları işaretlenmiştir.



Buna göre, $\frac{|AC|}{|BD|}$ oranı kaçtır?

Örnek - 47



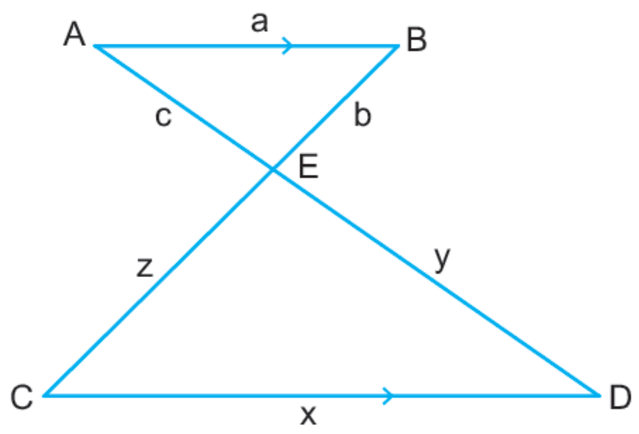
ABC ve EBD birer üçgen, $B \in [CD]$, $2 \cdot |AE| = 3 \cdot |EB|$, $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DEB})$, $|ED| = 16$ cm, $|AC| = 20$ cm ve $|BC| = 15$ cm'dir.

Buna göre, $|BD| = x$ kaç cm'dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

42. 19 43. 160 44. 6 45. 45 46. $\frac{9}{14}$ 47. 12

Kelebek Benzerliği



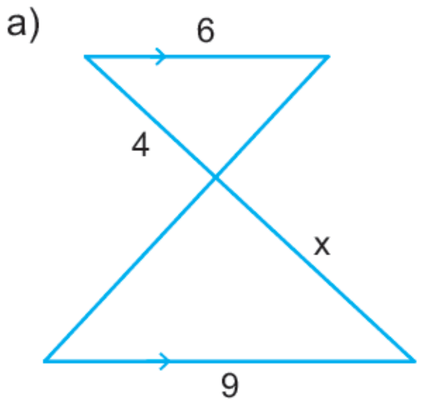
[AB] // [CD]

olduğunda

$\frac{a}{x} = \frac{b}{z} = \frac{c}{y}$ dir.

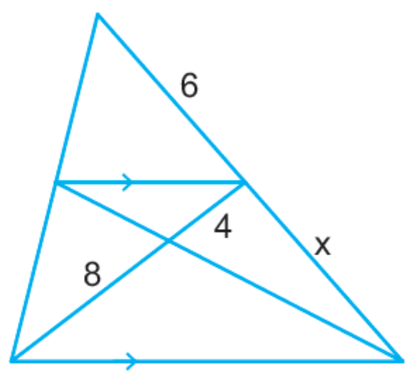
Öğrenme

a)



x = ?

b)

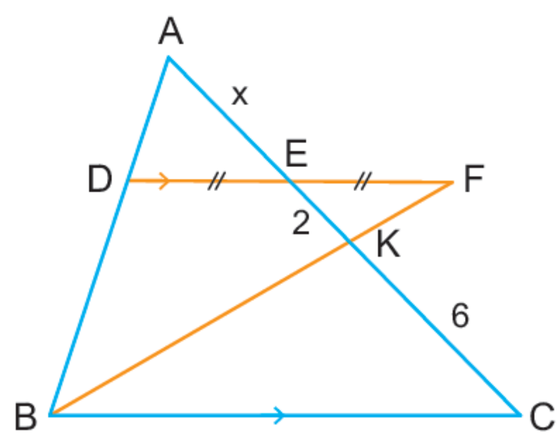


x = ?

a) 6 b) 6

Alanı | 8

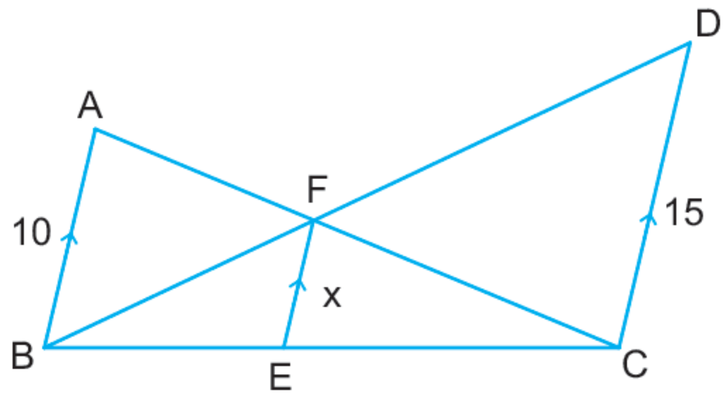
Örnek - 48



ABC bir üçgen, [DF] // [BC], |DE| = |EF|, |EK| = 2 birim ve |KC| = 6 birimdir.

Buna göre, |AE| = x kaç m'dir?

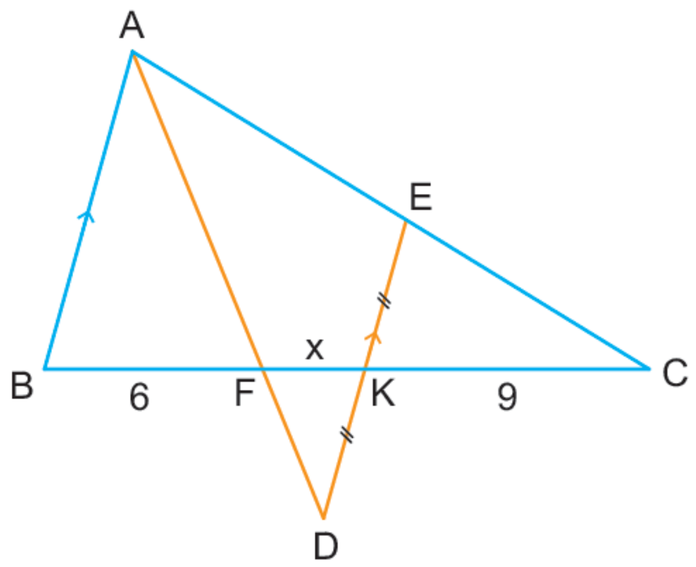
Örnek - 49



ABC ve BCD birer üçgen, [AB] // [EF] // [CD], |AB| = 10 birim ve |CD| = 15 birimdir.

Buna göre, |EF| = x kaç birimdir?

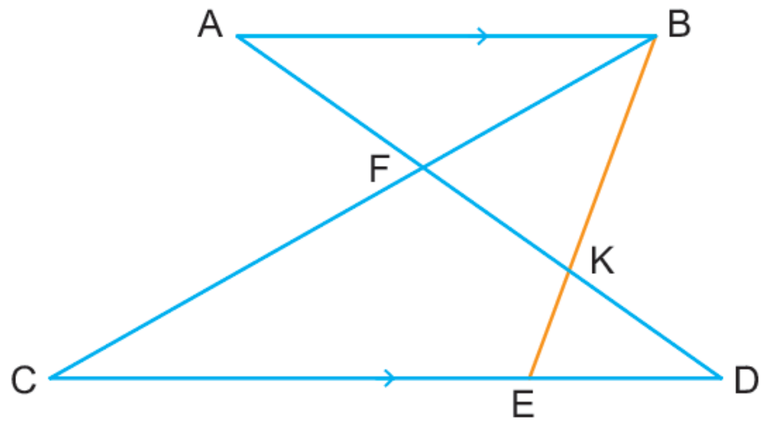
Örnek - 50



ABC bir üçgen, [AB] // [ED], |DK| = |KE|, |BF| = 6 cm ve |KC| = 9 cm'dir.

Buna göre, |FK| kaç cm'dir?

Örnek - 51



[AB] // [CD], |CE| = 3 · |ED| = 2 · |AB|, |AD| = 110 birimdir.

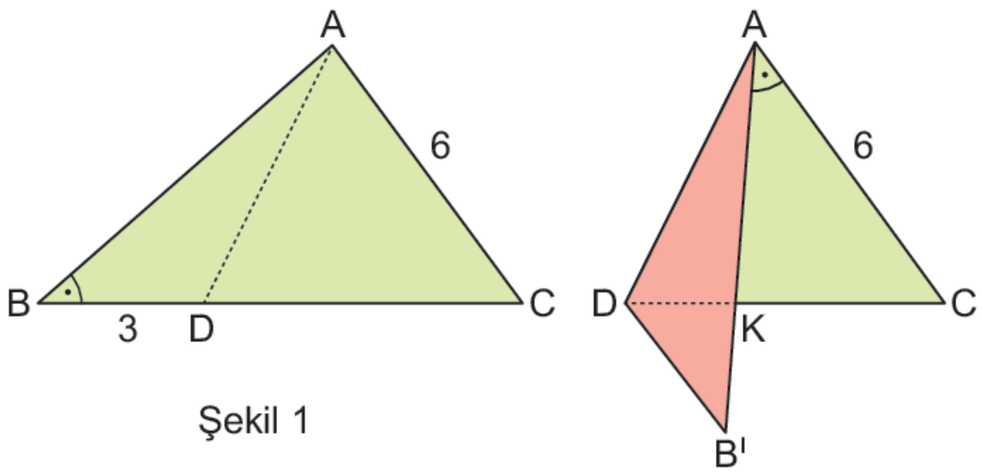
Buna göre, |FK| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

48. 4 49. 6 50. 3 51. 36

Örnek - 52

ABC üçgeni biçimindeki Şekil 1'deki karton AD boyunca katlanıyor.



Şekil 1

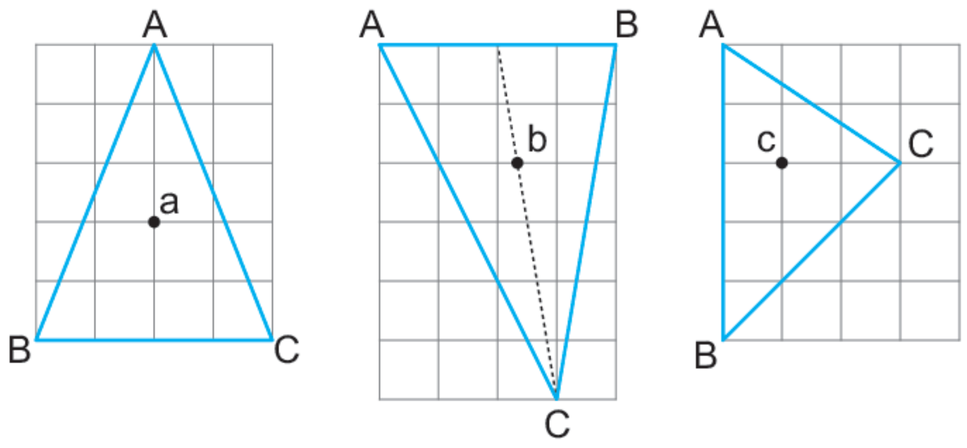
Şekil 2

$|BD| = 3$ cm, $|AC| = 6$ cm, $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{KAC})$'dir.

Buna göre, $|CK|$ kaç birimdir?

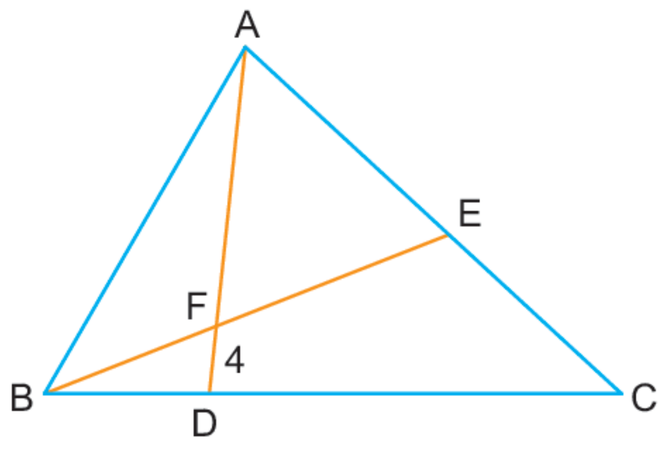
Örnek - 53

Aşağıda birim kareli zeminde üç farklı ABC üçgeni gösterilmiştir.



Buna göre; a, b ve c ile ifade edilen noktalardan hangileri bulundukları üçgende ağırlık merkezidir?

Örnek - 54

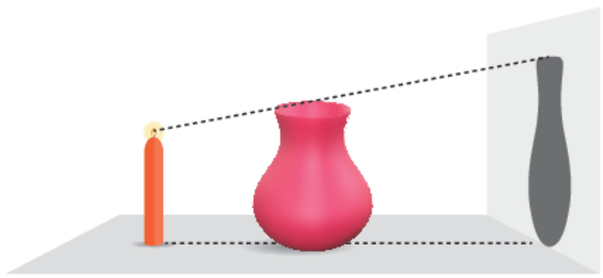


ABC bir üçgen, $3 \cdot |AC| = 5 \cdot |AE|$, $5 \cdot |BD| = 2 \cdot |CD|$ ve $|FD| = 4$ birimdir.

Buna göre, $|AF|$ kaç birimdir?

Örnek - 55

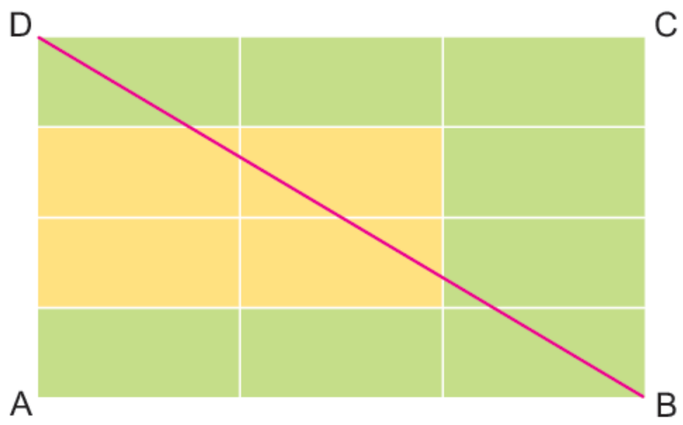
Aşağıdaki şekilde, mum ile mumdan 3 cm daha uzun olan bir vazo zemine dik olacak biçimde konulmuştur. Mum yandığında vazonun, zemine dik konumlu duvarda gölgesi oluşmaktadır. Mum belli bir süre yanıp biraz eridiğinde vazonun duvardaki gölgesi 12 cm uzamıştır.



Mumun gölgeye olan uzaklığı vazoya olan uzaklığının 7 katı olduğuna göre, son durumda vazo mundan kaç cm uzundur?

Örnek - 56

Renkleri dışında birbirine özdeş olan 12 dikdörtgenin kenarları yapıştırılarak ABCD dikdörtgeni oluşturuluyor.



[BD] köşegeni çizildiğinde, köşegenin sarı dikdörtgenler içinde kalan parçasının uzunluğu 10 birimdir.

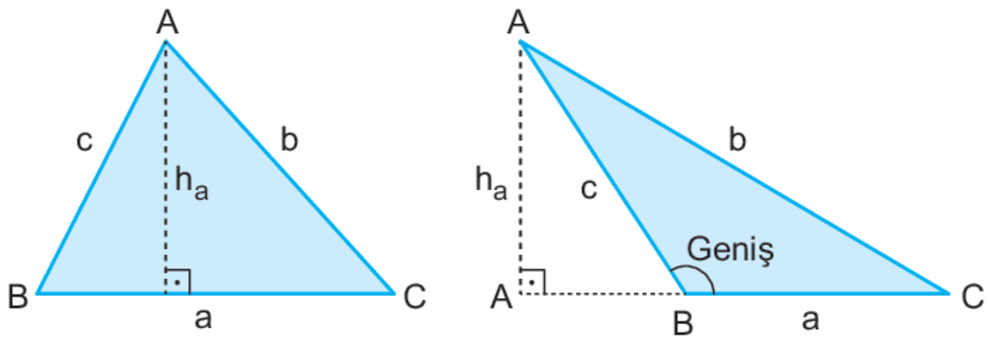
Buna göre, $|BD|$ uzunluğu kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

52. 4 53. Yalnız b 54. 21 55. 5 56. 24

ÜÇGENDE ALAN

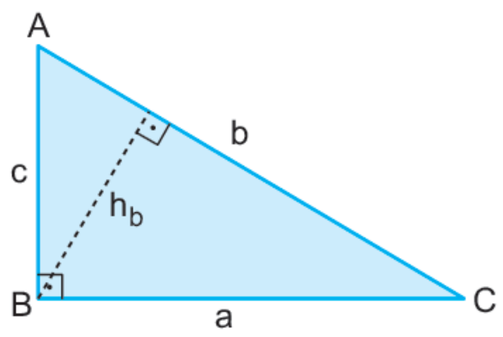
1. Alan Formülü



$$\text{Alan}(\widehat{ABC}) = \frac{\text{Taban} \times \text{Tabana ait yükseklik}}{2}$$

$$\text{Alan} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2} \text{ dir.}$$

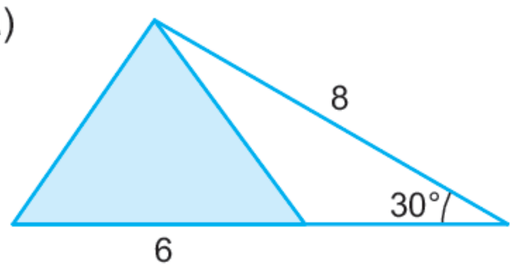
- **Dik Üçgende Alan**



$$\text{Alan}(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot c}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

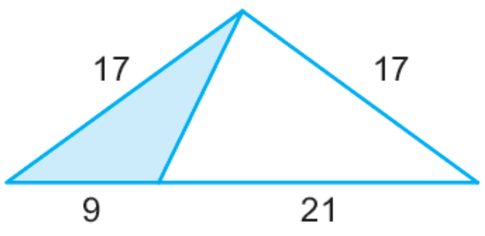
Öğrenme

a)



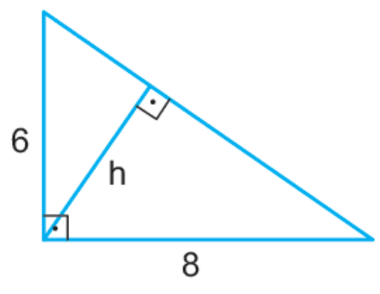
Taralı Alan = ?

b)



Taralı Alan = ?

c)

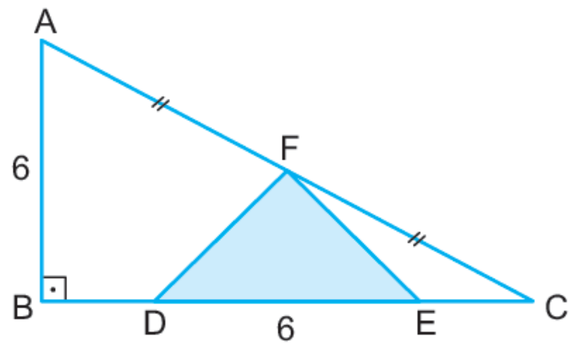


h = ?

a) 12 b) 36 c) 4,8

Alanı | 1

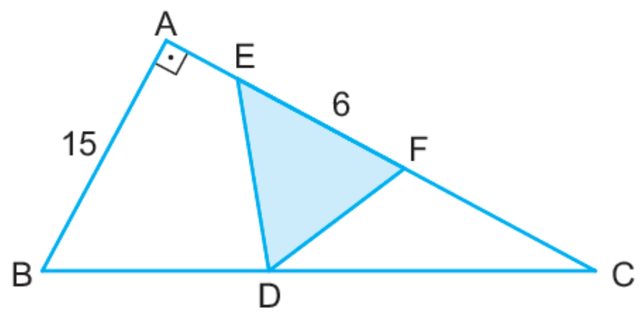
Örnek - 1



ABC bir üçgen, [AB] ⊥ [BC], |AF| = |FC| ve |AB| = |DE| = 6 cm'dir.

Buna göre, A($\widehat{FDE}$) kaç santimetrekaredir?

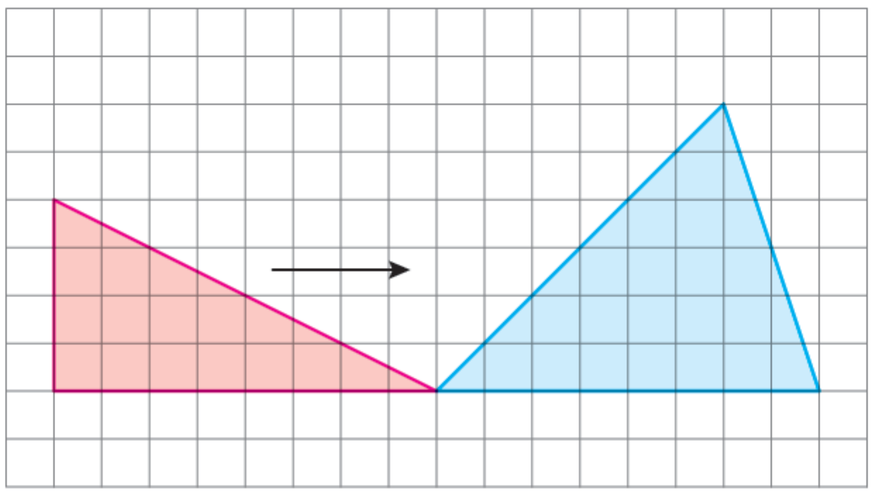
Örnek - 2



ABC ve DEF birer üçgen, D ∈ [BC], m($\widehat{BAC}$) = 90°, 3 · |BD| = 2 · |CD|, |EF| = 6 birim ve |AB| = 15 birimdir.

Buna göre, EDF üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 3

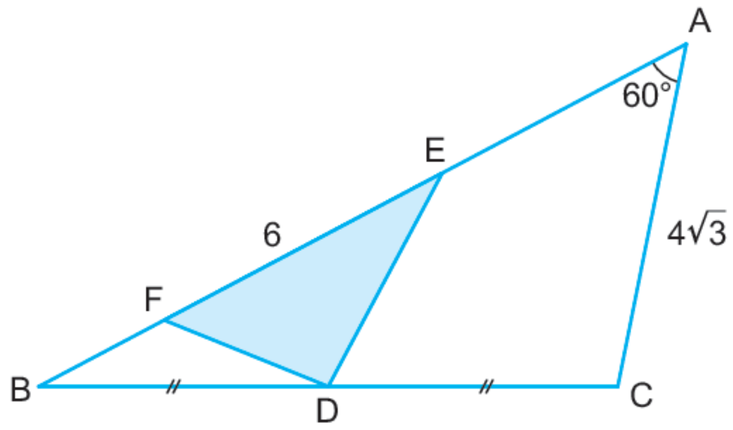


Yukarıdaki şekilde birim kareli kağıda iki üçgen çizilmiştir.

Kırmızı üçgen 6 birim sağa ötelendiğinde iki üçgenin kesiştiği bölgenin alanı kaç birimkare olur?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

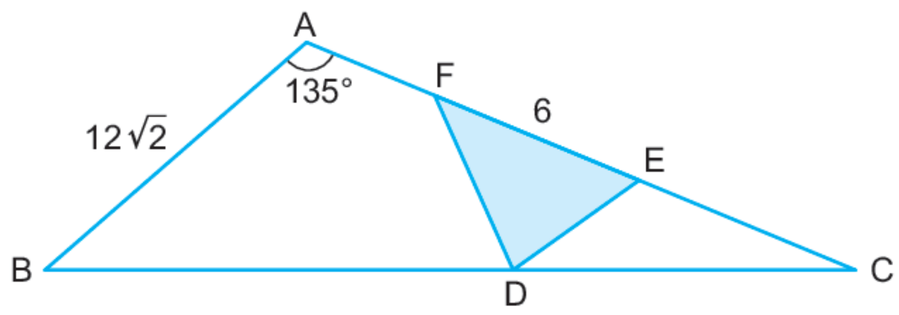
Örnek - 4



ABC ve DEF birer üçgen, $m(\widehat{BAC}) = 60°$, $|BD| = |CD|$, $|EF| = 6$ birim ve $|AC| = 4\sqrt{3}$ birimdir.

Buna göre, Alan($\widehat{EFD}$) kaç birimkaredir?

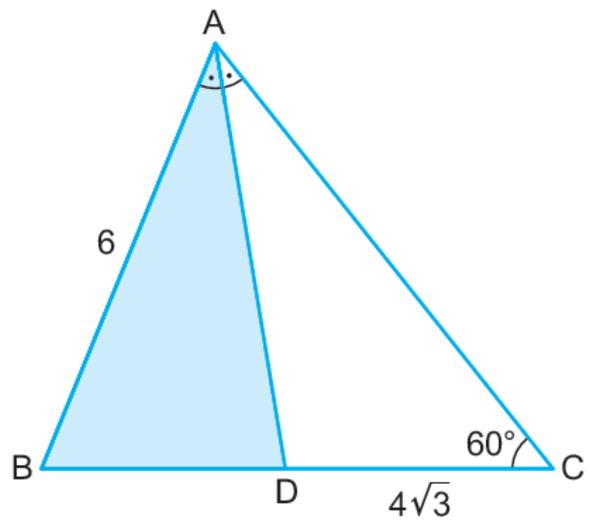
Örnek - 5



ABC ve DEF birer üçgen, $D \in [BC]$, $m(\widehat{BAC}) = 135°$, $|BD| = 2 \cdot |CD|$, $|EF| = 6$ cm ve $|AB| = 12\sqrt{2}$ cm'dir.

Buna göre, Alan($\widehat{EDF}$) kaç santimetrekaredir?

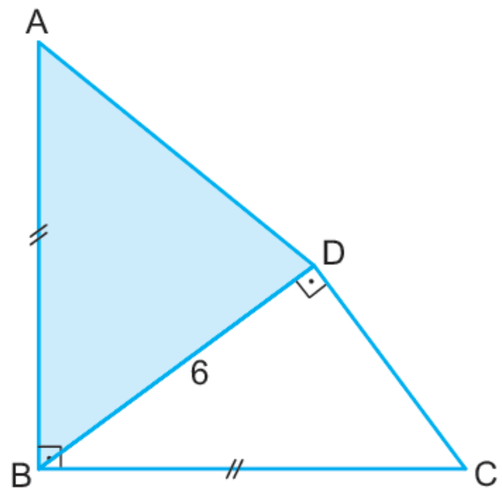
Örnek - 6



ABC bir üçgen, [AD] : Açıortay, $m(\widehat{ACB}) = 60°$, $|AB| = 6$ birim ve $|CD| = 4\sqrt{3}$ birimdir.

Buna göre, Alan($\widehat{ABD}$) kaç birimkaredir?

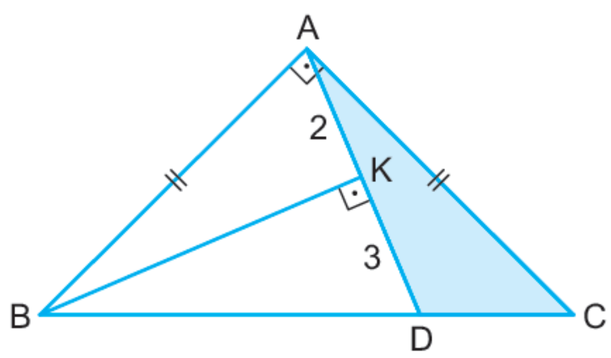
Örnek - 7



ABCD bir dörtgen, $m(\widehat{ABC}) = 90°$, $m(\widehat{BDC}) = 90°$, $|AB| = |BC|$ ve $|BD| = 6$ birimdir.

Buna göre, ABD üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

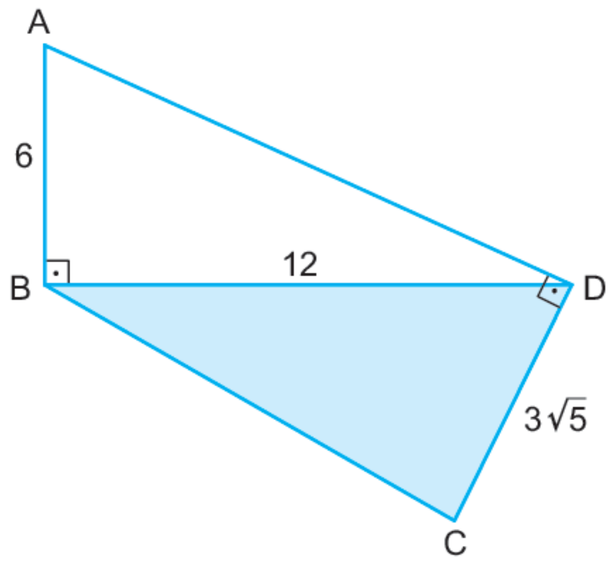
Örnek - 8



ABC ikizkenar dik üçgen, $D \in [BC]$, $K \in [AD]$, $m(\widehat{BAC}) = 90°$, $m(\widehat{AKB}) = 90°$, $|AK| = 2$ birim ve $|KD| = 3$ birimdir.

Buna göre, Alan($\widehat{ACD}$) kaç birimkaredir?

Örnek - 9



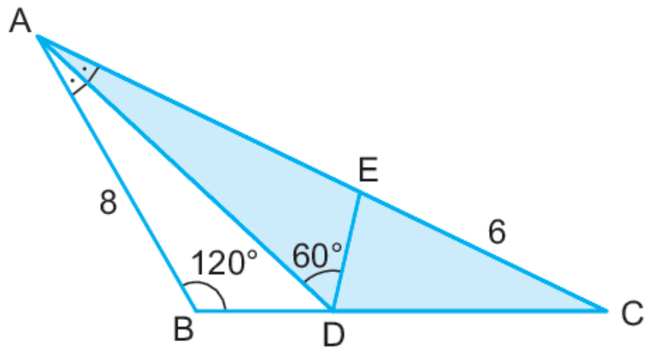
ABD ve BCD birer üçgen, $[AB] \perp [BD]$, $[CD] \perp [AD]$, $|AB| = 6$ birim, $|BD| = 12$ birim ve $|CD| = 3\sqrt{5}$ birimdir.

Buna göre, Alan($\widehat{BCD}$) kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

4. 9 5. 12 6. 18 7. 18 8. 5 9. 36

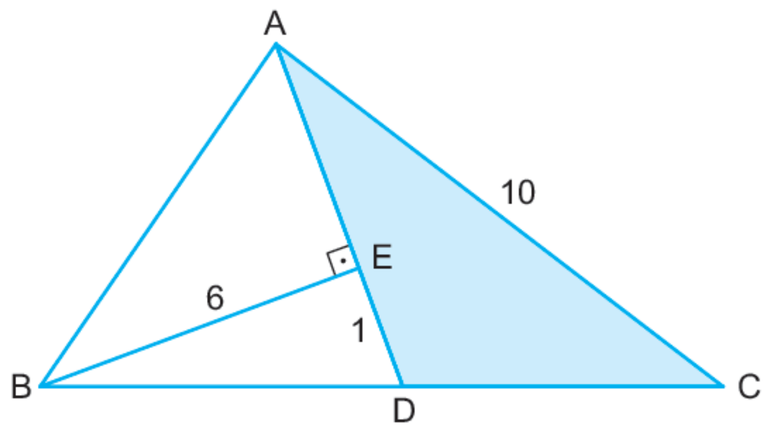
Örnek - 10



ABC üçgeninde [AD] açıortay, $m(\widehat{ABD}) = 120°$, $m(\widehat{ADE}) = 60°$, |CE| = 6 br ve |AB| = 8 br'dir.

Buna göre, $A(\widehat{ACD})$ kaç br^2 dir?

Örnek - 11

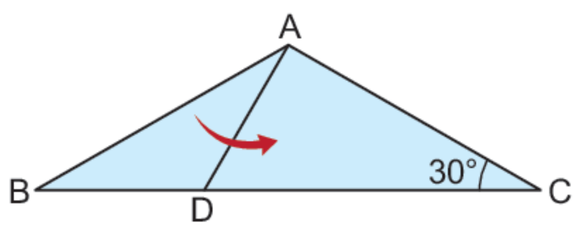


ABC bir üçgen, [BE] ⊥ [AD], |AD| = |BD|, |AC| = 10 birim, |BE| = 6 birim ve |ED| = 1 birim

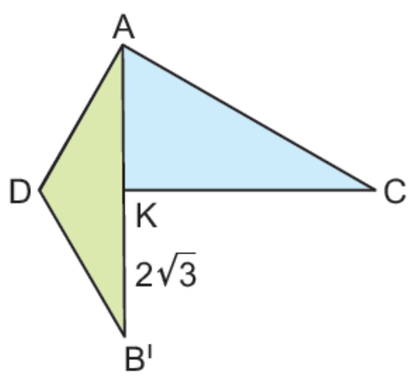
Buna göre, ACD üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 12

ABC üçgeni biçimindeki Şekil 1'deki karton [AD] boyunca ok yönünde katlandığında, [AB] kenarı ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezinden geçiyor



Şekil 1

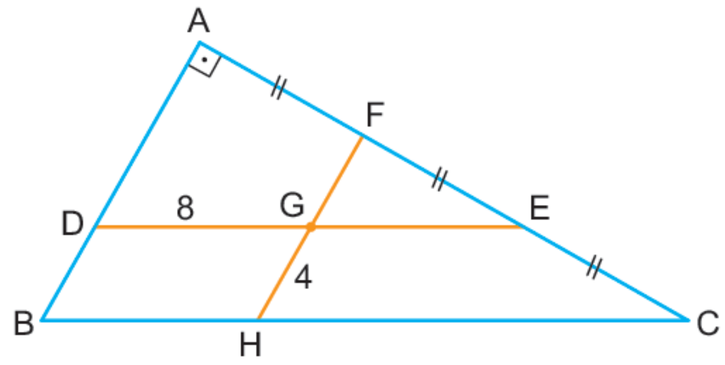


Şekil 2

$m(\widehat{ACB}) = 30°$, $|AB'| = |AC|$ ve $|KB'| = 2\sqrt{3}$ birimdir.

Buna göre, Alan$(\widehat{ABC})$ kaç birimkaredir?

Örnek - 13

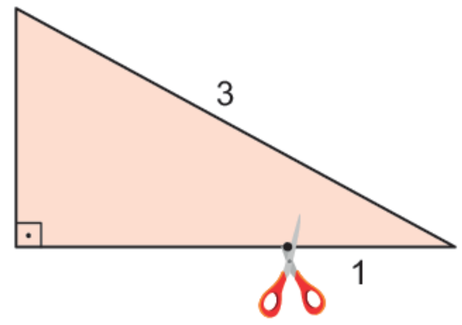


ABC dik üçgen, [AB] ⊥ [AC], [FH] // [AB], [DE] // [BC], |AF| = |FE| = |EC|, |DG| = 8 birim ve |GH| = 4 birim

Buna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

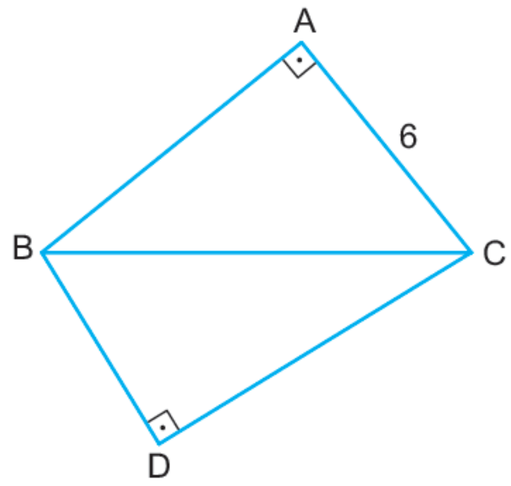
Örnek - 14

Hipotenüs uzunluğu 3 birim olan dik üçgen biçimindeki karton aşağıdaki gibi bir köşesine 1 birim uzaklıktan kesilerek üçgen şeklinde iki karton elde ediliyor.



Üçgenlerden biri ikizkenar üçgen olduğuna göre, kartonun alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 15



Şekildeki hepotenüsleri aynı olan dik üçgenlerde |AC| = 6 cm ve |CD| = |AB| + |BD|'dir.

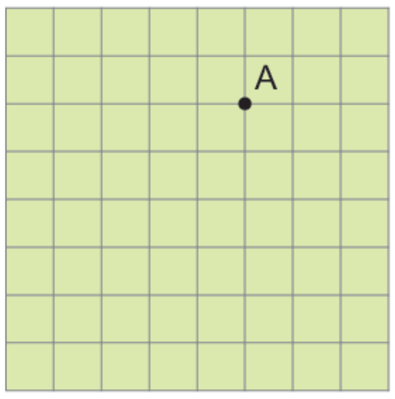
Buna göre, $A(\widehat{BDC})$ kaç cm^2 dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

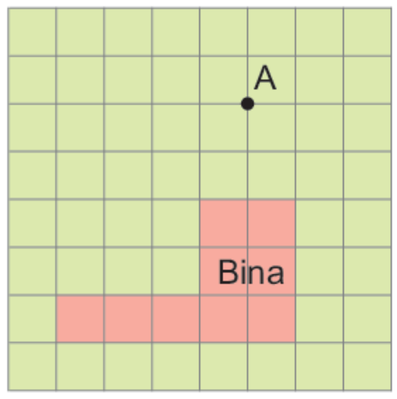
10. $12\sqrt{3}$ 11. 21 12. $12\sqrt{3}$ 13. $72\sqrt{3}$ 14. 2 15. 9

Örnek - 16

Aşağıdaki Şekil 1'de boş bir arsanın birimkareli zemine modellenmiş hâli gösterilmiştir. A noktasında bulunan bir fıskiye tüm arsayı sulayabilmektedir.



Şekil 1

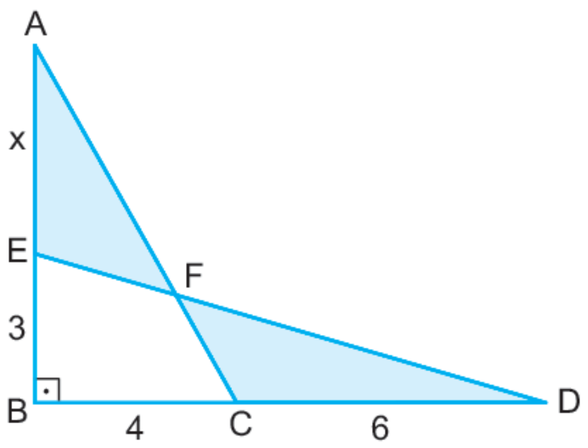


Şekil 2

Şekil 2'de arsa üzerine yapılan yüksek katlı bir binanın üstten görünümü gösterilmiştir.

Buna göre, bina yapıldıktan sonra fıskiye açıldığında kuru kalan zeminin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 17

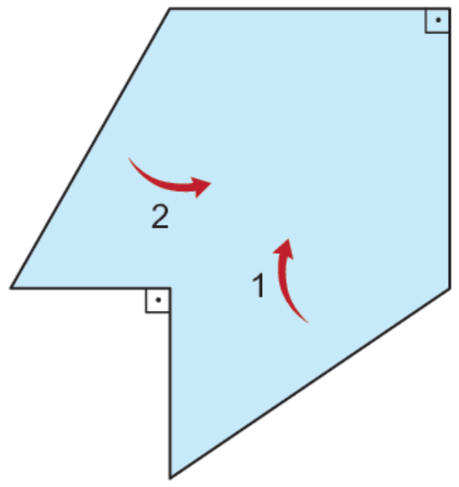


ABC ve BDE dik üçgen, |BC| = 4 cm, |CD| = 6 cm, |EB| = 3 cm ve |AE| = x'dir.

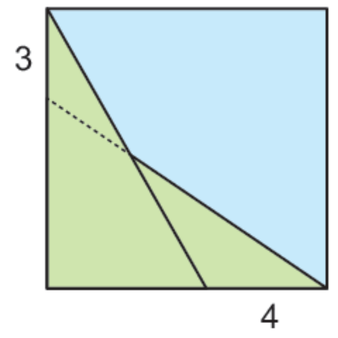
Taralı alanlar birbirine eşit olduğuna göre, x kaçtır?

Örnek - 18

Şekil 1'de verilen altıgen şeklindeki karton 1 ve 2 nolu katlamalar yapıldığında Şekil 2'deki gibi kare oluşuyor.



Şekil 1



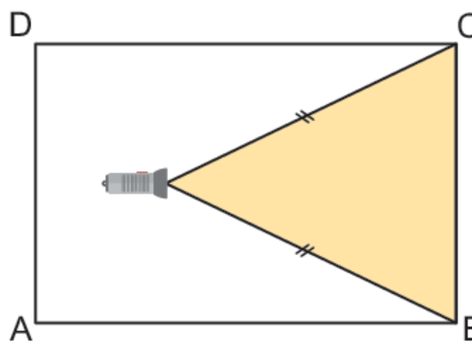
Şekil 2

Şekil 2'de karenin kenar uzunluklarının bazı kısımların uzunlukları verilmiş ve iki katlı bölgelerin alanları farkı 3 birimkare olduğu biliniyor.

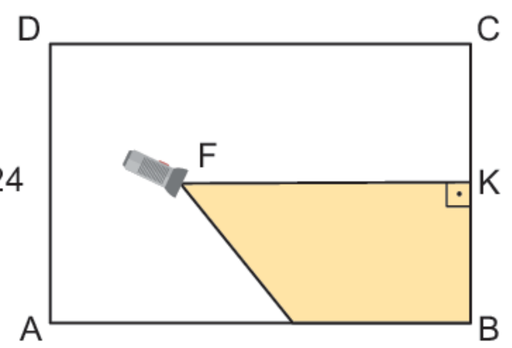
Buna göre, karenin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 19

Şekil 1'de dikdörtgen şeklindeki masanın üzerine konulan bir fenerin F noktasından itibaren masa yüzeyini aydınlattığı kısım gösterilmiştir.



Şekil 1



Şekil 2

Şekil 2'de ise ışığın çıkış noktası değişmeden fener döndürülmüştür.

|FC| = |FB|, [FK] ⊥ [BC], |BC| = 24 cm'dir.

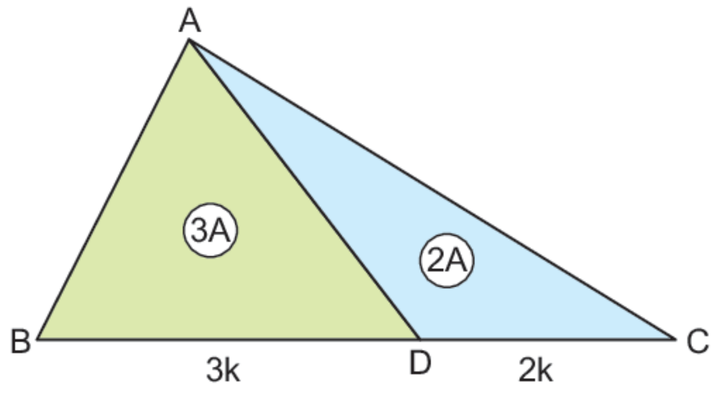
Fener döndürüldüğünde masanın üzerinde aydınlanan alan 30 cm^2 azaldığına göre, Şekil 2'deki AB kenarının aydınlık kısmı kaç santimetredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

16. 11,5 17. $\frac{9}{2}$ 18. 24 19. 13

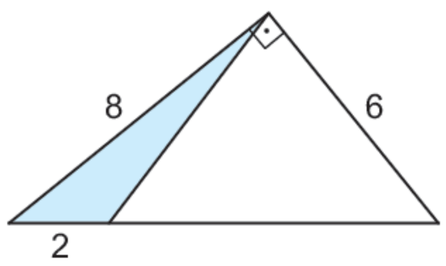
2. Alan Dağıtma

a) Tepe noktaları aynı olan (yükseklikleri eşit olan) üçgenlerin alanları tabanlarıyla doğru orantılıdır.



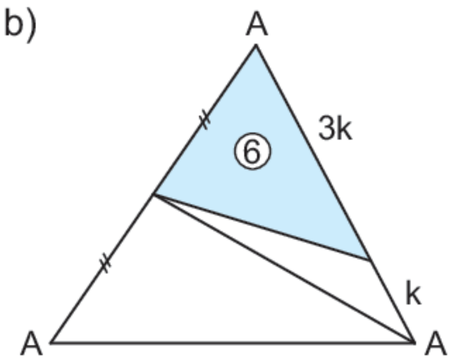
Öğrenme

a)



Taralı Alan = ?

b)

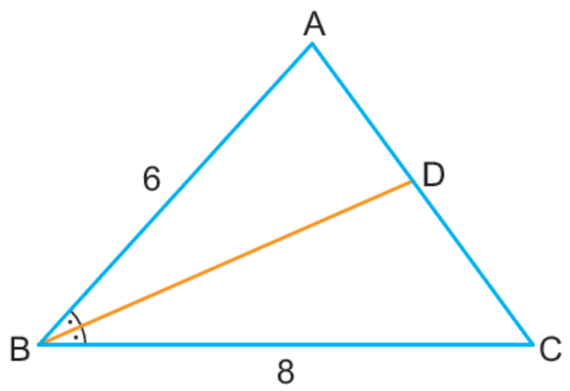


A($\widehat{ABC}$) = ?

a) $\frac{24}{5}$ b) 16

Alanı | 2

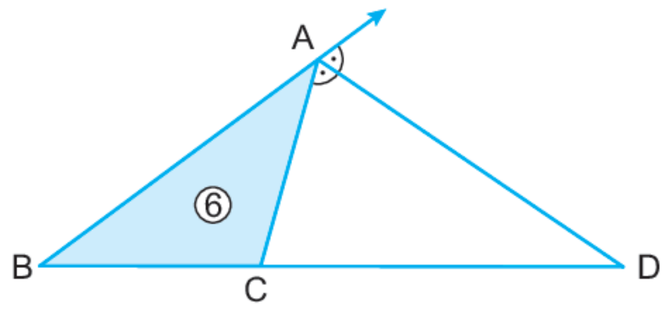
Örnek - 20



ABC bir üçgen, [BD] açıortay, |AB| = 6 cm ve |BC| = 8 cm'dir.

Buna göre, $\frac{\text{Alan}(\widehat{ABD})}{\text{Alan}(\widehat{ABC})}$ oranı kaçtır?

Örnek - 21

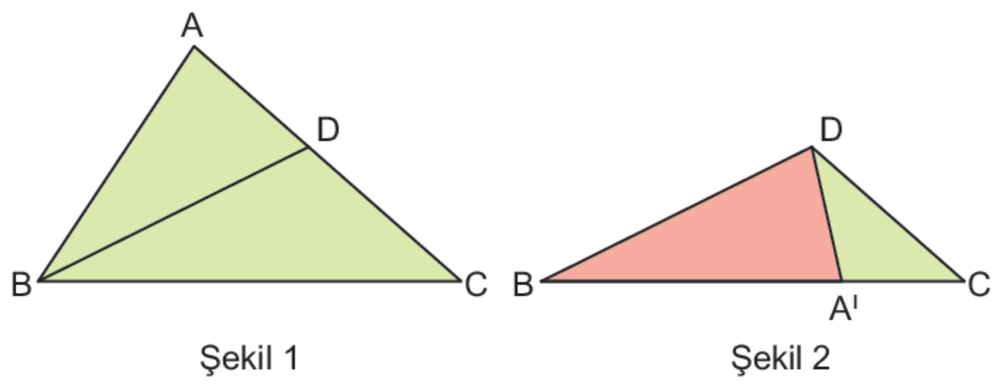


ABD bir üçgen, C ∈ [BD], [AD] dış açıortay, $2 \cdot |AB| = 3 \cdot |AC|$ ve Alan($\widehat{ABC}$) = 6 br^2

Buna göre, Alan($\widehat{ABD}$) kaç birimkaredir?

Örnek - 22

ABC üçgeni şeklindeki Şekil 1'deki karton [BD] boyunca katlanıp Şekil 2'deki görüntü oluşturuluyor.

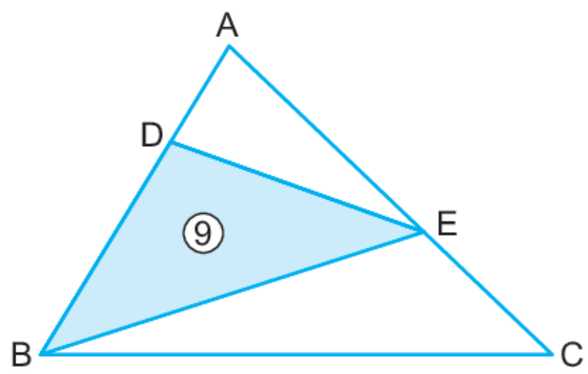


Şekil 1 Şekil 2

Şekil 1'deki görünen yüzeyin alanı 28 birimkare, Şekil 2'deki görünen yüzeyin alanı 16 birimkaredir.

Buna göre, $\frac{|A'C|}{|BC|}$ oranı kaçtır?

Örnek - 23



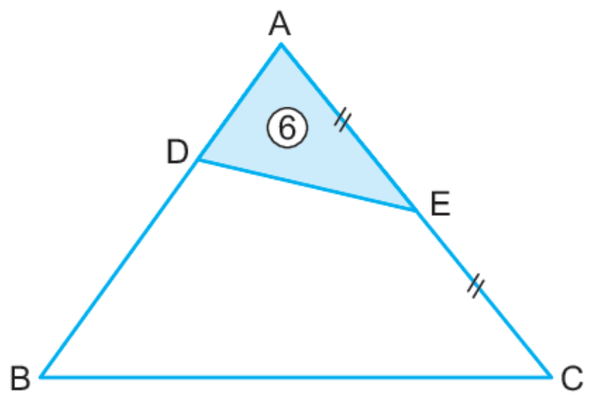
ABC bir üçgen, D ∈ [AB], E ∈ [AC], $2 \cdot |AE| = 3 \cdot |EC|$, $|BD| = 3 \cdot |AD|$ ve Alan($\widehat{BDE}$) = 9 br^2

Buna göre, Alan($\widehat{ABC}$) kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

20. $\frac{3}{7}$ 21. 18 22. $\frac{1}{4}$ 23. 20

Örnek - 24

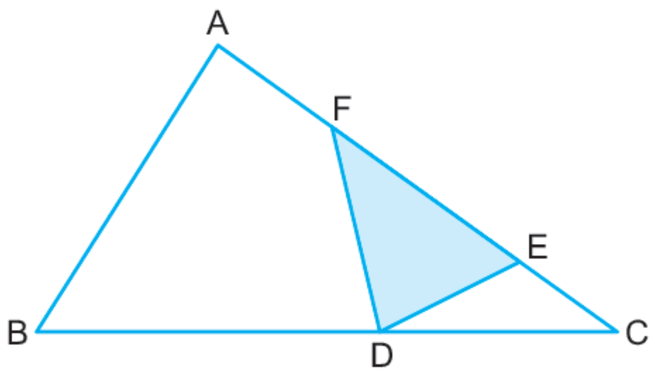


ABC bir üçgen, $|AE| = |EC|$, $5 \cdot |AD| = 2 \cdot |BD|$ ve

Alan($\widehat{ADE}$) = 6 br^2 dir.

Buna göre, Alan($\widehat{ABC}$) kaç birimkaredir?

Örnek - 25

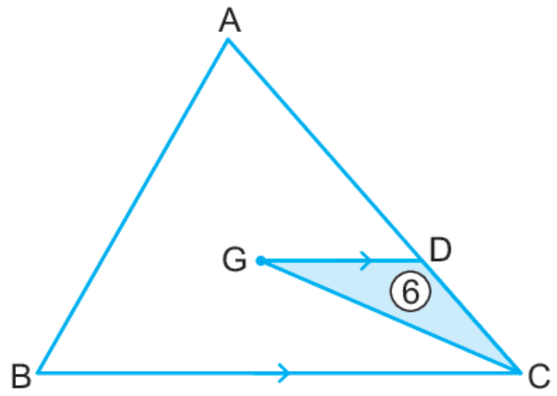


ABC ve DEF birer üçgen, $|AC| = 4 \cdot |EF|$, $|BD| = 3 \cdot |CD|$ ve

Alan($\widehat{ABC}$) = 40 br^2 dir.

Buna göre, Alan($\widehat{DEF}$) kaç birimkaredir?

Örnek - 26



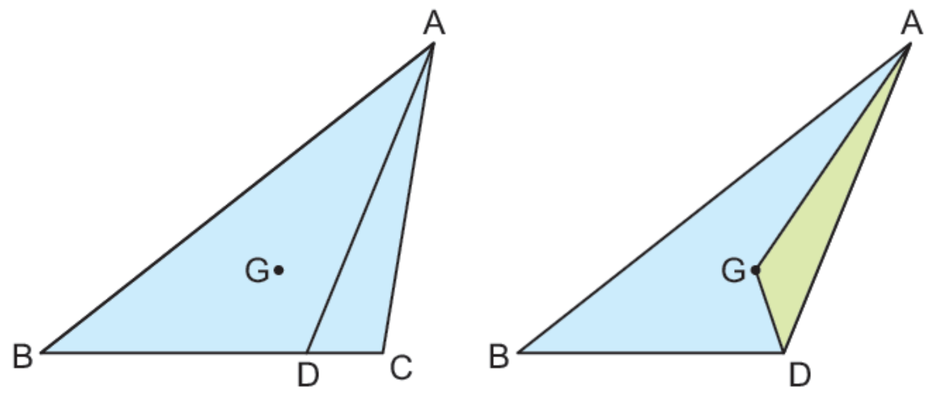
G: ABC üçgeninin, ağırlık merkezi, [GD] // [BC] ve

Alan($\widehat{GDC}$) = 6 br^2 dir.

Buna göre, Alan($\widehat{ABC}$) kaç birimkaredir?

Örnek - 27

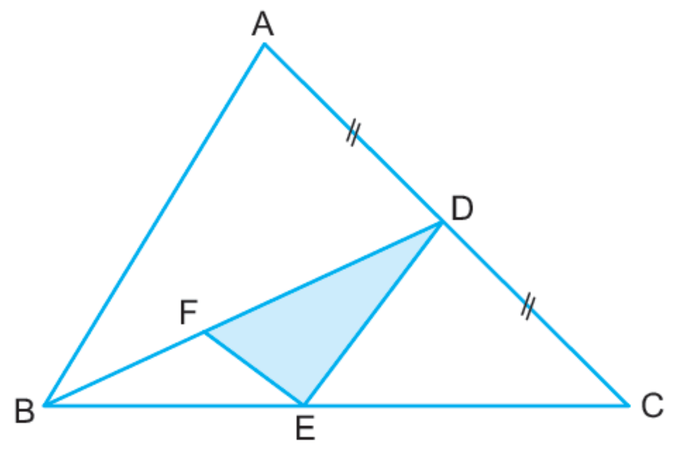
ABC üçgeni biçimindeki bir kartonun ağırlık merkezi G noktasıdır. Bu karton [AD] boyunca katlandığında, Şekil-2 'deki gibi C köşesi G noktası ile çakışıyor.



Kartonun ön yüzü mavi, arka yüzü yeşil renktedir.

Şekil 1'deki mavi bölgenin alanı 60 birimkare olduğuna göre, Şekil 2'deki mavi bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 28

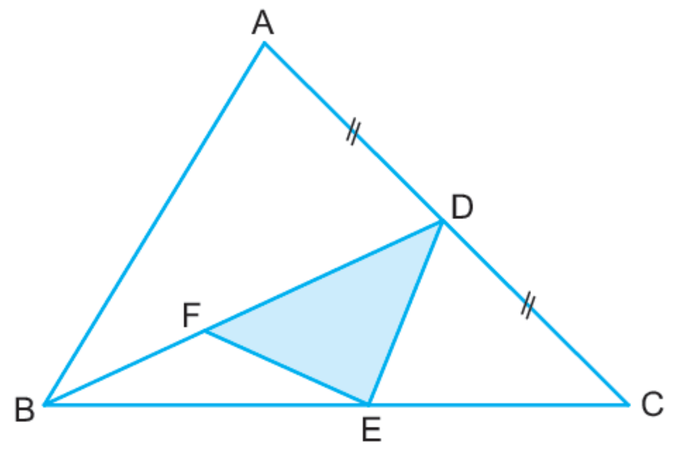


ABC bir üçgen, $E \in [BC]$, $F \in [BD]$, $3 \cdot |BF| = 2 \cdot |FD|$

$4 \cdot |EB| = 5 \cdot |CE|$ ve $|AD| = |CD|$'dir.

Buna göre, $\frac{\text{Alan}(\widehat{EFD})}{\text{Alan}(\widehat{ABC})}$ oranı kaçtır?

Örnek - 29



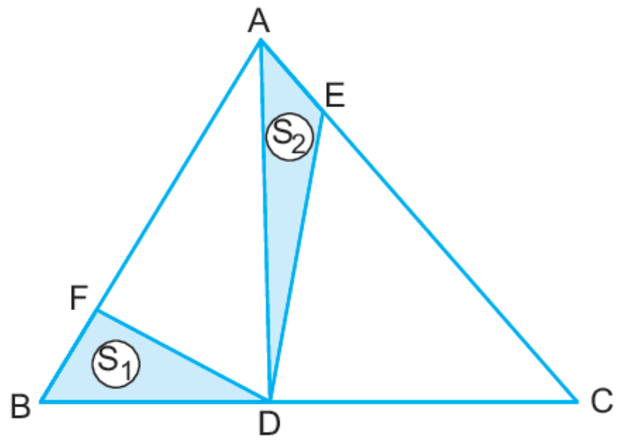
ABC bir üçgen, $E \in [BC]$, $F \in [BD]$, $3 \cdot |BF| = 2 \cdot |FD|$

$5 \cdot |EB| = 4 \cdot |CE|$ ve $|AD| = |CD|$'dir.

Buna göre, $\frac{\text{Alan}(\widehat{EFD})}{\text{Alan}(\widehat{ABC})}$ oranı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

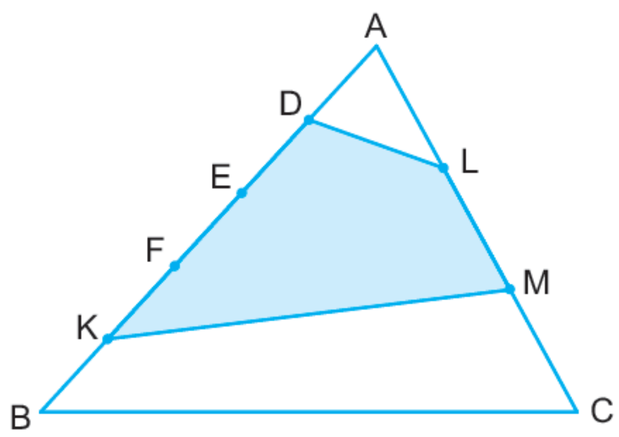
Örnek - 30



ABD bir üçgen, $|AF| = 3 \cdot |BF|$, $|EC| = 4 \cdot |AE|$ ve $4 \cdot |BD| = 3 \cdot |CD|$'dir.

Yukarıdaki şekilde S_1 ve S_2 bulundukları bölgenin alanı olduğuna göre, $\frac{S_1}{S_2}$ oranı nedir?

Örnek - 31

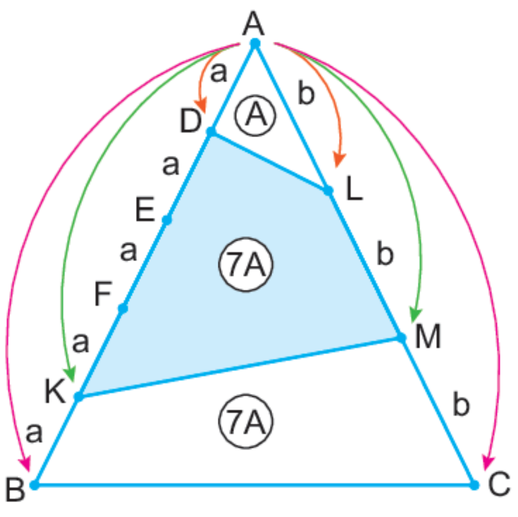


Yukarıdaki şekilde [AB] 5 eşit parçaya [AC] 3 eşit parçaya ayrılmıştır.

Buna göre, $\frac{\text{Taralı Alan}}{\text{Alan}(\widehat{ABC})}$ oranı kaçtır?

Not

Tepe noktaları aynı olan iç içe üçgenlerde, kollar çarpımı ile üçgenlerin alanları doğru orantılıdır.



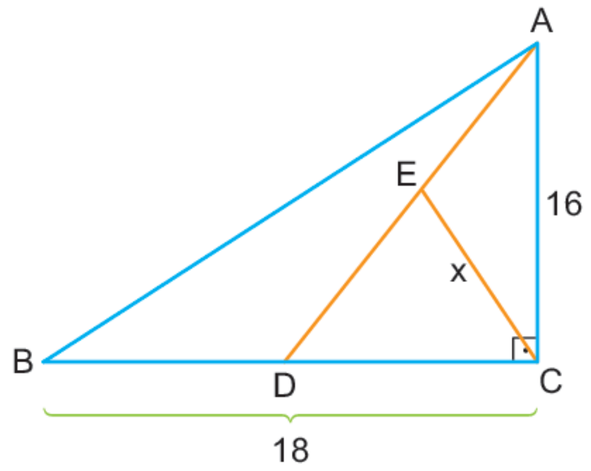
$a \cdot b \rightarrow A(\widehat{ADL}) = A$

$4a \cdot 2b \rightarrow A(\widehat{AKM}) = 8A$

$5a \cdot 3b \rightarrow A(\widehat{ABC}) = 15A$

olur.

Örnek - 32



ABC dik üçgen, $BC \perp AC$, $|AC| = 16$ birim, $|BC| = 18$ birim ve $|CE| = x$'dir.

Şekilde verilen ABC üçgeni [CE] ve [AD] doğru parçalarıyla eşit alanlı 3 üçgene ayrılıyor.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 33

Bir ABC üçgeninin AB kenarı üzerinde bir D noktası vardır. AC üzerinde alınan bir E noktası ile ilgili aşağıdaki dört ifadeden ikisinin doğru ikisinin yanlış olduğu biliniyor.

I. $|AE| = |EC|$

II. $[DE] \,//\, [BC]$

III. $\frac{|DE|}{|BC|} = \frac{1}{2}$

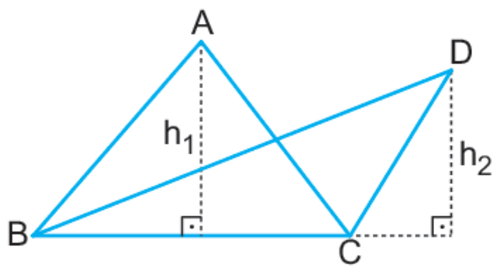
IV. $A(BCED) = 3 \cdot A(\widehat{ADE})$

Buna göre, bu üçgen için doğru olan ifadeler aşağıdakilerden hangisidir?

A) I ve II B) I ve III C) I ve IV D) II ve III E) II ve IV

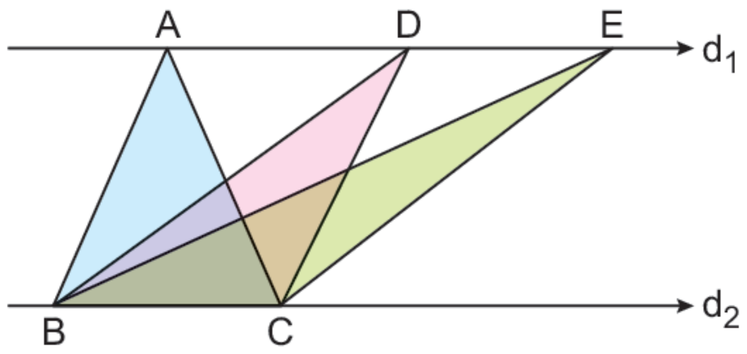
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

b) Tabanları aynı olan üçgenlerde alanlar oranı yüksekliklerı oranına eşittir.



$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{BDC})} = \frac{\frac{|BC|\cdot h_1}{2}}{\frac{|BC|\cdot h_2}{2}} = \frac{h_1}{h_2}$$

3. Alan Kaydırma

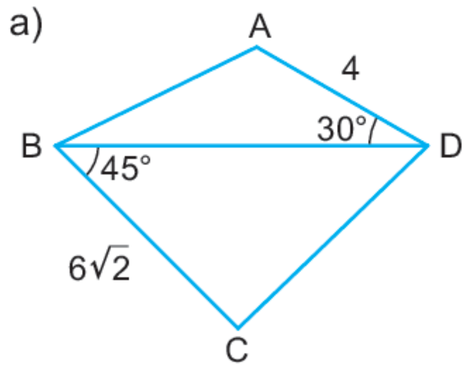


$d_1 \,//\, d_2$ olduğunda

Alan(ABC) = Alan($\widehat{DBC}$) = Alan($\widehat{EBC}$) = ... olur.

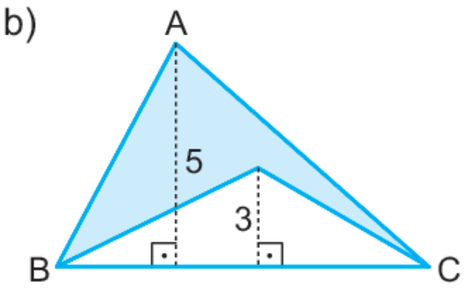
Öğrenme

a)



$$\frac{A(\widehat{ABD})}{A(\widehat{BCD})} = ?$$

b)



Taralı Alan = 8

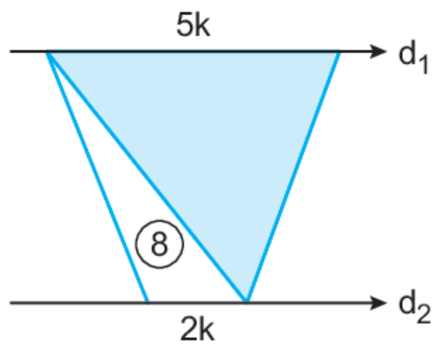
$A(\widehat{ABC}) = ?$

a) $\frac{1}{3}$ b) 20

Alanı | 3

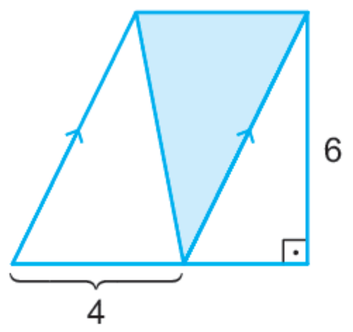
Öğrenme

a)



Taralı Alan = ?

b)

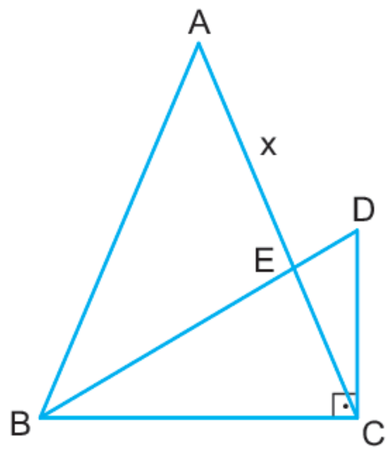


Taralı Alan = ?

a) 20 b) 12

Alanı | 4

Örnek - 34



ABC ikizkenar üçgen

BCD dik üçgen

$BC \perp CD$

$|AB| = |AC| = 21$ birim

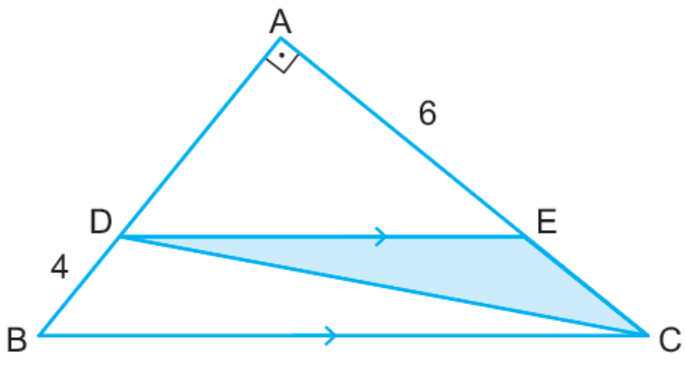
$[BD] \cap [AC] = \{E\}$

$|AE| = x$

Yukarıda verilen şekildeki ABC üçgeninin alanı, BCD üçgeninin alanının 3 katıdır.

Buna göre, x kaçtır?

Örnek - 35



ABC bir üçgen, $m(\widehat{BAC}) = 90°$, $[DE] \,//\, [BC]$, $|AE| = 6$ birim ve $|BD| = 4$ birimdir.

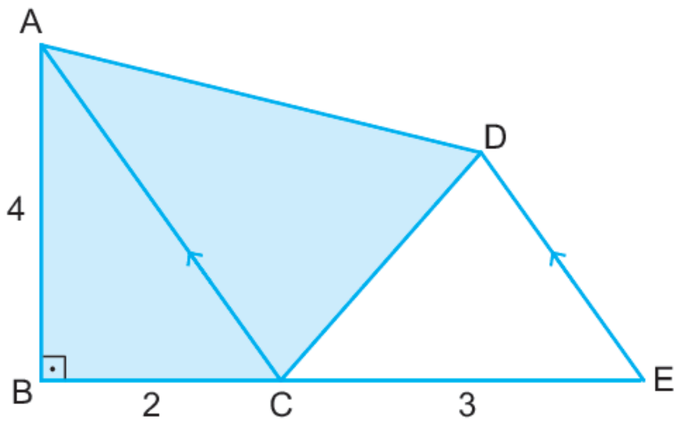
Buna göre, Alan($\widehat{DEC}$) kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

34. 15

35. 12

Örnek - 36

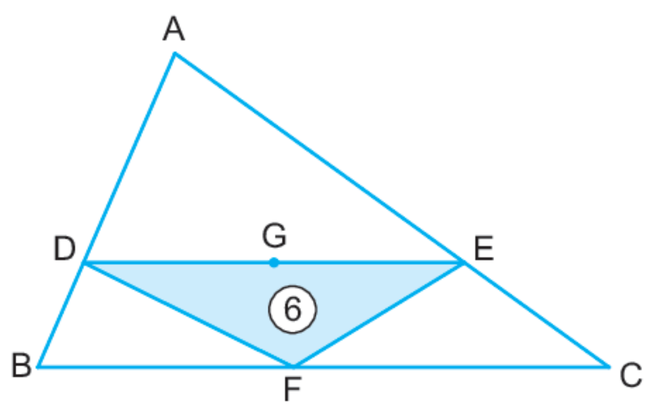


ABCD bir dörtgen, C ∈ [BE], [AC] // [DE], [AB] ⊥ [BE]

|BC| = 2 birim, |CE| = 3 birim ve |AB| = 4 birimdir.

Buna göre, ABCD dörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 37

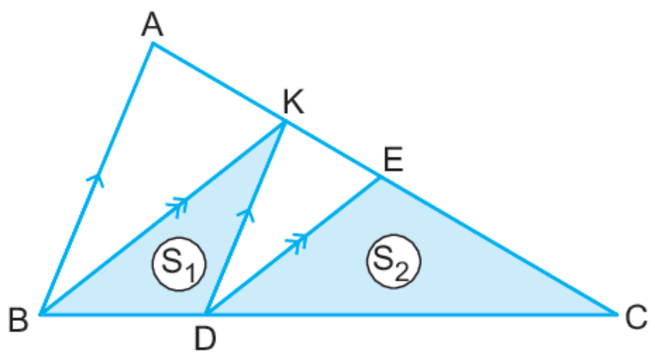


G: ABC üçgeninin ağırlık merkezi, [DE] // [BC]

ve Alan($\widehat{DEF}$) = 6 br^2 dir.

Buna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 38



ABC bir üçgen

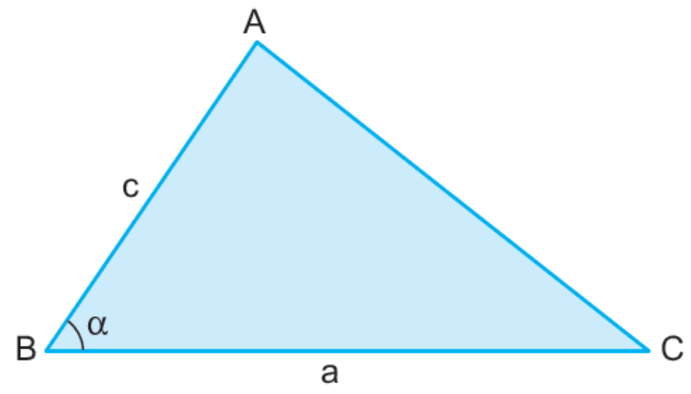
D ∈ [BC]

{K,E} ∈ [AC]

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{4}$

S_1 ve S_2 bulundukları bölgelerin alanları olduğuna göre, $\frac{|EK|}{|AC|}$ oranı kaçtır?

4. Sinüs Alan Formülü



m($\widehat{ABC}$) = α

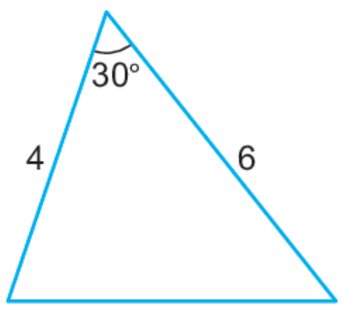
|BC| = a birim

|AB| = c birim

Alan($\widehat{ABC}$) = $\frac{a \cdot c \cdot \sin\alpha}{2}$, dir.

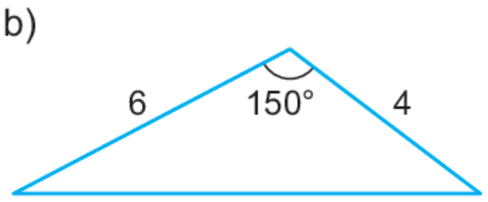
Öğrenme

a)



Alan = ?

b)

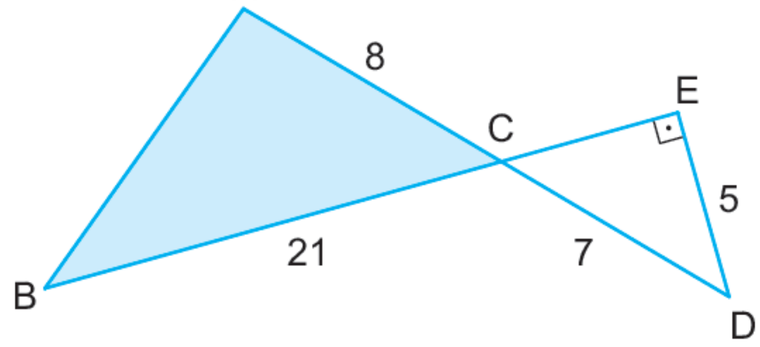


Alan = ?

a) 6 b) 6

Alanı | 5

Örnek - 39



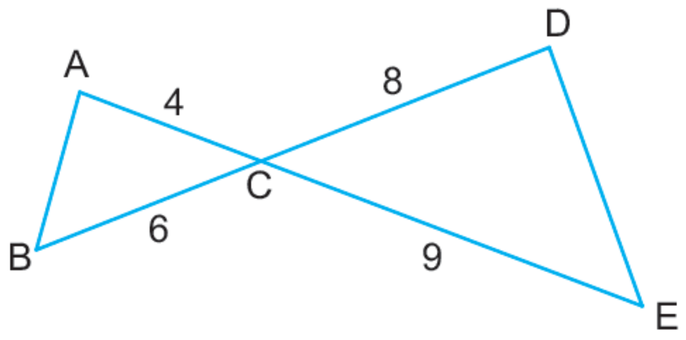
Şekilde [AB] ∩ [EB] = {C}, |DE| = 5 br, |CD| = 7 br, |AC| = 8 br ve |BC| = 21 br'dir.

Buna göre, A($\widehat{ABC}$) kaç br^2 dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

36. 10 37. 27 38. $\frac{2}{9}$ 39. 60

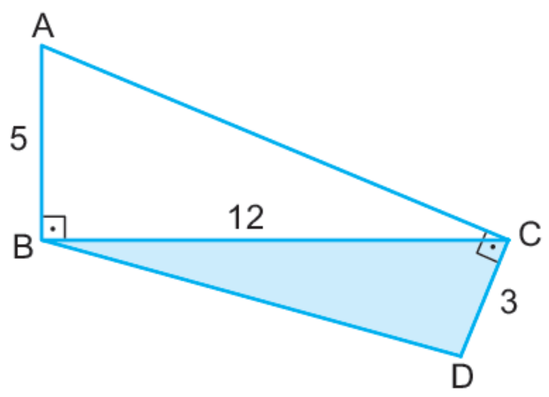
Örnek - 40



Şekilde [AE] ∩ [BD] = {C}, |AC| = 4 br, |BC| = 6 br, |CD| = 8 br ve |CE| = 9 br'dir.

Buna göre, $\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{CDE})}$ oranı kaçtır?

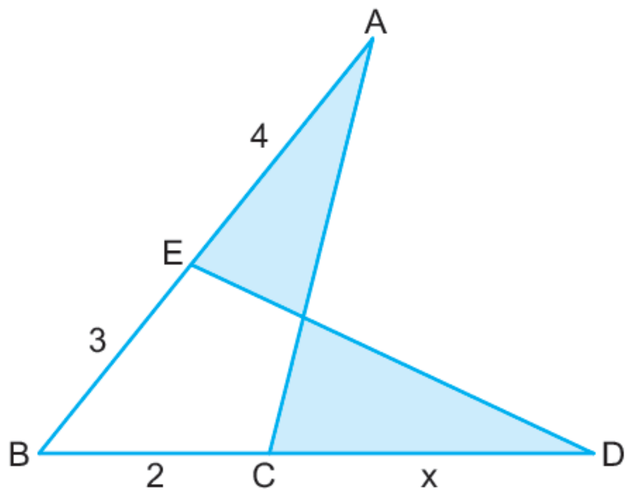
Örnek - 41



ABC ve BCD birer üçgen, [AB] ⊥ [BC], [AC] ⊥ [CD], |AB| = 5 birim, |BC| = 12 birim ve |CD| = 3 birimdir.

Buna göre, BCD üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

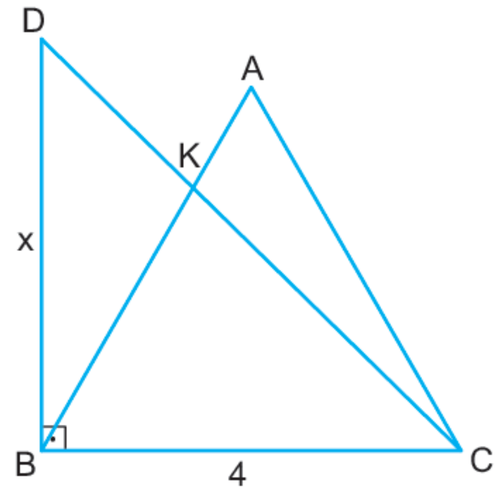
Örnek - 42



ABC ve BDE birer üçgen, |AE| = 4 birim, |EB| = 3 birim, |BC| = 2 birim ve |CD| = x birimdir.

Taralı alanlar birbirine eşit olduğuna göre, x kaç birimdir?

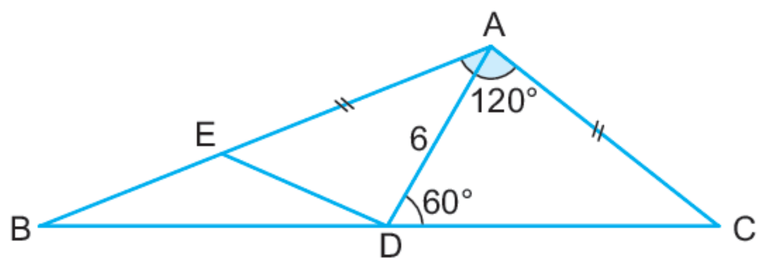
Örnek - 43



ABC eşkenar üçgen , DBC dik üçgen, [DB] ⊥ [BC], |BC| = 4 birim ve |DK| · |KB| = |AK| · |KC|'dir.

Buna göre, |BD| = x kaç birimdir?

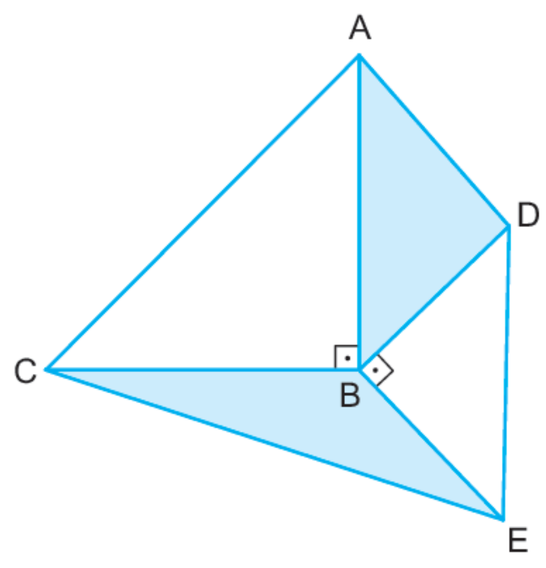
Örnek - 44



ABC üçgeninde m($\widehat{ADC}$) = 60°, m($\widehat{BAC}$) = 120°, |AE| = |AC| ve |AD| = 6 br'dir.

Buna göre, A($\widehat{ADE}$) kaç br^2 dir?

Örnek - 45

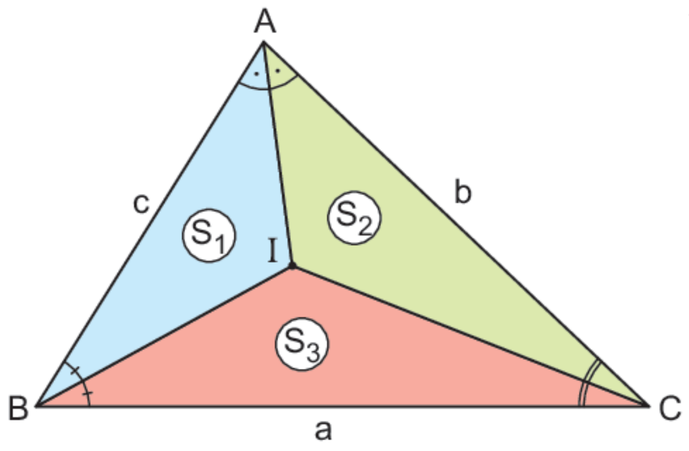


ABC ile DBE ikizkenar dik üçgen ve A($\widehat{ABD}$) = 6 br^2 dir.

Buna göre, A($\widehat{CBE}$) kaç br^2 dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

5. İç Teğet Çember Alan İlişkisi

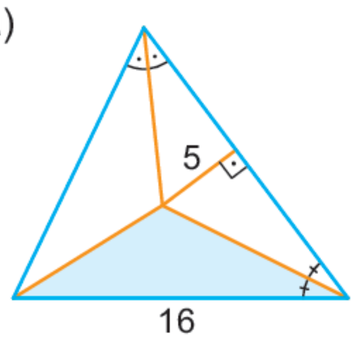


I: İç teğet çember merkezi

S_1, S_2 ve S_3 alanları a, b ve c uzunlukları ile doğru orantılıdır.

Öğrenme

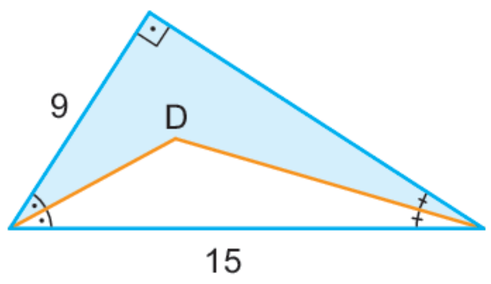
a)



Taralı Alan = ?

a) 40

b)

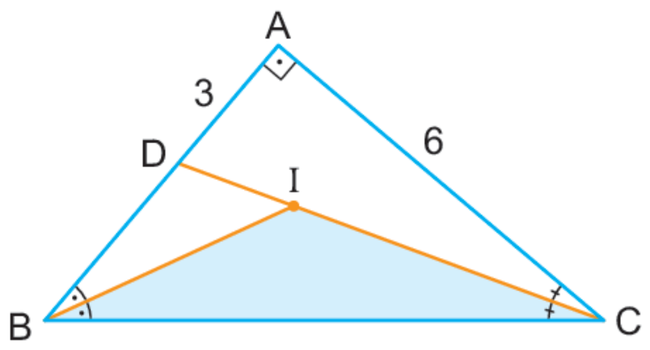


Taralı Alan = ?

b) $\frac{63}{2}$

Alanı | 6

Örnek - 46



I: $\widehat{ABC}$'nin iç teğet çemberinin merkezi, |AD| = 3 br ve |AC| = 6 br'dir.

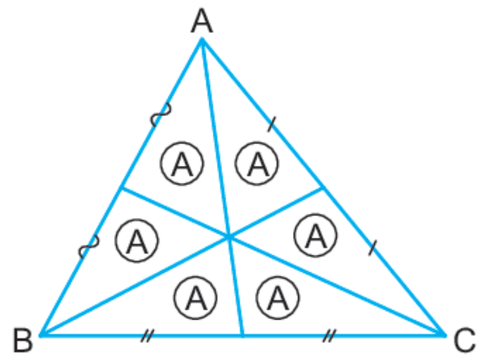
Buna göre, A($\widehat{BIC}$) kaç br² dir?

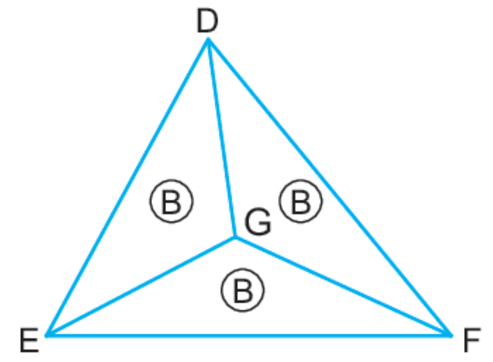
Örnek - 47

Bir dik üçgenin, dik kenarlarından birinin uzunluğu 6 birim ve iç teğet çemberin yarıçapı 2 birimdir.

Buna göre, dik üçgenin alanı kaç birimkaredir?

6. Ağırlık Merkezi Alan İlişkisi

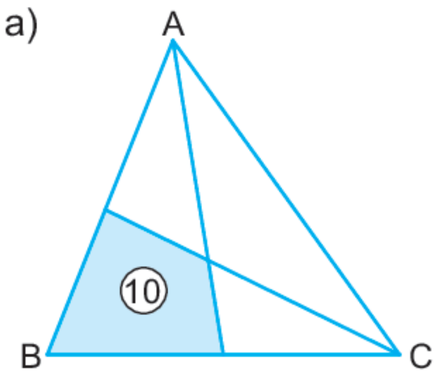




G üçgenin ağırlık merkezi olduğunda alan dağıtma kuralından oluşan üçgenlerin alanları eşit olur.

Öğrenme

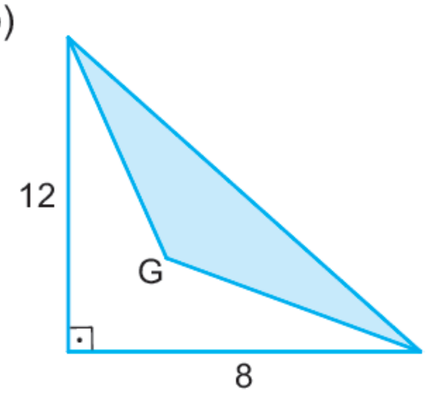
a)



($\widehat{ABC}$) = ?

a) 30

b)



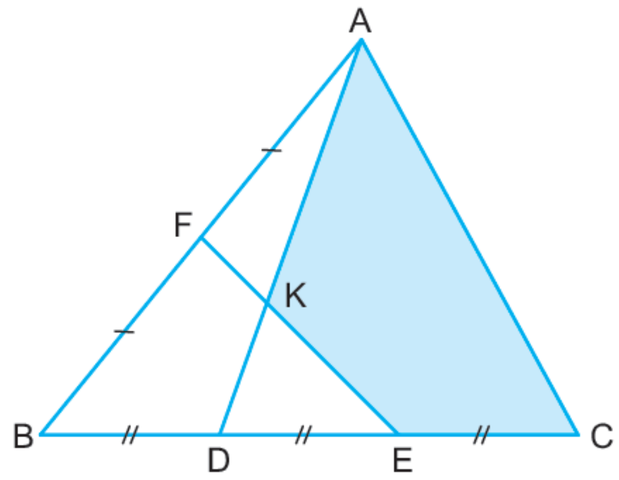
G: Ağırlık merkezi

Taralı Alan = ?

b) 16

Alanı | 7

Örnek - 48



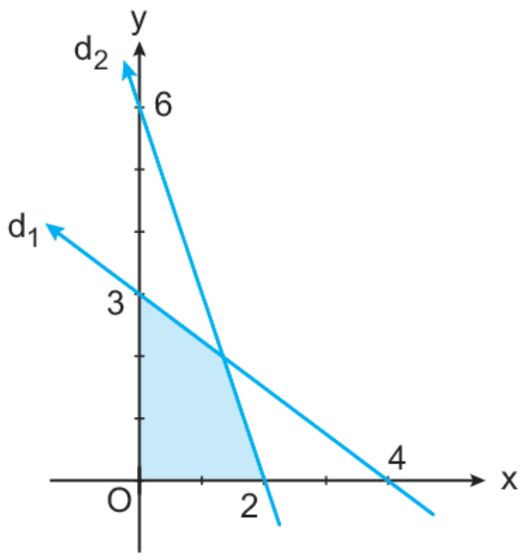
ABC bir üçgen, |AF| = |FB|, |BD| = |DE| = |EC| ve Alan($\widehat{ABC}$) = 54 br²

Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

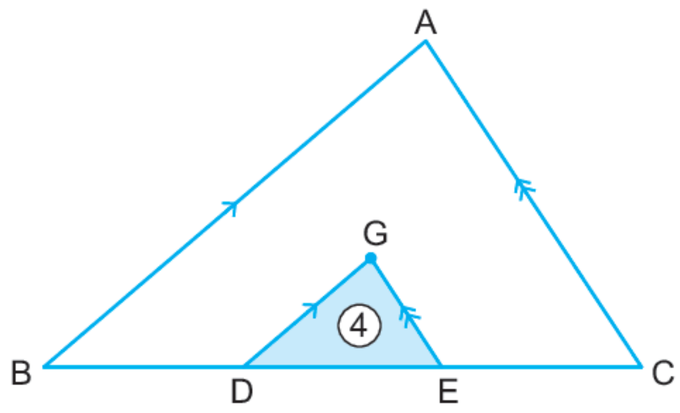
Örnek - 49

Dik koordinat sisteminde d_1 ve d_2 doğrularının eksenleri kestiği noktalar şekildeki gibidir.



Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

Örnek - 50

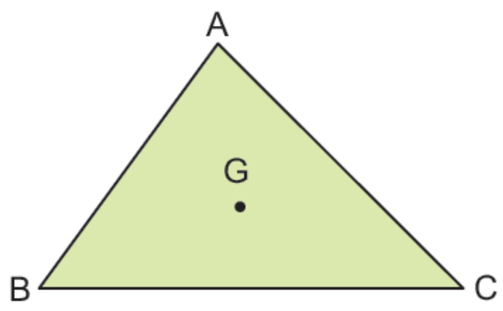


G: ABC üçgeninin ağırlık merkezi, [GD] // [AB], [GE] // [AC] ve Alan($\widehat{GDE}$) = 4 br^2 dir.

Buna göre, Alan($\widehat{ABC}$) kaç birimkaredir?

Örnek - 51

Bir bahçe ABC üçgeni şeklindedir. Eşit hızdaki üç hareketli, bahçenin ağırlık merkezinden bahçenin kenarlarına doğru aynı anda hareket ediyor.



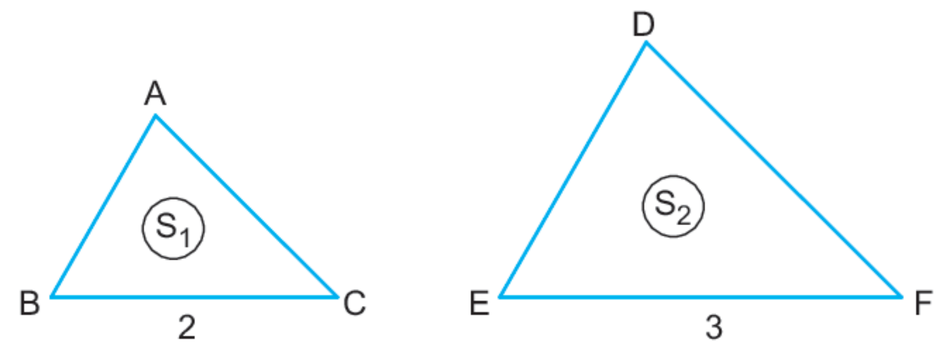
Hareketlilerden biri AB kenarına en hızlı 3 dakikada diğeri AC kenarına en hızlı 5 dakikada bir diğeri de BC kenarına en hızlı 6 dakikada ulaşıyor.

Bahçenin çevresi 63 m olduğuna göre, |AB| kaç metredir?

7. Benzerlik Alan İlişkisi

Benzer iki üçgende, benzerlik oranının karesi alanlar oranına eşittir.

Örneğin,

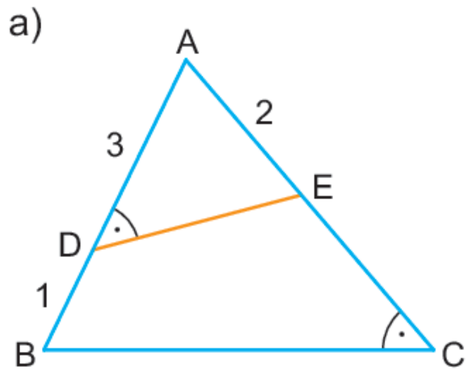


$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ise benzerlik oranı $\frac{2}{3}$ olduğundan

$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ olur.

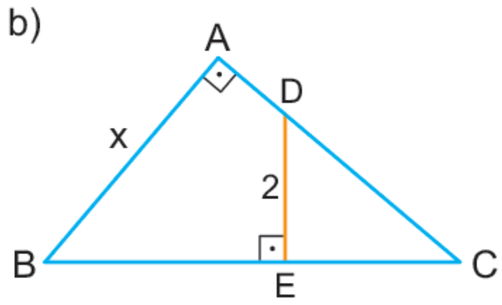
Öğrenme

a)



$\frac{A(\widehat{ADE})}{A(BCED)} = ?$

b)



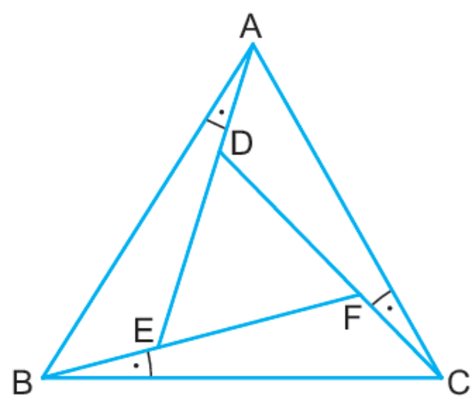
$A(\widehat{CDE}) = A(ABED)$

$x = ?$

a) $\frac{1}{3}$ b) $2\sqrt{2}$

Örnek - 52

ABC üçgeni biçimindeki bir karton her köşeden eş açılar kullanılarak çizim yapılıp eşit alanlı dört bölgeye ayrılıyor.



$\widehat{DEF}$'nin çevresi 7 birimdir.

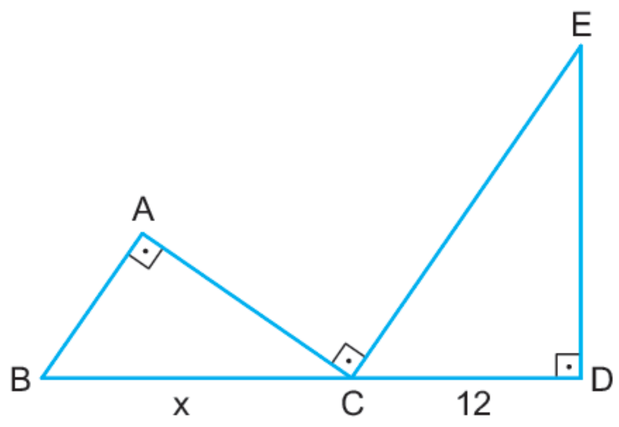
Buna göre, $\widehat{ABC}$'nin çevresi kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Alanı | 8

49. 4 50. 36 51. 30 52. 14

Örnek - 53

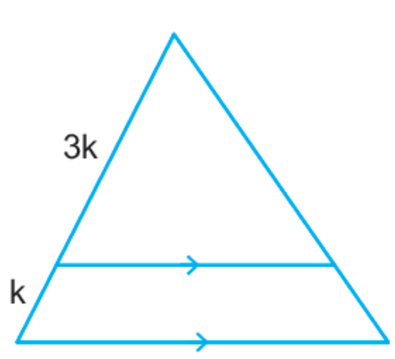


ABC ve EDC birer dik üçgen, [AB] ⊥ [CA], [CA] ⊥ [CE], [BD] ⊥ [ED], |CE| = 2·|AC| ve |CD| = 12 birimdir.

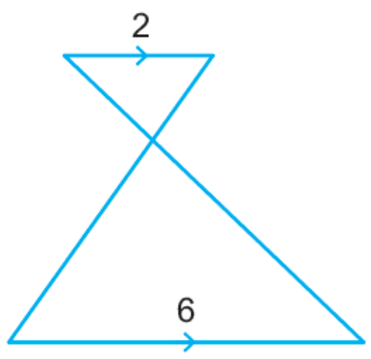
$Alan(\widehat{ABC}) - \frac{Alan(\widehat{CDE})}{4}$ = 27 olduğuna göre, |BC| = x kaç birimdir?

Not

Temel orantı ve kelebek benzerliğinde de bu oran uygulanabilir.

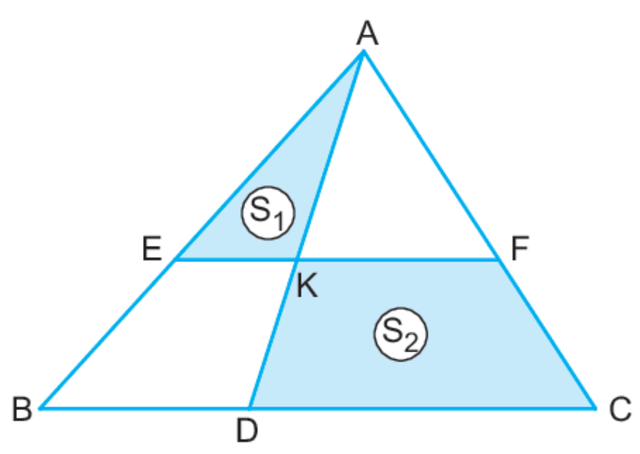


$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$



$\left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{1}{9}$

Örnek - 54

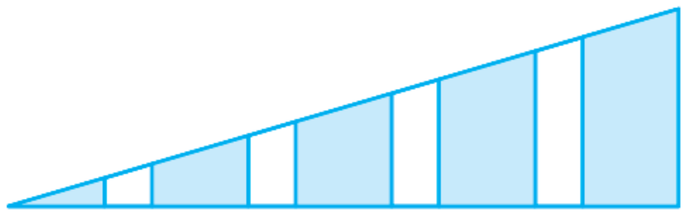


ABC bir üçgen, [EF] // [BC], $\frac{|AF|}{|FC|} = 2$ ve $\frac{|BD|}{|DC|} = \frac{2}{3}$'dir.

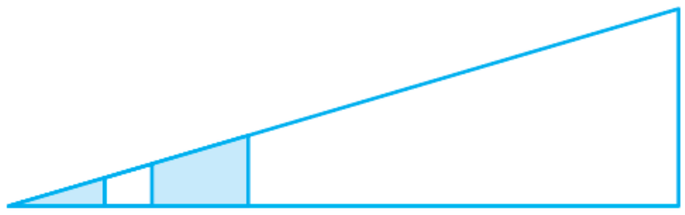
Şekilde S_1 ve S_2 bulundukları bölgenin alanları olduğuna göre, $\frac{S_1}{S_2}$ oranı kaçtır?

Örnek - 55

Bir müzik programının en yüksek ses seviyesi 5. kademedir. Her kademinin yataydaki uzunluğu, her kademe arasındaki boşluğun yataydaki uzunluğunun 2 katıdır.



Ses seviyesi 2. kademede açıldığında toplam taralı alan 40 birimkaredir.



Buna göre, ses seviyesi 4. kademede olduğunda toplam taralı alan kaç birimkaredir?

Örnek - 56

Aşağıdaki şekilde bir bıçak ve bıçağın üçgen şeklindeki metal kısmının kılıflı hâli gösterilmektedir.



Bıçağın metal kısmının yüzey alanının %36'lık kısmı çıkarılmış hâli aşağıdaki gibidir.



Bıçak 6 cm daha geri çekilirse yüzey alanının %84'lük kısmı görülmektedir.

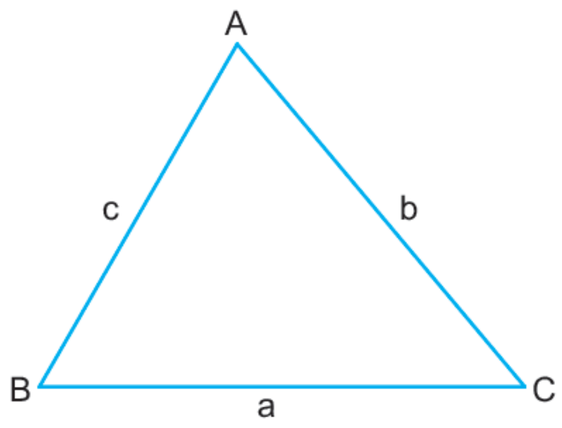
Buna göre, bıçağın metal kısmının uzunluğu (yüksekliği) kaç cm'dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

53. 13 54. $\frac{8}{15}$ 55. 176 56. 15

AÇI - KENAR BAĞINTILARI

1. Bir üçgende açılar ile kenarlar doğru orantılıdır.

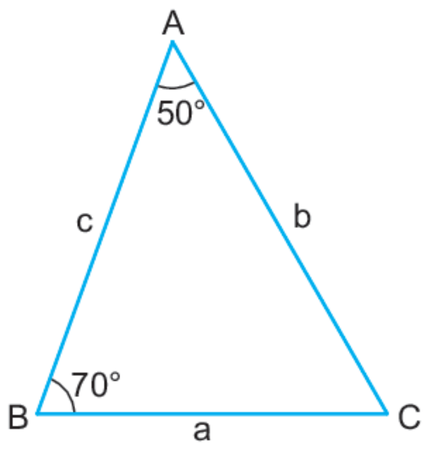


$\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$ ise

a > b > c olur.

Öğrenme

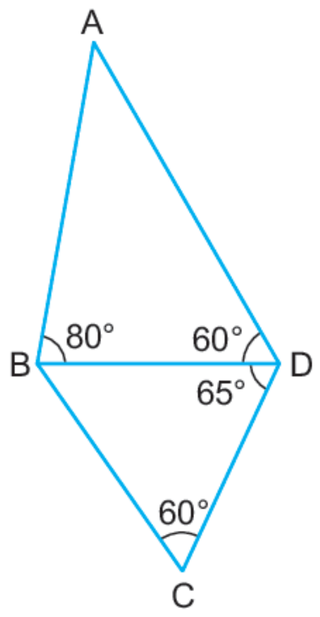
a)



Kenarları sıralayınız.

a) a < c < b

b)

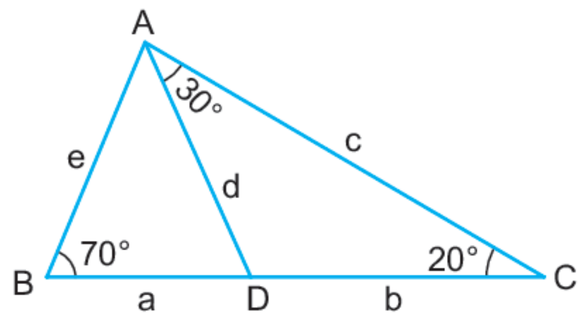


En kısa kenar?

b) [CD]

Alanı | 1

Örnek - 1



m(ABD) = 70°

$m(\widehat{DAC}) = 30°$

$m(\widehat{BCA}) = 20°$

|BD| = a, |DC| = b

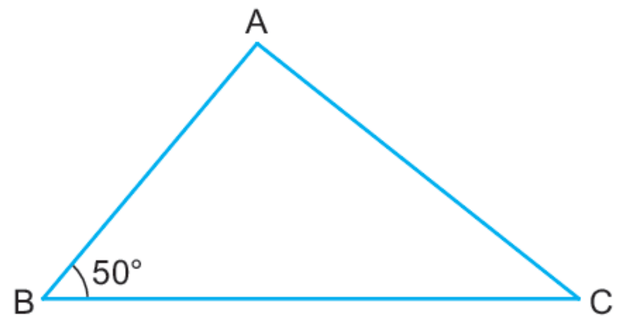
|AC| = c, |AD| = d

|AB| = e

olduğuna göre, aşağıdaki istenilen üçgenlerde kenar uzunluklarını sıralayınız.

- ABD üçgeninde ..... dir.
- ADC üçgeninde ..... dir.
- ABC üçgeninde ..... dir.
- En uzun kenar ..... dir.
- En kısa kenar ..... dir.

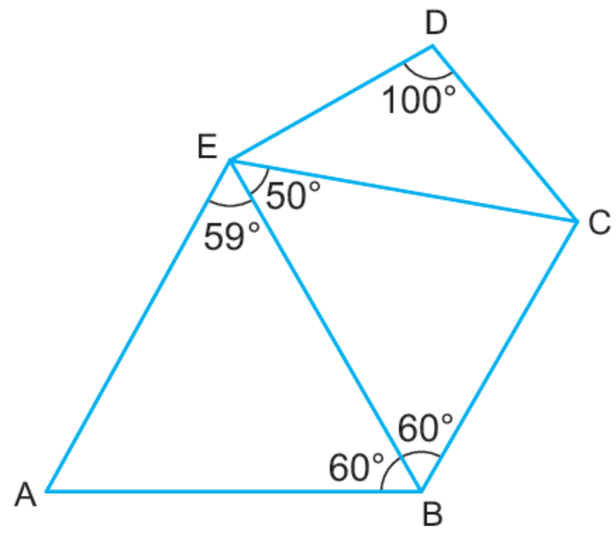
Örnek - 2



ABC üçgeninde $m(\widehat{ABC}) = 50°$ ve |AB| < |BC|'dir.

Buna göre, $m(\widehat{BAC})$ açısının kaç farklı tamsayı değeri vardır?

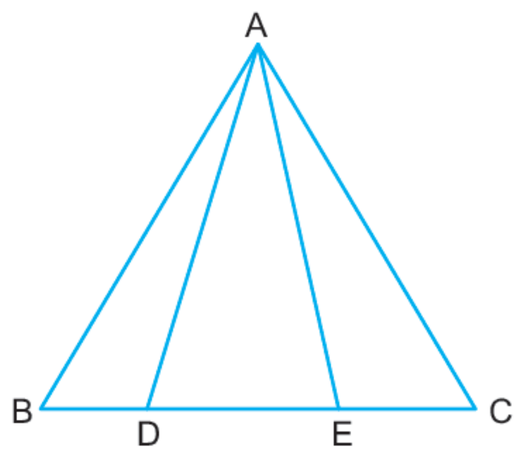
Örnek - 3



EDC, EBC ve EBA birer üçgen, $m(\widehat{EDC}) = 100°$, $m(\widehat{BEC}) = 50°$, $m(\widehat{EBC}) = 60°$, $m(\widehat{AEB}) = 59°$ ve $m(\widehat{EBA}) = 60°$ dir.

Buna göre, en uzun kenar hangisidir?

Örnek - 4



ABC eşkenar üçgen ve $m(\widehat{BAD}) < m(\widehat{EAC})$'dir.

Buna göre, $\widehat{ADE}$'nin kenarlarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

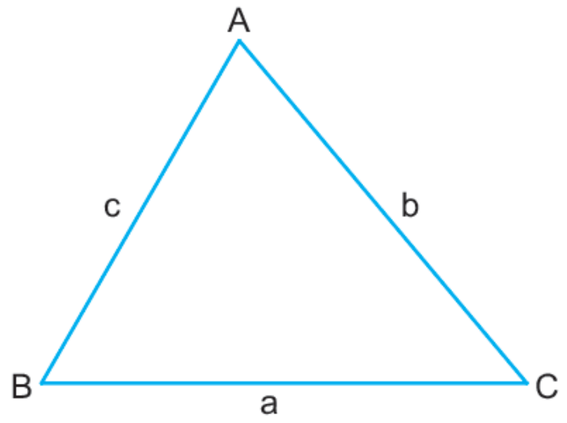
2. 64

3. [EB]

4. |DE| < |AE| < |AD|

2. Üçgen Eşitsizliği

Bir üçgenin herhangi bir kenarı, diğer iki kenarının farklarının mutlak değeri ile toplamlarının arasındadır.



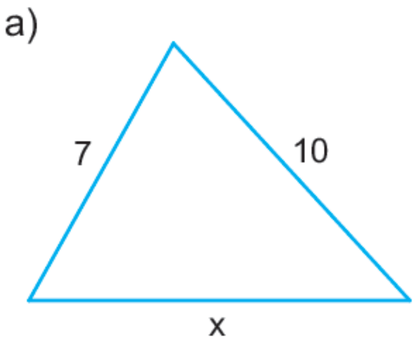
$|b - c| < a < b + c$

$|a - c| < b < a + c$

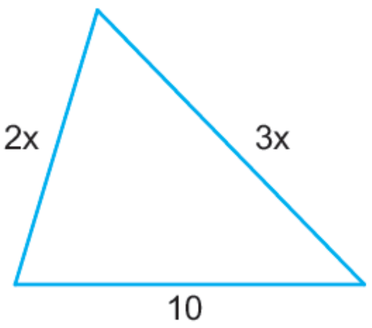
$|a - b| < c < a + b$

Öğrenme

a)



b)



a) 13 b) 7

Alanı | 2

Örnek - 5

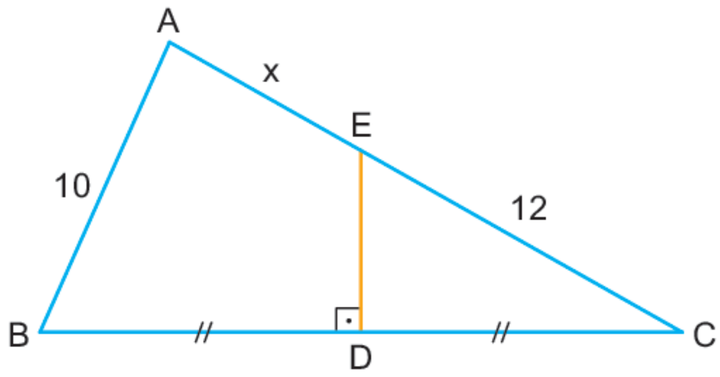
Uç noktaları K ve L olan bir tel parçası 10 eşit parçaya ayrılmıştır. Bu telin K ve L noktaları çakışacak biçimde iki noktadan bükülerek üçgen oluşturulacaktır.



Buna göre, telin büküldüğü noktalar aşağıdakilerden hangisidir?

A) A-E B) A-D C) B-C D) B-E E) C-D

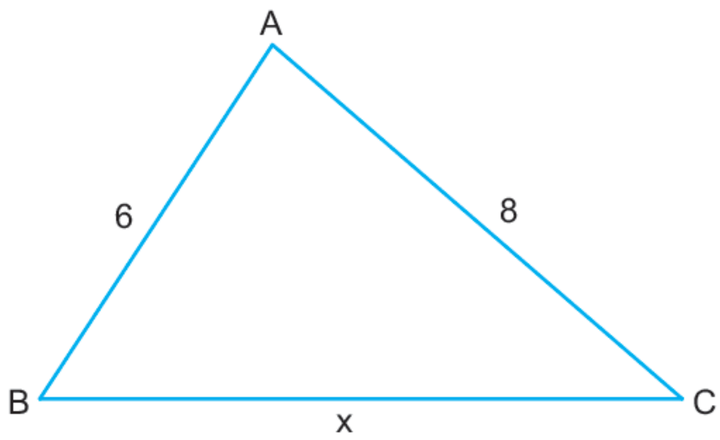
Örnek - 6



ABC bir üçgen, $[ED] \perp [BC]$, $|BD| = |DC|$, $|AB| = 10$ birim ve $|CE| = 12$ birimdir.

Buna göre, $|AE| = x$ uzunluğunun alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

Örnek - 7



ABC çeşitkenar üçgen, $m(\widehat{BAC}) > m(\widehat{ACB})$, $|AB| = 6$ birim ve $|AC| = 8$ birimdir.

Buna göre, BC uzunluğunun kaç farklı tamsayı değeri vardır?

Örnek - 8

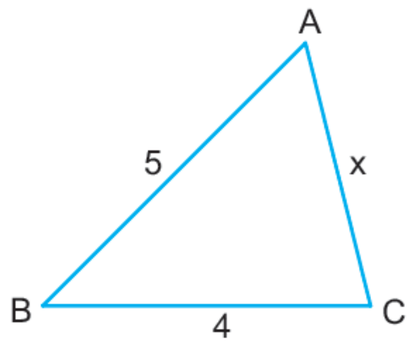
20 cm uzunluğundaki bir tel parçası iki noktasından bükülerek bir üçgen oluşturuluyor.

Buna göre, oluşan üçgenin en uzun kenarı tamsayı olarak kaç santimetredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

5. E 6. 19 7. 6 8. 9

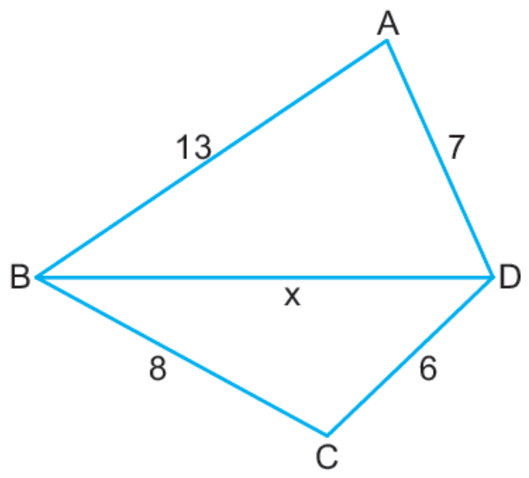
Örnek - 9



ABC bir üçgen, $m(\widehat{ABC}) > 60°$, |AB| = 5 birim, |BC| = 4 birim ve |AC| = x birimdir.

Buna göre, x 'in alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

Örnek - 10

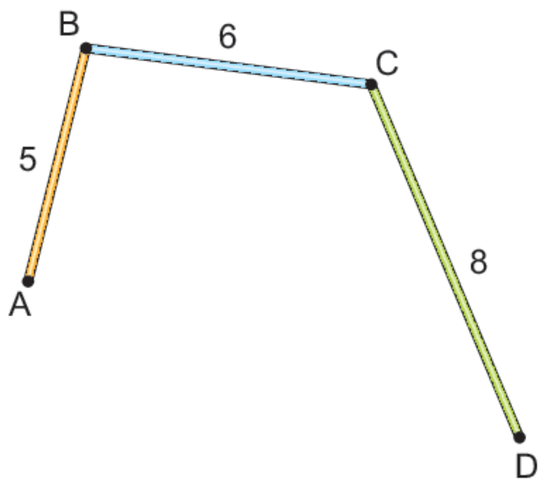


ABCD bir dörtgen, |AB| = 13 cm, |AD| = 7 cm, |CD| = 6 cm, |BC| = 8 cm ve |BD| = x cm'dir.

Buna göre, x 'in alabileceği en küçük tamsayı değeri ile en büyük tamsayı değerinin toplamı kaçtır?

Örnek - 11

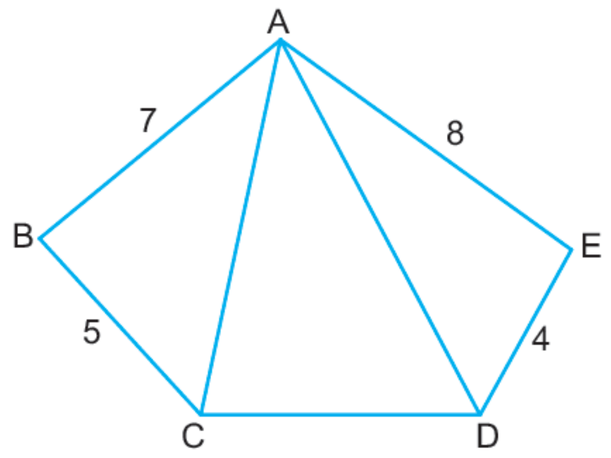
Üç farklı çubuk şekildeki gibi uç uca konulmuştur.



|AB| = 5 cm, |BC| = 6 cm ve |CD| = 8 cm'dir.

Çubuklar uç uca konulduğunda A ile D noktaları arasındaki uzaklık tamsayı olarak en fazla kaç santimetre olur?

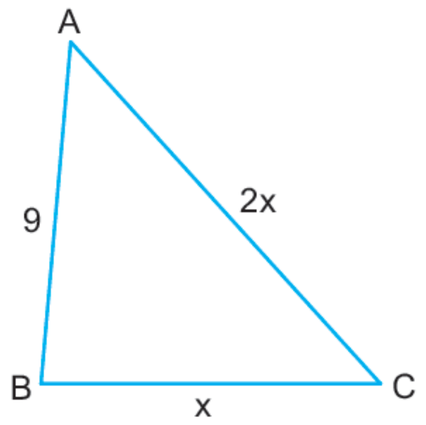
Örnek - 12



ABC, ACD ve ADE birer üçgen, |AB| = 7 cm, |BC| = 5 cm, |ED| = 4 cm ve |AE| = 8 cm'dir.

Buna göre, ACD üçgeninin çevresinin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

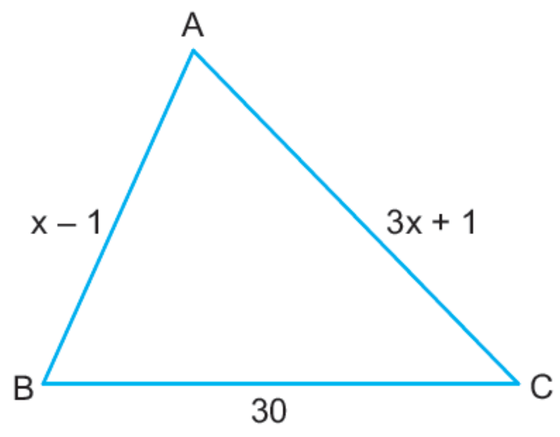
Örnek - 13



ABC bir üçgen, |AB| = 9 birim, |AC| = 2x birim ve |BC| = x birimdir.

Buna göre x 'in kaç farklı tamsayı değeri vardır?

Örnek - 14

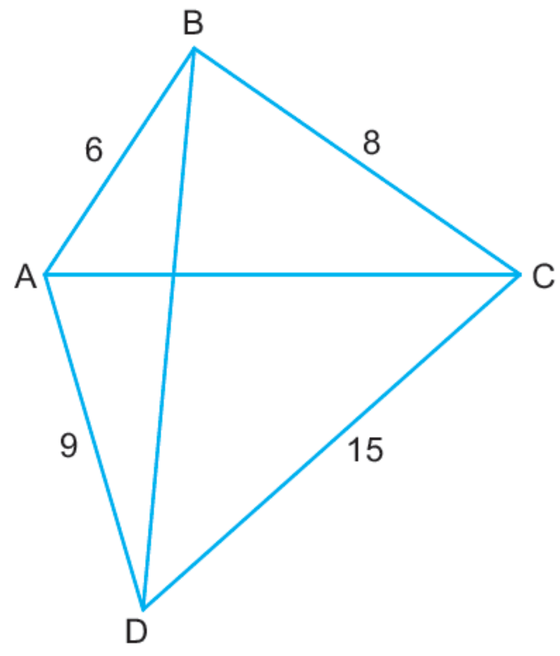


ABC bir üçgen, |BC| = 30 birim, |AB| = x – 1 birim ve |AC| = 3x + 1 birimdir.

Buna göre, AC uzunluğunun en büyük tamsayı değeri kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 15

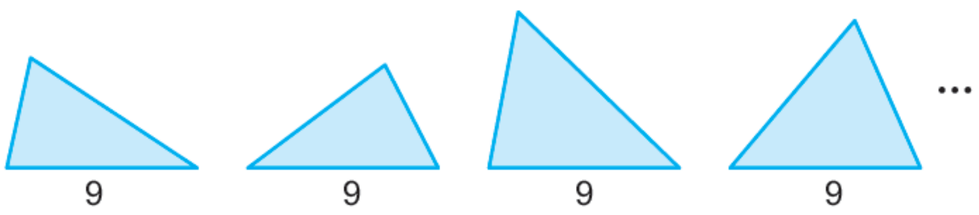


ABCD bir dörtgen, [AC] ve [BD] : köşegen, |AB| = 6 cm, |BC| = 8 cm, |CD| = 15 cm ve |AD| = 9 cm'dir.

Buna göre, |AC| + |BD| toplamının en küçük tamsayı değeri kaçtır?

Örnek - 16

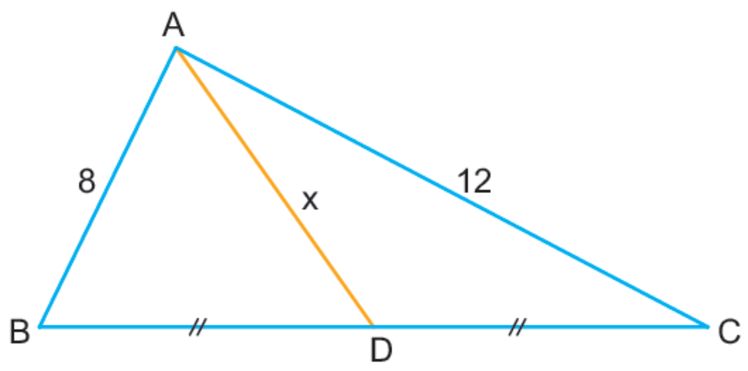
Mesut, bir kartonu keserek bir kenarının uzunluğu 9 cm olan üçgenler oluşturmuştur.



Mesut bu üçgenlerden herhangi ikisini seçip 9 cm 'lik kenarları birbirine yapıştırıp bir dörtgen oluşturuyor.

Buna göre, oluşan dörtgenin çevresi tamsayı olarak en az kaç cm olur?

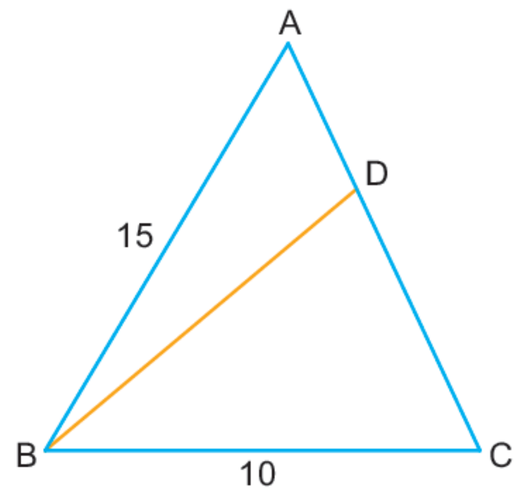
Örnek - 17



ABC bir üçgen, [AD] : kenarortay, |AB| = 8 birim, |AC| = 12 birim ve |AD| = x birimdir.

Buna göre, x 'in en küçük tamsayı değeri kaçtır?

Örnek - 18



ABC bir üçgen, D ∈ [BC], 3 · |AD| = 2 · |CD|, |AB| = 15 birim ve |BC| = 10 birimdir.

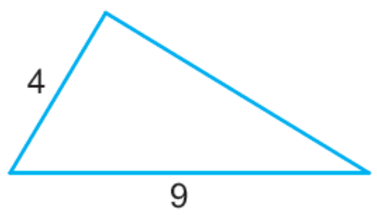
Buna göre, |BD|'nun alabileceği farklı tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

Örnek - 19

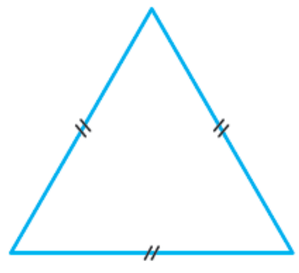
Kenarlarından birinin uzunluğu diğer iki kenarının uzunluğunun geometrik ortalamasına eşit olan üçgenlere ortik üçgen denir.

Buna göre,

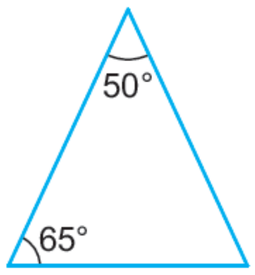
I.



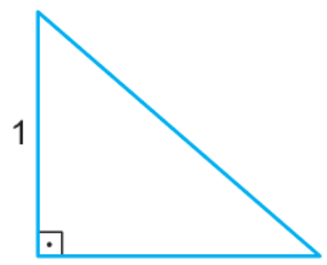
II.



III.



IV.



üçgenlerinden hangileri ortik üçgen olabilir?

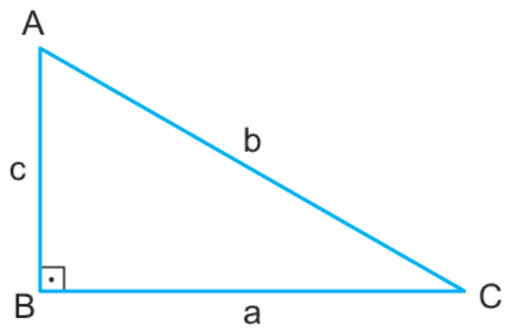
A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I, II ve IV E) II, III ve IV

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

15. 14 16. 19 17. 3 18. 63 19. D

3. Geniş Açılı ve Dar Açılı Üçgenler

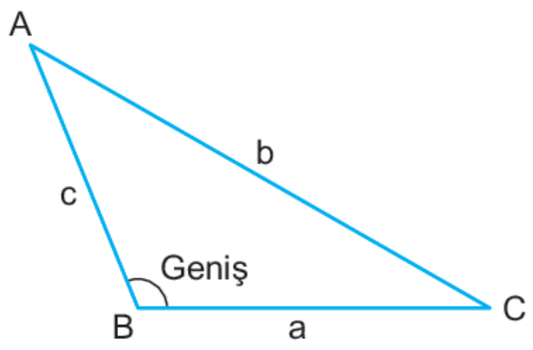
Bir dik üçgende



$b^2 = a^2 + c^2$ dir.

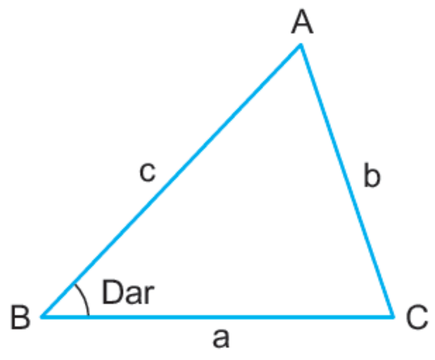
Açılar ile kenarların doğru orantılı olduğunu biliyoruz.

Buradan;



$m(\widehat{ABC}) > 90°$ ise

$b^2 > a^2 + c^2$ dir.

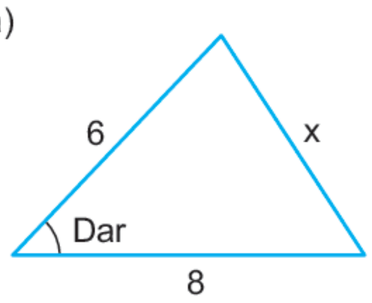


$m(\widehat{ABC}) < 90°$ ise

$b^2 < a^2 + c^2$ dir.

Öğrenme

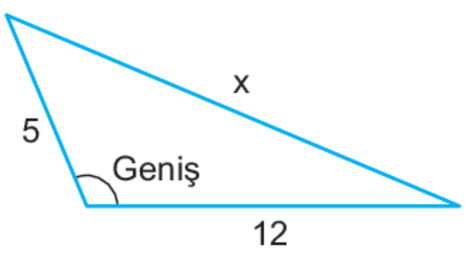
a)



x'in tanım aralığı?

a) (2, 10)

b)

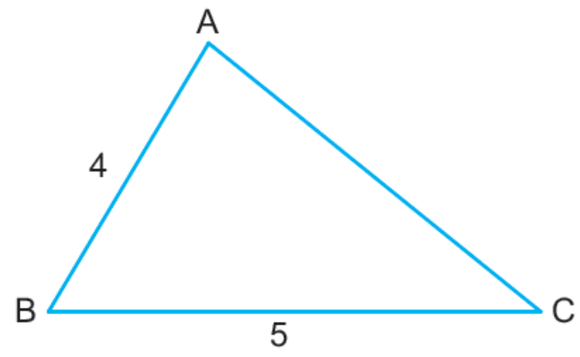


x'in tanım aralığı?

b) (13, 17)

Alanı | 3

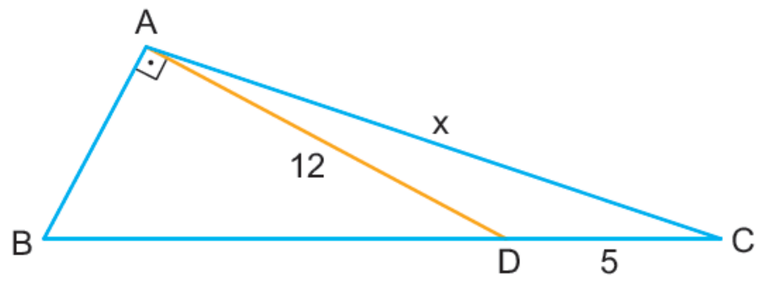
Örnek - 20



ABC bir üçgen, $m(\widehat{ABC}) < 90°$, $|AB| = 4$ cm ve $|BC| = 5$ cm'dir.

Buna göre, AC uzunluğunun en büyük tamsayı değeri kaçtır?

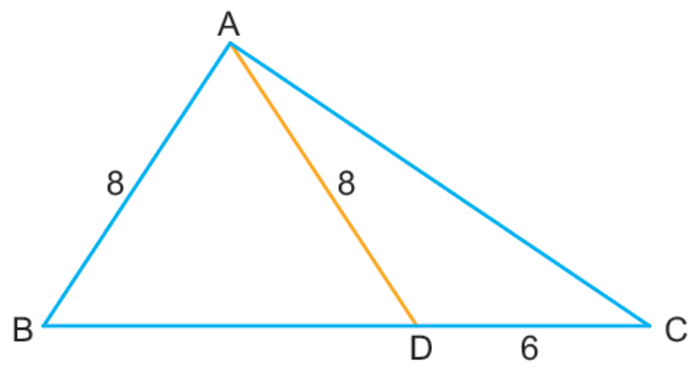
Örnek - 21



ABC bir üçgen, $D \in [BC]$, $[BA] \perp [AD]$, $|CD| = 5$ birim ve $|AD| = 12$ birimdir.

Buna göre $|AC| = x$'in kaç farklı tamsayı değeri vardır?

Örnek - 22

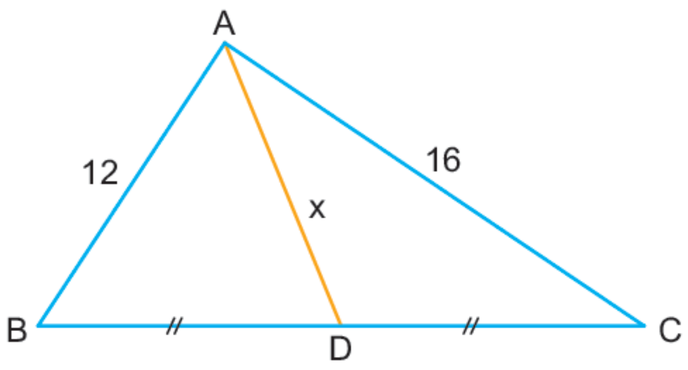


ABC bir üçgen, $D \in [BC]$, $|AB| = |AD| = 8$ br ve $|CD| = 6$ br'dir.

Buna göre, AC uzunluğunun alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

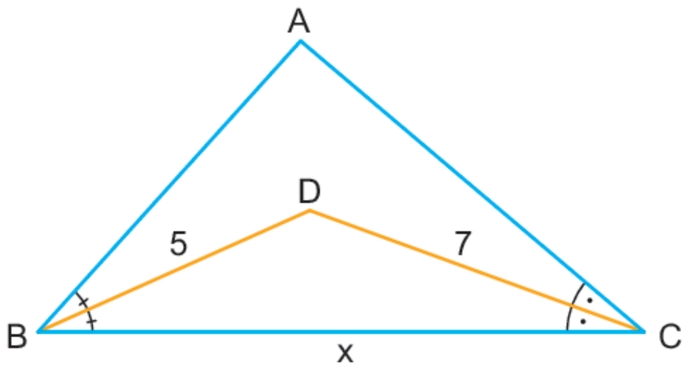
Örnek - 23



ABC bir üçgen, [AD] : kenarortay, $m(\widehat{BAC}) > 90°$, |AB| = 12 cm ve |AC| = 16 cm'dir.

Buna göre, |AD| = x'in alabileceği <u>en büyük</u> tamsayı değerleri kaçtır?

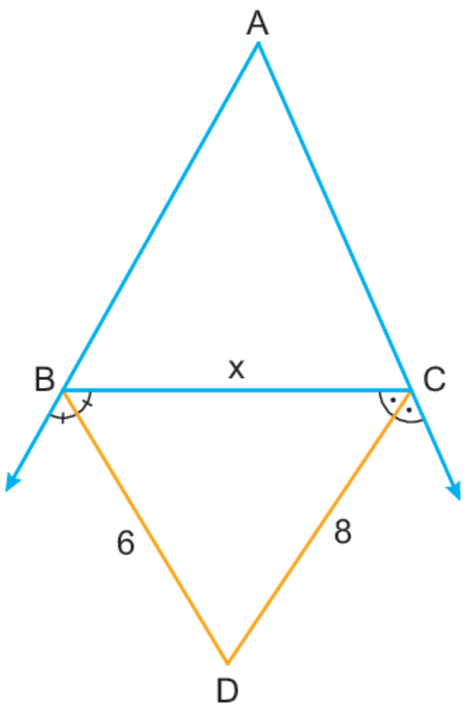
Örnek - 24



ABC bir üçgen, $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC})$, $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{BCD})$, |BD| = 5 birim , |CD| = 7 birim ve |BC| = x birimdir.

Buna göre, x 'in kaç farklı tamsayı değeri vardır?

Örnek - 25



ABC bir üçgen

BD ve CD $\widehat{ABC}$'nin dış açıortayları,

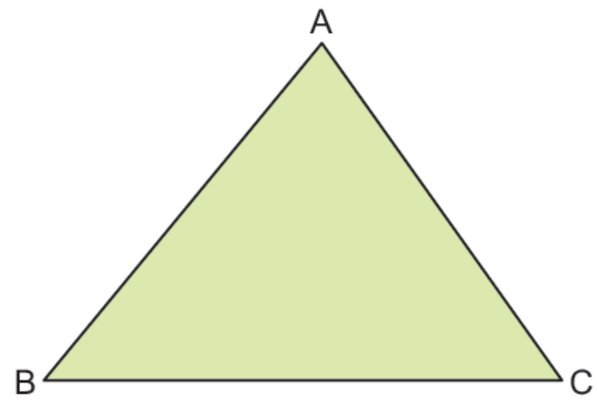
|BD| = 6 birim

|CD| = 8 birim

|BC| = x birim

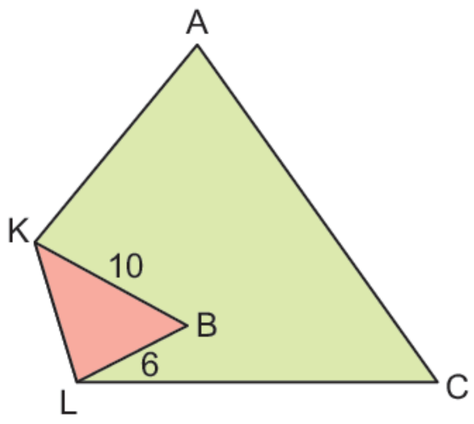
Yukarıda verilenlere göre, x 'in alabileceği farklı tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

Örnek - 26



Şekil 1

ABC üçgeni şeklindeki bir kartona aşağıdaki katlamalar uygulanıyor.



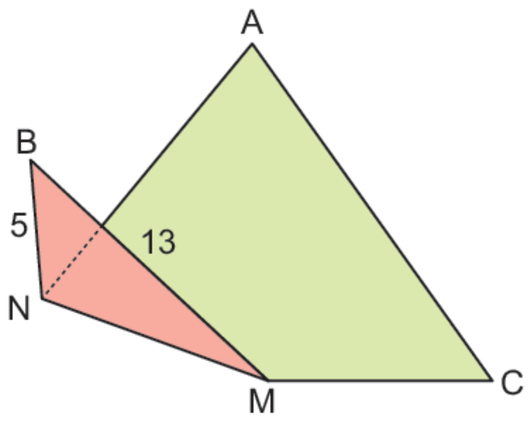
Şekil 2

B köşesi üçgenin içine düşecek biçimde katlandığında

[KL] : katlama çizgisi,

|KB| = 10 cm ve

|LB| = 6 cm oluyor.



Şekil 3

B köşesi üçgenin dışında olacak biçimde katlandığında

[MN] : katlama çizgisi,

|BN| = 5 cm ve

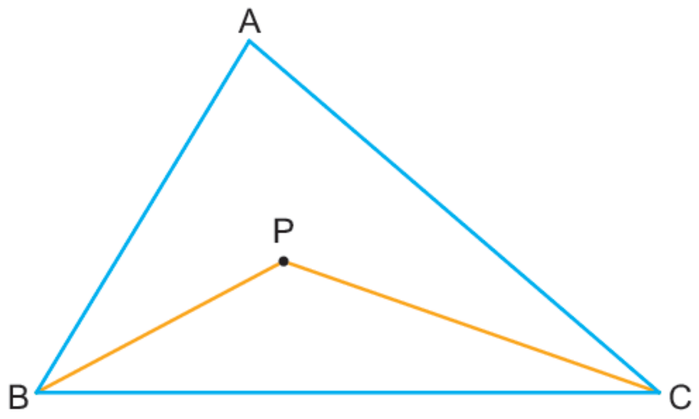
|BM| = 13 cm oluyor.

İki katlamada katlama çizgileri birbirine eşit olduğuna göre, katlama çizgisinin alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaç olur?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

23. 9 24. 3 25. 30 26. 30

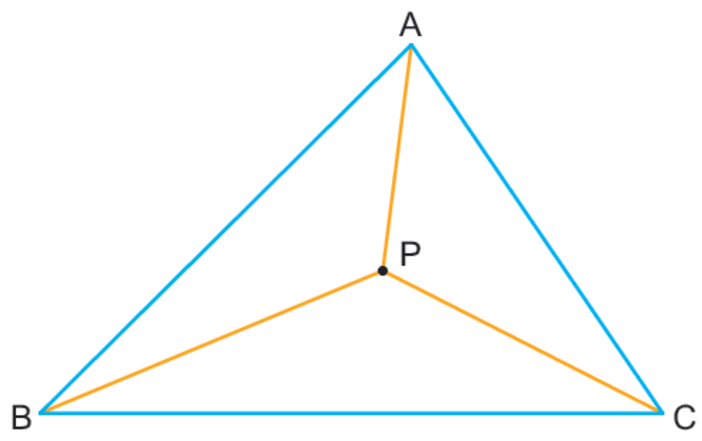
4)



P, ABC üçgeninin iç bölgesinde bir nokta ise

$|BC| < |PB| + |PC| < |AB| + |AC|$ olur.

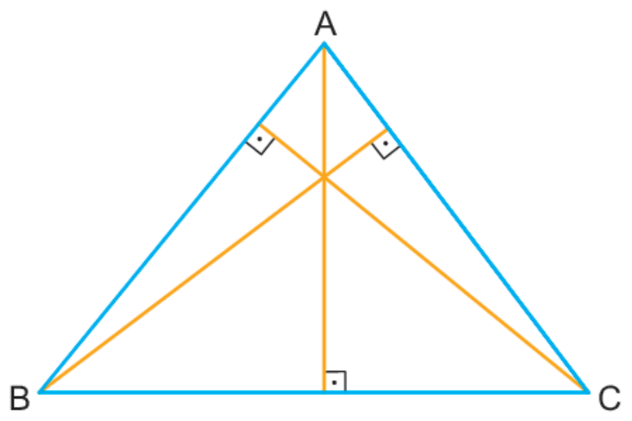
5)



P; ABC üçgenin iç bölgesinde bir nokta ise

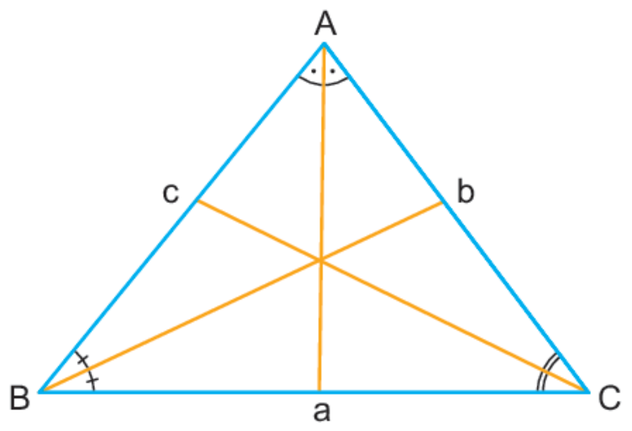
$\frac{\text{Çevre}(\widehat{ABC})}{2} < |PA| + |PB| + |PC| < \text{Çevre}(\widehat{ABC})$ olur.

6. Bir üçgende açılar ile (kenarlar ile) yardımcı elemanlar ters orantılıdır.



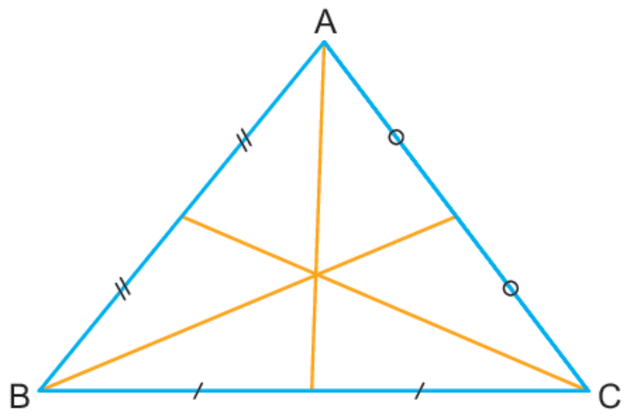
$\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$ ise

$h_A < h_B < h_C$ olur.



$a > b > c$ ise

$n_A < n_B < n_C$ olur.



$\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$ ise

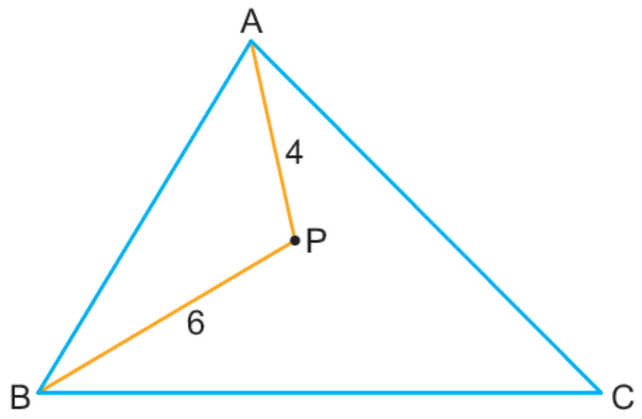
$V_A < V_B < V_C$ olur.

Örnek - 27

A açısı dik olan ve dik kenar uzunlukları 6 ve 8 birim olan ABC üçgeninin iç bölgesinden K noktası seçiliyor.

Buna göre, |BK| + |KC| toplamı kaç farklı tamsayı değeri alır?

Örnek - 28



ABC bir üçgen

$|PA| = 4$ cm

$|PB| = 6$ cm

P; ABC üçgeninin iç bölgesinde bir nokta olduğuna göre, ABC üçgeninin çevresinin en küçük tamsayı değeri kaçtır?

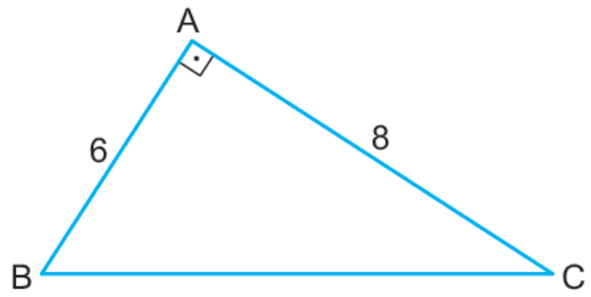
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 29

Kenar uzunlukları a,b,c olan bir üçgenin kenarları arasında 6a = 3b = 4c bağıntısı vardır.

Buna göre, bu üçgenin kenarortayları arasındaki sıralamayı bulunuz.

Örnek - 30



ABC bir dik üçgen, |AB| = 6 birim ve |AC| = 8 birimdir.

K ∈ [BC] olmak üzere, AK uzunluğunun alabileceği değerlerin tanım aralığını bulunuz.

Not

Çeşitkenar bir üçgende aynı köşeden çizilen açıortay, yükseklik ve kenarortay arasında $h_A < n_A < V_A$ sıralaması vardır.

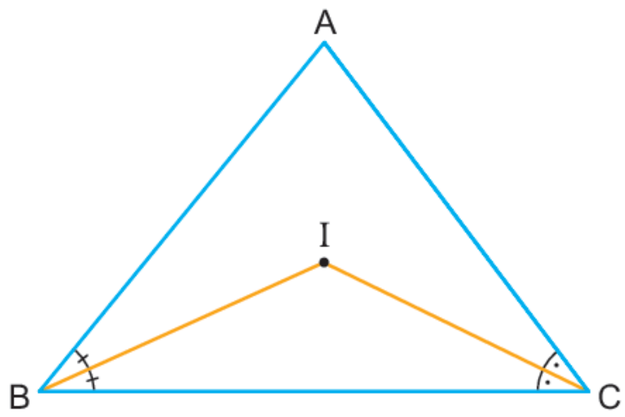
Örnek - 31

Bir çeşitkenar üçgende $h_A = V_C = n_B$ eşitliği varsa bu üçgenin açılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

ÜÇGENDE MERKEZLER

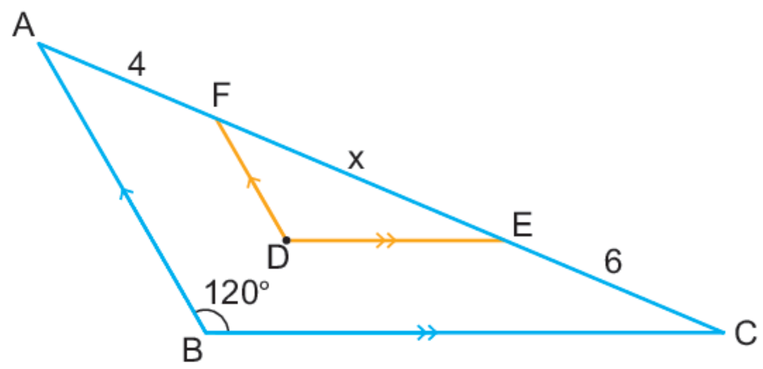
1. İç Teğet Çemberin Merkezi

Bir üçgende iç açıortayların kesim noktası iç teğet çemberin merkezidir.



I: iç teğet çemberinin merkezi

Örnek - 32

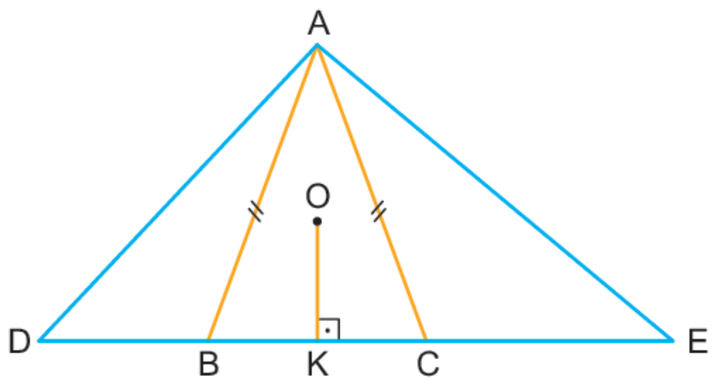


ABC ve DEF birer üçgen, [DF] // [AB], [DE] // [BC],

$m(\widehat{ABC}) = 120°$, |CE| = 6 birim ve |AF| = 4 birimdir.

ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi D olduğuna göre, |EF| = x kaç birimdir?

Örnek - 33



ADE bir üçgen, {B,K,C} ∈ [DE], |AB| = |AC| ve [OK] ⊥ [BC]'dir.

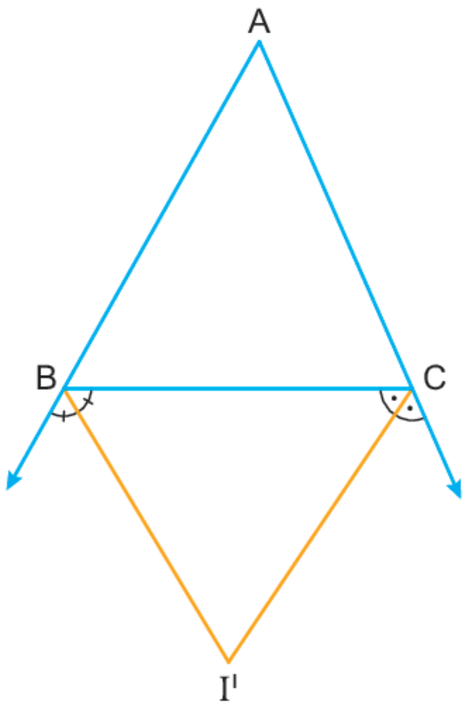
O noktası ABC üçgeninin kenar orta dikme merkezi ve 2·|KB| + |BD| = |AE| = |EB| olduğuna göre, O noktası ADE üçgeninin hangi özel noktasıdır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

29. $V_B < V_C < V_A$ 30. $\left[\frac{24}{5}, 8\right]$ 31. $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C}$ 32. $2\sqrt{19}$ 33. İç teğet çember merkezi

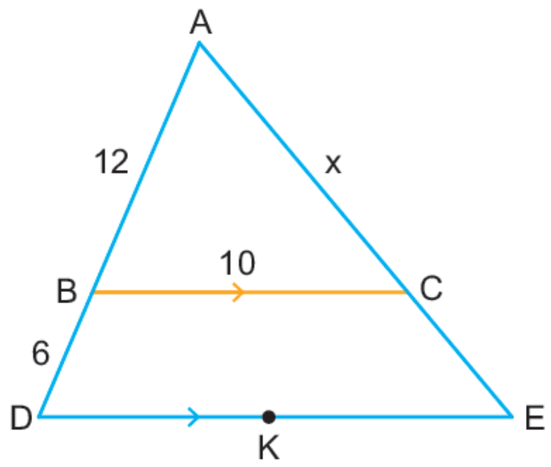
2. Dış Teğet Çemberin Merkezi

Bir üçgende dış açıortayların kesim noktası dış teğet çemberin merkezidir.



I': dış teğet çemberinin merkezi

Örnek - 34



ADE bir üçgen

[BC] // [DE]

|AB| = 12 birim

|BD| = 6 birim

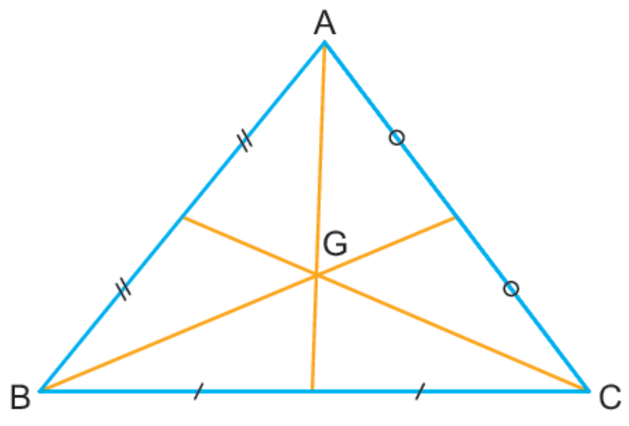
|BC| = 10 birim

|AC| = x birim

K; ABC üçgeninin dış teğet çemberinin merkezi olduğuna göre, |AC| = x kaç birimdir?

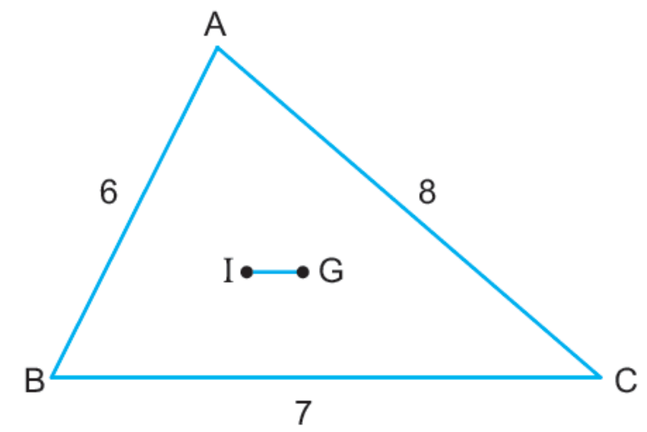
3. Ağırlık Merkezi

Bir üçgende kenarortayların kesim noktası ağırlık merkezidir.



G : Ağırlık merkezi

Örnek - 35



ABC bir üçgen

|AB| = 6 cm

|AC| = 8 cm

|BC| = 7 cm

I : $\widehat{ABC}$'nin iç teğet çemberinin merkezi

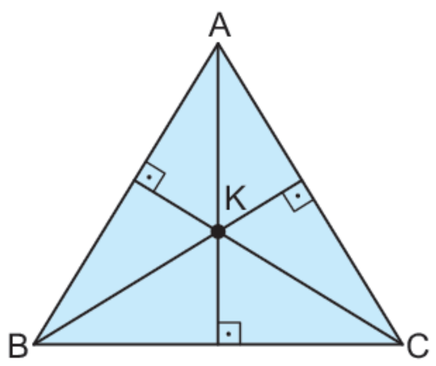
G : $\widehat{ABC}$'nin ağırlık merkezi

Buna göre, |IG| kaç cm'dir?

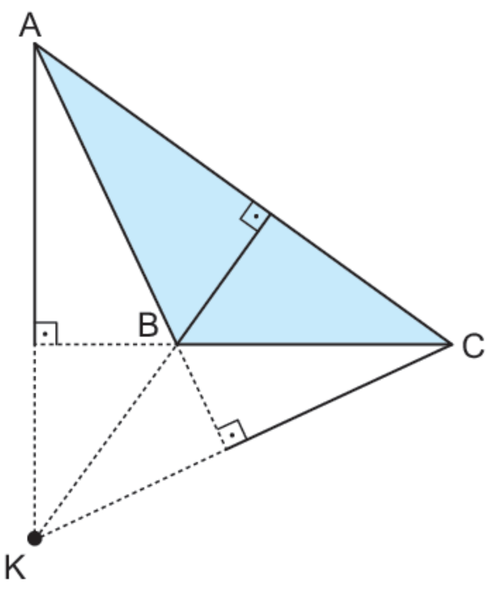
4. Diklik Merkezi

Bir üçgende yüksekliklerin kesim noktası diklik merkezidir.

- **Dar açılı**



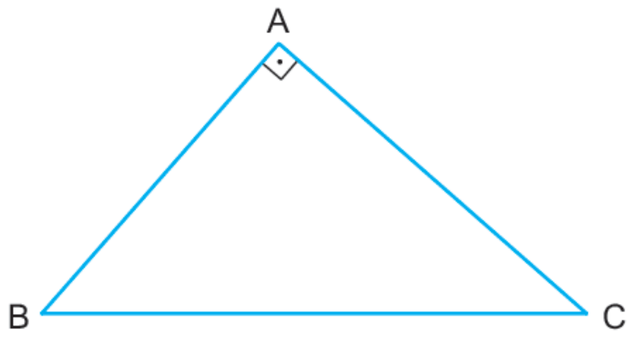
- **Geniş açılı**



K : Diklik merkezidir.

Not

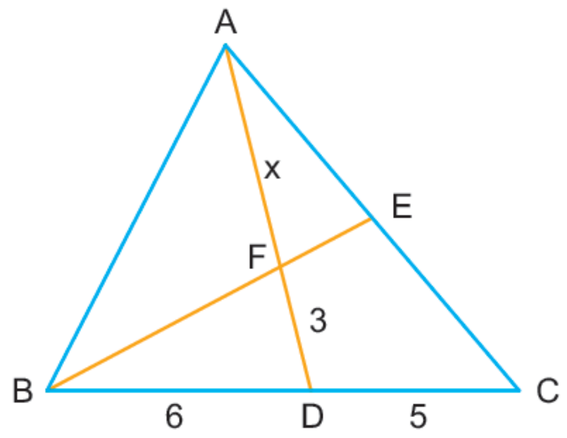
Dik üçgenin diklik merkezi 90° 'nin olduğu köşedir.



A : Diklik merkezi

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

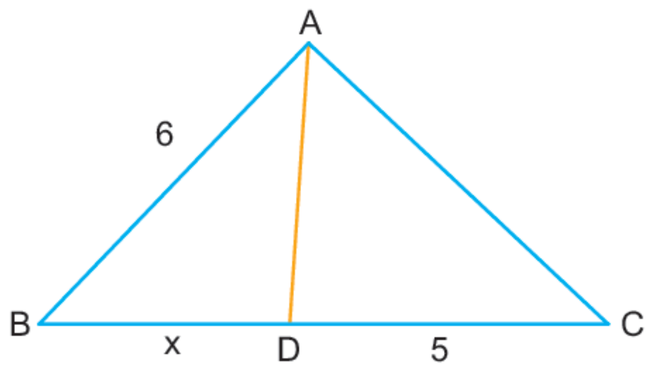
Örnek - 36



ABC bir üçgen, [BE] ∩ [AD] = {F}, |FD| = 3 birim, |BD| = 6 birim, |CD| = 5 birim ve |AF| = x birimdir.

F noktası ABC üçgeninin diklik merkezi olduğuna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 37

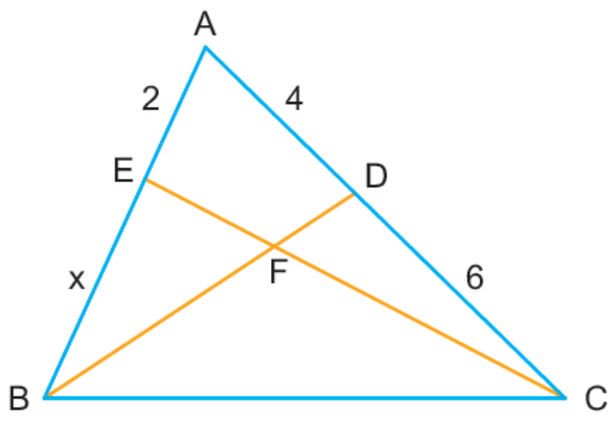


ABC bir üçgen D ∈ [BC], A: $\widehat{ABC}$'nin diklik merkezi,

D: $\widehat{ADC}$'nin diklik merkezi, |AB| = 6 birim ve |CD| = 5 birimdir.

Buna göre, |BD| = x kaç birimdir?

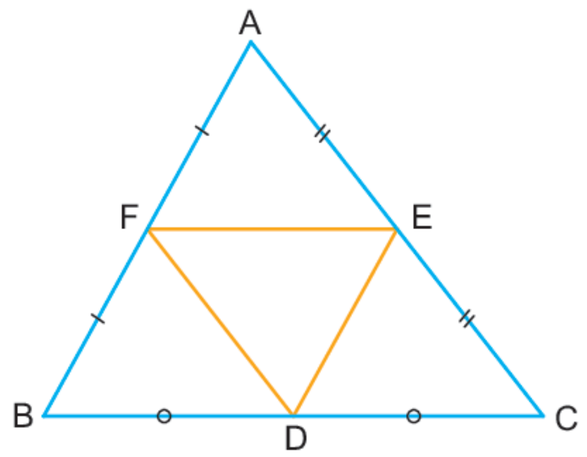
Örnek - 38



ABC bir üçgen, [BD] ∩ [CE] = {F}, |AE| = 2 birim, |AD| = 4 birim |CD| = 6 birim ve |EB| = x birimdir.

A noktası BFC üçgeninin diklik merkezi olduğuna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 39



ABC bir üçgen

|AE| = |EC|

|FA| = |FB|

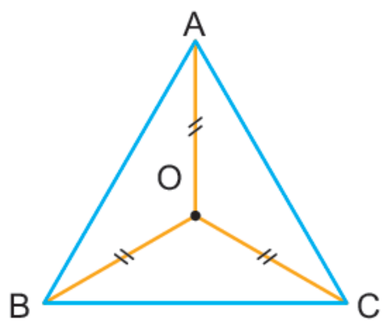
|BD| = |DC|

Buna göre, ABC üçgeninin kenar orta dikme merkezi EFD üçgeninin hangi özel noktasıdır?

5. Çevrel Çemberin Merkezi

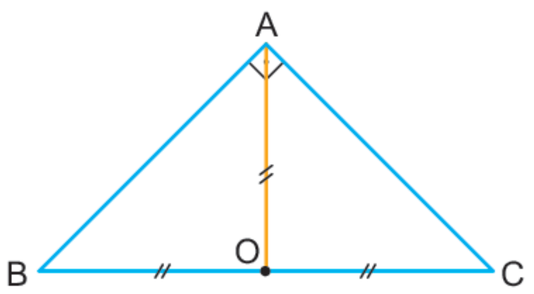
Bir üçgenin çevrel çemberinin merkezinin üçgenin köşelerine olan uzaklıkları birbirine eşittir.

• Dar açılı



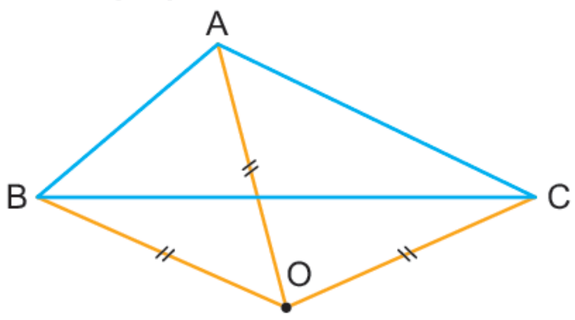
(Üçgenin içinde)

• Dik açılı



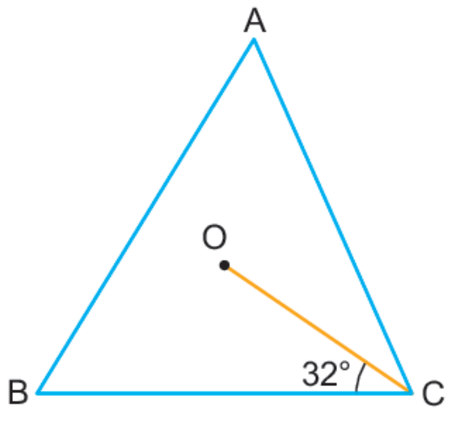
(Hipotenüs üzerinde)

• Geniş açılı



(Üçgenin dışında)

Örnek - 40

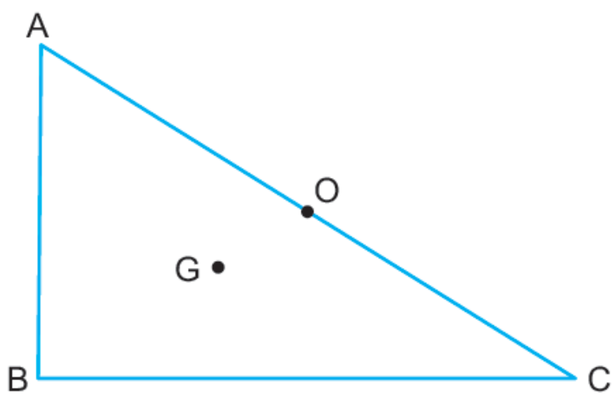


$m(\widehat{OCB}) = 32°$

O; ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi olduğuna göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

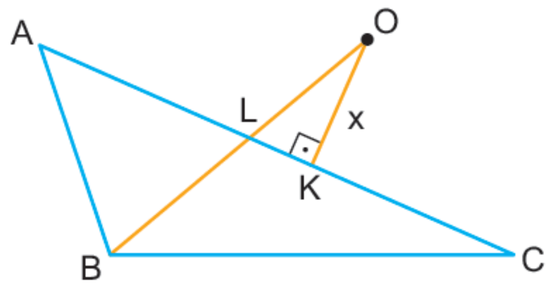
Örnek - 41



ABC üçgeninde, O: Çevrel çember merkezi ve G: Ağırlık merkezidir.

Buna göre, $\frac{|GO|}{|AC|}$ oranı kaçtır?

Örnek - 42

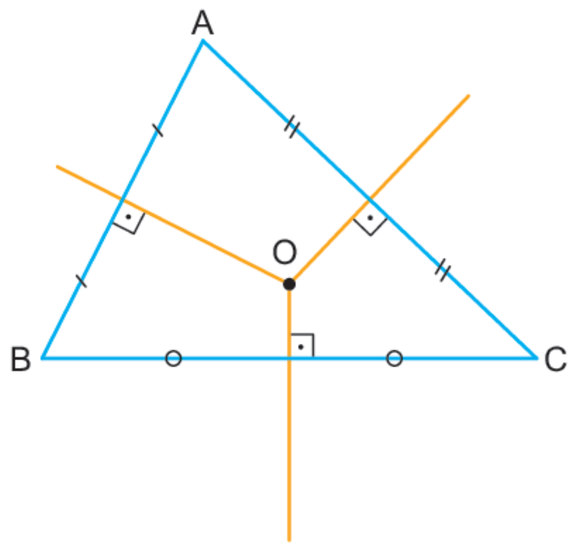


ABC üçgen, |AC| = 32 cm ve |OB| = 20 birimdir.

O; ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi olduğuna göre, |OK| = x kaç birimdir?

6. Kenar Orta Dikme Merkezi

Bir üçgenin kenarlarına ait orta dikmelerin kesim noktasıdır.



O: Kenar orta dikme merkezi

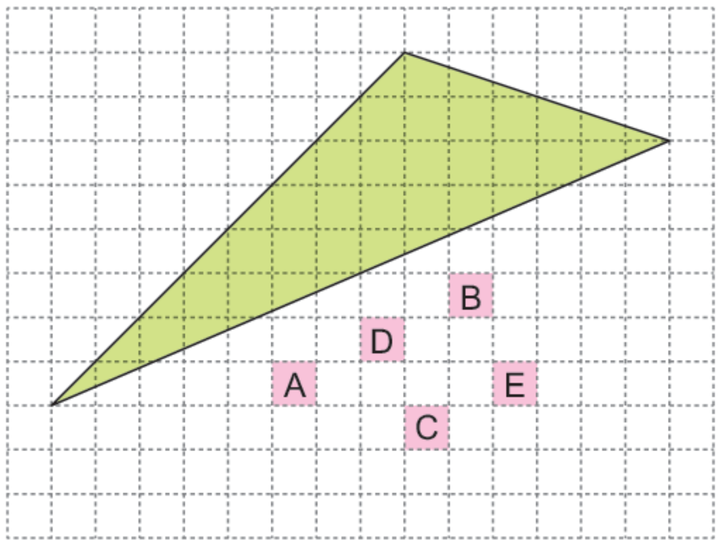
Örnek - 43

Düzlemde bir üçgenin köşelerini merkez kabul eden eş çemberler çizildiğinde, üç çemberde bir P noktasından geçmektedir.

Buna göre, P noktasıyla ilgili olarak aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

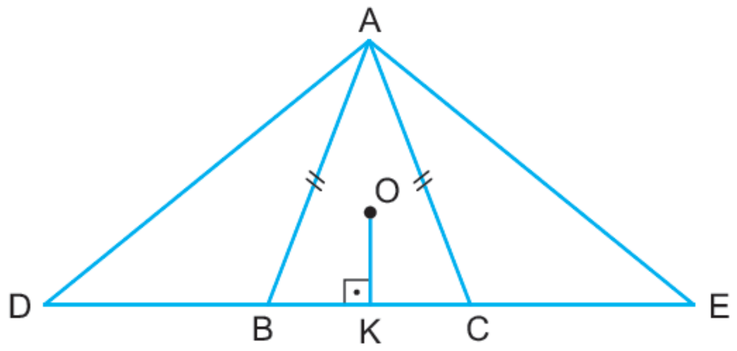
A) Üçgenin ağırlık merkezidir.
B) Üçgenin kenar orta dikme merkezidir.
C) Üçgenin yüksekliklerinin kesim noktasıdır.
D) Üçgenin açıortaylarının merkezidir.
E) Üçgenin iç teğet çemberinin merkezidir.

Örnek - 44



Şekilde, birim kareli kağıda çizilen üçgenin kenar orta dikme merkezi hangi karenin içindedir?

Örnek - 45



ADE bir üçgen, {B, K, C} ∈ [DE], |AB| = |AC| ve [OK] ⊥ [BC]'dir.

O noktası ABC üçgeninin kenar orta dikme merkezi ve $2 \cdot |KB| + |BD| = |AE| = |EB|$ olduğuna göre, O noktası ADE üçgeninin hangi özel noktasıdır?

Not

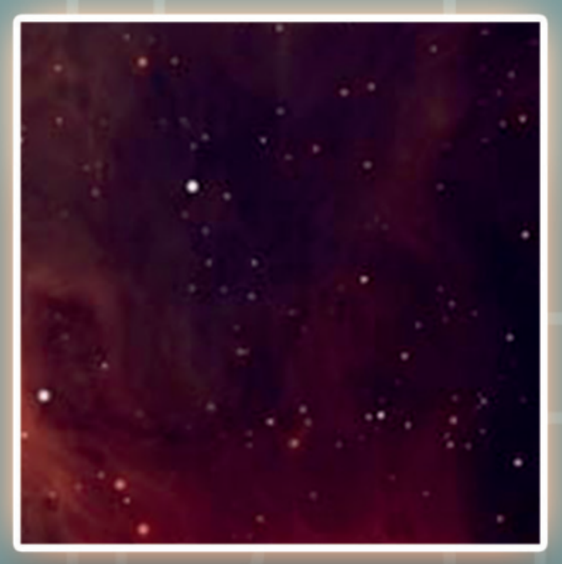
Eşkenar üçgende bütün merkezler aynı noktadadır.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

41. $\frac{1}{6}$ 42. 12 43. B 44. C 45. İç teğet çemberin merkezi

ÇOKGENLER & DÖRTGENLER













KENAN KARA İLE GEOMETRİ

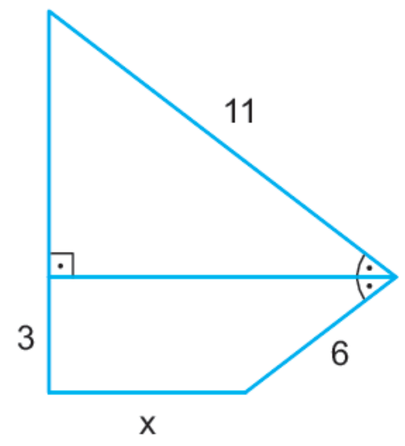
DÖRTGEN

Bu bölüm ve bundan sonraki bölümlerdeki soruları çözebilmek için ÜÇGENLER konusuna hakim olmamız gerekir. Geometrideki çoğu soru ya da özelikler ÜÇGENLER konusundan ispatlanabilir.

Şimdi sadece üçgenlerle çözülebilen dörtgen sorularını inceleyelim.

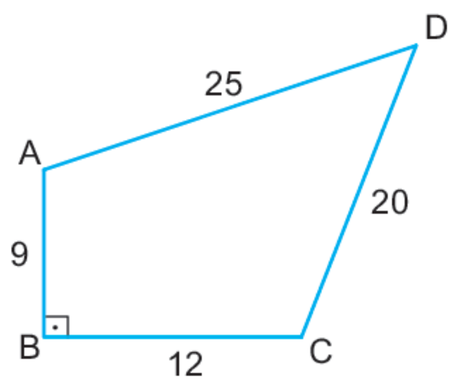
Öğrenme

a)



x = ?

b)

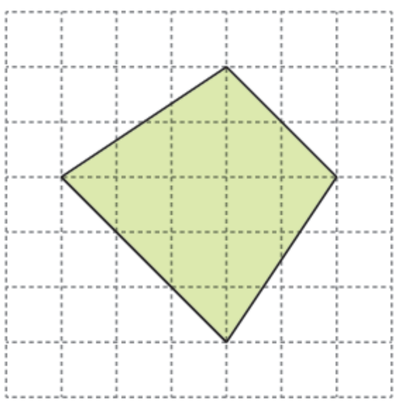


A(ABCD) = ?

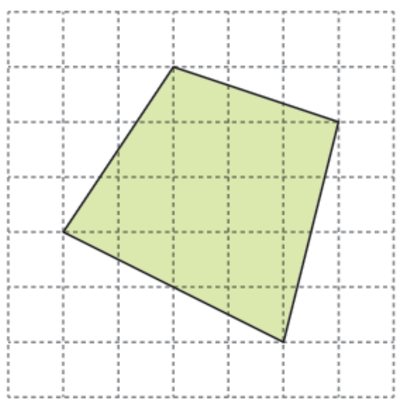
a) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ b) 204

Alanı | 1

Örnek - 1



Şekil 1

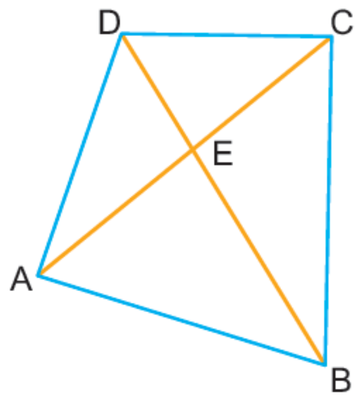


Şekil 2

Şekil 1'de birim kareli kağıda bir dörtgen çizilmiştir. Bu dörtgenin köşeleri birer birim yer değiştirilerek Şekil 2'deki dörtgen oluşturulmuştur.

Buna göre, yapılan işlemde alandaki değişim nasıl olur?

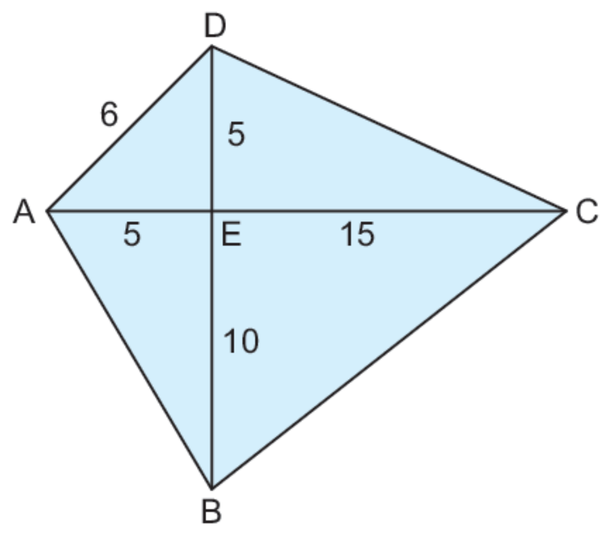
Örnek - 2



ABCD bir dörtgen, [AC] ∩ [BD] = {E} ve $2 \cdot |AE| = 3 \cdot |EC|$'dir.

Buna göre, $\frac{\text{Alan}(\widehat{ABD})}{\text{Alan}(ABCD)}$ oranı kaçtır?

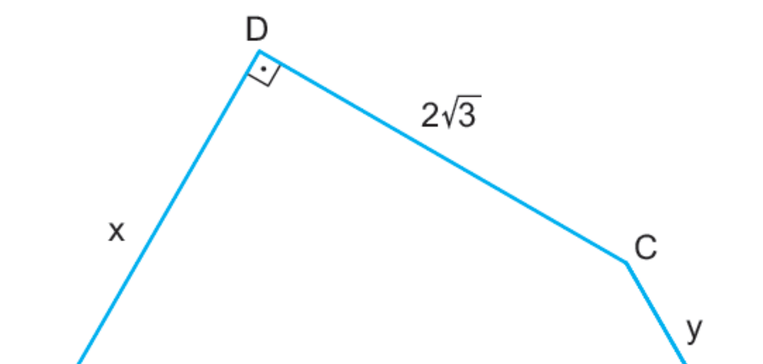
Örnek - 3



ABCD bir dörtgen, [AC] ∩ [BD] = {E}, |AE| = |ED| = 5 birim, |AD| = 6 birim, |EC| = 15 birim ve |EB| = 10 birimdir.

Buna göre, ABCD dörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 4



ABCD bir dörtgen, $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ABC}) = 60°$, [AD] ⊥ [DC], |AB| = 10 cm, $|CD| = 2\sqrt{3}$ cm, |AD| = x ve |BC| = y'dir.

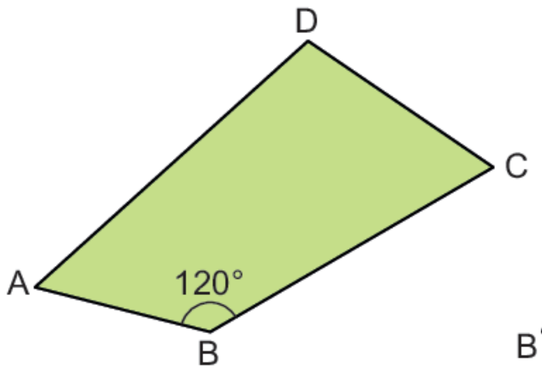
Buna göre, x + y toplamı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

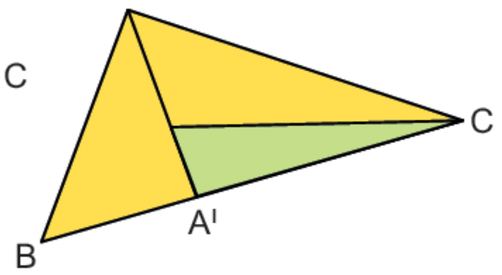
1. 2 br² artar. 2. $\frac{3}{5}$ 3. 144 4. 14

Örnek - 5

Şekil 1'deki ABCD dörtgeni biçimindeki bir kağıda katlama yapıldığında Şekil 2 elde ediliyor.



Şekil 1

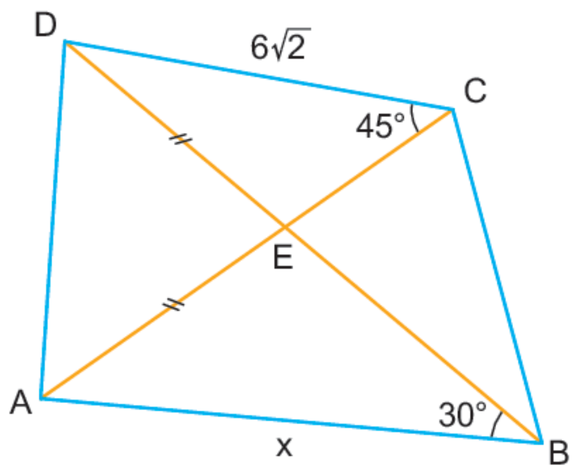


Şekil 2

$m(\widehat{ABC}) = 120^o$ ve $|BC| = 8$ birimdir.

Buna göre, Şekil 2'de kağıdın görünen yüzeyinin alanı kaç birimkaredir?

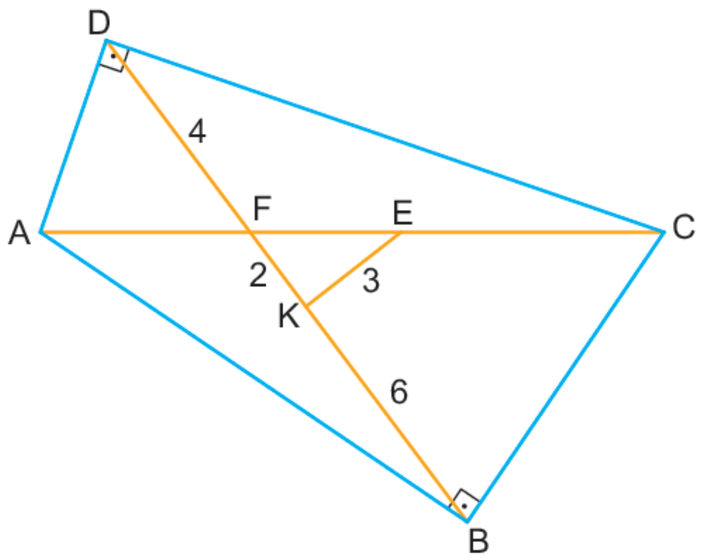
Örnek - 6



ABCD bir dörtgen, $[AC] \cap [BD] = \{E\}$, $|AE| = |ED|$, $m(\widehat{ACD}) = 45°$, $m(\widehat{ABD}) = 30°$ ve $|CD| = 6\sqrt{2}$ birimdir.

Buna göre, |AB| = x kaç birimdir?

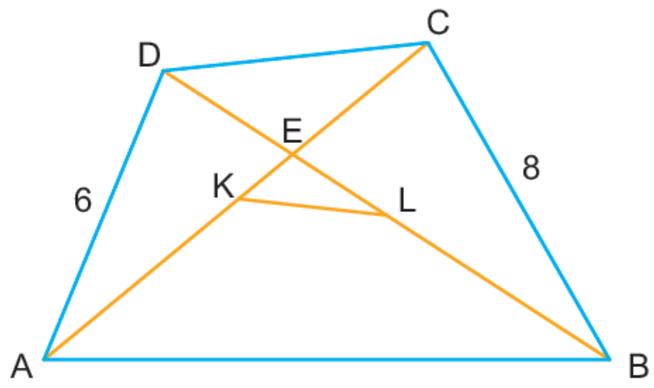
Örnek - 7



ABCD bir dörtgen, $m(\widehat{ADC}) = 90°$, $m(\widehat{ABC}) = 90°$, $|AE| = |EC|$, $|DF| = 4$ birim, $|FK| = 2$ birim, $|KB| = 6$ birim ve $|EK| = 3$ birimdir.

Buna göre, AC uzunluğu kaç birimdir?

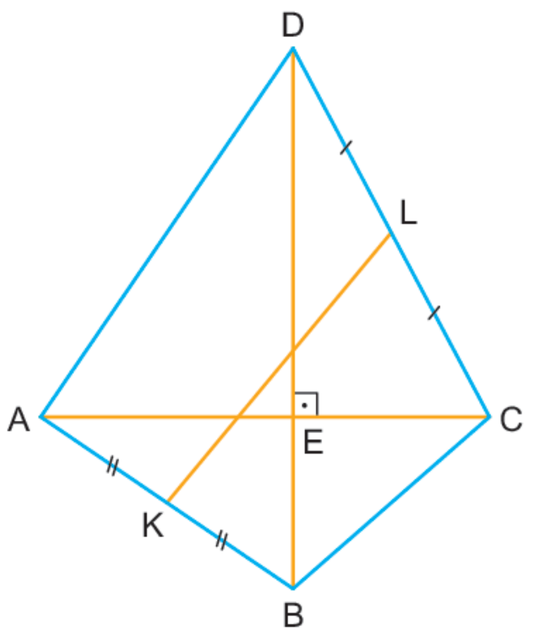
Örnek - 8



ABCD bir dörtgen, $|AK| = |KC|$, $|DL| = |LB|$, $|AD| = 6$ birim ve $|CB| = 8$ birimdir.

Buna göre, KL uzunluğunun alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

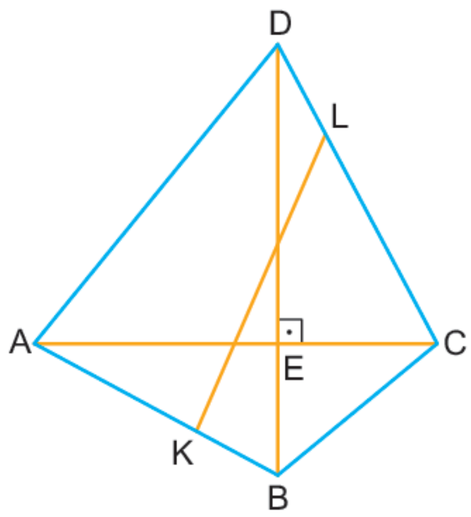
Örnek - 9



ABCD bir dörtgen, $[AC] \perp [BD]$, $|AK| = |KB|$, $|DL| = |LC|$, $|AC| = 12$ birim ve $|BD| = 16$ birimdir.

Buna göre, |KL| kaç birimdir?

Örnek - 10



ABCD bir dörtgen, $[AD] \perp [BD]$, $\frac{|DL|}{|LC|} = \frac{|KB|}{|AK|} = \frac{1}{2}$, $|AC| = 15$ birim ve $|BD| = 18$ birimdir.

Buna göre, |KL| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

5. $8\sqrt{3}$ 6. 12 7. $6\sqrt{5}$ 8. 20 9. 10 10. 13

Örnek - 11

Bir köşegeni AC olan ABCD dörtgenine

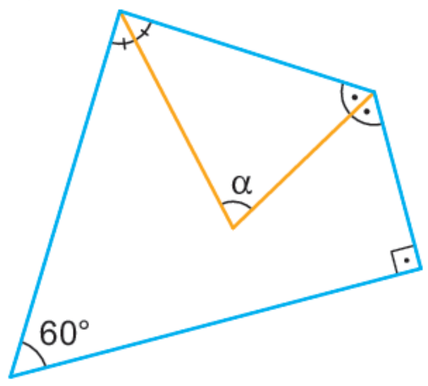
- A'nın B'ye göre simetriği A^I
- B'nin C'ye göre simetriği B^I
- C'nin D'ye göre simetriği C^I
- D'nin A'ya göre simetriği D^I

dönüşümleri uygulanarak $A^IB^IC^ID^I$ dörtgeni elde ediliyor.

ABCD dörtgeninin alanı 20 birimkare olduğuna göre, $A^IB^IC^ID^I$ dörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

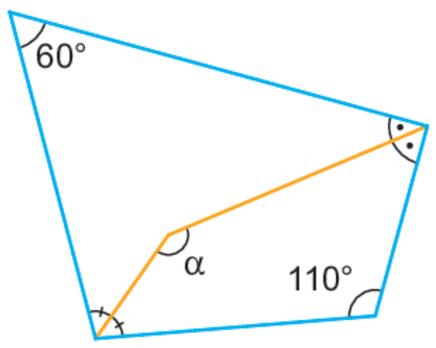
Öğrenme

a)



$\alpha = ?$

b)



$\alpha = ?$

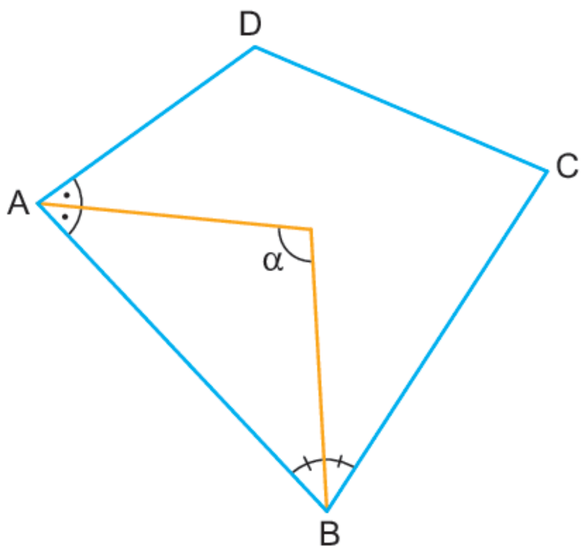
a) 75°

b) 155°

Özellikler

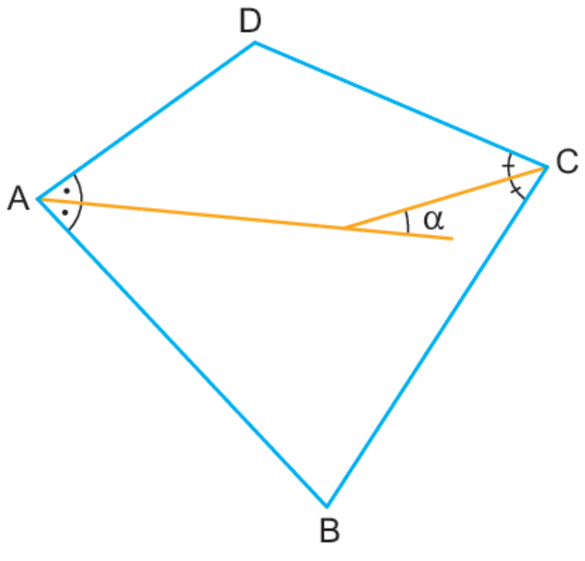
1) Dörtgenin hem iç açılarının hemde dış açılarının toplamı 360 derecedir.

2) Dörtgende ardışık köşelerden çizilen iç açıortaylar arasında kalan açı diğer açıların toplamının yarısıdır.



$$\alpha = \frac{m(\widehat{C}) + m(\widehat{D})}{2}$$

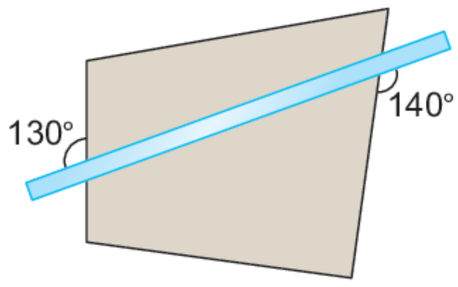
3) Dörtgende karşılıklı iç açıortaylar arasında kalan dar açı diğer iki açının farkının mutlak değerinin yarısına eşittir.



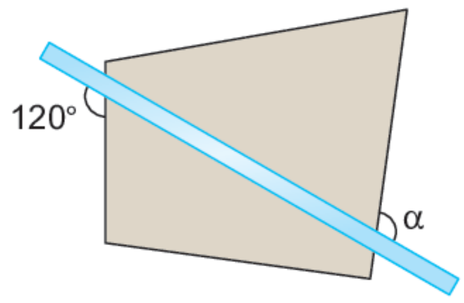
$$\alpha = \frac{\left| m(\widehat{B}) - m(\widehat{D}) \right|}{2}$$

Örnek - 12

Dörtgen şeklindeki bir kartonun üzerine dikdörtgen şeklindeki bir çubuk Şekil 1 ve Şekil 2'deki gibi koyulduğunda oluşan açılar şekillerin üzerinde gösterilmiştir.



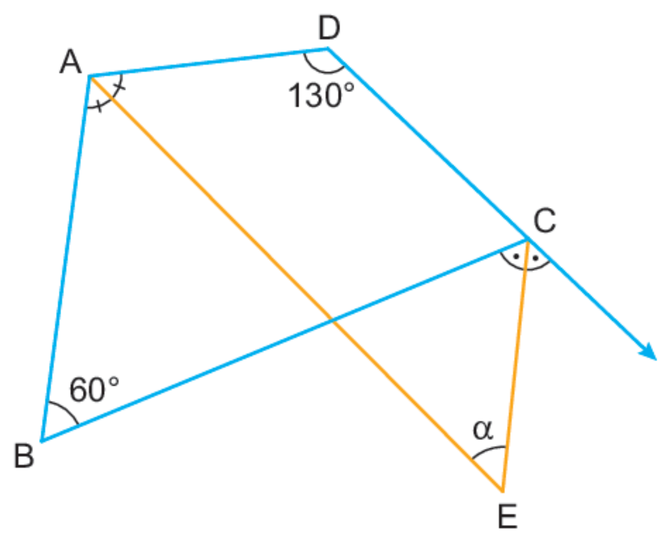
Şekil 1



Şekil 2

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 13



ABCD dörtgeninde A'dan çizilen iç açıortay ile C'den çizilen dış açıortay E noktasında kesişmektedir.

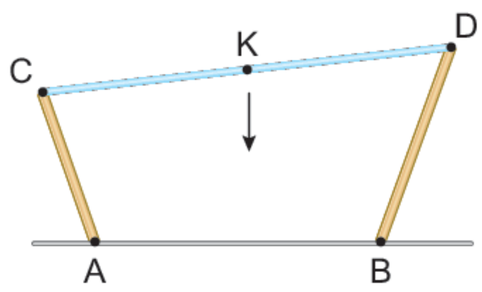
$m(\widehat{ABC}) = 60°$ ve $m(\widehat{ADC}) = 130°$ olduğuna göre,

$m(\widehat{AEC}) = \alpha$ kaç derecedir?

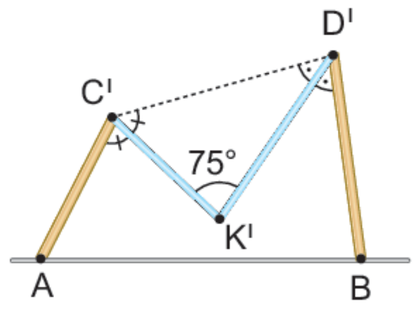
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 14

Gergin bir ip, zemin ile belirli açılara sahip direklere Şekil 1'deki gibi bağlanıyor. İp K noktasından aşağıya doğru çekildiğinde direkler A ve B merkezli dönüşler yapıyor ve Şekil 2 oluşuyor.



Şekil 1

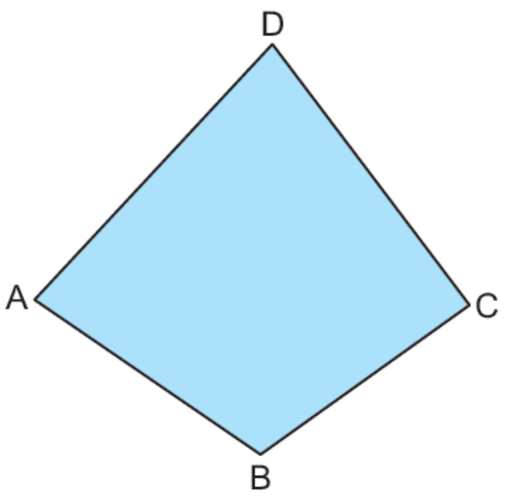


Şekil 2

Şekil 2'de $C'K'$ ile $D'K'$ açıortay ve $m(\widehat{C'K'D'}) = 75°$ dir.

Şekil 1'deki C ile D köşelerindeki açıların toplamı 140° olduğuna göre, direkler toplamda kaç derece dönüş yapmıştır?

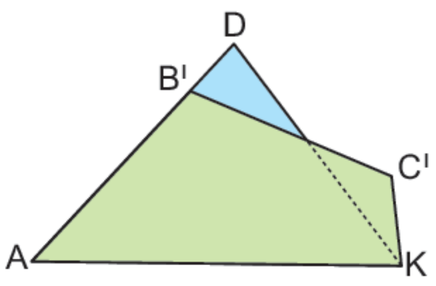
Örnek - 15



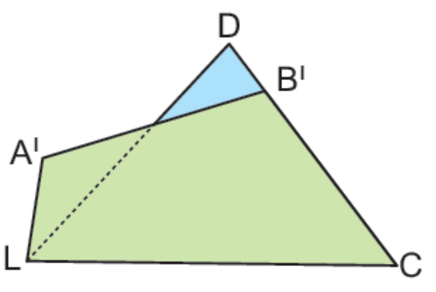
Ön yüzü mavi arka yüzü yeşil renkteki ABCD biçimindeki kartona aşağıdaki katlamalar yapılıyor.

$m(\widehat{ADC}) = 80°$

$m(\widehat{ABC}) = 110°$



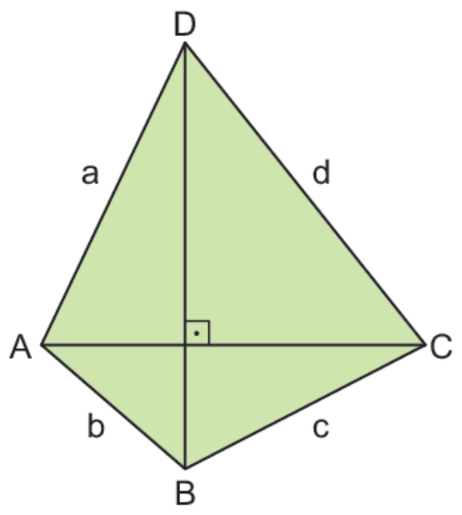
B köşesi [AD] üzerine gelecek biçimde katlanıp yandaki şekil oluşturulup karton tekrar eski haline getiriliyor.

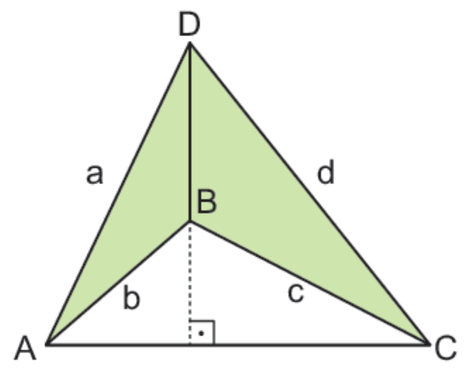


B köşesi [CD] üzerine gelecek biçimde katlanıp yandaki şekil oluşturulup tekrar eski haline getiriliyor.

Buna göre, katlama çizgileri arasında kalan açı kaç derece olabilir?

4) Köşegenleri dik kesişen bir dörtgenin karşılıklı kenarlarının kareleri toplamları birbirine eşittir.

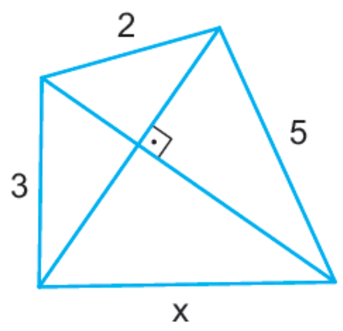




$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ dir.

Öğrenme

a)



$x = ?$

b) ABC üçgeninde A'dan çizilen yükseklik [BC]'yi H noktasında kesmektedir.

$|AB| = 4$ ve $|AC| = 9$'dur.

$O \in [AH]$ olmak üzere

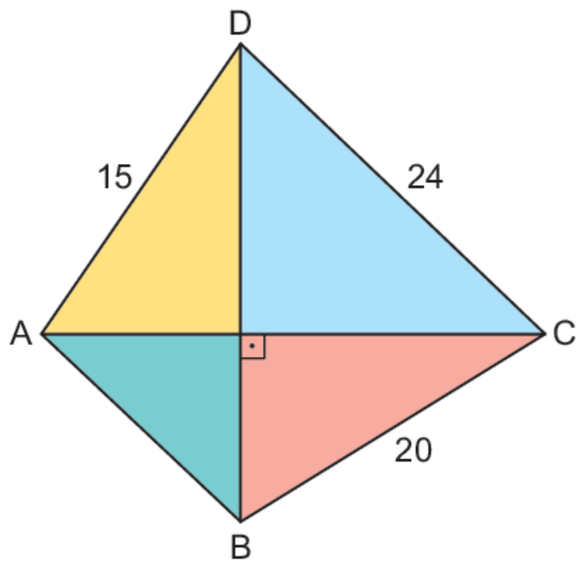
$|DC|^2 - |DB|^2$ kaçtır?

a) $\sqrt{30}$ b) 65

Alanı | 3

Örnek - 16

Köşegenleri dik kesişen bir karton 4 farklı renge boyanmıştır. Bu karton köşegenleri boyunca katlandığında dört rengin üst üste geldiği bölge kesilip atılıyor ve kartonun katlanılan kısımları açılıyor.

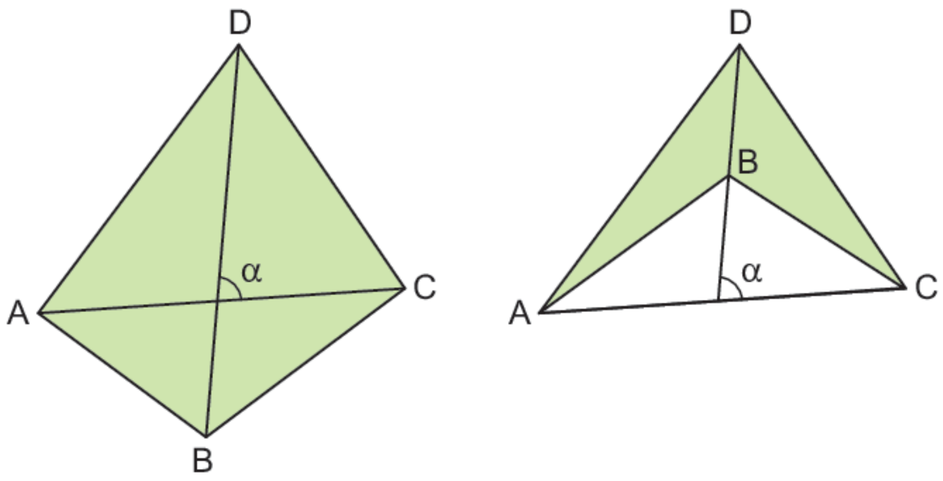


$[AC] \perp [BD]$, $|AD| = 15$ cm, $|BC| = 20$ cm ve $|CD| = 24$ cm'dir.

Buna göre, oluşan şeklin çevresi kaç santimetredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

5)

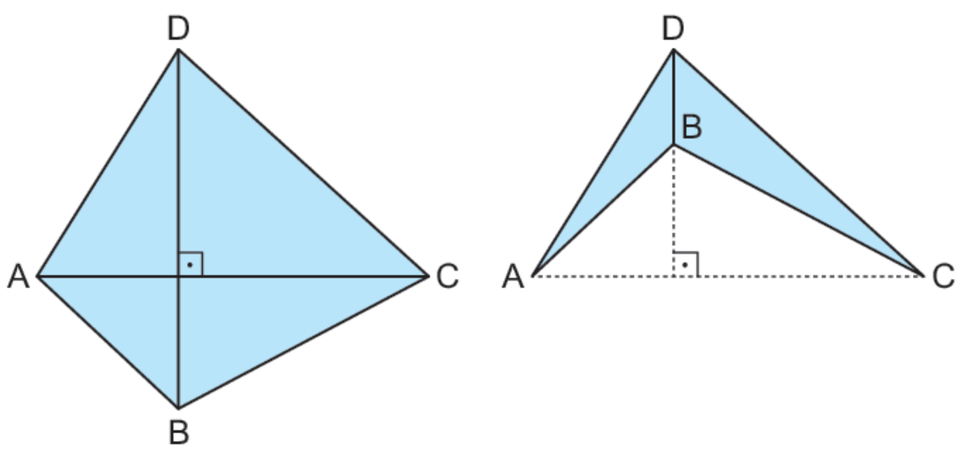


Bir dörtgende köşegenler arasındaki açı α ise

$$\textbf{Alan(ABCD)} = \frac{|AC| \cdot |BD| \cdot \sin\alpha}{2} \text{ dir.}$$

Not

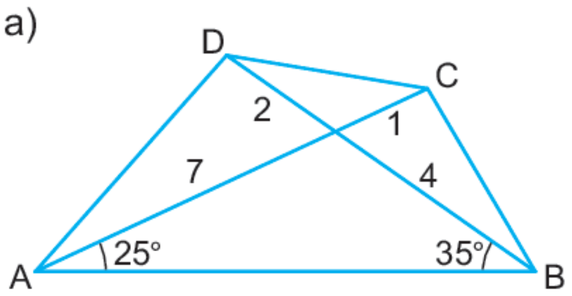
Köşegenleri dik kesişen dörtgenin alanı



$$\text{Alan(ABCD)} = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2} \text{'dir.}$$

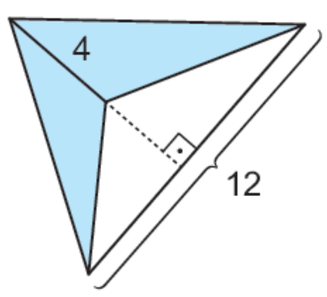
Öğrenme

a)



A(ABCD) = ?

b)



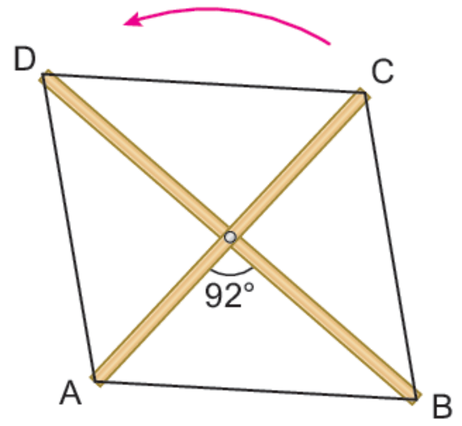
Taralı Alan = ?

a) $12\sqrt{3}$ b) 24

Alanı | 4

Örnek - 17

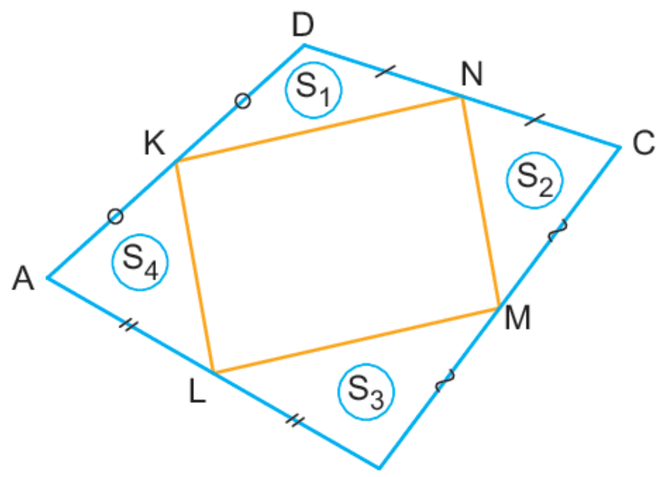
Uzunlukları 8 cm ve 10 cm olan iki çubuk, şekildeki gibi kesiştiklerinde aralarındaki açı 92° olacak biçimde çivi ile monte edilip uç noktalarından lastik ip geçirilerek bir ABCD dörtgeni elde edilmiştir.



AC çubuğu çivi etrafında ok yönünde en fazla 63° dönebilmektedir.

Buna göre, AC çubuğu döndürüldüğünde oluşan ABCD dörtgenlerinden kaç tanesinin alanı tamsayı değeri alır?

6)



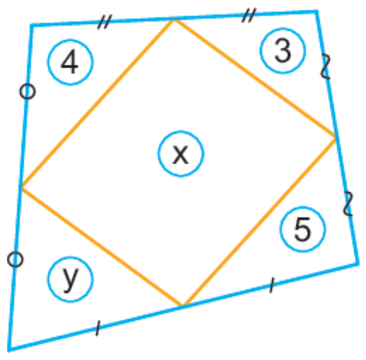
ABCD bir dörtgen ve K, L, M, N orta noktalar olduğunda

* KLMN paralelkenardır.
* |AC| + |BD| = Çevre (KLMN)'dir.
* $\text{Alan(KLMN)} = \frac{\text{Alan(ABCD)}}{2}$ 'dir.
* $S_1 + S_3 = S_2 + S_4 = \frac{\text{Alan(ABCD)}}{4}$ 'dir.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

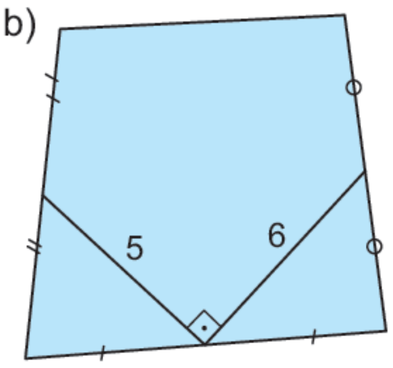
Öğrenme

a)



x – y = ?

b)



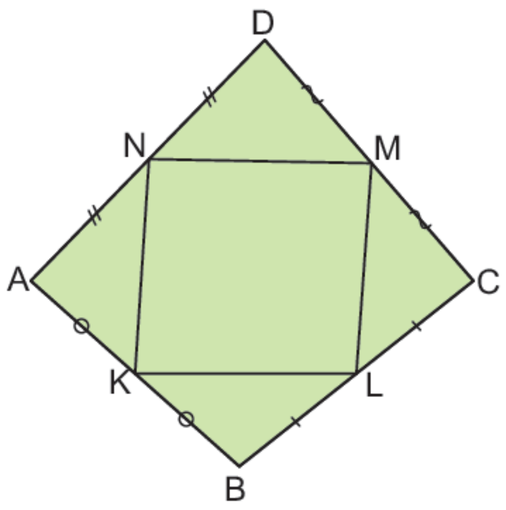
Taralı Alan = ?

a) 12 b) 60

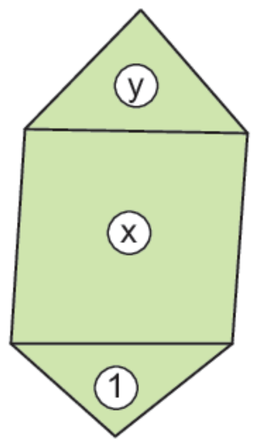
Alanı | 5

Örnek - 18

ABCD dörtgeni biçimindeki bir karton KN ve LM doğruları boyunca kesilip küçük parçalar atıldığında dörtgenin alanı 4 birimkare azalıyor.



Şekil 1



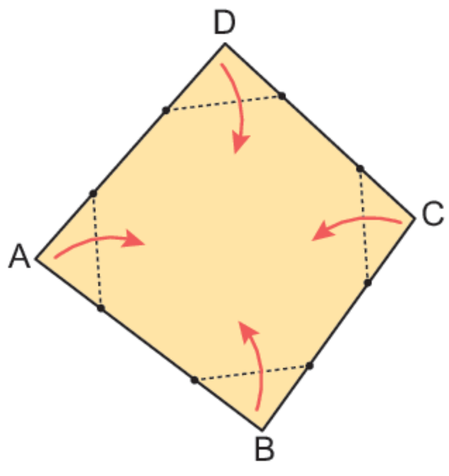
Şekil 2

K, L, M, N orta noktalardır.

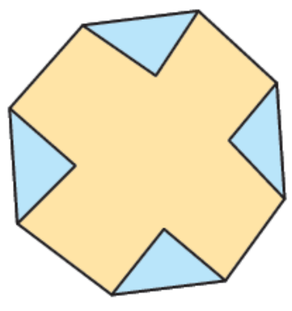
Şekil 2'de bulundukları bölgelerin alanları şekilde gösterildiği gibi olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

Örnek - 19

Ön yüzü sarı arka yüzü mavi olan dörtgenin kenarları üçer eşit parçaya ayrılıyor.



Şekil 1

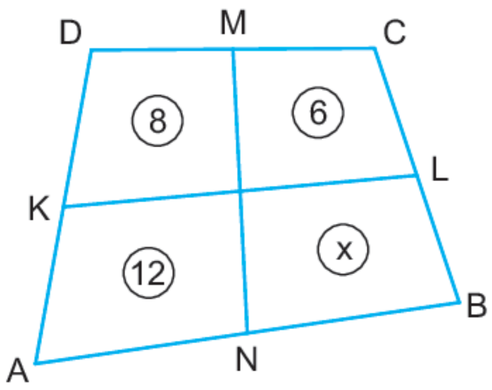


Şekil 2

Şekil 1'deki üçgenler katlandığında Şekil 2 elde ediliyor.

Buna göre, Şekil 2'deki mavi alanın sarı alana oranı kaçtır?

Örnek - 20

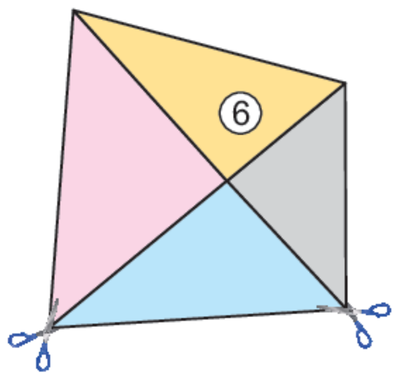


ABCD dörtgeninde [KL] ve [MN] çizilerek 4 bölge oluşturuluyor. K, L, M ve N orta noktalardır.

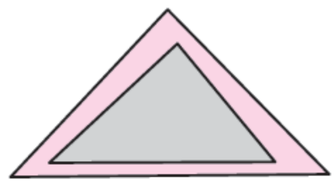
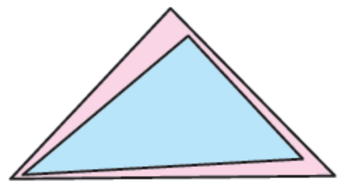
Oluşan bölgelerin alanları şekildeki gibi olduğuna göre x kaçtır?

Örnek - 21

Dörtgen şeklindeki bir kartonun köşegenleri çizilip oluşan dört bölge aşağıdaki gibi dört farklı renge boyanıyor.



Karton köşegenleri boyunca makasla kesilip 4 tane üçgen biçiminde karton elde ediliyor.

- Sarı bölgenin alanı 6 birimkaredir.
-  Gri üçgen pembe üçgenin üzerine konulduğunda görünen pembe yüzey 8 birimkaredir.
-  Mavi üçgen pembe üçgenin üzerine konduğunda görünen pembe yüzey alanı gri üçgenin yüzey alanına eşit oluyor.

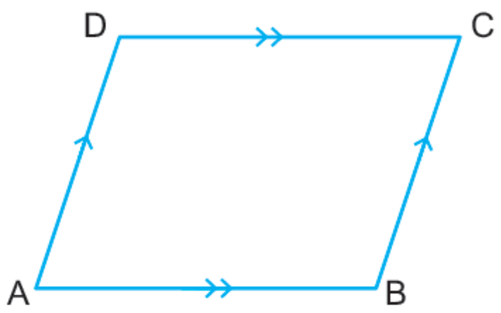
Buna göre, ilk şekildeki kartonun alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

18. 5 19. $\frac{2}{5}$ 20. 10 21. 30

PARALELKENAR

Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgene paralelkenar denir.



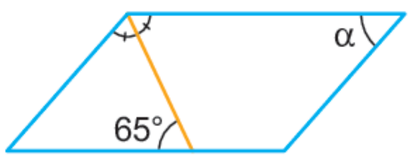
[AB] // [CD]

[AD] // [BC]

- Karşılıklı kenarlar birbirine eşittir.
- Karşılıklı açılar birbirine eşittir.

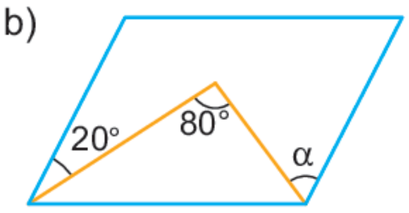
Öğrenme

a)



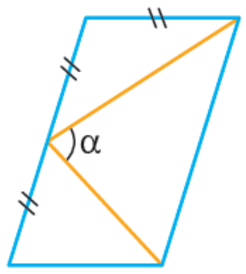
α = ?

b)



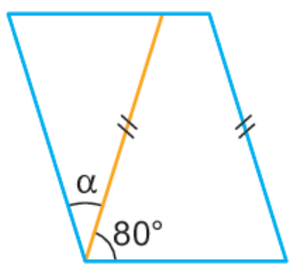
α = ?

c)



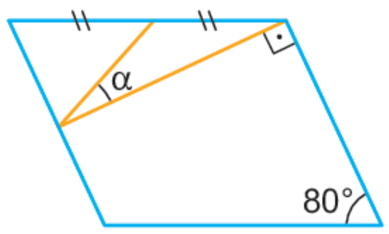
α = ?

d)



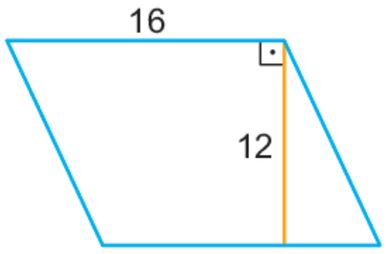
α = ?

e)



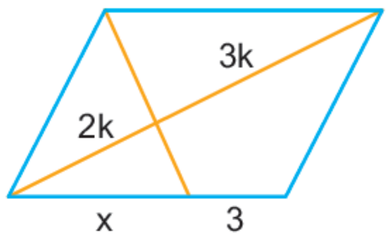
α = ?

f)



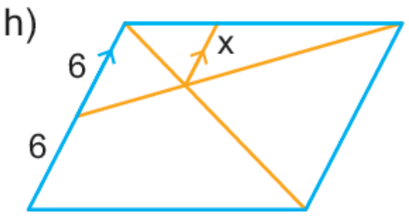
Çevre = ?

g)



x = ?

h)



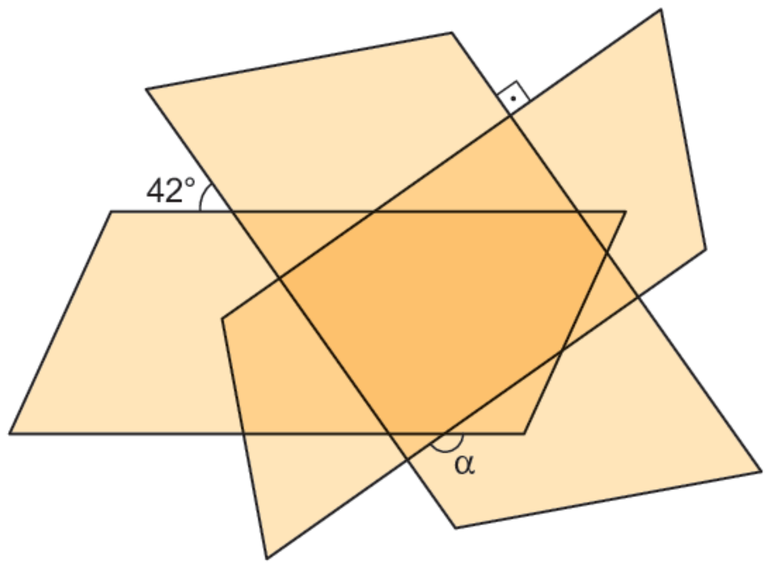
x = ?

a) 50° b) 60° c) 90° d) 20° e) 10° f) 58 g) 6 h) 4

Alanı | 1

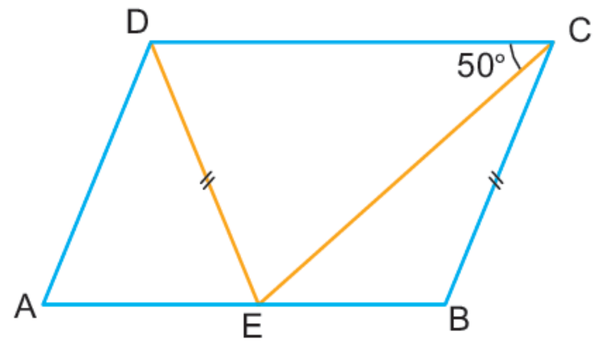
Örnek - 1

Aşağıdaki şekilde, birbirinden farklı, üç tane paralelkenar biçimindeki kartonlar üst üste konulmuştur.



Şekilde gösterilen açı ölçü birimlerine göre, α kaç derecedir?

Örnek - 2



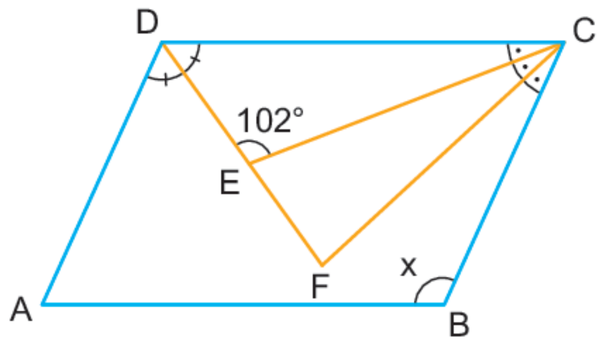
ABCD paralelkenar, |BC| = |ED|, |AB| = |CE| ve

$m(\widehat{ECD}) = 50°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir?

Örnek - 3

Şekildeki [DF] doğru parçası ADC açısını iki eşit açıya, [CE] ve [CF] doğru parçaları ise BCD açısını üç eşit açıya bölmektedir.



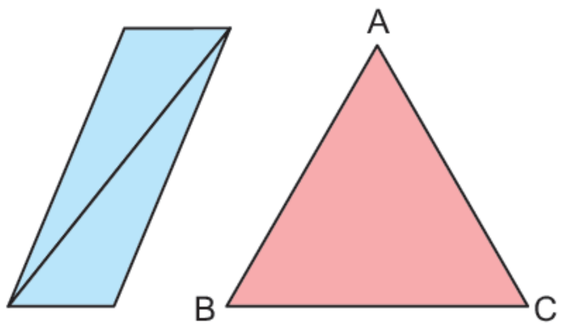
ABCD paralelkenar, $m(\widehat{CED}) = 102°$ ve $m(\widehat{ABC}) = x$'dir.

Buna göre, x kaç derecedir?

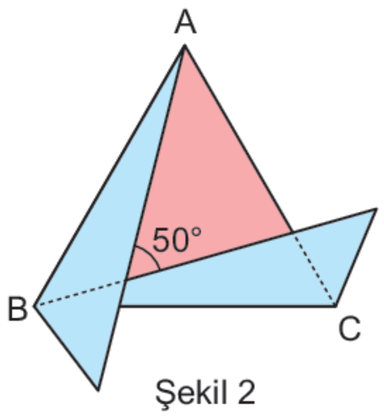
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 4

Şekil 1'de verilen paralelkenar şeklindeki karton, köşegeni boyunca kesilip üçgenler oluşturuluyor ve bu üçgenler Şekil 2'deki gibi kırmızı üçgenin üzerine konuluyor.



Şekil 1

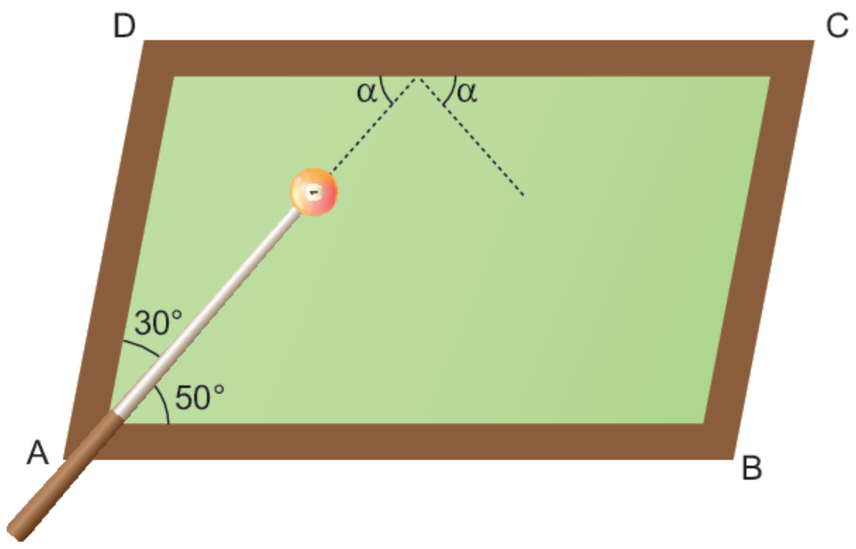


Şekil 2

Şekil 2'de; mavi üçgenlerin kenarları arasındaki açı 50° olduğuna göre, kırmızı üçgende m(BAC) kaç derecedir?

Örnek - 5

ABCD paralelkenarı biçimindeki bilardo masasındaki topa ıstaka ile vuruş yapılıyor.

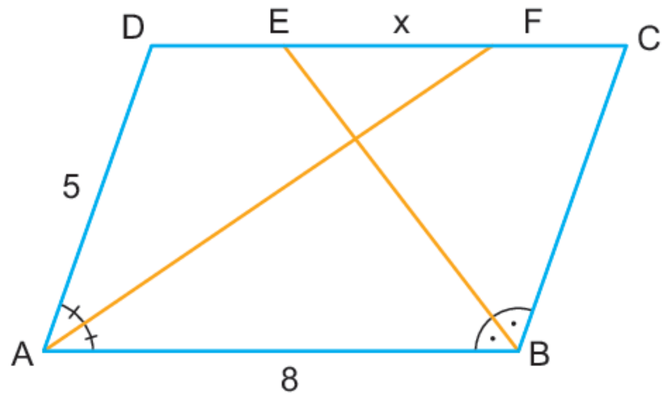


- Istaka masanın A köşesinden geçmektedir.
- Istaka masanın AB kenarı ile 50°, AD kenarı ile 30° lik açı yapmaktadır.
- Top masanın CD, BC, AB ve AD kenarlarına sırasıyla çarpıp C köşesine gitmiştir.
- Topun AD kenarına çarptığı nokta K noktasıdır.

Buna göre m(BCK) kaç derecedir?

(Not: Top masanın kenarına vurduğu açıyla yola devam eder)

Örnek - 6



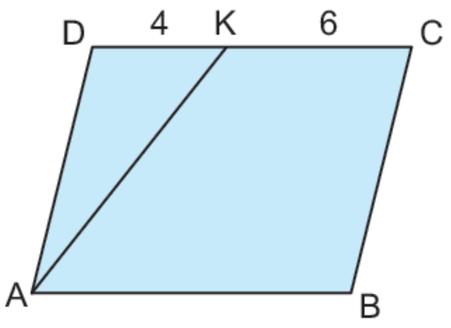
ABCD paralelkenar, [AF] : Açıortay, [BE] : Açıortay,

IABI = 8 cm ve IADI = 5 cm'dir.

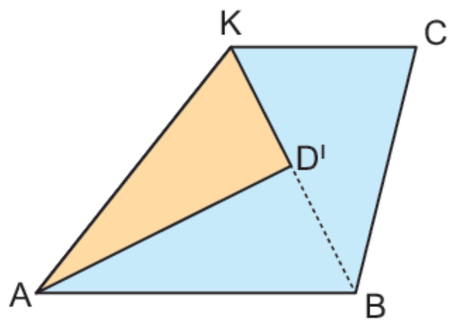
Buna göre, IEFI = x kaç santimetredir?

Örnek - 7

Şekil 1'deki ABCD kartonu AK boyunca katlandığında D köşesi Şekil 2'deki gibi BK doğrusu üzerinde oluyor.



Şekil 1

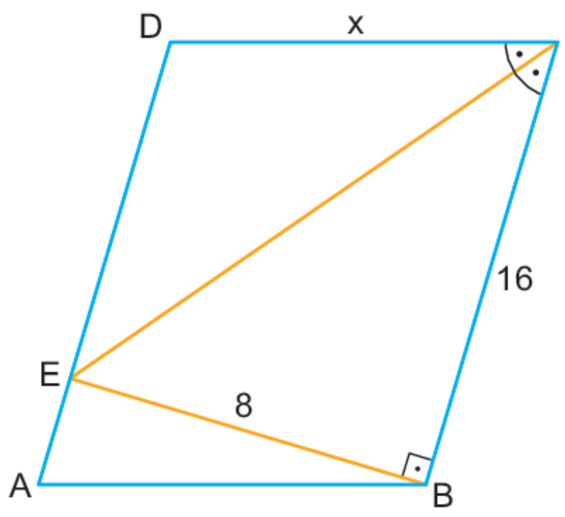


Şekil 2

IDKI = 4 birim ve IKCI = 6 birimdir.

Buna göre, IBD'I kaç birimdir?

Örnek - 8

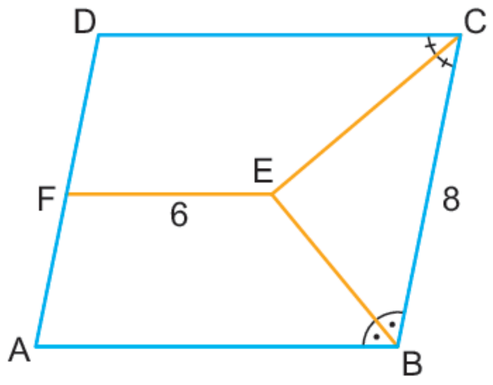


ABCD paralelkenar, CE açıortay, EB ⊥ BC, IEBI = 8 birim, IBCI = 16 birim ve ICDI = x'dir.

Buna göre, x kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 9

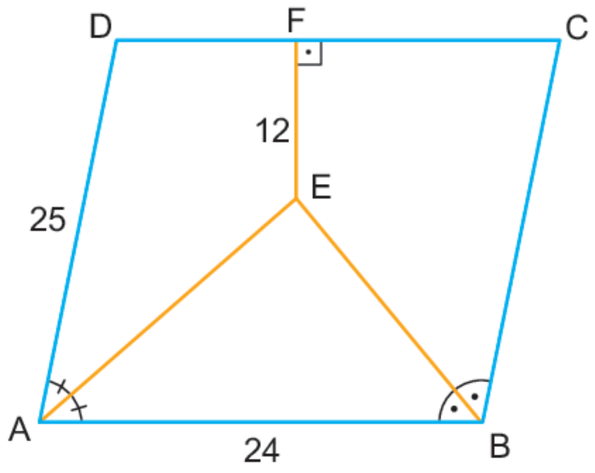


ABCD paralelkenar, $m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{BCE})$, $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{CBE})$

EF // AB, |BC| = 8 birim ve |EF| = 6 birimdir.

Buna göre, |AB| kaç birimdir?

Örnek - 10

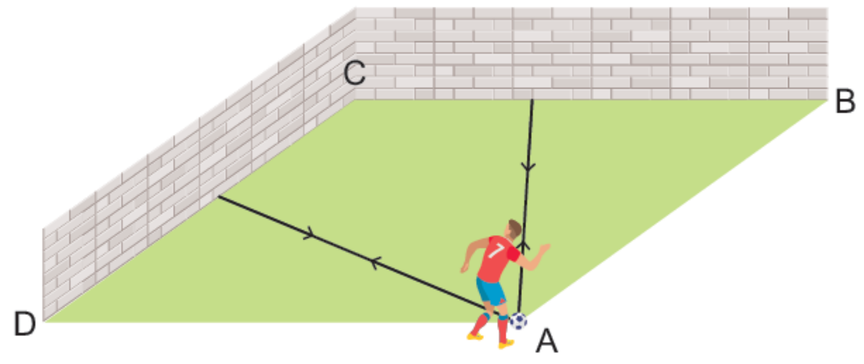


ABCD paralelkenar, AE ve BE açıortay, [EF] $\perp$ [DC], |AB| = 24 birim, |AD| = 25 birim ve |EF| = 12 birimdir.

Buna göre, |CF| – |FD| farkı kaçtır?

Örnek - 11

Akın, BC ve CD kenarı duvar üzerinde olan ABCD paralelkenarı şeklindeki bir sahanın A köşesinden topa iki vuruş yapıyor.

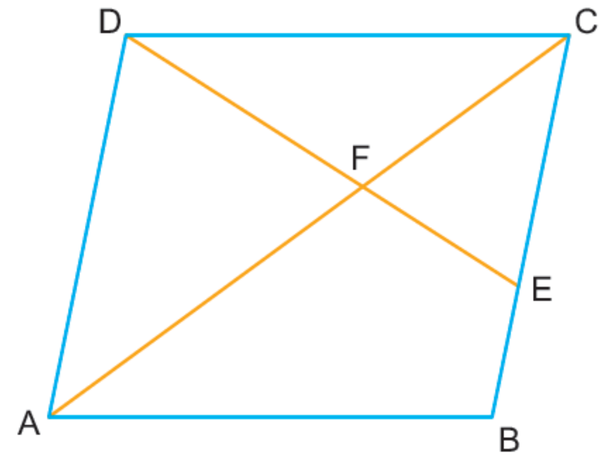


1. Vuruş: Top BC kenarına çarpıp Akın'a geliyor ve top 16 metre yol alıyor.

2. Vuruş: Top CD kenarının tam ortasına çarpıp Akın'a gidiyor.

|CD| = 10 metre olduğuna göre, ikinci vuruşta topun aldığı yol kaç metredir?

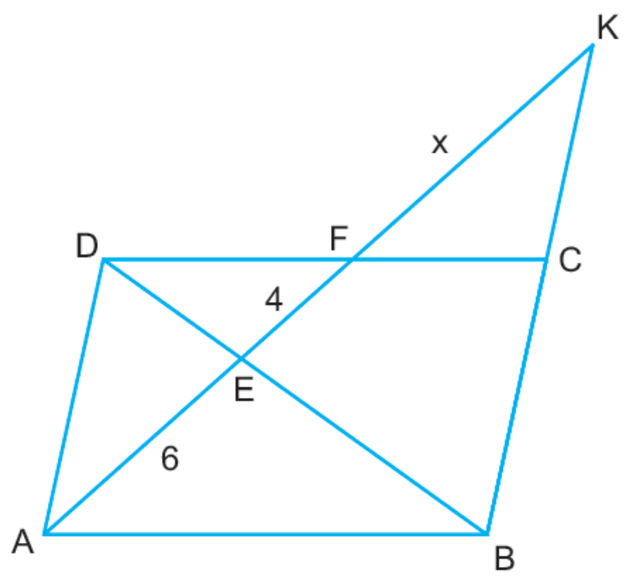
Örnek - 12



ABCD paralelkenar, AC ∩ DE = {F}, |CE| = 2 |BE| ve |AC| = 20 birimdir.

Buna göre, |AF| kaç birimdir?

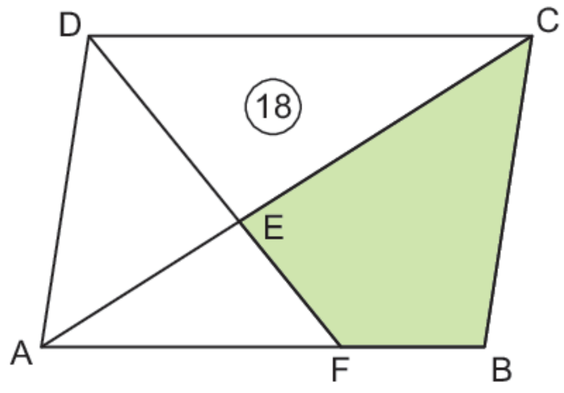
Örnek - 13



ABCD paralelkenar, C ∈ [BK], AK ∩ BD = {E}, |AE| = 6 birim, |EF| = 4 birim ve |FK| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 14



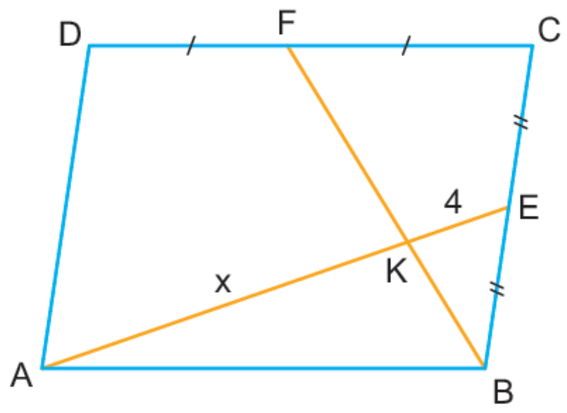
ABCD paralelkenar, AC ∩ DF = {E}, $\frac{|BF|}{|AF|} = \frac{1}{2}$ ve Alan $(\widehat{CDE}) = 18$ br^2 dir.

Buna göre, CBFE dörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

9. 10 10. 10 11. $\frac{40}{3}$ 12. 12 13. 5 14. 22

Örnek - 15

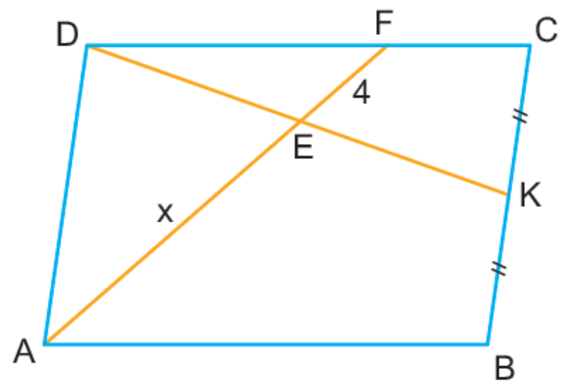


ABCD paralelkenar, AE ∩ BF = {K}, IBEI = IECI, ICFI = IFDI

IEKI = 4 birim ve IAKI = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 16



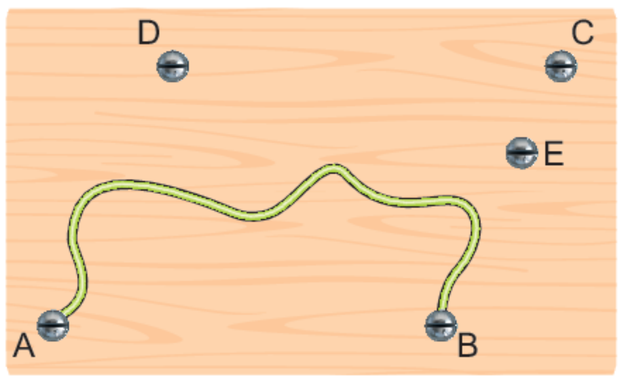
ABCD paralelkenar, AF ∩ DK = {E}, IBKI = IKCI, IDFI = 2 · IFCI

IEFI = 4 birim ve IAEI = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 17

Zehra, bir tahtaya 5 tane çivi çakmıştır. A,B,C,D çivilerinin etrafına ip sarıldığında oluşan şekil bir paralelkenar ve ip E noktasındaki çiviye temas etmektedir.



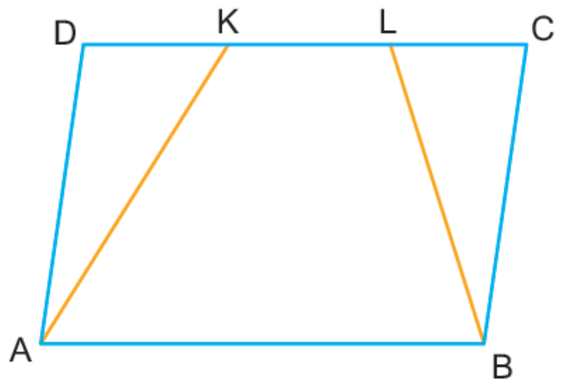
IADI = 15 cm ve ICEI = 5 cm'dir.

Zehra A ve B çivilerine uzunluğu 30 cm olan bir ip bağladığında, ip D çivisinin arkasından geçtiğinde gergin ve E çivisinin arkasından geçtiğinde de gergin halde duruyor.

Buna göre, D çivisi ile E çivisi arasındaki uzaklık kaç santimetredir?

Örnek - 18

ABCD paralelkenarında D noktasının [AK]'na göre simetriği ile C noktasının [BL]'na göre simetriği paralelkenarın içindeki bir M noktasıdır.

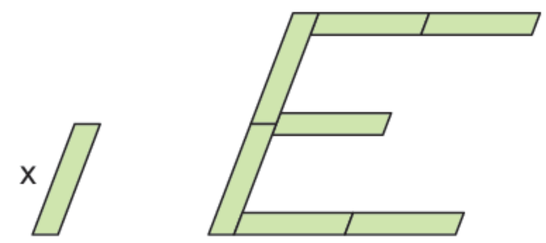


Çevre (KLM) = 24 birim ve IBCI = 13 birimdir.

Buna göre, ABM üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 19

Uzun kenarı x birim olan Şekil 1'deki kağıttan 7 tane kullanılarak Şekil 2 elde ediliyor.

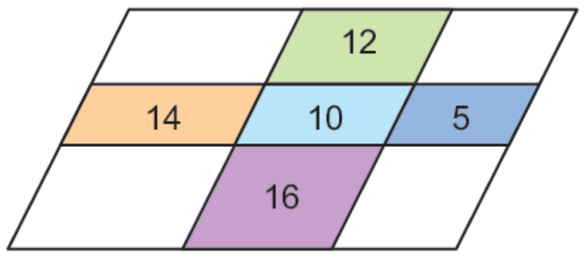


Şekil 1 Şekil 2

Şekil 2'nin çevresi Şekil 1'in çevresinden 60 cm fazla olduğuna göre, x kaçtır?

Örnek - 20

Aşağıdaki paralelkenar, dokuz paralelkenara bölünmüş ve renkli paralelkenarların içindeki sayılar çevre uzunluklarını cm cinsinden göstermektedir.



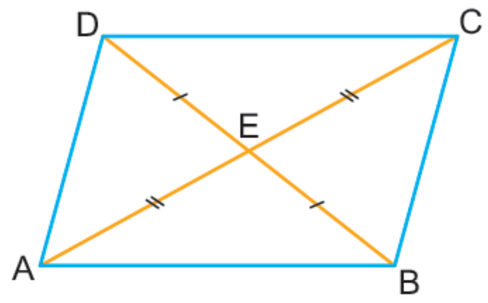
Buna göre, büyük paralelkenarın çevresi kaç cm'dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

15. 16 16. 12 17. $\sqrt{145}$ 18. 60 19. 5 20. 37

Paralelkenarın Özellikleri

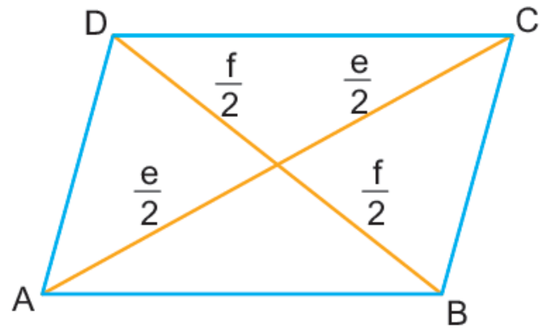
1) Paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.



IAEI = IECI

IBEI = IEDI

2)



ABCD paralelkenar

IABI = a

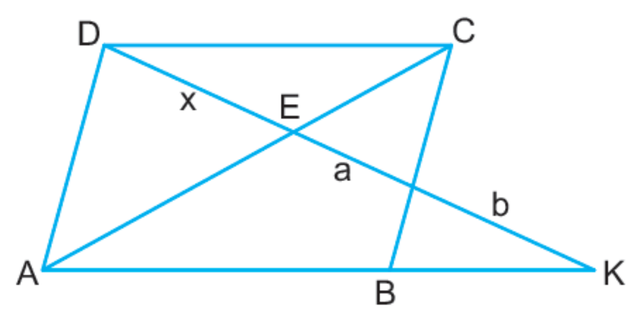
IBCI = b

IACI = e

IBDI = f ise

$e^2 + f^2 = 2(a^2 + b^2)$'dir.

3)



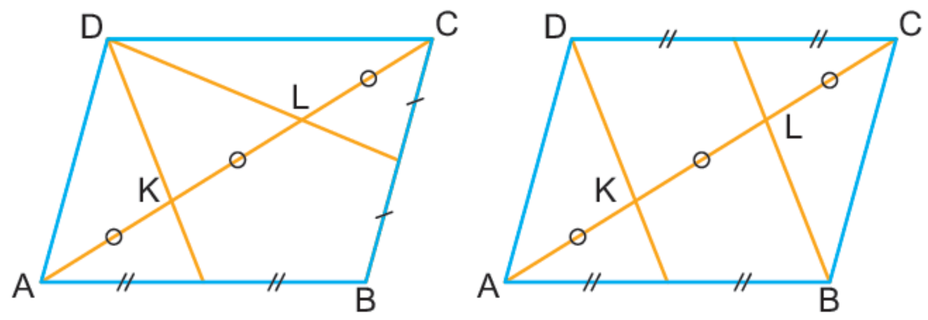
K ∈ AB

AC ∩ DK = {E}

olduğunda

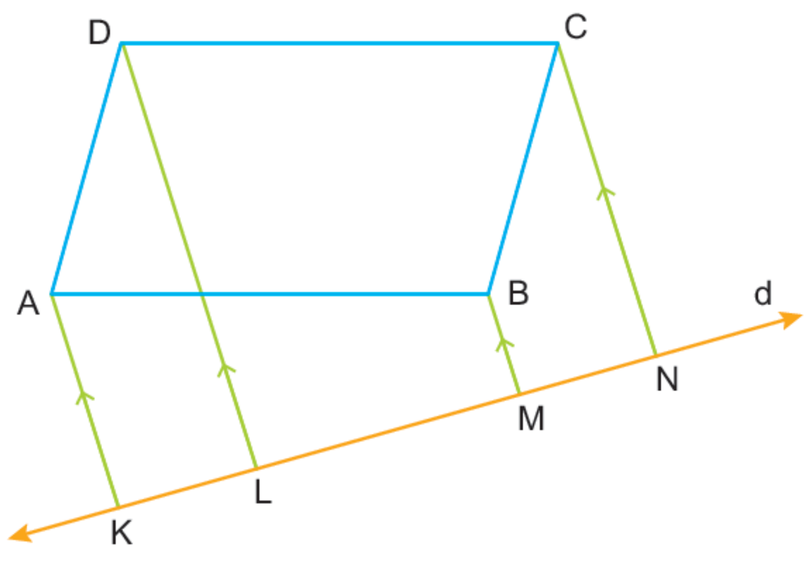
$x^2 = a(a + b)$ dir.

4)



E ve F orta noktalar olduğunda IAKI = IKLI = ILCI'dir.

5)

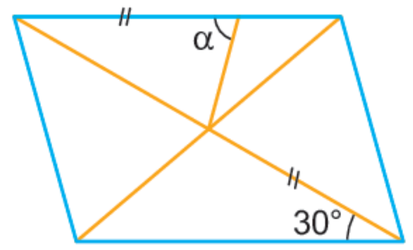


ABCD bir paralelkenar, d bir doğru olmak üzere; karşılıklı köşelerden d doğrusuna çizilen paraleller toplamı birbirine eşittir.

IAKI + ICNI = IDLI + IBMI dir.

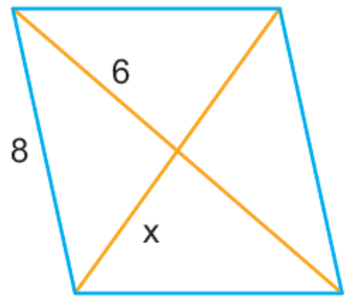
Öğrenme

a)



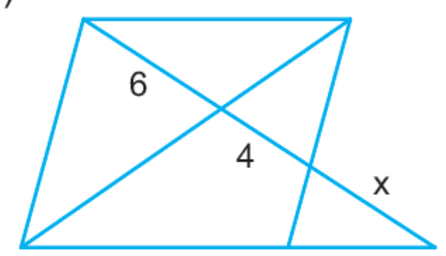
α = ?

b)



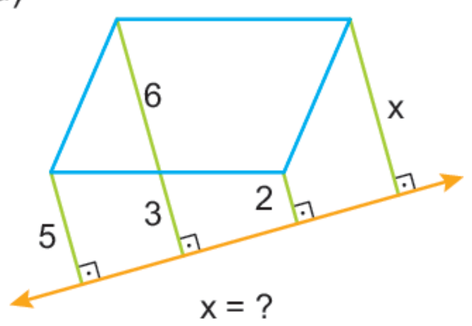
x = ?

c)



x = ?

d)

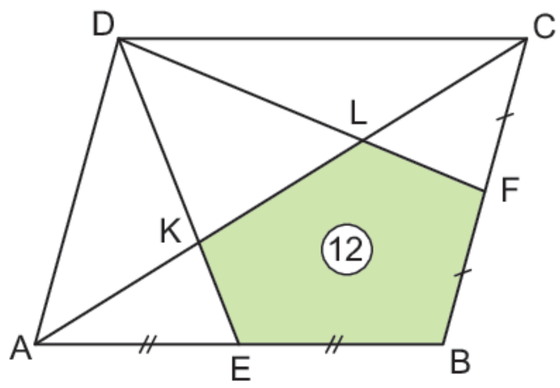


x = ?

a) 75 b) $\sqrt{14}$ c) 5 d) 6

Alanı | 2

Örnek - 21

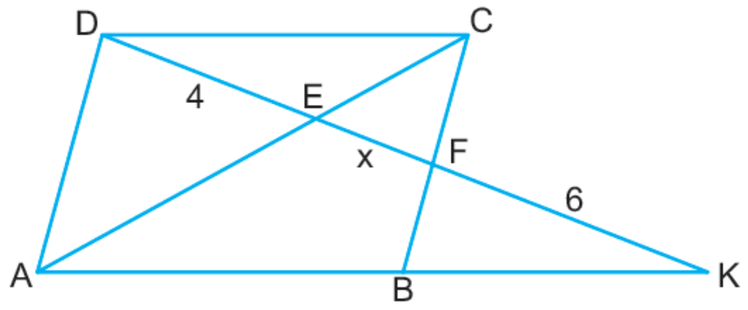


ABCD paralelkenar, AC ∩ DE = {K}, AC ∩ DF = {L}, IAEI = IEBI, IBFI = IFCI ve Alan(EBFLK) = 12 br^2 dir.

Buna göre, ABCD paralelkenarının alanı kaç birimkare-dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 22

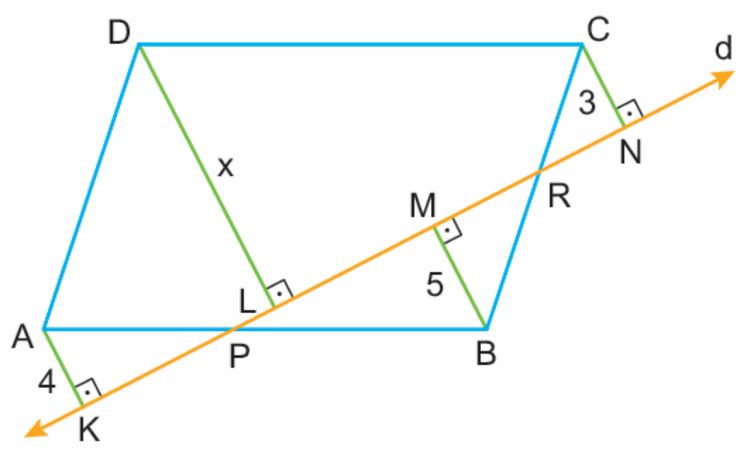


ABCD paralelkenar, K ∈ AB, AC ∩ DK = {E}, |DE| = 4 birim ve |FK| = 6 birimdir.

Buna göre, |EF| kaç birimdir?

Örnek - 23

Aşağıdaki şekilde ABCD paralelkenarı ve bu paralelkenarı P ve R noktalarında kesen d doğrusu verilmiştir.

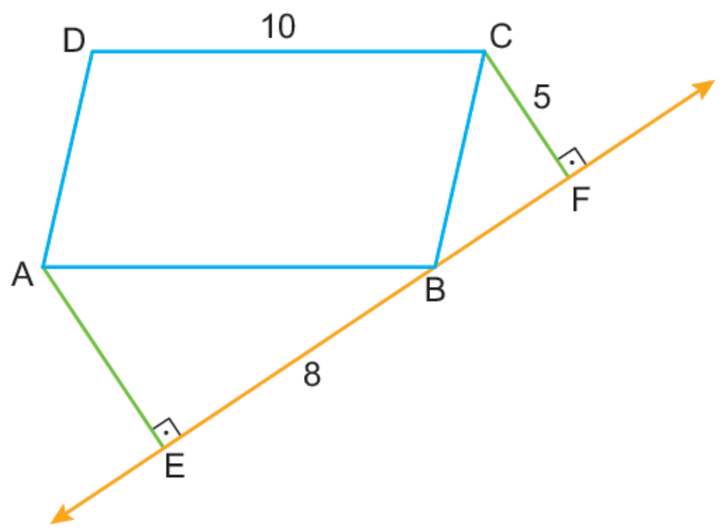


|AK| = 4 cm, |BM| = 5 cm, |CN| = 3 cm ve |DL| = x'dir.

Yeşil çizgiler d doğrusuna dik olduğuna göre, x kaç santimetredir?

Örnek - 24

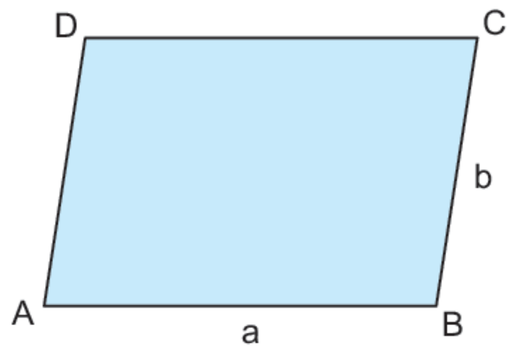
Aşağıdaki düzlemsel şekilde, ABCD paralelkenarının B köşesi EF doğrusunun üzerindedir. A ve C köşelerinden EF doğrusuna inilen dikmelerin ayakları sırasıyla E ve F noktalarıdır.



ABCD paralelkenar, |CF| = 5 cm, |CD| = 10 cm ve |EB| = 8 cm'dir.

Buna göre, D noktasının EF doğrusuna uzaklığı kaç cm'dir?

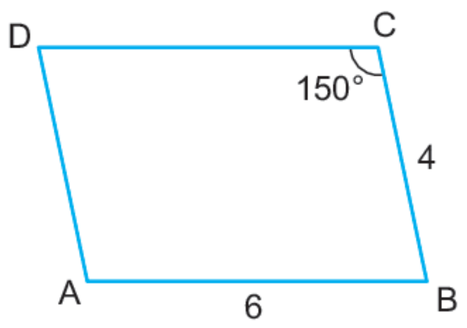
Paralelkenarda Alan



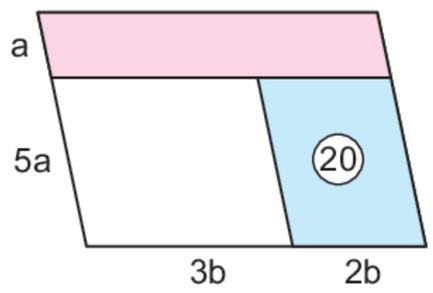
Alan (ABCD) = Taban x Tabana ait yükseklik

$= a \cdot h_a = b \cdot h_b$

Öğrenme



Alan(ABCD) = ?



Kırmızı Alan = ?

a) 12 b) 10

Alanı | 3

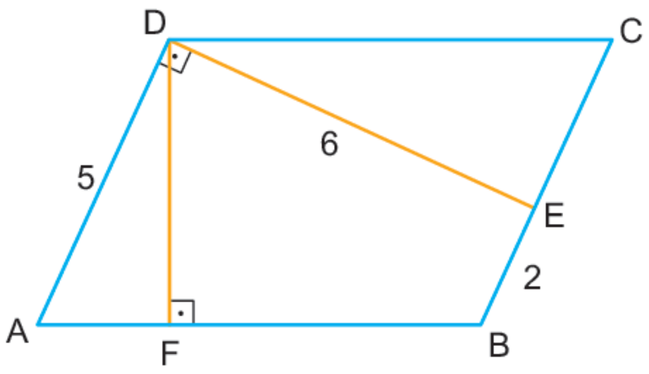
Örnek - 25

Şekilde, birim kareli zemine paralelkenar çizilmiştir.

Buna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 26

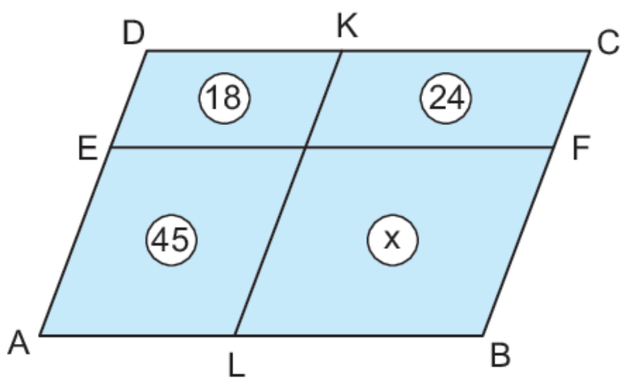


ABCD paralelkenar, AD ⊥ DE, DF ⊥ AB, IEBI = 2 birim

IDEI = 6 birim ve IADI = 5 birimdir.

Buna göre, IFDI kaç birimdir?

Örnek - 27



ABCD paralelkenarında [EF] ile [KL] çizildiğinde oluşan dört bölge paralelkenardır.

Bölgeler içindeki sayılar bölgelerin alanları olduğuna göre, x kaçtır?

Örnek - 28

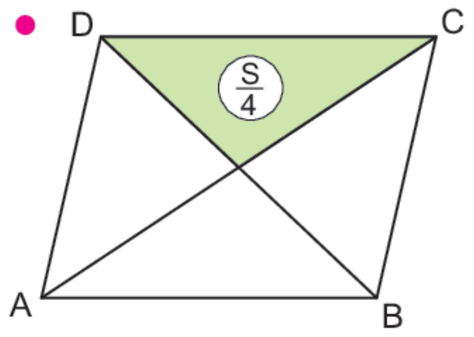
Aşağıda şekilde, birbirine eş paralelkenar şeklindeki 8 eş kartondan bir paralelkenar oluşturulmuştur.

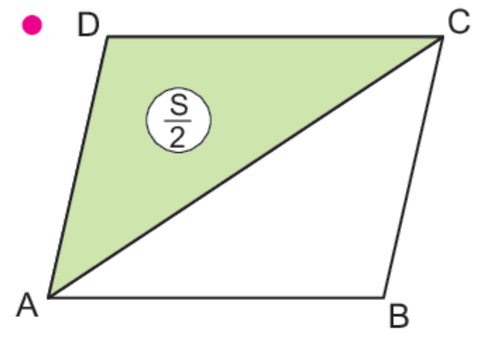
Kartonlardan oluşan bölgenin içinde kalan beyaz bölgenin alanı ile 8 kartonun toplam alanı birbirine eşittir.

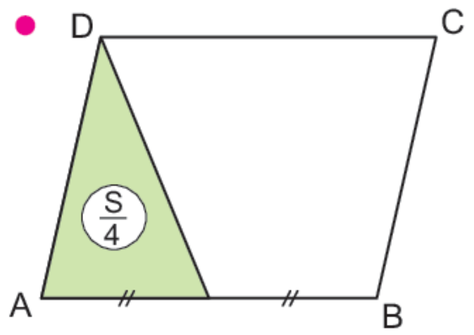
Buna göre, kartonlardan birinin uzun kenarı kısa kenarının kaç katıdır?

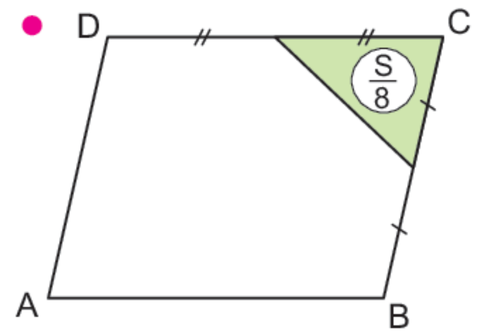
Alan Özellikleri

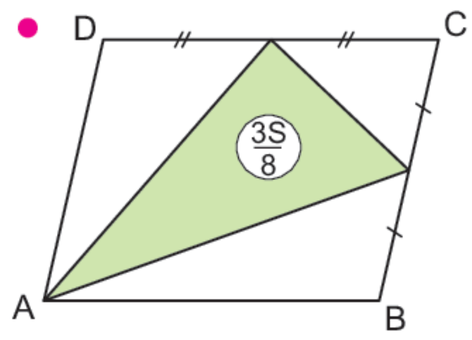
Paralelkenarın alanına S dersek





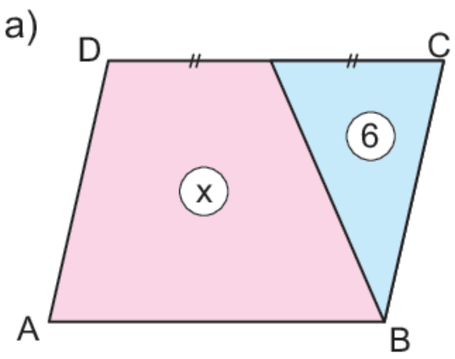






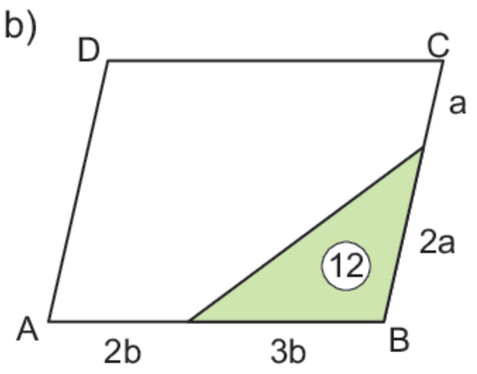
Öğrenme

a)



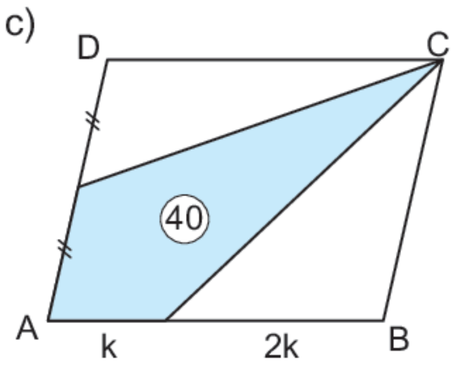
x = ?

b)



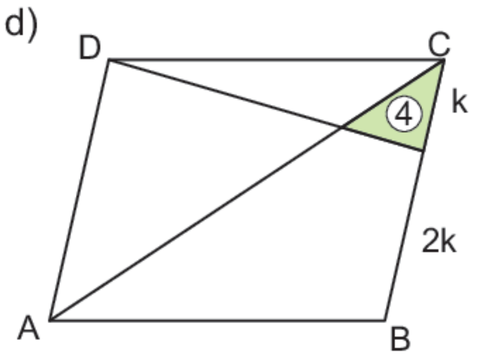
A(ABCD) = ?

c)



A(ABCD) = ?

d)



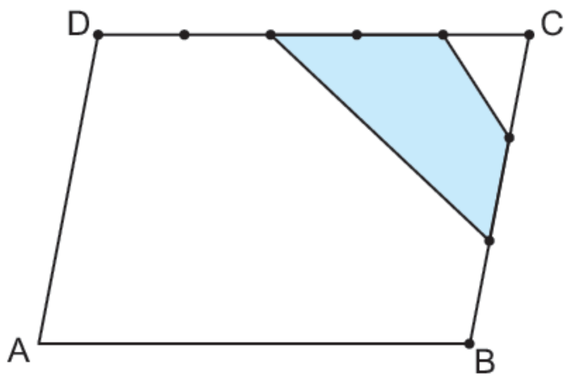
A(ABCD) = ?

a) 18 b) 60 c) 96 d) 96

Alanı | 4

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

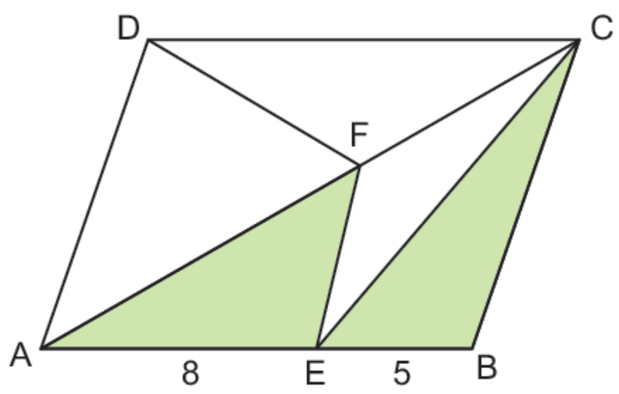
Örnek - 29



Şekildeki ABCD paralelkenarında [BC] 3 eş parçaya [CD] ise 5 eşit parçaya ayrılmıştır.

Buna göre, $\frac{\text{Taralı Alan}}{\text{A(ABCD)}}$ oranı kaçtır?

Örnek - 30

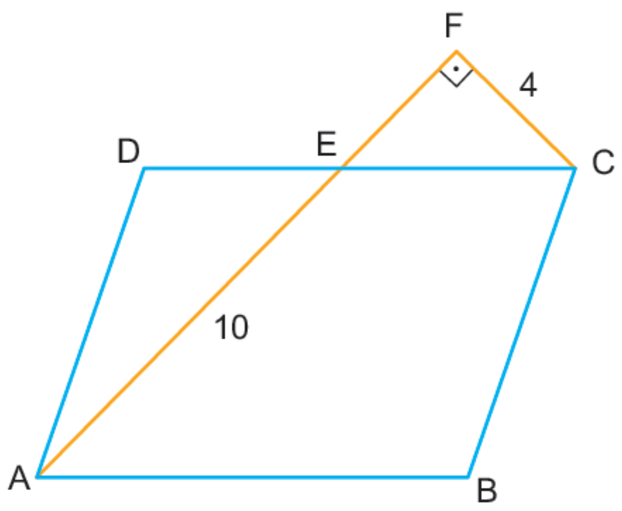


ABCD paralelkenar, AC köşegen, |AE| = 8 birim,

|EB| = 5 birim ve A(ABCD) = 80 birimkaredir.

Şekildeki boyalı alanlar birbirine eşit olduğuna göre, ADF üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

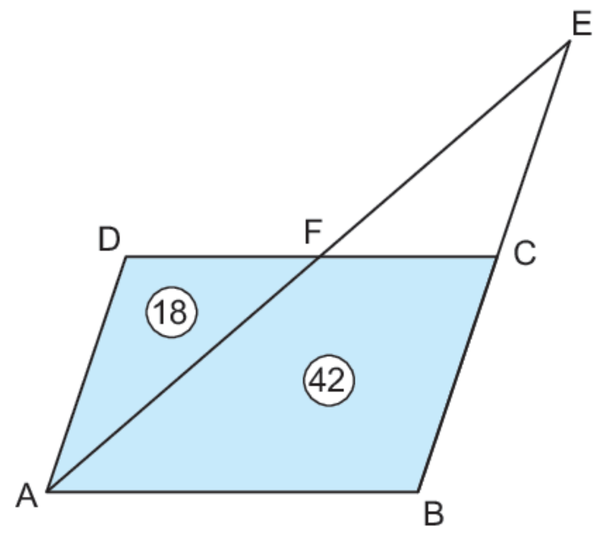
Örnek - 31



ABCD paralelkenar, [AF] ⊥ [FC], $2 \cdot |DE| = 3 \cdot |CE|$, |CF| = 4 br ve |AE| = 10 br'dir.

Buna göre, A(ABCD) kaç br^2 dir?

Örnek - 32

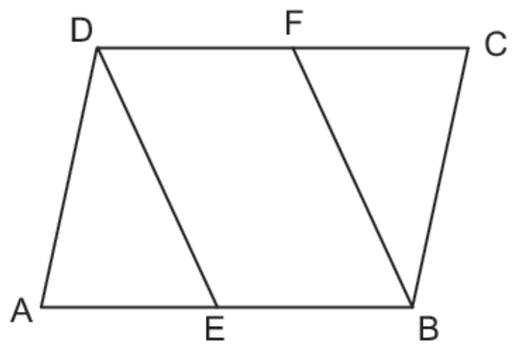


ABCD paralelkenar, ABE üçgen, Alan ($\widehat{ADF}$) = 18 br^2 ve Alan(ABCF) = 42 br^2 dir.

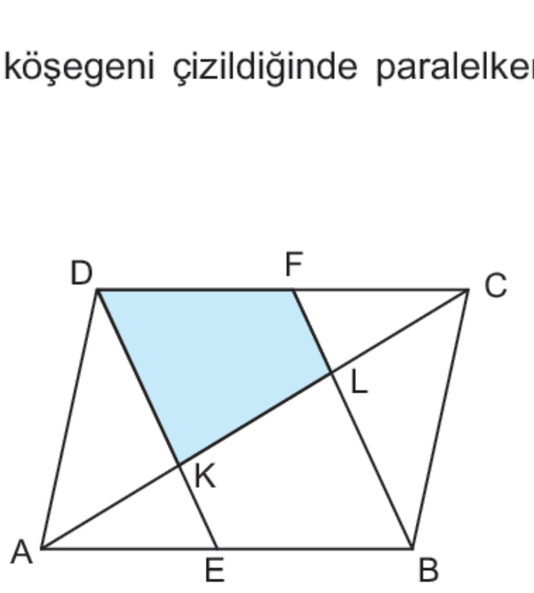
Buna göre, ABE üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 33

Aşağıdaki ABCD paralelkenarı DE, ve BF paralel doğru parçalarıyla üç eşit alanlı bölgeye ayrılıyor.



Ardından AC köşegeni çizildiğinde paralelkenarda 6 bölge oluşuyor.

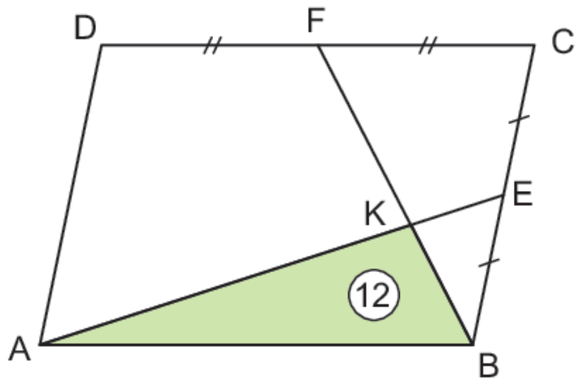


Buna göre, taralı bölgenin alanının paralelkenarın alanına oranı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

29. $\frac{1}{6}$ 30. 25 31. 100 32. 50 33. $\frac{1}{6}$

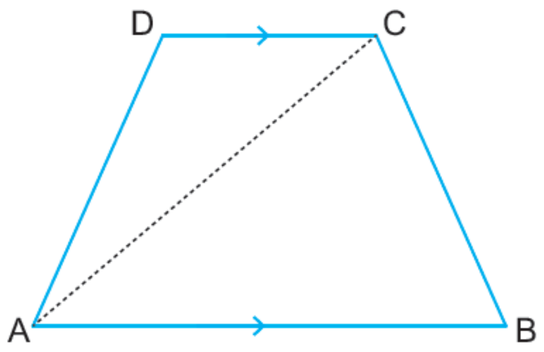
Örnek - 34



ABCD paralelkenar, AE ∩ BF = {K}, IBEI = IECI, ICFI = IFDI ve Alan $(\widehat{AKB}) = 12\ br^2$ dir.

Buna göre, Alan (ABCD) kaç birimkaredir?

Not

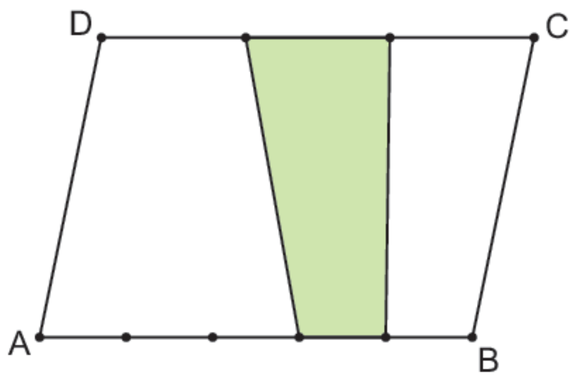


AB // CD ise

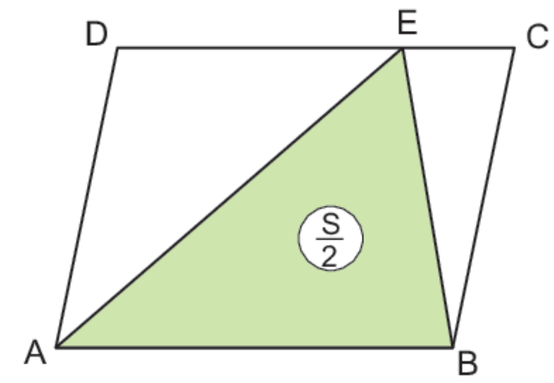
$$\frac{Alan(\widehat{ACD})}{Alan(\widehat{ABC})} = \frac{|CD|}{|AB|}$$ 'dir.

Örnek - 35

ABCD paralelkenarında, AB beş, CD ise üç eşit parçaya bölünmüştür.



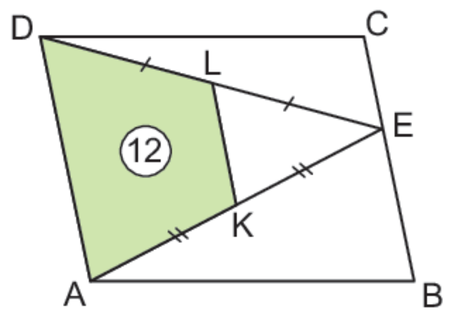
Buna göre, $\frac{\text{Taralı Alan}}{\text{Alan (ABCD)}}$ oranı kaçtır?



$$Alan(\widehat{ABE}) = \frac{Alan(ABCD)}{2}$$

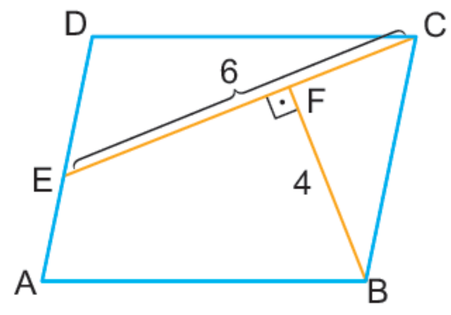
Öğrenme

a)



A(ABCD) = ?

b)

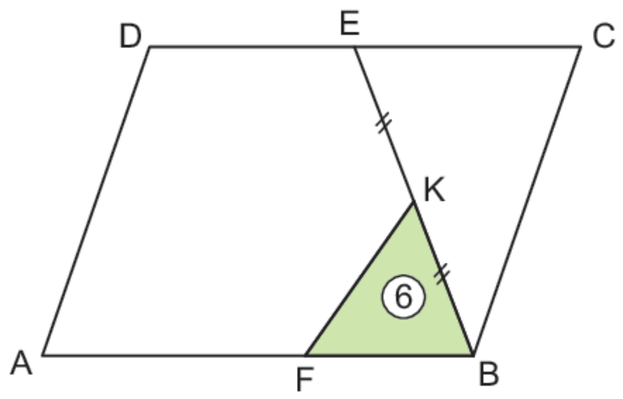


A(ABCD) = ?

a) 32 b) 24

Alanı | 5

Örnek - 36

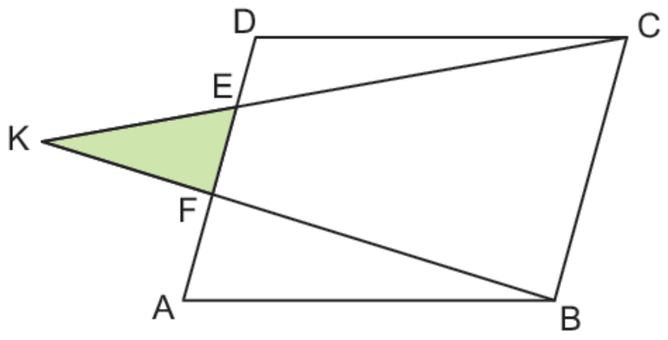


ABCD paralelkenar, IEKI = IKBI, $2 \cdot$ IAFI = $3 \cdot$ IFBI ve Alan$(\widehat{FBK}) = 6\ br^2$ dir.

Buna göre, Alan(ABCD) kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

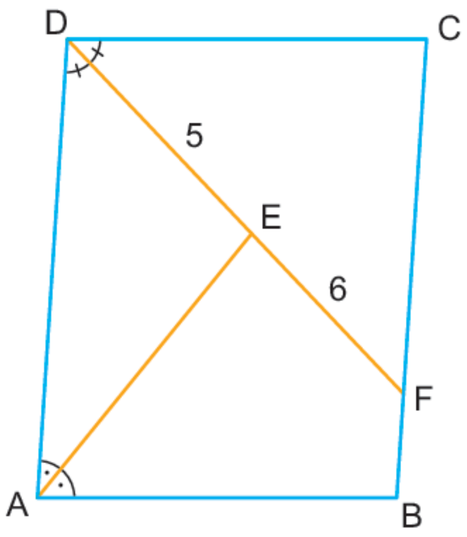
Örnek - 37



ABCD paralelkenar, BCK üçgen, $2 \cdot |EK| = |EC|$ ve $A(ABCD) = 72\ br^2$ dir.

Buna göre, $A(\widehat{EKF})$ kaç br^2 dir?

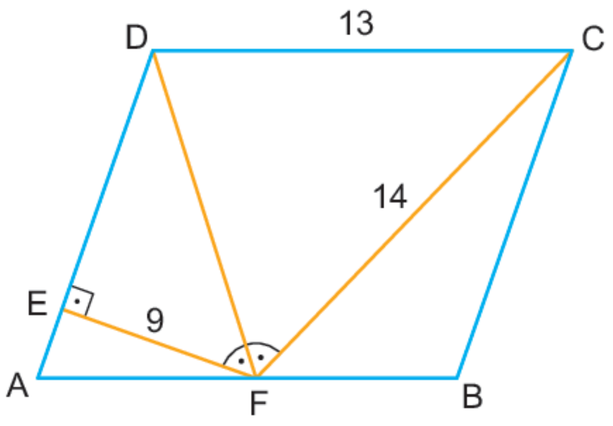
Örnek - 38



ABCD paralelkenarında [AE] ile [DF] açıortay, |AD| = 13 br, |DE| = 6 br ve |EF| = 6 br'dir.

Buna göre, A(ABCD) kaç br^2 dir?

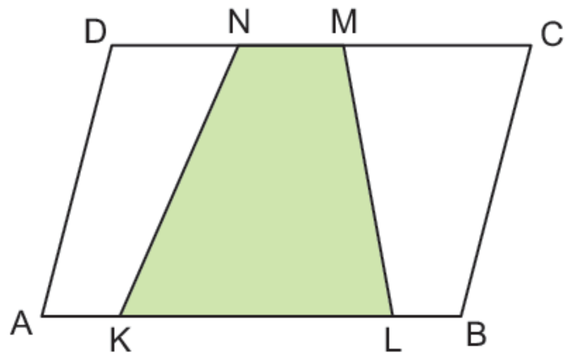
Örnek - 39



ABCD paralelkenar, $[AD] \perp [EF]$, $m(\widehat{DFE}) = m(\widehat{CFD})$, |EF| = 9 br, |CF| = 14 br ve |CD| = 13 br'dir.

Buna göre, A(ABCD) kaç br^2 dir?

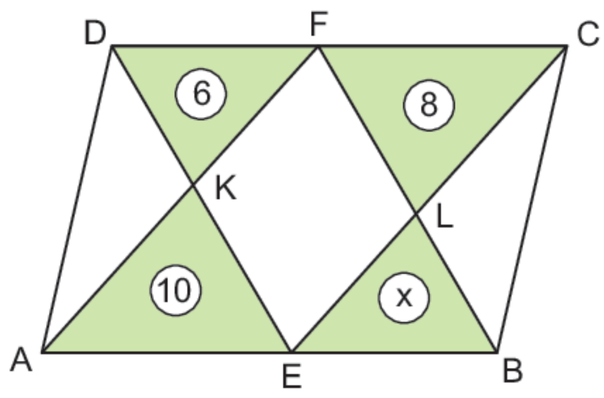
Örnek - 40



ABCD paralelkenar, $\frac{|MN|}{|CD|} = \frac{1}{4}$ ve $\frac{|KL|}{|AB|} = \frac{3}{5}$ 'dir.

Buna göre, $\frac{Alan(KLMN)}{Alan(ABCD)}$ oranı kaçtır?

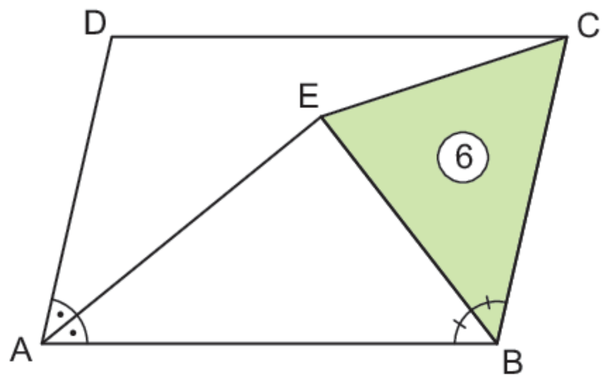
Örnek - 41



ABCD paralelkenar, $AF \cap DE = \{K\}$, $CE \cap BF = \{L\}$, $Alan(\widehat{DKF}) = 6\ br^2$, $Alan(\widehat{AKE}) = 10\ br^2$ ve $Alan(\widehat{FLC}) = 8\ br^2$ dir.

Buna göre, EBL üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 42



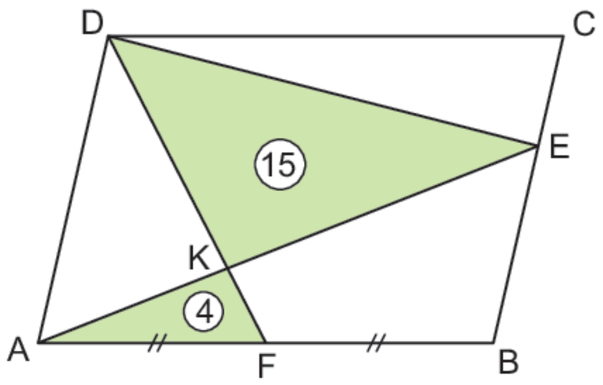
ABCD paralelkenar, $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB})$, $m(\widehat{CBE}) = m(\widehat{ABE})$ ve $Alan(\widehat{BEC}) = 6\ br^2$ dir.

Buna göre, Alan (ABCD) kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

37. 6 38. 168 39. 84 40. $\frac{17}{40}$ 41. 4 42. 24

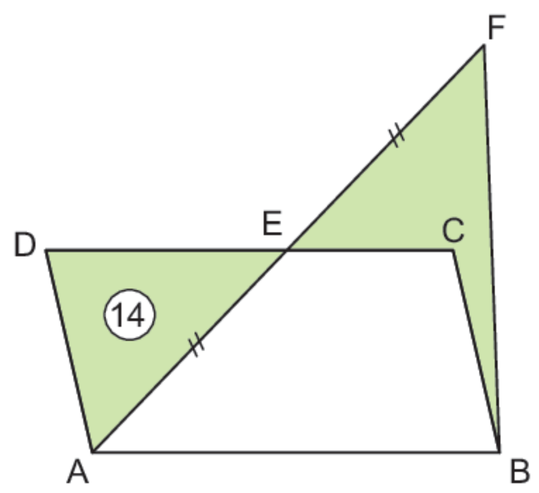
Örnek - 43



ABCD paralelkenar, ADE üçgen, AE ∩ DF = {K}, IAFI = IFBI, Alan($\widehat{AKF}$) = 4 br^2 ve Alan($\widehat{DKE}$) = 15 br^2 dir.

Buna göre, ABCD paralelkenarın alanı kaç birimkaredir?

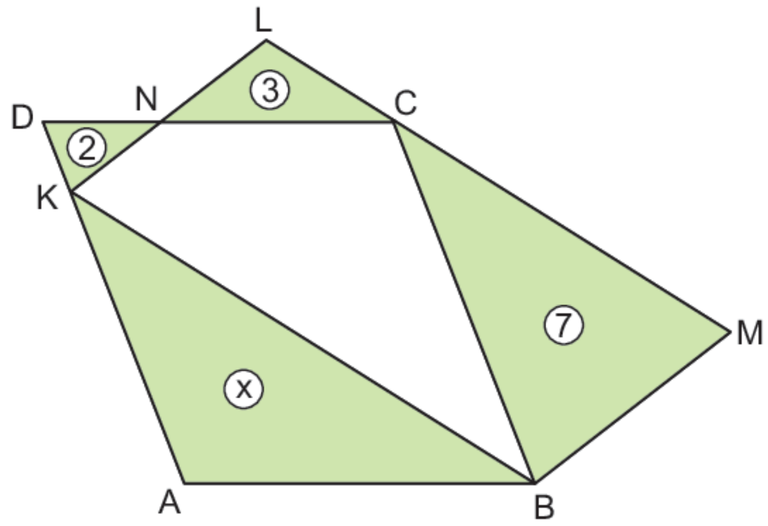
Örnek - 44



ABCD paralelkenar, AFB üçgen, IAEI = IEFI ve Alan($\widehat{ADE}$) = 14 br^2 dir.

Buna göre, ECBF dörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 45

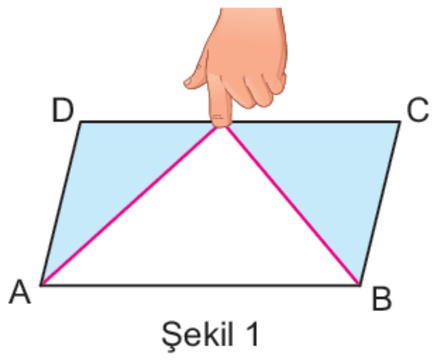


ABCD ve KBML birer paralelkenar, Alan($\widehat{DKN}$) = 2 br^2, Alan($\widehat{LNC}$) = 3 br^2 ve Alan ($\widehat{CBM}$) = 7 br^2 dir.

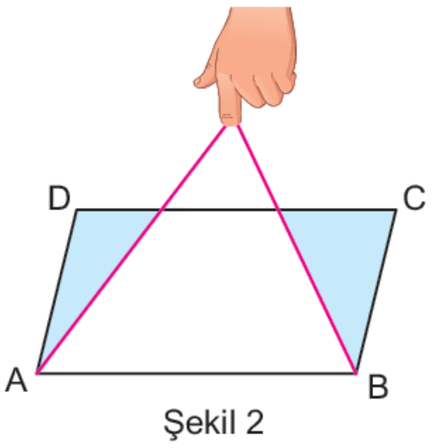
Buna göre, ABK üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 46

Paralelkenar şeklindeki bir tahtanın iki köşesine bir lastiğin iki ucu sabitleniyor. Lastik herhangi bir yerinden tutulup gerdirildiğinde tutulan kısmı Şekil 1'deki gibi paralelkenarın kenarı üzerine ve sonra da Şekil 2'deki gibi paralelkenarın dış bölgesine çekiliyor.



Şekil 1

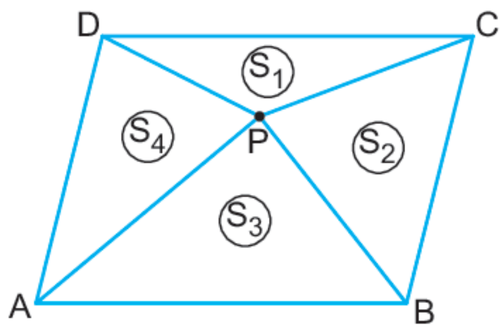


Şekil 2

- Üçgen, Şekil 1'deki konumundan Şekil 2'deki konumuna getirildiğinde üçgenin alanı 24 br^2 artıyor.
- Paralelkenarın üçgen dışında kalan bölgeleri, Şekil 1'deki konumdan Şekil 2'deki konumuna getirildiğinde 18 br^2 azalıyor.

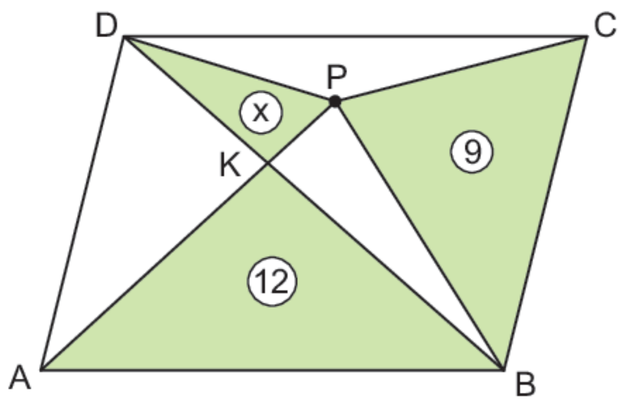
Buna göre, paralelkenarın alanı kaç br^2 dir?

Not



$$S_1 + S_3 = S_2 + S_4 = \frac{\text{Alan}(ABCD)}{2}\text{'dir.}$$

Örnek - 47

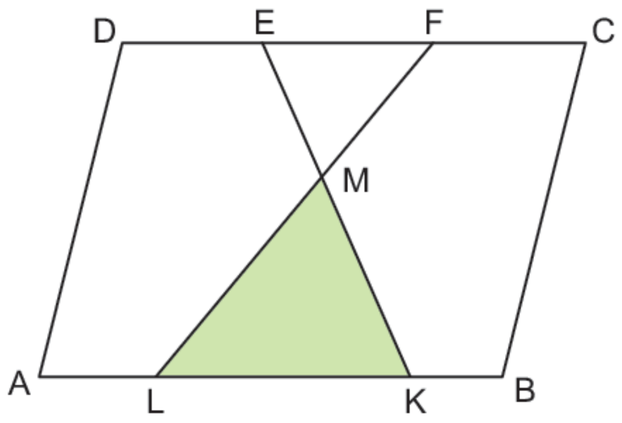


ABCD paralelkenar, ADP ve BPC üçgen, [BD] ∩ [AP] = {K}, Alan($\widehat{BPC}$) = 9 br^2 ve Alan($\widehat{ABK}$) = 12 br^2 dir.

Buna göre, PDK üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 48



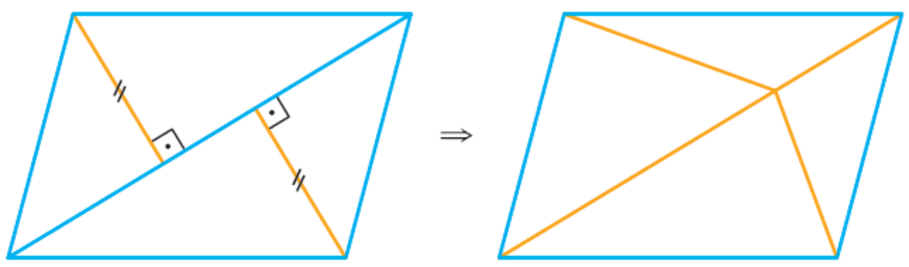
ABCD paralelkenar, EK ∩ FL = {M} ve

6 · |EF| = 3 · |KL| = 2 · |AB|'dir.

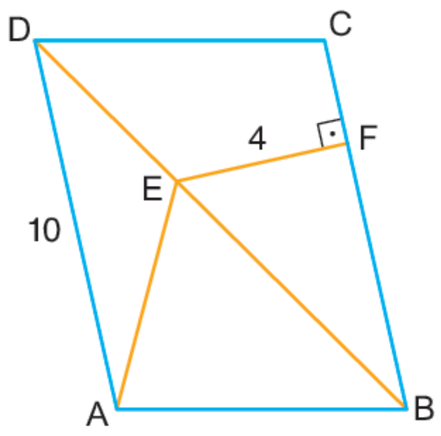
Buna göre, $\frac{\text{Alan(LKM)}}{\text{Alan(ABCD)}}$ oranı kaçtır?

Not

Paralelkenarda, bir köşegene karşılıklı köşelerden çizilen dikmeler birbirine eşittir.



Örnek - 49

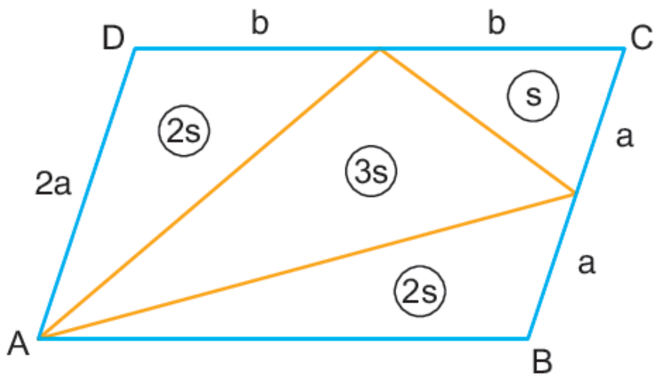


ABCD paralelkenar, EF ⊥ BC, |AD| = 10 birim ve

|EF| = 4 birimdir.

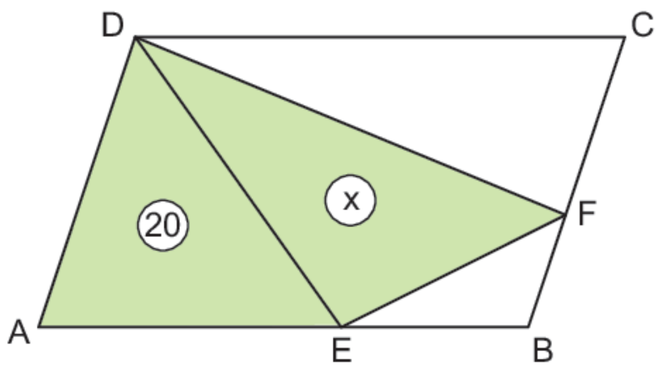
Buna göre, Alan($\widehat{AEB}$) kaç birimkaredir?

- Paralelkenarın köşelerinde oluşan üçgenlerin alanları, paralelkenarın köşe açısını oluşturan kenarlar çarpımıyla doğru orantılıdır.



Tüm Alan = 8S

Örnek - 50

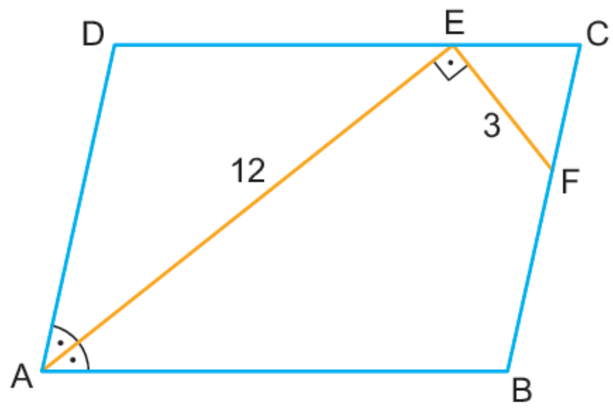


ABCD paralelkenar, 2 · |CF| = 3 · |FB|, |AE| = 2 · |EB| ve

Alan($\widehat{AED}$) = 20 br² dir.

Buna göre, Alan($\widehat{EDF}$) kaç birimkaredir?

Örnek - 51



ABCD paralelkenar, m($\widehat{DAE}$) = m($\widehat{EAB}$), AE ⊥ EF,

|BF| = 2 · |FC|, |AE| = 12 birim ve |EF| = 3 birimdir.

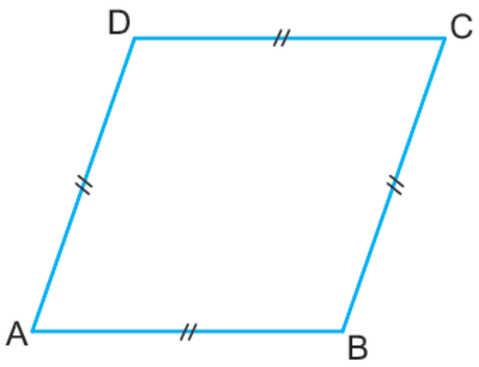
Buna göre, ABCD paralelkenarının alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

48. $\frac{2}{9}$ 49. 20 50. 18 51. 72

EŞKENAR DÖRTGEN

Bütün kenar uzunlukları birbirine eşit olan paralelkenara eşkenar dörtgen denir.

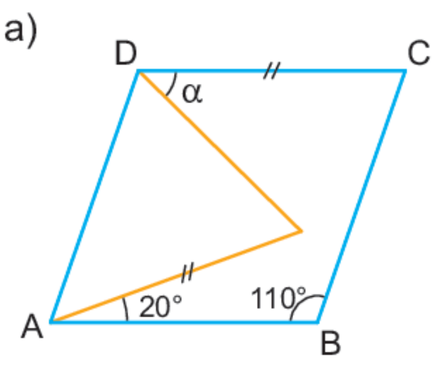


Özellikler

- Paralelkenarların özelliklerini taşır.
- Köşegenler dik kesişir.
- Köşegenler açıortaydır.
- Köşegenler birbirini ortalar.
- Yükseklikleri birbirine eşittir.
- Alan (ABCD) = $\frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$

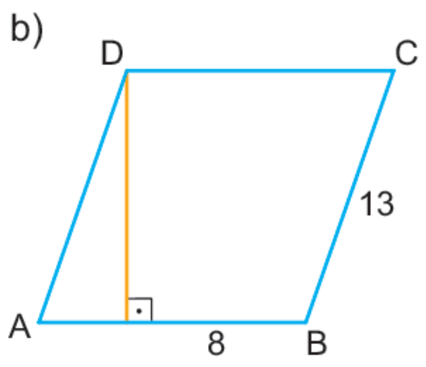
Öğrenme

a)



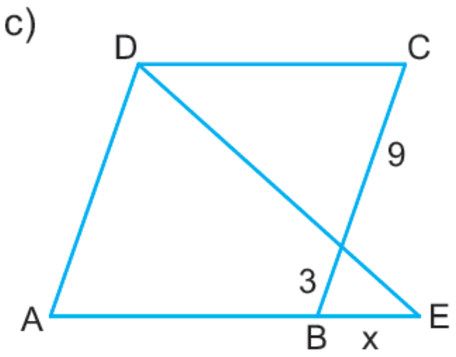
ABCD eşkenar dörtgen
α = ?

b)



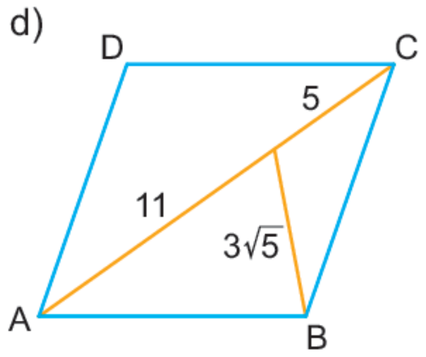
ABCD
eşkenar dörtgen alanı = ?

c)



ABCD eşkenar dörtgen
x = ?

d)



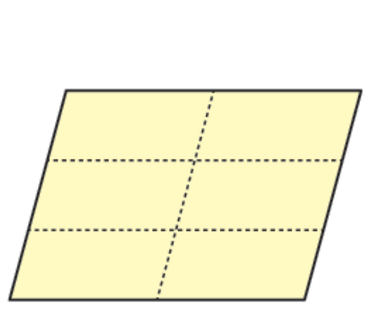
ABCD
eşkenar dörtgen çevresi = ?

a) 45 b) 156 c) 4 d) 40

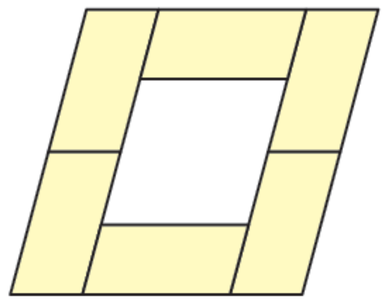
Alanı | 1

Örnek - 1

Şekil 1'deki paralelkenar kesilerek 6 eş paralelkenar yapılıyor.



Şekil 1



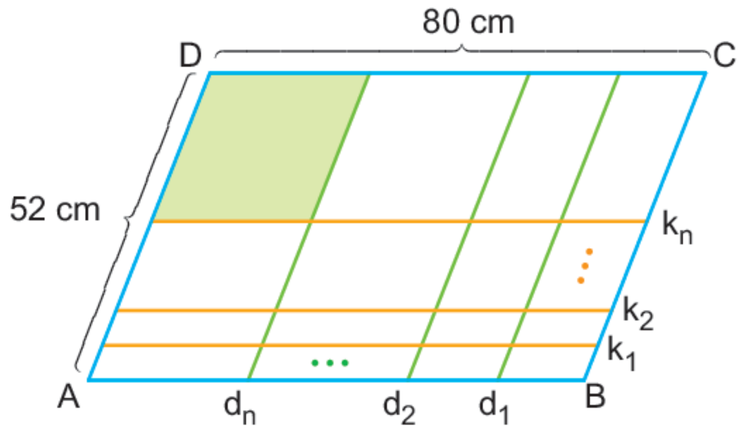
Şekil 2

Bu 6 parça Şekil 2'deki gibi yapıştırıldığında ortadaki beyaz dörtgen bir eşkenar dörtgen olmaktadır.

Buna göre, Şekil 1'deki paralelkenarın kısa kenarının uzun kenarına oranı kaçtır?

Örnek - 2

Kenar uzunlukları 52 cm ve 80 cm olan ABCD paralelkenarı biçimindeki bir karton, eşit sayıda çizilen d ve k doğrularıyla eşkenar dörtgen oluşana kadar devam ediyor.

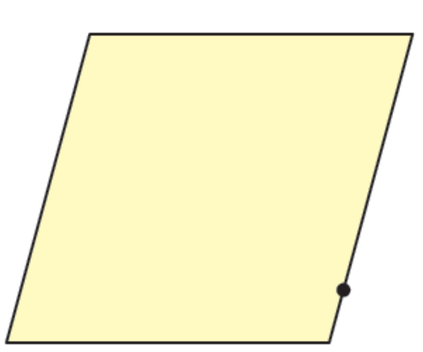


Oluşan küçük paralelkenarların yatay kenarı 3 cm dikey kenarları ise 1 cm'dir.

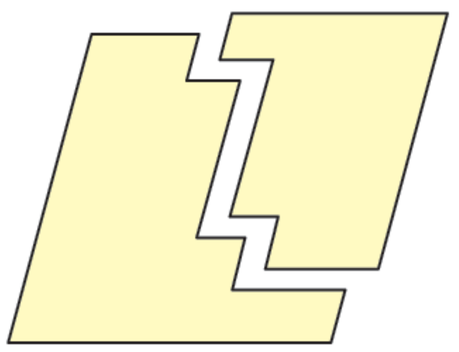
Buna göre, oluşan eşkenar dörtgenin çevresi kaç cm'dir?

Örnek - 3

Kenar uzunluğu 10 cm olan eşkenar dörtgen biçimindeki bir karton Şekil 1'deki gösterilen noktadan kenarlara paralel kesim yapılarak Şekil 2'deki gibi iki parçaya ayrılıyor.



Şekil 1



Şekil 2

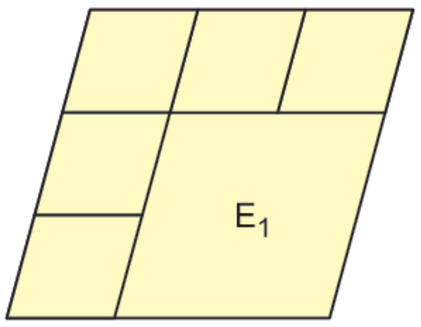
Buna göre, parçalardan büyük olanın çevresi kaç cm'dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

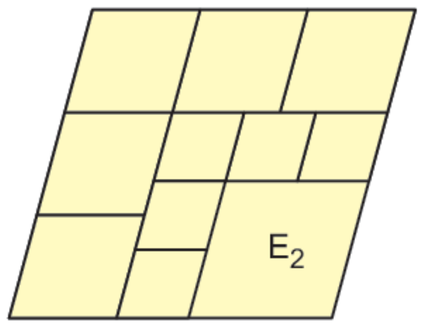
1. $\frac{3}{4}$ 2. 152 3. 40

Örnek - 4

Bir kenar uzunluğu x birim olan bir eşkenar dörtgen, beşi eş toplam 6 eşkenar dörtgene ayrılıyor ve elde edilen büyük eşkenar dörtgen E_1 olarak adlandırılıyor. Daha sonra E_1 eşkenar dörtgeni de benzer biçimde ayrılıp E_2 eşkenar dörtgeni elde ediliyor.



Şekil 1

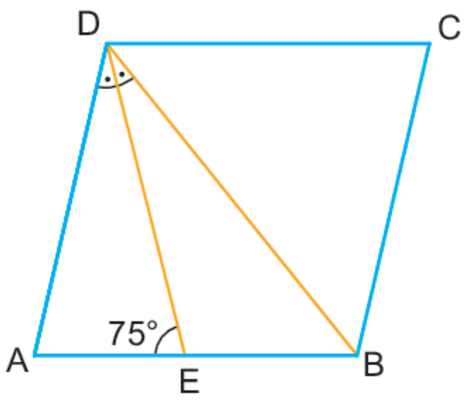


Şekil 2

E_2 eşkenar dörtgenide benzer biçimde ayrıldığında elde edilen E_3 eşkenar dörtgeninin bir kenar uzunluğu 16 cm oluyor.

Buna göre, x kaç cm'dir?

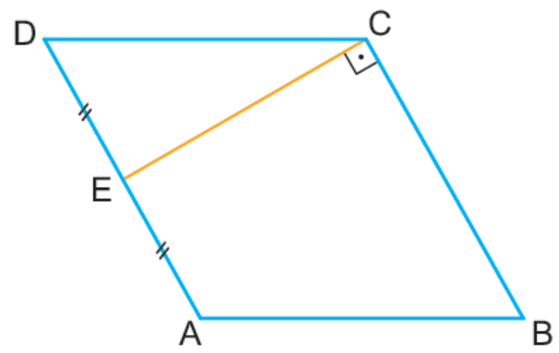
Örnek - 5



ABCD eşkenar dörtgen, $m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{EDB})$ ve $m(\widehat{AED}) = 75°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BCD})$ kaç derecedir?

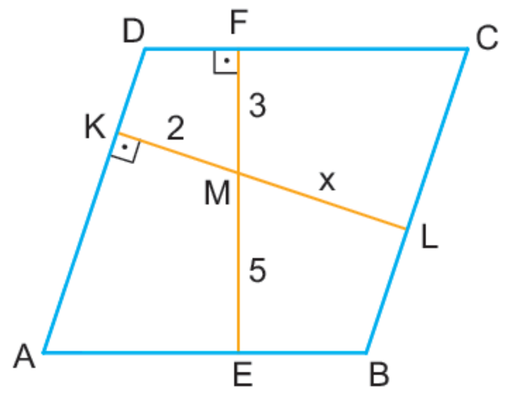
Örnek - 6



ABCD eşkenar dörtgen, EC ⊥ BC ve IDEI = IEAI'dir

Buna göre, $m(\widehat{DAB})$ kaç derecedir?

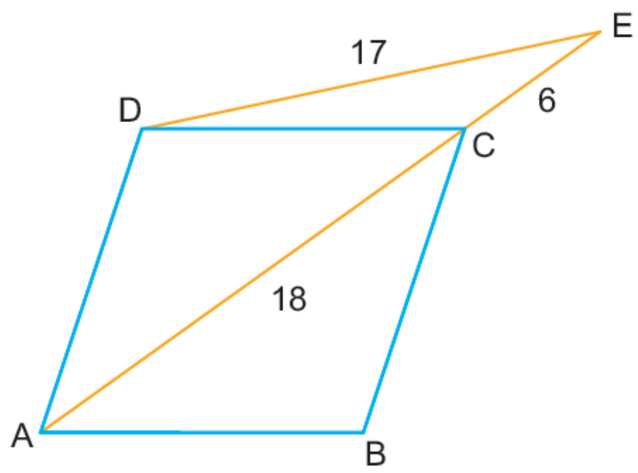
Örnek - 7



ABCD eşkenar dörtgen, KL ⊥ AD, EF ⊥ DC, IKMI = 2 birim, IFMI = 3 birim ve IEMI = 5 birimdir.

Buna göre, IMLI kaç birimdir?

Örnek - 8

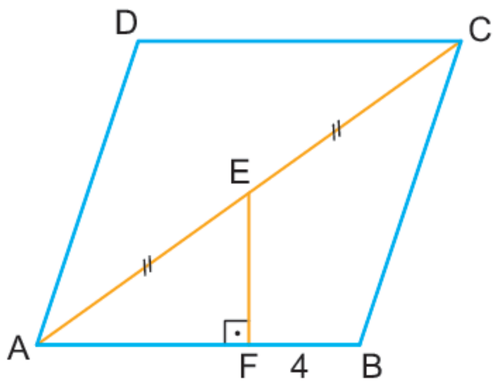


ABCD eşkenar dörtgen, E ∈ AC, IDEI = 17 birim, ICEI = 6 birim ve IACI = 18 birimdir.

Buna göre, eşkenar dörtgenin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 9

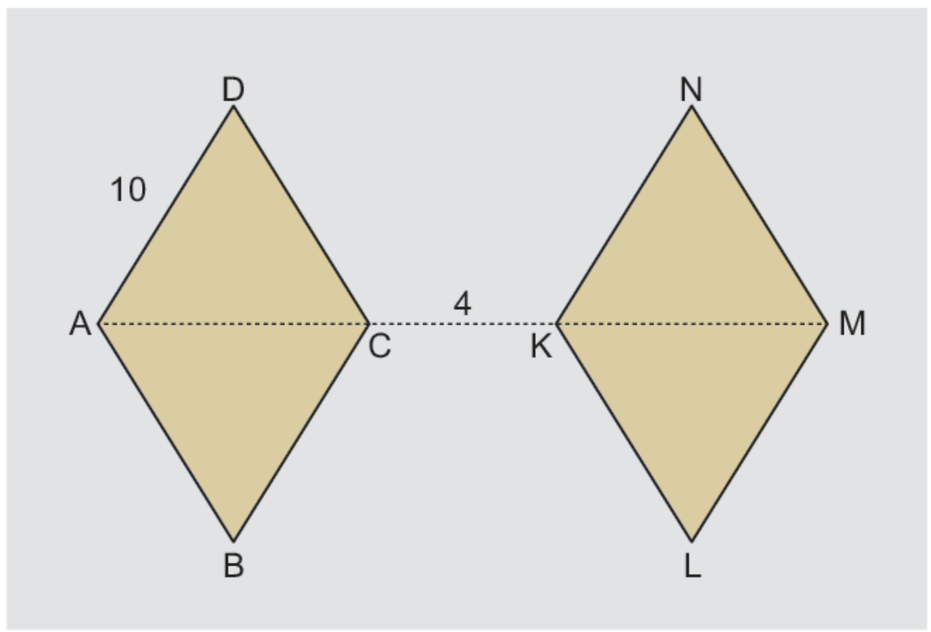


ABCD eşkenar dörtgen, E ∈ AC, |AE| = |EC|, EF ⊥ AB, |BF| = 4 birim ve |BC| = 9 birimdir.

Buna göre ABCD eşkenar dörtgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 10

Masanın üzerine birbirine eş olan ABCD ve KLMN eşkenar dörtgeni biçimindeki kartonlar A, C, K, M köşeleri doğrusal olacak şekilde konulmuştur.



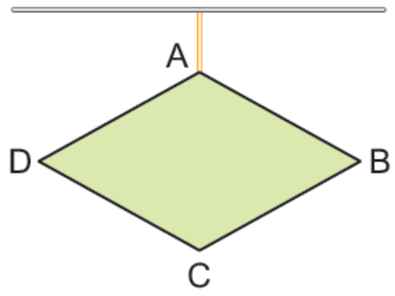
|AD| = 10 birim ve |CK| = 4 birimdir.

Kartonlar ağırlık merkezleri boyunca saat yönünde 90°döndürüldüğünde D ve L noktaları çakışıyor.

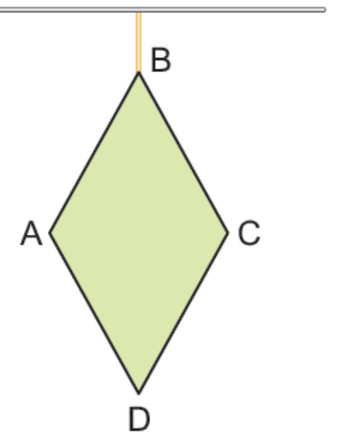
Buna göre, kartonlar döndürülmeden önce B ile N köşeleri arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Örnek - 11

İple asılan herhangi bir cisim denge konumuna geldikten sonra ipin düşey doğrultusu cismin ağırlık merkezinden geçer.



Şekil 1



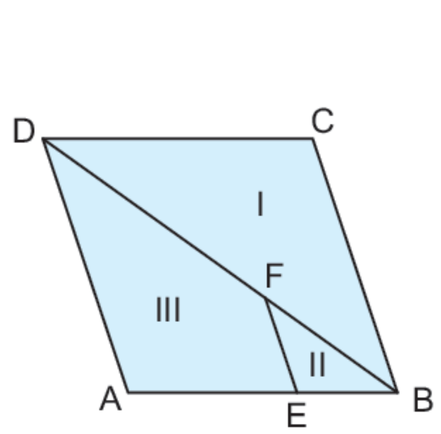
Şekil 2

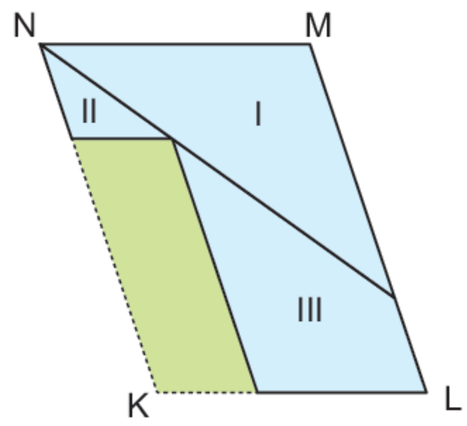
Alanı 120 birimkare olan eşkenar dörtgen A ve B köşelerinden ip ile asılıyor. Şekil 2'deki eşkenar dörtgen zemine 14 birim daha yakındır.

Buna göre, eşkenar dörtgenin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 12

Aşağıda alanı 72 br^2 olan eşkenar dörtgen kağıt I ve II nolu üçgen ile III nolu yamuk elde edilecek şekilde 3 parçaya ayrılıyor.





Bu parçalar KLMN paralelkenarının üzerine taşmadan ve üst üste gelmeyecek biçimde yerleştirildiğinde mavi bölge oluşuyor.

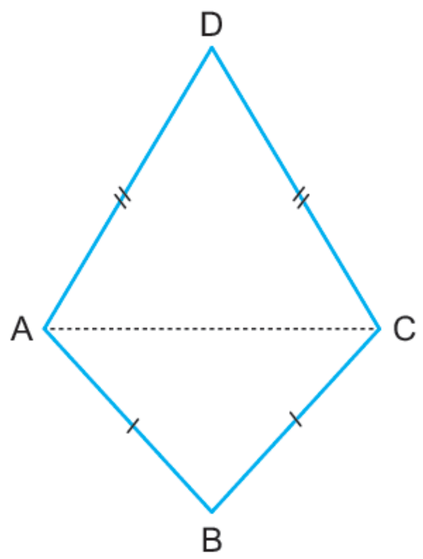
|AE| = 2 · |EB| olduğuna göre, KLMN paralelkenarının alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

9. $36\sqrt{5}$ 10. $16\sqrt{2}$ 11. 52 12. 96

DELTOİD

Tabanları ortak iki ikizkenar üçgenin oluşturduğu dörtgene deltoid denir.



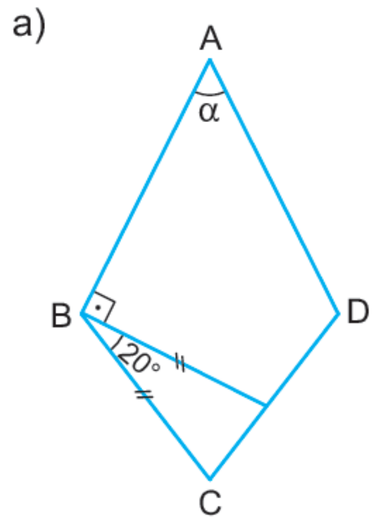
- Deltoidin köşegenlerinden biri birbirine eş olmayan iki ikizkenar üçgenin tabanıdır.
- Deltoidin eş olan kenarlarının oluşturdukları açılar deltoidin tepe açılarıdır.

Özellikler

- Deltoidin tepe noktalarını birleştiren köşegen, tepe açılarının açıortayıdır. (Simetri ekseni)
- Deltoidin tepe açısı olmayan açıları eşittir.
- Deltoidin köşegenleri birbirine diktir.
- Tepe noktalarını birleştiren köşegen ikizkenar üçgenlerin tabanı olan köşegeni ortalar.
- Alan (ABCD) = $\frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$ 'dir.

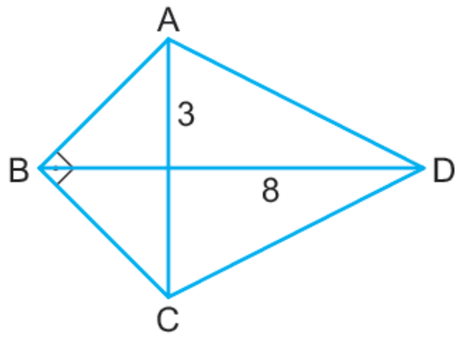
Öğrenme

a)



ABCD deltoid
α = ?

b)

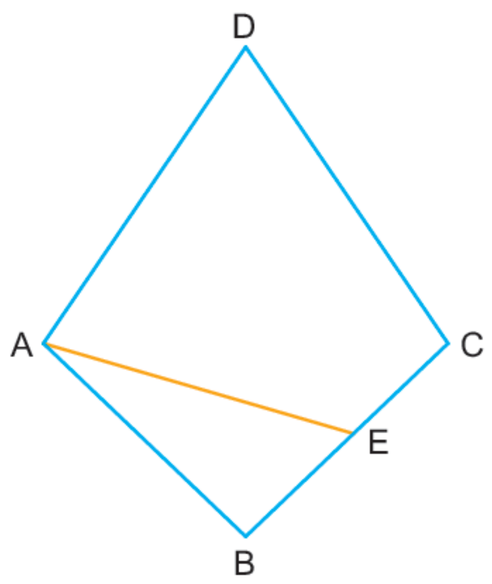


ABCD deltoid
A(ABCD) = ?

a) 60 b) 33

Alanı | 1

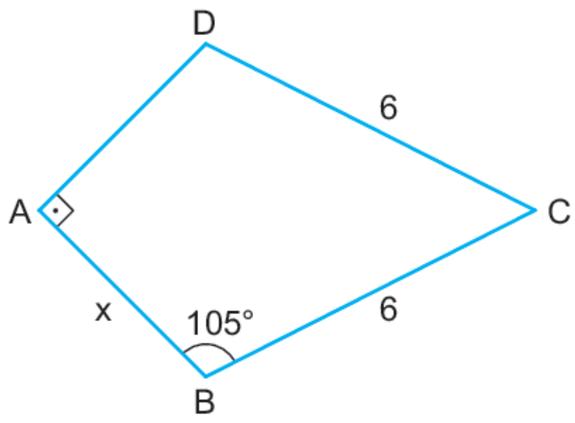
Örnek - 1



ABCD deltoid, IADI = IDCI, $3 \cdot m(\widehat{DAE}) = 7 \cdot m(\widehat{BAE})$ ve $m(\widehat{ADC}) + m(\widehat{ABC}) = 100°$ dir.

Buna göre, BAE açısının ölçüsü kaç derecedir?

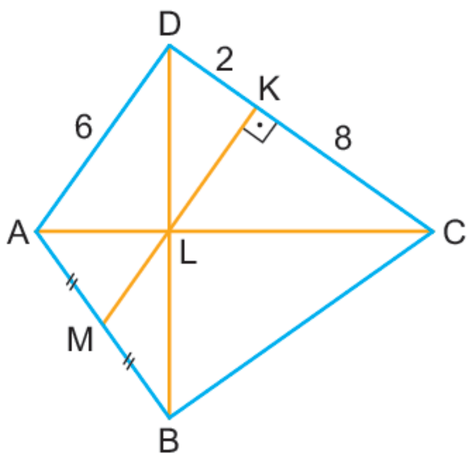
Örnek - 2



ABCD deltoid, $m(\widehat{ABC}) = 105°$, [AD] ⊥ [AB] ve |CD| = |CB| = 6 cm'dir.

Buna göre, |AB| = x kaç cm'dir?

Örnek - 3



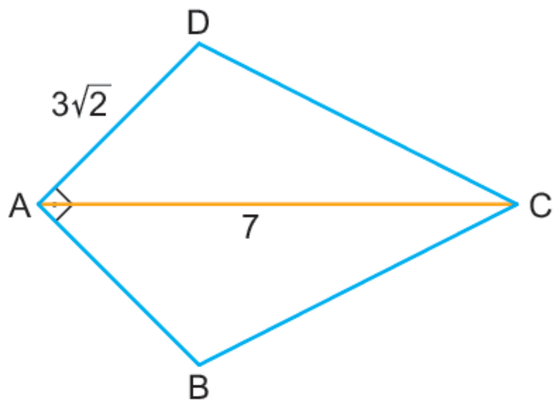
ABCD deltoid
MK ⊥ DC
AC ∩ BD ∩ KM = {L}

IABI = IADI = 6 cm , IBMI = IMAI , IDKI = 2 cm ve ICKI = 8 cm'dir.

Buna göre, IKMI kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

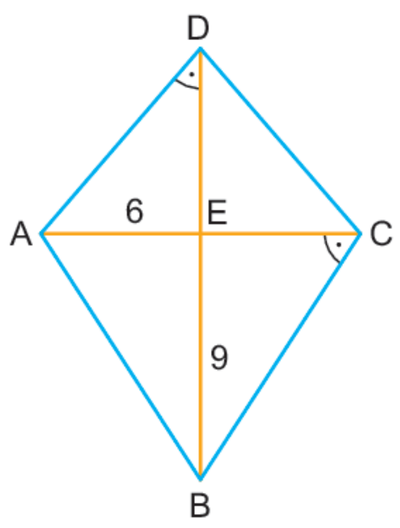
Örnek - 4



ABCD deltoid, BA ⊥ AD, |AB| = $3\sqrt{2}$ birim, |AD| = $3\sqrt{2}$ birim ve |AC| = 7 birimdir.

Buna göre |BC| kaç birimdir?

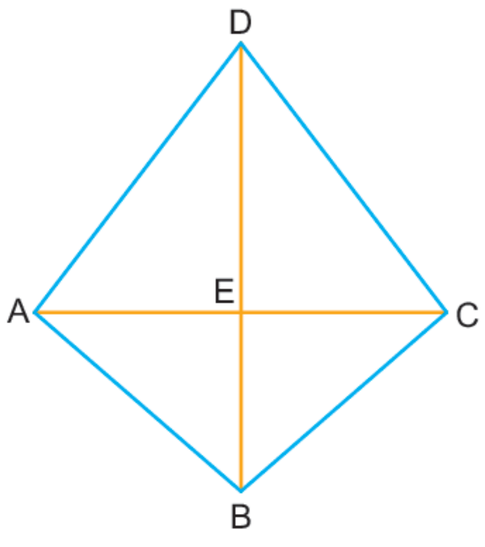
Örnek - 5



ABCD deltoid, m($\widehat{ADE}$) = m($\widehat{BCA}$), AC ∩ BD = {E}, |AB| = |BC|, |AE| = 6 birim ve |EB| = 9 birimdir.

Buna göre, ABCD deltoidinin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 6



ABCD deltoid

|AD| = |DC|

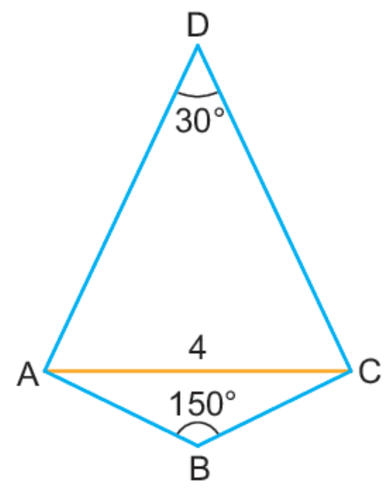
4|DE| = 9|EB|

|AC| = 24 birim

A(ABCD) = 312 br^2

Buna göre, ABCD deltoidinin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 7

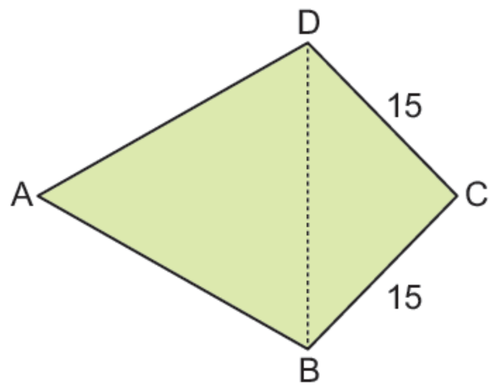


ABCD bir deltoid, |AD| = |DC|, m($\widehat{ADC}$) = 30°, m($\widehat{ABC}$) = 150° ve |AC| = 4 birimdir.

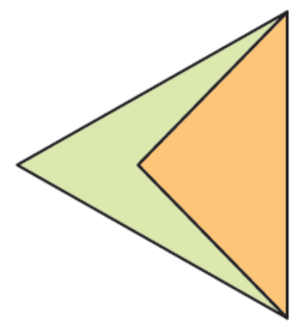
Buna göre, Alan(ABCD) kaç birimkaredir?

Örnek - 8

ABCD deltoidi biçimindeki karton BD köşegeni boyunca katlandığında Şekil 2'deki görüntü oluşuyor.



Şekil 1



Şekil 2

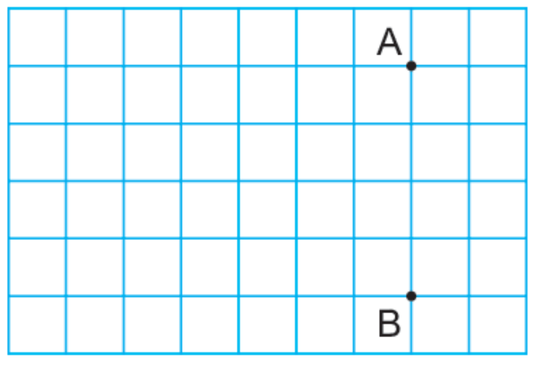
|BD| = 24 cm ve |BC| = |CD| = 15 cm'dir.

Katlanılan kartonun üst üste gelmeyen kısmı kesilip iki parçaya ayrılıyor.

Buna göre, parçalardan çevresi 70 cm olanın alanı kaç cm^2 dir?

Örnek - 9

Şekilde 6 x 9 luk birimkareli kağıtta A ve B noktaları işaretlenmiştir.



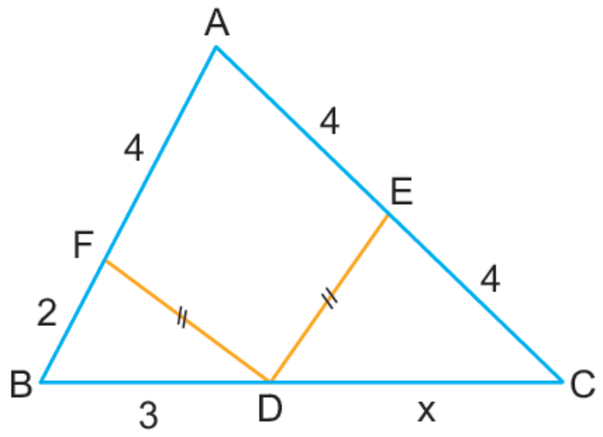
Bütün köşeleri birimkarelerin köşesinde olan deltoide **ŞANSLI DELTOİD** denir.

Buna göre, yukarıdaki birim kareli kağıda iki köşesi A ve B olan kaç tane ŞANSLI DELTOİD çizilir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

4. 5 5. 78 6. $20\sqrt{13}$ 7. 16 8. 84 9. 18

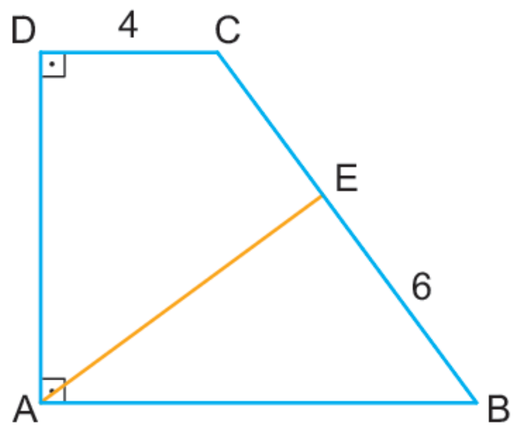
Örnek - 10



ABC bir üçgen, |DF| = |DE|, |AF| = |AE| = |EC| = 4 cm, |BD| = 3 cm ve |CD| = x cm'dir.

Buna göre, x kaçtır?

Örnek - 11

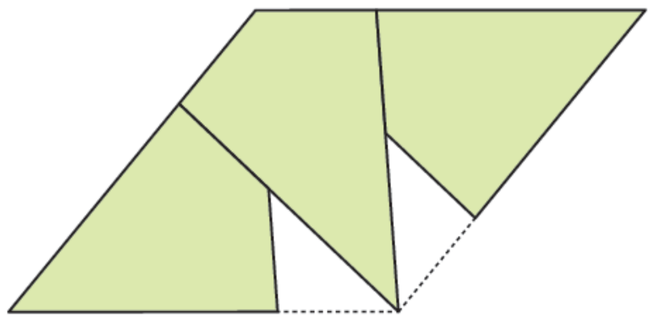


ABCD bir dik yamuk, AECD bir deltoid, |AE| = |AD|, |CD| = 4 birim ve |EB| = 6 birimdir.

Buna göre, |AD| kaç birimdir?

Örnek - 12

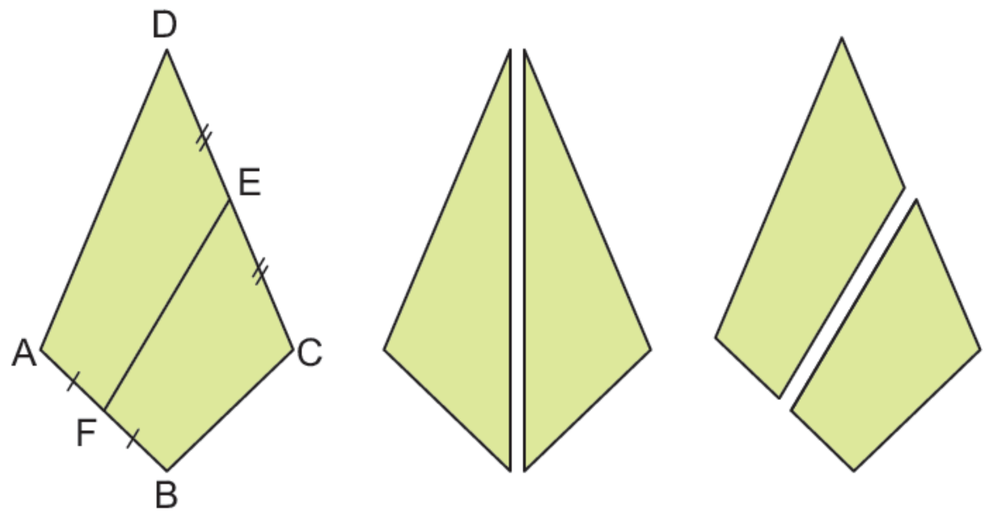
Üç tane eş deltoidin birer kenarları yapıştırılıp eşkenar dörtgenin içine şekildeki gibi yerleştirildiğinde, eşkenar dörtgenin üçgen şeklindeki beyaz bölgeleri açıkta kalıyor.



Eşkenar dörtgenin alanı $50\sqrt{2}$ birimkare olduğuna göre, deltoidlerden birinin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 13

ABCD deltoidi biçimindeki kartonda



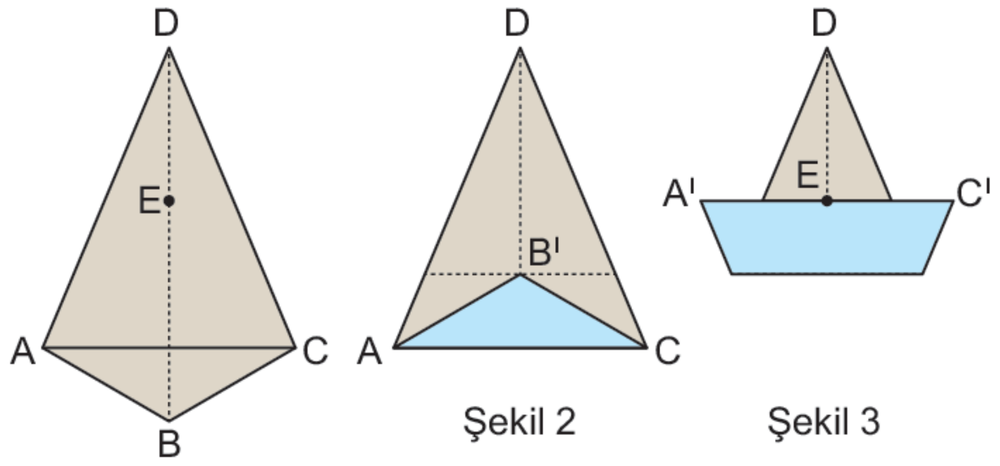
Şekil 1 Şekil 2 Şekil 3

- BD köşegeni boyunca kesim yapıldığında oluşan iki şeklin çevreleri toplamı ilk şeklin çevresinden 48 cm fazla oluyor.
- EF boyunca kesim yapıldığında oluşan iki şeklin çevreleri toplamı ilk şeklin çevresinden 26 cm fazla oluyor.

Buna göre kartonun ön yüzünün alanı kaç santimetrekaredir?

Örnek - 14

Şekil 1'de simetri ekseni [BD] köşegeni olan ABCD deltoidi biçiminde bir karton ve köşegenin tam ortasında bir E noktası verilmiştir.



Şekil 1 Şekil 2 Şekil 3

Bu kartonun [AC] köşegeni boyunca katlanması Şekil 2'de gösterilmiştir. Şekil 2'deki kartonda B' noktasından geçen ve [AC] kenarına paralel bir doğru boyunca katlandığında Şekil 3'teki gibi [A'C'] doğru parçası E noktasından geçmektedir.

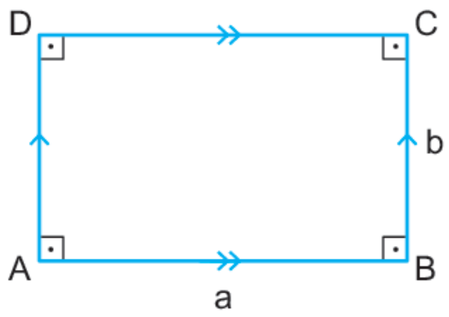
Şekil 1'de verilen kartonun görünen yüzünün alanı 45 birimkare olduğuna göre, Şekil 3'te verilen kartonun görünen yüzünün alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

10. 4 11. 8 12. 20 13. 120 14. 27

DİKDÖRTGEN

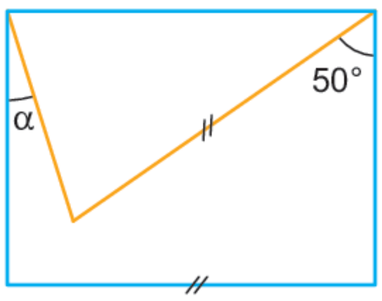
İç açılarının ölçüleri birbirine eşit ve 90° olan paralelkenara dikdörtgen denir.



- Paralelkenarın özelliklerini taşır.
- Çevre(ABCD) = 2a + 2b
- Alan(ABCD) = a · b

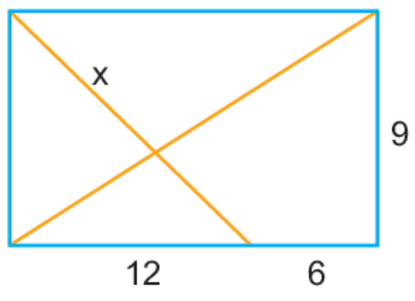
Öğrenme

a)



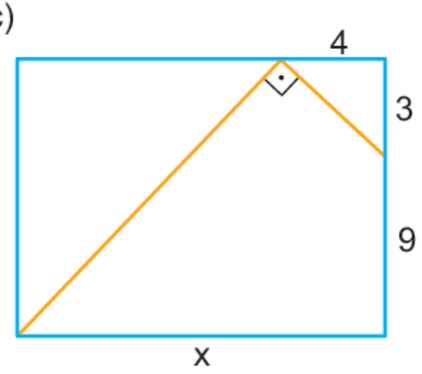
α = ?

b)



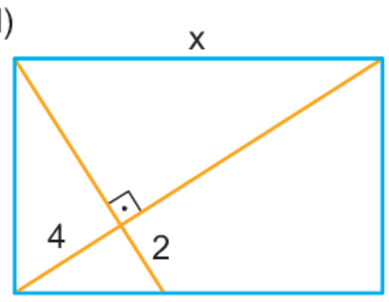
x = ?

c)



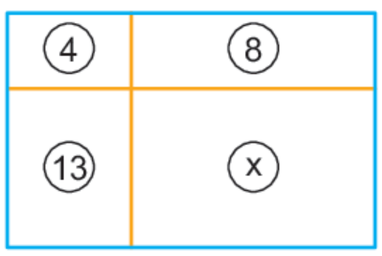
x = ?

d)



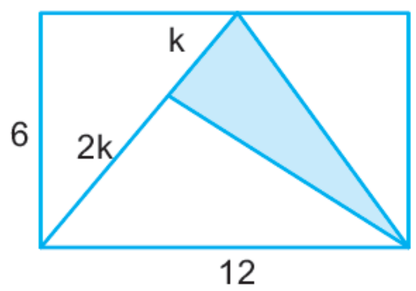
x = ?

e)



x = ?

f)

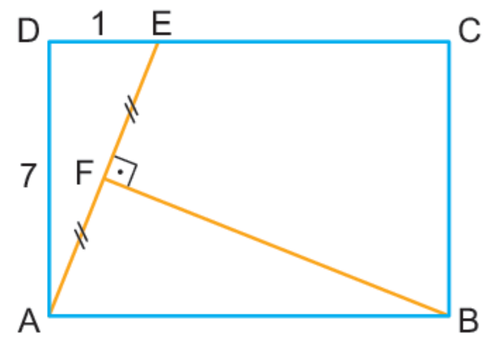


Taralı Alan = ?

a) 20 b) 9 c) 13 d) $8\sqrt{5}$ e) 26 f) 12

Alanı | 1

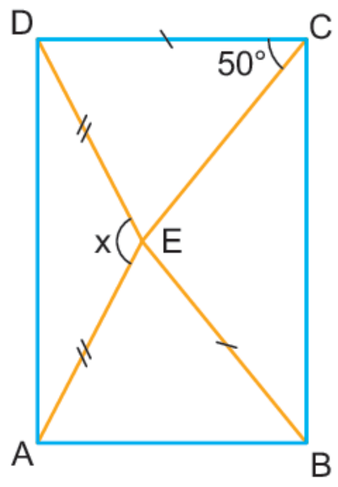
Örnek - 1



ABCD dikdörtgen, EA ⊥ BF, |AF| = |FE|, |DA| = 7 birim ve |DE| = 1 birimdir.

Buna göre, ABCD dikdörtgeninin çevresi kaçtır?

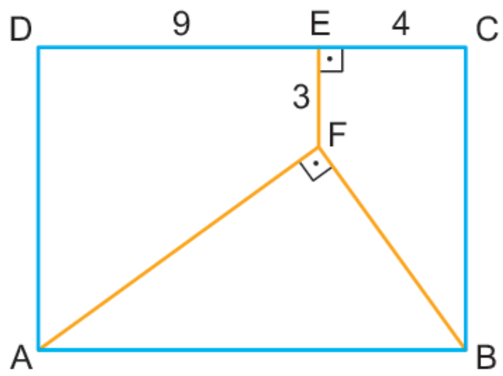
Örnek - 2



ABCD dikdörtgen, |AE| = |ED|, |CD| = |BE|, m($\widehat{DCE}$) = 50° ve m($\widehat{AED}$) = x'dir.

Buna göre, x kaç derecedir?

Örnek - 3

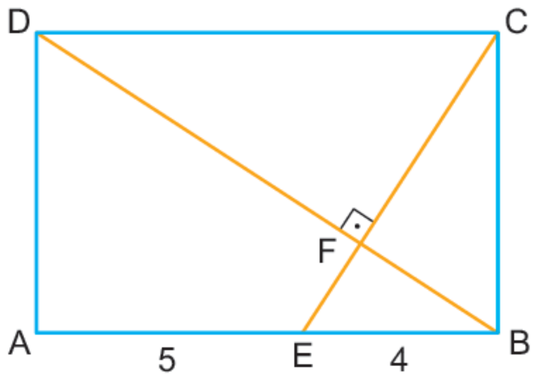


ABCD dikdörtgen, AF ⊥ BF, EF ⊥ CD, |EF| = 3 birim, |EC| = 4 birim ve |DE| = 9 birimdir.

Buna göre, |AD| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

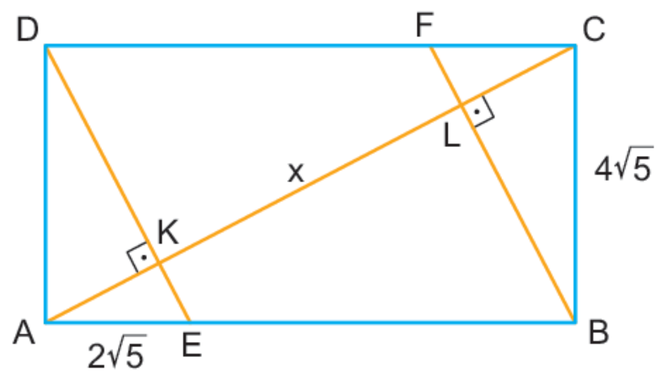
Örnek - 4



ABCD dikdörtgen, BD ⊥ EC, |EB| = 4 birim ve |EA| = 5 birimdir.

Buna göre, ABCD dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 5

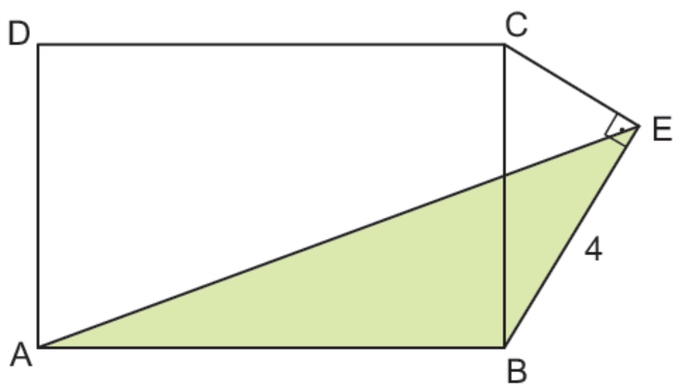


ABCD dikdörtgen, [DE] ⊥ [CA], [BF] ⊥ [CA], |AE| = $2\sqrt{5}$ cm

|BC| = $4\sqrt{5}$ cm ve |KL| = x'dir.

Buna göre, x kaç cm'dir?

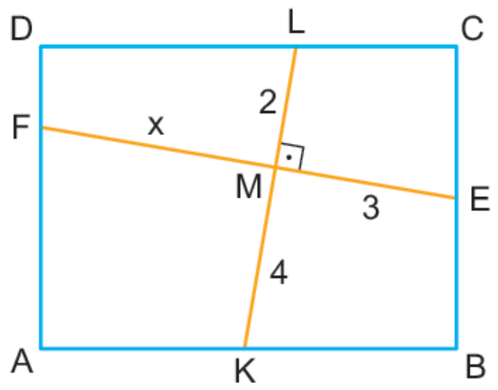
Örnek - 6



ABCD dikdörtgen, BE ⊥ EC, |EB| = 4 birim ve |AB| = 3 · |BC|'dir.

Buna göre, Alan($\widehat{ABE}$) kaç birimkaredir?

Örnek - 7

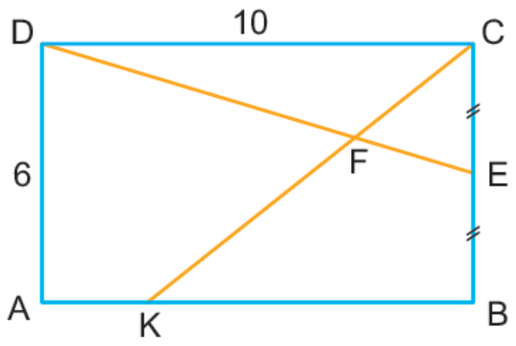


ABCD dikdörtgen, KL ⊥ EF, |CD| = 2 · |BC|, |LM| = 2 birim,

|MK| = 4 birim, |ME| = 3 birim ve |FM| = x birim'dir.

Buna göre, x kaçtır?

Örnek - 8

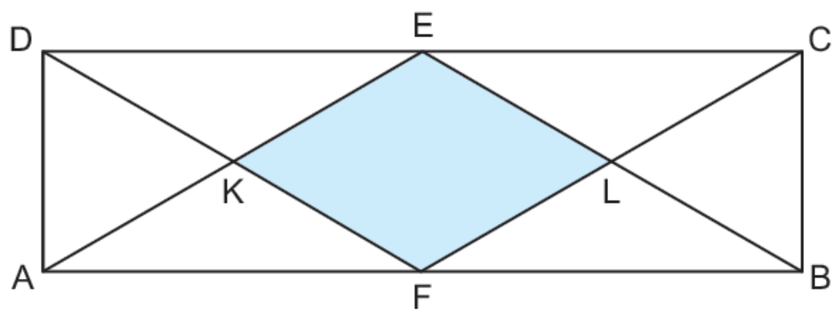


ABCD dikdörtgen, CK ∩ DE = {F}, |BE| = |EC|, |BK| = 4 · |AK|

|AD| = 6 birim ve |CD| = 10 birimdir.

Buna göre, |FK| kaç birimdir?

Örnek - 9



ABCD dikdörtgen, ADK ve CLB birer eşkenar üçgen,

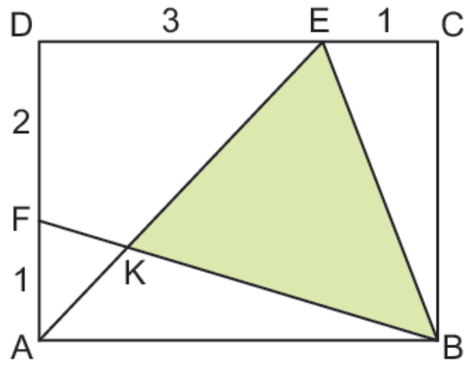
[DF] ∩ [AE] = {K} ve [CF] ∩ [BE] = {L}'dir.

Buna göre, $\frac{A(EKFL)}{A(ABCD)}$ oranı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

4. 54 5. 12 6. 24 7. 9 8. $\frac{45}{7}$ 9. $\frac{1}{4}$

Örnek - 10

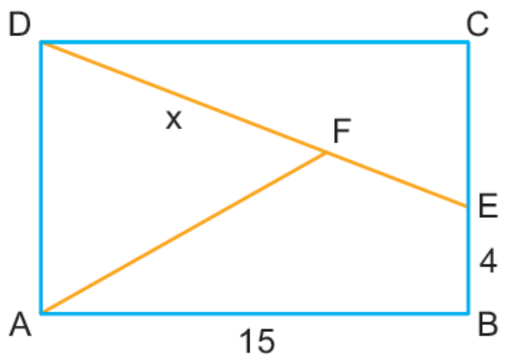


ABCD dikdörtgen, |AF| = |CE| = 1 cm, |FD| = 2 cm ve |DE| = 3 cm'dir.

Buna göre, BKE üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

Örnek - 11

Aşağıda verilen ABCD dikdörtgeni [AF] ve [DE] doğru parçalarıyla eşit alanlı üç bölgeye ayrılmıştır.

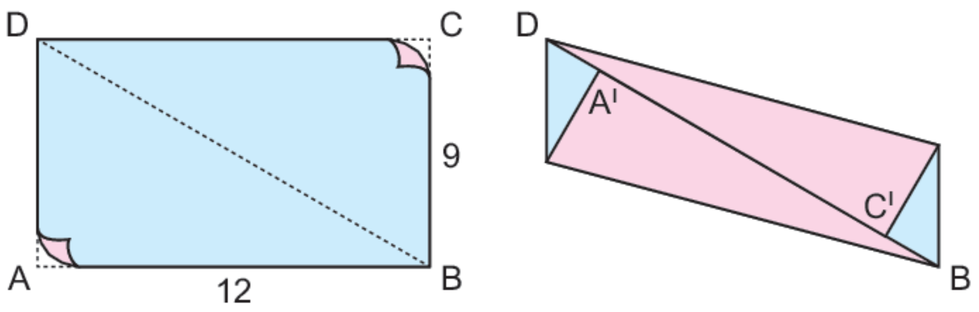


ABCD dikdörtgen, |EB| = 4 cm, |AB| = 15 cm ve |DF| = x'dir.

Buna göre, x kaç cm'dir?

Örnek - 12

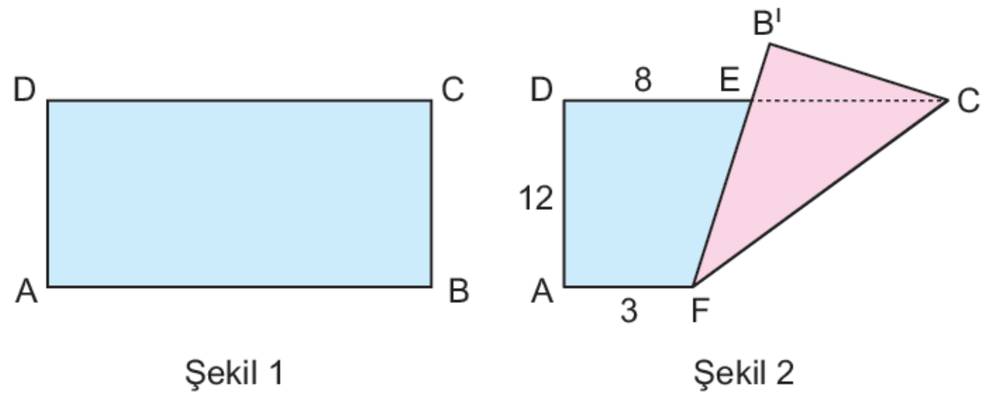
Kenar uzunlukları 9 ve 12 cm olan ABCD diktörtgeni biçimindeki bir karton, AB ve CD kenarları BD köşegeni üzerine gelecek biçimde katlanıyor.



Katlama sonrasında, A ile C noktalarına köşegen üzerinde karşılık gelen A' ile C' noktaları arasındaki uzaklık kaç cm'dir?

Örnek - 13

ABCD dikdörtgeni biçimindeki karton CF boyunca katlandığında Şekil 2'deki görüntü oluşuyor.



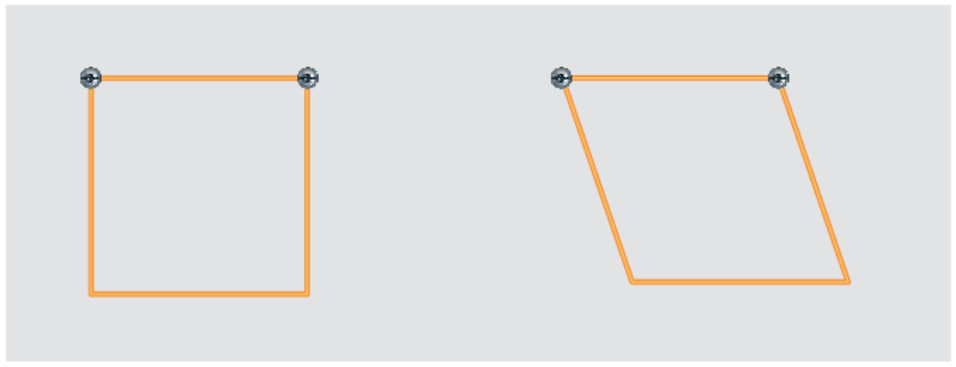
Şekil 1 Şekil 2

|DE| = 8 cm, |AF| = 3 cm ve |AD| = 12 cm'dir.

Buna göre, kağıdın katlanmadan önceki halinin çevresi kaç santimetredir?

Örnek - 14

Yerden yükseklikleri aynı olan dört çividen ikisine uzunluğu 40 cm olan bir telden yapılan kare, diğer ikisinede uzunluğu 40 cm olan telden yapılan bir eşkenar dörtgen asılıyor.



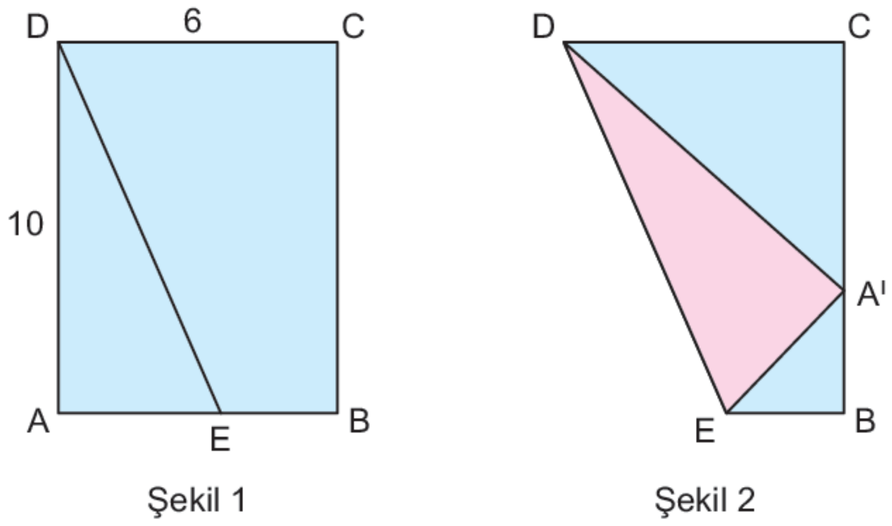
Eşkenar dörtgenin zemine yakın olan kenarı, karenin zemine yakın olan kenarından 2 cm daha yukarıdadır.

Buna göre, eşkenar dörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 15

Kenar uzunlukları 6 birim ve 10 birim olan dikdörtgen biçimindeki kağıt [DE] boyunca katlandığında A noktası dikdörtgenin [BC] kenarının üzerine geliyor.



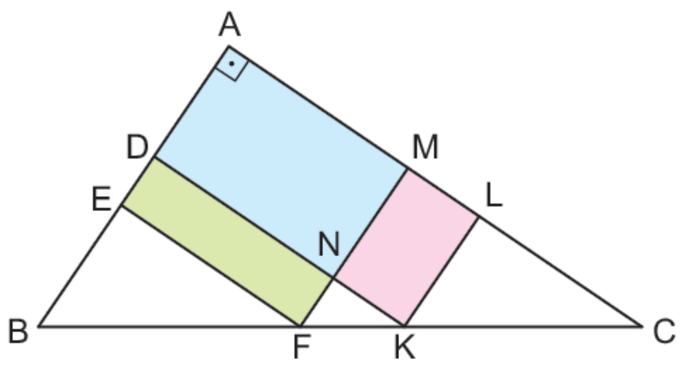
Şekil 1

Şekil 2

Buna göre, Şekil 2'deki mavi bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 16

Aşağıdaki şekilde, ABC dik üçgeninin içine 3 tane dikdörtgen birer kenarları çakışacak şekilde konulmuştur.

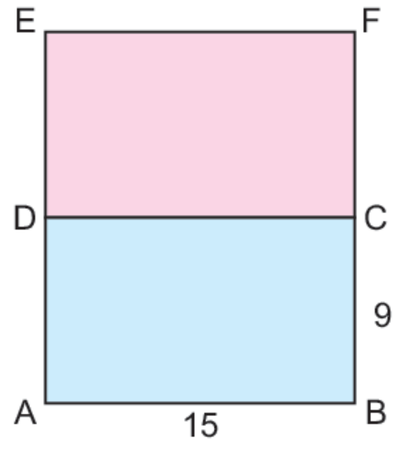


Yeşil dikdörtgen ile kırmızı dikdörtgenlerin çevreleri eşit ve |AE|= |DN|'dir.

Buna göre, $\frac{|AB|}{|AC|}$ oranı kaçtır?

Örnek - 17

Kenar uzunlukları 9 ve 15 olan diktörtgen biçimindeki iki karton şekildeki gibi birer kenarları çakıştırılarak düzlemsel bir yere konulmuştur.

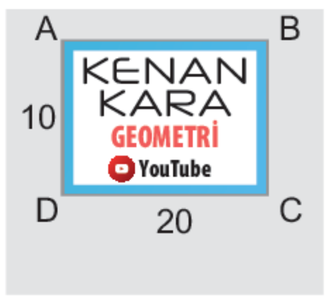


Mavi karton C köşesi etrafında saat yönünde döndürüldüğünde, D köşesi kırmızı kartonun EF kenarı üzerine geliyor.

Buna göre, mavi kartonun AD kenarının kırmızı diktörtgenin üzerinde olmayan kısmının uzunluğu kaç cm'dir?

Örnek - 18

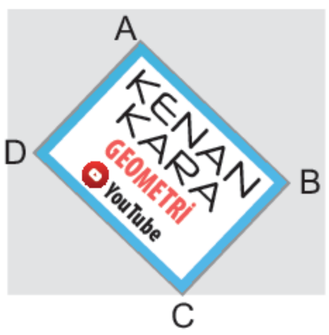
Kenar uzunlukları 10 ve 20 birim olan dikdörtgen şeklindeki bir tablo dört köşesine çivi çakılarak CD kenarı zemine paralel olacak biçimde Şekil 1'deki gibi duvara asılıyor.



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

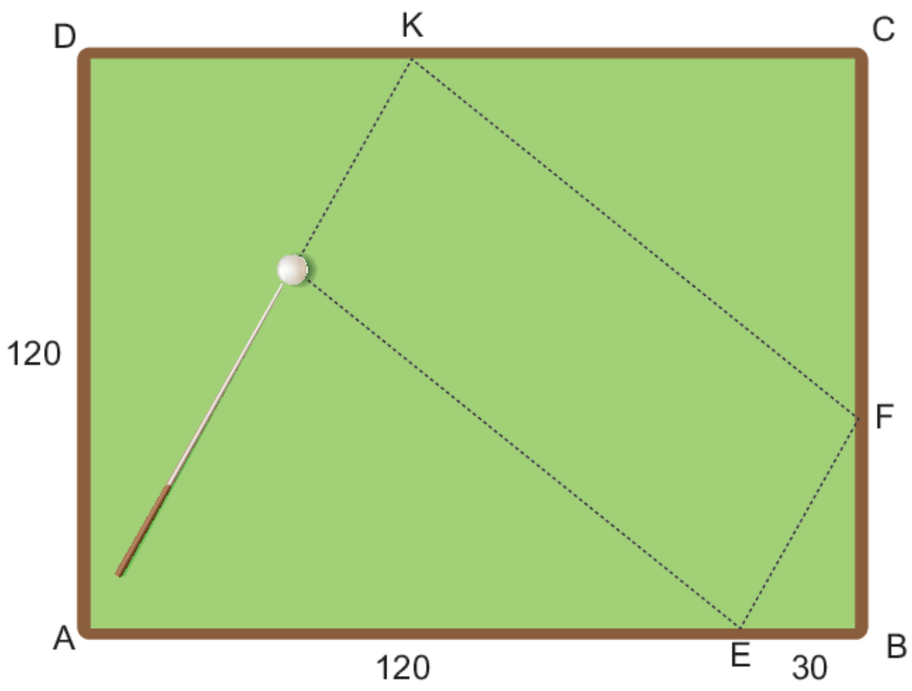
Tabloda C köşesindeki çivi hariç diğer çiviler çıkarılsa Şekil 2'deki gibi D köşesi zemine değiyor ve A köşesi ilk konumuna göre 14 birim zemine yakınlaşıyor.

Buna göre, tablodan A köşesindeki çivi hariç diğer çiviler çıkarılırsa, Şekil 3'teki gibi C köşesi zemine değdiğinde D köşesi ilk konumuna göre zeminden kaç birim uzaklaşır?

15. $\frac{80}{3}$ 16. $\frac{1}{2}$ 17. 4 18. 4

Örnek - 19

Şekildeki dikdörtgen biçimindeki bilardo masasının üzerindeki topa A köşesinden geçen bir ıstıka ile vurulduğunda top ıstıkanın doğrultusunda gidiyor ve top masanın kenarına çarptığı açıyla devam ediyor.

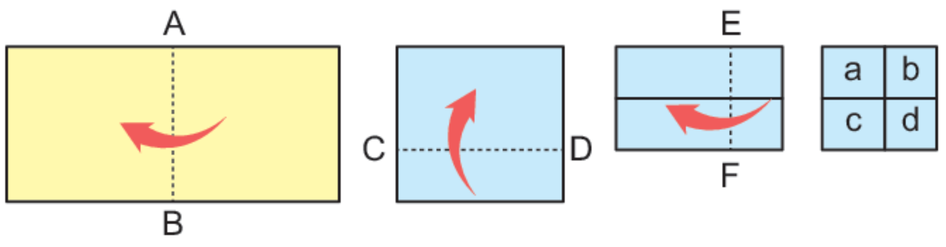


|AD| = |AE| = 120 cm ve |EB| = 30 cm'dir.

Top masanın üç kenarına çarpıp tekrar eski konumuna geldiğine göre, topun aldığı yol kaç santimetredir?

Örnek - 20

Dikdörtgen şeklinde bir kağıt; önce kısa kenarları çakışacak biçimde Şekil 1'deki gibi AB boyunca ok yönünde, sonra dikdörtgenin kenarına paralel olan CD doğrusu boyunca Şekil 2'deki gibi ok yönünde, sonra da dikdörtgenin kenarına paralel olan EF boyunca Şekil 3'teki gibi ok yönünde katlandığında Şekil 4 elde ediliyor.

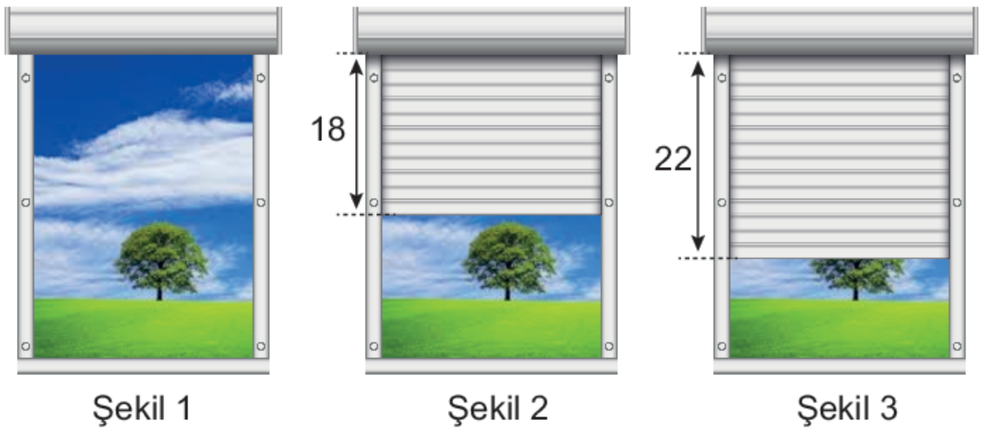


Son şekilde oluşan dikdörtgenlerin alanları a, b, c, ve d birimkaredir.

Buna göre, başlangıçta kullanılan kağıdın a, b, c ve d türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

Örnek - 21

Dikdörtgen biçimindeki bir pencereden odaya ışık girmesini engellemek için panjur ile belirli bir kısmı kapatılıyor. Başlangıçta panjurun alt kısmı ile camın üst kısmı Şekil 1'deki gibi çakışıktır.



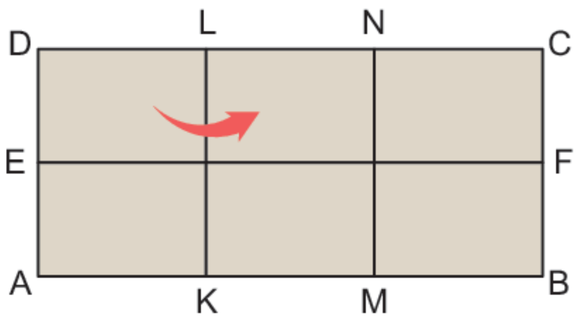
Şekil 1 Şekil 2 Şekil 3

Panjur, Şekil 2 ve Şekil 3'teki gibi 18 ve 22 cm aşağı çekildiğinde camın ışık alan kısmının alanları oranı $\frac{3}{2}$ oluyor.

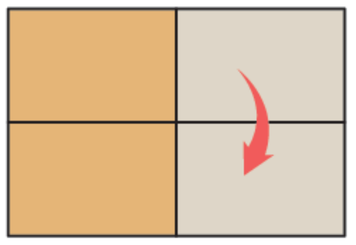
Buna göre, camın yüksekliği kaç cm'dir?

Örnek - 22

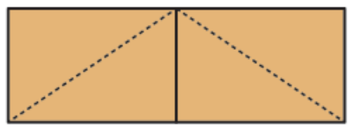
Dikdörtgen şeklindeki bir kartona EF, LK ve NM çizgileri çizilerek birbirine eş 6 dikdörtgen elde ediliyor.



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

Bu karton önce LK boyunca sonra da EF boyunca katlanıp Şekil 3 teki kesikli çizgiler boyunca kesiliyor.

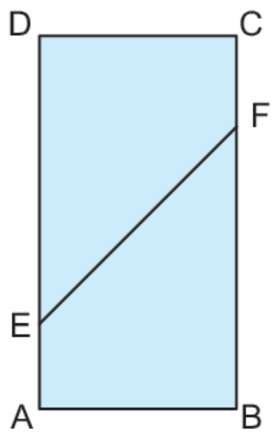
Buna göre, son durumda kaç parça elde edilir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

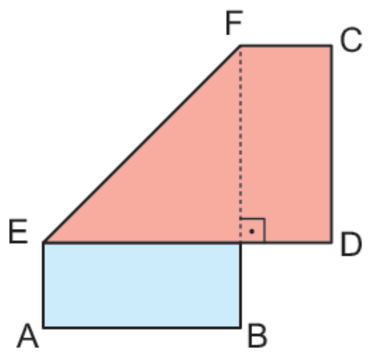
19. 300 20. 2a+4b+4c+8d 21. 30 22. 6

Örnek - 23

ABCD dikdörtgeni biçimindeki bir kağıt EF doğrusu boyunca katlandığında DF ve BC Şekil 2'deki gibi dik kesişiyor.



Şekil 1

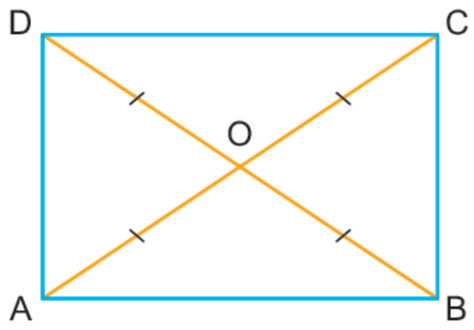


Şekil 2

Katlama işleminden sonra elde edilen alan 32 birimkare azaldığına göre, |AB| kaç birimdir?

Dikdötgenin özellikleri

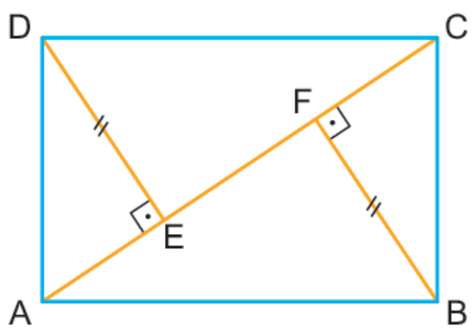
- Dikdötgende köşegenler birbirine eşittir.



|AC| = |BD| ve

|OA| = |OB| = |OC| = |OD|'dir.

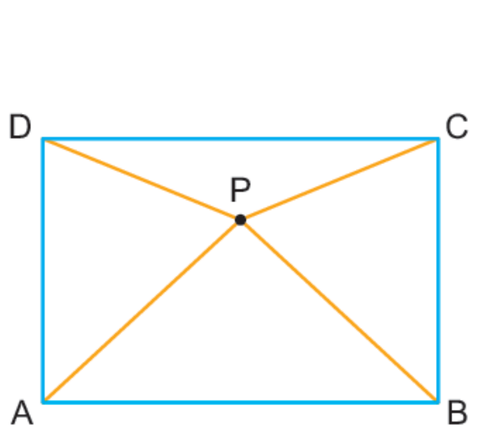
- Dikdörtgende, karşılıklı köşelerden köşegene çizilen dikmeler birbirine eşittir.

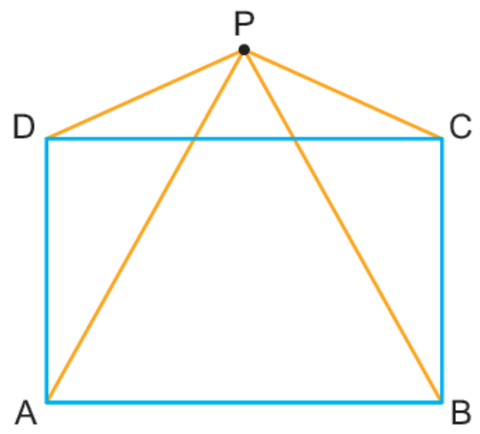


|DE| = |BF| ve

|AE| = |FC|'dir.

- Dikdörtgenin içindeki ya da dışındaki bir noktadan karşılıklı köşelere çizilen uzaklıkların kareleri toplamı birbirine eşittir.

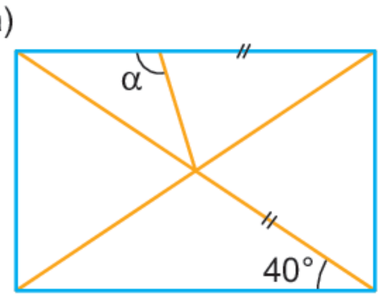




$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$

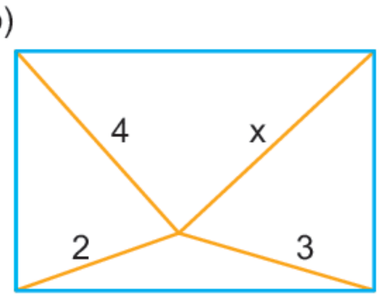
Öğrenme

a)



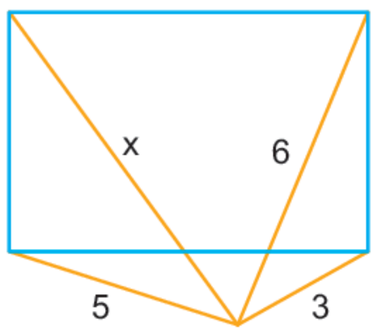
α = ?

b)



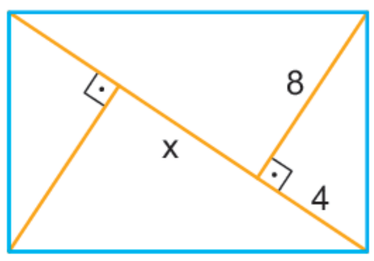
x = ?

c)



x = ?

d)

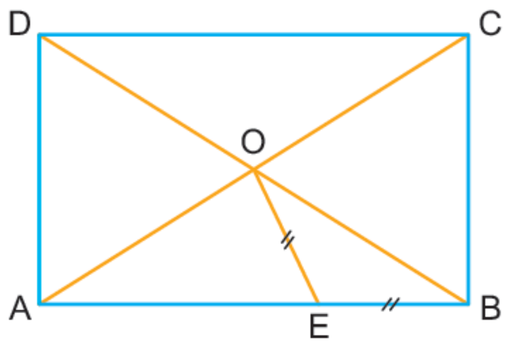


x = ?

a) 110 b) $\sqrt{21}$ c) $2\sqrt{13}$ d) 12

Alanı | 2

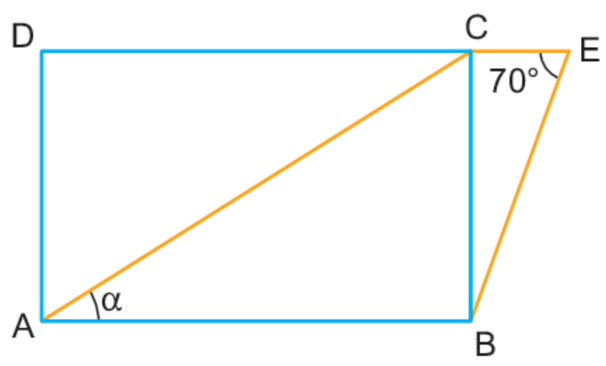
Örnek - 24



ABCD dikdörtgen, AC ve BD köşegen, |OE| = |EB| ve $2 \cdot |AE| = |BD|$

Buna göre, $m(\widehat{ADB})$ kaç derecedir?

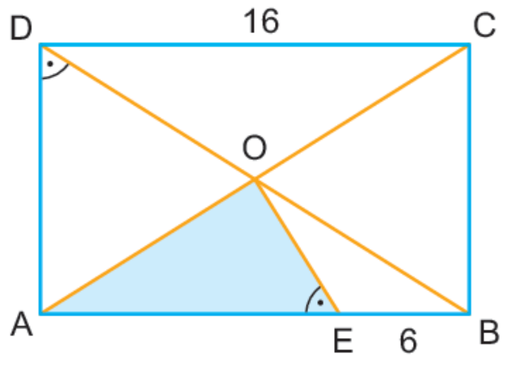
Örnek - 25



ABCD dikdörtgen, E ∈ DC, |DE| = |AC|, $m(\widehat{BEC}) = 70°$ ve $m(\widehat{BAC}) = \alpha$

Buna göre, α kaçtır?

Örnek - 26

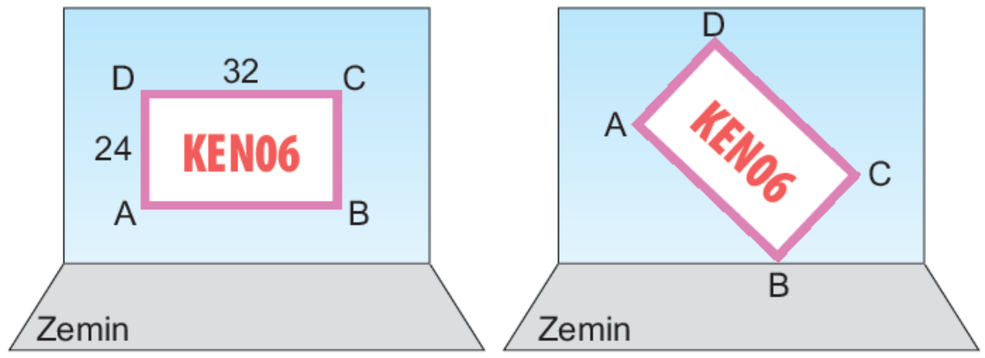


ABCD dikdörtgen, AC ∩ BD = {O}, $m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{AEO})$, |EB| = 6 birim ve |CD| = 16 birimdir.

Buna göre, AEO üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 27

Kenar uzunlukları 24 cm ve 32 cm olan dikdörtgen şeklindeki bir tablo ağırlık merkezinden çivi çakılarak AB kenarı zemine paralel olacak şekilde duvara sabitlenmiştir.

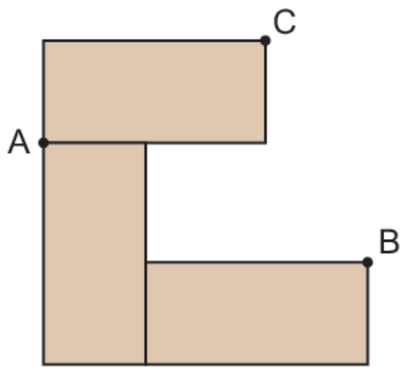


Tablo döndürüldüğünde Şekil 2'deki gibi B köşesi zemine değdiğine göre, tablo ilk durumda zeminden en fazla kaç santimetre yukarıya konulabilir?

(AB'nin zemine olan uzaklığı en fazla kaçtır?)

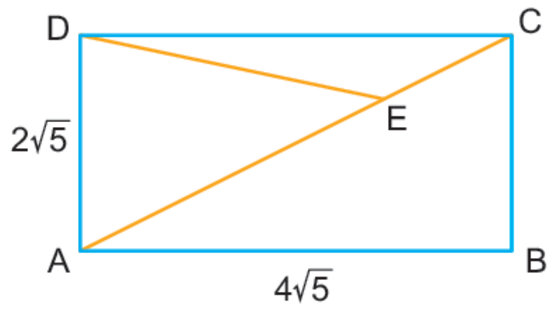
Örnek - 28

Birbirine eş olan üç tane dikdörtgen biçimindeki karton şekildeki gibi masanın üzerine konulduğunda A ile B köşeleri arasındaki en kısa uzaklık 12 cm olarak ölçülüyor.



Buna göre, B ile C arasındaki en kısa uzaklık kaç cm ölçülür?

Örnek - 29



ABCD dikdörtgen, E ∈ AC, |AD| = $2\sqrt{5}$ birim ve |AB| = $4\sqrt{5}$ birimdir.

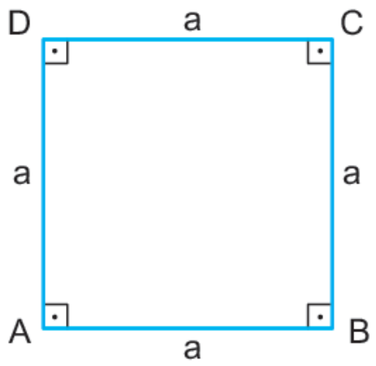
Buna göre, E noktasının B'ye en yakın olduğu noktada DE uzunluğu kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

24. 54 25. 40 26. 20 27. 8 28. $6\sqrt{2}$ 29. $2\sqrt{13}$

KARE

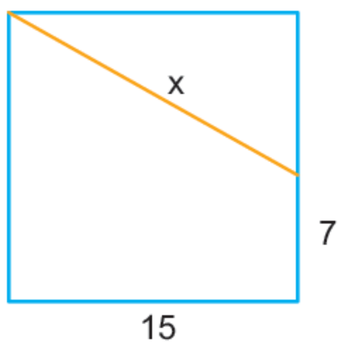
Kenar uzunlukları birbirine eşit dikdörtgene kare denir.



- Kare; paralelkenarın, eşkenar dörtgenin ve dikdörtgenin tüm özelliklerini taşır.
- Köşegenler dik kesişir.
- Köşegenler açıortaydır.
- Alan (ABCD) = a^2

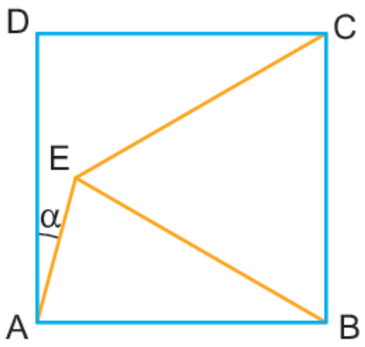
Öğrenme

a)



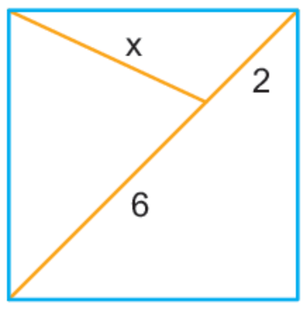
x = ?

b)



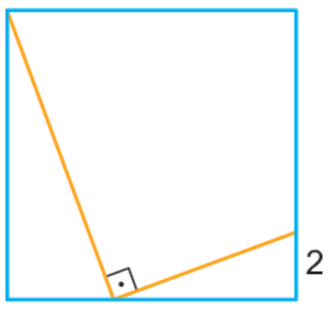
ABCD kare, BEC eşkenar üçgen
α = ?

c)



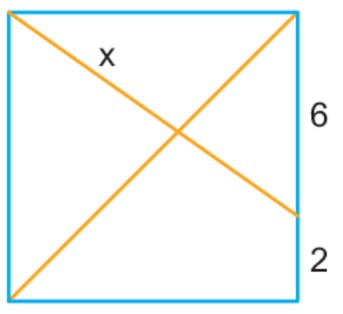
x = ?

d)



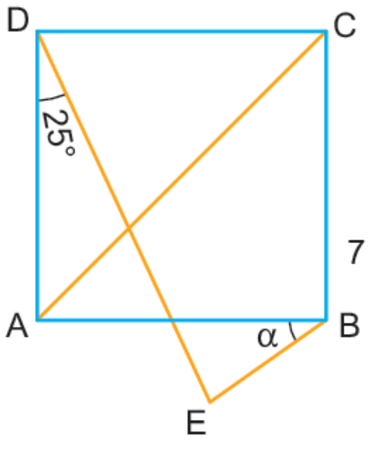
Karenin Alanı = ?

e)



x = ?

f)



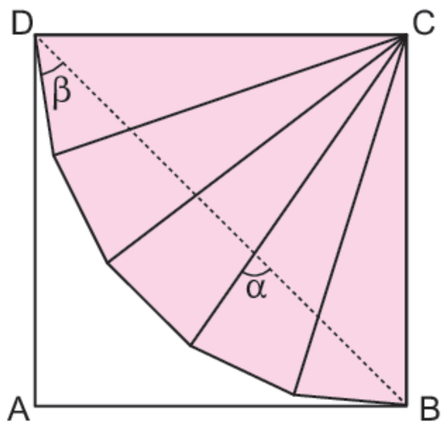
ABCD kare, |AC| = |DE|
α = ?

a) 17 b) 15 c) $2\sqrt{5}$ d) 81 e) $\frac{40}{7}$ f) 35

Alanı | 1

Örnek - 1

Özdeş 5 İkizkenar üçgen, tepe noktaları C köşesine gelecek biçimde bir karenin içine şekildeki gibi yerleştiriliyor.



Karenin köşegeni çizildiğinde α ile β açıları şekildeki gibidir.

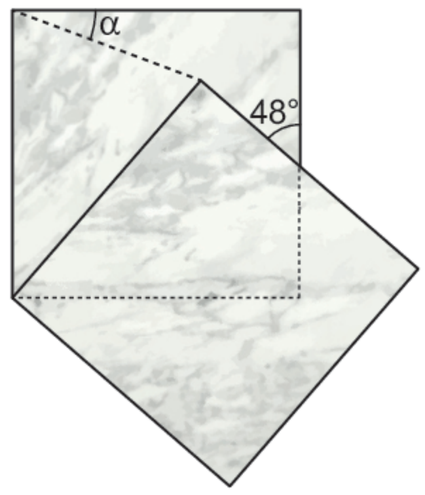
Buna göre, α + β toplamı kaçtır?

Örnek - 2

Şekil 1'de kare şeklindeki iki fayans üst üste konulmuştur. Şekil 2'de ise üstteki fayansın bir köşesi etrafında döndürülmesi gösterilmiştir.



Şekil 1

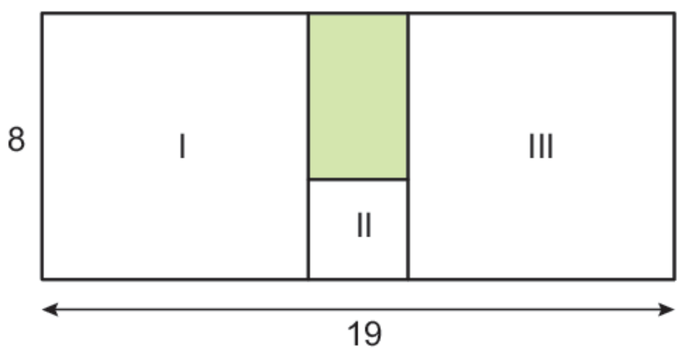


Şekl 2

Fayansların kenarları arasındaki açı 48° olduğuna göre, α açısı kaç derecedir?

Örnek - 3

Kenar uzunlukları 8 birim ve 19 birim olan dikdörtgen biçimindeki bir kağıttan, I, II ve III numaralı kareler kesilerek boyalı dikdörtgen elde edilmiştir.



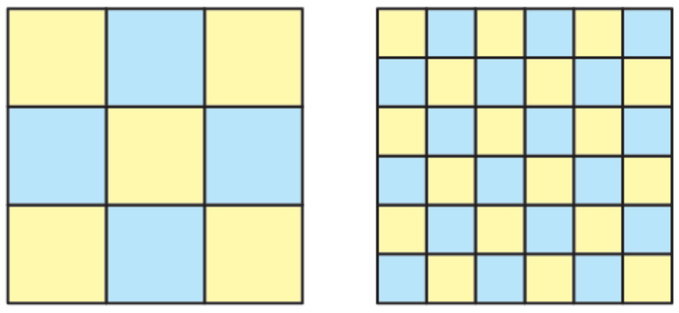
Buna göre, boyalı dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 4

Kare biçimindeki eşit alanlı iki jelatin kağıdından biri 9 eş bölgeye diğeri ise 36 eş bölgeye sahiptir.

Bu bölgelerden bazıları sarı, bazıları da mavi renktedir.

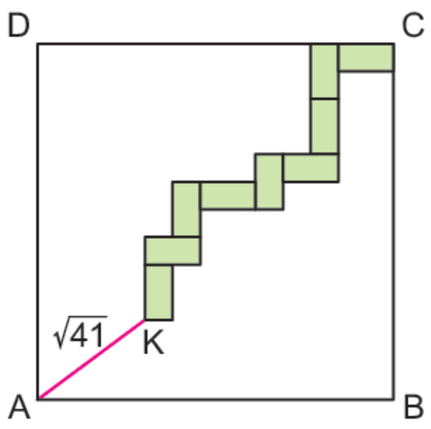


Mavi renkteki jelatin kağıdı ile sarı renkteki jelatin kağıdı üst üste konduğunda yeşil renk elde edilmektedir.

İki kağıt tüm yüzeyleri birbiriyle çakışacak şekilde üst üste konulduğunda oluşan sarı renkli bölgenin alanı 20 birimkare olduğuna göre, yeşil renkli bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 5

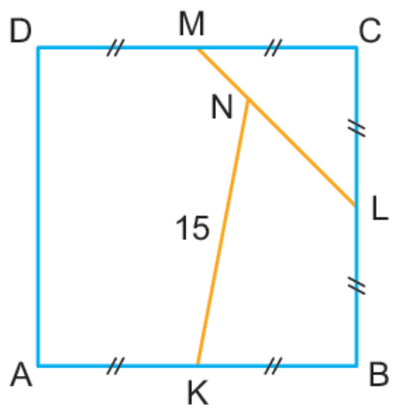
Kısa kenarı 1 birim, uzun kenarı 2 birim olan yeşil renkli dikdörtgenler ABCD karesinin içine birer kenarları çakışacak biçimde şekildeki gibi yerleştiriliyor.



$|AK| = \sqrt{41}$ birimdir.

Buna göre, ABCD karesinin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 6

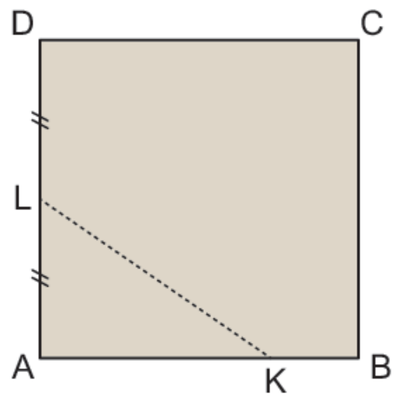


ABCD kare, $|LN| = 3 \cdot |MN|$, $|AK| = |KB|$, $|BL| = |LC|$, $|CM| = |MD|$ ve $|KN| = 15$ cm'dir.

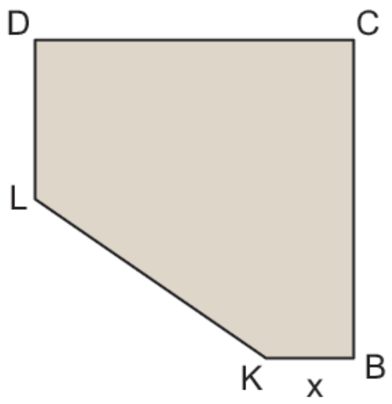
Buna göre, karenin alanı kaç cm^2 dir?

Örnek - 7

Şekil 1'deki ABCD karesi biçimindeki karton, LK doğrusu boyunca kesilip küçük parça atıldığında, kartonun alanı $\frac{1}{6}$ oranında azalıp çevresi de 6 cm azalmaktadır.



Şekil 1



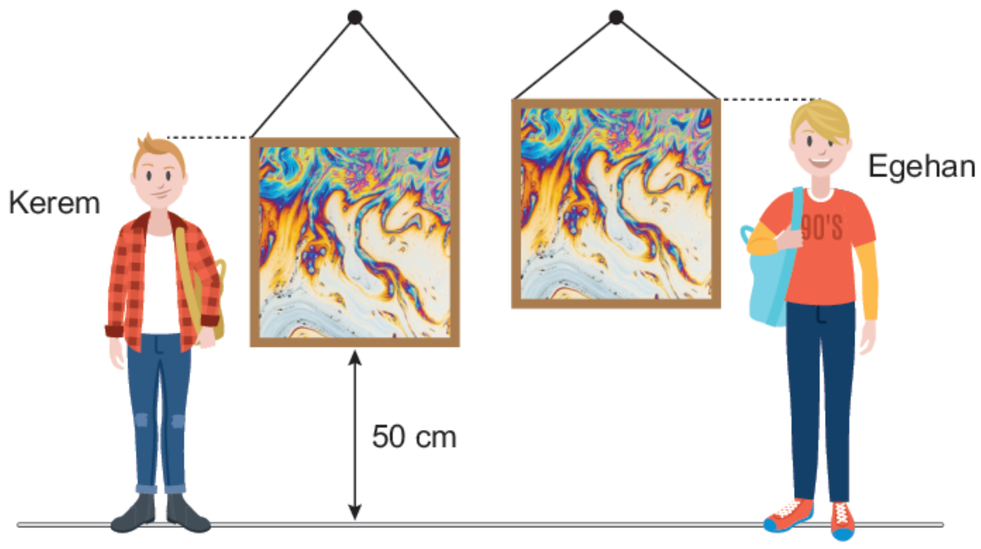
Şekil 2

|DL| = |LA| olduğuna göre, |KB| = x kaç birimdir?

Örnek - 8

Kerem ile Egehan kare şeklindeki özdeş tabloları zemine uzaklıkları aynı olan iki çiviye asacaklardır.

Kerem, uzunluğu 50 cm olan ip ile tabloyu çiviye astığında tablonun zemine en kısa uzaklığı 50 cm, en fazla uzaklığı ise Kerem'in boyu kadar oluyor.



Egehan, uzunluğu 34 cm olan ip ile tabloyu astığında tablonun zemine en fazla uzaklığı Egehan'ın boyu kadar oluyor.

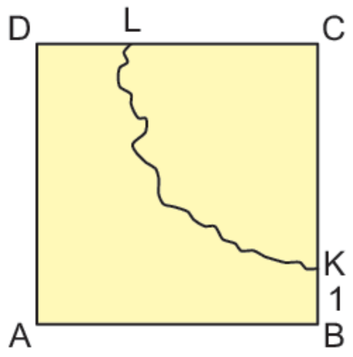
Çivilerin zemine olan uzaklıkları 100 cm olduğuna göre, Egehan ile Kerem'in boyları toplamı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

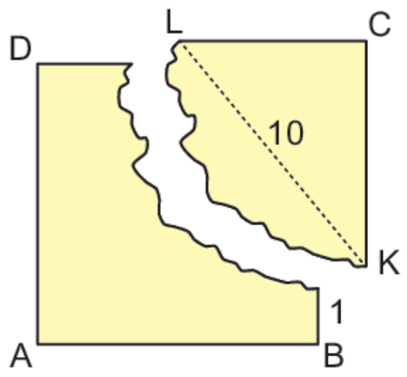
4. 36 5. 196 6. 288 7. 6 8. 172

Örnek - 9

ABCD karesi biçimindeki bir kâğıt Şekil 1'deki gibi B köşesine 1 cm uzaklıktaki K noktasından yırtıldığında, yırtık L noktasından ayrılarak iki kâğıt parçası oluşuyor.



Şekil 1



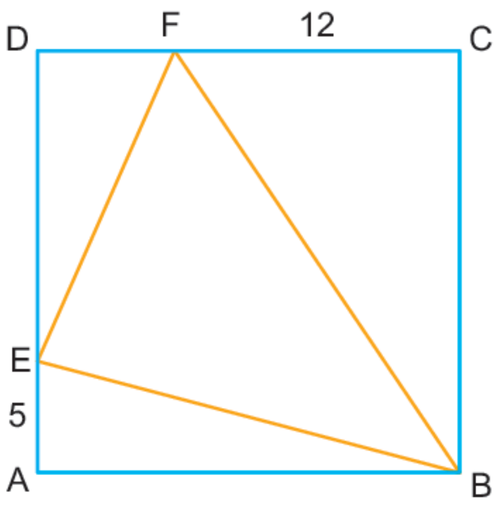
Şekil 2

Şekil 2'deki iki kâğıdın çevreleri farkı 8 cm ve K ile L arası en kısa uzaklık 10 cm'dir.

Buna göre, Şekil 1'deki kâğıdın bir yüzünün alanı kaç cm^2 dir?

Örnek - 10

A noktasının [BE] doğru parçasına göre simetriği ile C noktasının [BF] doğru parçasına göre simetriği, [EF] doğru parçası üzerindeki aynı noktadır.

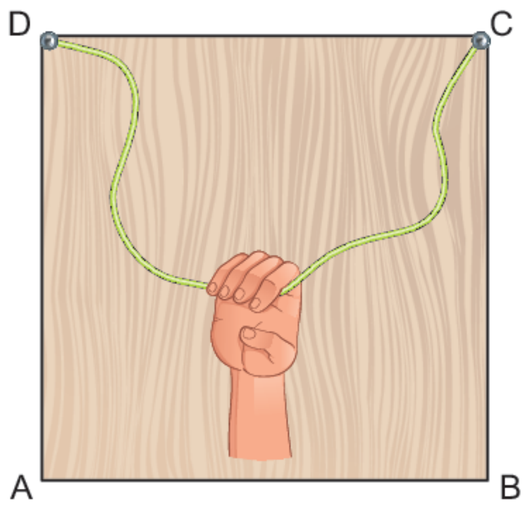


ABCD kare, E ∈ [AD], F ∈ [CD], |AE| = 5 cm ve |CF| = 12 cm'dir.

Buna göre, ABCD karesinin çevresi kaç cm'dir?

Örnek - 11

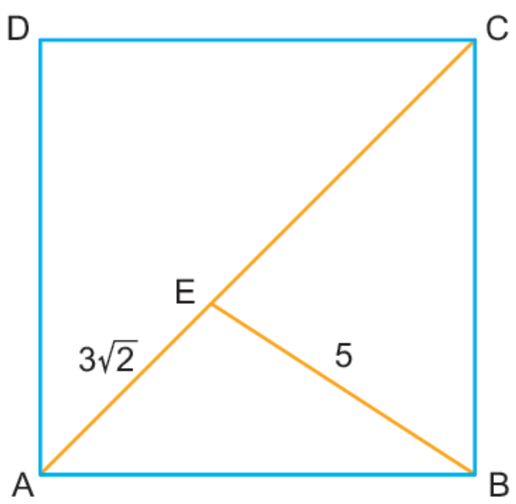
Kare şeklindeki bir tahtanın C ve D köşelerine uzunluğu 20 cm olan bir ip sabitlenmiştir.



İpi tahtanın üzerinde kalacak şekilde AB kenarına doğru yaklaştırdığımızda [AB]'ye en kısa uzaklığı 4 cm oluyor.

Buna göre, ip gergin halde ve tahta üzerindeyken ipin tutulan kısmının [AB] kenarına olan dik uzaklığı en fazla kaç cm olur?

Örnek - 12



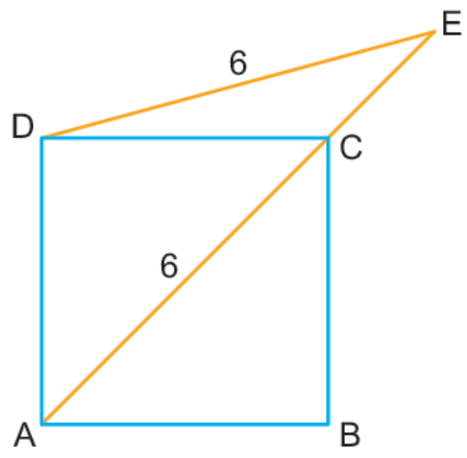
ABCD kare, E ∈ AC, |EA| = $3\sqrt{2}$ birim ve |EB| = 5 birimdir.

Buna göre, ABCD karesinin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

9. 81 10. 80 11. 5,6 12. 49

Örnek - 13



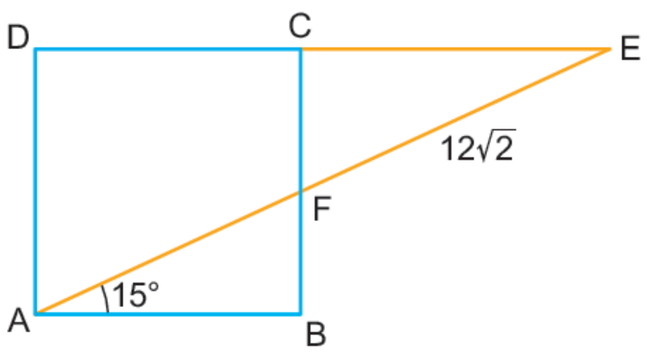
ABCD kare, AED üçgen, C ∈ AE, |AC| = 6 birim ve |DE| = 6 birimdir.

Verilenlere göre,

a) $m(\widehat{CDE})$ kaç derecedir?

b) |CE| kaç birimdir?

Örnek - 14

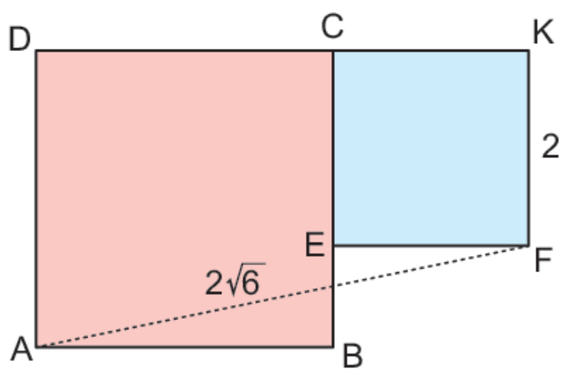


ABCD kare, ADE üçgen, $m(\widehat{BAE}) = 15°$ ve |EF| = $12\sqrt{2}$ birimdir.

Buna göre, karenin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 15

Aşağıda verilen iki kare, birer kenarları çakıştırılarak şekildeki gibi konulmuştur.

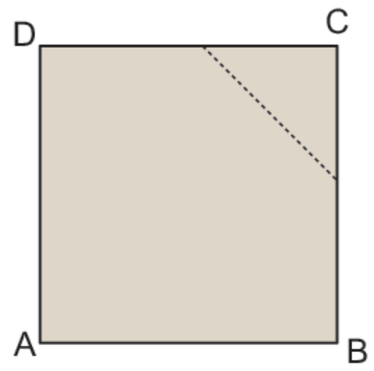


|FK| = 2 birim ve |AF| = $2\sqrt{6}$ birimdir. Mavi kare C noktası etrafında saat yönünün tersinde 45° döndürüldüğünde K noktasının yeni konumu K' oluyor.

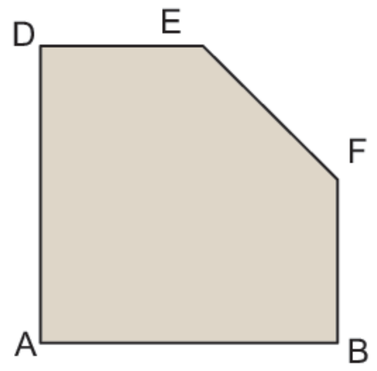
Buna göre, |AK'| uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 16

ABCD karesi biçimindeki bir kartondan, CD kenarı üzerindeki bir E noktasından makasla kesim yapıldığında oluşan 2 cm^2 lik ikizkenar üçgen atıldığında Şekil 2 oluşuyor.



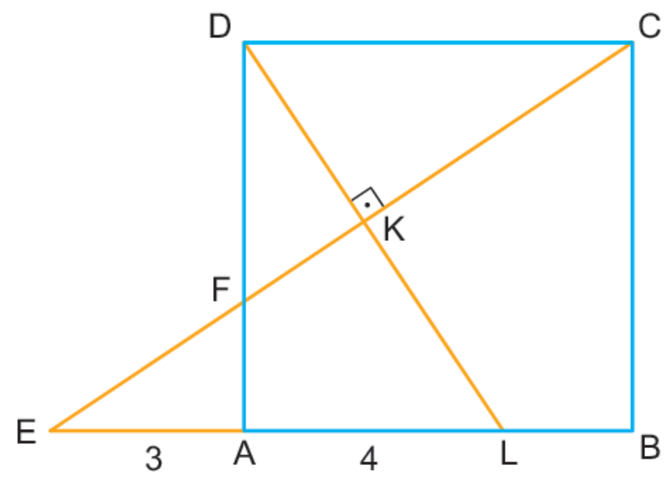
Şekil 1



Şekil 2

Şekil 2'deki A noktasının EF doğrusuna olan uzaklığı $7\sqrt{2}$ cm olduğuna göre, Şekil 1'deki ABCD karesinin alanı kaç cm^2 dir?

Örnek - 17



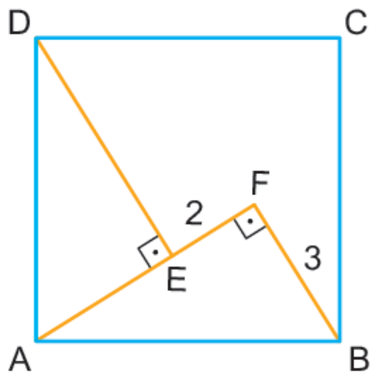
ABCD kare, E ∈ AB, CE ⊥ DL, |EA| = 3 birim ve |AL| = 4 birimdir.

Buna göre, karenin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

13. a) 15 b) $3\sqrt{3} - 3$ 14. 24 15. 6 16. 64 17. 36

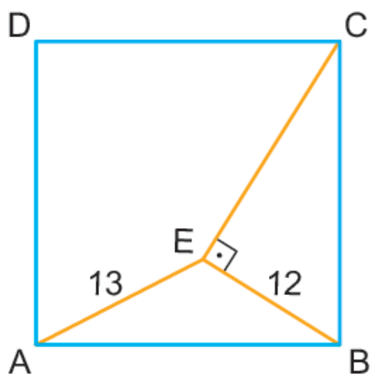
Örnek - 18



ABCD kare, AF ⊥ DE, AF ⊥ BF, IEFI = 2 birim ve IBFI = 3 birimdir.

Buna göre, Alan(ABCD) kaç birimkaredir?

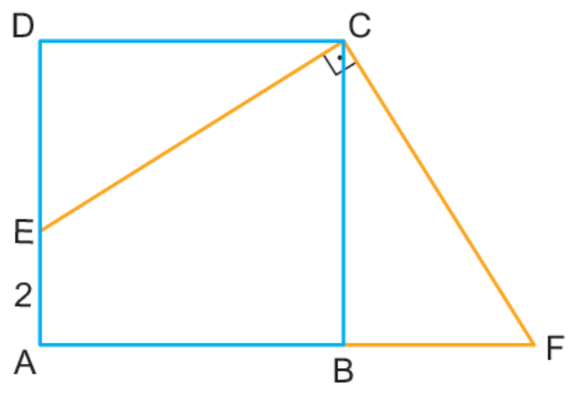
Örnek - 19



ABCD kare, m($\widehat{BEC}$) = 90°, IEBI = 12 birim, IEAI = 13 birim ve m($\widehat{AEB}$) > 90° dir.

Buna göre, ICEI uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 20

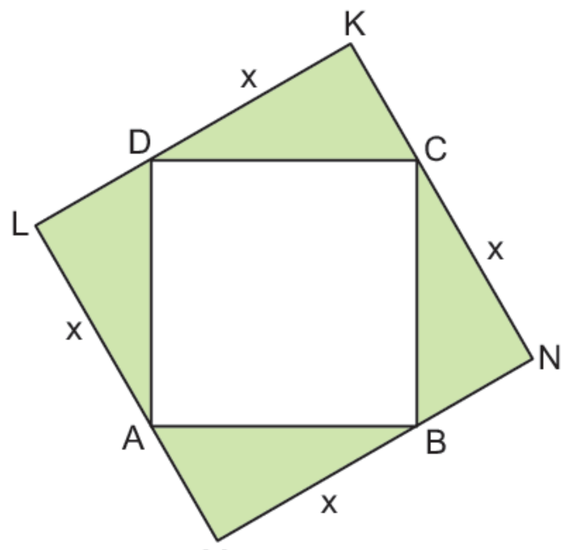


ABCD kare, A, B, F doğrusal, EC ⊥ CF, IEAI = 2 birim ve IDEI = 6 birim'dir.

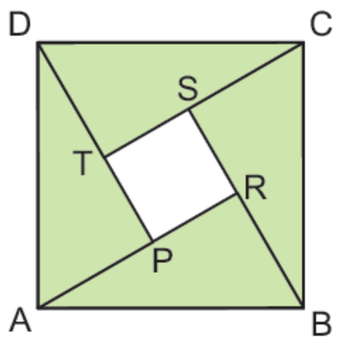
Buna göre, E ile F noktaları arasındaki en kısa uzaklık kaç birimdir?

Örnek - 21

ABCD karesinin kenarlarına, uzun kenarları x birim olan eş dik üçgenlerin hipotenüsleri Şekil 1 ve Şekil 2'deki gibi yapıştırılıp KLMN ve PRST kareleri oluşturuluyor.



Şekil 1



Şekil 2

a) **Oluşturulan karelerin alanları farkı 100 birimkare olduğuna göre, dik üçgenlerden birinin alanı kaç birimkaredir?**

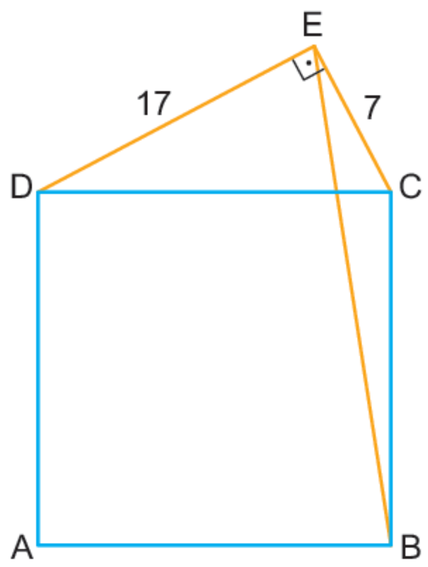
b) **Oluşturulan karelerin alanları toplamı 98 birimkare olduğuna göre, dik üçgenlerden birinin hipotenüs uzunluğu kaç birimdir?**

c) **Oluşturulan karelerin çevreleri toplamı 48 birim olduğuna göre, dik üçgenlerden birinin uzun kenarı kaç birimdir?**

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

18. 34 19. 17 20. $10\sqrt{2}$ 21. a) $\frac{25}{2}$ b) 7 c) 6

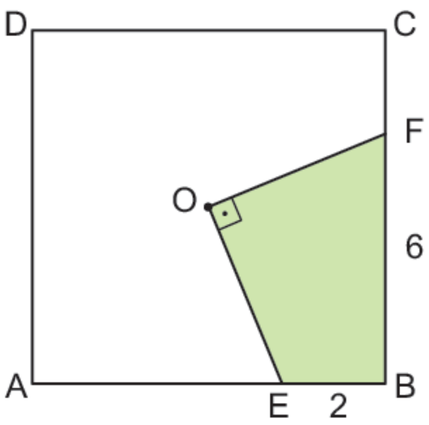
Örnek - 22



ABCD kare, CED üçgen, m(CED) = 90°, |CE| = 7 birim ve |DE| = 17 birimdir.

Buna göre, |EB| kaç birimdir?

Örnek - 23

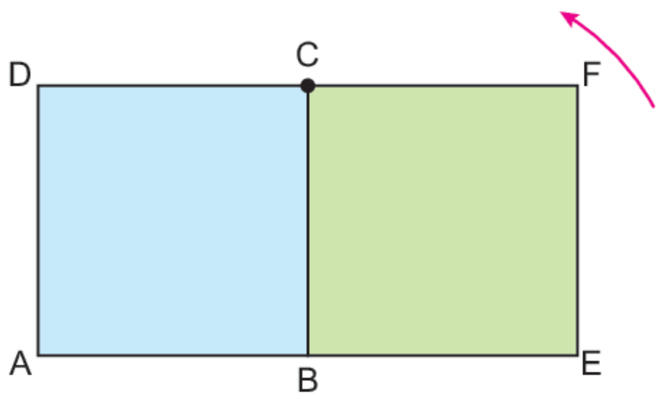


O: ABCD karesinin ağırlık merkezi, OF ⊥ OE, |EB| = 2 birim ve |BF| = 6 birimdir.

Buna göre, OEBF dörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 24

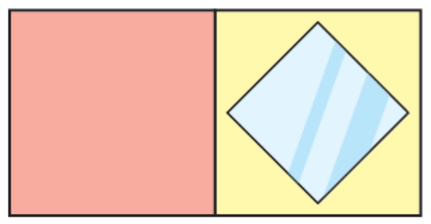
Şekilde, birbirlerine bitişik düzlemsel iki kare vardır. Karelerin ağırlık merkezleri arasındaki en kısa uzaklık 6 birimdir.



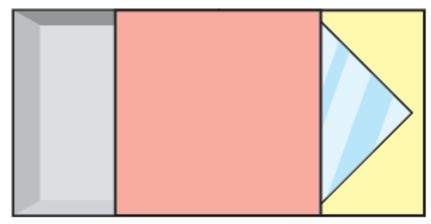
Yeşil kare C noktası etrafında ok yönünde en az kaç derece döndürülürse karelerin ağırlık merkezleri arasındaki uzaklık $3\sqrt{6}$ birim olur?

Örnek - 25

Şekilde 1'de bir dolabın iki kapağının önden görünümü verilmiştir. Dolabın kırmızı kapağı sağa ve sola doğru hareket edebilmektedir.

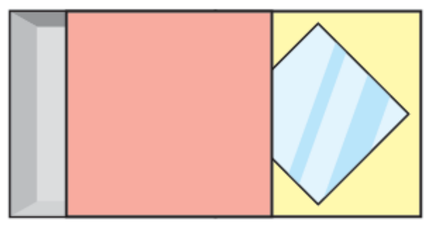


Şekil 1



Şekil 2

Kırmızı kapak sağa doğru biraz hareket ettirilip Şekil 2'deki konumuna getirilirse kare şeklindeki aynanın yarısı gözükmektedir.



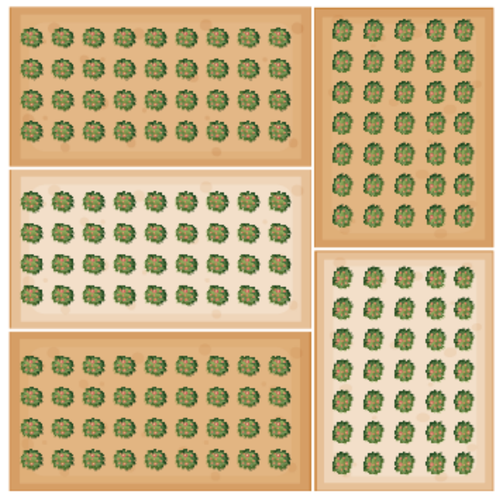
Şekil 3

Kırmızı kapak 2 birim sola hareket ettirilerek Şekil 2'deki konumundan Şekil 3'teki konumuna getirildiğinde aynanın görünen yüzeyinin alanı 16 birimkare arttığı görülüyor.

Buna göre, aynanın alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 26

Bir baba, kare şeklindeki tarlasını 5 çocuğuna eşit alanlı dikdörtgenlere ayırarak şekildeki gibi paylaştırmıştır.



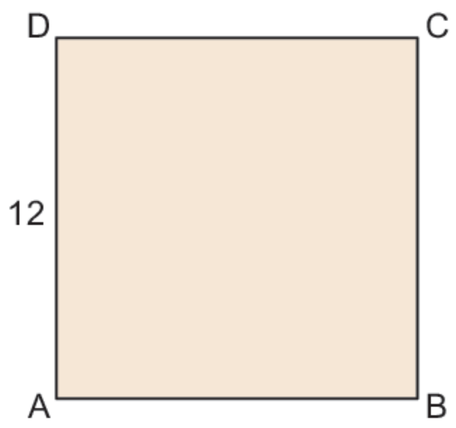
Buna göre, dikdörtgenlerden herhangi ikisinin çevreleri oranı kaç olabilir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

22. 25 23. 16 24. 30 25. 50 26. $\frac{27}{28}$

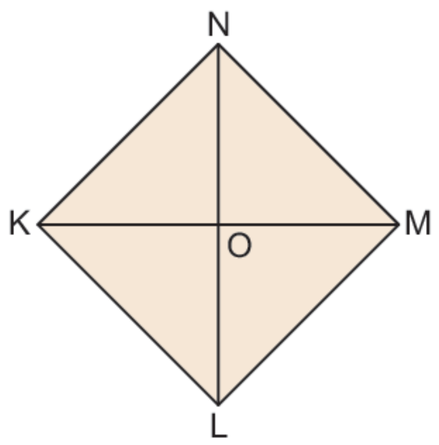
Örnek - 27

ABCD karesi biçimindeki bir kartonun köşeleri ağırlık merkezine gelecek şekilde katlanıyor.

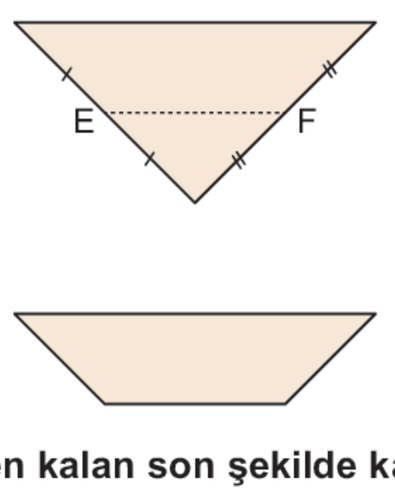


IADI = 12 birimdir.

Elde edilen aşağıdaki şekil KM boyunca tekrar katlanıyor.



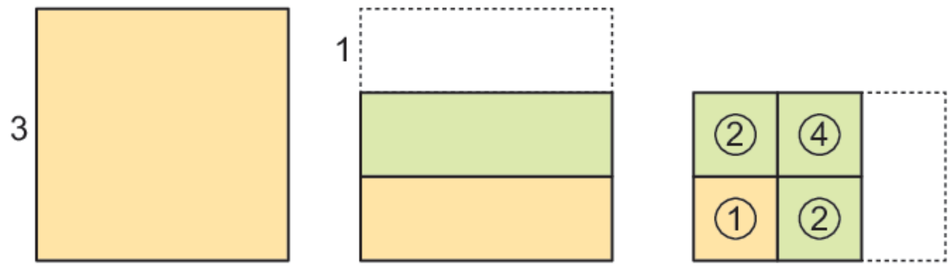
E ve F orta noktalar olmak üzere Şekil EF boyunca kesilip küçük parça atılıyor.



Kesme işleminden kalan son şekilde katlamalar açılırsa elde edilen şeklin çevresi kaç birim olur?

Örnek - 28

Kenar uzunluğu 3 birim olan kare biçimindeki kartona, kenar uzunluğu 1 birim olan dikdörtgenler şeklinde sırasıyla yukarıdan ve sağdan katlamalar yapılıp 2 x 2'lik kare elde ediliyor.

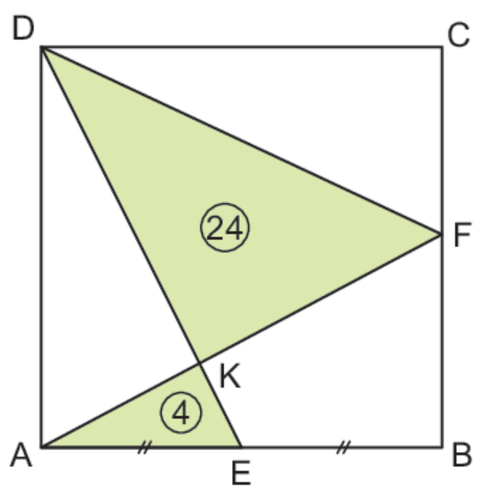


Elde edilen karenin içine kartonun o bölümde kaç kat varsa o sayılar yazılıyor.



Kenar uzunluğu 7 birim olan kartona da aynı katlamalar yapılırsa son durumda ? yerine hangi sayı yazılır?

Örnek - 29



ABCD kare, F ∈ BC, IAEI = IEBI, Alan ($\widehat{AKE}$) = 4 br^2

Alan ($\widehat{DKF}$) = 24 br^2 dir.

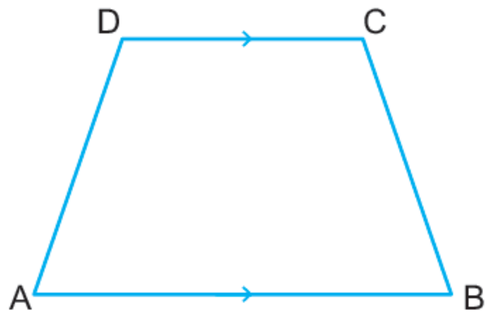
Buna göre, karenin köşegen uzunluğu kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

27. 60 28. 36 29. $4\sqrt{10}$

YAMUK

En az iki kenarı paralel olan dörtgene yamuk denir.



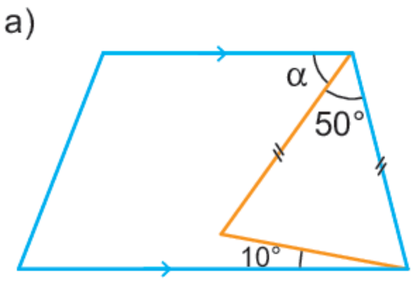
[AB] // [CD]

$\widehat{A} + \widehat{D} = 180°$

$\widehat{B} + \widehat{C} = 180°$ dir.

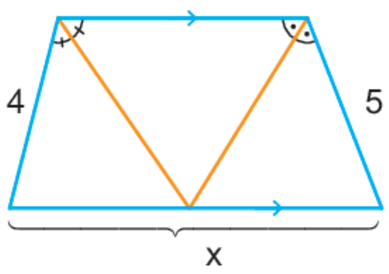
Öğrenme

a)



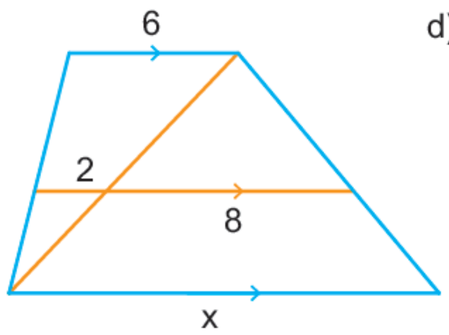
α = ?

b)



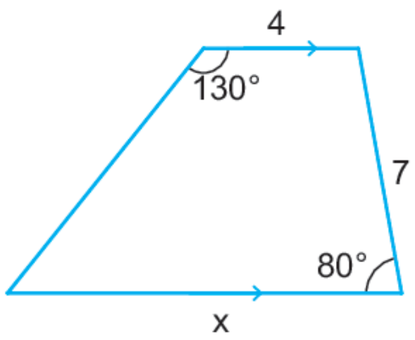
x = ?

c)



x = ?

d)



x = ?

a) 55 b) 9 c) 12 d) 11

Örnek - 1

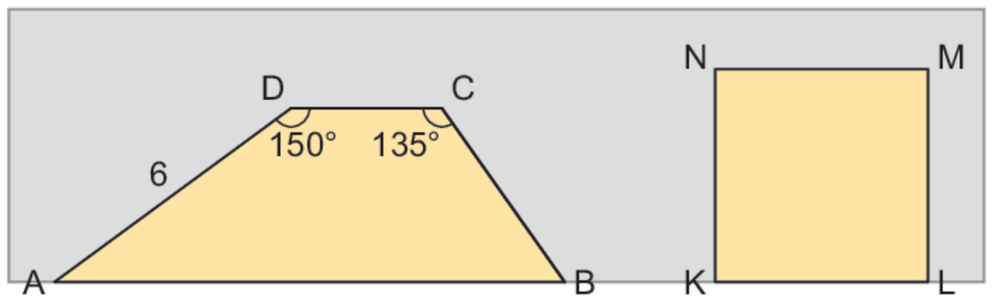
ABCD yamuğunun,

- [AB] // [CD]
- $m(\widehat{ADC}) = 100°$
- BAD açısının açıortay doğrusu [BC] kenarını dik kesiyor.

Özel durumları olduğuna göre, $m(\widehat{BCD})$ ölçüsü kaç derecedir?

Örnek - 2

Dikdörtgen şeklindeki masanın üzerine, birer kenarları masanın kenarı ile çakışacak biçimde ABCD yamuğu ve KLMN karesi biçiminde kartonlar konulmuştur.

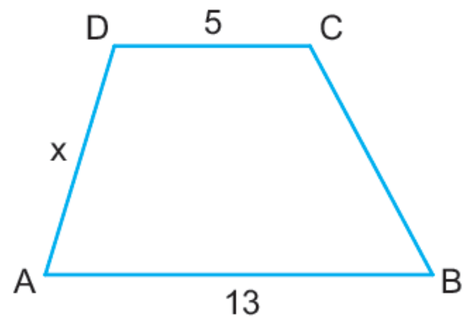


AB // CD, $m(\widehat{ADC}) = 150°$, $m(\widehat{BCD}) = 135°$ ve |AD| = 6 cm'dir.

Yamuk şeklindeki karton, masanın üzerinde kalacak şekilde B köşesi etrafında 75° döndürüldüğünde C köşesi karenin KN kenarının ortasına geliyor.

Buna göre, kare şeklindeki kartonun alanı kaç santimetrekaredir?

Örnek - 3

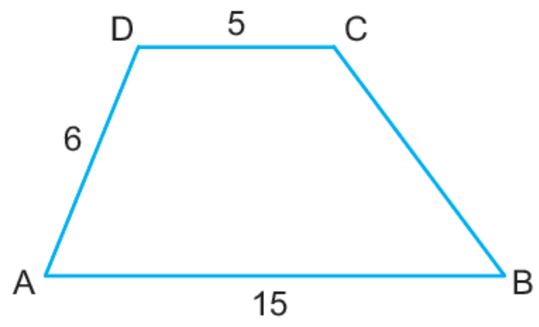


ABCD yamuk, AB // CD, $m(\widehat{BAD}) + 2 \cdot m(\widehat{ABC}) = 180°$,

|AB| = 13 birim ve |CD| = 5 birimdir.

Buna göre, |AD| kaç birimdir?

Örnek - 4



ABCD yamuk, [AB] // [CD , $m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{ABC}) = 90°$,

|AD| = 6 birim, |CD| = 5 birim ve |AB| = 15 birim

olduğuna göre;

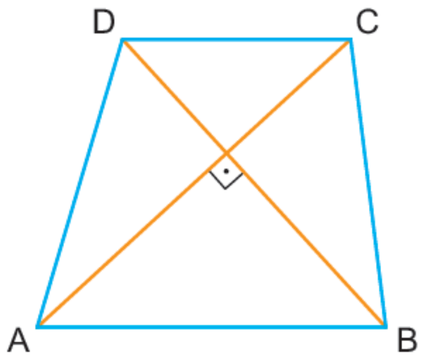
a) |BC| kaç birimdir?

b) ABCD yamuğunun alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

1. 130 2. 54 3. 8 4. a) 8 b) 48

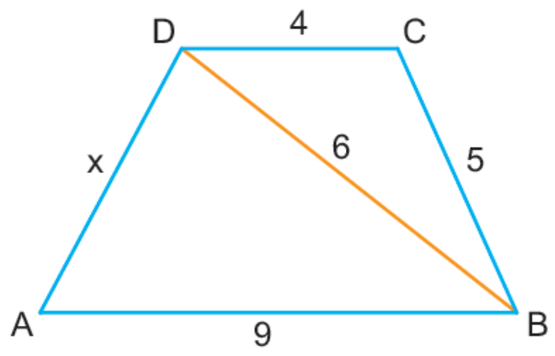
Örnek - 5



ABCD yamuk, AC ⊥ BD, IBDI = 6 birim ve IACI = 12 birimdir.

Buna göre, IABI + ICDI toplamı kaçtır?

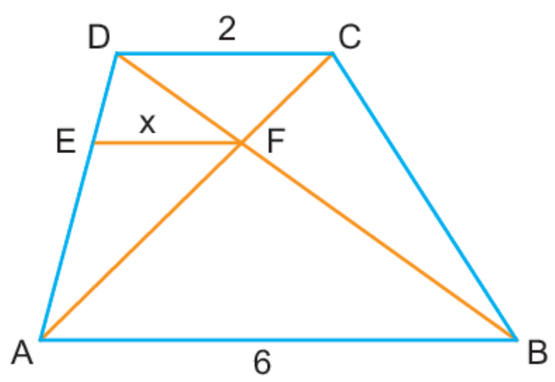
Örnek - 6



ABCD yamuk, [AB] // [CD], ICDI = 4 birim, IBCI = 5 birim, IBDI = 6 birim ve IABI = 9 birimdir.

Buna göre, IADI kaç birimdir?

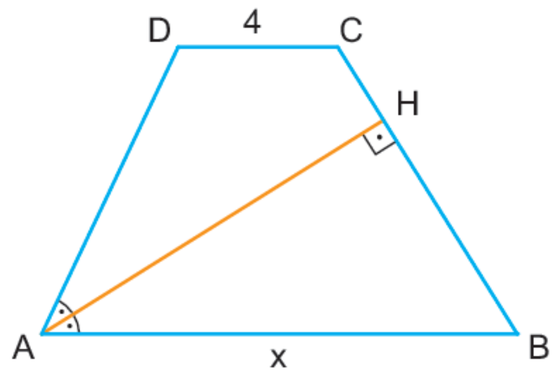
Örnek - 7



ABCD yamuk, [AB] // [CD] // [EF], AC ∩ BD = {F}, IABI = 6 birim ve ICDI = 2 birimdir.

Buna göre IEFI = x kaç birimdir?

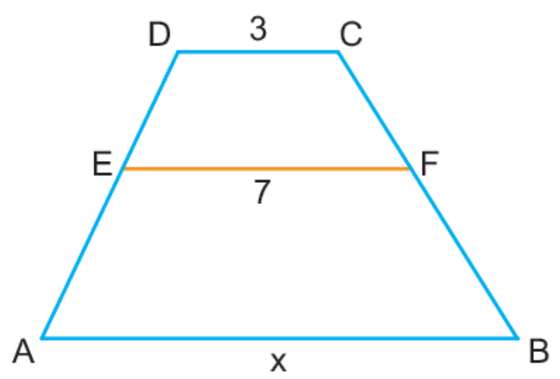
Örnek - 8



ABCD yamuk, [AB] // [CD], BC ⊥ AH, |BH| = 2 · ICHI ve |CD| = 4 birimdir.

Buna göre, |AB| kaç birimdir?

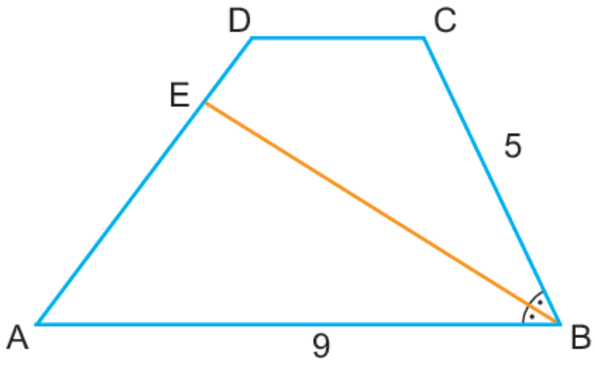
Örnek - 9



ABCD yamuk, [AB] // [CD] // [EF], |BF| = 2 · |CF|, |CD| = 3 birim ve |EF| = 7 birimdir.

Buna göre, |AB| kaç birimdir?

Örnek - 10



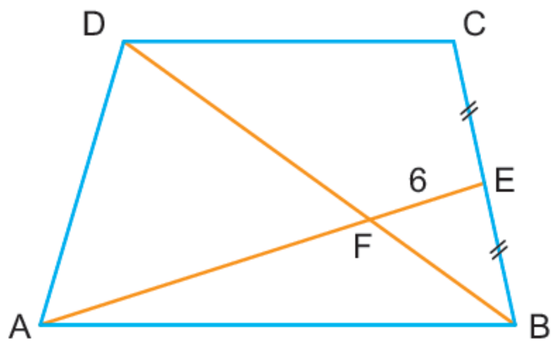
ABCD yamuk, $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{CBE})$, |EA| = 3 · IEDI, |BC| = 5 birim ve |AB| = 9 birimdir.

Buna göre, |CD| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

5. $6\sqrt{5}$ 6. $\frac{15}{2}$ 7. $\frac{3}{2}$ 8. 16 9. 15 10. 2

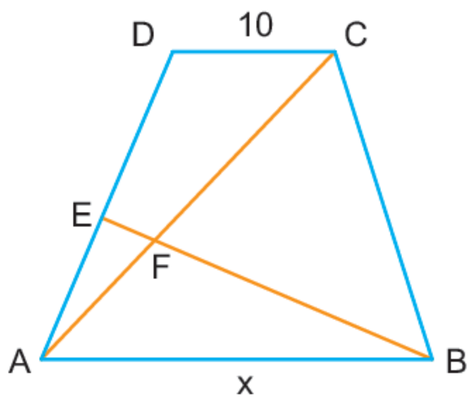
Örnek - 11



ABCD yamuk, [AB] // [CD], BD ∩ AE = {F}, |EB| = |EC|, $5 \cdot |CD| = 4 \cdot |AB|$ ve |EF| = 6 birimdir.

Buna göre, |AF| kaç birimdir?

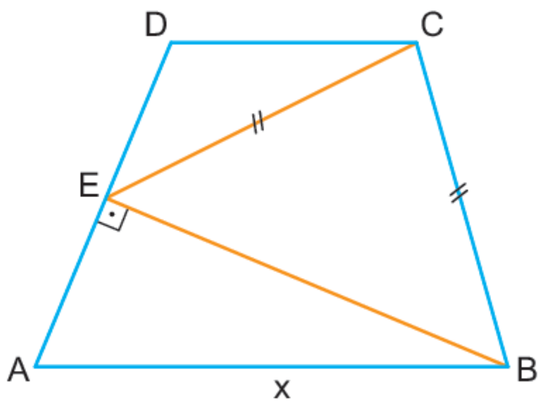
Örnek - 12



ABCD yamuk, AB // CD, $3 \cdot |EA| = 2 \cdot |ED|$, $3 \cdot |EF| = |BF|$ ve |CD| = 10 birimdir.

Buna göre, |AB| kaç birimdir?

Örnek - 13

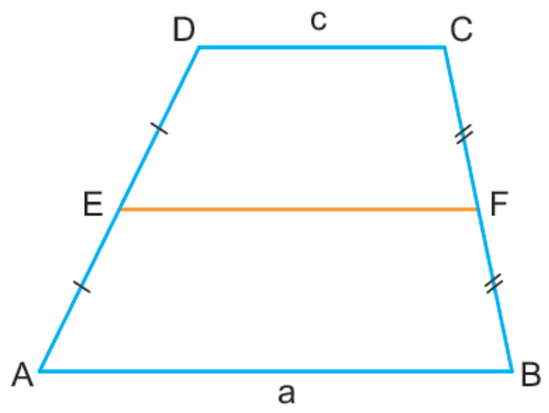


ABCD yamuk, AB // CD, EB ⊥ DA, |CE| = |CB| ve |CD| = 3 birimdir.

Buna göre, |AB| kaç birimdir?

Özellikler

•

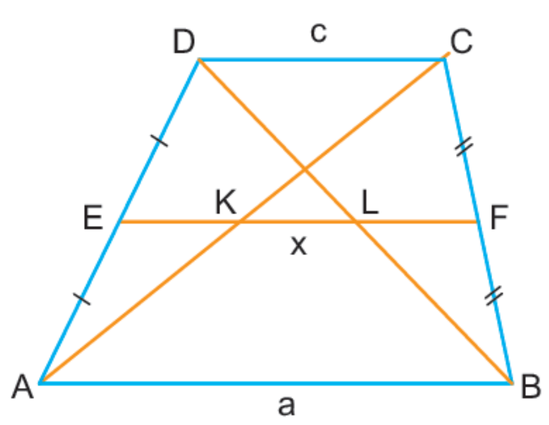


[EF] : orta taban

AB // EF // CD ve

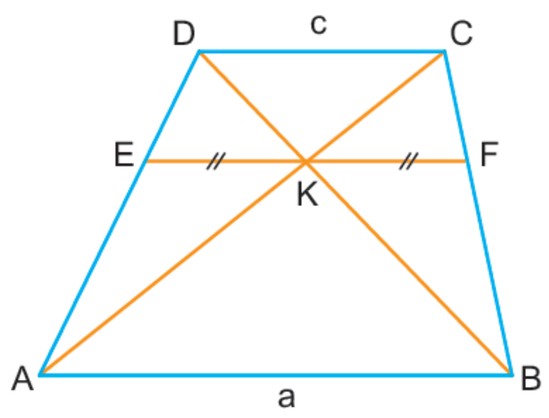
$|EF| = \frac{a+c}{2}$

•



$|KL| = x = \frac{a-c}{2}$ dir.

•

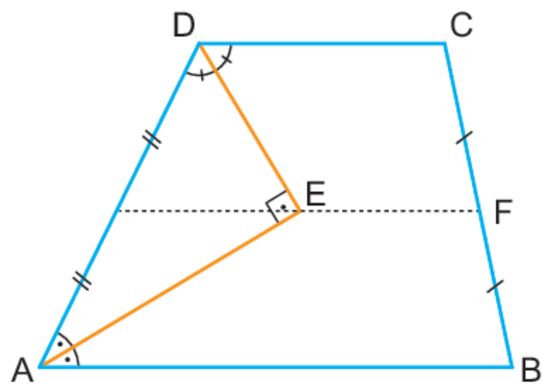


AB // CD // EF ise

|EK| = |KF| ve

$|EK| = \frac{a \cdot c}{a+c}$'dir.

•

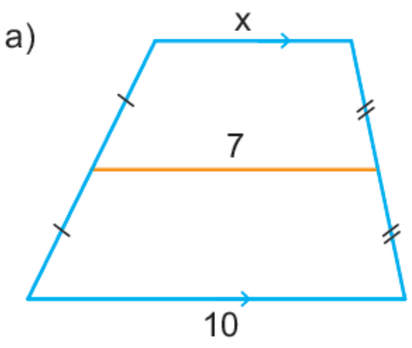


Yamukta açıortaylar dik ve orta taban üzerinde kesişir.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

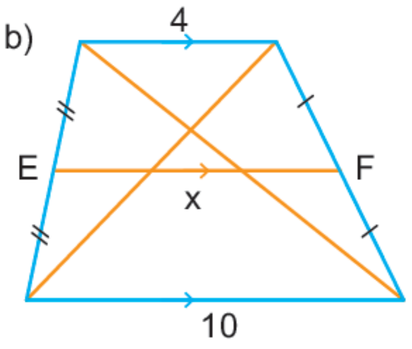
Öğrenme

a)



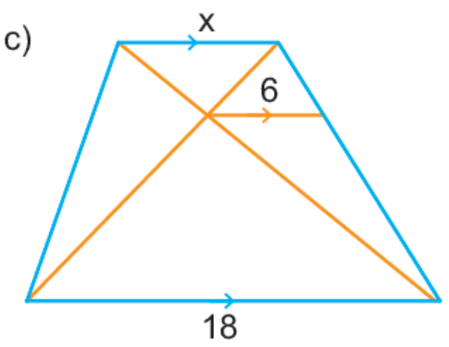
x = ?

b)



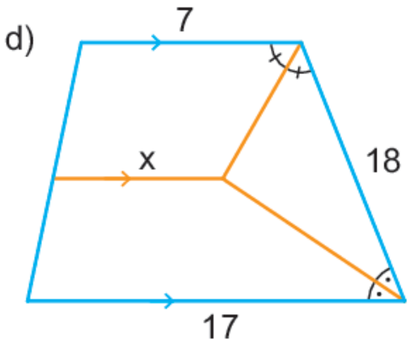
x = ?

c)



x = ?

d)

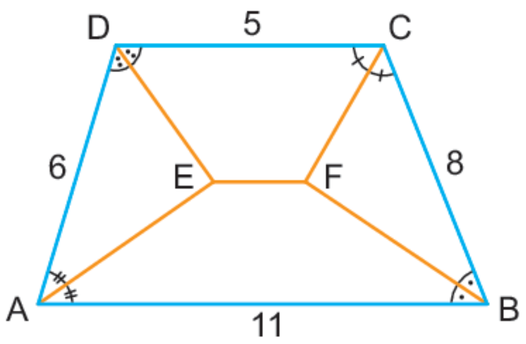


x = ?

a) 4 b) 3 c) 9 d) 3

Alanı | 2

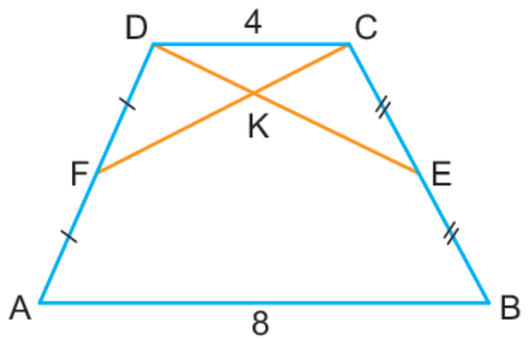
Örnek - 14



ABCD yamuk, AB // CD, AE, DE, BF ve CF açıortay, |AB| = 11 birim, |BC| = 8 birim, |CD| = 5 birim ve |AD| = 6 birimdir.

Buna göre, |EFI kaç birimdir?

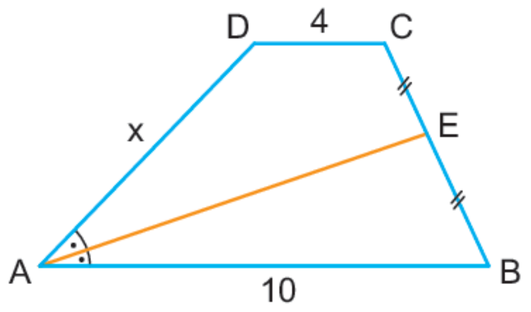
Örnek - 15



ABCD yamuk, [AB] // [CD], |AB| = |BD|, |EB| = |EC|, |AB| = 8 birim ve |CD| = 4 birimdir.

Buna göre, $\frac{|EK|}{|KD|}$ oranı kaçtır?

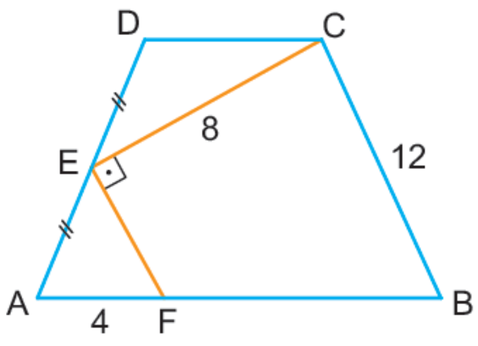
Örnek - 16



ABCD yamuk, [AB] // [CD], |EB| = |CE|, |AB| = 10 birim ve |CD| = 4 birimdir.

Buna göre, |AD| = x kaç birimdir?

Örnek - 17



ABCD yamuk, AB // CD, EF // BC, EF ⊥ EC, |DE| = |EA|, |AF| = 4 birim, |CE| = 8 birim ve |CB| = 12 birimdir.

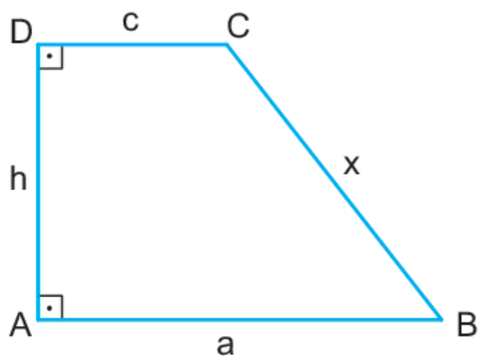
Buna göre, |CD| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

14. 1 15. $\frac{3}{2}$ 16. 14 17. 6

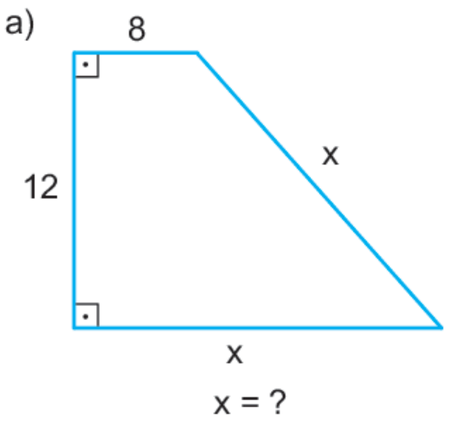
Dik Yamuk

Yan kenarlarından biri tabanlarına dik olan yamuğa **dik yamuk** denir.

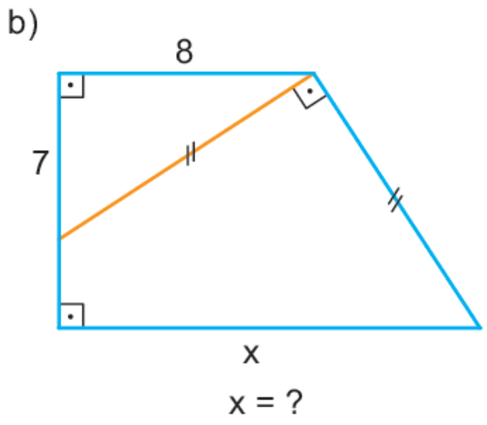


Öğrenme

a)



b)

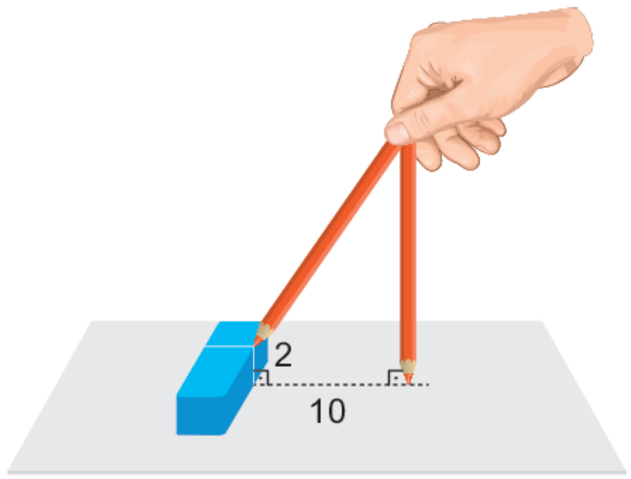


a) 13 b) 15

Alanı | 3

Örnek - 18

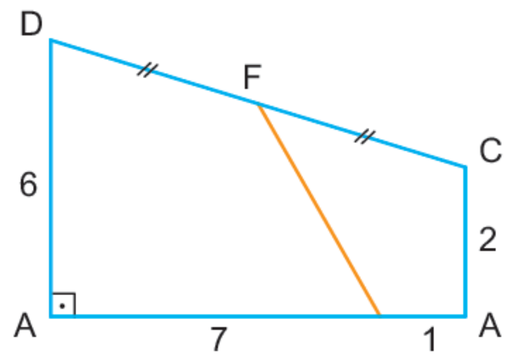
Ali, bir silgi ve özdeş iki kalem ile masanın üzerinde şekildeki gibi bir görüntü oluşturmuştur.



- Silgi masanın üzerinde ve kalemlerden biri masa yüzeyine dik konumdadır.
- Silginin yüksekliği 2 cm ve kalemlerden biri silgiye 10 cm uzaklıktadır.

Buna göre, kalemlerden birinin uzunluğu kaç cm'dir?

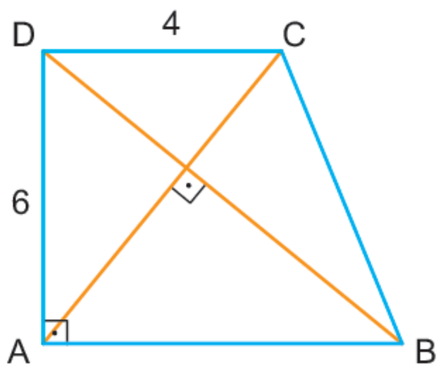
Örnek - 19



ABCD dik yamuk, AD // BC, |DF| = |FC|, |AD| = 6 birim, |BC| = 2 birim, |EB| = 1 birim ve |AE| = 7 birimdir.

Yukarıda verilenlere göre, |EF| kaç birimdir?

Örnek - 20

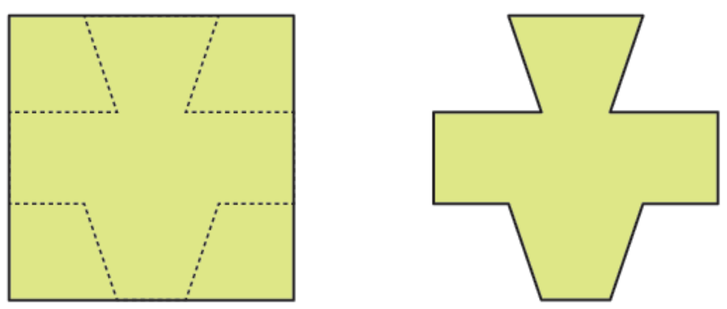


ABCD dik yamuk, AB // CD, AC ⊥ BD, |CD| = 4 birim ve |AD| = 6 birimdir.

Buna göre |AB| kaç birimdir?

Örnek - 21

Kenar uzunluğu 50 cm olan bir karenin köşelerinden, yüksekliği ile üst tabanı eşit ve 12 cm olan eş dik yamuklar kesilip çıkartılıyor.

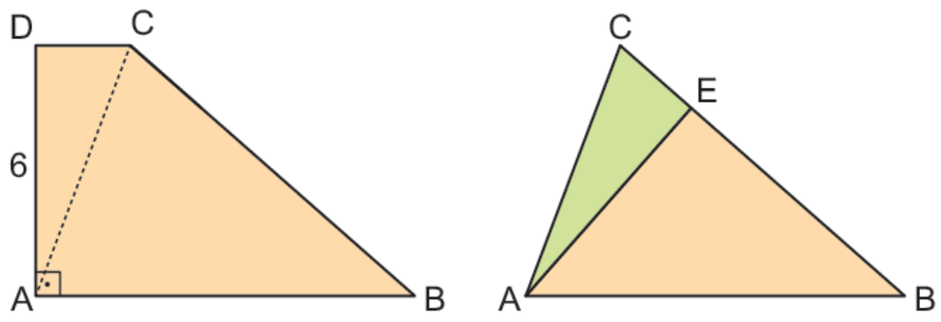


Yeni oluşan şeklin çevresi 212 cm olduğuna göre, alanı kaç cm^2 dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 22

Yüksekliği 6 cm olan ABCD dik yamuğu biçimindeki bir karton AC köşegeni boyunca katlandığında, D köşesi CB doğrusu üzerindeki E noktası ile çakışıyor.



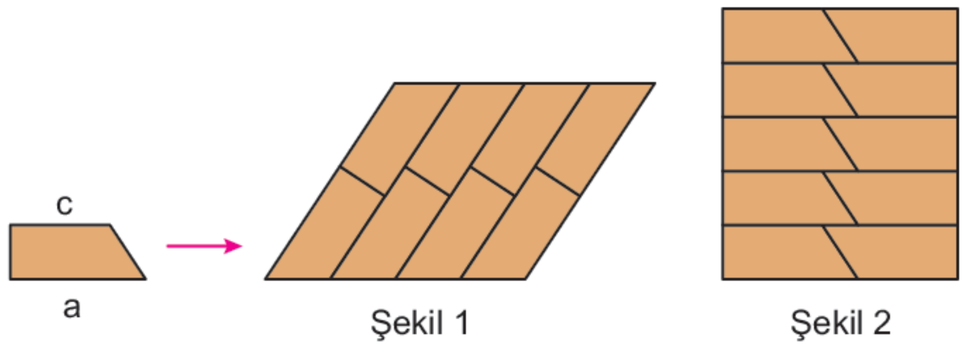
Katlanılan kartona aşağıdaki katlamalar ardarda uygulanıyor.

- ACE üçgeni AE boyunca katlanıp C noktasının yeni yeri F olarak adlandırılıyor.
- Elde edilen EAF üçgeni AF boyunca katlandığında E noktasının yeni yeri AB doğrusu üzerinde oluyor.

Buna göre, ilk kartondaki |AB| + |BC| toplamı kaçtır?

Örnek - 23

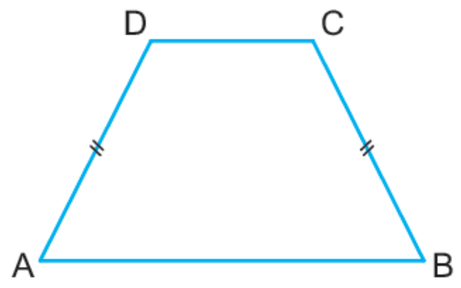
Dik yamuk biçimindeki özdeş tahtalardan 8 tanesi Şekil 1'deki gibi birleştirildiğinde bir eşkenar dörtgen, 10 tanesi Şekil 2'deki gibi birleştirildiğinde bir kare elde ediliyor.



Buna göre, $\frac{a}{c}$ oranı kaçtır?

İkizkenar Yamuk

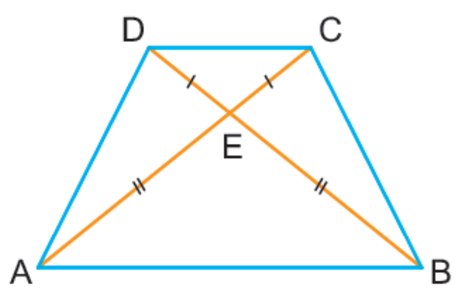
Yan kenar uzunlukları eşit olan yamuğa **ikizkenar yamuk** denir.



$\widehat{A} = \widehat{B}$

$\widehat{C} = \widehat{D}$ dır.

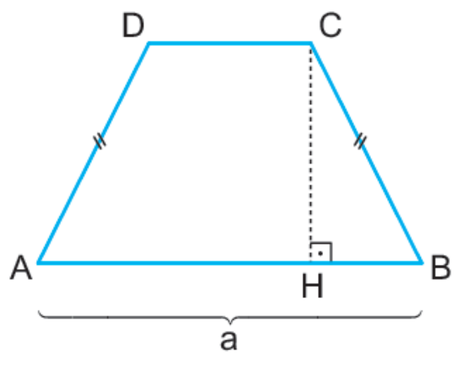
- İkizkenar yamuğun köşegen uzunlukları birbirine eşittir.



$|AC| = |BD|$

$|EC| = |ED|$

$|EB| = |EA|$

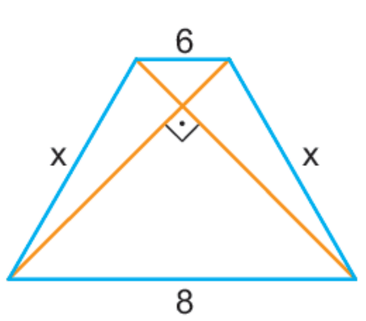
- 

$|HB| = \frac{a-c}{2}$

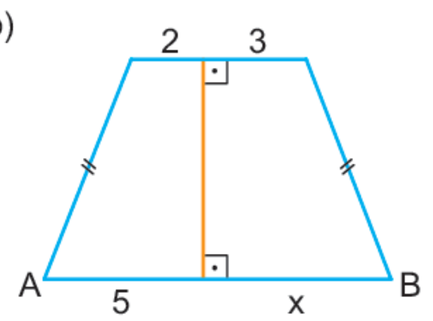
(Sakın ezberleme 😊 ispatı videoda yapılacak)

Öğrenme

a)



b)

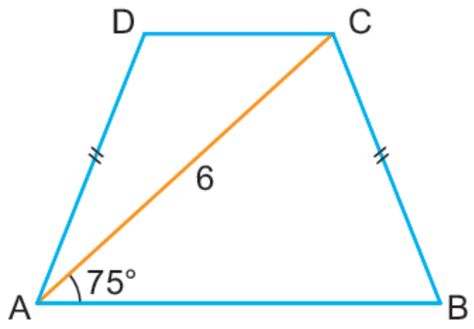


a) $5\sqrt{2}$ b) 6

Alanı | 4

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

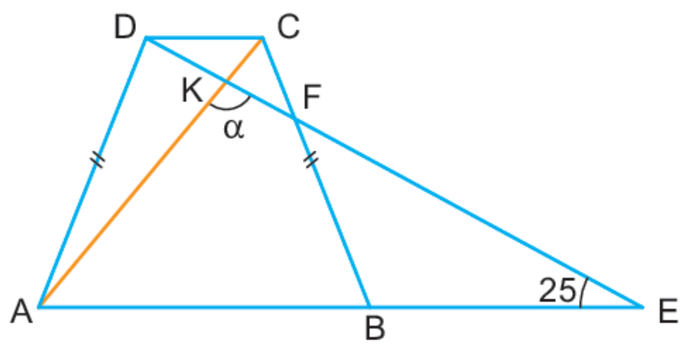
Örnek - 24



ABCD ikizkenar yamuk, AB // CD, $m(\widehat{BAC}) = 75°$ ve |AC| = 6 birimdir.

Buna göre, Alan (ABCD) kaç birimkaredir?

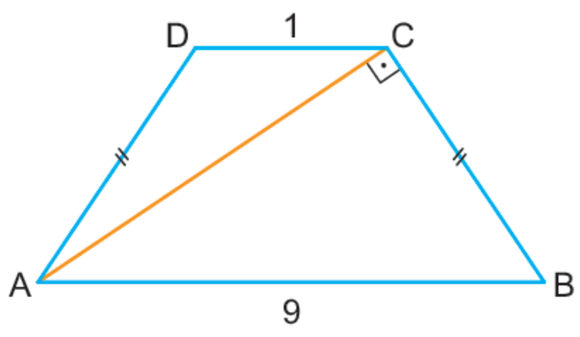
Örnek - 25



ABCD ikizkenar yamuk, AB // CD, |AD| = |BC|, |AC| = |EB| ve $m(\widehat{AED}) = 25°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{AKE})$ kaç derecedir?

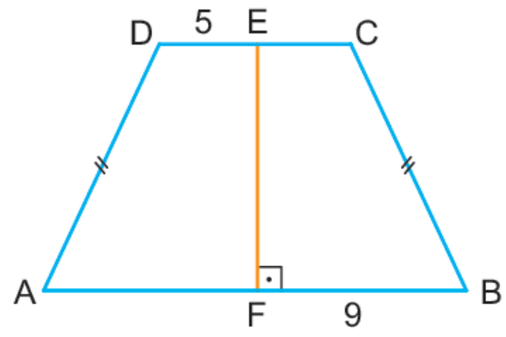
Örnek - 26



ABCD ikizkenar yamuk, AB // CD, |AD| = |BC|, |AB| = 9 birim ve |CD| = 1 birimdir.

Buna göre, |BC| kaç birimdir?

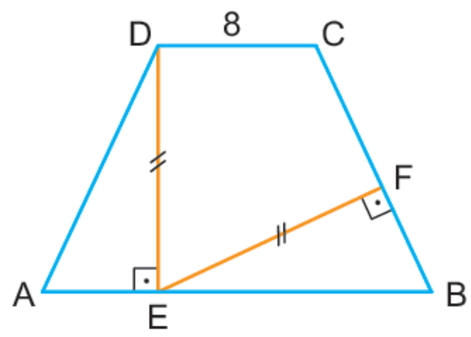
Örnek - 27



ABCD ikizkenar yamuk, AB // CD, |AD| = |BC|, EF ⊥ AB, |ED| = 5 birim ve |BF| = 9 birimdir.

Buna göre, yamuğun orta taban uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 28

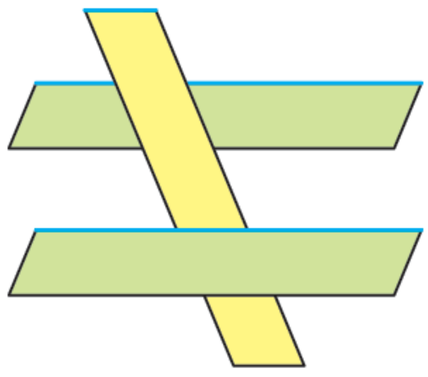


ABCD ikizkenar yamuk, |AD| = |BC|, |ED| = |EF|, |CD| = 8 birim ve |AB| = 18 birimdir.

Buna göre, Çevre(ABCD) kaç birimdir?

Örnek - 29

Renkleri haricinde özdeş olan üç paralelkenar şeklindeki kartonlar aşağıdaki gibi üst üste konulmuştur.



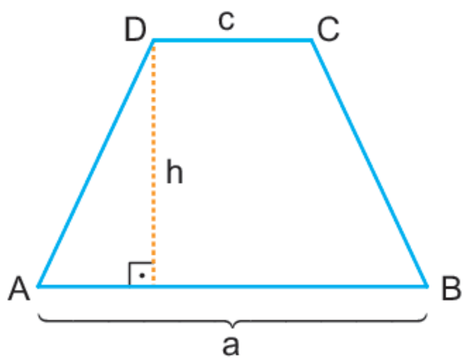
Paralelkenarlardan birinin uzun kenarının kısa kenarına oranı 5 ve alanı 20 br^2'dir.

Şekilde gösterilen mavi kenarlar birbirine paralel olduğuna göre, şeklin görünen yüzünün alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

24. 9 25. 105 26. 6 27. 14 28. 52 29. 52

Yamukta Alan

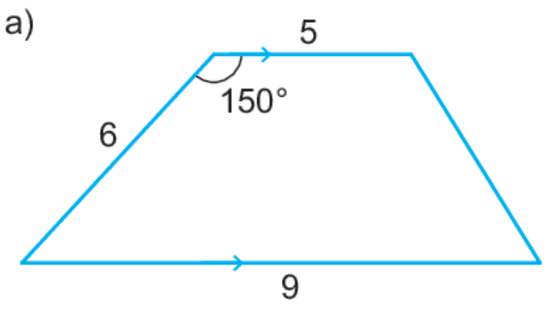


Alan (ABCD) = $\frac{(a+c)\cdot h}{2}$ ya da

Alan (ABCD) = Orta taban × h dır.

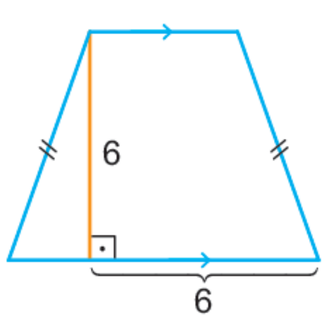
Öğrenme

a)



Alan = ?

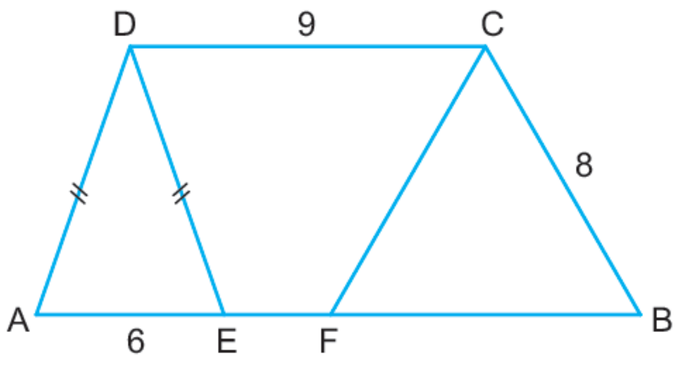
b)



Alan = ?

a) 21 b) 36

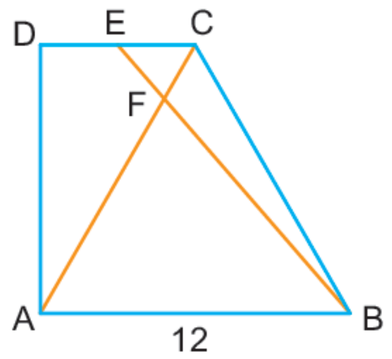
Örnek - 30



ABCD yamuk, BCF eşkenar üçgen, |AD| = |DE|, [AB] // [CD], |AE| = 6 birim, |BC| = 8 birim ve |CD| = 9 birimdir.

Buna göre, ABCD yamuğunun alanı kaç birimkaredir?

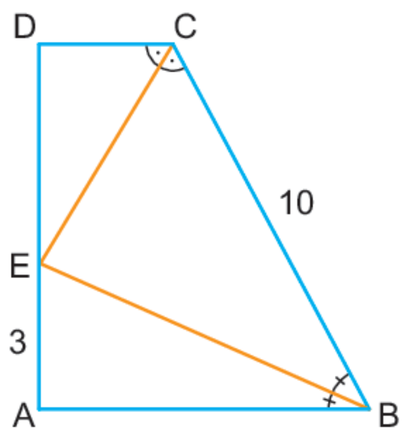
Örnek - 31



ABCD dik yamuk, ABC eşkenar üçgen, [AB] // [CD], |BF| = 3 · |EF| ve |AB| = 12 birimdir.

Buna göre, ABED dik yamuğunun alanı kaç birimkare-dir?

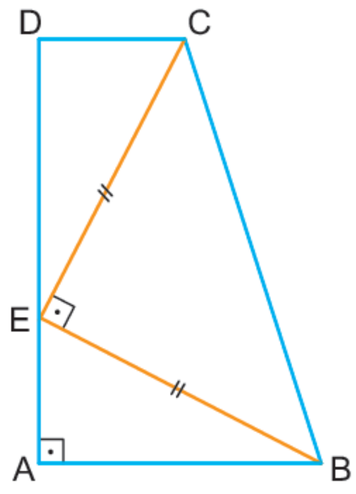
Örnek - 32



ABCD dik yamuk, AB // CD, AB ⊥ AD, [CE] ve [BE] iç açıortay, |EA| = 3 birim ve |BC| = 10 birimdir.

Buna göre, ABCD dik yamuğunun alanı kaç birimkare-dir?

Örnek - 33



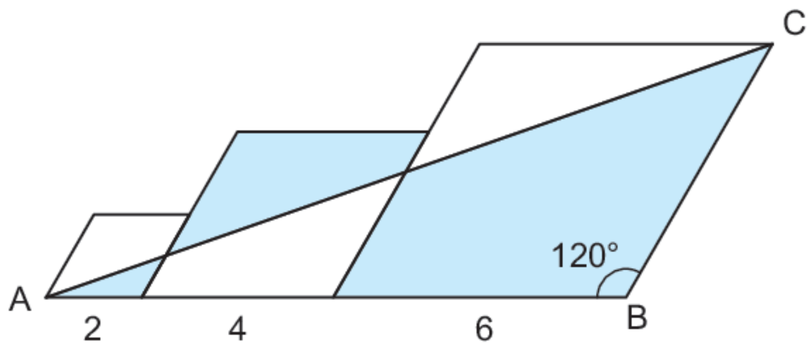
ABCD dik yamuk, AB // CD, m($\widehat{BEC}$) = 90°, |EB| = |EC| ve Alan (ABCD) = 50 br^2 dir.

Buna göre, |AD| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 34

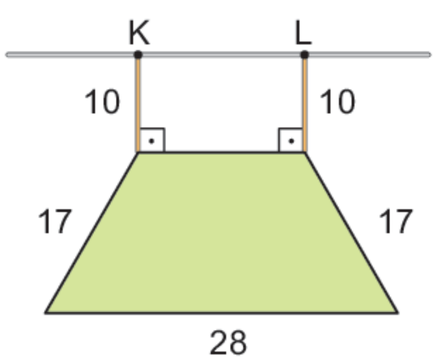
Şekile verilen eşkenar dörtgenlerin birer kenarları AB doğrusu üzerindedir ve eşkenar dörtgenlerin birer kenarı 2, 4 ve 6 birim uzunluğundadır.



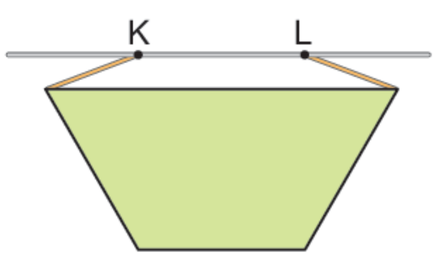
$m(\widehat{ABC}) = 120°$ olduğuna göre, boyalı alanlar toplamı kaç birimkaredir?

Örnek - 35

Yan kenar uzunlukları 17 birim, alt taban uzunluğu 28 birim olan ikizkenar yamuk şeklindeki bir tabela tavandaki K ve L noktalarından 10'ar birim uzunluğundaki iplerle üst tabanının köşelerinden Şekil 1'deki gibi sabitlenmiştir.



Şekil 1



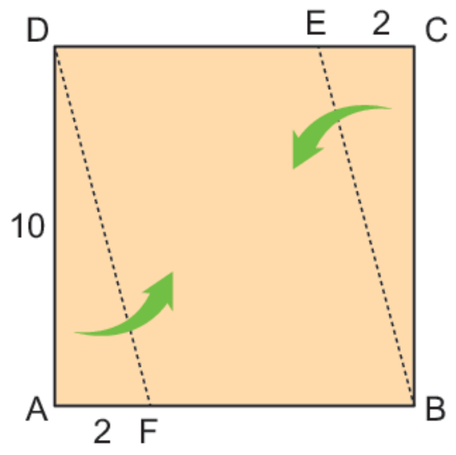
Şekil 2

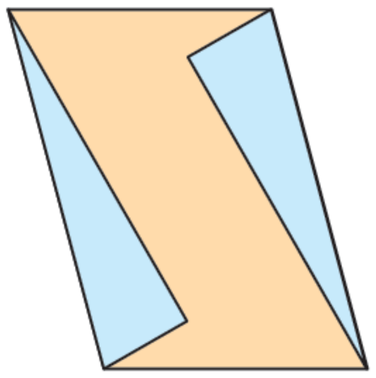
Tabela şekil 2'deki gibi alt tabanının köşelerinden sabitlenirse zeminden 4 birim uzaklaşmaktadır.

Buna göre, tabelanın görünen yüzünün alanı kaç birimkaredir?

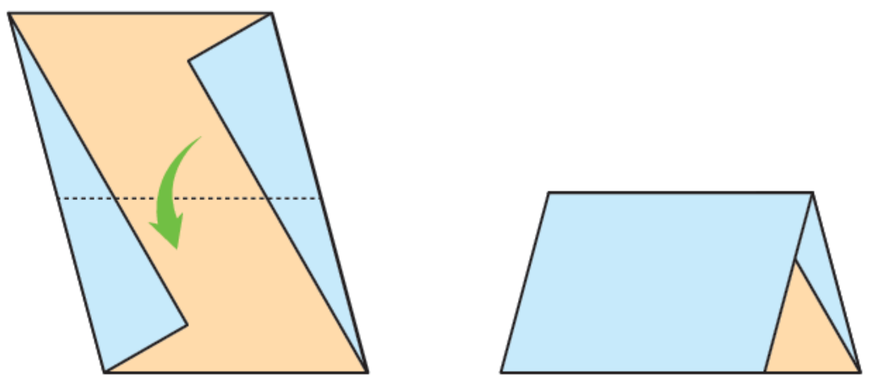
Örnek - 36

Kenar uzunluğu 10 birim olan ABCD karesi, $|CE| = |AF| = 2$ birim olacak şekilde BE ve DF doğruları boyunca şekildeki gibi katlanmıştır.





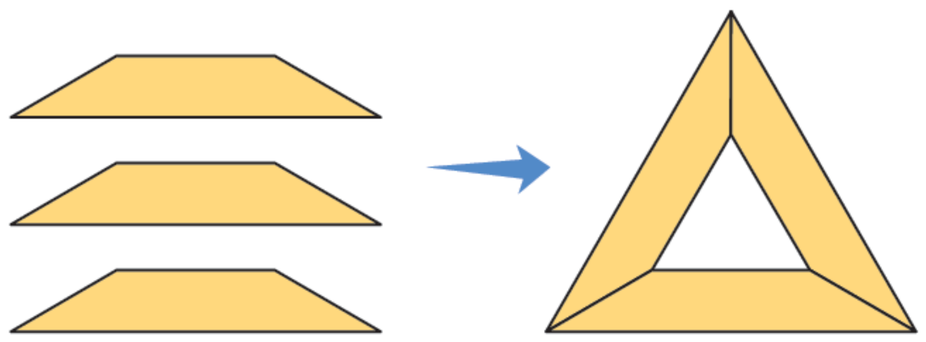
Sonra, oluşan şeklin alt ve üst kenarları çakışacak şekilde bir katlama daha yapılarak bir yamuk elde ediliyor.



Buna göre, bu yamuğun alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 37

3 özdeş ikizkenar yamuk herhangi ikisinin birer kenarları çakışacak biçimde aşağıdaki gibi birleştirilmiştir.



Oluşan şekildeki büyük üçgenin çevresi $18\sqrt{3}$ birim küçük üçgenin alanı $12\sqrt{3}$ birimkaredir.

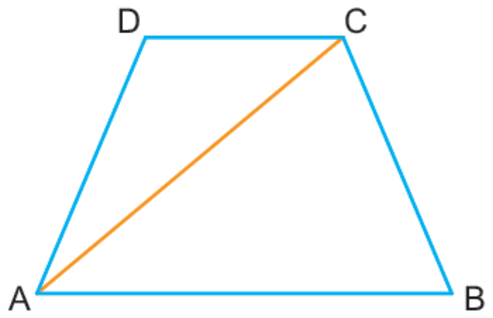
Buna göre, bu ikizkenar yamuklardan birinin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

34. $18\sqrt{3}$ 35. 300 36. 45 37. $5\sqrt{3}$

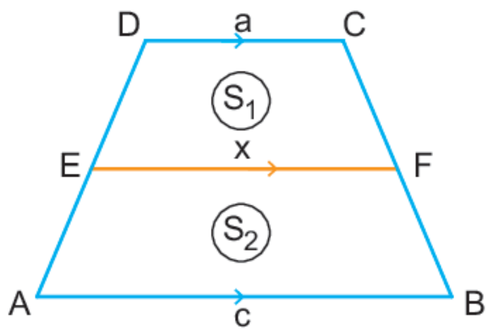
Yamukta Alan Özellikleri

•



$$\frac{\text{Alan}(\widehat{ADC})}{\text{Alan}(\widehat{ABC})} = \frac{|DC|}{|AB|}$$

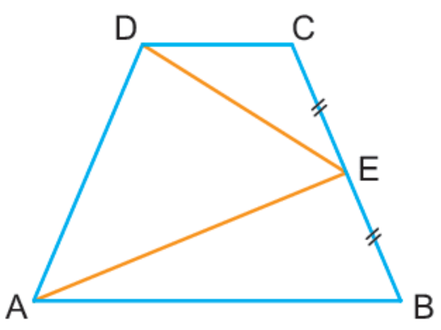
•



AB // EF // CD ise

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{x^2 - a^2}{c^2 - x^2}$ dir.

•



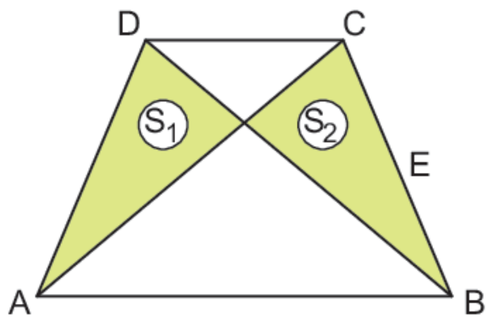
ABCD yamuk

|CE| = |EB| ise

$\text{Alan}(\widehat{ADE}) = \frac{\text{Alan}(ABCD)}{2}$

olur.

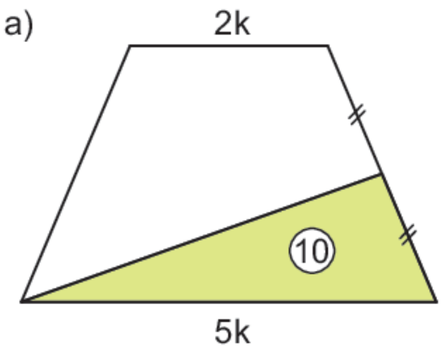
•



$S_1 = S_2$ dir.

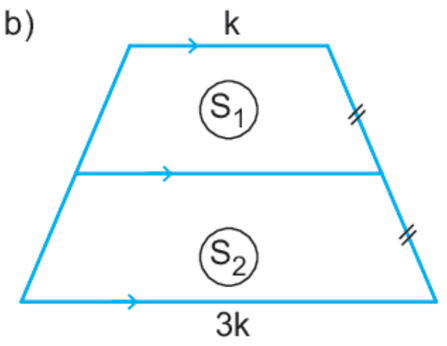
Öğrenme

a)



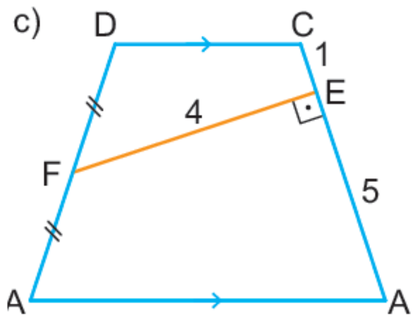
Yamuğun Alanı = ?

b)



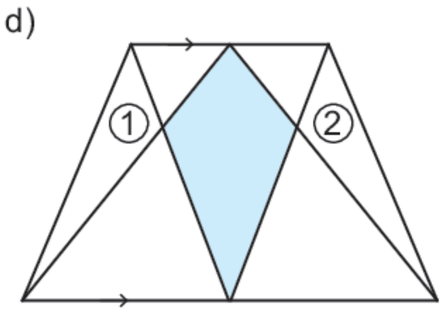
$\frac{S_1}{S_2}$ = ?

c)



A(ABCD) = ?

d)



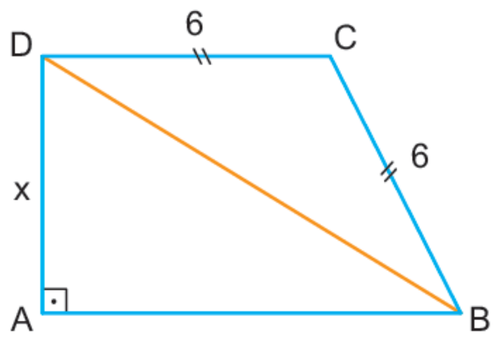
Taralı Alan = ?

a) 28 b) $\frac{3}{5}$ c) 24 d) 3

Alanı | 6

Örnek - 38

Aşağıdaki şekilde BDC üçgeninin alanı, yamuğun alanının yedide üçüdür.

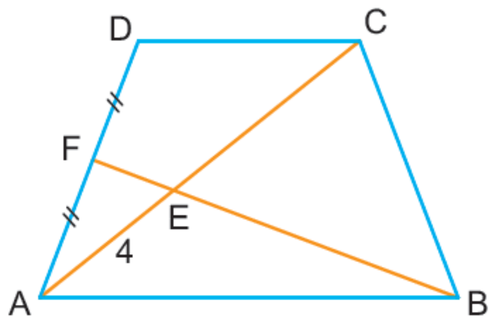


ABCD dik yamuk, [BA] ⊥ [AD], CD // AB, |BC| = |CD| = 6 birim ve |AE| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

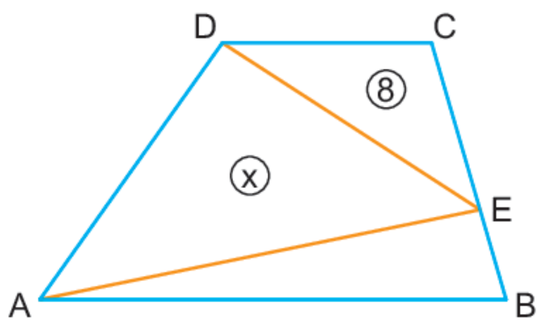
Örnek - 39



ABCD bir yamuk, AB // CD, $|AF| = |FD|$, $\frac{\text{Alan}(\widehat{ACD})}{\text{Alan}(\widehat{ABC})} = \frac{2}{5}$ ve $|AE| = 4$ birimdir.

Buna göre, $|EC|$ kaç birimdir?

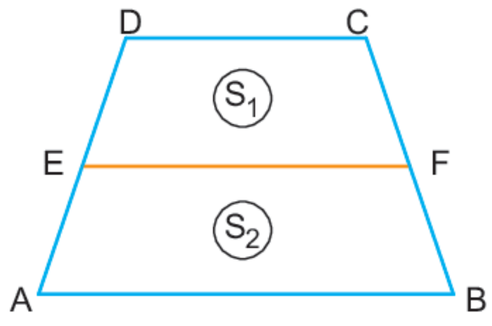
Örnek - 40



ABCD yamuk, [AB] // [CD], $2 \cdot |AB| = 5 \cdot |CD|$, $|CE| = 2 \cdot |EB|$ ve $A(\widehat{DCE}) = 8br^2$ dir.

Yukarıda verilenlere göre, $A(\widehat{ADE})$ kaç birimkaredir?

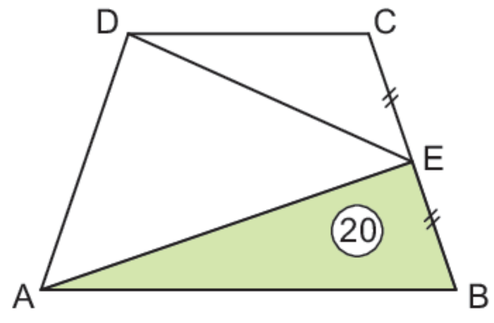
Örnek - 41



ABCD yamuk, AB // EF // CD, $6 \cdot |CD| = 4 \cdot |EF| = 3 \cdot |AB|$ ve $S_1 + S_2 = 48\ br^2$ dir.

S_1 ve S_2 bulundukları bölgelerin alanları olduğuna göre, S_1 alanı kaç birimkaredir?

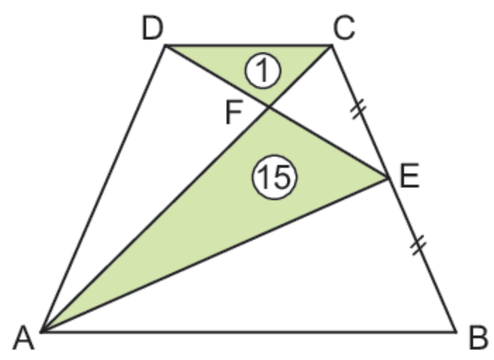
Örnek - 42



ABCD yamuk, AB // CD, $|CE| = |EB|$, $5 \cdot |CD| = 2 \cdot |AB|$ ve Alan $(\widehat{ABE}) = 20\ br^2$ dir.

Buna göre, Alan (ABCD) kaç birimkaredir?

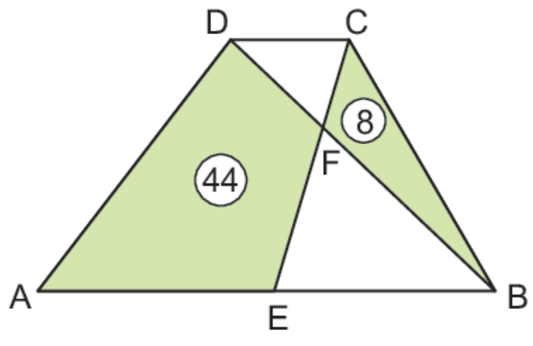
Örnek - 43



ABCD yamuk, AB // CD, $|CE| = |EB|$, Alan $(\widehat{DFC}) = 1\ br^2$ ve Alan $(\widehat{AEF}) = 15\ br^2$ dir.

Buna göre, Alan(ABCD) kaç birimkaredir?

Örnek - 44



ABCD yamuk, [AB] // [CD], $2 \cdot |AE| = 3 \cdot |EB|$, $A(\widehat{BCF}) = 8\ br^2$ ve $A(ADFE) = 44\ br^2$ dir.

Buna göre, A(ABCD) kaç br^2 dir?

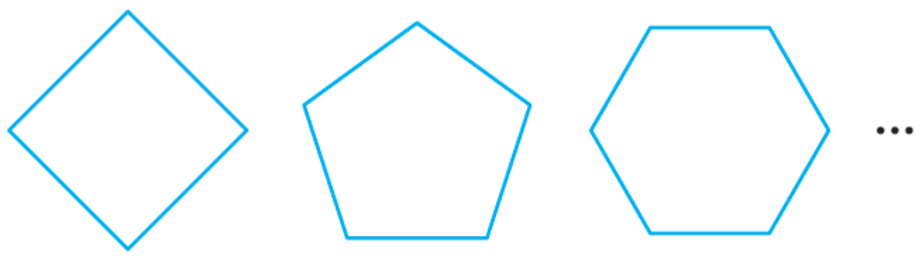
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

39. 5,6 40. 24 41. 20 42. 56 43. 42 44. 72

ÇOKGENLER

Çokgen

Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan n tane noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu kapalı şekillere çokgen denir.



Bir çokgenin;

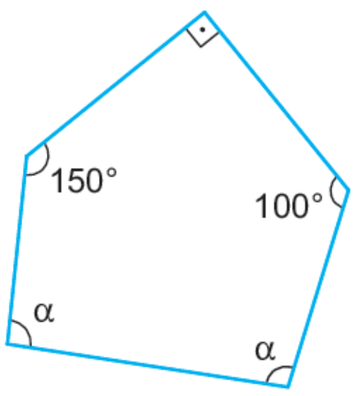
- Bir köşesinden çizilen köşegen sayısı **n – 3**'tür.
- Bir köşesinden çizilen köşegen ile oluşan üçgen sayısı **n – 2**'dir.
- İç açılarının ölçüleri toplamı **(n – 2) · 180°** dir.
- Dış açılarının ölçüleri toplamı **360°** dir.
- Tüm köşegenlerinin sayısı $\frac{n(n-3)}{2}$'dir.

Öğrenme

a) İç açılarının ölçüleri toplamı 1440° olan bir çokgenin, bir köşesinde en fazla kaç köşegen çizilebilir?

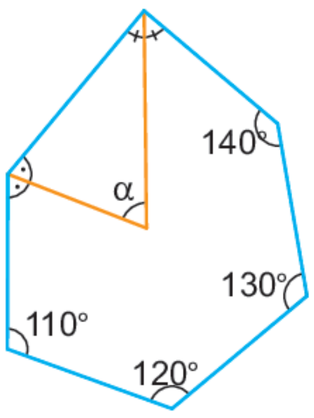
b) Bir köşesinden çizilebilen köşegen sayısı en çok 11 olan konveks bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı kaç tane dik açıya eşittir?

c)



α = ?

d)



α = ?

a) 7 b) 24 c) 100 d) 70

Alanı | 1

Örnek - 1

Bir çokgenin çizilebilecek tüm köşegenlerinin sayısı kenar sayısının 6 katına eşit olduğuna göre, bu çokgende bir köşeden çizilen köşegenlerle en fazla kaç üçgen oluşturulabilir?

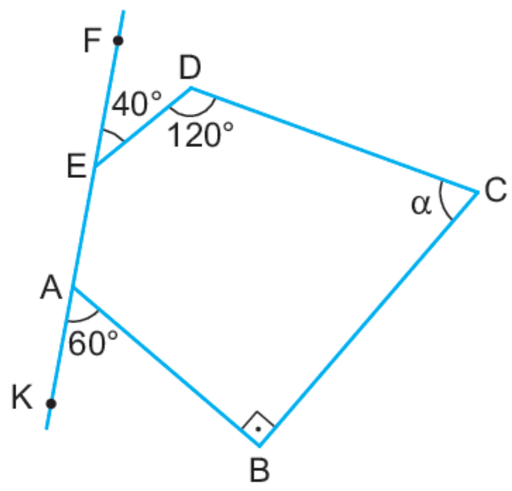
Örnek - 2

Konveks bir çokgenin ardışık üç köşesinden çizilebilen köşegen sayısı 8 olduğuna göre, bu çokgenin kenar sayısı kaçtır?

Örnek - 3

İç açılarından ikisinin ölçüsü 140° ve 160° olan konveks bir çokgenin diğer bütün iç açılarının ölçüsü 165° olduğuna göre, bu çokgenin kenar sayısı kaçtır?

Örnek - 4



ABCDE beşgen, K, A, E, F doğrusal, AB ⊥ BC,

$m(\widehat{DEF}) = 40°$, $m(\widehat{BAK}) = 60°$, $m(\widehat{EDC}) = 120°$ ve

$m(\widehat{BCD}) = \alpha$'dır.

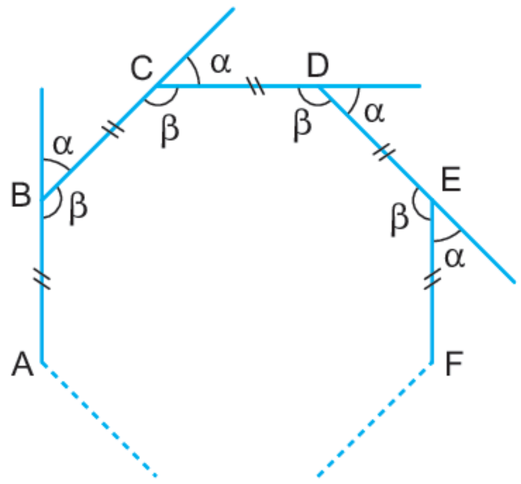
Buna göre, α kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

1. 13 2. 6 3. 22 4. 70

Düzgün Çokgen

Bütün kenar uzunlukları birbirine eşit ve tüm iç açıları eş olan çokgene düzgün çokgen denir.



- ABCDEF... düzgün çokgeninin bir iç açısı;

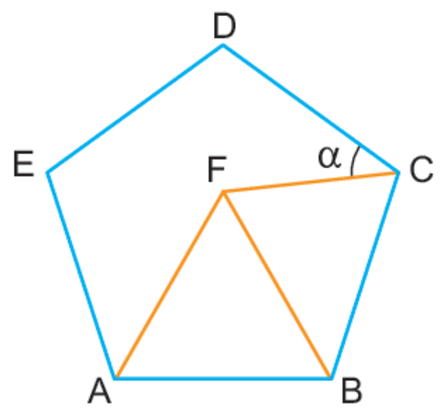
$$\beta = \frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n} \text{ dir.}$$

- ABCDEF... düzgün çokgeninin bir dış açısı

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} \text{ dir.}$$

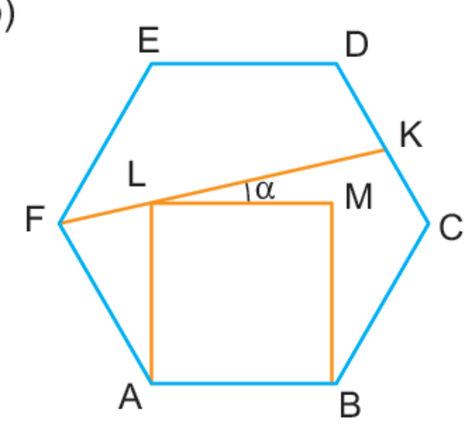
Öğrenme

a)



ABCDE düzgün beşgen
ABF eşkenar üçgen
α = ?

b)



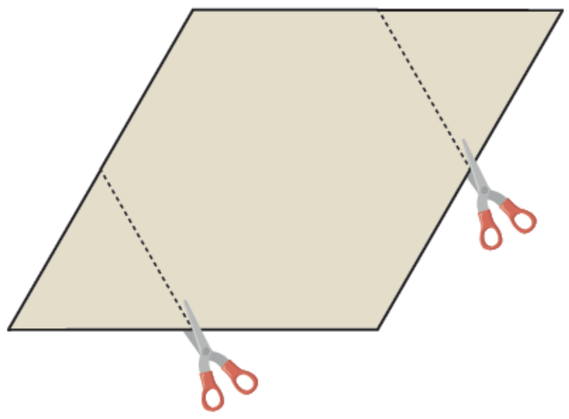
ABCDE düzgün altıgen
ABML kare
α = ?

a) 42 b) 15

Alanı | 2

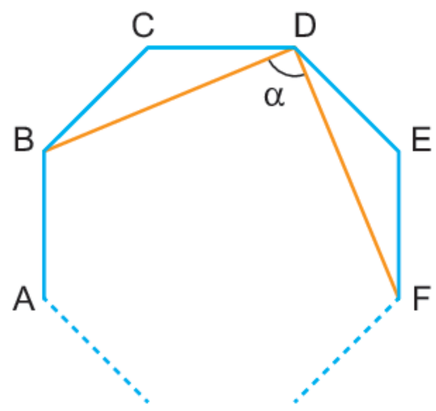
Örnek - 5

Çevresi 40 cm olan dörtgen biçimindeki bir kağıt parçası şekildeki gibi kesikli çizgiler boyunca kesildikten sonra 2 tane üçgen parça çıkarılmış ve bir düzgün altıgen elde edilmiştir.



Buna göre, oluşan altıgenin çevresi kaç cm'dir?

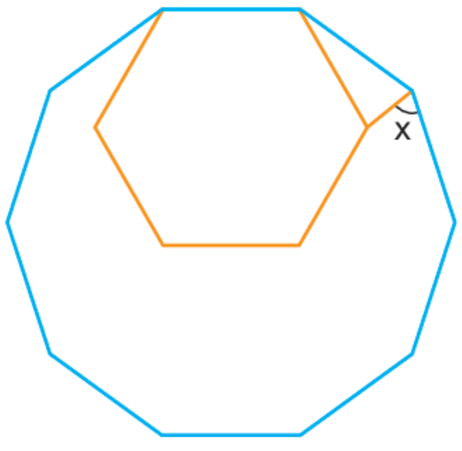
Örnek - 6



Şekildeki ABCDEF... düzgün onsekizgen olduğuna göre, $m(\widehat{BDF})$ kaç derecedir?

Örnek - 7

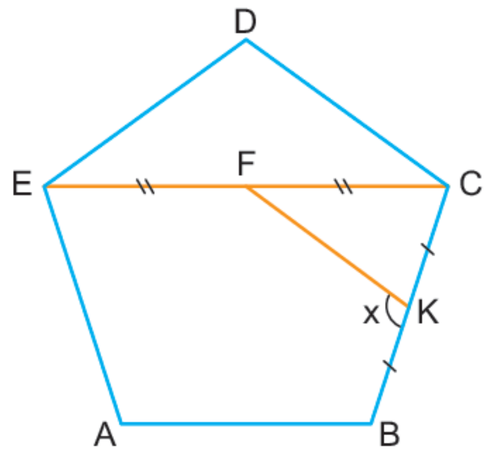
Şekilde, birer kenarları ortak olan bir düzgün ongen ve bir düzgün altıgen ile bu çokgenlerin birer köşesinden çizilen doğru parçası verilmiştir.



Buna göre, x kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 8

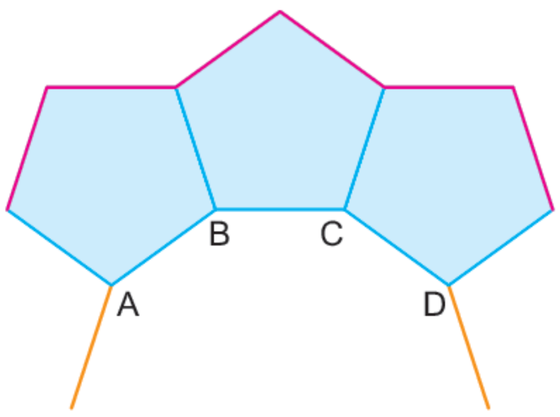


ABCD düzgün beşgen, |EF| = |FC|, |BK| = |KC| ve $m(\widehat{BKF}) = x$'dir.

Buna göre, x kaç derecedir?

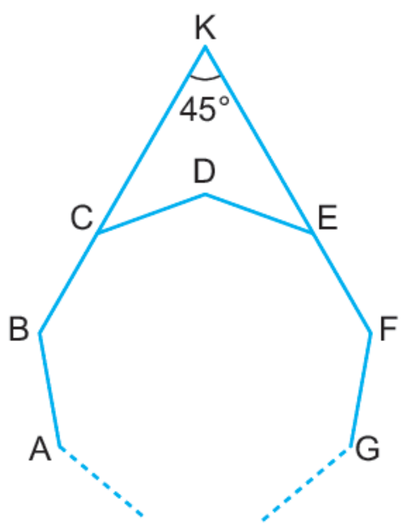
Örnek - 9

Yeterli sayıdaki düzgün beşgen şeklindeki eş kartonlar şekildeki gibi yapıştırılarak ABCD... düzgün çokgeni elde ediliyor.



Bir düzgün beşgenin çevresi 10 cm olduğuna göre, elde edilen şeklin dış çevresi (kırmızı ile gösterilen) kaç santimetredir?

Örnek - 10

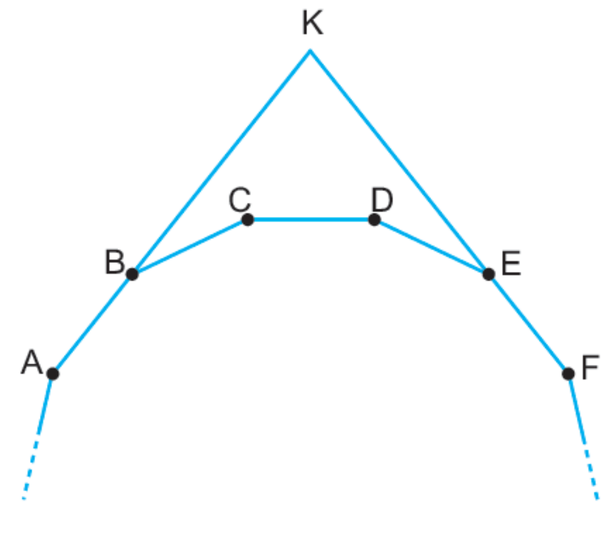


ABCDEFG.... düzgün çokgen, [BC ∩ [FE = {K} ve $m(\widehat{BKF}) = 45°$ dir.

Buna göre, düzgün çokgenin kenar sayısı kaçtır?

Örnek - 11

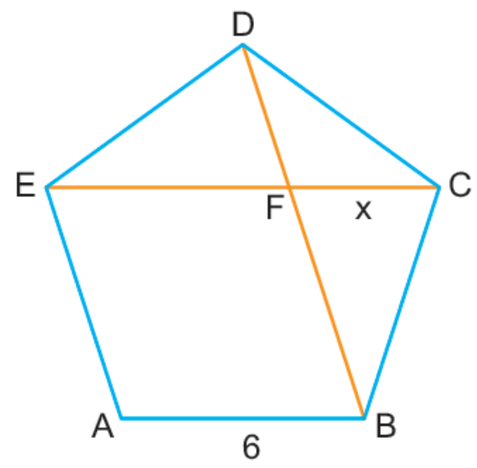
Aşağıdaki şekilde ABCDEF... düzgün onsekizgenin bir parçası gösterilmiştir.



[AB ∩ [FE = {K} olduğuna göre, $m(\widehat{AKF})$ kaç derecedir?

Örnek - 12

Bir düzgün beşgende, bir köşegen uzunluğunun bir kenar uzunluğuna oranı $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$'dir.

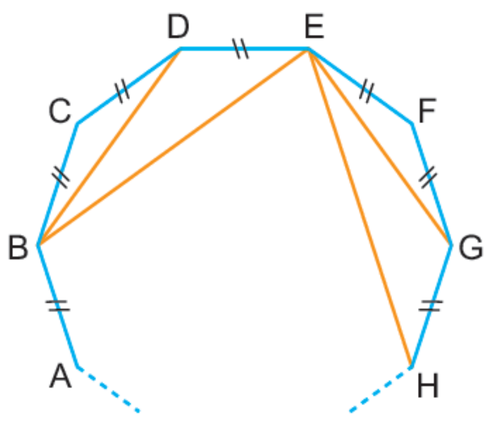


ABCDE düzgün beşgen, [BD] ∩ [CE] = {F}, |AB| = 6 cm ve |CF| = x'dir.

Buna göre, x kaçtır?

Not

Düzgün çokgenlerde, eşit sayıda kenarı ayıran köşegenler birbirine eşittir.



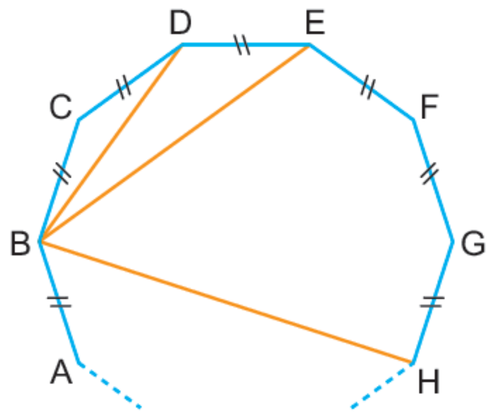
|BE| = |EH|

|BD| = |EG|

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Not

Düzgün çokgenin köşesinden çıkan açılar gördükleri kenar sayısı ile doğru orantılıdır.



$m(\widehat{CBD}) = \alpha$ ise

$m(\widehat{DBE}) = \alpha$

$m(\widehat{EBH}) = 3\alpha$

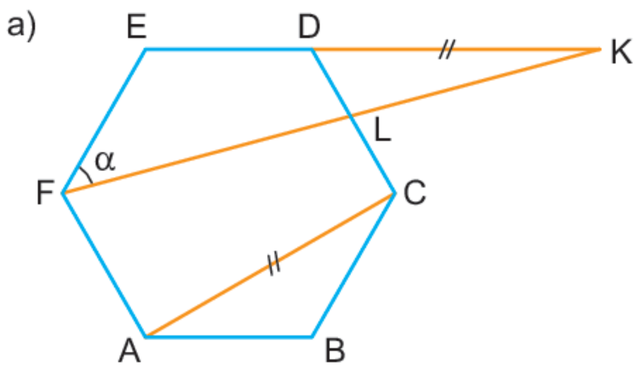
$m(\widehat{CDB}) = \alpha$

$m(\widehat{DEB}) = 2\alpha$

$m(\widehat{BHG}) = 5\alpha$ 'dır.

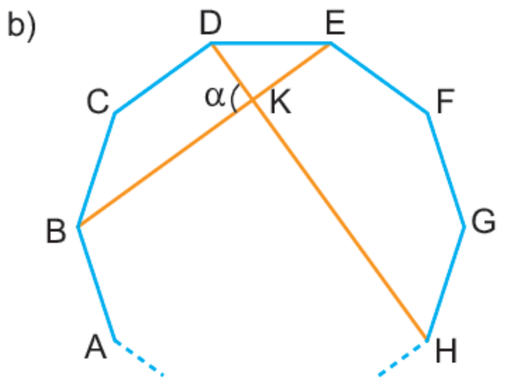
Öğrenme

a)



$\alpha = ?$

b)



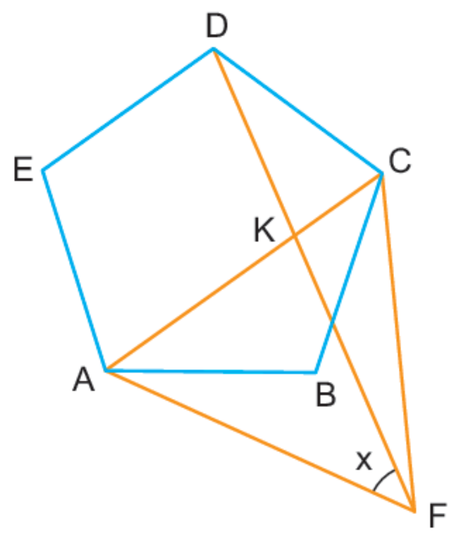
Düzgün yirmigen

$\alpha = ?$

a) 45 b) 45

Alanı | 3

Örnek - 13



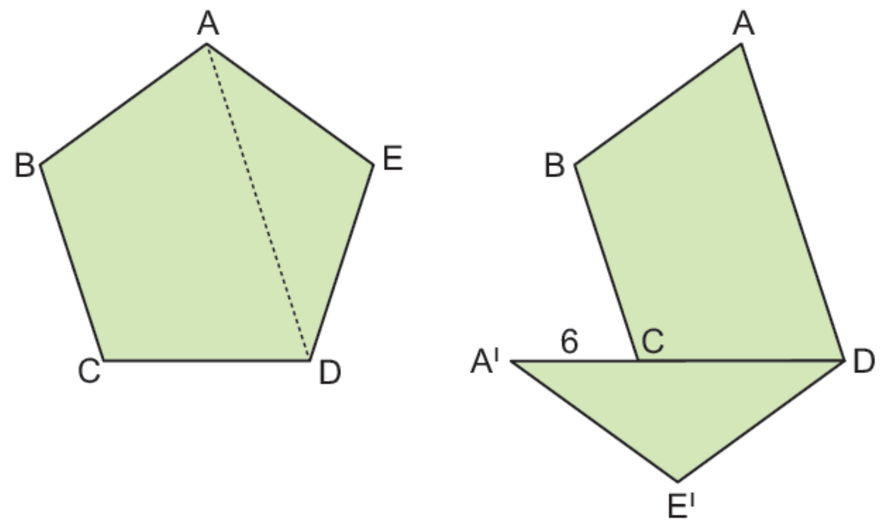
ABCD düzgün beşgen, AFC eşkenar üçgen,

$[DF] \cap [AC] = \{K\}$ ve $m(\widehat{AFD}) = x$'dir.

Buna göre, x kaç derecedir?

Örnek - 14

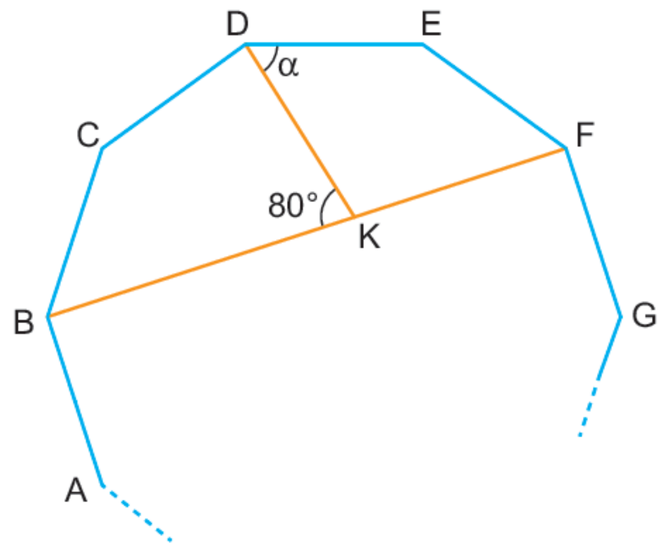
ABCDE düzgün beşgeni biçimindeki karton AD köşegeni boyunca kesilip Şekil 2'deki konuma getirildiğinde $|A'C| = 6$ cm oluyor.



Kesim işleminden önce beşgenin çevresi lastik ip yardımıyla sarılıp kesimden sonrada şeklin çevresi lastik ip gergin halde olacak şekilde sarılıyor.

Buna göre, ip kaç santimetre uzar?

Örnek - 15



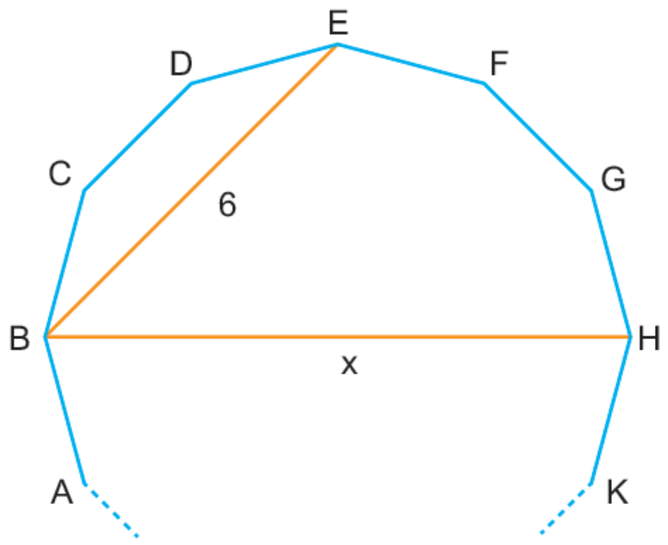
ABCDEFG..... düzgün onsekizgen, $K \in BF$, $m(\widehat{BKD}) = 80°$

ve $m(\widehat{KDE}) = \alpha$ 'dir.

Buna göre, α kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

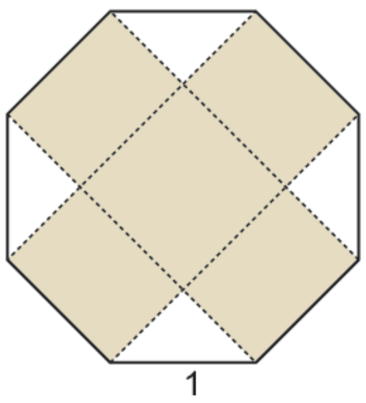
Örnek - 16



ABCDEFGHK.... düzgün onikigen ve |BE| = 6 birim olduğuna göre, |HB| kaç birimdir?

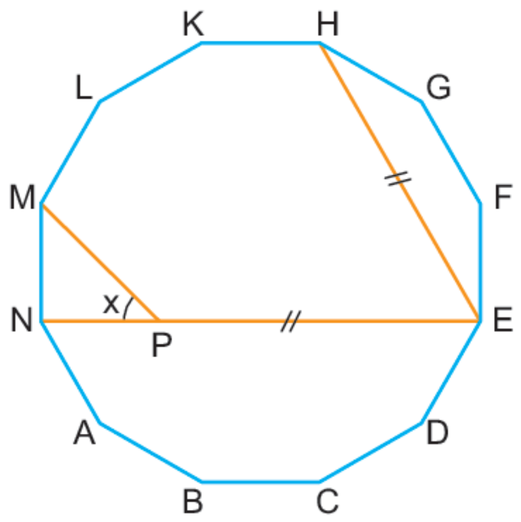
Örnek - 17

Bir kenar uzunluğu 1 birim olan düzgün sekizgen biçimindeki bir kartonun şekildeki dört köşegeni çizildikten sonra oluşan üçgenler kesilip atılıyor.



Buna göre, kalan kartonun alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 18

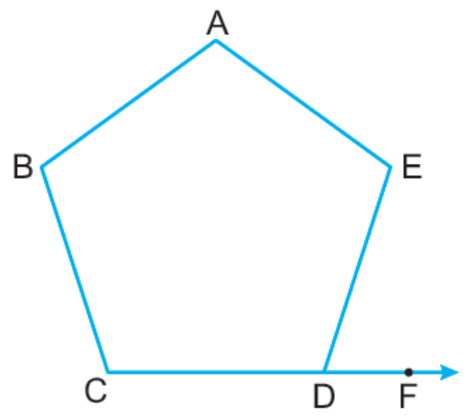


ABC...N düzgün onikigen, P ∈ [NE], |EH| = |EP| ve $m(\widehat{NPM}) = x$'dir.

Buna göre, x açısının ölçüsü kaç derecedir?

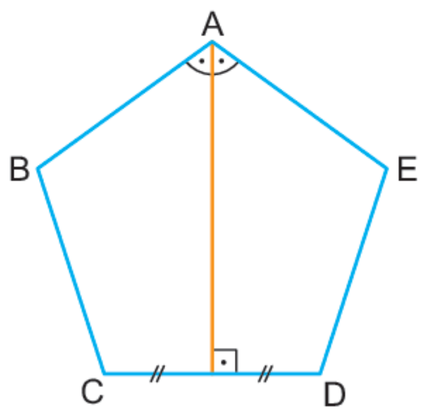
Düzgün Beşgen

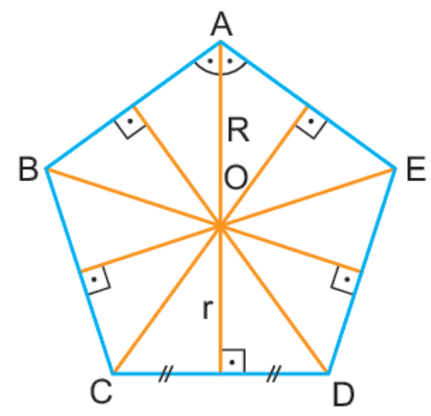
Beş kenarının uzunluğu eşit ve beş iç açısı eş olan konveks çokgene düzgün beşgen denir.



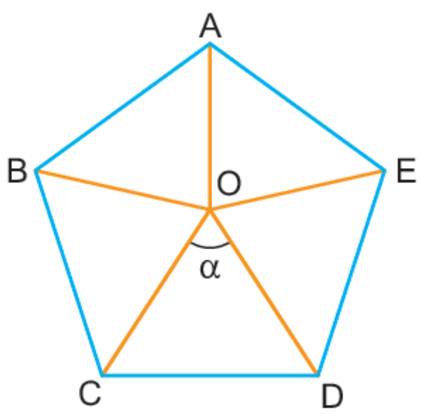
- Bir iç açısı = 108°
- Bir dış açısı = 72°
- Bütün köşegenler birbirine eşittir.

- Düzgün beşgenin beş tane simetri ekseni vardır.





- [AH] Simetri eksenidir. (hem açıortay hemde kenarortay olur.)
- O: Simetri eksenlerinin kesim noktası, ağırlık merkezi, iç teğet çemberinin merkezi ve çevrel çemberin merkezidir.
- R: Çevrel çember yarıçapıdır.
- r: İç teğet çemberinin yarıçapıdır.



O: Çokgenin merkezi

$m(\widehat{COD}) = \alpha = \frac{360}{5} = 72°$

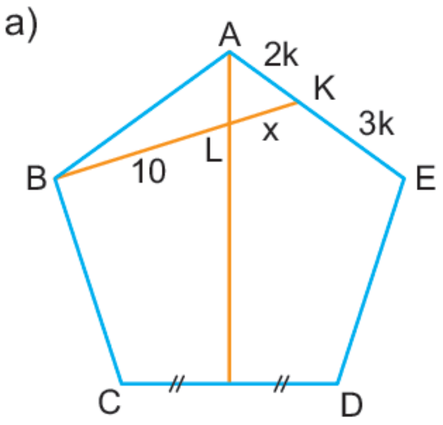
olur.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

16. $6\sqrt{2}$ 17. $2\sqrt{2} + 1$ 18. 45

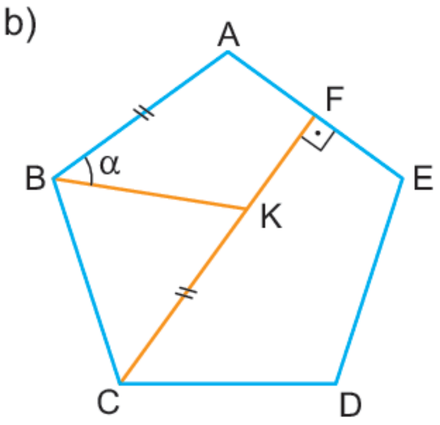
Öğrenme

a)



x = ?

b)

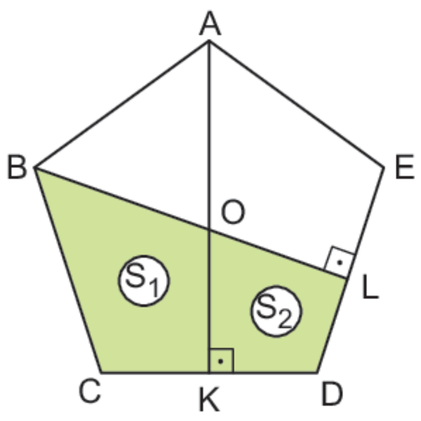


α = ?

a) 4 b) 45°

Alanı | 4

Örnek - 19

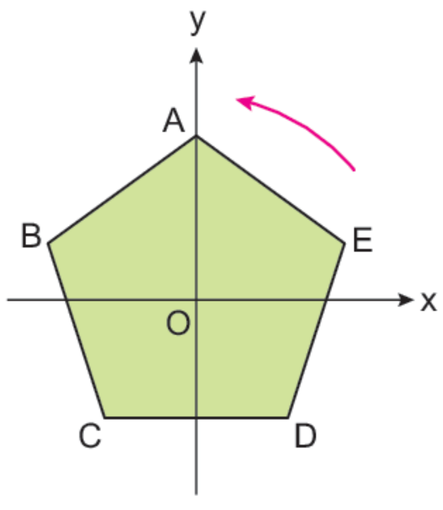


ABCDE düzgün beşgen, AK ∩ BL = {O}, AK ⊥ CD, BL ⊥ DE, Alan(OKCB) = S_1 ve Alan(OKDL) = S_2'dir.

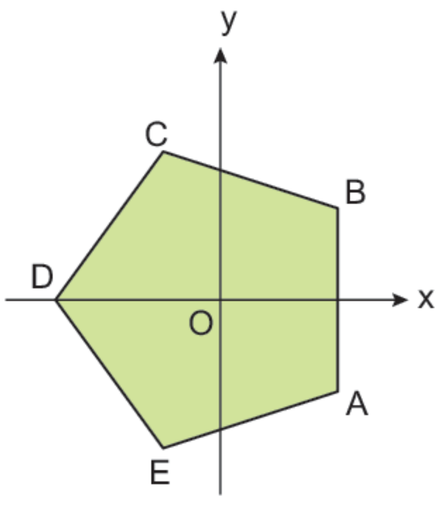
Buna göre, $\frac{S_1}{S_2}$ oranı kaçtır?

Örnek - 20

Analitik düzlemde, A köşesi y-ekseni üzerinde ve merkezi orijinde olan düzgün beşgen Şekil 1'deki gibi yerleştirilmiştir.



Şekil 1

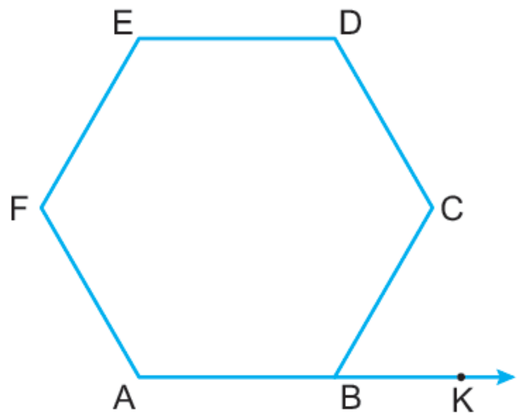


Şekil 2

Buna göre, düzgün beşgen O noktası etrafında kaç derece döndürülürse Şekil 2'deki görüntü oluşur?

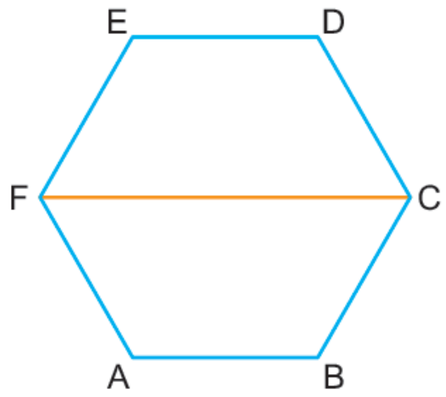
Düzgün Altıgen

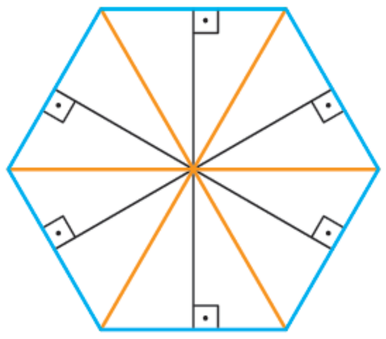
Altı kenarının uzunluğu eşit ve altı iç açısı eş olan konveks çokgene **düzgün altıgen** denir.



- Bir iç açısı = 120°
- Bir dış açısı = 60°

- Düzgün altıgenin altı tane simetri ekseni vardır.

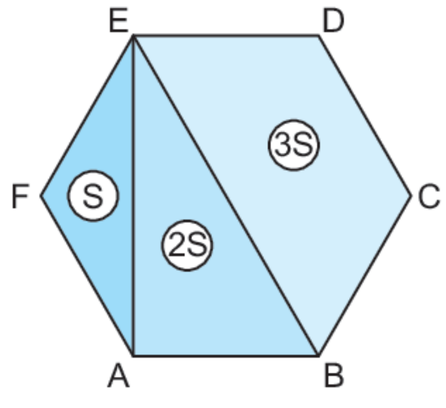


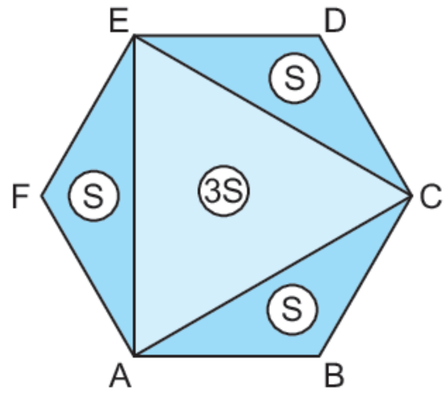


- En uzun köşegen simetri eksenidir ve bir kenarının iki katıdır.
- Simetri eksenlerinin kesim noktası, iç teğet çember merkezi, çevrel çember merkezi ve ağırlık merkezi aynı noktadır.
- Karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir.

  AB // ED, CD // AF, BC // EF

- R: Çevrel çember yarıçapı
- r: İç teğet çember yarıçapı
- Alan = $6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



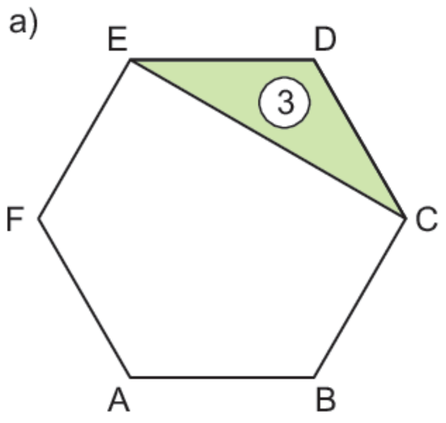


Alan özellikleri sağlanır.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

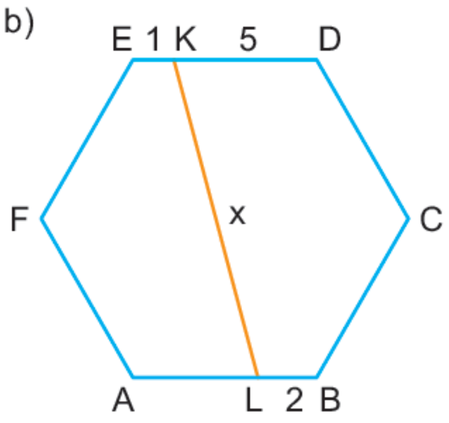
Öğrenme

a)



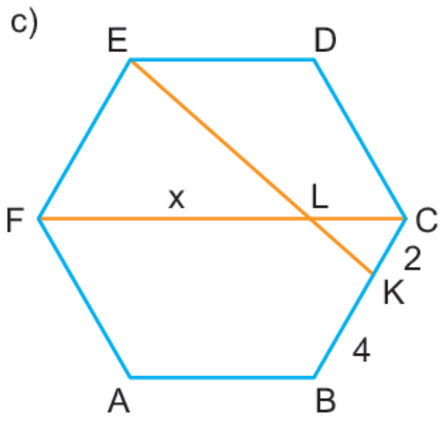
Düzgün Altıgenin Alanı = ?

b)



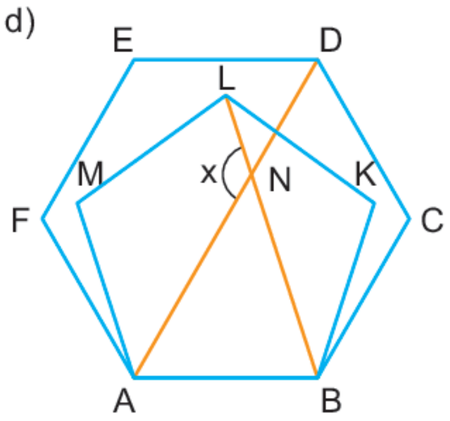
x = ?

c)



x = ?

d)



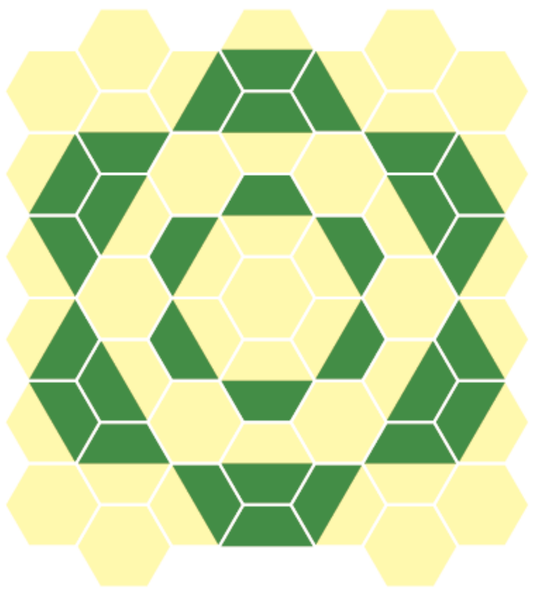
x = ?

a) 18 b) $3\sqrt{13}$ c) 9 d) 132

Alanı | 5

Örnek - 21

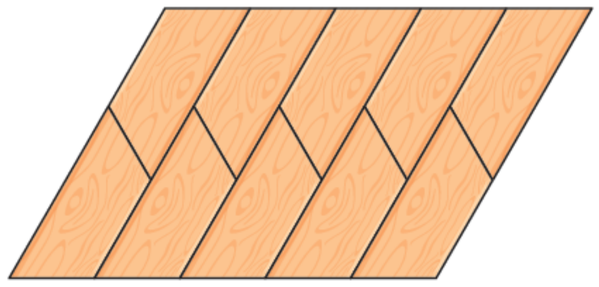
Düzgün altıgen biçimindeki fayanslarla kaplanmış bir zemin üzerine, koyu renkle gösterilen şekilde süsleme yapılmıştır.



Her bir altıgenin alanı 2 birimkare olduğuna göre, bu süslemenin kapladığı alan kaç birim karedir?

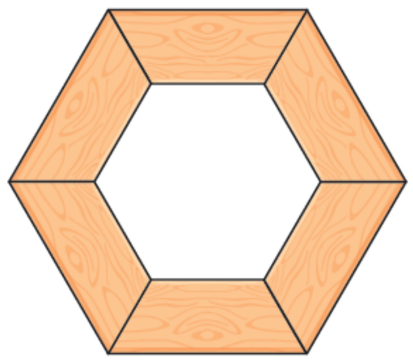
Örnek - 22

İkizkenar yamuk biçimindeki özdeş tahtalardan 10 tanesi birleştirilerek Şekil 1'deki gibi çevresi 40 cm olan bir eşkenar dörtgen elde ediliyor.



Şekil 1

İkizkenar yamuk biçimindeki bu parçalardan 6 tane kullanıldığında ise Şekil 2'deki gibi içi boş bir düzgün altıgen elde ediliyor.

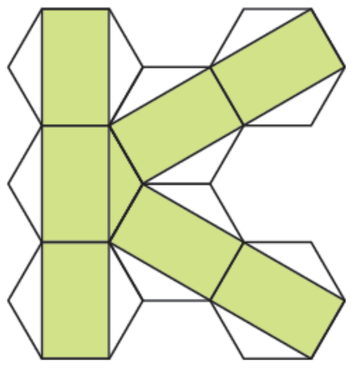


Şekil 2

Buna göre, Şekil 1'de oluşan eşkenar dörtgenin alanı kaç cm'dir?

Örnek - 23

Birbirine eş 7 düzgün altıgenin içi boyanıp K harfi elde edilmiştir.



Buna göre, taralı alanın tüm altıgenlerin toplam alanına oranı kaçtır?

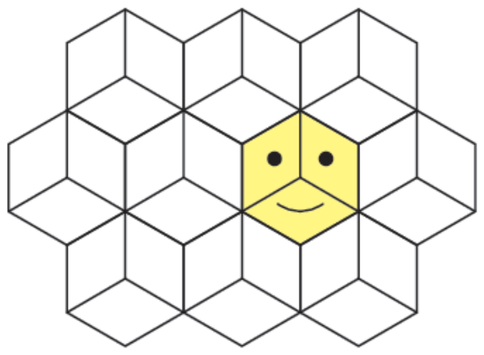
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

21. 30 22. $50\sqrt{3}$ 23. $\frac{29}{42}$

Örnek - 24

Kerem'in odasının zemini, eşkenar dörtgen şeklindeki parkelerin kenarlarının birbirine yapıştırılmasıyla oluşmuştur.

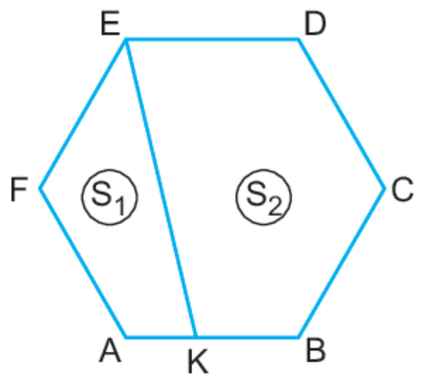
Kerem, zeminden 3 tane parkeyi boyayıp gülen surat şekli yapmıştır.



Parkelerden birinin çevresi 16 cm ve gülen surat şeklindeki gözler parkelerin ağırlık merkezindedir.

Buna göre, gözler arasındaki uzaklık kaç cm'dir?

Örnek - 25



ABCDEF düzgün altıgen, $2 \cdot |AK| = |KB|$, Alan(AKEF) = S_1 ve Alan(KBCDE) = S_2 dir.

Buna göre, $\frac{S_1}{S_2}$ oranı kaçtır?

Örnek - 26

Bir düzgün altıgenin 3 köşesinden geçen en küçük alanlı dikdörtgenin uzun kenarı x birim, aynı düzgün altıgenin tüm köşelerinden geçen dikdörtgenin uzun kenarı ise y birimdir.

Buna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

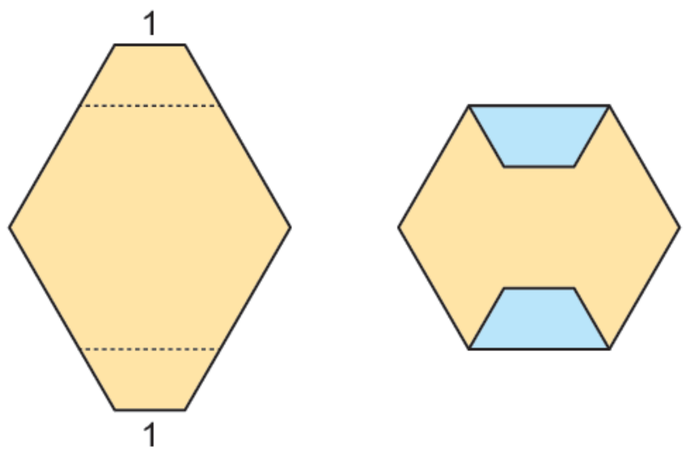
Örnek - 27

Eşkenar üçgen biçimindeki eş iki karton üst üste konulduğunda kesiştikleri bölge bir düzgün altıgen olmaktadır.

Buna göre, altıgenin alanının üçgenlerden birinin alanına oranı kaçtır?

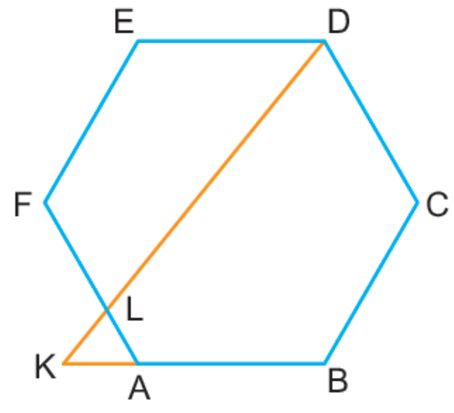
Örnek - 28

Kısa kenar uzunlukları 1 birim, uzun kenar uzunlukları 7 birim olan altıgen biçimindeki karton şekildeki gibi katlanırsa bir düzgün altıgen elde ediliyor.



Buna göre, oluşan düzgün altıgenin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 29



ABCDEF düzgün altıgen, DL ∩ BA = {K} ve $2 \cdot |FL| = 3 \cdot |LA|$'dir.

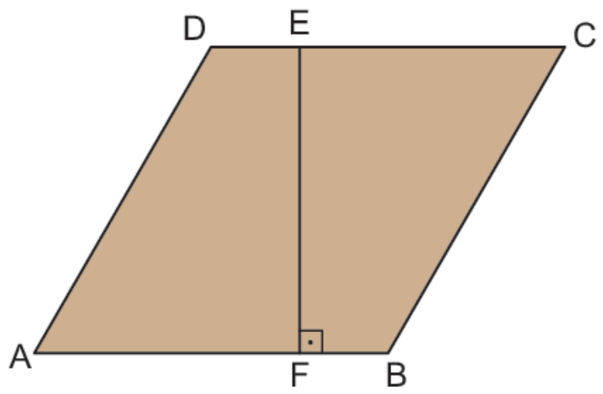
Buna göre, $\frac{|DL|}{|DK|}$ oranı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

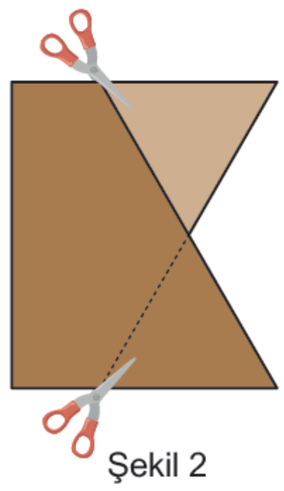
24. $2\sqrt{3}$ 25. $\frac{5}{13}$ 26. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 27. $\frac{2}{3}$ 28. 24 29. $\frac{4}{5}$

Örnek - 30

ABCD eşkenar dörtgeni biçimindeki Şekil 1'deki karton, alanı iki eşit parçaya ayıran doğru boyunca katlanıyor.



Şekil 1


Şekil 2

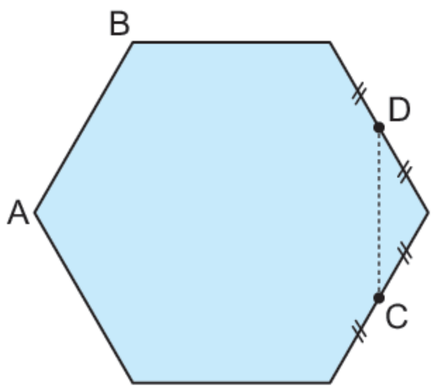
EF ⊥ AB

Katlamadan sonra kartonun tek katlı kısımları kesilip atılıyor. Geriye kalan parça tekrar açıldığında çevresi 12 cm olan bir düzgün altıgen elde ediliyor.

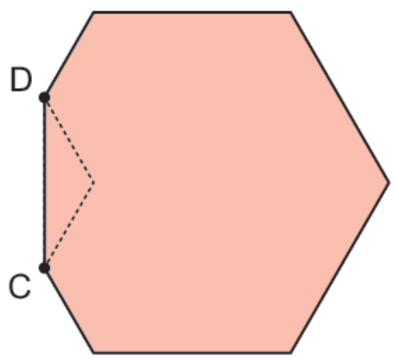
Buna göre, kartonun katlamadan önceki çevresi kaç santimetredir?

Örnek - 31

Kenar uzunluğu 2 birim olan düzgün altıgen biçimindeki kartonun ön yüzü mavi arka yüzü kırmızı renktedir.



Şekil 1

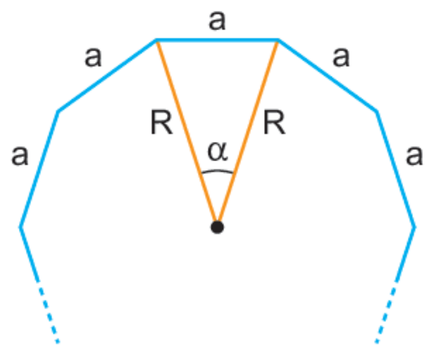


Şekil 2

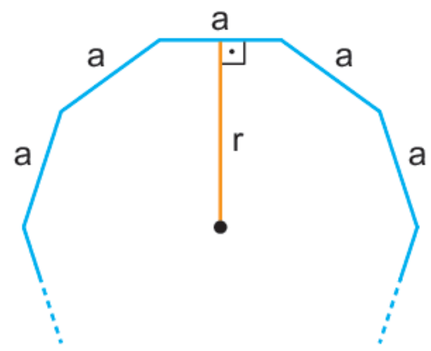
C ve D orta noktalar olmak üzere, altıgen CD boyunca katlandığında Şekil 2'deki gibi bir yedigen oluşuyor.

Buna göre, altıgenin A köşesinin ilk konumuyla B köşesinin ikinci konumu arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Düzgün Çokgenlerin Alanı

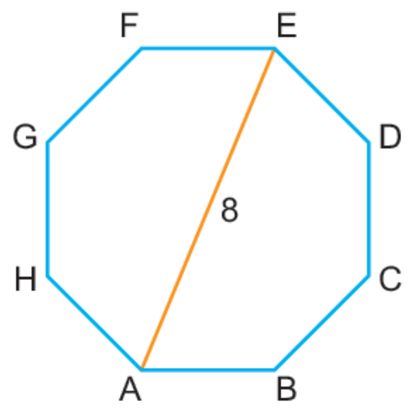


$$\text{Alan} = \frac{n \cdot R^2 \cdot \sin\alpha}{2}$$



$$\text{Alan} = \frac{n \cdot a \cdot r}{2}$$

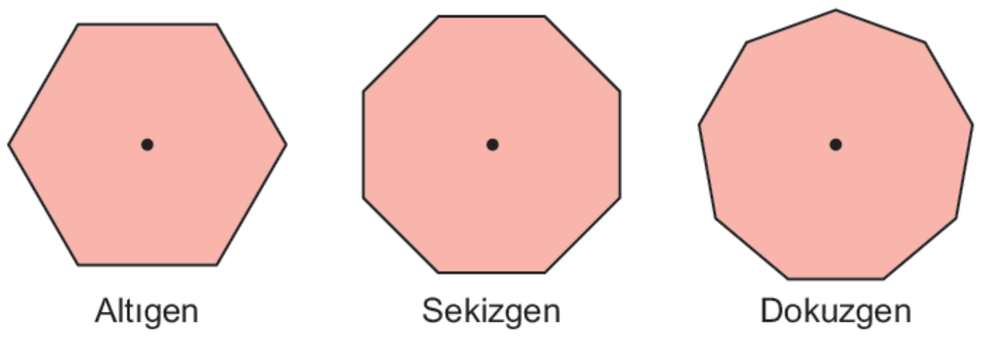
Örnek - 32



BCDEFGH düzgün sekizgen ve |AE| = 8 birimdir.

Buna göre, sekizgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 33


Altıgen Sekizgen Dokuzgen

Merkezi etrafında saatin dönme yönünde 240° döndürülen yukarıdaki düzgün çokgenlerden hangilerinin görüntüleri başlangıçtaki görünümleriyle aynıdır?

A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III D) I ve III E) II ve III

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

30. 16 31. $\sqrt{39}$ 32. $32\sqrt{2}$ 33. D

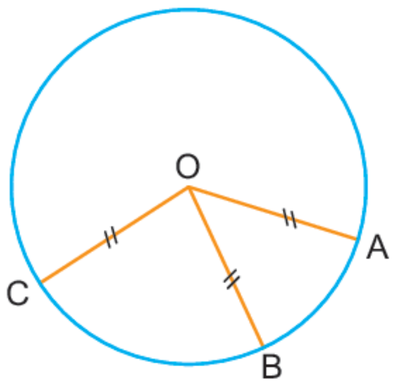
ÇEMBER & DAİRE



KENAN KARA İLE GEOMETRİ

ÇEMBER

Düzlemde sabit bir noktadan eşit uzunlukta bulunan noktaların kümesine çember denir.



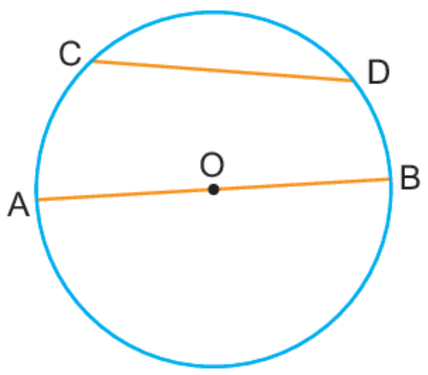
O: Çemberin merkezi

|OA| = |OB| = |OC| = r

r: yarıçap

Çemberin Yardımcı Elemanları

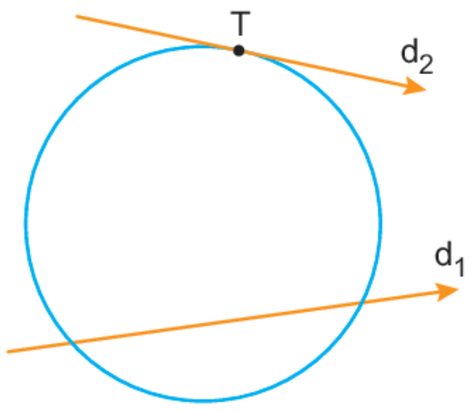
- Çember üzerindeki farklı iki noktayı birleştiren doğru parçasına kiriş denir.



[CD]: kiriş

[AB]: Çemberin merkezinden geçen kiriştir. Çap olarak adlandırılır.

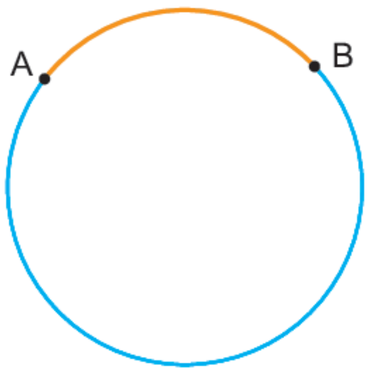
- Çember ile iki ortak noktaya sahip olan doğruya kesen, tek noktaya sahip olan doğruya teğet doğrusu denir.



d_1 : Kesen

d_2 : Teğet

- Çember üzerindeki iki farklı nokta arasında kalan çember parçalarına yay denir.

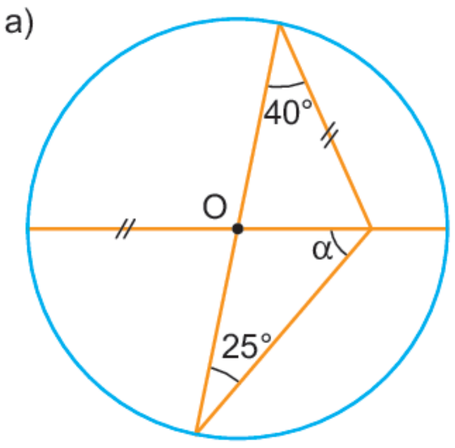


$|\overset{\frown}{AB}|$: AB yayının uzunluğu

$m(\overset{\frown}{AB})$: AB yayının ölçüsü

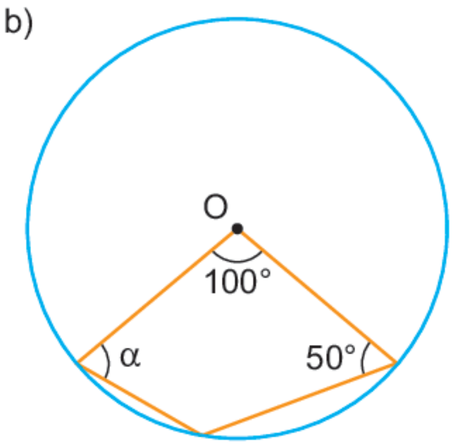
Öğrenme

a)



α = ?

b)

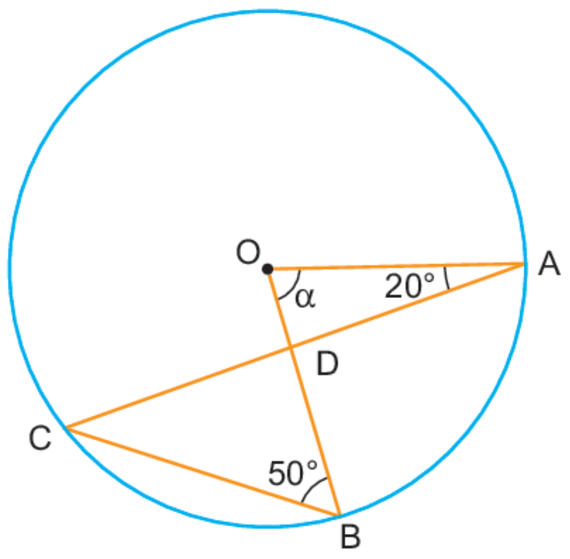


α = ?

a) 45° b) 80°

Alanı | 1

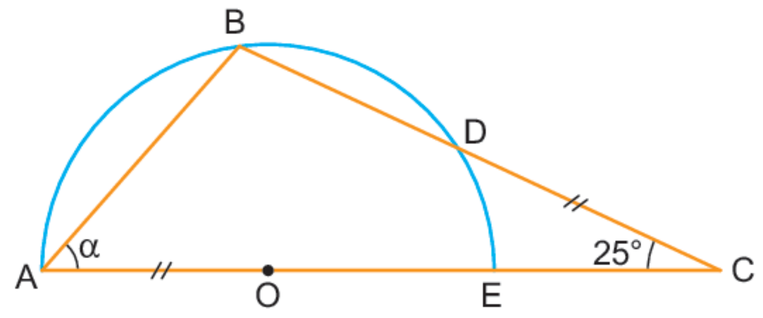
Örnek - 1



O: Çemberin merkezi, [AC] ve [BC] kiriş, $m(\widehat{OAC}) = 20°$ ve $m(\widehat{CBO}) = 50°$ dir.

Buna göre, AOB açısının ölçüsü kaç derecedir?

Örnek - 2

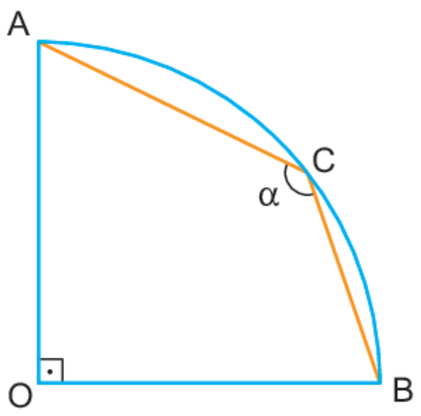


O: Yarım çemberin merkezi, ABC üçgen, |OA| = |CD| ve $m(\widehat{ACB}) = 25°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 3



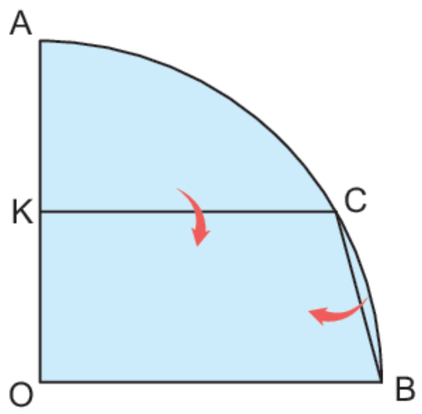
O: Çeyrek çemberin merkezi, [AC] ve [BC] kiriş,

AOBC dörtgen ve $m(\widehat{ACB}) = \alpha$ dır.

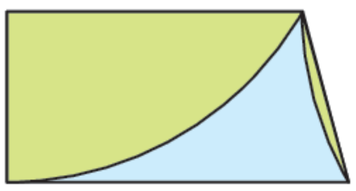
Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 4

Çeyrek daire biçimindeki bir kartona bazı katlamalar yapılarak Şekil 2'deki gibi bir yamuk elde edilmiştir.



Şekil 1

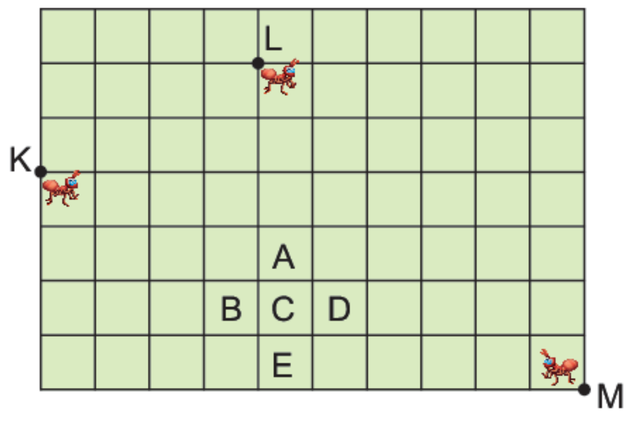


Şekil 2

Buna göre, katlamalar sonucunda oluşan yamuğun en büyük iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

Örnek - 5

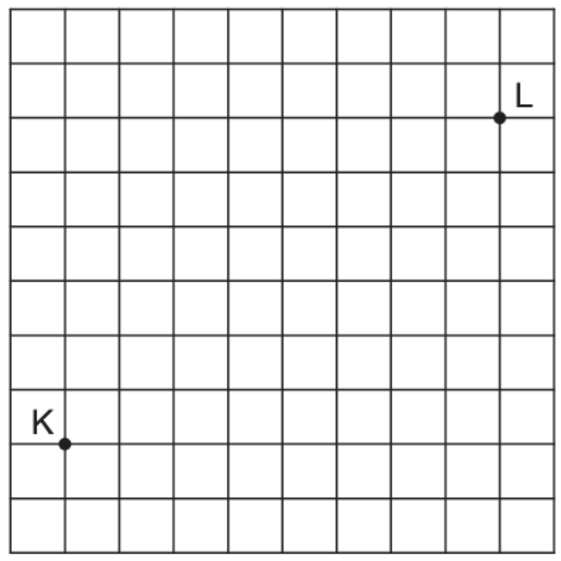
Birim karelere bölünmüş düz bir kağıdın K, L ve M noktalarındaki üç karınca aynı anda eşit hızlarla harekete başlamıştır.



Buna göre, üç karınca aynı anda hangi karenin içinde buluşurlar?

Örnek - 6

Aşağıdaki şekilde 10x10'lu birim kareler üzerinde K ve L noktaları verilmiştir.



Bu şekil üzerine köşeleri birim karelerin köşelerinde olan ve köşegeni [KL] olan dikdörtgenler çizilmek isteniyor.

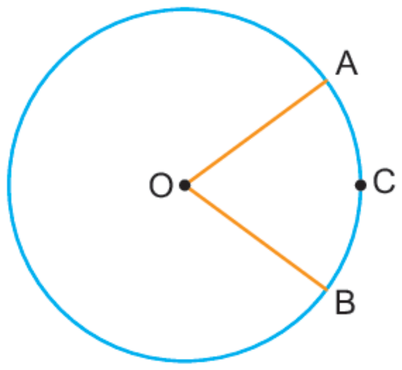
Buna göre, şekil üzerine kaç tane dikdörtgen çizilebilir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

ÇEMBERDE AÇI

1. Merkez Açı

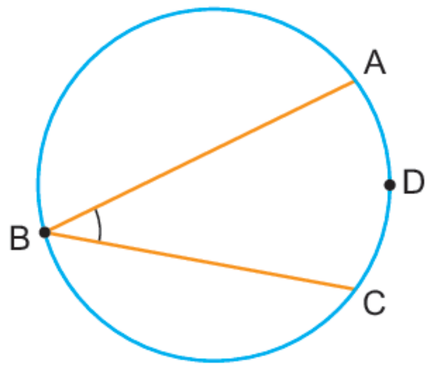
Köşesi çemberin merkezinde olan açıya **merkez açı** denir. Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.



$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{ACB})$

2. Çevre Açı

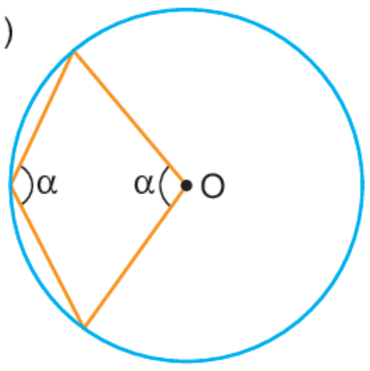
Köşesi çemberin üzerinde ve açı kolları ile çemberde kiriş oluşturan açıya **çevre açı** denir. Çevre açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısıdır.



$$m(\widehat{ABC}) = \frac{m(\widehat{ADC})}{2}$$

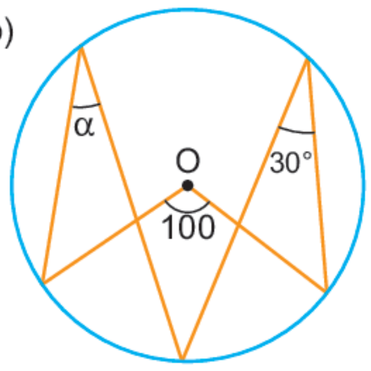
Öğrenme

a)



α = ?

b)



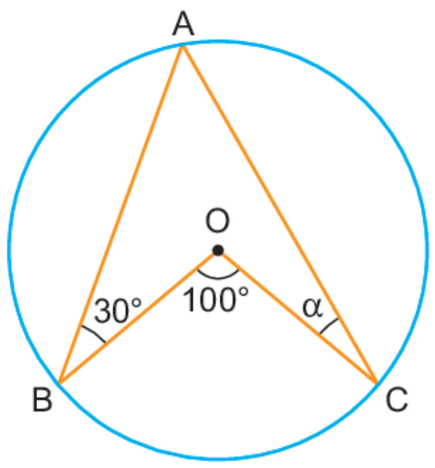
α = ?

a) 120°

b) 20°

Alanı | 2

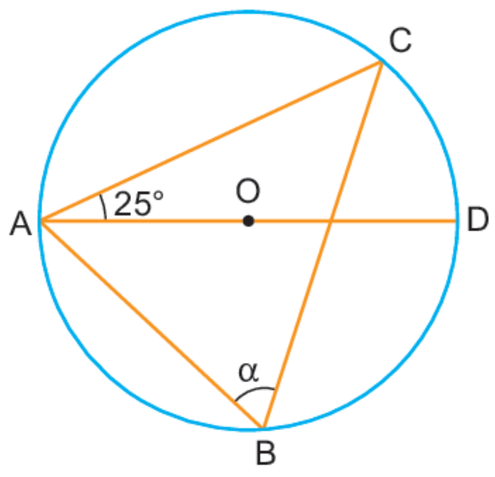
Örnek - 7



O: Çemberin merkezi, [AB] ve [AC] kiriş, $m(\widehat{ABO}) = 30°$, $m(\widehat{BOC}) = 100°$ ve $m(\widehat{ACO}) = \alpha$ dir.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 8

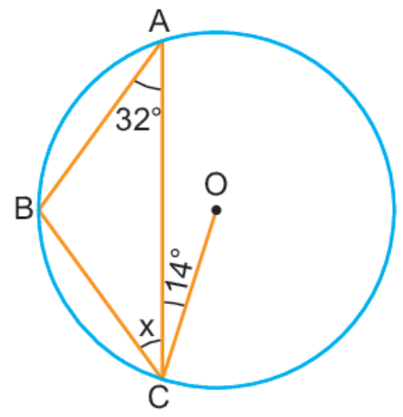


O: Çemberin merkezi, ABC bir üçgen, [AD] çap, $m(\widehat{CAD}) = 25°$ ve $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ dir.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 9

Şekilde verilen A, B ve C noktaları O merkezli çemberin üzerindedir.

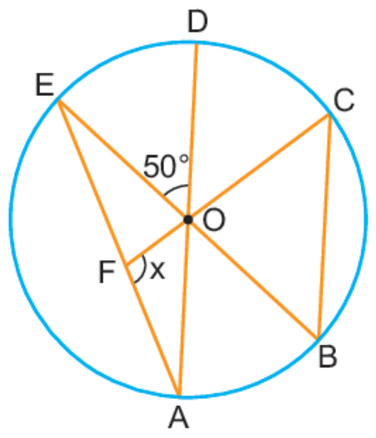


O: Çemberin merkezi, $m(\widehat{BAC}) = 32°$, $m(\widehat{OCA}) = 14°$ ve $m(\widehat{ACB}) = x$ dir.

Buna göre, x kaç derecedir?

Örnek - 10

Aşağıdaki şekilde [AD] ve [BE], O merkezli çemberin çaplarıdır.

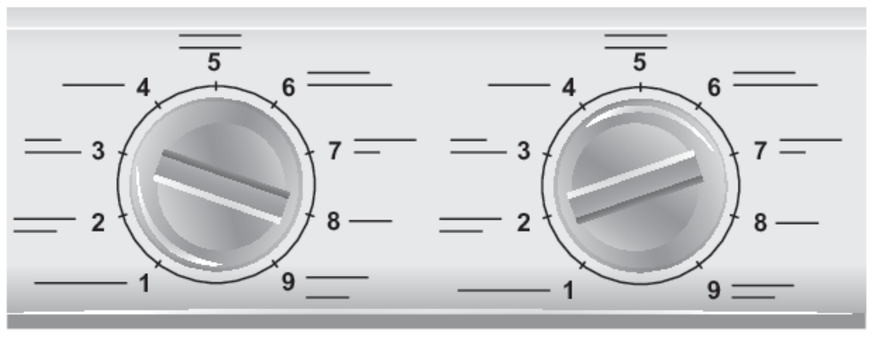


O merkezli çember, AD // BC, EB ∩ CF = {O}, $m(\widehat{DOE}) = 50°$ ve $m(\widehat{AFO}) = x$ dir.

Buna göre, x kaç derecedir?

Örnek - 11

Aşağıdaki şekilde 9 programlı bir çamaşır makinesinin dairesel butonu gösterilmiştir. Butonun etrafına sabitlenen herhangi iki ardışık sayı arasındaki mesafeler birbirine eşittir.



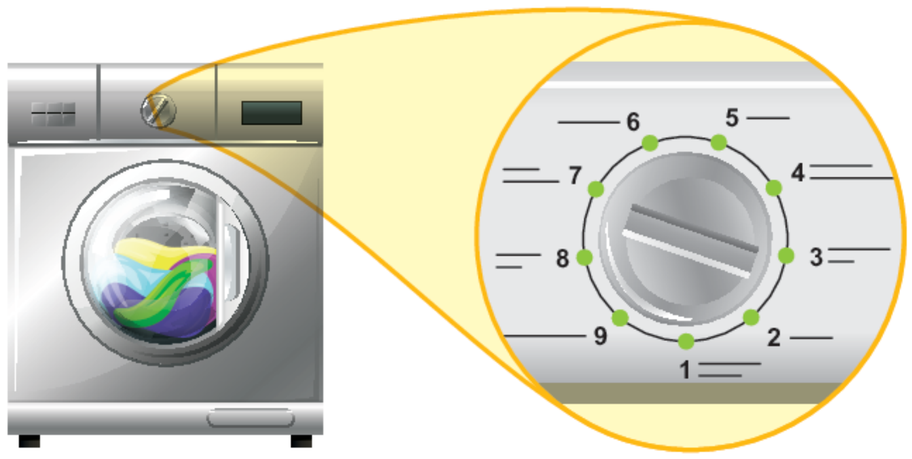
8 numaralı program seçiliyken buton saat yönünde 150° derece döndürüldüğünde 2 numaralı program seçilmiş oluyor.

Buna göre, 2 numaralı program seçiliyken buton 5 numaraya getirildiğinde <u>en az</u> kaç derece döndürülmüş olur?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 12

9 programlı bir çamaşır makinesinin dairesel butonu etrafına sabitlenmiş eşit aralıklarla 9 çizgi 1'den 9'a kadar numaralandırılmıştır.



1 numaralı program seçiliyken 1 rakamı zemine en yakın durumdadır.

Buna göre, tuşlar şekildeki konumdayken buton saat yönünde en az kaç derece döndürülürse 6 ve 9 rakamları zemine eşit uzaklıkta olur?

Örnek - 13

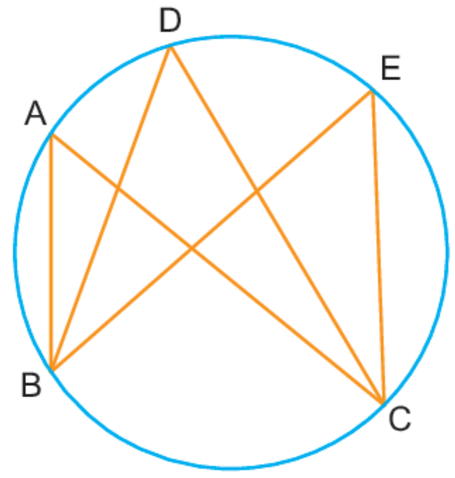
Barış daire şeklindeki bir tahta parçasını keserek 16 dilime ayırmıştır. Bu dilimlerden 3'er tanesi kendi arasında özdeş, geriye kalan 13'er tanesi de kendi arasında özdeştir ve merkez açıları tamsayıdır.

Barış, bu dilimlerden 2 tanesini birleştirerek çeyrek daire dilimi elde edebilmiştir.

Buna göre, büyük dilimlerden birinin merkez açısının ölçüsü kaç derecedir?

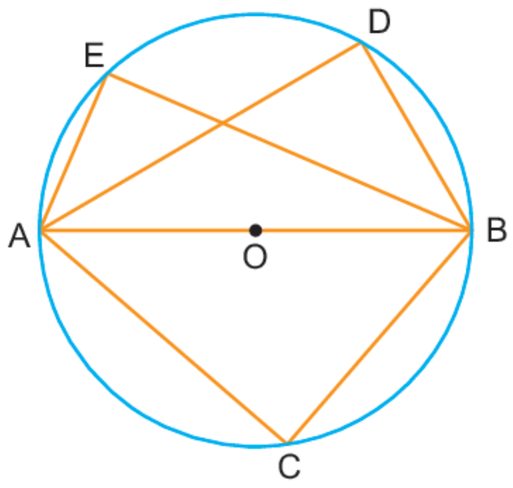
Sonuçlar

a) Aynı yayı gören çevre açılar birbirine eşittir.



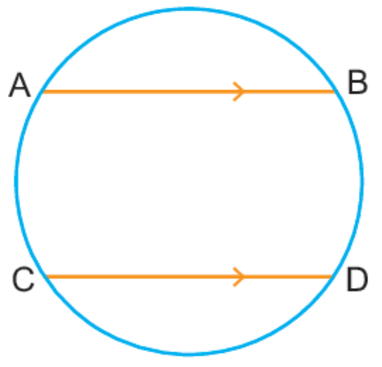
$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BDC}) = m(\widehat{BEC})$

b) Çapı gören çevre açı 90° dir.



$m(\widehat{AEB}) = m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{ACB}) = 90°$

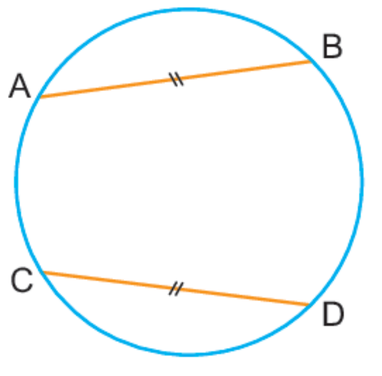
c) Paralel kirişlerin arasında kalan yayların ölçüleri birbirine eşittir.



[AB] // [CD] ise

$m(\widehat{AC}) = m(\widehat{BD})$

d) Eşit kirişlerin ayırdıkları yaylar birbirine eşittir.



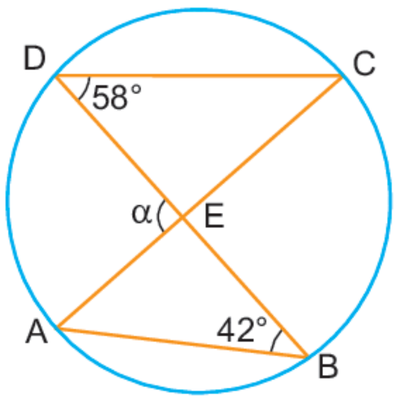
$|AB| = |CD|$

$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

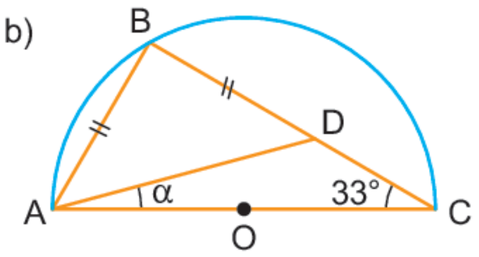
Öğrenme

a)



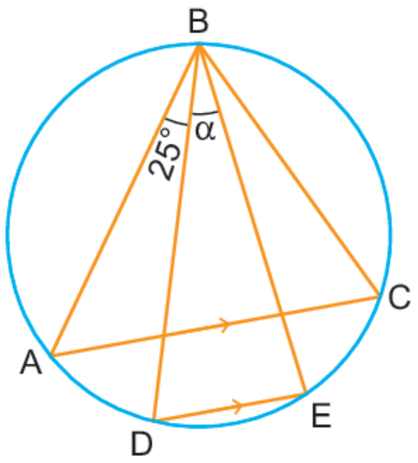
α = ?

b)



α = ?

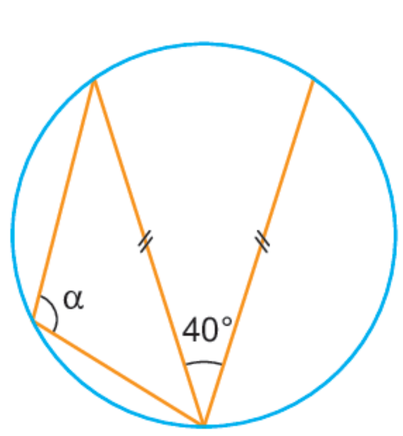
c)



m(ÂBC) = 80° , m(ÂBD) = 25°

α = ?

d)

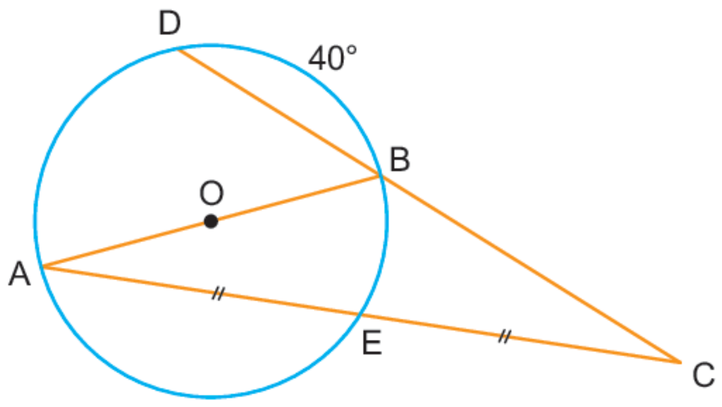


α = ?

a) 100° b) 12° c) 30° d) 110°

Alanı | 3

Örnek - 14

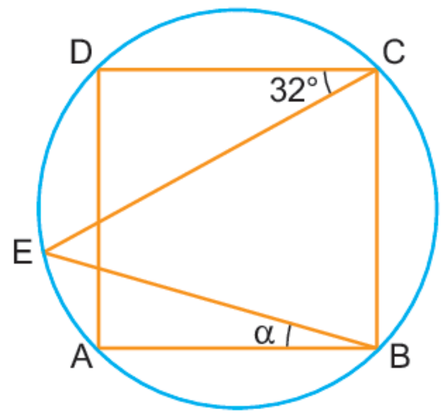


O: Çemberin merkezi , ABC üçgen, D ∈ CB , |AE| = |EC| ve m(DB̂) = 40° dir.

Buna göre, BE yayının ölçüsü kaç derecedir?

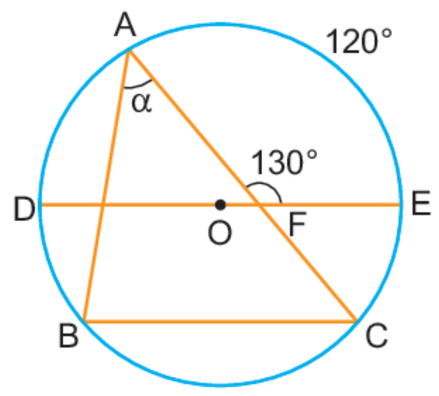
Örnek - 15

Çember üzerindeki dört noktadan ABCD karesi oluşturulmuştur.



m(DEC) = 32° olduğuna göre, m(ABE) kaç derecedir?

Örnek - 16

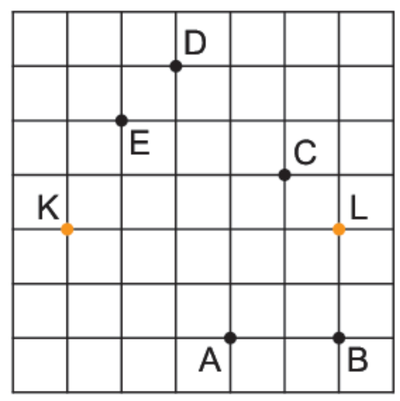


O merkezli çemberde [DE] çap, ABC bir üçgen, [DE] // [BC], m(AE) = 120°, m(AFE) = 130° ve m(BAC) = α dir.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 17

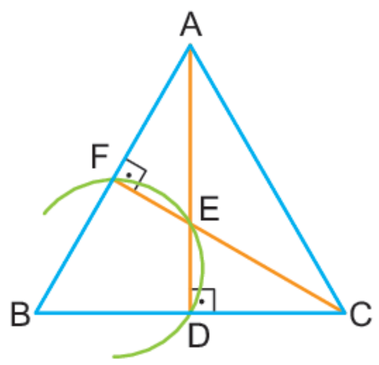
Birim karelerden oluşan yukarıdaki şekilde K ve L noktalarından geçen en küçük çember çiziliyor.



Buna göre; A, B, C, D ve E noktalarından hangisi bu çember üzerindedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 18



ABC üçgen

[AD] ⊥ [BC]

[AB] ⊥ [CF]

[CF] ∩ [AD] = {E}

Buna göre,

I. ABC üçgeni dar açılı bir üçgendir.

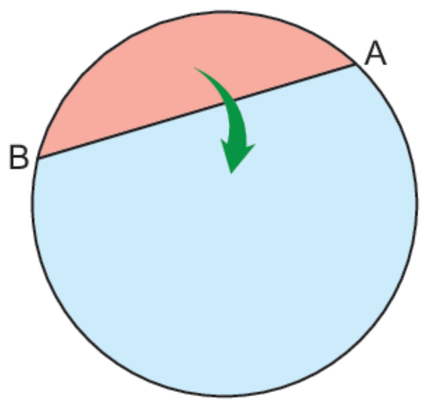
II. D, E ve F noktalarından geçen çemberin merkezi, ABC üçgeninde AC kenarına ait yüksekliğin üzerindedir.

III. |AB| = |BC| ise |ED| = |EF|'dir.

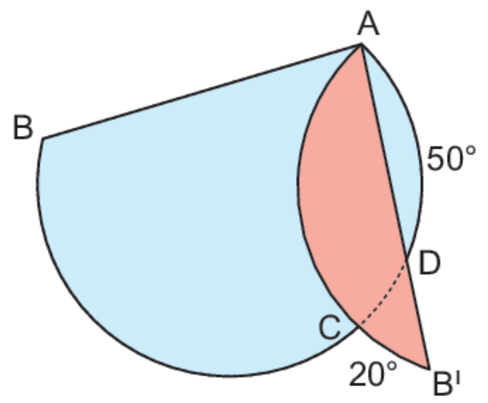
ifadelerinden hangileri doğrudur?

Örnek - 19

Daire biçimindeki bir karton Şekil 1'deki gibi kırmızı ve mavi renge boyanmıştır.



Şekil 1



Şekil 2

Kırmızı parça AB boyunca kesilip A noktası etrafında döndürülürse Şekil 2 oluşuyor.

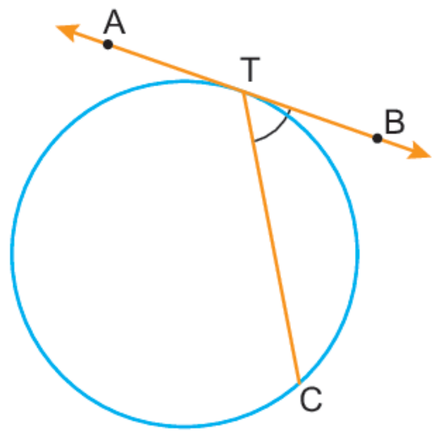
$m(\widehat{AD}) = 50°$ ve $m(\widehat{B'C}) = 20°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BAD})$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

3. Teğet Kiriş Açı

Köşesi çember üzerinde bulunan ve bir kenarı teğet, diğer kenarı da kiriş olan açıya **teğet - kiriş açı** denir.

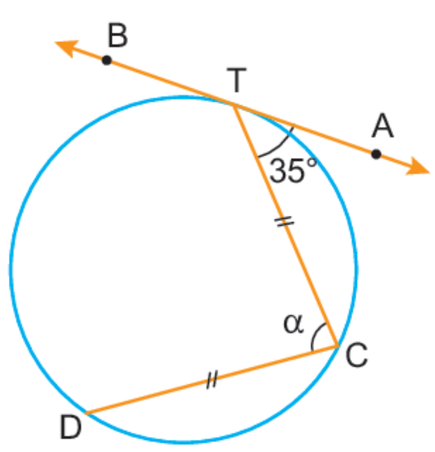
Teğet - kiriş açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.



$$m(\widehat{BTC}) = \frac{m(\widehat{TC})}{2}$$

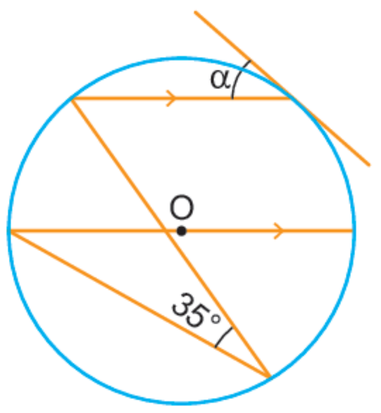
Öğrenme

a)



α = ?

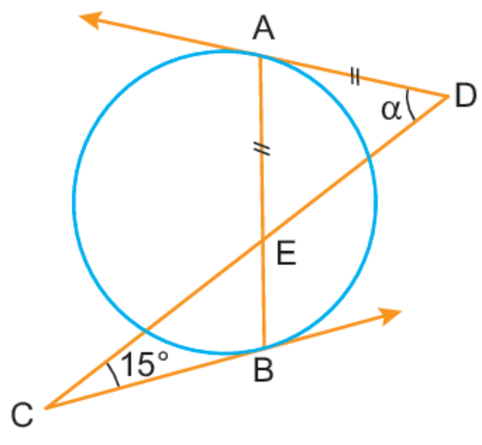
b)



α = ?

a) 110 b) 20

Örnek - 20



[DA ve [CB çembere sırasıyla A ve B noktalarında teğet,

|AE| = |AD|, $m(\widehat{BCD}) = 15°$ ve $m(\widehat{ADC}) = \alpha$ dır.

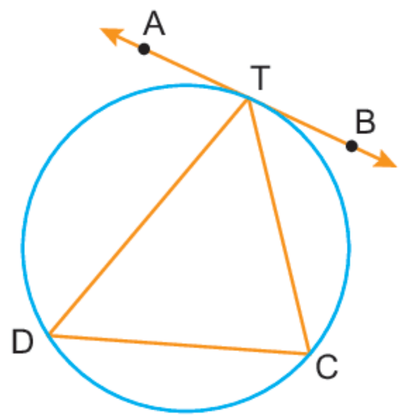
Buna göre, α kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

18. I, II ve III 19. 110 20. 55

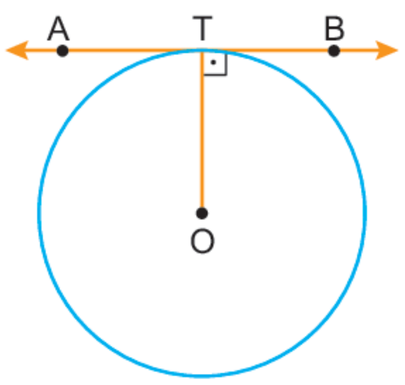
Sonuçlar

a) Aynı yayı gören çevre açı ile teğet - kiriş açı birbirine eşittir.



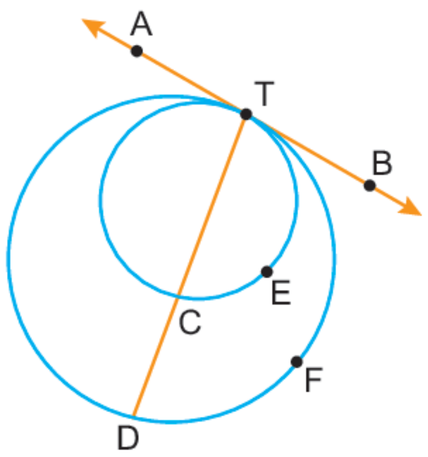
$m(\widehat{CTB}) = m(\widehat{TDC})$

b) Merkez ile teğet değme noktasını birleştiren doğru teğete diktir.

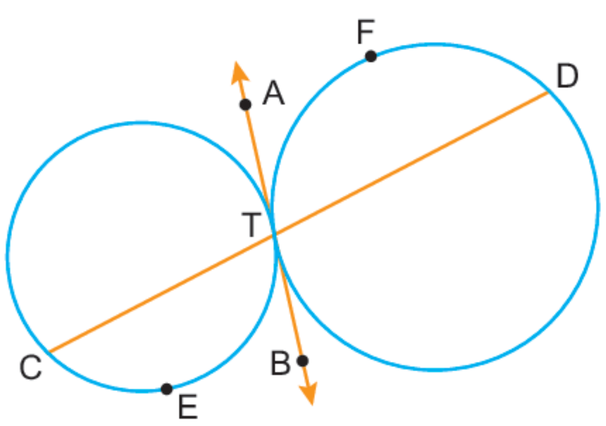


$[OT] \perp AB$

c) İçten teğet ya da dıştan teğet çemberlerde, ortak kiriş ile oluşturulan teğet - kiriş açılar ile bu açıların yaylarının ölçüleri eştir.



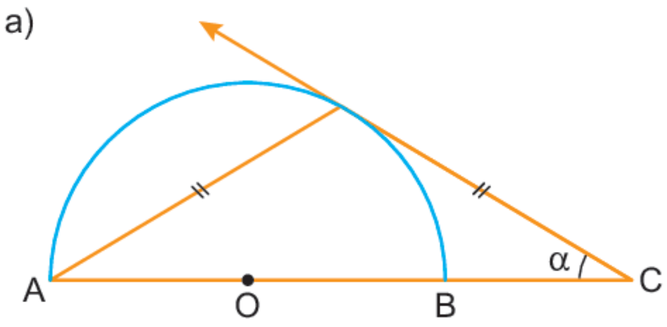
$m(\widehat{TEC}) = m(\widehat{TFD})$



$m(\widehat{TEC}) = m(\widehat{TFD})$

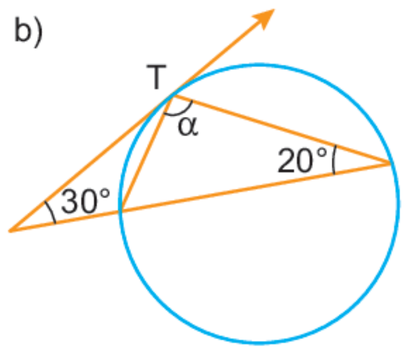
Öğrenme

a)



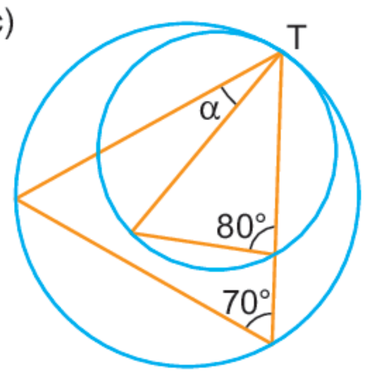
α = ?

b)



α = ?

c)



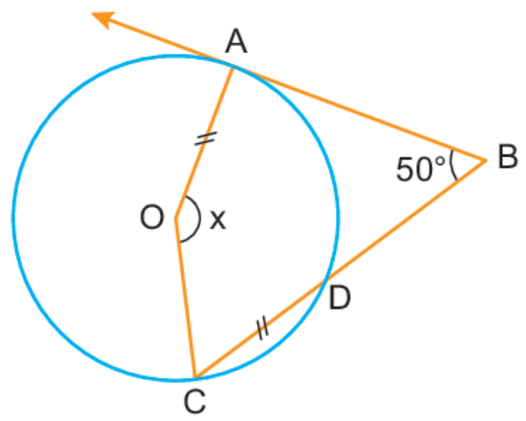
α = ?

a) 30 b) 110 c) 10

Alanı | 5

Örnek - 21

Aşağıdaki şekilde, A, C ve D noktaları O merkezli çember üzerindedir ve AB doğrusu çembere A noktasında çembere teğettir.

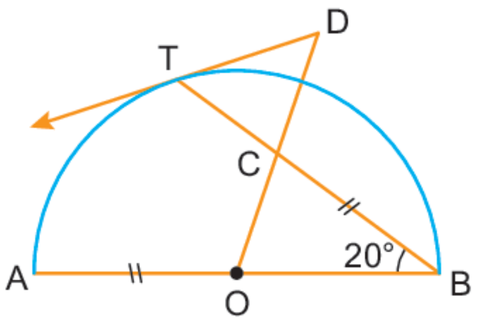


O merkezli çember, |OA| = |CD|, $m(\widehat{ABC}) = 50°$ ve $m(\widehat{AOC}) = x$ dir.

Buna göre, x kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 22



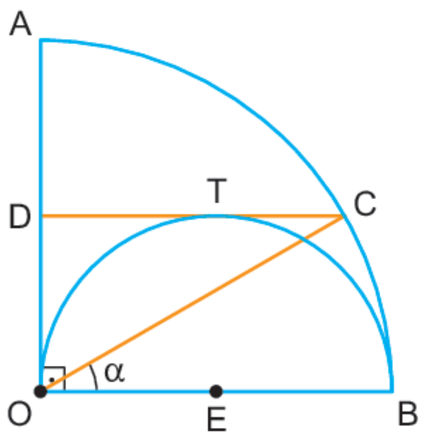
O: Yarım çemberin merkezi, T: Teğet noktası, |OA| = |BC| ,

$m(\widehat{ABT}) = 20°$ ve $m(\widehat{TDC}) = \alpha$ dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 23

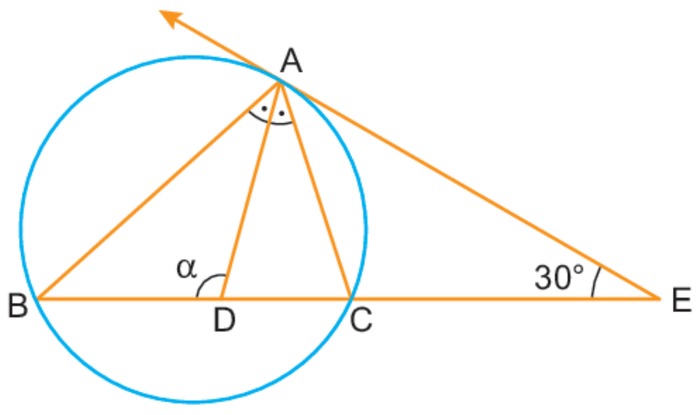
Şekildeki E merkezli yarım çember, O merkezli çeyrek çembere B noktasında, CD doğru parçasına T noktasında teğettir.



$CD \perp AO$ ve $m(\widehat{COB}) = \alpha$ dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

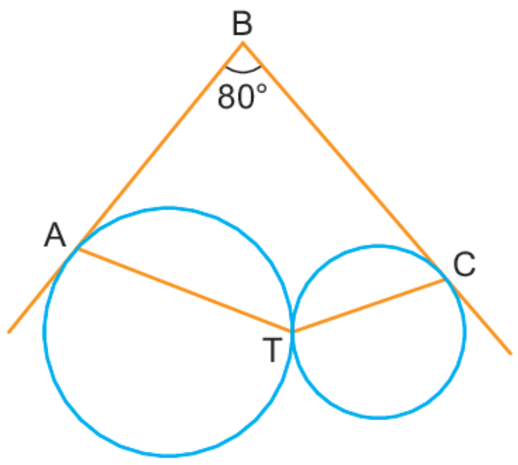
Örnek - 24



Şekildeki çemberde A teğet noktası, $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$ ve $m(\widehat{AEB}) = 30°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{ADB}) = \alpha$ kaç derecedir?

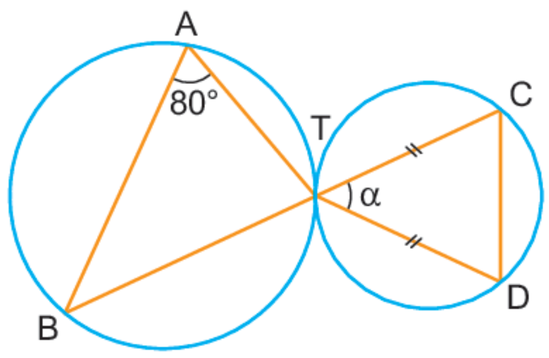
Örnek - 25



$m(\widehat{ABC}) = 80°$

Şekildeki {A, T, C} noktaları teğet noktaları olduğuna göre, $m(\widehat{ATC})$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

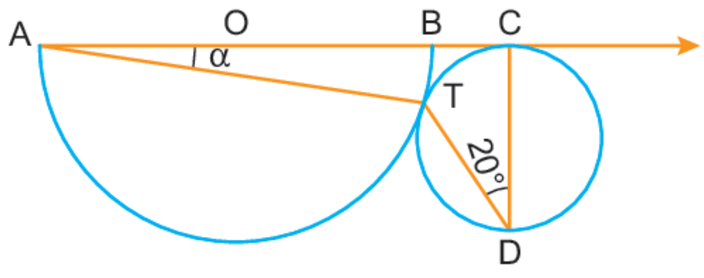
Örnek - 26



ITCI = ITDI, $m(\widehat{BAT}) = 80°$ ve $m(\widehat{CTD}) = \alpha$ dır.

Şekildeki çemberler birbirlerine T noktasında teğet ve B, T, C noktaları doğrusal olduğuna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 27



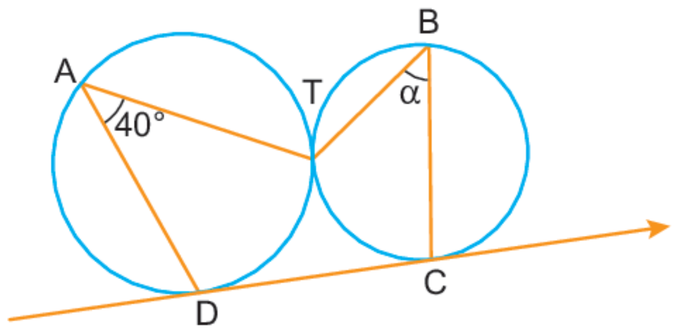
$\{B, C\} \in [AO$, $m(\widehat{CDT}) = 20°$ ve $m(\widehat{TAB}) = \alpha$ dır.

Şekildeki O merkezli yarım çemberde T ve C değme noktaları olduğuna göre, α kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

22. 30 23. 30 24. 105 25. 140 26. 20 27. 25

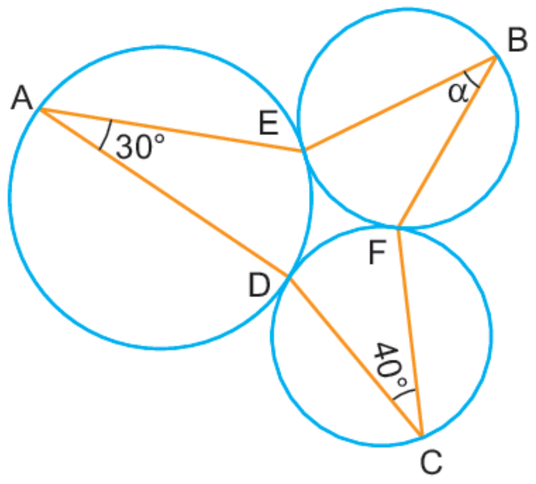
Örnek - 28



T,C,D teğet noktaları, $m(\widehat{DAT}) = 40°$ ve $m(\widehat{TBC}) = \alpha$ dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 29



$m(\widehat{DAE}) = 30°$

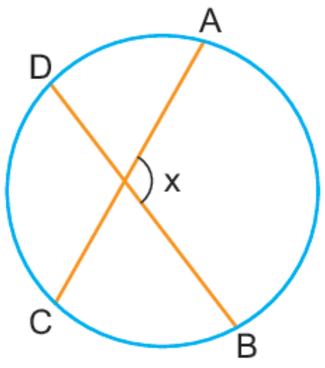
$m(\widehat{DCF}) = 40°$

$m(\widehat{EBF}) = \alpha$

Şekildeki çemberler birbirlerine E, D ve F noktalarında teğet olduğuna göre, α kaç derecedir?

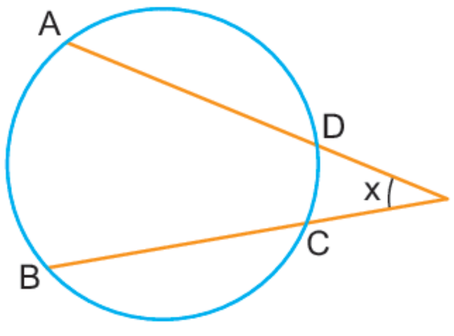
4. Çemberde İç Açı ve Dış Açı

→ İki kirişin kesişmesiyle çemberin iç bölgesinde oluşan açıya iç açı denir.



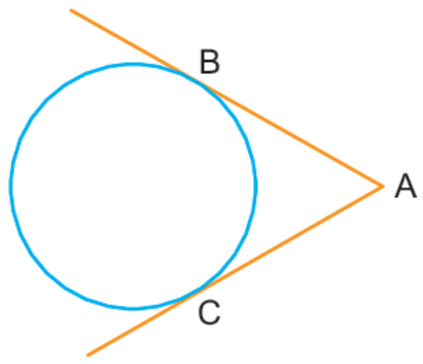
$$x = \frac{m(\widehat{AB}) + m(\widehat{CD})}{2}$$

→ İki kesenin kesişmesiyle çemberin dış bölgesinde oluşan açıya dış açı denir.



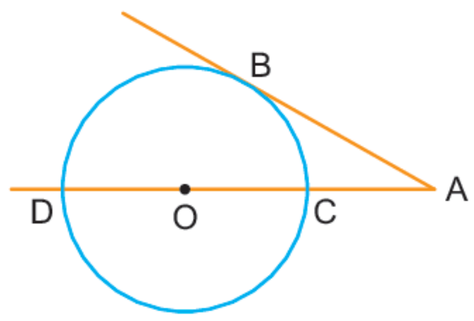
$$x = \frac{m(\widehat{AB}) - m(\widehat{CD})}{2}$$

→



$m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{BC}) = 180°$

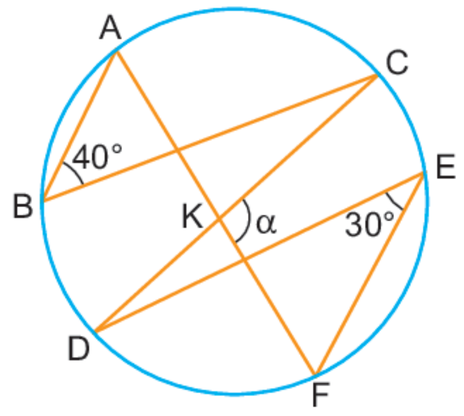
→



O çemberin merkezi ise

$m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{BC}) = 90°$

Örnek - 30

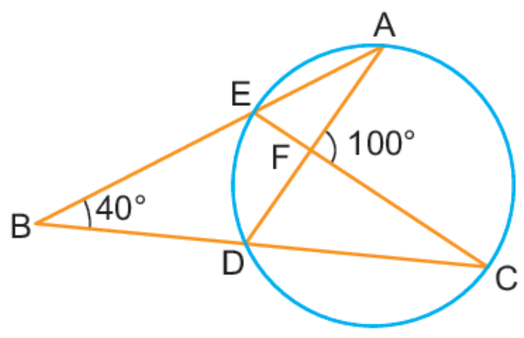


{[AB], [BC], [CD], [DE], [EF], [AF]} çemberin kirişleri,

$m(\widehat{ABC}) = 40°$, $m(\widehat{FED}) = 30°$ ve $m(\widehat{CKF}) = \alpha$ dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 31

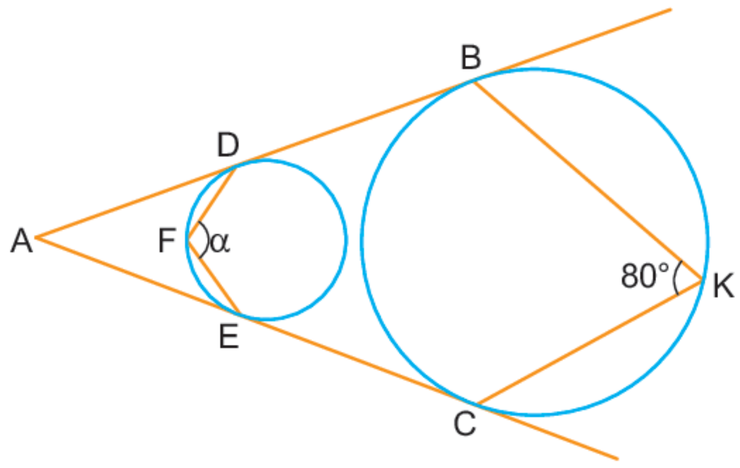


[AB] ve [BC] kesen, [CE] ve [AD] kiriş, $m(\widehat{ABC}) = 40°$ ve $m(\widehat{AFC}) = 100°$ dir.

Buna göre, ED yayının ölçüsü kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 32

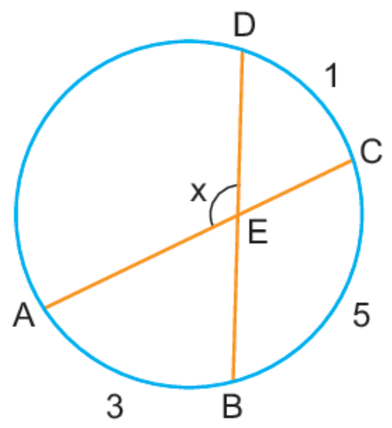


[AB ve [AC çemberlere teğet, {B, C, E, D} değme noktaları, $m(\widehat{BKC}) = 80°$ ve $m(\widehat{DFE}) = \alpha$ dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 33

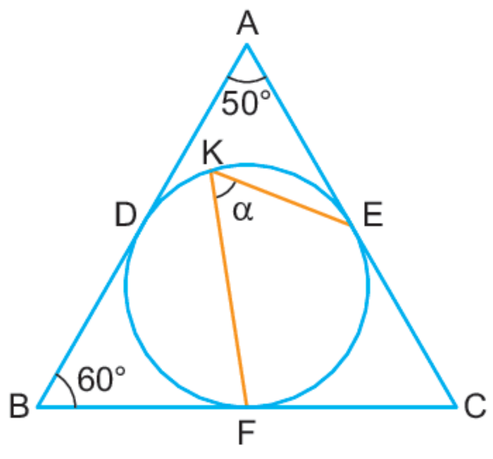
Şekildeki çemberin AB, BC ve CD yaylarının uzunlukları sırasıyla 3, 5 ve 1 birimdir.



AC çaplı çember, $[AC] \cap [BD] = \{E\}$ ve $m(\widehat{AED}) = x$ dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 34

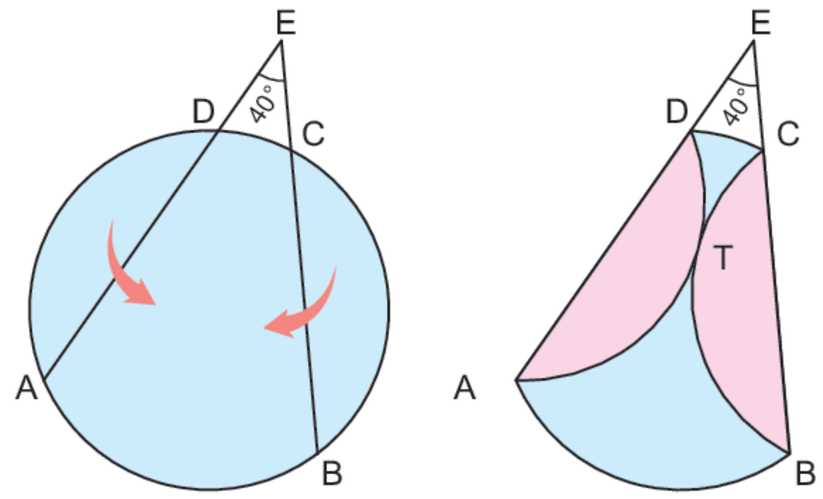


ABC üçgen, {D, E, F} değme noktaları, $m(\widehat{BAC}) = 50°$, $m(\widehat{ABC}) = 60°$ ve $m(\widehat{FKE}) = \alpha$ dır.

Şekildeki çember ABC üçgeninin iç teğet çemberi olduğuna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 35

Daire şeklindeki bir karton AD ve BC boyunca katlandığında Şekil 2'deki gibi parçalar T noktasında teğet oluyor.



Şekil 1 Şekil 2

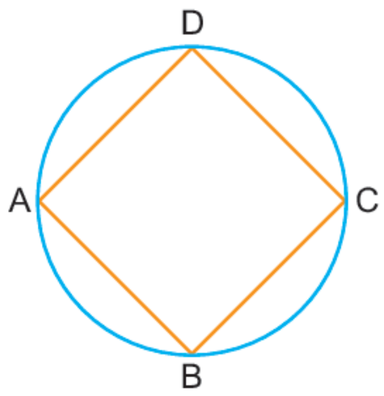
$\frac{m(\widehat{DT})}{m(\widehat{TA})} = \frac{m(\widehat{CT})}{(\widehat{TB})} = \frac{1}{2}$ ve $m(\widehat{AEB}) = 40°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{AB})$ kaç derecedir?

5. Kirişler Dörtgeni

Çemberde kirişlerden oluşan dörtgene kirişler dörtgeni denir.

Kirişler dörtgeninde karşılıklı açılar toplamı 180° dir.

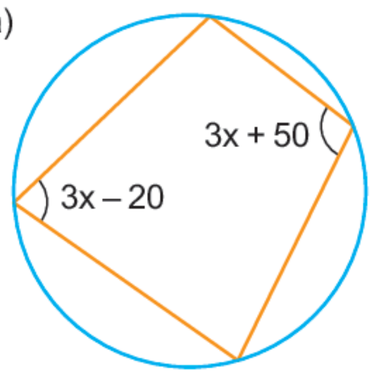


$\widehat{A} + \widehat{C} = 180°$

$\widehat{B} + \widehat{D} = 180°$

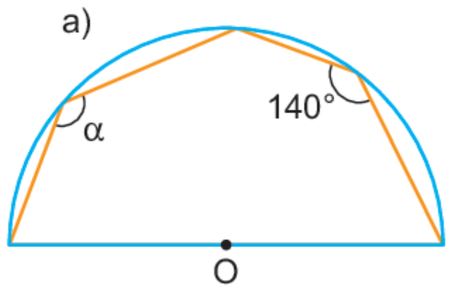
Öğrenme

a)



x = ?

a)



α = ?

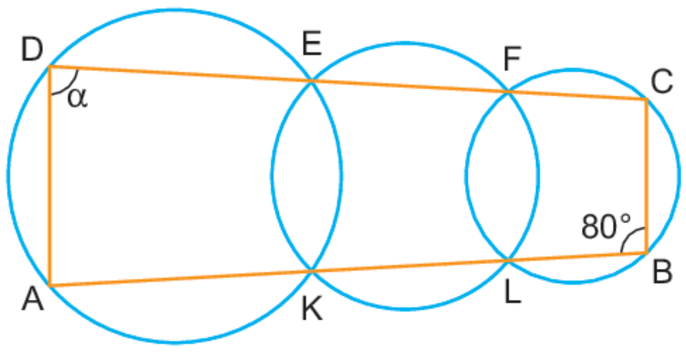
a) 25° b) 130°

Alanı | 6

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 36

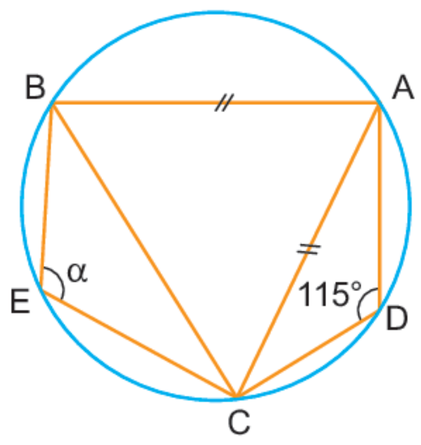
Şekildeki ABCD dörtgeni çemberlerin kesim noktasından geçmektedir.



$m(\widehat{ABC}) = 80°$ ve $m(\widehat{ADC}) = \alpha$ dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

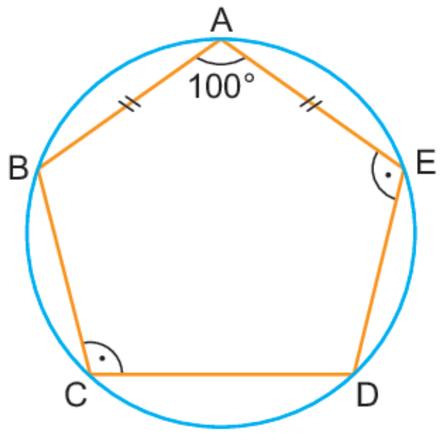
Örnek - 37



{A, B, C, D, E} çember üzerindeki noktalar, |AB| = |AC| ve $m(\widehat{ADC}) = 115°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BEC}) = \alpha$ kaç derecedir?

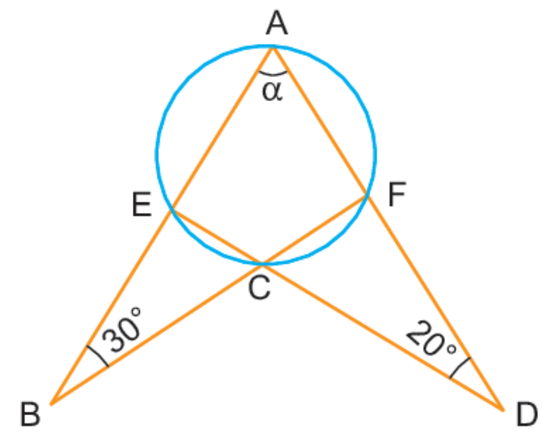
Örnek - 38



{A, B, C, D} çember üzerindeki noktalar, ABCDE beşgen, |AB| = |AE|, $m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{AED})$ ve $m(\widehat{BAE}) = 100°$ dir.

olduğuna göre, $m(\widehat{BCD})$ kaç derecedir?

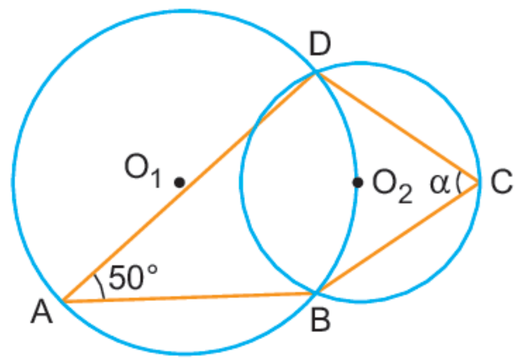
Örnek - 39



A, E, C, F çember üzerindeki noktalar, ABF ve ADE üçgen, $m(\widehat{ABF}) = 30°$, $m(\widehat{ADE}) = 20°$ ve $m(\widehat{BAD}) = \alpha$ dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

Örnek - 40

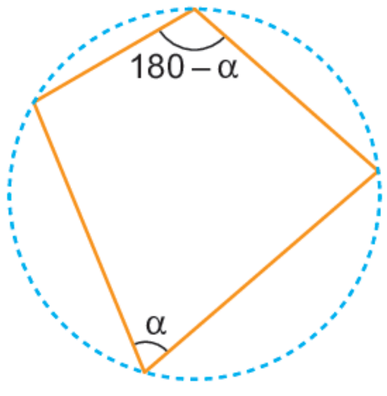


O_1, O_2 çemberlerin merkezi, B ve D çemberlerin kesim noktası, ABCD dörtgen, $m(\widehat{BAD}) = 50°$ ve $m(\widehat{BCD}) = \alpha$ dır.

Şekildeki O_1 merkezli çember O_2 noktasından geçtiğine göre, α kaç derecedir?

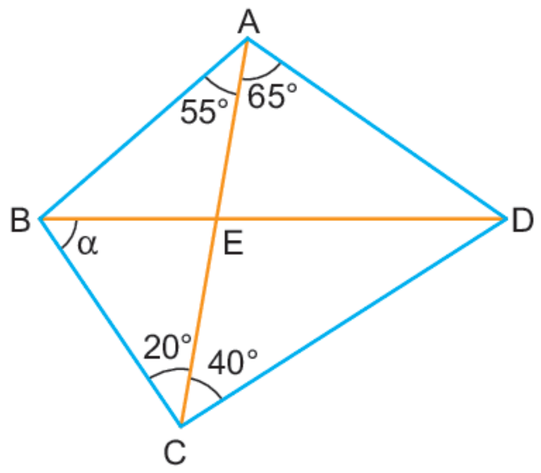
Çember çizilerek yapılan sorular

→ Kirişler dörtgeninin etrafına çember çizilebilir.



Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 41



ABCD dörtgen

AC ∩ BD = {E}

$m(\widehat{BAC}) = 55°$

$m(\widehat{CAD}) = 65°$

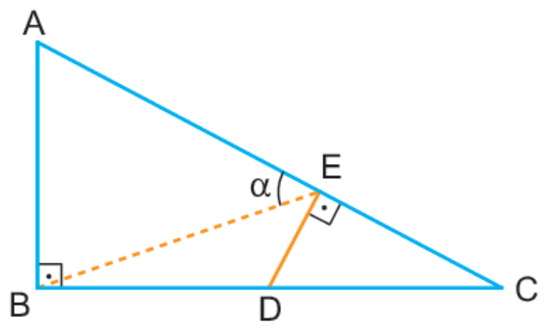
$m(\widehat{DCA}) = 40°$

$m(\widehat{BCA}) = 20°$

$m(\widehat{CBD}) = \alpha$

Yukarıda verilenlere göre, α kaç derecedir?

Örnek - 42

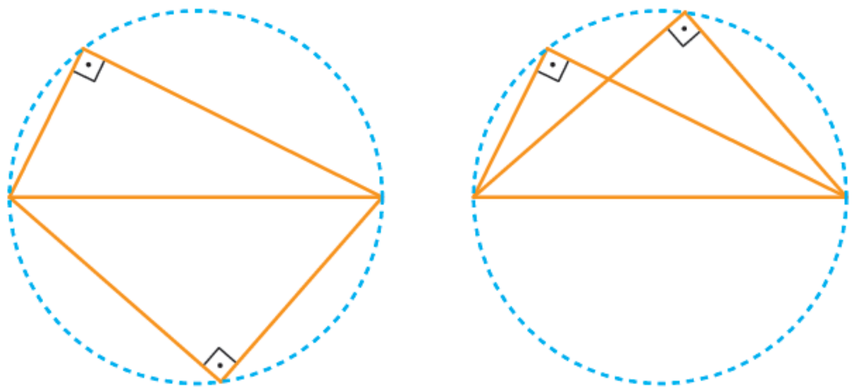


ABC ve CED birer dik üçgen, IABI = IBDI,

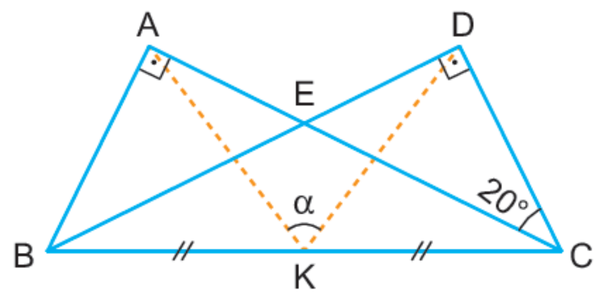
$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEC}) = 90°$ ve $m(\widehat{AEB}) = \alpha$ dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

→ Hipotenüsleri aynı olan iki dik üçgenin etrafına çember çizilebilir.



Örnek - 43

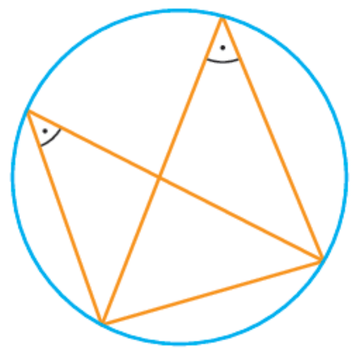


ABC ve DBC birer dik üçgen, IBKI = IKCI,

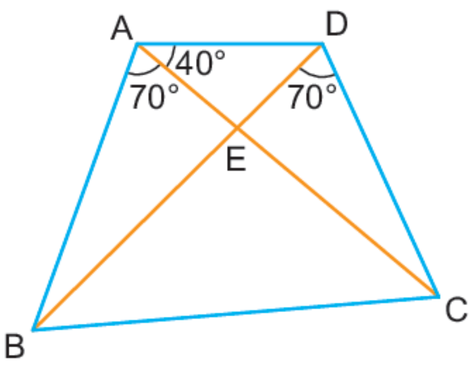
$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BDC}) = 90°$, $m(\widehat{ACD}) = 20°$ ve $m(\widehat{AKD}) = \alpha$ dır.

Buna göre, α kaç derecedir?

→ Aynı kenarı gören açıların eşit olduğu durumda çember çizilebilir.



Örnek - 44



ABCD dörtgen, AC ∩ BD = {E}, $m(\widehat{BAC}) = 70°$, $m(\widehat{BDC}) = 70°$

ve $m(\widehat{CAD}) = 40°$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BCD})$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

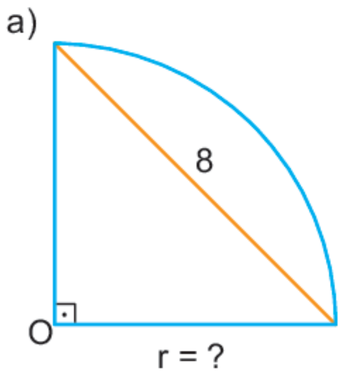
ÇEMBERDE UZUNLUK

Çemberde uzunluk konusunu yapabilmemiz için dik üçgen ve üçgende benzerlik konusuna hakim olmamız gerekir.

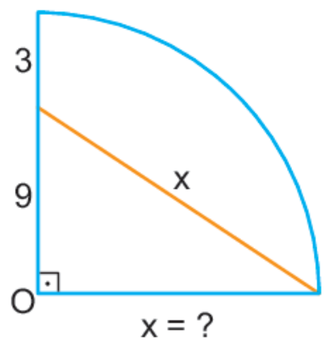
Çemberdeki en etkili ek çizimin yarıçap olduğu aklınızdan çıkmamalıdır.

Öğrenme

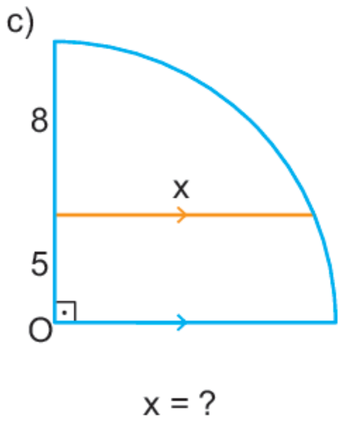
a)



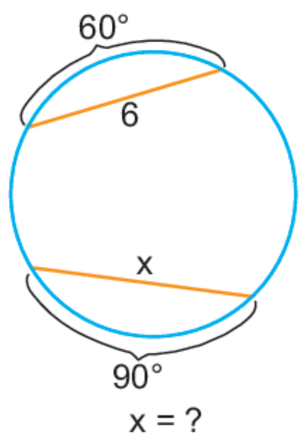
b)



c)



d)



a) $4\sqrt{2}$ b) 15 c) 12 d) $6\sqrt{2}$

Alanı | 1

Örnek - 1

Furkan öğretmen aşağıdaki etkinliğe göre öğrencilerinden şekli çizmelerini istemiştir.

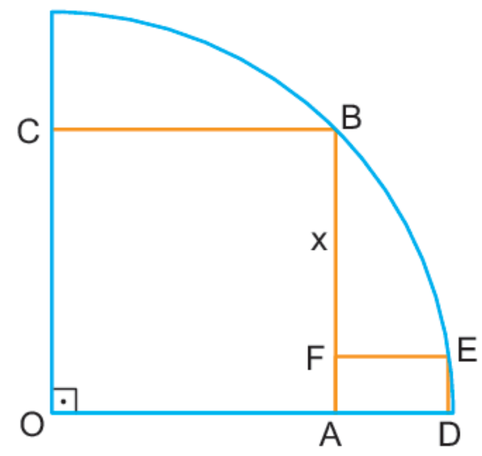
- O merkezli AOB çeyrek çemberi çiziliyor.
- |OK| < |OL| olacak şekilde [AO] üzerinden K ve L noktaları seçiliyor.
- Yay üzerinde [KE] // [LF] // [OB] olacak şekilde AB yayı üzerinden E ve F noktaları seçiliyor.
- |AL| = |LK| = 4 birim ve |KO| = 12 birim olduğu gözleniyor.

Furkan öğretmen şekli çizen öğrencilerine "|KE| – |LF| farkı kaçtır?" sorusunu sormuştur.

Buna göre, öğrencilerin bulduğu cevap kaçtır?

Örnek - 2

Şekilde B ve E noktaları O merkezli çeyrek çemberin üzerindedir.



OABC kare, ADEF dikdörtgen, |AD| = 2 birim, |ED| = 1 birim ve |BF| = x'dir.

Buna göre, x kaçtır?

Örnek - 3

Düzlemde çizilen ABCD dikdörtgeninin AB ve BC kenarının uzunlukları sırasıyla 32 ve 12 birimdir.

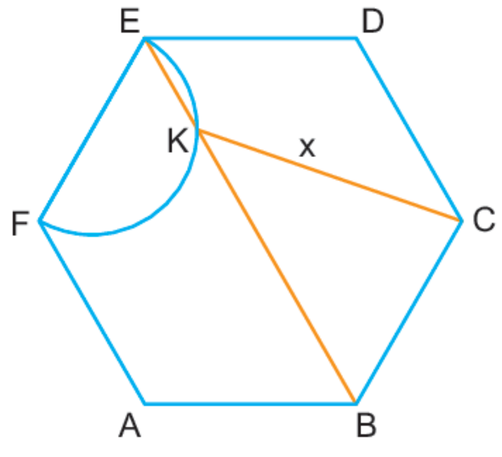
D merkezli ve A noktasından geçen çember çizildiğinde CD kenarını E noktasında kesiyor.

C merkezli ve E noktasından geçen çember çizildiğinde AB kenarını F noktasında kesiyor.

Buna göre, |AF| uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 4

Şekilde, EF çaplı yarım çember yayı ile [BE] doğru parçası K noktasında kesişiyor.



ABCDEF düzgün altıgen, |AB| = 4 birim ve |CK| = x'dir.

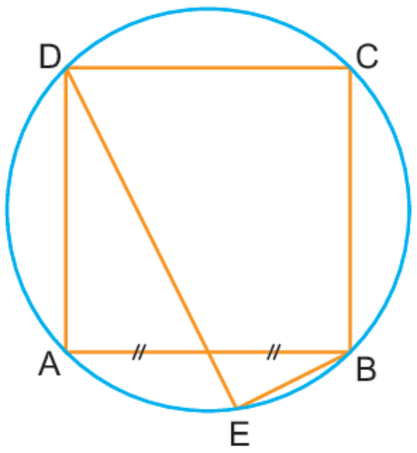
Buna göre, x kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

1. 4 2. 4 3. 16 4. $2\sqrt{7}$

Örnek - 5

Aşağıdaki şekilde ABCD karesinin köşelerinden geçen bir çember verilmiştir.

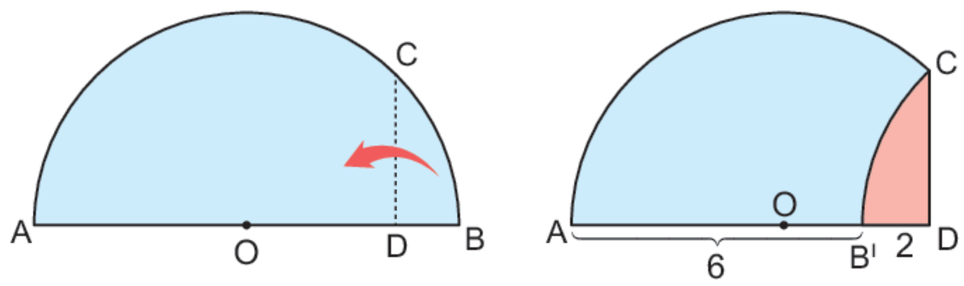


Çemberin DE kirişi, AB kenarını bu kenarın orta noktasında kesmektedir.

|DE| = 12 birim olduğuna göre, |EB| uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 6

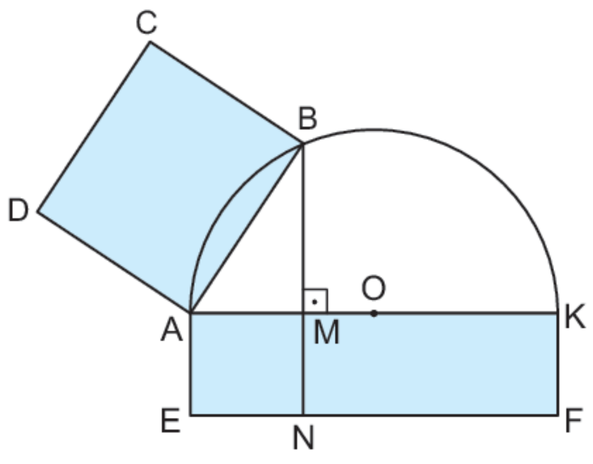
Şekil 1'deki yarım daire biçimindeki karton CD boyunca katlandığında Şekil 2'deki gibi B noktası çap üzerindeki B' noktasına geliyor.



|AB'| = 6 cm ve |B'D| = 2 cm'dir.

Buna göre, |CD| kaç santimetredir?

Örnek - 7

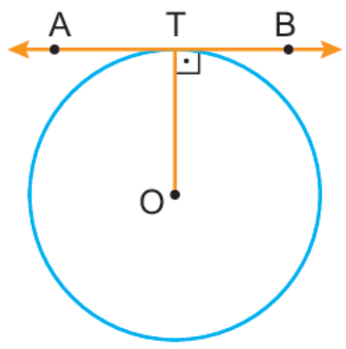


O: Yarım Çemberin Merkezi, ABCD kare, EFKA diktörtgen, [BN] ⊥ [AK], A(ABCD) = A(EFKA), Çevre(NFKM) = 20 cm'dir.

Buna göre, yarım çemberin çapı kaç cm'dir?

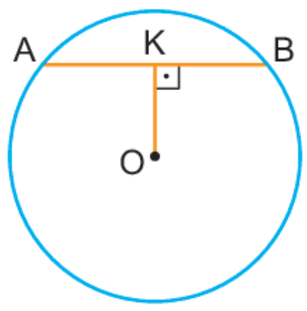
1. Dik Üçgen Yardımıyla Çemberde Uzunluk

- Merkez ile teğet değme noktasını birleştiren doğru teğete diktir.



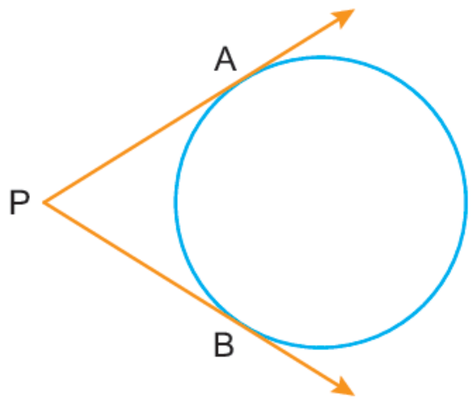
$m(\widehat{OTB}) = 90°$ dir.

- Merkezden kirişe çizilen dikme krişi ortalar.



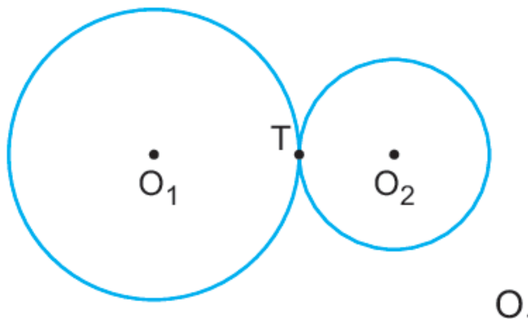
|AK| = |KB| dir.

- Çemberin dışındaki bir noktadan, çembere çizilen teğetler birbirine eşittir

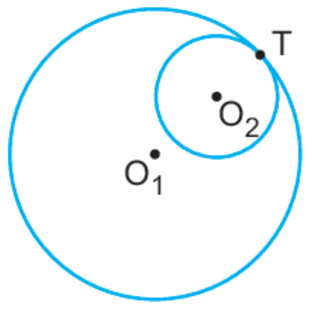


|PA| = |PB|'dir.

- İki çember birbirine teğet olduğunda, merkezleri birleştiren doğru parçası değme noktasından geçer.



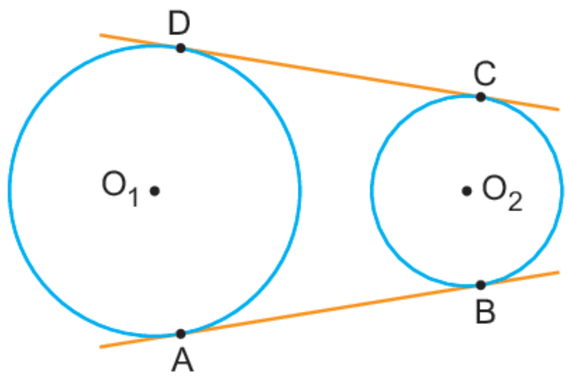
O_1, O_2, T doğrusaldır.



Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

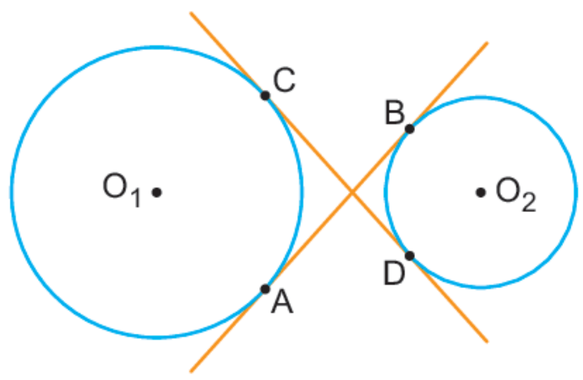
Sonuçlar

1. İki çemberin ortak dış teğet uzunlukları birbirine eşittir.



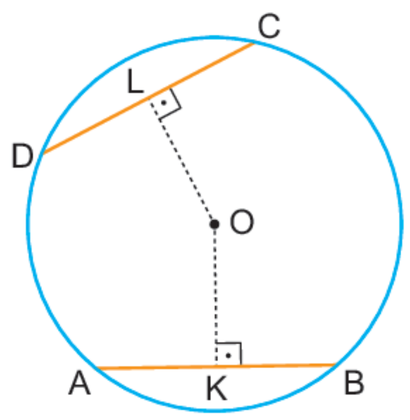
$|AB| = |CD|$ ve $|O_1O_2|^2 = |r_1 - r_2|^2 + |AB|^2$ dir.

2. İki çemberin ortak iç teğet uzunlukları birbirine eşittir.



$|AB| = |CD|$ ve $|O_1O_2|^2 = |r_1 + r_2|^2 + |AB|^2$ dir.

3.

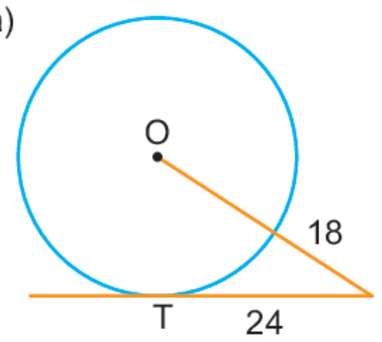


O: çemberin merkezi,
[CD] ve [AB]
kiriş olmak üzere;

- $|OK| < |OL| \iff |AB| > |CD|$ dir.
- $|OK| > |OL| \iff |AB| < |CD|$ dir.
- $|OK| = |OL| \iff |AB| = |CD|$ dir.

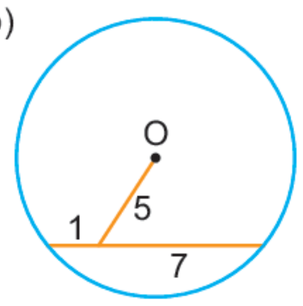
Öğrenme

a)



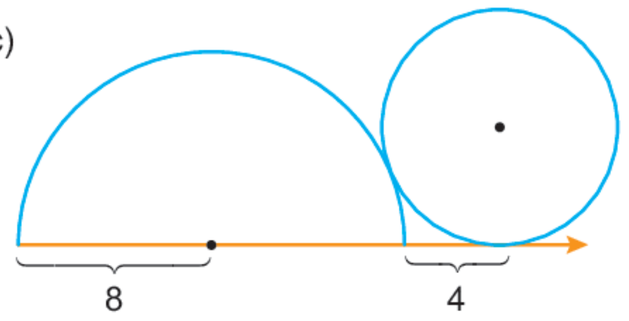
r = ?

b)



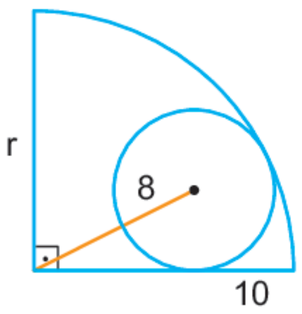
r = ?

c)



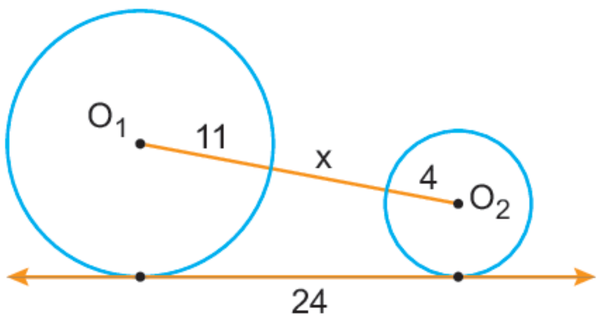
Küçük çemberin yarıçapı = ?

d)



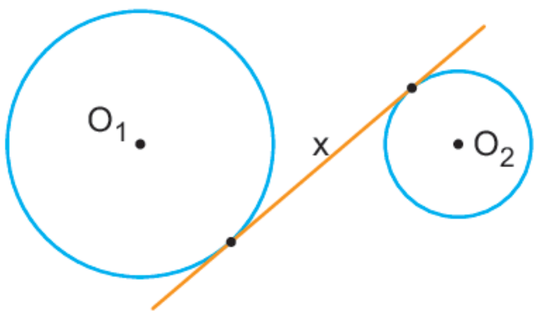
r = ?

e)



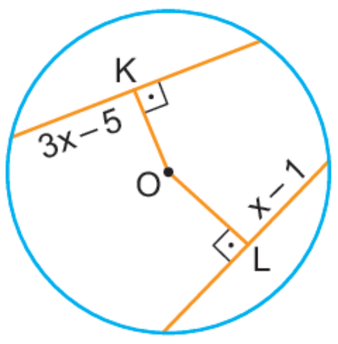
x = ?

f)



$|O_1O_2| = 15$
$r_1 = 6$
$r_2 = 3$
x = ?

g)



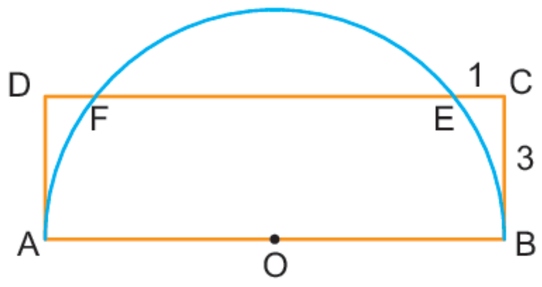
$|OK| < |OL|$
r = 10
x'in tanım aralığı = ?

a) 7 b) $4\sqrt{2}$ c) 5 d) 25 e) 10 f) 12 g) (2, 5)

Alanı | 2

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 8

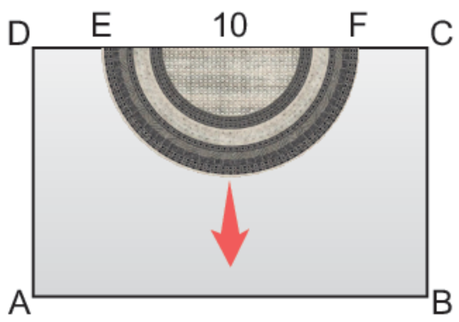


O merkezli yarım çemberde, [AB] çap, ABCD dikdörtgen, |CE| = 1 birim ve |BC| = 3 birimdir.

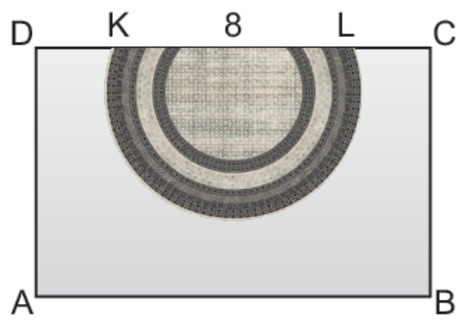
Buna göre, ABCD dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 9

Çapı 10 metre olan daire şeklindeki bir halı Şekil 1'deki gibi duvara konulmuştur.



Şekil 1

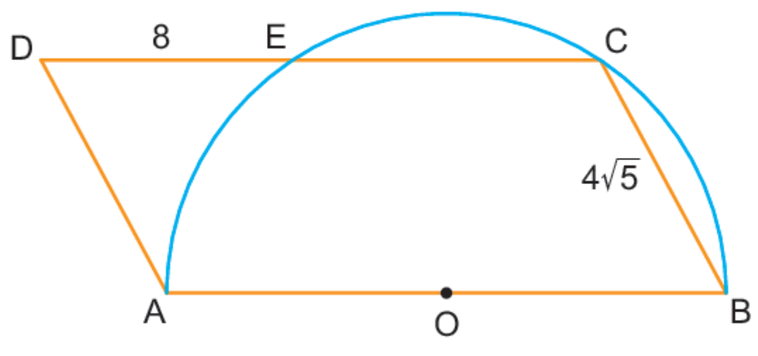


Şekil 1

Duvarın görünen yüzeyi dikdörtgen şeklinde ve |EF| = 10 birimdir.

Halı ile duvarın CD kenarının kesişimi 8 m olana kadar halı aşağı çekildiğinde halı duvarın AB kenarına kaç metre yaklaşır?

Örnek - 10

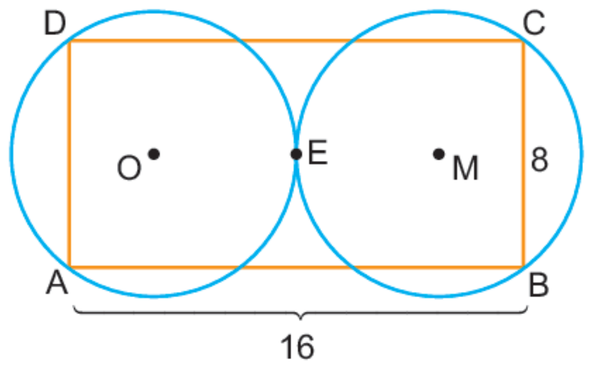


O: Yarım çemberin merkezi, ABCD paralelkenar, |BC| = $4\sqrt{5}$ birim ve |ED| =8 birimdir.

Buna göre, yarım çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek - 11

Birbirine E noktasında teğet olan O ve M merkezli çemberlerin yarıçapları eşittir.



ABCD bir dikdörtgen, |AB| = 16 cm ve |BC| = 8 cm'dir.

Buna göre, çemberlerin merkezleri arasındaki uzaklık kaç cm'dir?

Örnek - 12

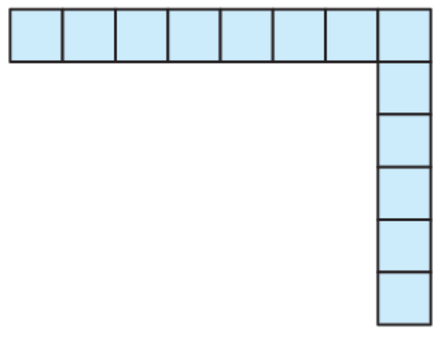
Aşağıdaki aşamalar izlenerek bir çizim yapılıyor.

- Yarıçapı 6 birim olan bir çember çizerek çemberin merkezinden geçen d doğrusunu çiziniz.
- d doğrusuna paralel olan ve d doğrusuna uzaklığı 4 birim olan K doğrusunu çiziniz. K doğrusunun çemberi kestiği noktalar A ve B olsun.
- A merkezli |AB| yarıçaplı çemberi çiziniz. Bu çemberin d doğrusunu kestiği noktalar C ve D olsun.

Buna göre, C ile D noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Örnek - 13

Egehan bir kağıda aşağıdaki gibi birer kenarları ortak birim kareleri çizip bu karelerin hepsini içine alan en küçük çemberi çizmiştir.



Egehan'ın kardeşi Kerem'de abisinin çizdiği çemberin içine birim kareler çizmiştir.

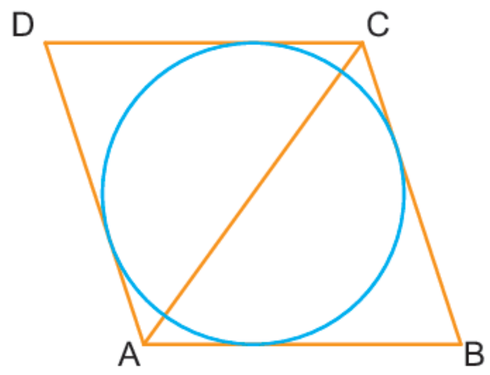
Buna göre, Kerem en fazla kaç tane birimkare çizebilir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

8. 30 9. 3 10. 10 11. 10 12. 16 13. 60

Örnek - 14

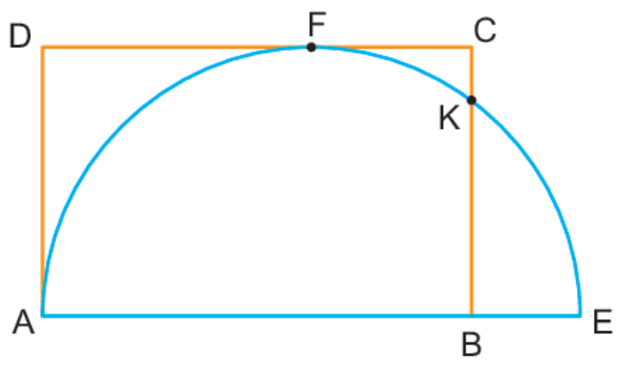
Aşağıdaki şekilde verilen ABCD eşkenar dörtgenin tüm kenarlarına teğet olan çemberin çapı 16 birimdir.



Eşkenar dörtgenin [AC] köşegeninin uzunluğu $8\sqrt{5}$ birim olduğuna göre, çevresi kaç birimdir?

Örnek - 15

Şekildeki ABCD dikdörtgeninin CD kenarı, yarım çembere F noktasında teğettir.

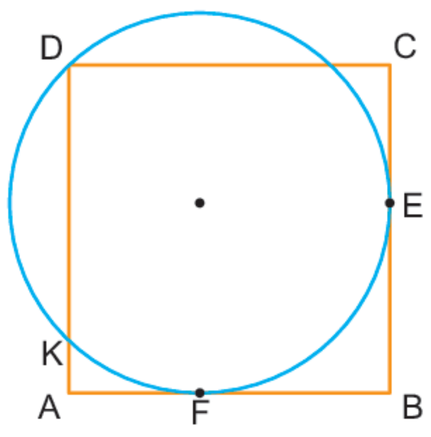


ABCD dikdörtgen ve $|KB| = 4 \cdot |KC|$'dir.

ABCD dikdörtgeninin çevresi 50 cm olduğuna göre, yarım çemberin çapı kaç cm'dir?

Örnek - 16

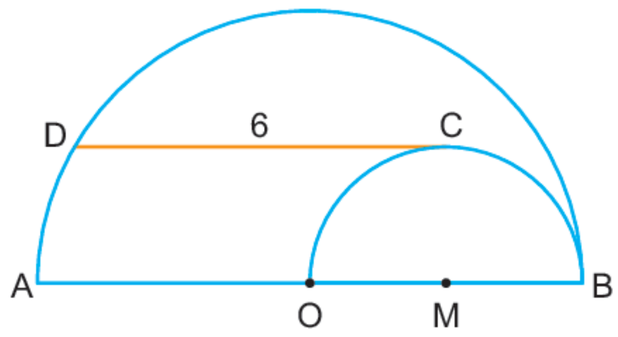
O merkezli çemberde F ve E noktalarında teğet olacak biçimde ABCD dikdörtgeni çizilmiştir.



$|AB| = 16$ birim ve $|BC| = 18$ birimdir.

Buna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek - 17

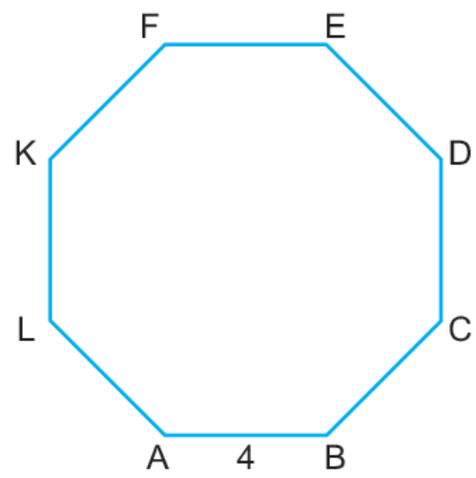


O ve M yarım çemberlerin merkezi, CD // AB, $|CD| = 6$ birim ve DC, M merkezli çembere C noktasında teğettir.

Buna göre, M merkezli yarım çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek - 18

Aşağıdaki şekilde, kenar uzunluğu 4 birim olan ABCDEFKL düzgün sekizgeni verilmiştir.



FK doğrusuna F noktasında ve CD doğrusuna D noktasında teğet olan çember çiziliyor.

Bu çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek - 19

Kemal 3 tane karton parçasını keserek yarıçapı 2 cm olan bir daire elde etmek istiyor.

Buna göre Kemal,

I. Kenar uzunluğu 5 cm olan kare

II. Kenar uzunluğu 6 cm olan eşkenar üçgen

III. Kenar uzunluğu 4 cm olan ve bir iç açısının ölçüsü 120° olan eşkenar dörtgen

biçimindeki karton parçalarından hangilerini keserse daireyi elde eder?

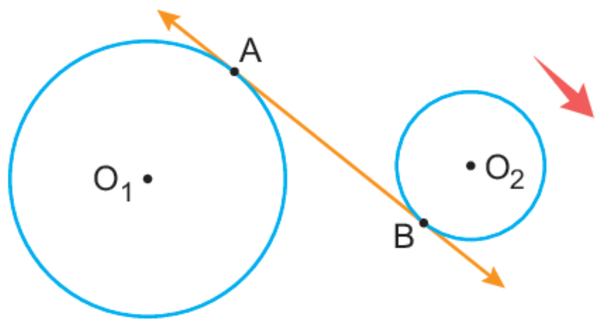
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

14. 80 15. $\frac{250}{13}$ 16. 10 17. $3\sqrt{3} - 3$ 18. 4 19. Yalnız I

Örnek - 20

Yarıçap uzunlukları 7 birim ve 2 birim olan çemberlerin ortak dış teğet uzunluğu 12 birim olduğuna göre, çemberler arasındaki en kısa uzaklık kaç birimdir?

Örnek - 21

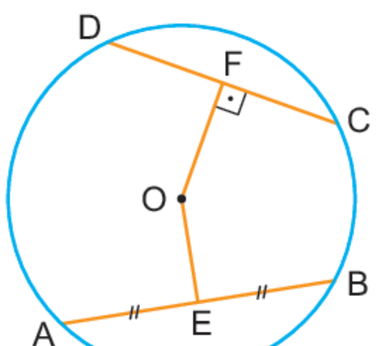


Yukarıdaki şekilde;

- O_1 ve O_2 merkezli çemberlerin yarıçapları sırasıyla 9 cm ve 3 cm
- Merkezler arası uzaklık 15 cm'dir.

Buna göre, küçük çember doğru üzerinden ok yönünde kaç cm aşağı kaydırılırsa merkezler arası uzaklık 5 cm artar?

Örnek - 22

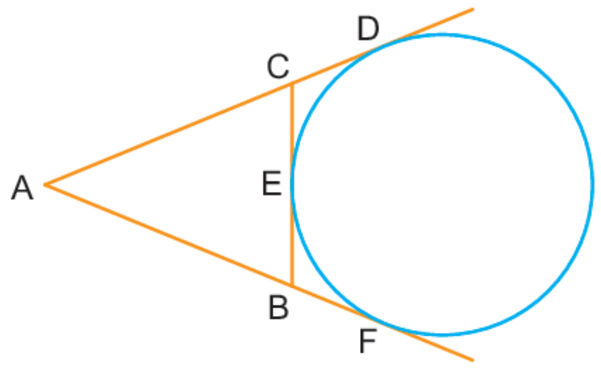


O çemberin merkezi, |OE| < |OF|, |AE| = |EB|, OF ⊥ CD, |CD| = 5x – 3 birim ve |EB| = x + 9 birimdir.

Buna göre, x'in alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

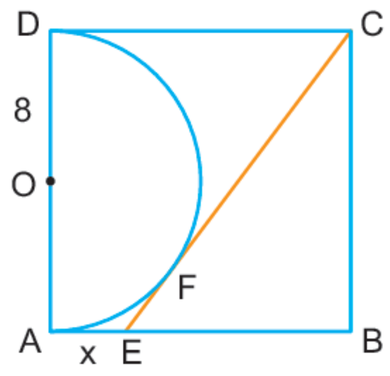
Örnek - 23

Aşağıdaki şekilde ABC üçgeninin dış teğet çemberi çizilmiştir.



|AD| = 13 birim olduğuna göre, ABC üçgeninin çevresi kaç birimdir?

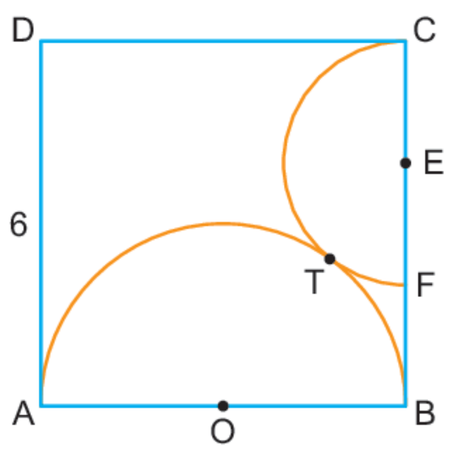
Örnek - 24



ABCD kare, O merkezli yarım çemberin yarıçapı 8 cm ve F teğet noktasıdır.

Buna göre, |AE| = x kaç cm'dir?

Örnek - 25



ABCD kare, O ∈ AB, E ∈ BC ve |AD| = 6 birimdir.

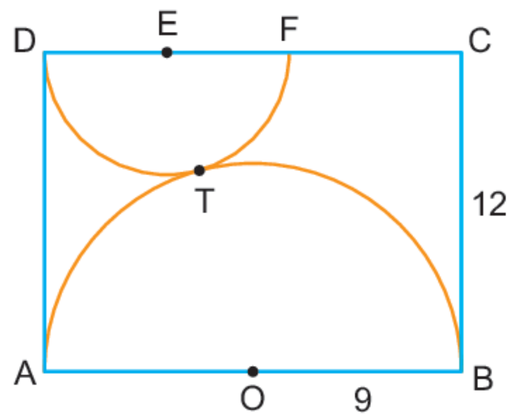
O merkezli ve E merkezli yarım çemberler karenin içindeki T noktasında birbirlerine teğet olduğuna göre, |BF| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

20. 4 21. 7 22. 6 23. 26 24. 4 25. 2

Örnek - 26

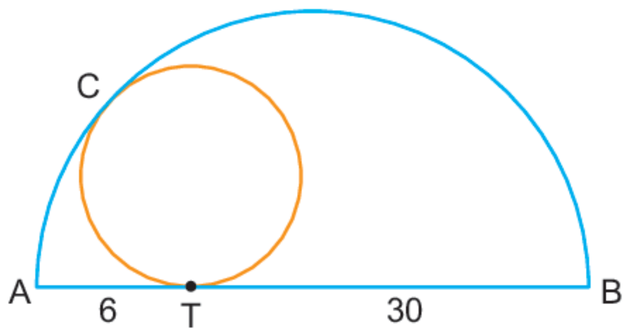
O merkezli ve E merkezli yarım çemberler T noktasında birbirlerine teğettir.



ABCD dikdörtgen, O ∈ AB, E ∈ CD, |BC| = 12 birim ve |OB| = 9 birimdir.

Buna göre, E merkezli çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek - 27

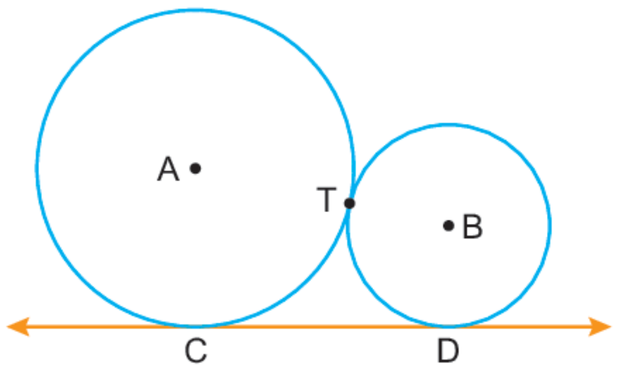


|AT| = 6 birim

|TB| = 30 birim

[AB] çaplı yarım çemberin içine T ve C noktasında teğet olacak şekilde çizilen çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek - 28

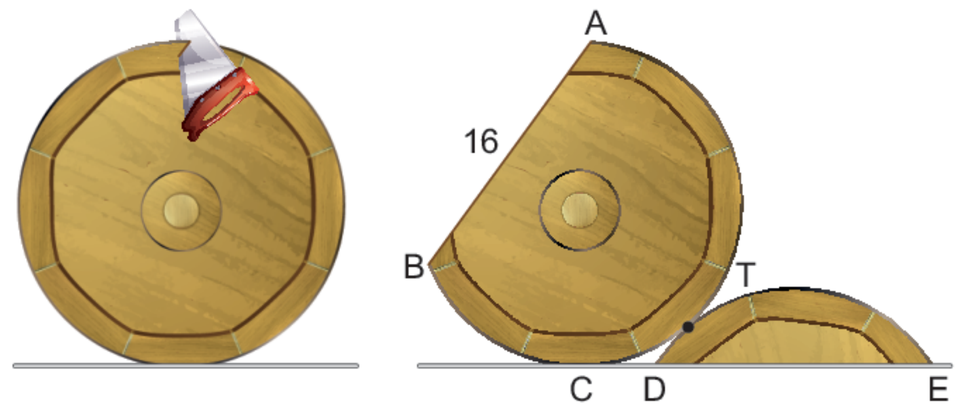


A merkezli çemberin yarıçapı R, B merkezli çemberin yarıçapı r, C, D, T değme noktaları ve |CD| = 4 birimdir.

Yukarıda verilenlere göre, R · r çarpımı kaçtır?

Örnek - 29

Zemine dik olarak duran daire şeklindeki tahtadan tekerleğin yarıçapı 10 cm'dir. Tekerlek, testere ile düz bir şekilde 16 cm kesilip iki parçaya ayrılıyor.

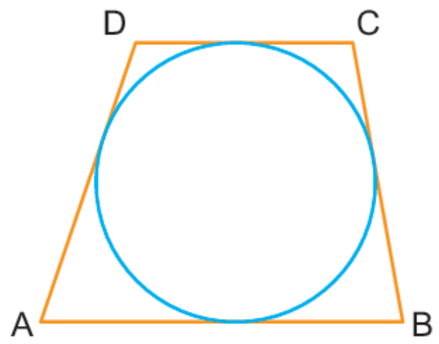


Şekil 1 Şekil 2

Parçalar Şekil 2'deki gibi birbirine teğet olacak şekilde konulduğunda |CD| kaç santimetre olur?

Teğetler Dörtgeni

Bir çembere teğet olan dörtgene teğetler dörtgeni denir.

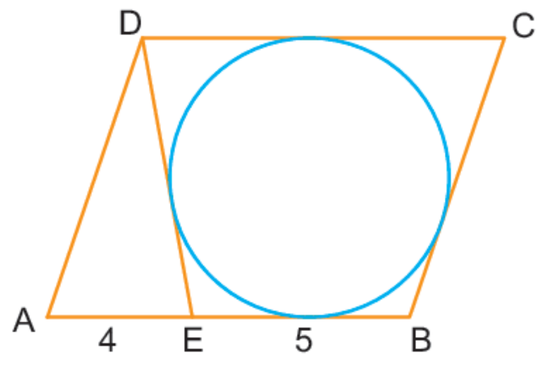


→ Karşılıklı kenarların uzunlukları toplamı birbirine eşittir.

→ Çevre(ABCD) = 2u dersek

Alan(ABCD) = u · r olur.

Örnek - 30



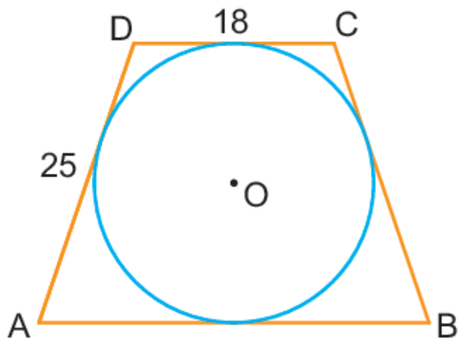
ABCD paralelkenar, BCDE teğetler dörtgeni, |AE| = 4 br ve |EB| = 5 br'dir.

Buna göre, Çevre($\widehat{ADE}$) kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 31

Aşağıdaki şekilde O merkezli çemberin teğetler dörtgeni çizilmiştir.



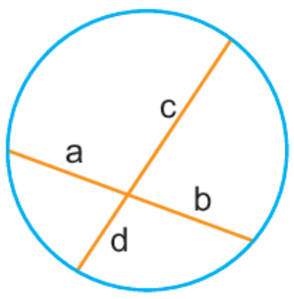
[AB] // [CD], |AD| = |BC|, |CD| = 18 birim ve |AD| = 25 birimdir.

Buna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

2. Kuvvet Yardımıyla Çemberde Uzunluk

→ **İç Kuvvet**

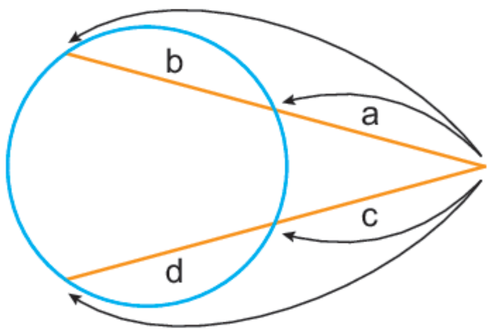
•



$a \cdot b = c \cdot d$

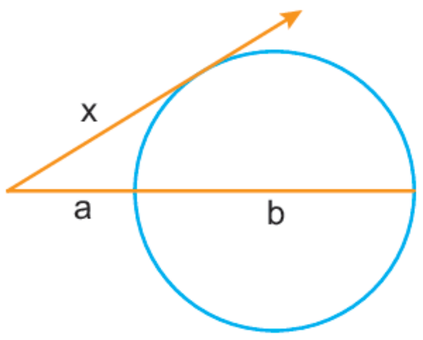
→ **Dış Kuvvet**

•



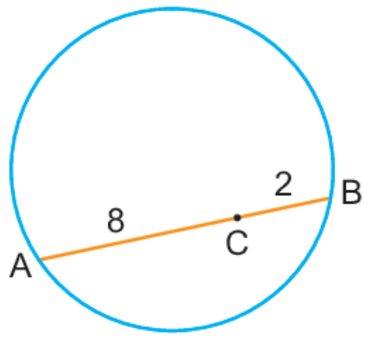
$a(a + b) = c(c + d)$

•



$x^2 = a(a + b)$

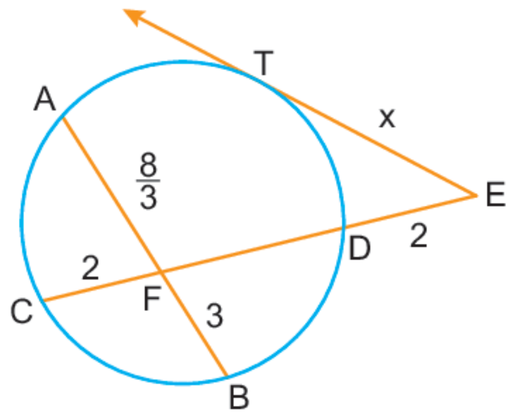
Örnek - 32



[AB]: Kiriş, C ∈ AB, |CB| = 2 birim ve |CA| = 8 birimdir.

Buna göre, C noktasından geçen en kısa kirişin uzunluğu kaç birimdir?

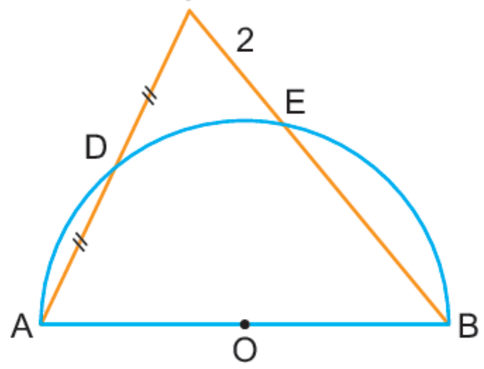
Örnek - 33



T: teğet noktası, AB ∩ CE = {F}, |FA| = $\frac{8}{3}$ br, |BF| = 3 br, |FC| = |DE| = 2 br ve |TE| = x'dir.

Buna göre, x kaç br'dir?

Örnek - 34



O: Yarım çemberin merkezi, D ∈ AC, E ∈ BC, |CD| = |DA|, |CE| = 2 birim ve |AB| = 9 birimdir.

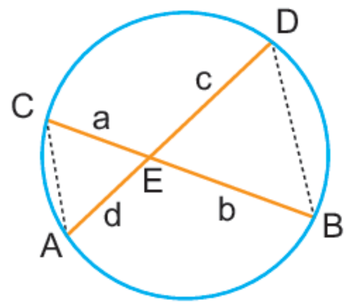
Buna göre, |AC| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

31. 12 32. 8 33. 4 34. 6

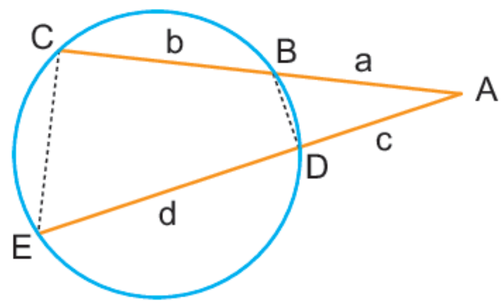
3. Benzerlik Yardımıyla Çemberde Uzunluk

→



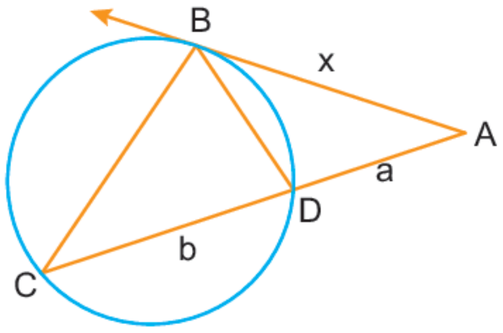
$\overset{\frown}{EAC} \sim \overset{\frown}{EDB}$

→



$\overset{\frown}{BAD} \sim \overset{\frown}{EAC}$

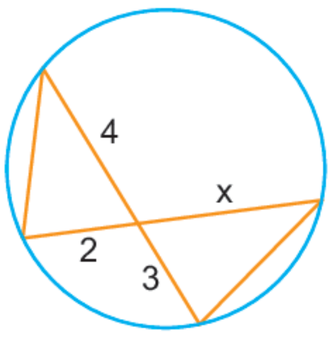
→



$\overset{\frown}{ABD} \sim \overset{\frown}{ACB}$

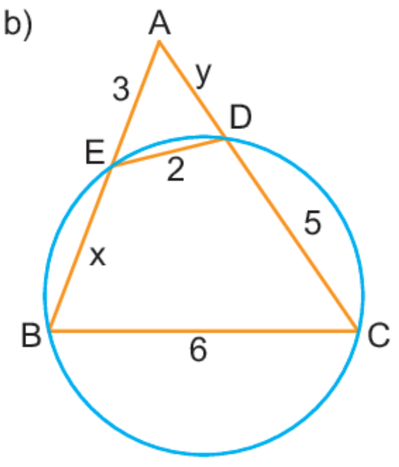
Öğrenme

a)



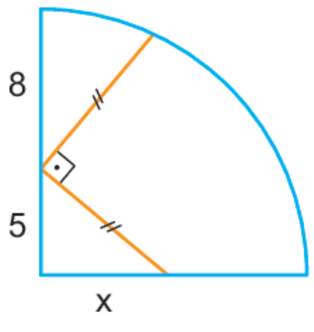
x = ?

b)



x + y = ?

c)

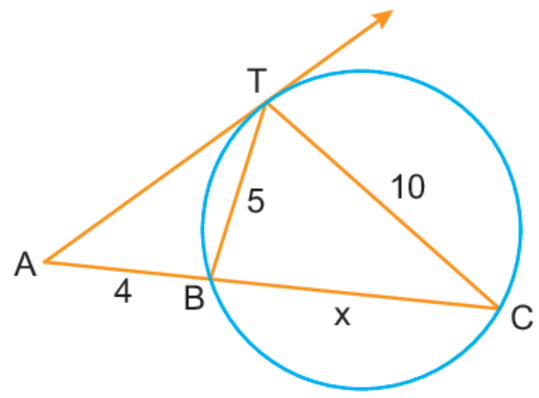


x = ?

a) 6 b) 13 c) 7

Alanı | 3

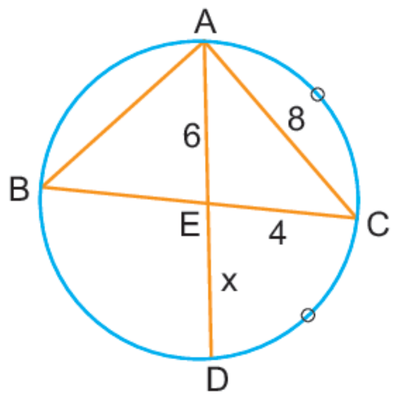
Örnek - 35



ATC ve BTC üçgen, T: teğet noktası, |AB| = 4 birim , |TB| = 5 birim, |TC| = 10 birim ve |BC| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 36

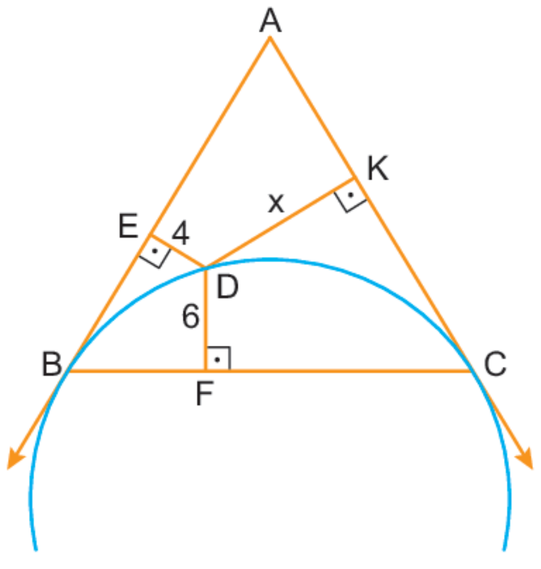


ABC üçgen, AD ∩ BC = {E}, $m(\overset{\frown}{AC}) = m(\overset{\frown}{CD})$, |AE| = 6 birim, |AC| = 8 birim, |CE| = 4 birim ve |ED| = x'dir.

Buna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 37

Aşağıdaki şekilde ABC üçgeninde B ve C noktalarına teğet olacak biçimde bir çember yayı çizilmiştir.

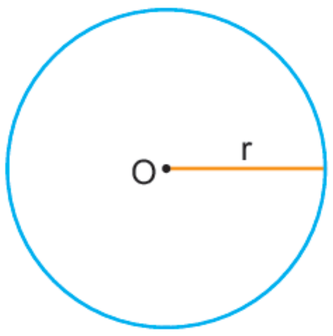


|DE| = 4 birim, |DF| = 6 birim ve |DK| = x'dir.

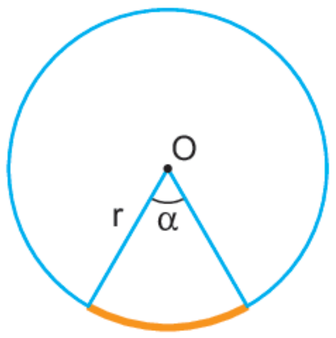
Buna göre, x kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Çemberin Çevresi ve Yay Uzunluğu



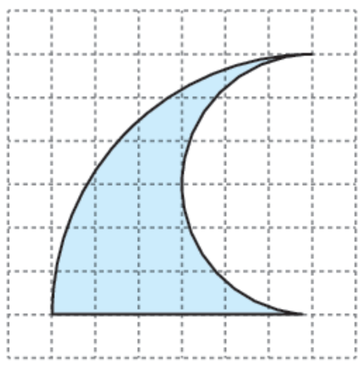
Çevre = $2\pi r$



$|\widehat{AB}| = 2\pi r \frac{\alpha}{360}$

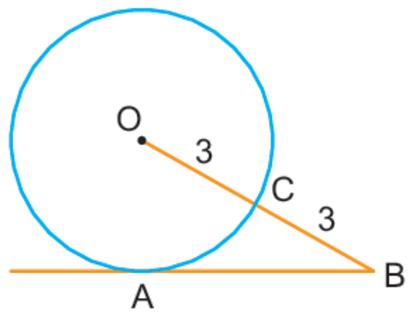
Öğrenme

a)



Taralı şeklin çevresi = ?

b)



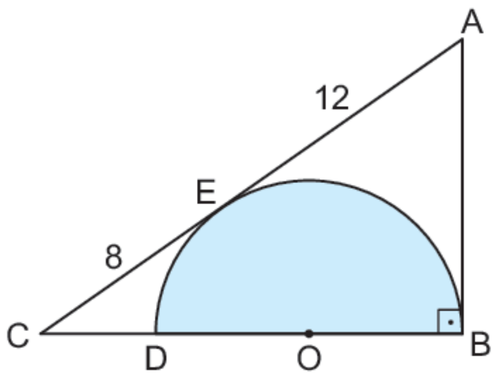
$|\widehat{AC}| = ?$

a) $6\pi + 6$ b) π

Alanı | 4

Örnek - 38

Şekildeki ABC üçgeninin AC kenarı E noktasında, AB kenarı B noktasında O merkezli yarım daireye teğettir.

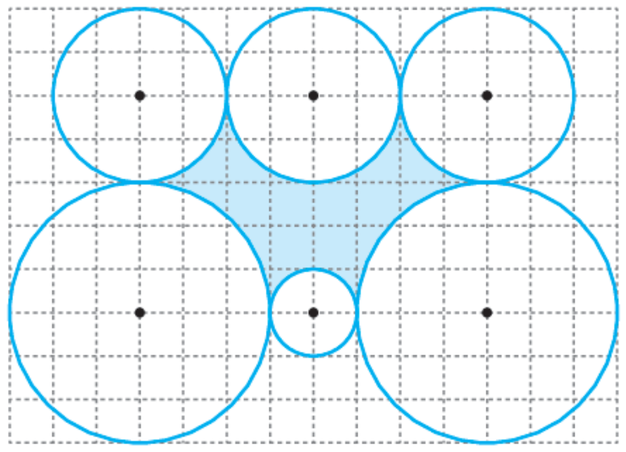


ABC dik üçgen, AB ⊥ BC, |AE| = 12 cm ve |EC| = 8 cm'dir.

Buna göre, yarım dairenin çevresi kaç cm'dir?

Örnek - 39

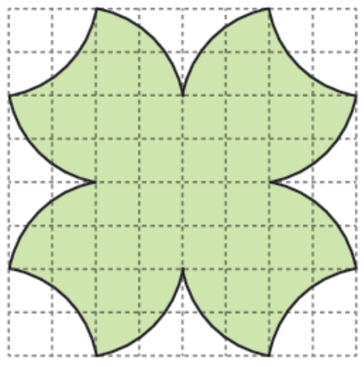
Şekildeki birim kareler üzerine altı adet çember çiziliyor. Sonra bu çemberlerin arasında kalan bölge boyanıyor.



Buna göre, boyalı bölgenin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 40

Şekilde, birim kareler üzerine çember yaylarından oluşan bir desen çizilmiştir.

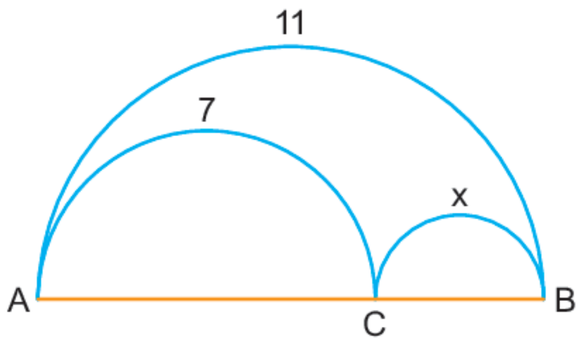


Bu desenin çevre uzunluğu kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 41

Aşağıdaki şekilde AB çaplı yarım çember içine AC ve BC çaplı yarım çemberler çizilmiştir.

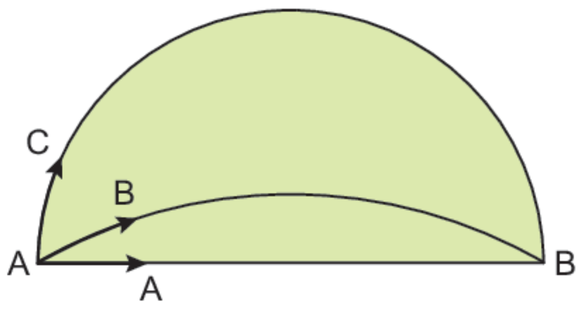


$|\widehat{AB}| = 11$ cm, $|\widehat{AC}| = 7$ cm ve $|\widehat{BC}| = x$'dir.

Buna göre, x kaçtır?

Örnek - 42

Aşağıda, iki çember yayı ve bir doğru parçasından oluşan A,B ve C yollarının oluşturduğu koşu parkının krokisi verilmiştir.



Bu yollar için aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

- A yolu, başlangıç ile bitiş noktası arasındaki en kısa yoldur.
- B yolunu oluşturan çember yayının merkezi, bir kenarı A yolu olan eşkenar üçgenin köşelerinden biridir.
- C yolu, yarım çember yayıdır.

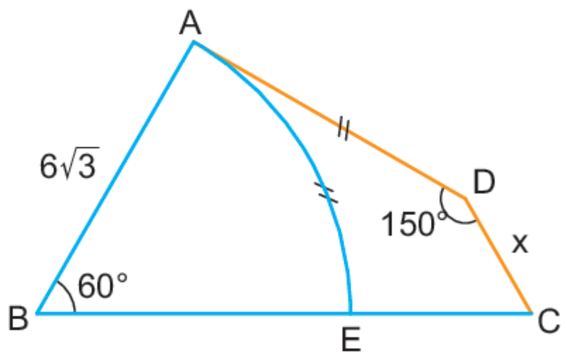
Başlangıç noktasından aynı anda koşmaya başlayan Ali A, Barış B, Cemil ise C yolunu kullanarak bitiş noktasına varıyor.

Ali, Barış ve Cemil'in saatteki hızları sırasıyla 4 km, 3 km ve 6 km olduğuna göre, bitiş noktasına varış sırası aşağıdakilerden hangisidir?

	1.	2.	3.
A)	Ali	Cemil	Barış
B)	Ali	Barış	Cemil
C)	Barış	Ali	Cemil
D)	Barış	Cemil	Ali
E)	Cemil	Ali	Barış

Örnek - 43

Şekildeki B merkezli AE çember yayı ile AD doğru parçasının uzunlukları eşittir.

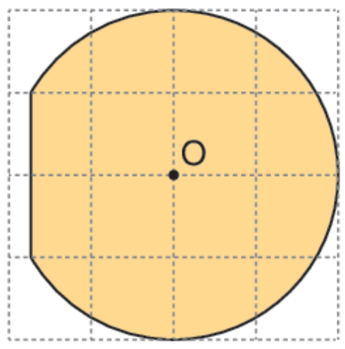


ABCD bir dörtgen, $m(\widehat{ABC}) = 60°$, $m(\widehat{ADC}) = 150°$, $BA \perp AD$, $|AB| = 6\sqrt{3}$ cm ve $|CD| = x$'dir.

Buna göre, x kaç cm'dir?

Örnek - 44

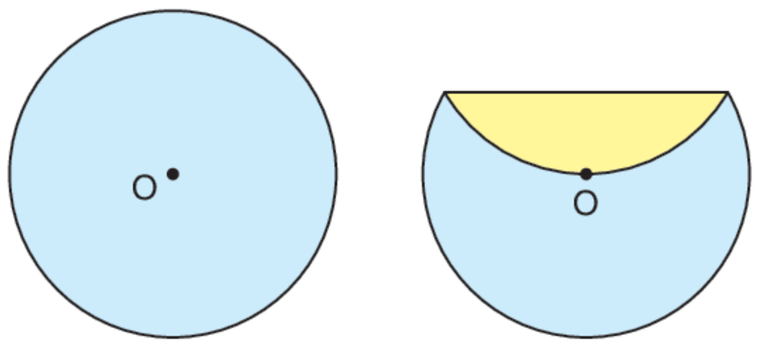
Birim kareler üzerine çizilen O merkezli 2 birim yarıçaplı dairenin bir kısmı şekildeki gibi boyanmıştır.



Buna göre, boyalı bölgenin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 45

Ön yüzü mavi arka yüzü sarı renkli daire şeklindeki karton katlandığında, Şekil 2'deki gibi dairenin yayı merkezinden geçmektedir.



Şekil 1 Şekil 2

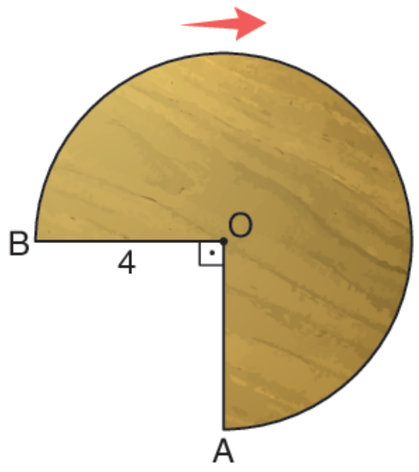
Dairenin yarıçapı 6 cm olduğuna göre, Şekil 2'deki sarı bölgenin çevresi kaç cm'dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

41. 4 42. A 43. $6\sqrt{3} - 2\pi$ 44. $\frac{10\pi}{3} + 2$ 45. $4\pi + 6\sqrt{3}$

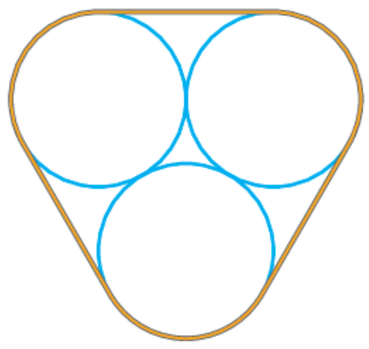
Örnek - 46

Yarıçapı 4 birim olan daire şeklindeki bir tahta tekerleğin çeyreği kesilip atılmış ve zemine şekildeki gibi konmuştur.



Bu tekerlek ok yönünde bir tam tur dönecek kuvvette ittirildiğinde A köşesinin ilk durumundaki A köşesine olan uzaklığı kaç birimdir?

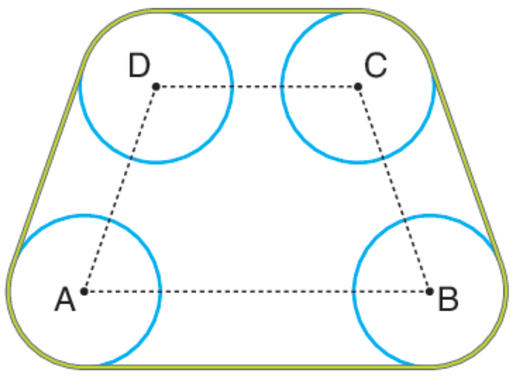
Örnek - 47



Yarıçapları 2 birim olan birbirine teğet üç çemberin etrafına sarılan gergin ipin uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 48

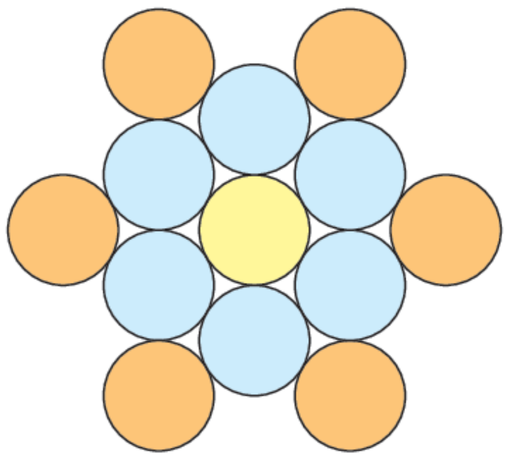
Yarıçapları 2 birim olan çemberlerin etrafına bir ip sarılmıştır.



Çemberlerin merkezlerinin birleşmesiyle oluşan dörtgenin çevresi 23π birim olduğuna göre, çemberlerin etrafına sarılan ipin uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 49

Aşaşğıdaki şekilde, renkleri dışında özdeş olan silindir şeklindeki varillerin üstten görünümü verilmiştir.

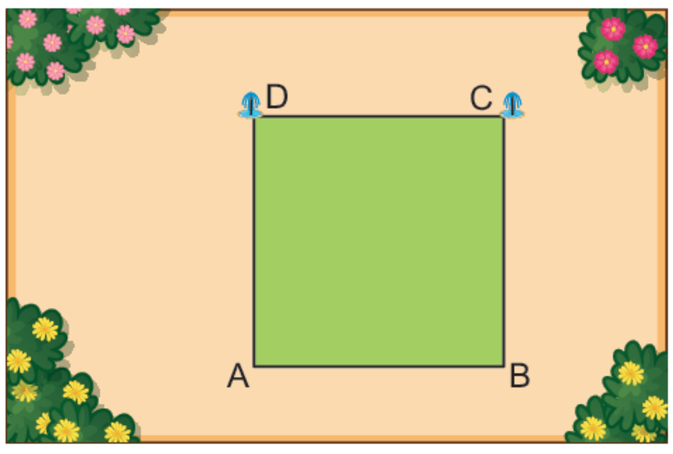


- Sarı varil 6 tane varile değiyor.
- Mavi varillerin her biri 5 tane varile değiyor.
- Kırmızı varillerin her biri 2 tane varile değiyor.
- Varillerin taban yarıçapı 1 birimdir.

Buna göre, şekildeki 13 varil bir iple gergin bir şekilde bağlandığında ipin uzunluğu en az kaç birim olur?

Örnek - 50

Aşağıdaki şekilde bir parkın üstten görünümü verilmiştir. Parkın içinde kenar uzunluğu 4 metre olan ABCD karesi şeklinde yeşil alan vardır.



C ve D noktalarında parkı sulamak için fıskiyeler takılmış ve bu fıskiyelerin her ikisi de yarıçapı 2 metre olan dairesel bir bölgeyi sulayabilmektedir.

A köşesinde bulunan bir kişi, yeşil alana ve sulanan kısımlara basmadan yeşil alanının etrafında tur atıp tekrar A köşesine geliyor.

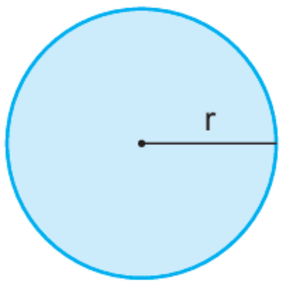
Buna göre, bu kişi en az kaç metre yürümüştür?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

46. $6\pi + 4\sqrt{2}$ 47. $12 + 4\pi$ 48. 27π 49. $12\sqrt{3} + 2\pi$ 50. $8 + 4\sqrt{3} + \frac{8\pi}{3}$

DAİREDE ALAN

Bir çember ile çemberin iç bölgesinin birleşimine **daire** denir.



Dairenin alanı

πr^2 dir.

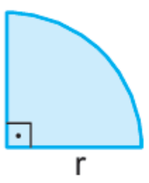
→



Yarım dairenin alanı

$\frac{\pi r^2}{2}$ dir.

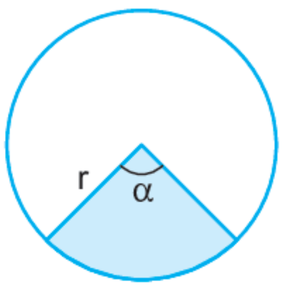
→



Çeyrek dairenin alanı

$\frac{\pi r^2}{4}$ dir.

→

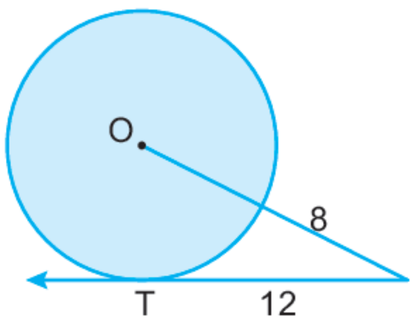


Daire diliminin alanı

$\frac{\pi r^2 \alpha}{360}$ dir.

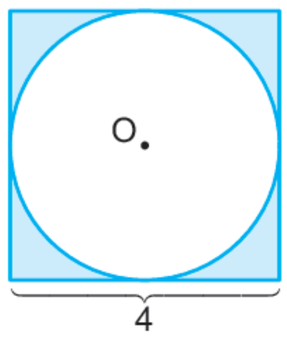
Öğrenme

a)



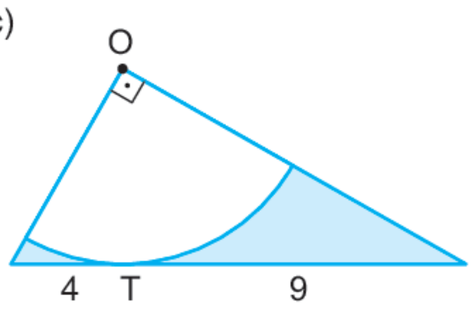
Dairenin alanı = ?

b)



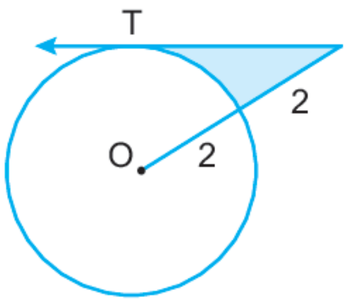
Taralı alan = ?

c)



Taralı Alan = ?

d)

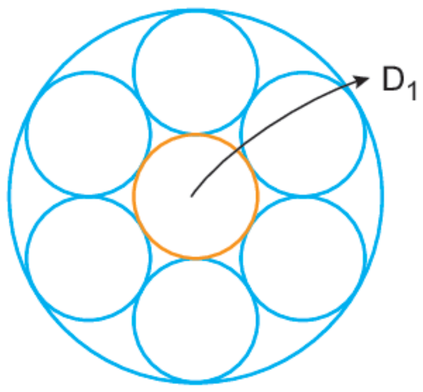


Taralı Alan = ?

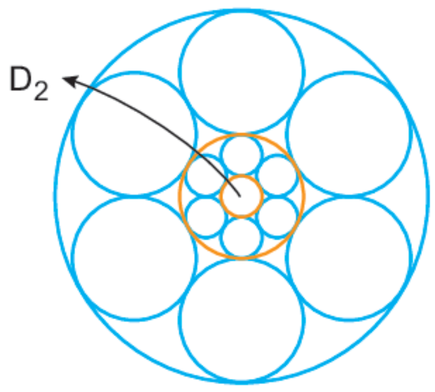
a) 25π b) $16 - 4\pi$ c) $39 - 9\pi$ d) $2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$

Örnek - 1

Çevresi a birim olan daire, 6 tane eş daireye ayrılıp bu dairelere teğet yeni bir D_1 dairesi oluşturuluyor (Şekil 1). Daha sonra D_1 dairesi de benzer biçimde ayrılıp D_2 dairesi elde ediliyor (Şekil 2).



Şekil 1

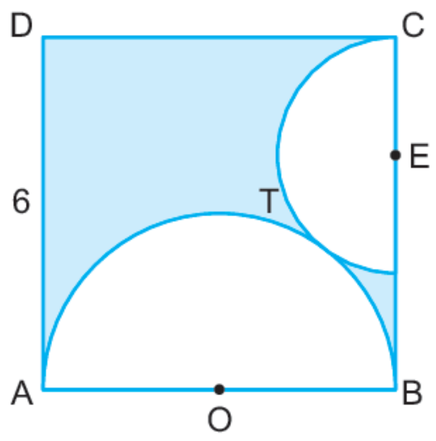


Şekil 2

D_2 dairesi de benzer biçimde ayrıldığında elde edilen D_3 dairesinin alanı 4π birimkare oluyor.

Buna göre, a kaçtır?

Örnek - 2

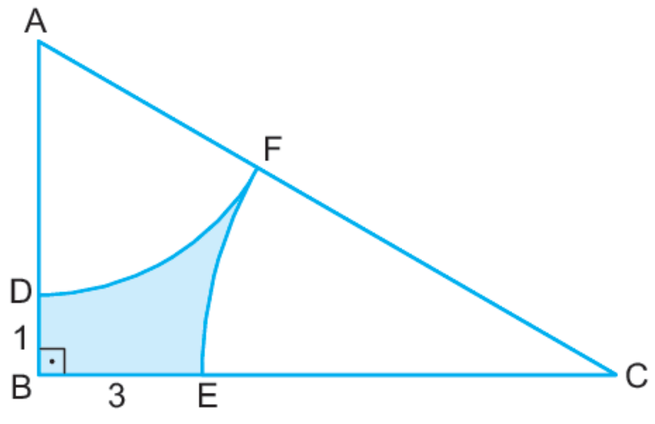


ABCD kare, $O \in AB$, $E \in BC$ ve $|AD| = 6$ birimdir.

Yukarıdaki şekilde, O merkezli ve E merkezli çemberler karenin içindeki T noktasında birbirine teğet olduğuna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

Örnek - 3

Aşağıdaki şekilde, ABC üçgeninin içine A ve C merkezli eşit yarıçaplı çember yayları çizilmiştir.



ABC üçgen, $|EB| = 3$ birim ve $|BD| = 1$ birimdir.

Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 4

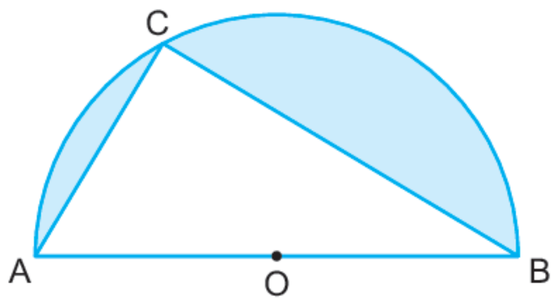
Nurtaç, bir kâğıda dik üçgen çizip bu üçgenin köşelerini merkez kabul eden ve birbirini kesmeyen üç tane eş daire çizmiştir.

Nurtaç, herhangi iki daire üzerinde seçtiği noktalar arasındaki uzaklığın en çok 10, 12 ve 14 birim olduğunu görüyor.

Buna göre, dairelerin içinde kalıp üçgenin dışında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 5

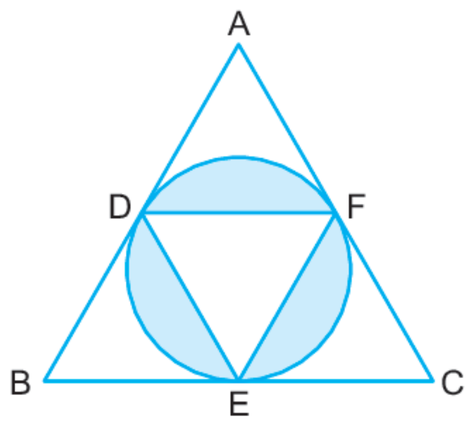
O merkezli yarım çember üzerindeki bir C noktası A'dan B'ye doğru hareket ettirilerek ABC üçgenleri oluşturuluyor.



Boyalı bölgenin alanı en az $18\pi - 36$ birimkare olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek - 6

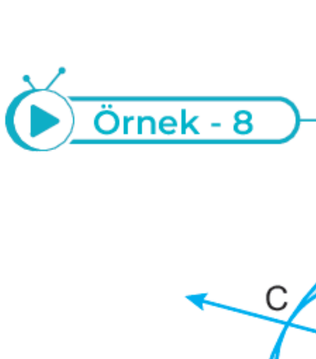
Aşağıdaki, ABC eşkenar üçgeni ve bu üçgenin iç teğet çemberi verilmiştir. Çember ile üçgenin teğet noktalarından DEF üçgeni oluşturulmuştur.



ABC eşkenar üçgeninin çevresi 36 cm olduğuna göre, boyalı alan kaç cm^2 dir?

Örnek - 7

Bir karenin içine alanı en büyük bir çember, dışına ise alanı en küçük çember çizildiğinde,



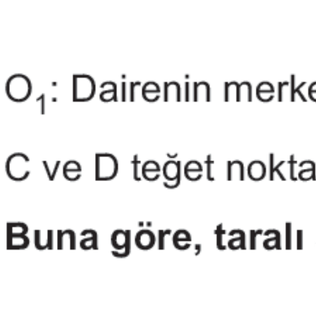
Küçük dairenin alanı: πr^2

Karenin alanı: $4r^2$

Büyük dairenin alanı: $2\pi r^2$

Eşitsizlik: $\pi < 4 < 2\pi$

eşitsizliği elde edilir.



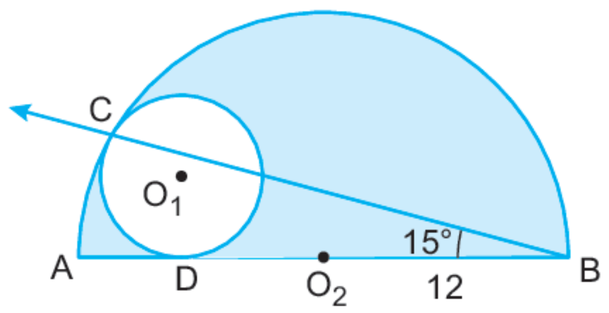
Eşitsizlik = ?

Benzer biçimde, eşkenar üçgenin içine ve dışına çemberler çizilirse aşağıdaki eşitsizliklerden hangisine ulaşılır?

A) $\pi < 2\sqrt{3} < 2\pi$ B) $\pi < 3\sqrt{3} < 2\pi$ C) $2\pi < 3\sqrt{3} < 4\pi$

D) $\pi < 3\sqrt{3} < 4\pi$ E) $\pi < 3\sqrt{3} < 3\pi$

Örnek - 8



O_1: Dairenin merkezi , O_2: Yarım dairenin merkezi,

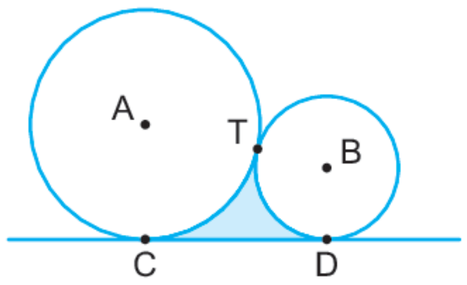
C ve D teğet noktaları, $m(\widehat{ABC}) = 15°$ ve $|O_2B| = 12$ birimdir.

Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

4. 10π 5. 6 6. $12\pi - 9\sqrt{3}$ 7. D 8. 56π

Örnek - 9

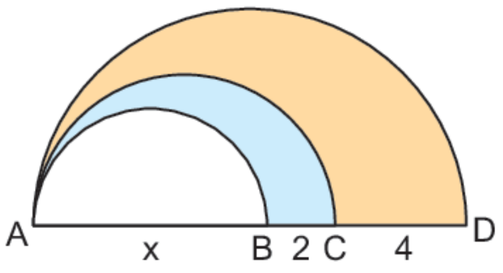


CD: Her iki çemberde C ve D noktasında teğet bir doğrudur.

Yarıçap uzunluğu 6 birim olan A merkezli çember ile yarıçap uzunluğu 2 birim olan B merkezli çember birbirlerine T noktasında teğet olduğuna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

Örnek - 10

Aşağıdaki şekilde verilen [AB], [AC] ve [AD] çaplı yarım çemberler A noktasında birbirlerine teğettir.

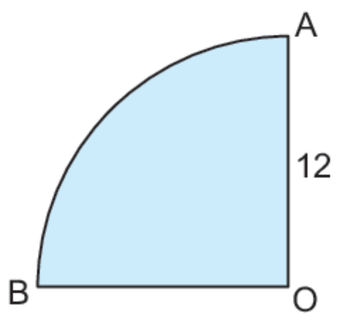


|BC| = 2 birim, |CD| = 4 birim ve |AB| = x'dir.

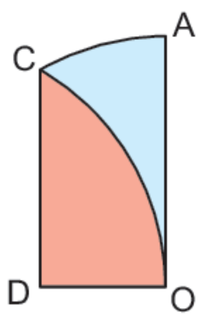
Kırmızı bölgenin alanı mavi bölgenin alanının 3 katı olduğuna göre, x kaç birimdir?

Örnek - 11

Yarıçapı 12 cm olan çeyrek daire biçimindeki Şekil 1'deki kartonun B köşesi O köşesine gelecek biçimde katlandığında Şekil 2'deki gibi oluyor.



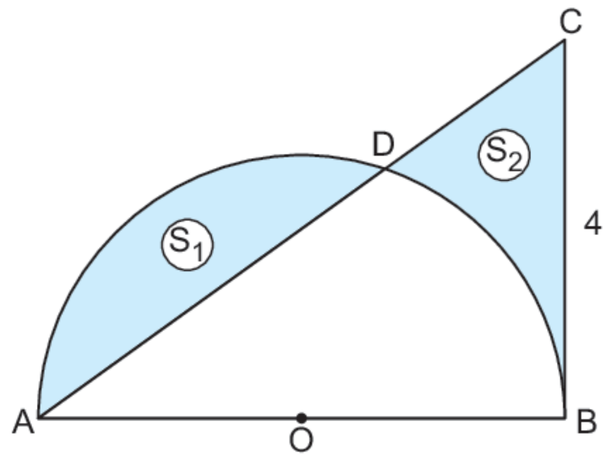
Şekil 1



Şekil 2

Buna göre, son durumda oluşan şeklin görünen yüzünün alanı kaç cm^2 dir?

Örnek - 12



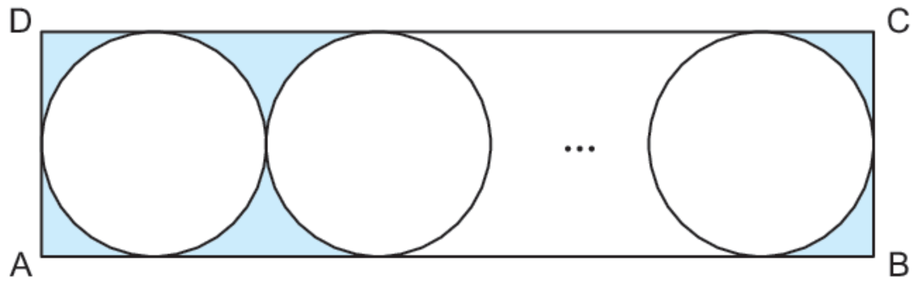
[AB]: O merkezli yarım çemberin çapı,

CB: Çembere B noktasında teğet, ABC bir üçgen, $S_1 = S_2$ ve |BC| = 4 birimdir.

S_1 ve S_2 bulundukları bölgenin alanı olduğuna göre, yarım çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek - 13

Yarıçap uzunlukları 1 cm'den büyük ve bir tamsayı değerine sahip çemberler şekildeki gibi ABCD dikdörtgeninin kenarlarına ve birbirine teğet olacak biçimde yerleştirilmiştir.

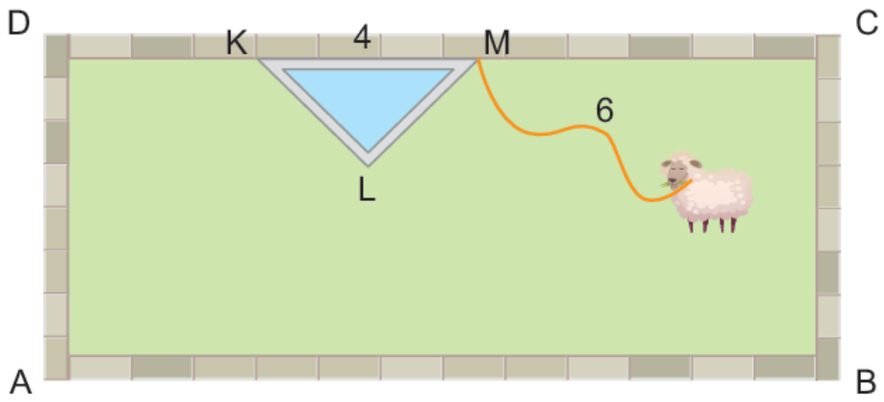


ABCD dikdörtgeninin çevresi 220 cm olduğuna göre, çemberlerin yarıçap uzunlukları en küçük değeri aldığında dikdörtgen ile çemberler arasında kalan bölgenin alanı kaç santimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

9. $16\sqrt{3} - \frac{22\pi}{3}$ 10. 5 11. $18\sqrt{3} + 12\pi$ 12. $\frac{8}{\pi}$ 13. $1000 - 250\pi$

Örnek - 14



$|DK| > 2$, $|BC| > 6$, $|MC| > 6$, $|KM| = 4$ m, $\{K, M\} \in CD$

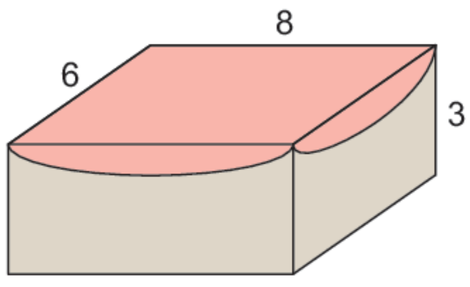
Etrafı duvarla çevrili bir bahçenin içinde eşkenar üçgen şeklindeki bir havuz vardır. M köşesinde 6 metrelik bir iple bağlanan koyun;

a) Havuz zeminle aynı hizada ise kaç metrekarelik alanda otlar?

b) Havuzun kenarı duvarla belli bir yükseklikte örüldüğünde koyun kaç metrekarelik alanda otlar?

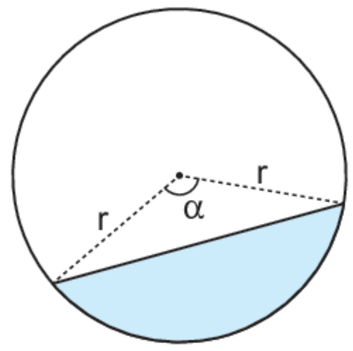
Örnek - 15

Kenar uzunlukları 6, 8 ve 3 birim olan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir sehpanın üst yüzeyini tamamen örtecek şekilde daire şeklindeki bir örtü serilmiştir.



Buna göre, örtünün sehpanın yan yüzeyinde örtemediği alan en fazla kaç birimkaredir? (Zemin hariç)

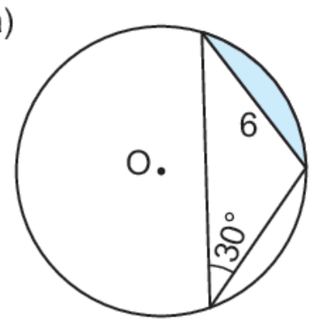
Daire Parçasının Alanı



Taralı Alan = Daire Dilim Alanı – Üçgen Alanı

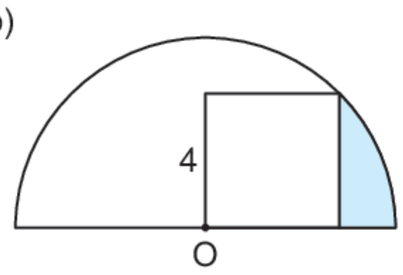
Öğrenme

a)



Taralı Alan = ?

b)

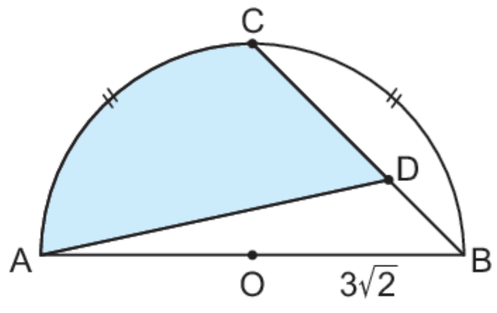


Yarım daire ile
kare arasında kalan alan = ?

a) $6\pi - 9\sqrt{3}$ b) $4\pi - 8$

Alanı | 2

Örnek - 16



O: Yarım dairenin merkezi, [BC]: Kiriş, $D \in BC$,

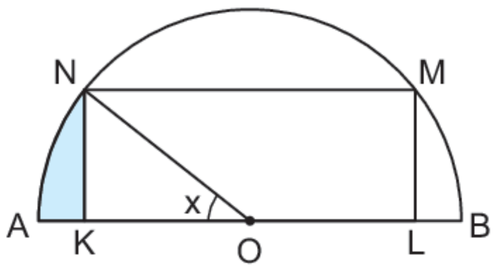
$m(\widehat{AC}) = m(\widehat{BC})$, $|CD| = 2 \cdot |BD|$ ve $|OB| = 3\sqrt{2}$ birimdir.

Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

14. a) $16\pi - 4\sqrt{3}$ b) $\frac{40\pi}{3}$ 15. $132 - 25\pi$ 16. $\frac{9\pi}{2} + 3$

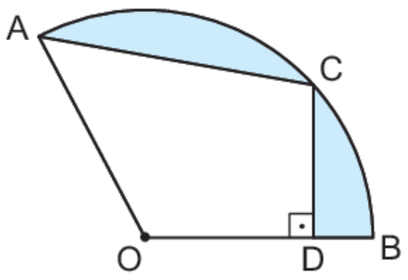
Örnek - 17



O merkezli yarım çember, KLMN dikdörtgen, |AB| = 6 cm ve $m(\widehat{AON}) = x$'dir.

Şekildeki KLMN diktörtgeninin alanı 4n cm² ve boyalı bölgenin alanı π – n cm² olduğuna göre, x kaç derecedir?

Örnek - 18

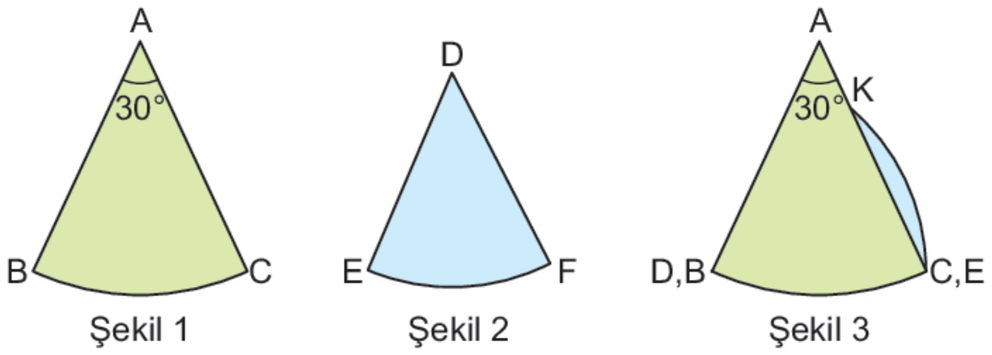


O: Daire diliminin merkezi, OACD bir deltoid, [CD] ⊥ [OB] ve |OA| = 6 cm'dir.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç cm² dir?

Örnek - 19

Şekil 1 ve Şekil 2'deki kartonlar daire dilimi şeklindedir. Kartonlar Şekil 3'teki gibi D ile B ve C ile E köşeleri çakışacak şekilde üst üste konuluyor.

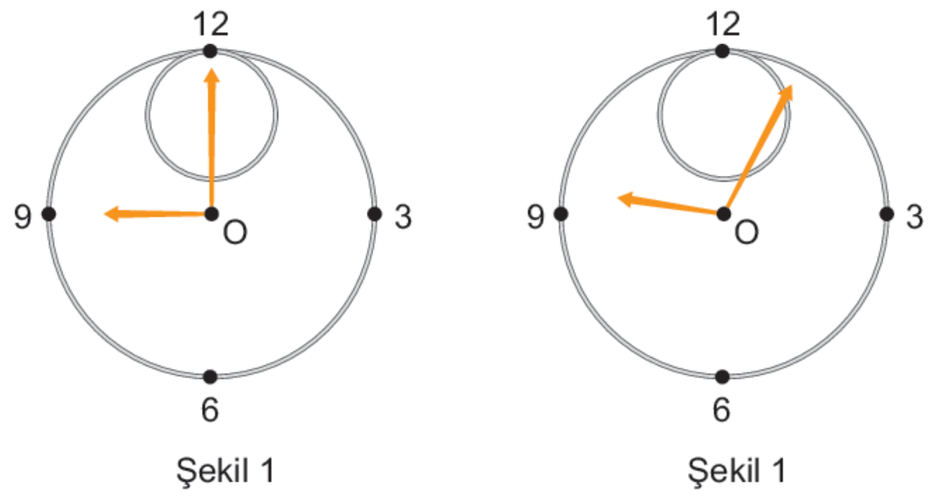


$m(\widehat{BAC}) = 30°$ ve |AK| = 2 birimdir.

Buna göre, Şekil 3'teki mavi bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 20

Aşağıdaki şekilde bir kol saati modelinin şekli çizilmiştir. Bu şekilde, iki çember 12 noktasında birbirlerine teğettir. Küçük çemberin yarıçapı 2 birim, büyük çemberin yarıçapı $2\sqrt{3} + 2$ birimdir.



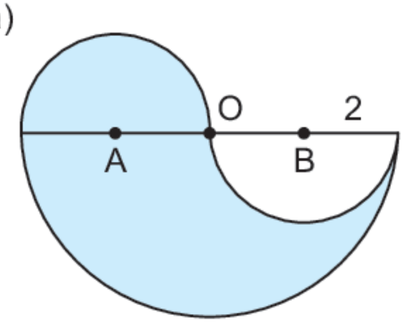
Buna göre, saat Şekil 1'deki gibi 9.00'dan Şekil 2'deki gibi 9.05'e geldiğinde yelkovanın küçük dairede taradığı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Alan Taşıma

Dairede alanda bazı sorularda farklı yerlerdeki alanların toplamı sorulabilir. Bu tür sorularda alanları yanyana getirmeye çalışmalıyız.

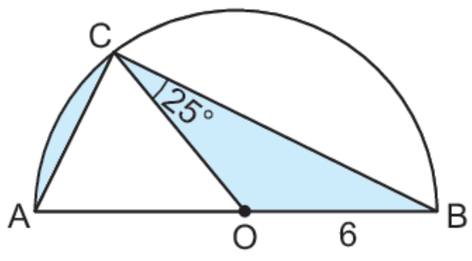
Öğrenme

a)



Taralı Alan = ?

b)



Taralı Alan = ?

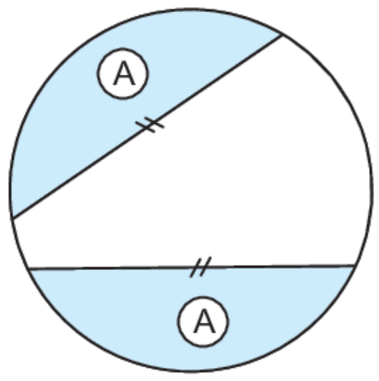
a) 8π b) 5π

Alanı | 3

17. 40 18. $\frac{21\pi}{2} - 9\sqrt{3} - 9$ 19. $\frac{\pi - 3}{6}$ 20. $\frac{5\pi}{3} - \sqrt{3}$

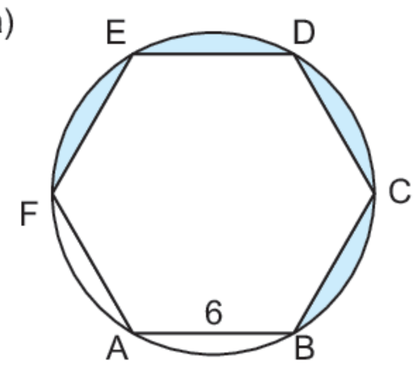
Not

Dairede eşit kirişlerin ayırdıkları daire parçalarının alanları birbirine eşittir.



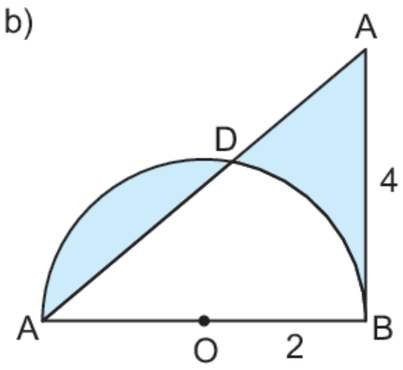
Öğrenme

a)



ABCDEF düzgün altıgen
Taralı Alan = ?

b)

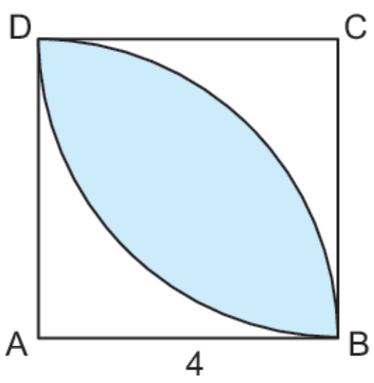


Taralı Alan = ?

a) $24\pi - 36\sqrt{3}$ b) 4

Alanı | 4

Örnek - 21

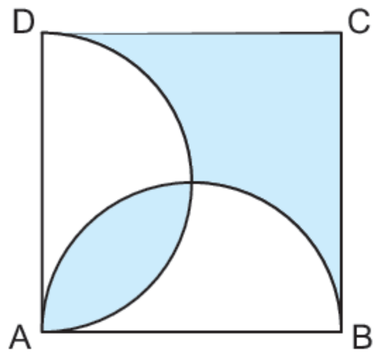


ABCD kare ve |AB| = 4 birimdir.

Yukarıdaki şekilde A merkezli çeyrek çember yayı ile C merkezli çeyrek çember yayı arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 22

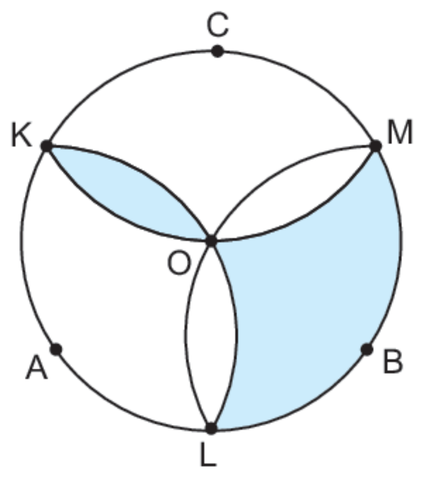
Bir kenarı 4 birim olan ABCD karesinin içine, çapları karenin iki kenarı olan iki çember çizilmiştir.



Buna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

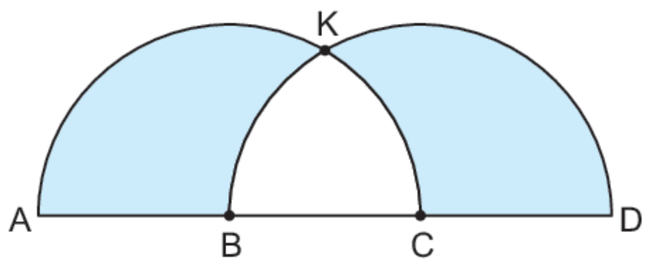
Örnek - 23

Aşağıda; yarıçap uzunluğu 6 cm olan O merkezli çember üzerindeki A, B ve C noktalarını merkez kabul eden eş çember yayları gösterilmiştir.



Çember yaylarının üçünün kesim noktası O ve yayların ikişerli kesim noktaları K, L ve M olduğuna göre, taralı alan kaç cm^2 dir?

Örnek - 24



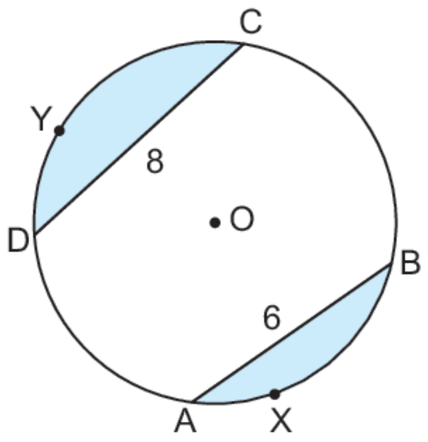
[AC] ve [BD] çaplı yarım çemberlerin merkezleri sırasıyla B ve C'dir.

|AB| = 6 birim olduğuna göre, taralı alanlar toplam kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

21. $8\pi - 16$ 22. 8 23. 12π 24. $12\pi + 18\sqrt{3}$

Örnek - 25

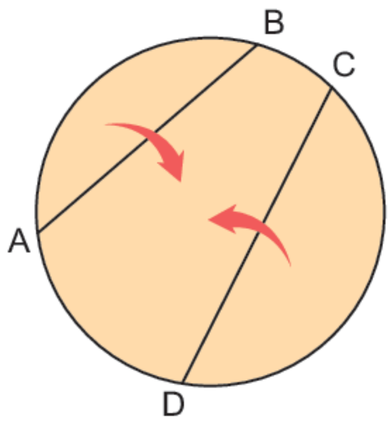


O merkezli çemberde [CD] ve [AB] kiriş, |CD| = 8 birim, |AB| = 6 birim ve $m(\widehat{AXB}) + m(\widehat{CYD}) = 180°$ dir.

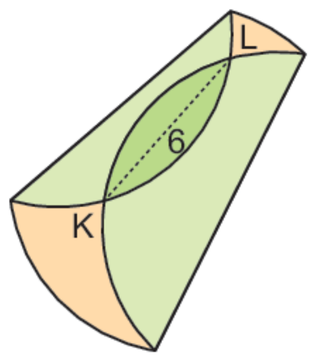
Buna göre, taralı alanlar toplamı kaç birimkaredir?

Örnek - 26

Yarıçap uzunluğu 6 birim olan daire biçimindeki Şekil 1'deki karton AB ve CD boyunca katlanıp Şekil 2 elde ediliyor.



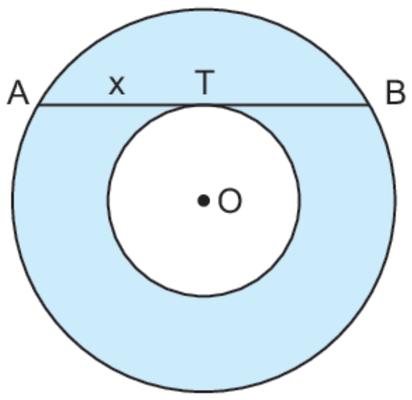
Şekil 1



Şekil 2

Şekil 2'deki |KL| = 6 birim olduğuna göre, kartonda oluşan üç katlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Daire Halkasının Alanı



Büyük çemberin yarıçapı R,

Küçük çemberin yarıçapı r,

T teğet noktası

|AT| = x ise

Halkanın Alanı = $\pi R^2 - \pi r^2$

Halkanın Alanı = πx^2

Örnek - 27

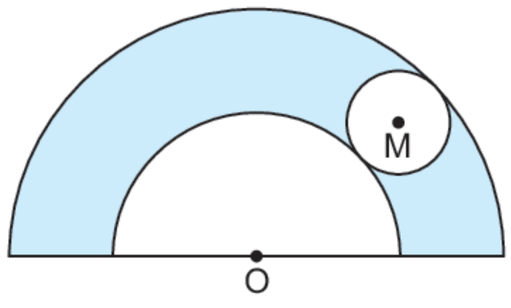
Kerem Öğretmen derste "Herhangi bir eşkenar üçgenin çevrel çemberi ile iç teğet çemberi arasında kalan bölgenin alanının eşkenar üçgenin alanına oranı sabittir." demiştir.

Bu sabit oranın kaç olduğunu merak eden Baha bu oranı doğru olarak hesaplamıştır.

Buna göre, Baha'nın bulduğu sonuç kaçtır?

Örnek - 28

Aşağıdaki şekilde, O merkezli iki çember ile bu iki çembere teğet olan M merkezli çember verilmiştir.



O merkezli küçük çemberin yarıçapı O merkezli büyük çemberin yarıçapından 6 birim az, M merkezli çemberin yarıçapından ise 1 birim daha fazladır.

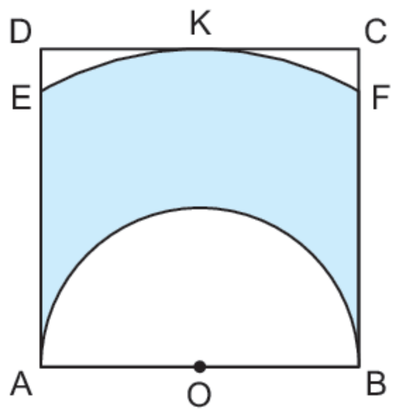
Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

25. $\frac{25\pi}{2} - 24$ 26. $12\pi - 18\sqrt{3}$ 27. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ 28. 33π

Örnek - 29

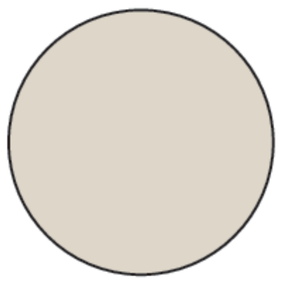
Kenar uzunluğu 4 birim olan ABCD karesinin içine, O merkezli yarım çember ile kareye K noktasında teğet olan O merkezli EF çember yayı çizilmiştir.



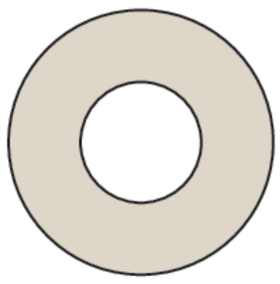
Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 30

Daire şeklindeki bir kartondan aynı merkezli bir daire kesilip atıldığında kalan parçanın alanı 50π birimkare oluyor.



Şekil 1

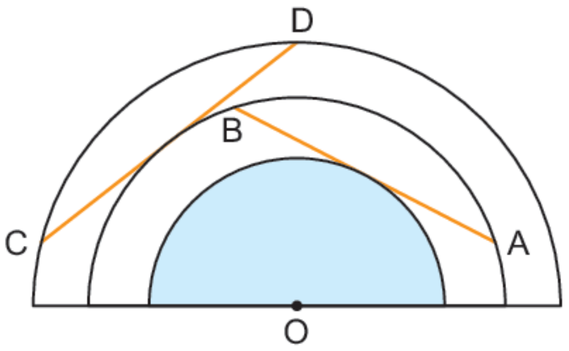


Şekil 2

Şekil 2'deki kartona bir doğru parçası çizildiğinde doğru parçasının uzunluğu en fazla kaç birim olur?

Örnek - 31

Aşağıda verilen O merkezli üç yarım çemberle ilgili olarak aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

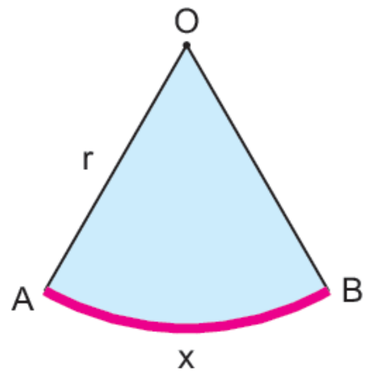


- CD kirişi, büyük yarım çemberin kirişi ve ortanca yarım çemberin teğetidir.
- AB kirişi, ortanca yarım çemberin kirişi ve küçük yarım çemberin teğetidir.
- En büyük yarım çemberin yarıçapı 9 cm, AB kirişinin uzunluğu 6 cm ve CD kirişinin uzunluğu 12 cm'dir.

Buna göre, küçük yarım dairenin alanı kaç cm^2 dir?

Not

Yay uzunluğu verildiğinde daire diliminin alanı bulunabilir.

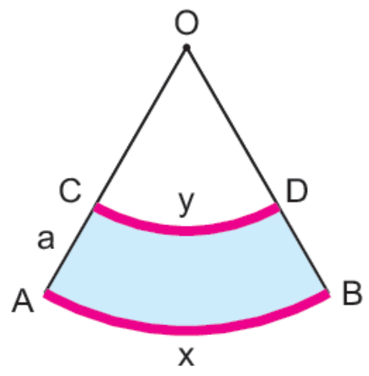


O merkezli daire diliminde

$|\widehat{AB}| = x$ birim

yarıçap : r birim ise

Daire Diliminin Alanı: $\frac{x \cdot r}{2}$'dir.



O merkezli daire diliminde

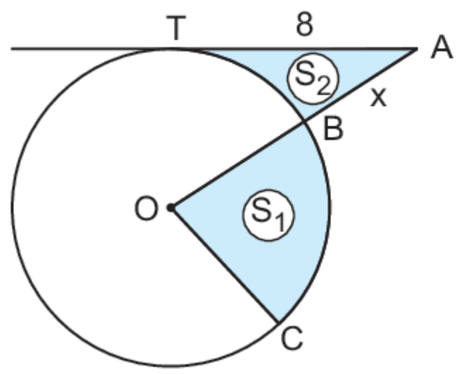
$|\widehat{CD}| = y$ birim

$|\widehat{AB}| = x$ birim

$|AC| = a$ birim olduğunda

Taralı Alan: $\frac{(x + y) \cdot a}{2}$'dir.

Örnek - 32



O: Çemberin merkezi, $|\widehat{TBC}| = 16$ birim, $|AT| = 8$ birim ve $S_1 - S_2 = 24$ br^2 dir.

S_1 ve S_2 bulundukları bölgelerin alanları olduğuna göre, |AB| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

29. $4\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$ 30. $10\sqrt{2}$ 31. 18π 32. 4

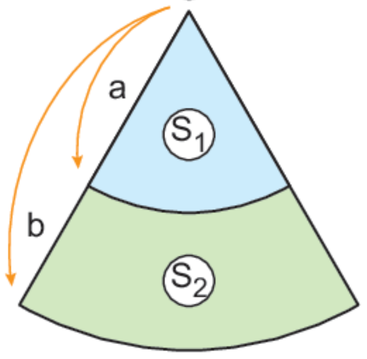
Çember ve Dairede Benzerlik

Bütün çemberler ve daireler benzerdir. Yarıçapları r_1 ve r_2 olduğunda

→ Benzerlik Oranı = $\frac{r_1}{r_2}$ = Çevreleri oranı

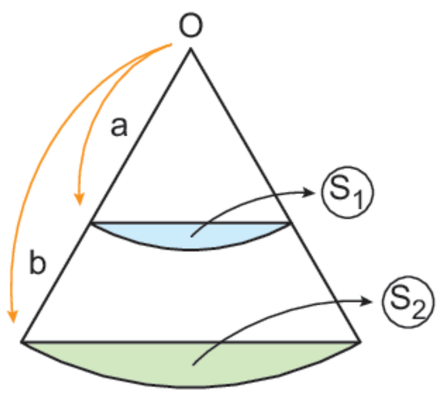
→ $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ = Alanlar Oranı

→ Aynı merkezli daire dilimlerinde



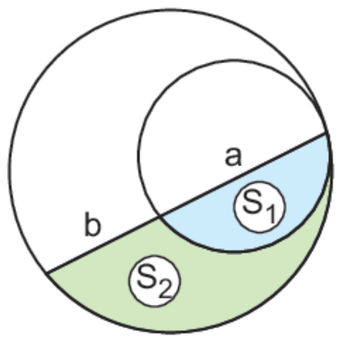
$$\left(\frac{a}{a+b}\right)^2 = \frac{S_1}{S_1+S_2}$$

→ Aynı merkezli daire dilimlerinde oluşan kesmelerin alanında

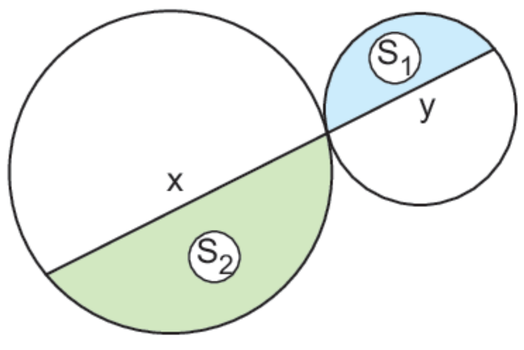


$$\left(\frac{a}{a+b}\right)^2 = \frac{S_1}{S_2}$$

→ Birbirine teğet çemberlerde



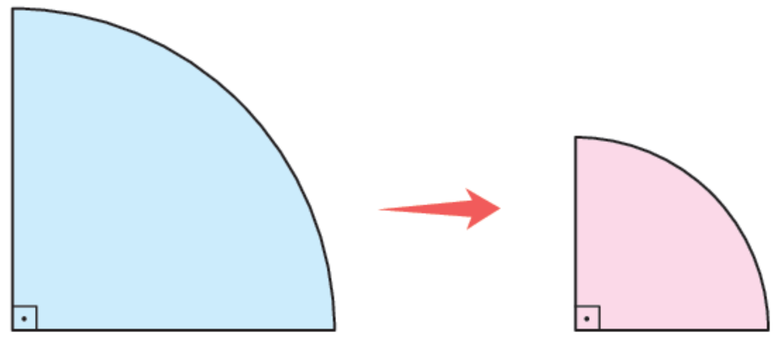
$$\left(\frac{a}{a+b}\right)^2 = \frac{S_1}{S_1+S_2}$$



$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{S_1}{S_2}$$

Örnek - 33

Yarıçapı r olan bir çemberin çevresi Ç = $2\pi r$, yarıçapı r olan bir dairenin alanı ise A = πr^2 formülü ile hesaplanır.

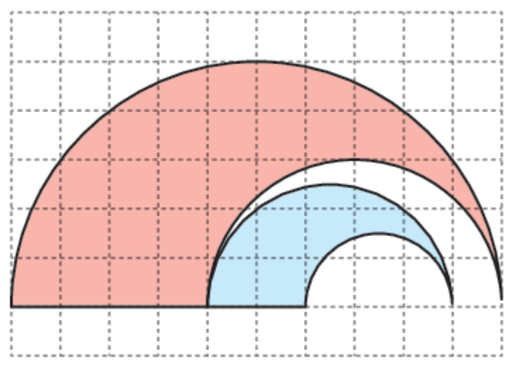


Şekilde, R yarıçaplı çeyrek daireyi tam olarak bir kez çevreleyen ip 4 eşit parçaya bölünüyor. Bu parçalardan biri, yarıçapı r olan çeyrek daireyi tam olarak bir kez çevreliyor.

Buna göre, çeyrek dairelerin alanları oranı kaç olabilir?

Örnek - 34

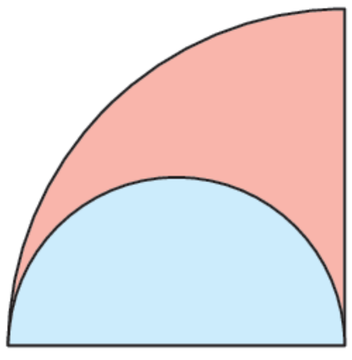
Aşağıdaki şekil, yarım çember yaylarının birim kareli kağıda çizilmesiyle oluşturulmuştur.



Buna göre, kırmızı bölgenin alanının mavi bölgenin alanına oranı kaçtır?

Örnek - 35

Aşağıdaki şekil, çeyrek daire ve yarım daireden oluşturulmuştur.

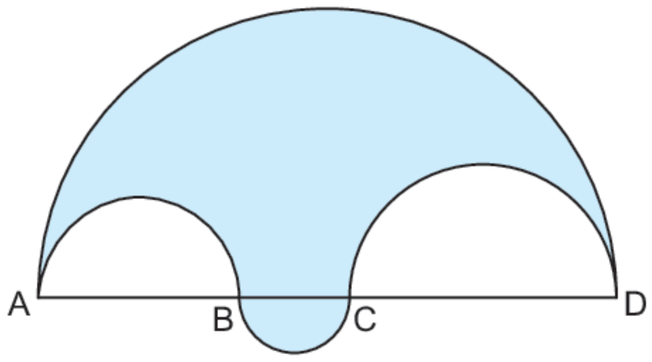


Buna göre, kırmızı bölgenin alanının mavi bölgenin alanına oranı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 36

Aşağıdaki şekilde [AD] çaplı yarım çemberin içine merkezleri doğrusal olan [AB], [BC] ve [CD] çaplı üç yarım çember çizilmiştir.

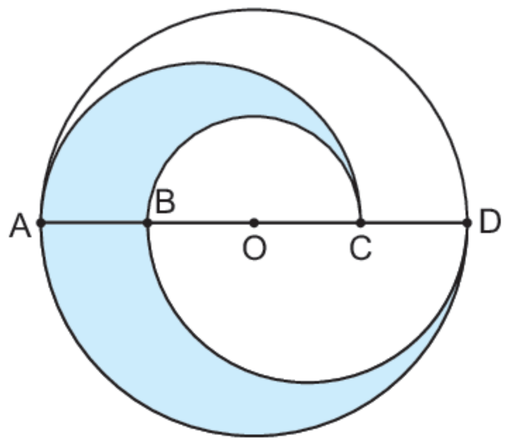


$3 \cdot |AB| = 6 \cdot |BC| = 2 \cdot |CD|$

Boyalı bölgenin çevresi 36π olduğuna göre, alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 37

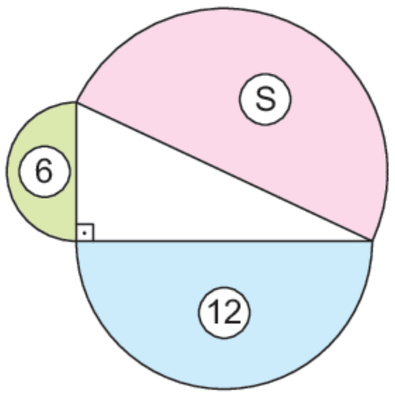
Şekildeki O merkezli çemberin çapı 4 eşit parçaya bölünmüş ve [BC], [AC], [BD] çaplı çemberler çizilip boyalı bölge oluşturulmuştur.



Boyalı bölgenin alanı 24π cm^2 olduğuna göre, O merkezli küçük çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

Örnek - 38

Şekilde ABC dik üçgeni ve [AB], [AC] ve [BC] çaplı yarım daireler gösterilmiştir.

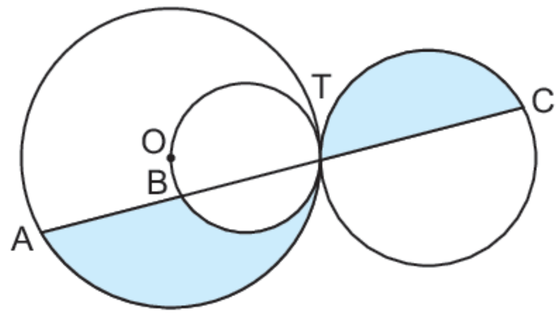


Yarım dairelerin alanları cm^2 cinsinden içlerine yazılmıştır.

Buna göre, S kaç cm^2 dir?

Örnek - 39

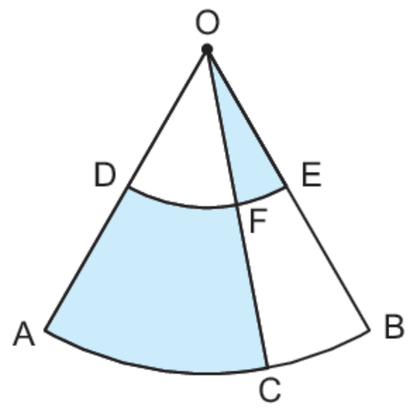
Şekilde birbirlerine T noktasında teğet üç çember verilmiştir.



O: Çemberin merkezi, $3 \cdot |AB| = 2 \cdot |TC|$ ve B, T $\in$ AC'dir.

En küçük çember en büyük çemberin merkezinden geçtiğine göre, taralı alanlar oranı kaç olabilir?

Örnek - 40



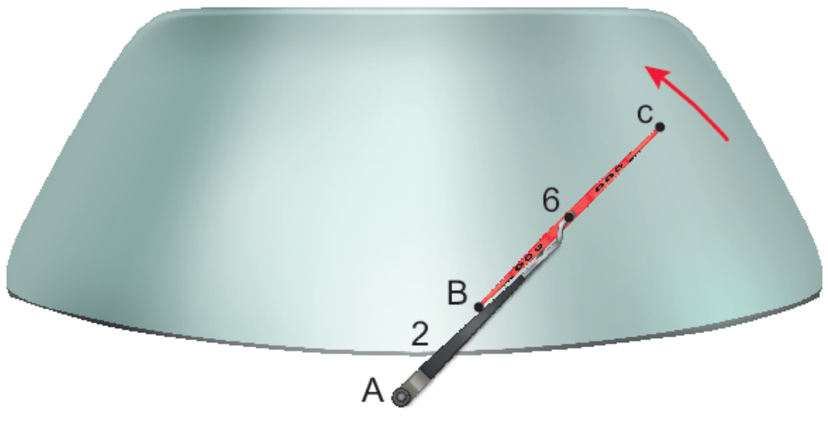
O: Daire dilimlerinin merkezi ve

$\frac{m(\widehat{EOF})}{m(\widehat{FOD})} = \frac{|OE|}{|OB|} = \frac{1}{3}$'tür.

Buna göre, taralı alanlar oranı kaç olabilir?

Örnek - 41

Aşağıdaki şekilde, bir cam ve camı silmek için A noktasına sabitlenmiş bir silecek verilmiştir.



Sileceğin kırmızı kısmı camı silmektedir.

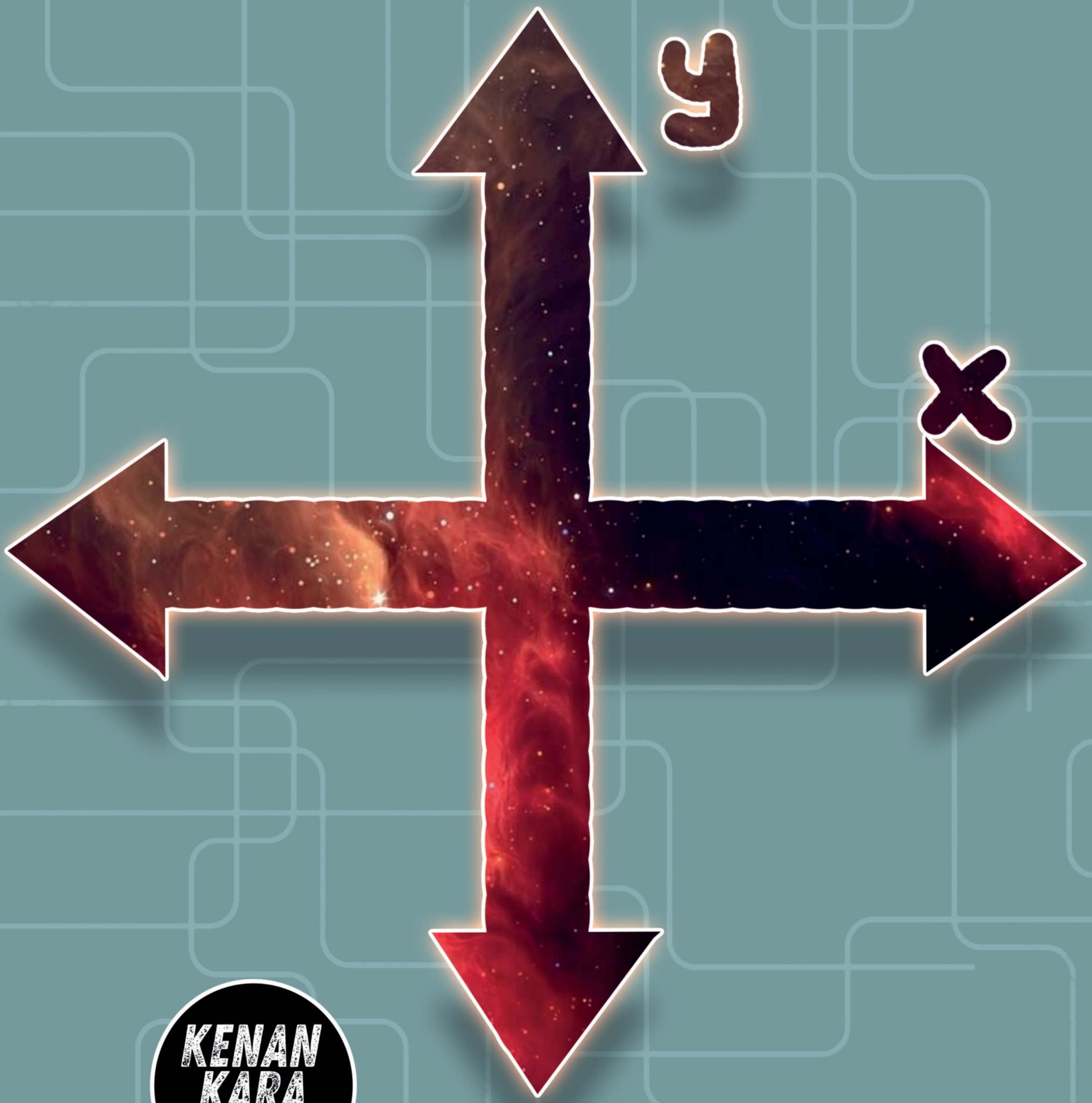
$|AB| = 2$ cm ve $|BC| = 6$ cm'dir.

Silecek çalıştığında C köşesi cam üzerinde 12 cm yol aldığı anda camda silinen kısmın alanı kaç santimetrekaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

36. 108π 37. 4 38. 18 39. $\frac{3}{4}$ 40. $\frac{1}{24}$ 41. 45

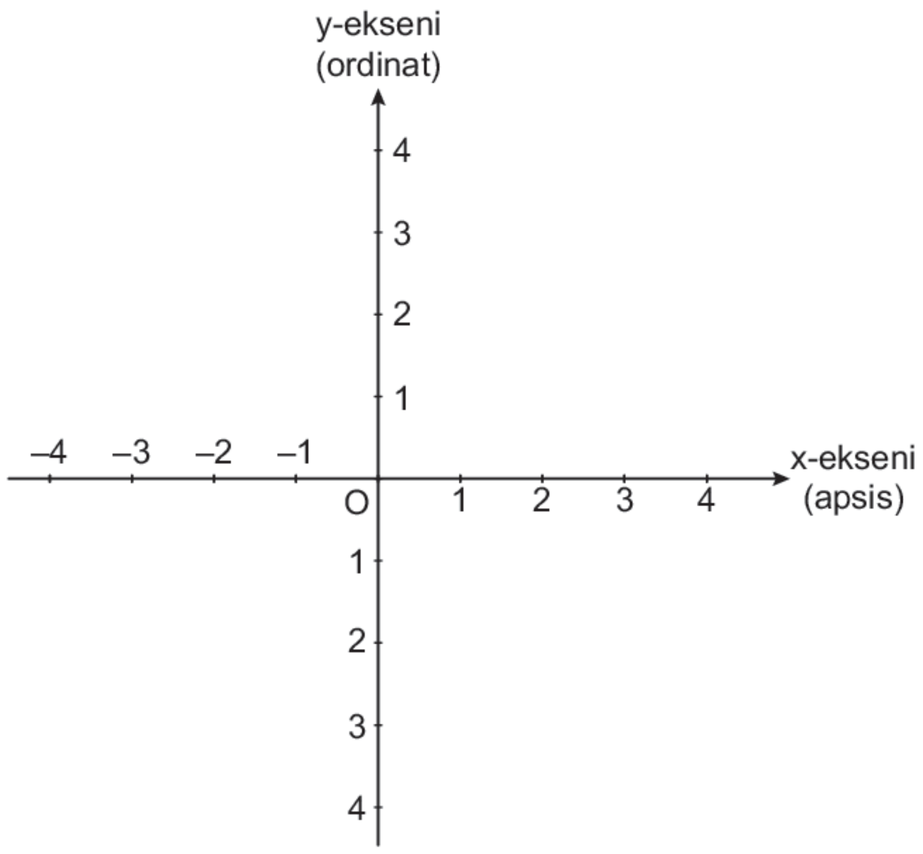
ANALİTİK GEOMETRİ



KENAN KARA
İLE
GEOMETRİ

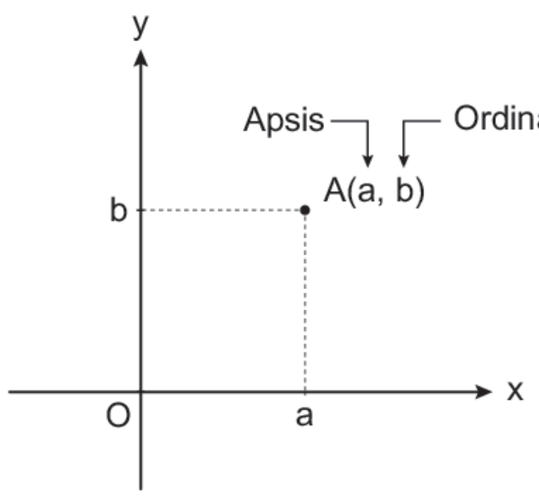
NOKTANIN ANALİTİĞİ

Başlangıç noktasında birbirine dik olan yatay ve dikey iki sayı doğrusunun oluşturduğu sisteme "Dik Koordinat Sistemi", bu sayı doğrularının belirttiği düzleme de "Analitik Düzlem" denir.



- Yatay eksene "x ekseni" ya da "Apsisler ekseni" denir.
- Dikey eksene "y ekseni" ya da "Ordinatlar ekseni" denir.
- Eksenlerin kesiştiği noktaya "Orijin" denir.

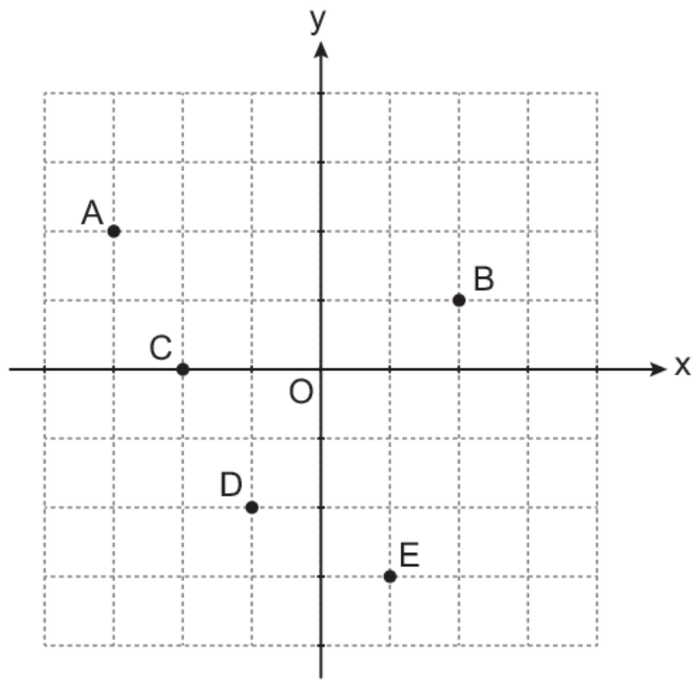
Dikkat



Analitik düzlemde noktalar sıralı ikili şeklindedir. İkililerden birincisi x eksenindeki değeri, ikincisi ise y eksenindeki değeri verir.

- A(a, b) noktasının x eksenine uzaklığı |b|, y eksenine olan uzaklığı |a| birimdir.
- A(a, b) noktası **k** birim sağa ötelenirse $A'(a + \mathbf{k}, b)$, **k** birim sola ötelenirse $A'(a - \mathbf{k}, b)$ olur.
- A(a, b) noktası **k** birim yukarı ötelenirse $A'(a, b + \mathbf{k})$, **k** birim aşağı ötelenirse $A'(a, b - \mathbf{k})$ olur.

Örnek - 1



A(–3, 2), B(2, 1), C(–2, 0), D(–1, 2), E(1, –3)

Birim kareli zemine çizilmiş olan yukarıdaki koordinat sisteminde hangi noktanın koordinatları yanlış verilmiştir?

A) A B) B C) C D) D E) E

Örnek - 2

A(–5, 4) ve B(3, –7) olmak üzere, A noktasının y eksenine olan uzaklığı ile B noktasının x eksenine olan uzaklığının toplamı kaçtır?

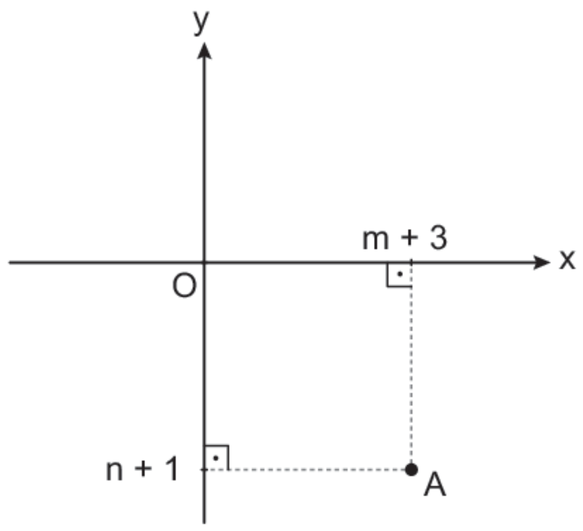
Örnek - 3

A(2a – 3, –5) noktasının eksenlere olan uzaklıkları toplamı 12 birim olduğuna göre, a'nın alacağı değerlerin çarpımını bulunuz.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

1. D 2. 12 3. –10

Örnek - 4



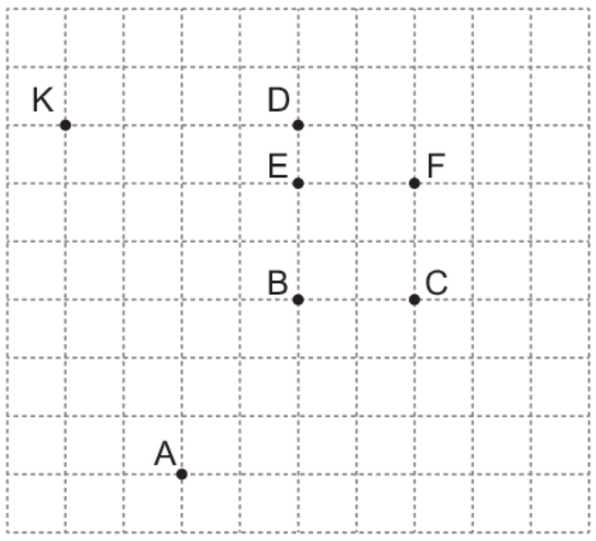
A noktasının eksenlere olan uzaklıkları eşit olduğuna göre,

$|m + n| - |m + 4| + |n - 2|$

ifadesinin değeri kaçtır?

Örnek - 5

Aşağıdaki birim karelere bölünmüş analitik düzlemde eksenler çizilmemiştir.



Verilen şekilde A(–2, –5) olduğuna göre,

a) Orijin hangi noktadır?

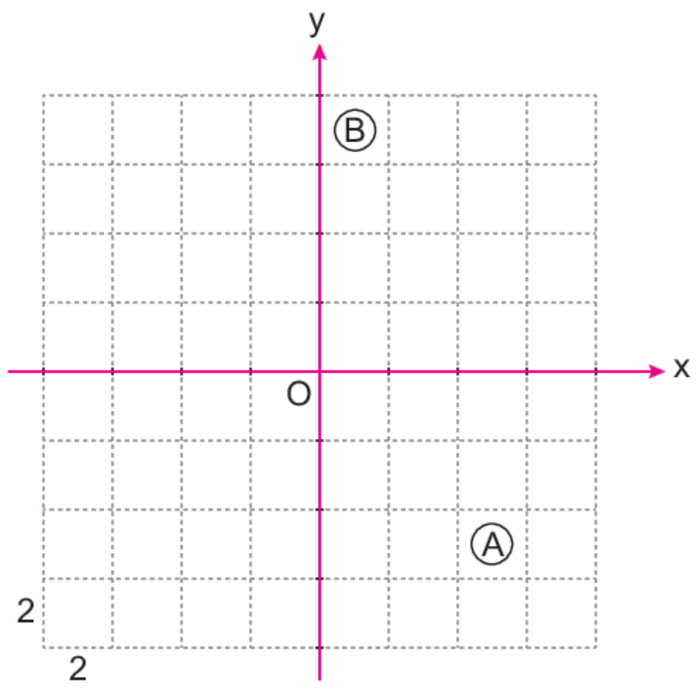
b) K noktasının eksenlere olan uzaklıkları toplamı kaçtır?

c) C noktası 2 birim sola, 4 birim yukarı ötelenirse oluşan noktanın koordinatları çarpımı kaçtır?

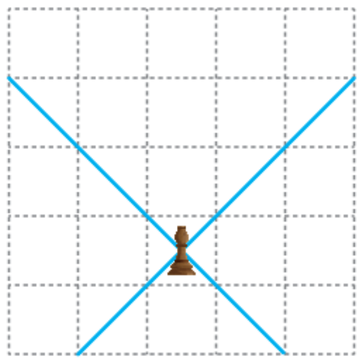
d) y ekseni 4 birim sola ve x ekseni 3 birim yukarı ötelenirse, F noktasının koordinatları toplamı kaç olur?

Örnek - 6

Aşağıdaki şekilde, kenar uzunlukları 2 birim olan karelerden oluşan satranç tahtası verilmiştir ve bu tahtada koordinat eksenleri kırmızı renkle gösterilmiştir.



Satranç oyununda fil, çapraz kareler boyunca istediği kadar ilerleyebilir.



Satranç tahtasında A karesinde bulunan fil iki hamlede B karesine gittiğine göre, birinci hamlede ulaştığı karenin köşe koordinatlarının toplamı kaçtır?

Örnek - 7

Dik koordinat düzleminde, iki köşesi K(8,–2) ve L(–3,1) noktalarında bulunan bir dikdörtgenin kenarları eksenlere paraleldir.

Dikdörtgenin köşegeni KL doğrusu üzerinde olduğuna göre, alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

4. 6 5. a) E b) 5 c) 0 d) 3 6. 0 7. 33

Örnek - 8

Dik koordinat düzleminde, kenar uzunluğu 10 birim olan eşkenar dörtgenin bir kenarı y ekseni üzerindedir.

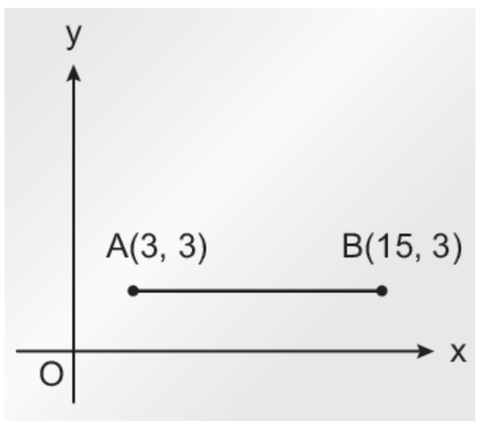
Eşkenar dörtgenin köşegenleri K(–3,5) noktasında kesiştiğine göre alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 9

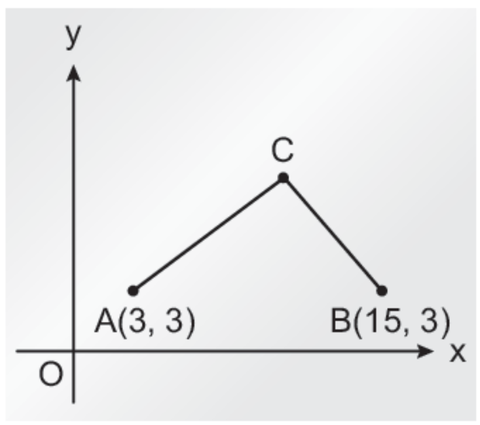
Dik koordinat düzleminde (–4,1), (6,1) ve (6,7) noktalarına eşit uzaklıkta olan K noktası işaretleniyor.

Buna göre, K noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?

Örnek - 10



Şekil 1



Şekil 2

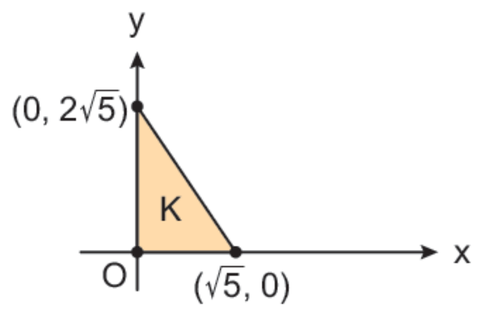
Kenan, bir tahta parçasına aşağıdaki adımları uyguluyor.

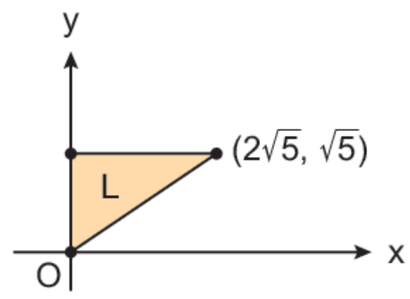
- Koordinat düzlemi çiziyor.
- A(3, 3) ve B(15, 3) noktalarını belirleyip bu noktalara çivi çakıyor.
- Bu iki çiviye en fazla 8 birim daha uzayabilen bir lastik ip bağlıyor.
- Üçüncü bir çiviyi herhangi bir yere çakıp, lastiği çivinin arkasından geçirip Şekil 2'deki görüntüyü elde ediyor.

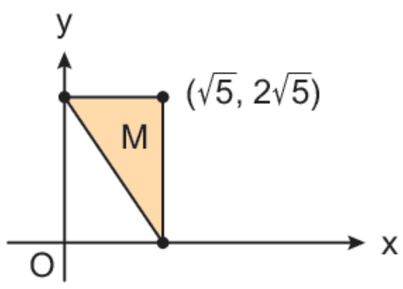
Kenan, 3. çiviyi hangi noktaya çakarsa ordinatı en küçük olan noktayı elde eder?

Örnek - 11

Dik üçgen biçimindeki bir karton dik koordinat düzlemine şekildeki gibi üç farklı şekilde koyuluyor.







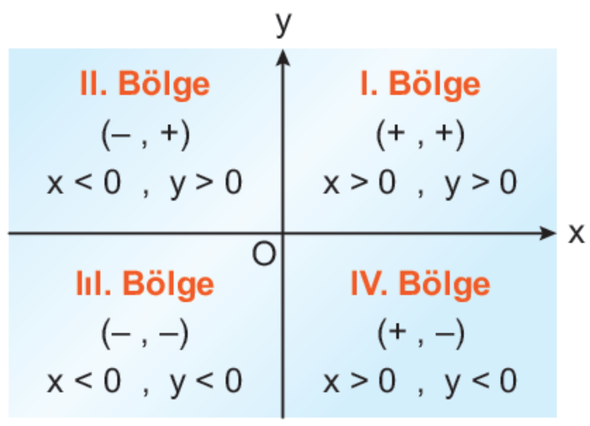
Bu karton, koordinat düzleminde kalacak biçimde orijin etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, kartonun taradığı alanlar arasındaki ilişki aşağıdakilerden hangisidir?

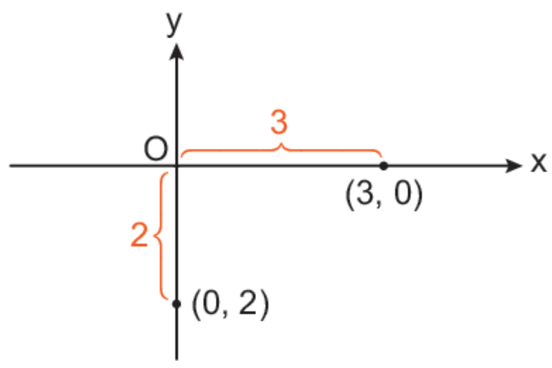
A) K < M < L B) K = L < M C) K < L = M D) M < K < L E) K = L = M

Dikkat

Koordinat sistemini oluşturan eksenler, analitik düzlemi 4 bölgeye ayırır.



Not



Eksenler üzerindeki noktalar herhangi bir bölgede tanımlı değildir.

- x ekseni üzerindeki noktanın ordinatı sıfırdır.
- y ekseni üzerindeki noktanın apsisi sıfırdır.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

8. 60 9. 4 10. –5 11. A

Örnek - 12

A(1 – 2n, 3n – 12)

noktası analitik düzlemde x ekseni üzerinde bir nokta olduğuna göre, A noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?

Örnek - 13

Koordinat düzleminde A(x · y, x^6 · y) noktası 4. bölgede olduğuna göre, B(–y, x^3) noktası hangi bölgededir?

Örnek - 14

A(x, y) noktası analitik düzlemin ikinci bölgesinde olduğuna göre, aşağıdakilerden kaç tanesi kesinlikle analitik düzlemin dördüncü bölgesindedir?

I. (y, x)

II. (3 – x, 2 + y)

III. (x^2, –y)

IV. ($(x – 1)^2$, –5)

V. ($(x + 3)^2$, –2)

Örnek - 15

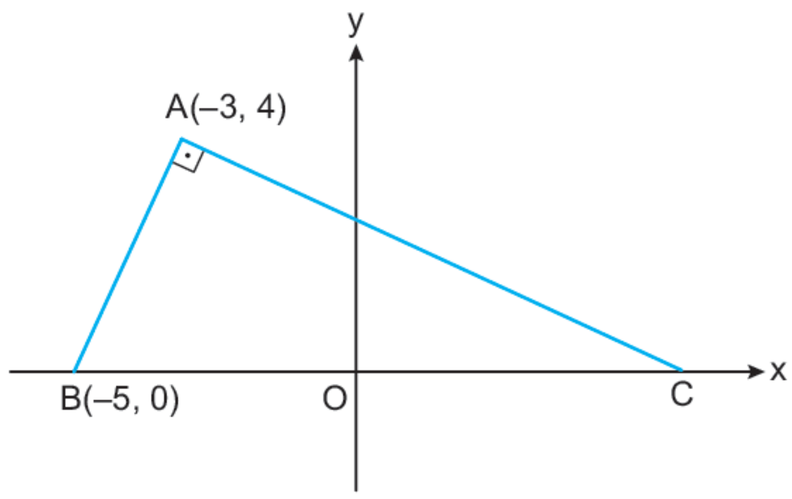
A(2, 3m – 12) ve B(m + 5, –19) noktaları koordinat düzleminde aynı bölgede olduğuna göre, m'nin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

Örnek - 16

A(a + 3, 3a – 15) noktası analitik düzlemin 4. bölgesinde olduğuna göre, a'nın alabileceği tam sayı değerlerinin toplamını bulunuz.

Örnek - 17

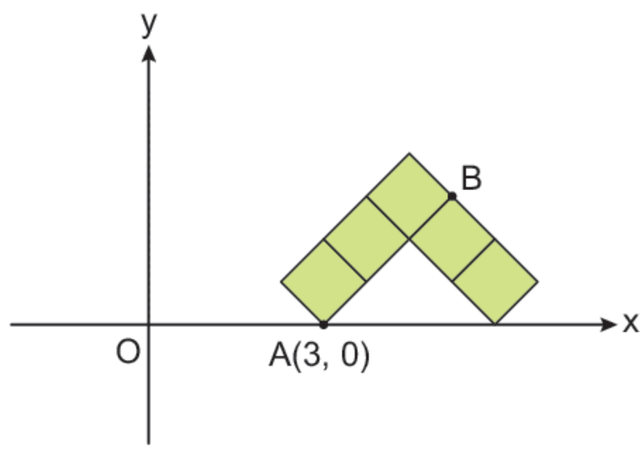
Şekilde, ABC dik üçgeni koordinat düzleminde çizilmiştir.



A(–3, 4) ve B(–5, 0) olduğuna göre, C noktasının koordinatlarını bulunuz.

Örnek - 18

Dik koordinat sisteminde bir kenarı $2\sqrt{2}$ birim olan özdeş karelerden aşağıdaki şekil oluşturulmuştur.



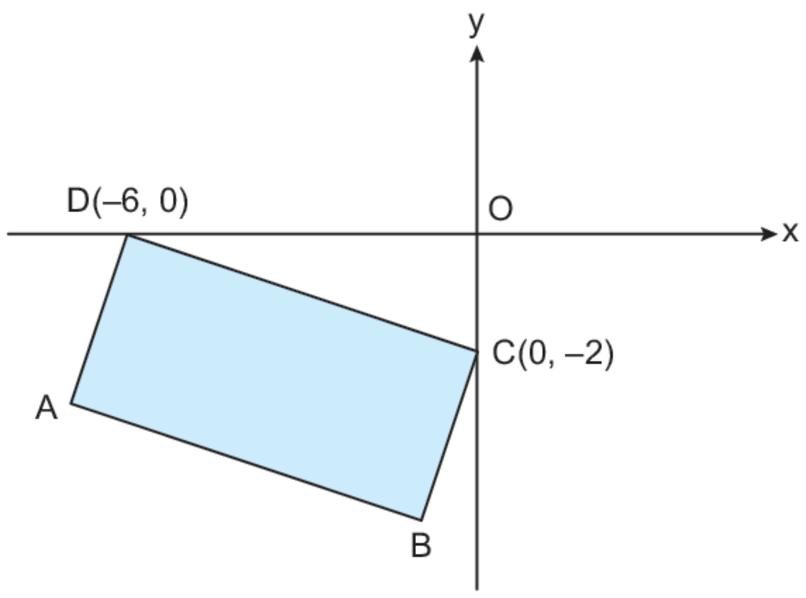
A(3, 0) olduğuna göre, B noktasının koordinatlarını bulunuz.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

12. 7 13. 4. bölge 14. I, III ve IV 15. 8 16. 7 17. (5, 0) 18. (9, 6)

Örnek - 19

Dik koordinat sisteminde ABCD bir dikdörtgendir.

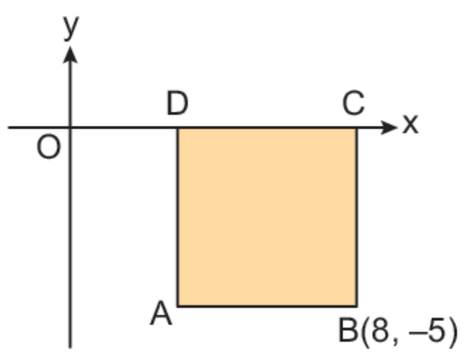


C(0, –2), D(–6, 0) ve $|CD| = 2 \cdot |BC|$

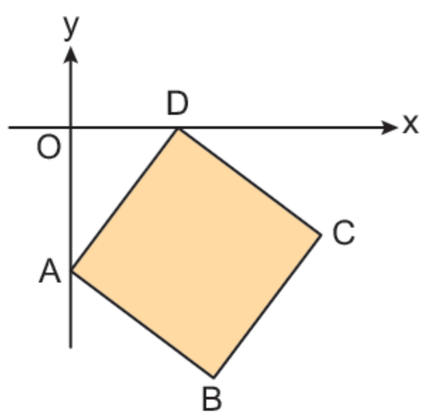
Buna göre, A noktasının koordinatlarını bulunuz.

Örnek - 20

Şekil 1'deki ABCD karesinde B köşesinin koordinatları B(8, –5)'tir.



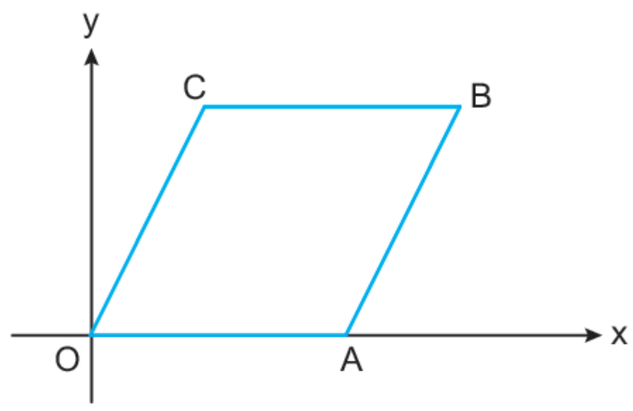
Şekil 1



Şekil 2

ABCD karesi, D köşesi etrafında A köşesi y-eksenine değene kadar saat yönünde döndürülürse B köşesinin yeni koordinatları ne olur?

Örnek - 21



OABC eşkenar dörtgen ve B(18,12)'dir.

Buna göre, OABC eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları toplamı kaç birimdir?

Örnek - 22

Gülşah, matematik dersinde yaptığı bir etkinlikle dik koordinat düzleminin y ekseni üzerinde bir nokta işaretliyor. Sonra, işaretlediği bu noktanın x koordinatını 2 birim artırıp y koordinatını 1 birim azaltarak, ikinci bir nokta, ikinci noktaya aynı işlemi uyguladığında ise x ekseni üzerinde üçüncü bir nokta elde ediyor.

Gülşah'ın, üçüncü noktaya aynı işlemi uygulayarak elde edeceği dördüncü noktanın koordinatları toplamı kaçtır?

Örnek - 23

Dik koordinat düzleminde, bir karenin iki köşesi ve bu köşeleri birleştiren kenar y ekseni üzerindedir.

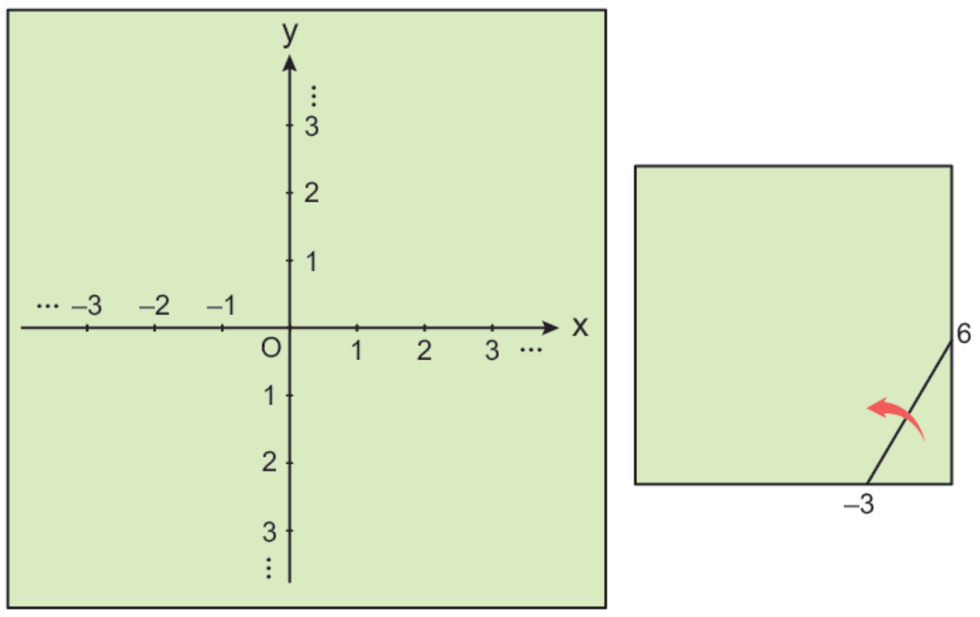
Karenin diğer iki köşesinin orijine olan uzaklıkları eşit ve 10 birim uzunluğundadır.

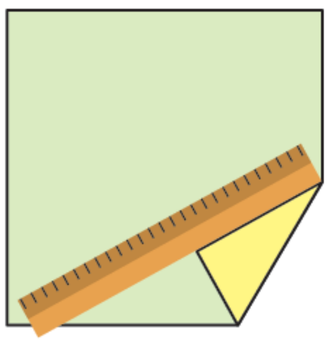
Buna göre, karenin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

19. (–7, –3) 20. (4, –7) 21. $10\sqrt{13}$ 22. 5 23. 80

Örnek - 24





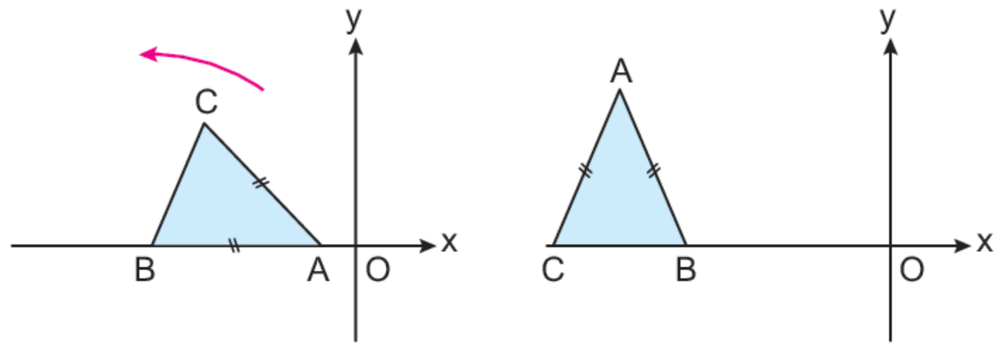
Egehan, kare biçimindeki bir kağıda aşağıdaki adımları uyguluyor.

- Eksenleri çizip analitik düzlem oluşturuyor.
- Kağıdı eksenlerin çizgilerini takip ederek kesiyor.
- 2. bölgedeki kağıtta –3 ve 6 noktalarından geçen doğruyu çiziyor.
- Bu doğru boyunca kağıtta oluşan üçgeni katlıyor.

Buna göre, katlama işleminden sonra üçüncü şekildeki gibi cetveli kağıt üzerine koyduğunda cetvel x ekseninde hangi sayıyı gösterir?

Örnek - 25

Şekil 1'deki ABC üçgeninde |AB| = |AC|'dir.



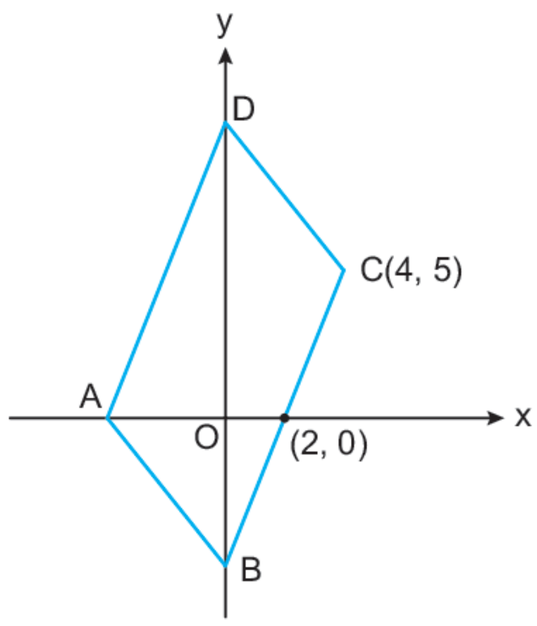
C noktasındaki bir karınca [CA] çizgisi ve x eksenini kullanarak 19 birim gittiğinde orijine ulaşıyor.

ABC üçgeni, B köşesi etrafında saatin tersi yönde [BC] kenarı x ekseniyle çakışana kadar döndürüldüğünde A noktasının apsisi 18 birim azalıp ordinatı 12 birim artıyor.

Buna göre, Şekil 2'deki C noktasında bulunan karınca üçgenin eşit kenarlarını ve x eksenini kullanarak orijine ulaştığında kaç birim yol alır?

Örnek - 26

Şekildeki analitik düzlemde ABCD bir paralelkenardır.



Şekilde verilenlere göre, A ve D noktalarının koordinatları toplamı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

24. –8 25. 45 26. 6

Örnek - 27

Dik koordinat düzleminde, y eksenini (0,4) noktasında kesen bir doğru çiziliyor. Bu doğrunun (0,–6) noktasına en yakın noktası K (–4,a) noktasıdır.

Buna göre, K noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?

Örnek - 28

Dik koordinat düzleminde, köşeleri A(–12,0), B(–12,48) ve C noktaları olan ABC üçgeninin iç açıortayları (0,24) noktasında kesişmektedir.

Buna göre, C noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?

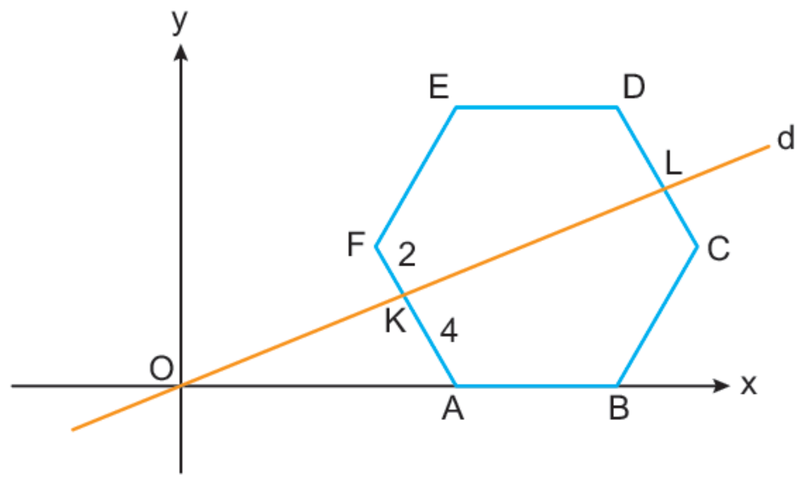
Örnek - 29

Dik koordinat düzleminde bir köşesi orijinde olan bir üçgenin, kenarortaylarının kesişim noktası (0,– 4) noktası, yüksekliklerinin kesişim noktası ise (0,–5) noktasıdır.

Buna göre, bu üçgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 30

Analitik düzleme bir kenarı x ekseninde olan bir düzgün altıgen ve orijinden geçen d doğrusu aşağıdaki gibi çizilmiştir.

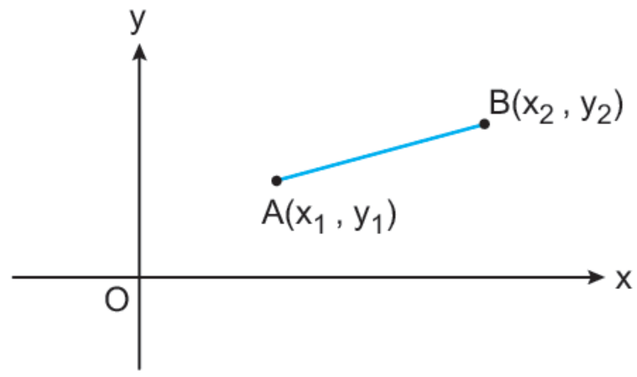


d doğrusu altıgenin alanını iki eş parçaya ayırmaktadır.

Şekilde verilenlere göre, L noktasının koordinatını bulunuz.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

• İki Nokta Arası Uzaklık



İki nokta arası uzaklığın ispatı Pisagor bağıntısından çıkar.

$$|AB|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Örnek - 31

Aşağıdaki nokta çiftleri arasındaki uzaklıkları bulunuz.

a) A(1, 2), B(3, –3)

b) C(2, 3), D(7, –9)

c) E(–3, 1), F(3, –7)

d) K(10, 20), L(–20, –40)

27. $4\sqrt{2}$ 28. 480 29. $6\sqrt{6}$ 30. $(20, 4\sqrt{3})$ 31. a) $\sqrt{29}$ b) 13 c) 10 d) $30\sqrt{5}$

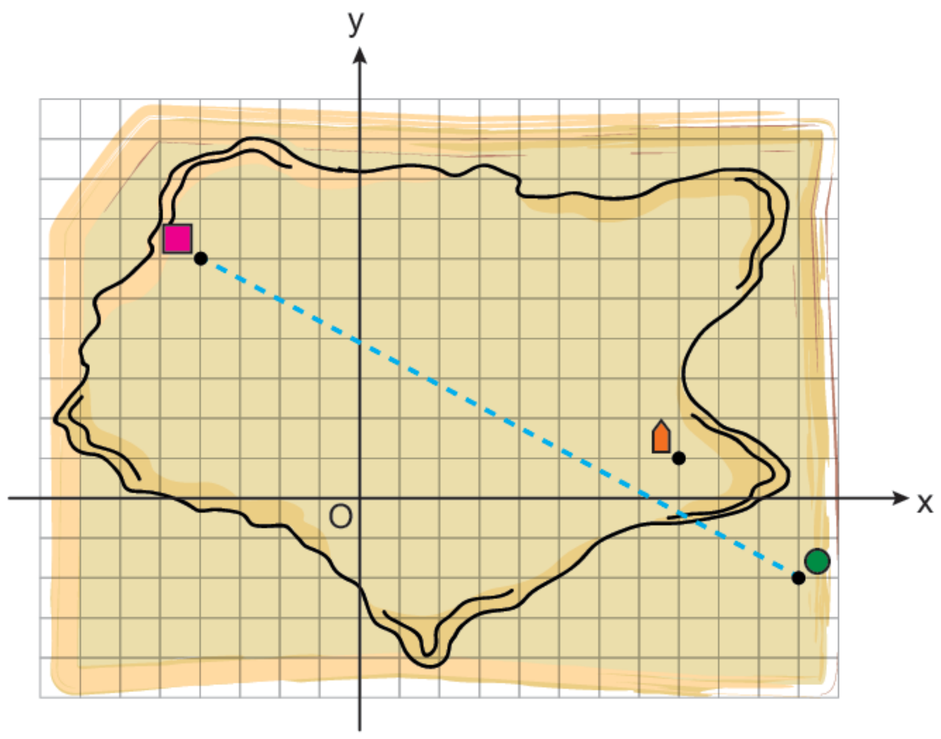
Örnek - 32

Dik koordinat düzleminde P(a,b) noktasında bulunan iki hareketli farklı doğrultularda hareket ederek t-inci saniyede sırasıyla A(–2 + t, 6 + t) ve B(6 + t, 7 –t) noktalarında bulunuyorlar.

Buna göre, kaç saniye sonra A ve B noktaları arasındaki uzaklık 17 birim olur?

Örnek - 33

Aşağıdaki define haritası üzerine birim karelere bölünmüş dik koordinat sistemi yerleştiriliyor.

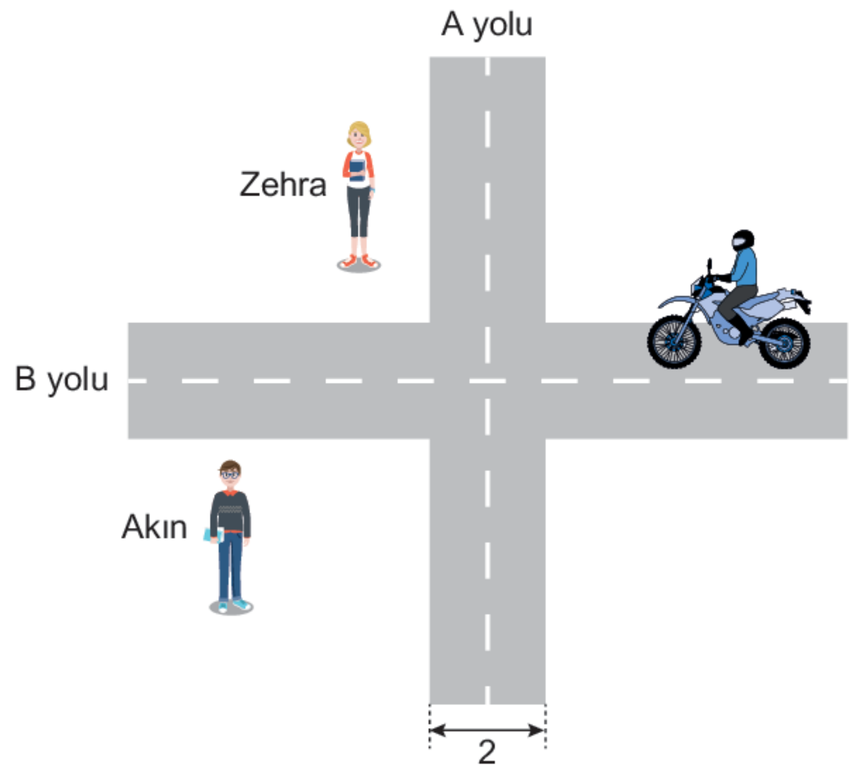


Bu harita üzerindeki simgesi dikili taşı, simgesi yaşlı ağacı, simgesi hazineyi göstermektedir.

Dikili taş ile yaşlı ağaç arasındaki en kısa uzaklık 156 km olduğuna göre, hazine ile yaşlı ağaç arasındaki en kısa uzaklık kaç km'dir?

Örnek - 34

Yukarıdaki şekilde, 2 metre genişliğinde dik kesişen iki yol ve bu yolların tam ortasından geçen şeritler gösterilmiştir.

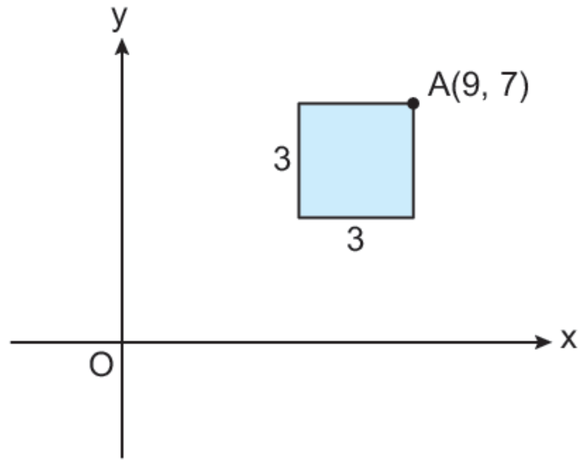


Akın'ın A ve B yollarına en kısa uzaklığı sırasıyla 3 ve 2 metre, Zehra'nın A ve B yollarına en kısa uzaklığı sırasıyla 2 ve 1 metredir.

A yolunun şeritleri y ekseni B yolunun şeritleri x ekseni kabul edilirse, B yolunun şeritleri üzerinde hareket eden motosikletli hangi noktada Akın ve Zehra'ya eşit uzaklıkta olur?

Örnek - 35

Şekildeki analitik düzlemde eksenlere paralel çizilen kare $A_3(9, 7)_{\text{sağ-üst}}$ olarak tanımlanır.



$A_3(9, 7)_{\text{sağ-üst}}$ yazımında 3 karenin kenarının uzunluğunu, (9, 7) analitik düzlemdeki noktayı, ve sağ-üst yazımında noktanın karenin hangi köşesinde olduğunu gösterir.

Buna göre, $B_2(-4, -5)_{\text{sağ-alt}}$ ve $C_3(-1, 7)_{\text{sol-alt}}$ kareleri arasındaki uzaklık en fazla kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

• Orta Nokta Koordinatı



A ve B noktalarının orta noktası,

$$C\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

şeklinde bulunur.

Örnek - 36

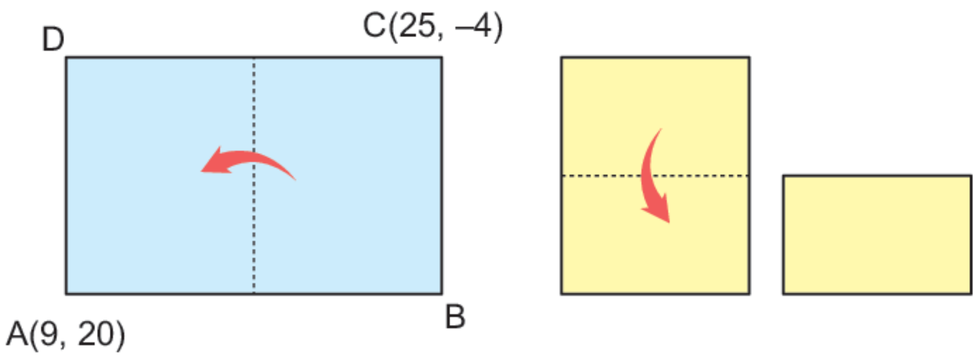
A(1, 2) ve B(13, –6) noktalarının orta noktası C olduğuna göre, [AC] doğru parçasının orta noktasının koordinatlarını bulunuz.

Örnek - 37

Köşe koordinatları A(1, 2), B(3, –9) ve C(15, –17) olan ABC üçgeninde [BC] kenarına ait kenarortayın uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 38

Dikdörtgen şeklindeki ABCD kağıdı simetri eksenleri boyunca önce sola sonra aşağı doğru katlanmıştır.



Aynı katlamalar birer kez daha yapılırsa kağıdın sağ üst köşesinin koordinatları ne olur?

• Bir Doğru Parçasını Belli Bir Oranda Bölen Nokta

Bir doğru parçasını verilen oranda bölen noktaların koordinatları bulunurken, oran orantı yöntemi kullanılır.

Örnek - 39

A(1, 2), B(11, –13) ve C ∈ [AB] olmak üzere, $\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{2}{3}$

eşitliğini sağlayan C noktasının koordinatlarını bulunuz.

Örnek - 40

A(1, 2), B(–6, 5) ve C ∈ AB olmak üzere, $\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{3}{4}$

eşitliğini sağlayan C noktalarının apsisleri toplamını bulunuz.

Örnek - 41

Analitik düzlemde verilen A(1, 2), B(–2, –2) ve C(10, –10) noktalarından bir üçgen oluşturuluyor.

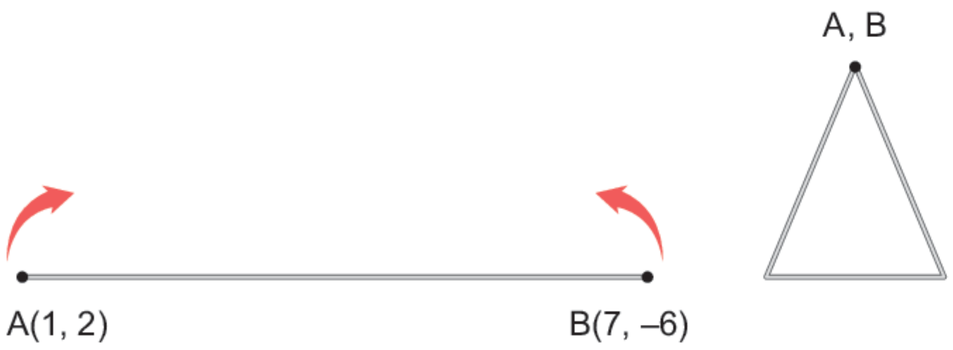
ABC üçgeninde A köşesinden çizilen iç açıortay doğrusu [BC]'yi D noktasında kestiğine göre, |AD| kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

36. (4, 0) 37. 17 38. (13, 14) 39. (5, –4) 40. 20 41. 6

Örnek - 42

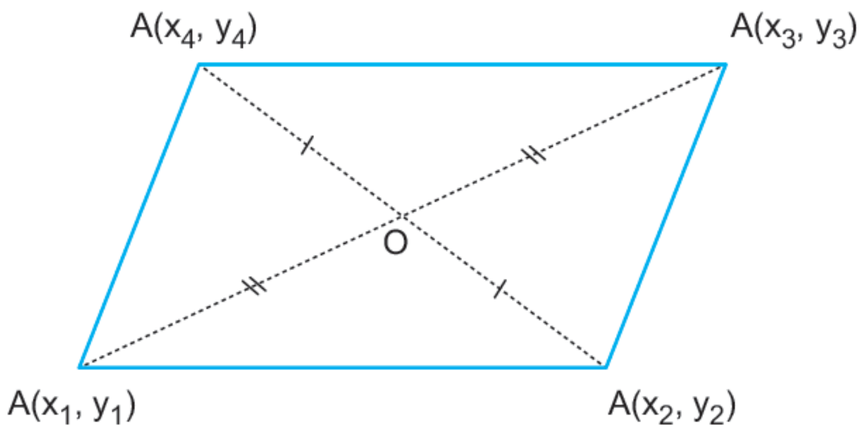
Uç noktaları A(1, 2) ve B(7, –6) olan bir tel parçası, uç taraflarından eşit uzunluklar belirlenip büküldüğünde, kenar uzunlukları çift tam sayı olan bir üçgen elde ediliyor.



Buna göre, telin büküldüğü noktaların koordinatları toplamı kaçtır?

Dikkat

Paralelkenarın (Dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen için de geçerli) karşılıklı iki köşesinin apsisleri toplamı diğer iki köşesinin apsisleri toplamına eşittir. Bu eşitlik ordinatlar için de geçerlidir.



O noktası, hem A ile C'nin hem de B ile D'nin orta noktası olduğundan,

$$O\left(\frac{x_1+x_3}{2}, \frac{y_1+y_3}{2}\right) = O\left(\frac{x_2+x_4}{2}, \frac{y_2+y_4}{2}\right)$$

$$\frac{x_1+x_3}{2} = \frac{x_2+x_4}{2} \quad \text{ve} \quad \frac{y_1+y_3}{2} = \frac{y_2+y_4}{2}$$

$x_1 + x_3 = x_2 + x_4$ ve $y_1 + y_3 = y_2 + y_4$ olur.

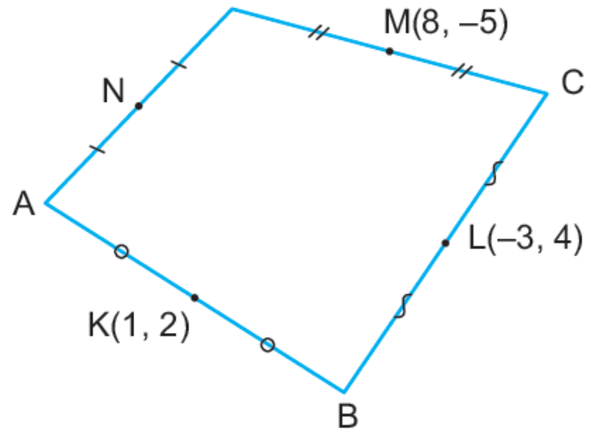
Örnek - 43

ABCD paralelkenarının üç köşesinin koordinatları; A(–2, –2), B(7, –1) ve D(4, 3) biçimindedir.

Buna göre, C köşesinin koordinatlarını bulunuz.

Örnek - 44

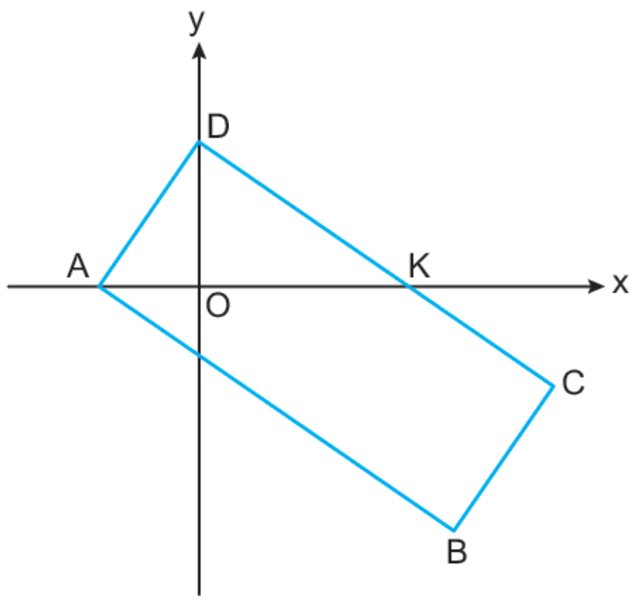
ABCD dörtgeninde K, L, M ve N orta noktalardır.



K(1, 2), L(–3, 4) ve M(8, –5) olduğuna göre, N noktasının koordinatlarını bulunuz.

Örnek - 45

Analitik düzlemde ABCD bir dikdörtgendir.



$|AD| = 2\sqrt{5}$, $|AB| = 5\sqrt{5}$ ve $|DK| = 4 \cdot |KC|$

Buna göre, B noktasının koordinatlarını bulunuz.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

42. 4 43. (13, 4) 44. (12, –7) 45. (8, –5)

• Ağırlık Merkezi Koordinatı

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ve $C(x_3, y_3)$ olmak üzere, ABC üçgeninin ağırlık merkezinin koordinatları,

$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

formülü ile bulunabilir.

Örnek - 46

Bir ABC üçgeninde, A(3, y), B(–2, 4) ve C(x, –1)'dir.

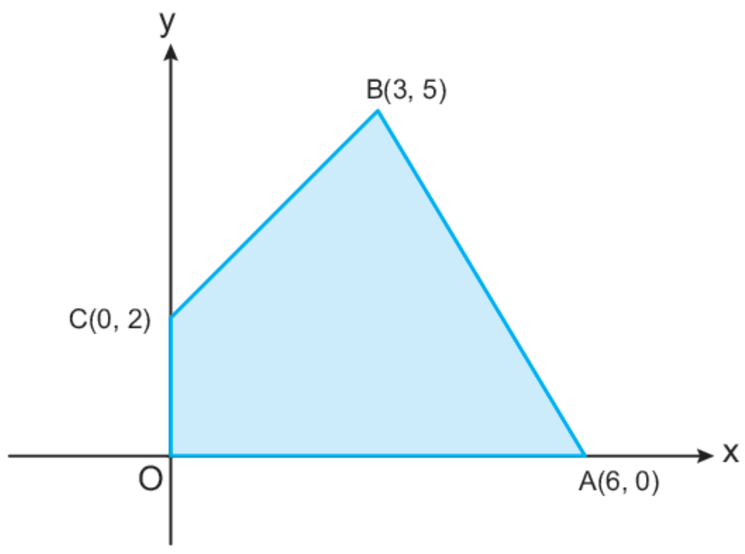
Bu üçgenin ağırlık merkezi G(1, 2) olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

Dikkat

Analitik düzlemde köşe koordinatları verilen üçgenin alanını bulmak için bir formül kullanacağız. Bazı sorular formül kullanmadan da, üçgenin alan formülünden bulunabilir. Verilen noktalardan herhangi ikisinde apsisler aynıysa (ordinatlar aynı olduğunda da olur.) analitik düzlem çizilip üçgenin alanı bulunabilir.

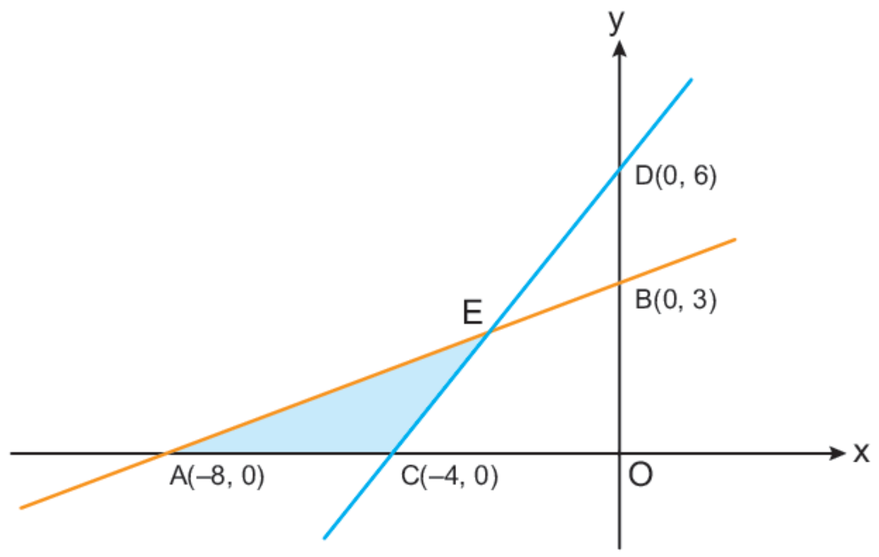
Örnek - 47

Aşağıdaki şekilde dik koordinat düzleminde O, A, B, C noktaları verilmiştir.



Bu bilgilere göre, OABC dörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 48



Yukarıdaki şekilde AB ve CD doğrularının kesim noktası E olduğuna göre, ACE üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 49

Analitik düzlemde A(1, 2), B(–3, 4) ve C(–5, 2) noktalarının oluşturduğu üçgenin alanı kaç birimkaredir?

Dikkat

Köşe koordinatları $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ve $C(x_3, y_3)$ olan ABC üçgeninin alanı,

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot |x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - y_1x_2 - y_2x_3 - y_3x_1|$$

formülü ile bulunur.

Örnek - 50

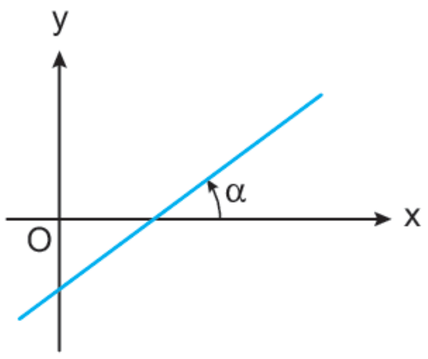
Analitik düzlemde A(1, 2), B(–3, 4) ve C(5, y) noktalarının oluşturduğu üçgenin alanı 2 birimkare olduğuna göre, y'nin alacağı değerlerin çarpımı kaçtır?

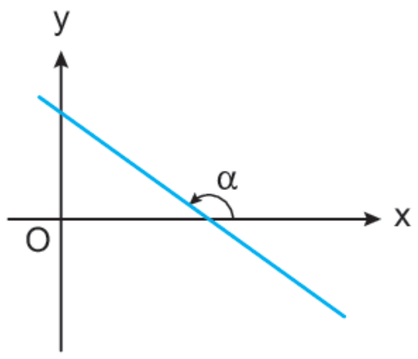
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

DOĞRU ANALİTİĞİ

• Eğim

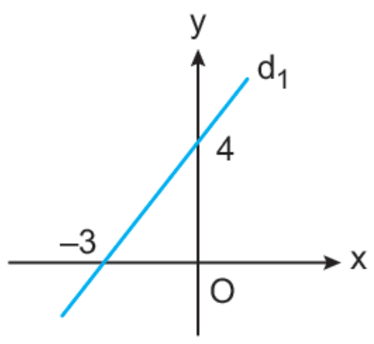
Bir doğrunun x ekseniyle pozitif yönde yaptığı açıya doğrunun **eğim açısı**, bu açının tanjantına da **doğrunun eğimi** denir.



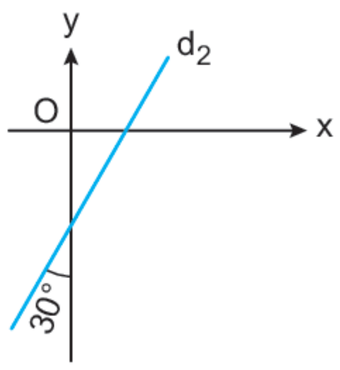


Örnek - 1

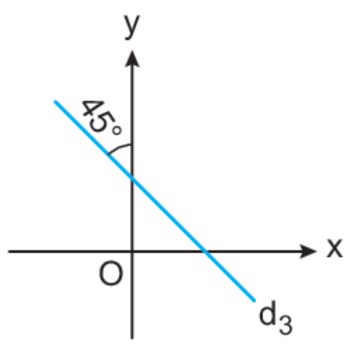
a)



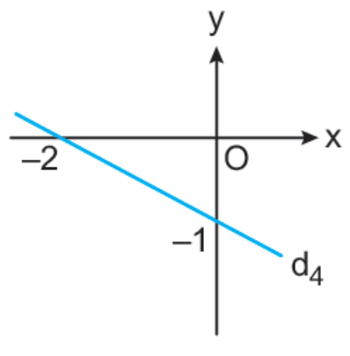
b)



c)



d)

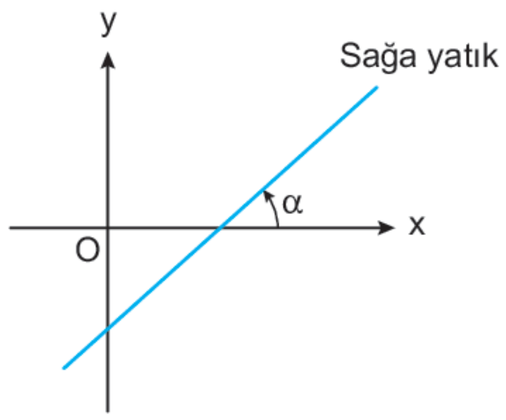


Yukarıda verilen doğruların eğimlerini bulunuz.

Not

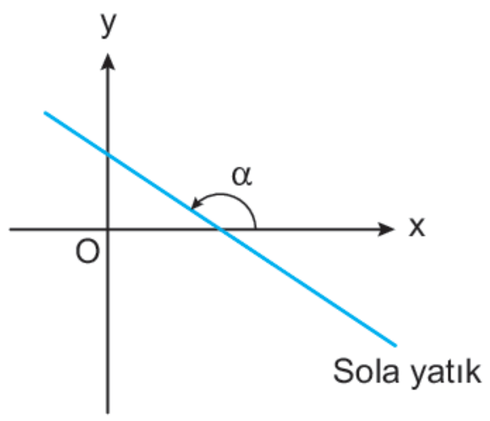
Dik koordinat sisteminde çizilen doğru sağa yatık ise doğrunun x ekseniyle pozitif yönde yaptığı açı dar açı olduğundan doğrunun eğimi pozitif, sola yatık ise doğrunun x ekseniyle pozitif yönde yaptığı açı geniş açı olduğundan doğrunun eğimi negatif olur.

- **$0° < \alpha < 90°$ ise**



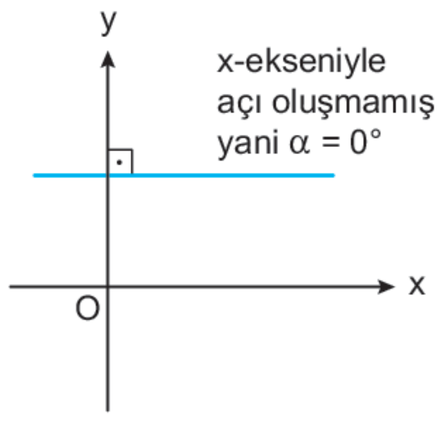
$m = \tan\alpha > 0$

- **$90° < \alpha < 180°$ ise**



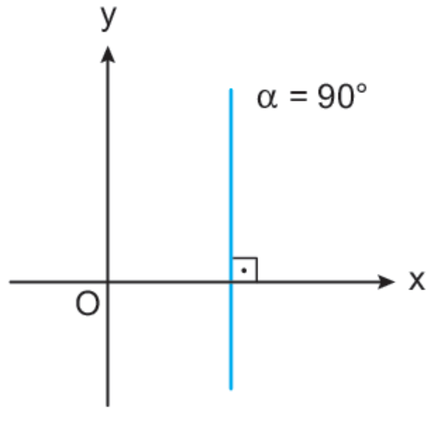
$m = \tan\alpha < 0$

- **$\alpha = 0°$ ise**



$m = \tan 0° = \dfrac{\sin 0°}{\cos 0°} = \dfrac{0}{1} = 0$

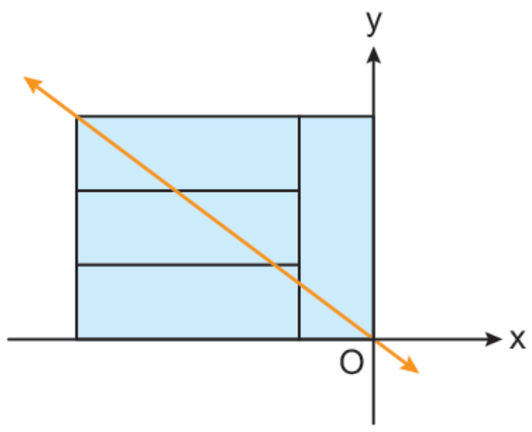
- **$\alpha = 90°$ ise**



$m = \tan 90° = \dfrac{\sin 90°}{\cos 90°} = \dfrac{1}{0}$

m = tanımsız

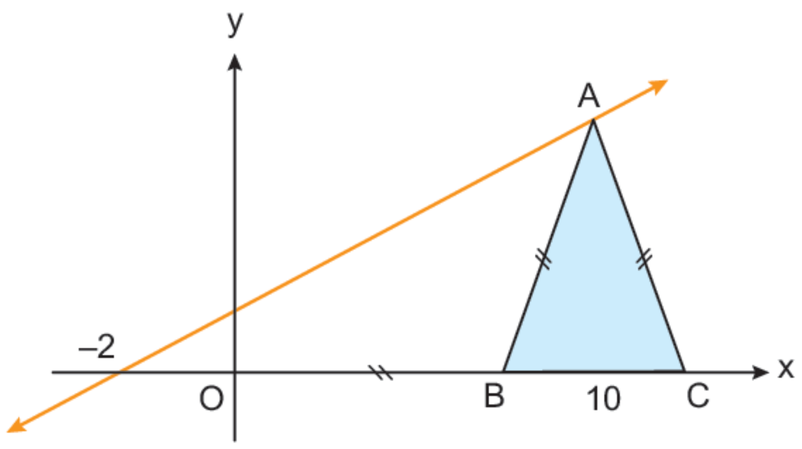
Örnek - 2



Koordinat düzleminde birbirine eş dikdörtgenler şekildeki gibi çizilmiştir.

Buna göre, d doğrusunun eğimi kaçtır?

Örnek - 3

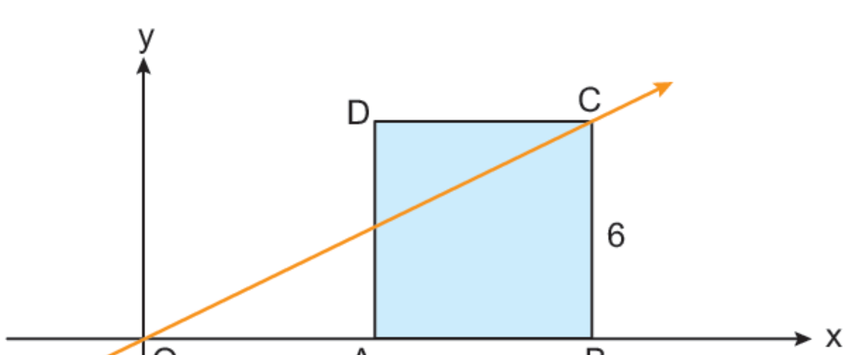


Dik koordinat düzleminde |OB| = |BA| = |AC|, |BC| = 10 br ve $A(\widehat{ABC}) = 60\ br^2$dir.

Buna göre, d doğrusunun eğimi kaçtır?

Örnek - 4

Koordinat düzleminde bir kenarı 6 birim olan karenin C köşesinden ve orijinden geçen doğrunun eğimi $\frac{2}{3}$'tür.



Şekildeki kare 17 birim sola ötelendiğinde orijinden ve C noktasının yeni konumundan geçen doğrunun eğimi kaç olur?

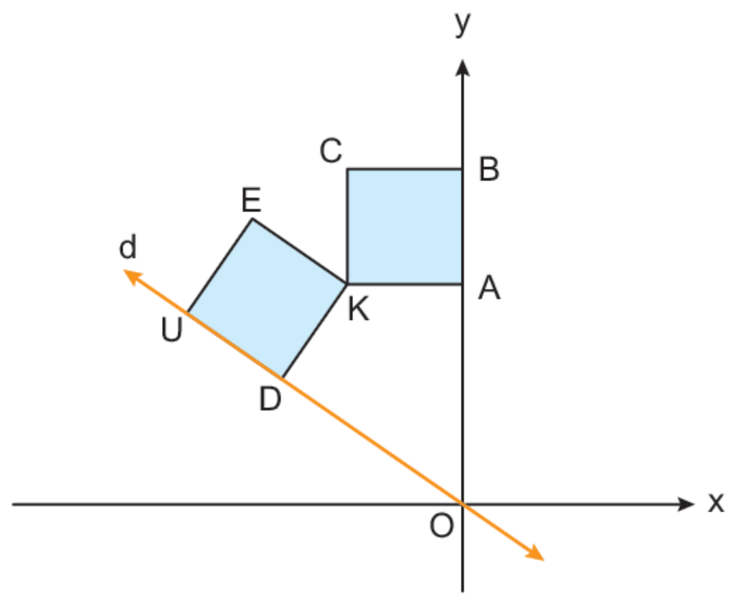
Örnek - 5

Analitik düzlemde (0, 4) noktasından geçen doğrulardan ikisinin eğimi $-\frac{2}{3}$ ve $\frac{1}{2}$'dir.

Buna göre, bu iki doğrunun x eksenini kestiği noktaların arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Örnek - 6

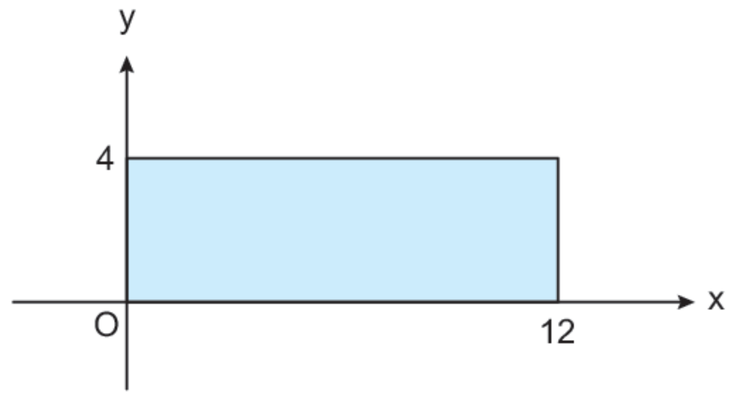
Analitik düzlemde çizilen iki özdeş karenin ortak noktası K(–5, 10) noktasıdır.



Buna göre, d doğrusunun eğimi kaçtır?

Örnek - 7

Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki dikdörtgen bir doğruyla eşit alanlı iki bölgeye ayrılıyor.

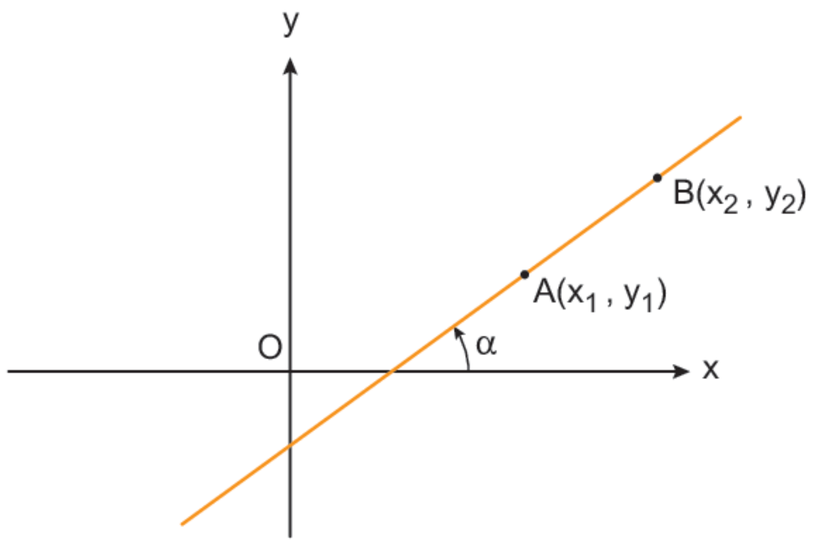


Bu doğrunun eğiminin $\frac{2}{3}$ olduğu bilindiğine göre, bu doğrunun y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

2. $-\frac{3}{4}$ 3. $\frac{3}{5}$ 4. $-\frac{3}{4}$ 5. 14 6. $-\frac{3}{4}$ 7. –2

• İki Noktası Bilinen Doğrunun Eğimi



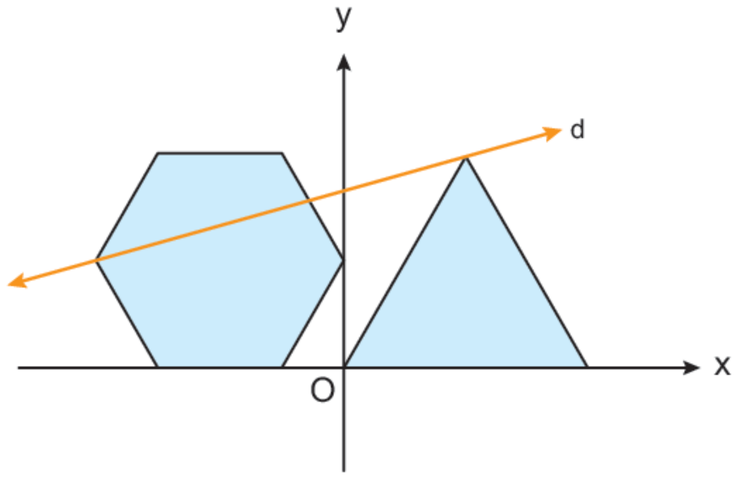
$m = \tan\alpha = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$'dir.

Örnek - 8

Analitik düzlemde A(1, 2) ve B(–4, k) noktalarından geçen doğru x-ekseniyle pozitif yönde 135° lik açı yaptığına göre, k kaçtır?

Örnek - 9

Dik koordinat sisteminde çizilen eşkenar üçgen ve düzgün altıgenin çevre uzunlukları eşittir.



Buna göre, d doğrusunun eğimi kaçtır?

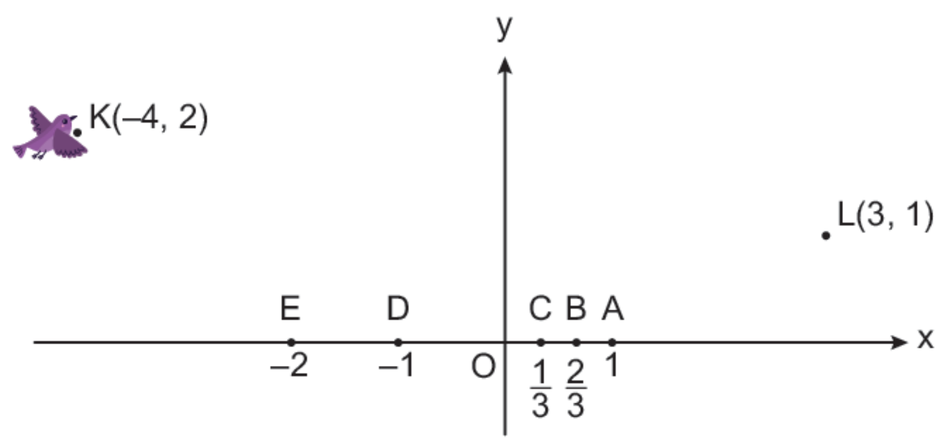
Örnek - 10

Analitik düzlemde A(1, 2), B(–2, 3) ve C(x, 5) noktaları doğrusal olduğuna göre, x kaçtır?

Örnek - 11

Dik koordinat sisteminde A(3, 1), B(–4, 2) ve P(0, y) olmak üzere, |PA| + |PB| toplamını en küçük yapan y değerini bulunuz.

Örnek - 12



K noktasında bulunan bir kuş yerdeki A, B, C, D, E noktalarında bulunan solucanlardan hangisini alarak L noktasındaki yuvasına giderse en kısa yolu katetmiş olur?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

8. 7 9. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 10. –8 11. $\frac{10}{7}$ 12. B

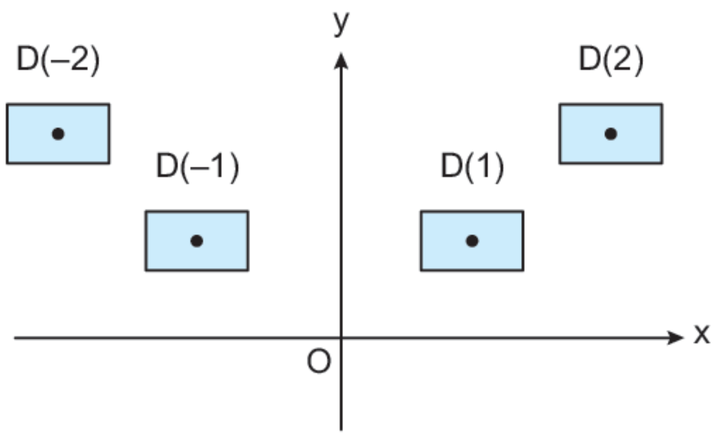
Not

Analitik düzlemde verilen üç noktanın;

a) Toplamlarının en küçük değeri sorulursa, şartın zit bölgesindeki doğrusallık incelenir.

b) Farklarının en büyük değeri sorulursa şartın aynı bölgesindeki doğrusallık incelenir.

Örnek - 13



Dik koordinat sisteminde,

- D(1), D(2), D(3), ... dikdörtgenlerinin ağırlık merkezleri sırasıyla (5, 5), (10, 10), ..., (100, 100) noktalarıdır.
- D(–1), D(–2), D(–3), ... dikdörtgenlerinin ağırlık merkezleri sırasıyla (–5, 5), (–10, 10), ..., (–100, 100) noktalarıdır.
- Dikdörtgenlerin kenarları eksenlere paraleldir.
- Dikdörtgenlerin kenar uzunlukları 2 ve 4 birimdir.

Buna göre, D(8) ve D(–13) dikdörtgenleri arasındaki en kısa uzaklık çizildiğinde bu doğru parçasını taşıyan doğrunun eğimi kaçtır?

• Doğru Denklemleri

Bir doğrunun noktalarının koordinatları arasındaki bağıntıya doğrunun denklemi denir.

(–2, –2) (1, 1) (10, 10) (x, y) ⋯

Yukarıdaki doğru, apsisi ordinatına eşit olan doğrudur. Denklemi y = x şeklinde yazılır.

(–1, –1) (3, 7) (10, 21) (x, y) ⋯

Yukarıdaki doğru, ordinatı, apsisinin 2 katının 1 fazlasına eşit olan doğrudur. Denklemi y = 2x + 1 şeklinde yazılır.

Not

Doğru denklemleri iki şekilde karşımıza çıkabilir.

1) y = mx + c biçiminde olabilir. Denklemi böyle olan doğruların eğimi x'in katsayısına eşittir.

y = mx + c ise eğim = m'dir.

2) ax + by + c = 0 biçiminde olabilir. Denklemi böyle olan doğruların eğimi x'in katsayısının y'nin katsayısına oranının eksilisine eşittir.

ax + by + c = 0 ise eğim = $-\frac{a}{b}$'dir.

Örnek - 14

Aşağıda verilen doğruların eğimlerini bulunuz.

a) y = 3x – 2

b) y = –4x

c) 2x – 5y + 1 = 0

d) 3y + 4x + 5 = 0

e) x = 4y

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

13. $-\frac{23}{101}$

14. a) 3 b) –4 c) $\frac{2}{5}$ d) $-\frac{4}{3}$ e) $\frac{1}{4}$

Örnek - 15

–2x + 5y + 10 = 0 doğrusu için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Eğimi kaçtır?

b) (k, 2) noktası doğrunun üzerinde olduğuna göre, k kaçtır?

c) Doğrunun üzerindeki apsisi ordinatının 2 katı olan noktayı bulunuz.

d) Doğrunun x eksenini kestiği noktayı bulunuz.

e) Doğrunun y eksenini kestiği noktayı bulunuz.

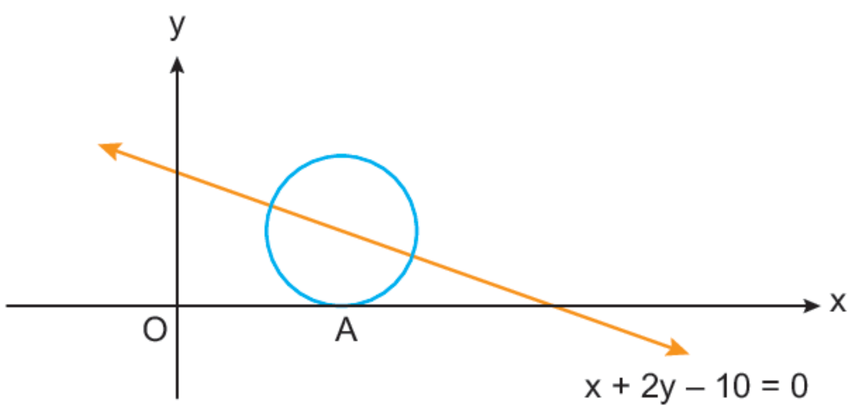
f) Doğrunun eksenlerle oluşturduğu kapalı bölgenin alanını bulunuz.

Örnek - 16

y = 2x + 1 doğrusu üzerindeki A(1, 3) noktasına $2\sqrt{5}$ birim uzaklıktaki yine bu doğru üzerinde olan noktaların apsisleri toplamı kaçtır?

Örnek - 17

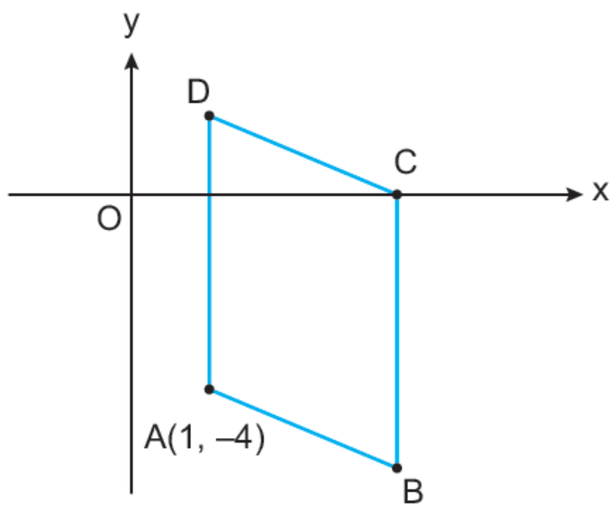
Dik koordinat düzleminde x eksenine A(4, 0) noktasında teğet bir çember ile bu çemberi iki eş parçaya ayıran x + 2y – 10 = 0 doğrusu verilmiştir.



Buna göre, şekildeki çemberin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 18

Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki ABCD paralelkenarının C köşesi x ekseni üzerinde olup paralelkenarın iki kenarı y eksenine paraleldir.



CD doğrusunun denklemi x + 3y = 7 olduğuna göre, paralelkenarın alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 19

$k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, dik koordinat düzleminde x – y = k doğrusu ile orijinden geçen d_1 ve d_2 doğrularının sınırladığı kapalı bölge bir eşkenar üçgendir.

Bu eşkenar üçgenin alanı $48\sqrt{3}$ birimkare olduğuna göre, k kaçtır?

Örnek - 20

Dik koordinat düzleminde x + 2y + 4 = 0 doğrusu üzerinde seçilen K ve L noktaları arasındaki uzaklık 5 birimdir.

[KL] doğru parçasının orta noktası (–2,–1) olduğuna göre, K ve L noktaları analitik düzlemin hangi bölgelerindedir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

15. a) $\frac{2}{5}$ b) 10 c) (–20, –10) d) (5, 0) e) (0, –2) f) 5 16. 2 17. 6π 18. 36 19. $12\sqrt{2}$ 20. II ve IV

Dikkat

1) ax + by + c = 0 doğrusu (ya da y = mx + c doğrusu) orijinden geçiyorsa:

(0, 0) noktası doğrunun üzerindedir.

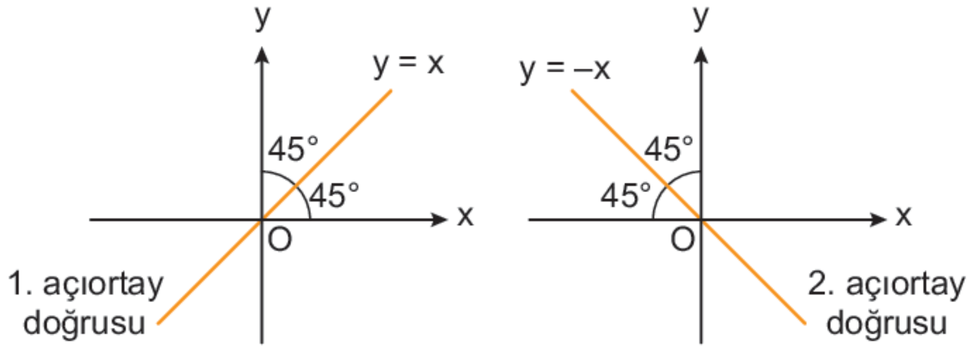
ax + by + c = 0 doğrusunda x = 0 ve y = 0 yazılırsa

$a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 0$ ise c = 0 olur.

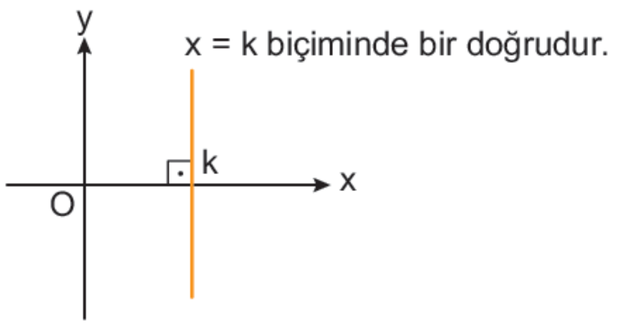
Kısaca bir doğru orijinden geçiyorsa denklemi y = mx şeklinde olur.

Özel olarak, m = 1 ve m = –1 alınırsa, y = x ve y = –x doğruları elde edilir.

Bu doğruların grafikleri aşağıdaki gibidir.



2) ax + by + c = 0 doğrusu x eksenine dik ise (ya da y eksenine paralel ise):

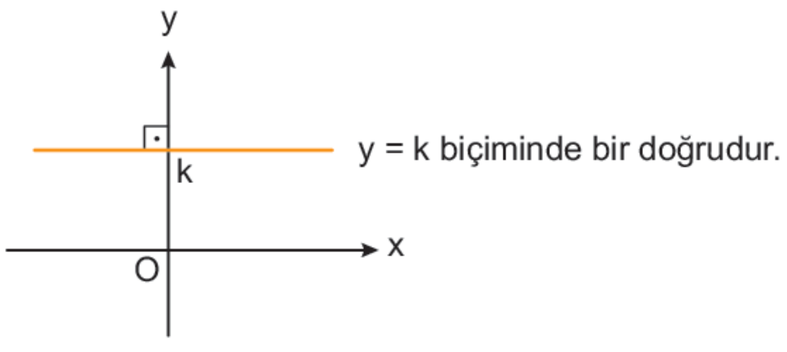


Bu doğru üzerindeki her noktanın apsisi k olduğundan bu doğrunun denklemi x = k şeklinde yazılır.

Denklemde y'li bir terim olmayacağından y'nin katsayısı sıfır olmalıdır.

Bundan dolayı b = 0'dır.

3) ax + by + c = 0 doğrusu y eksenine dik ise (ya da x eksenine paralel ise):



Bu doğru üzerindeki her noktanın ordinatı k olduğundan bu doğrunun denklemi y = k şeklinde yazılır.

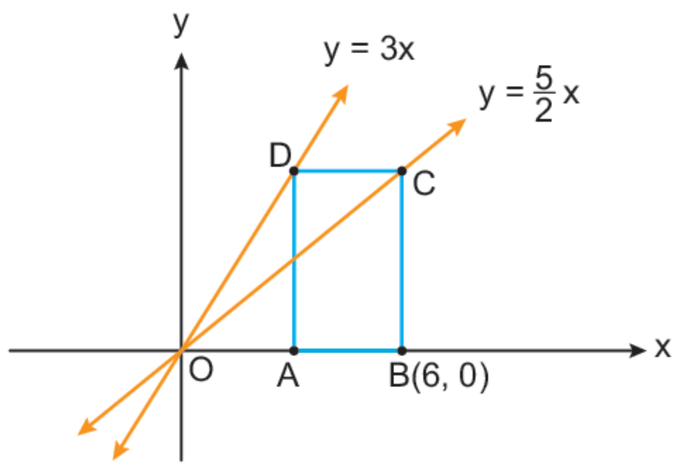
Denklemde x'li bir terim olmayacağından x'in katsayısı sıfır olmalıdır. Bundan dolayı a = 0'dır.

Örnek - 21

Analitik düzlemde bir karenin köşeleri 1. ve 2. açıortay doğruları üzerindedir.

Karenin bir köşesinin apsisi –2 olduğuna göre, karenin alanı kaç birimkaredir?

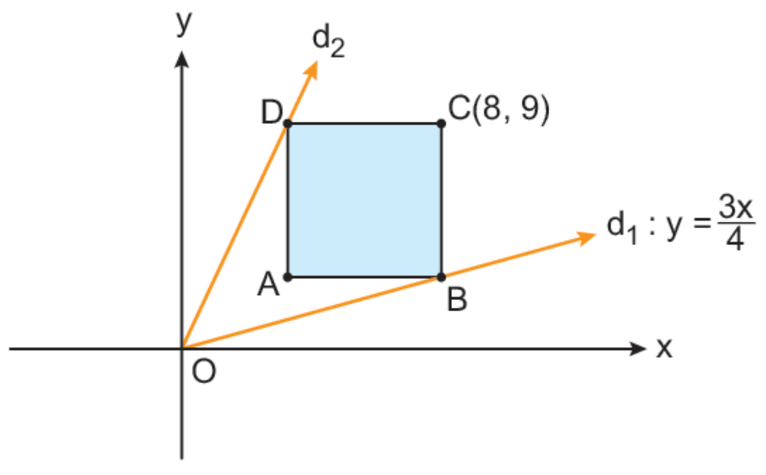
Örnek - 22



Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki ABCD dikdörtgeninin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 23

Dik koordinat düzleminde B ve D köşeleri doğrular üzerinde olan ve eksenlere paralel bir kare çizilmiştir.



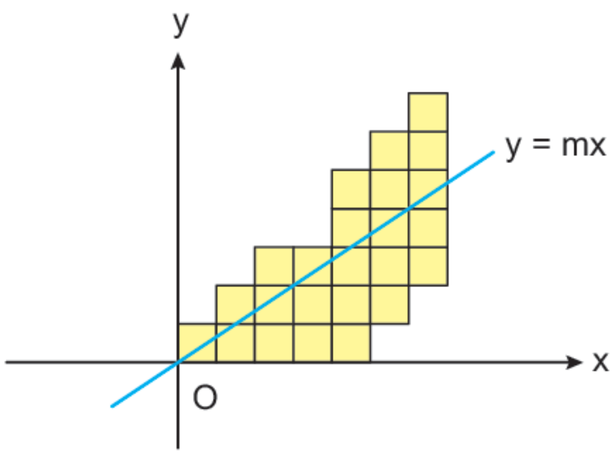
Şekilde verilenlere göre, d_2 doğrusunun denklemini bulunuz.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

21. 16 22. 32 23. $y = \frac{9x}{5}$

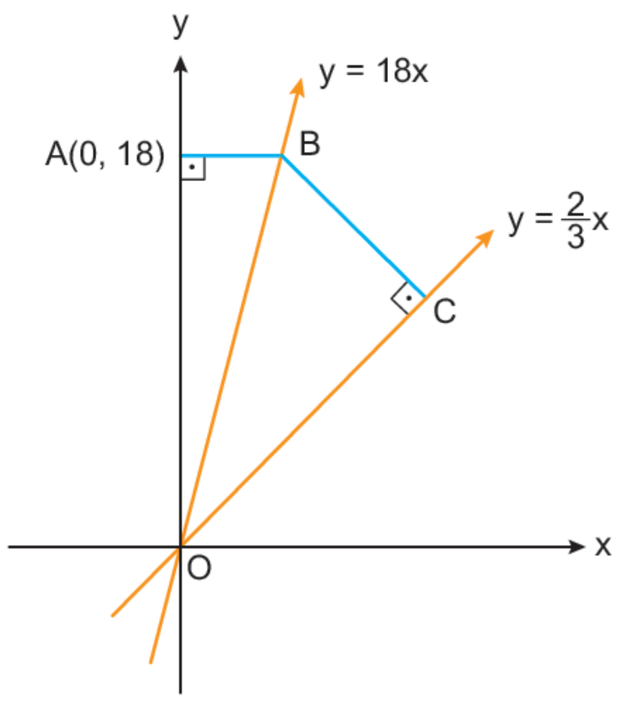
Örnek - 24

Dik koordinat düzleminde bir kenarı 1 birim olan 24 eş kareden oluşan şekil çizilmiştir.



Orjinden çizilen y = mx doğrusu bu şekli eşit alanlı iki bölgeye ayırdığına göre, m kaçtır?

Örnek - 25



A(0,18)

BA ⊥ OA

BC ⊥ OC

Buna göre, C noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

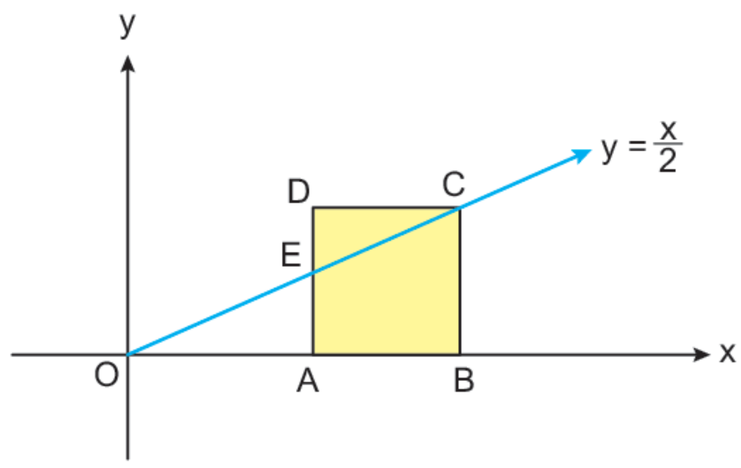
Örnek - 26

Dik koordinat düzleminde bir köşesi (0, 0) noktasında diğer köşeleri ise $y = \frac{-1}{2}x$ ve $y = 2x$ doğruları üzerinde olan bir üçgenin ağırlık merkezi $\left(\frac{2}{3}, 3\right)$ noktasındadır.

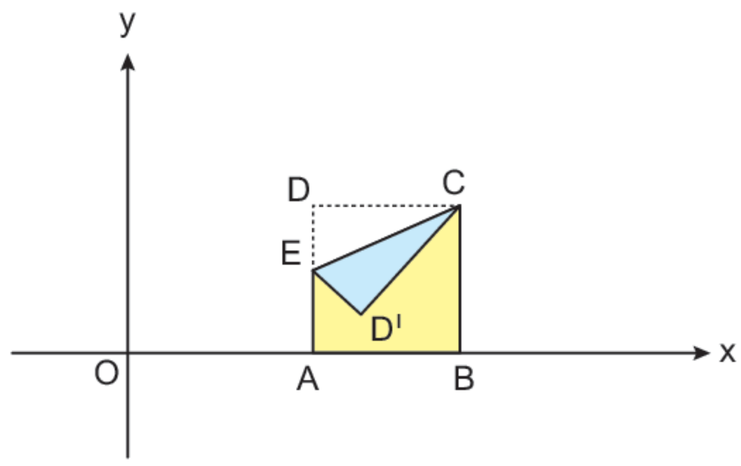
Buna göre, bu üçgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 27

Dik koordinat düzleminde iki köşesi A(a,0) ve B(b,0) noktaları olan ABCD karesi aşağıda verilmiştir.



ABCD karesinin C köşesi $y = \frac{x}{2}$ doğrusu üzerindedir. DCE üçgeni EC doğrusu boyunca katlandığında aşağıdaki görüntü elde edilmektedir.



a + b = 12 olduğuna göre, |DD'| kaç birimdir?

Örnek - 28

Analitik düzlemde A(–6, 5) noktasından geçen ve x eksenine hiçbir ortak noktası bulunmayan doğrunun denklemini bulunuz.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

24. $\frac{30}{49}$ 25. 15 26. 10 27. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ 28. y = 5

Örnek - 29

Dik koordinat düzleminde $y = \frac{2}{3}x$ doğrusu, $y = 2$ ve $y = 8$ doğrularıyla sırasıyla K ve L noktalarında kesişiyor.

Buna göre, |KL| uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 30

$(3k + 14)x + (k + 5)y + 2k + 7 = 0$ doğrusu x eksenine dik bir doğru olduğuna göre, bu doğru üzerinde olup eksenlere uzaklıkları birbirine eşit olan noktalar arasındaki uzaklık kaç birimdir?

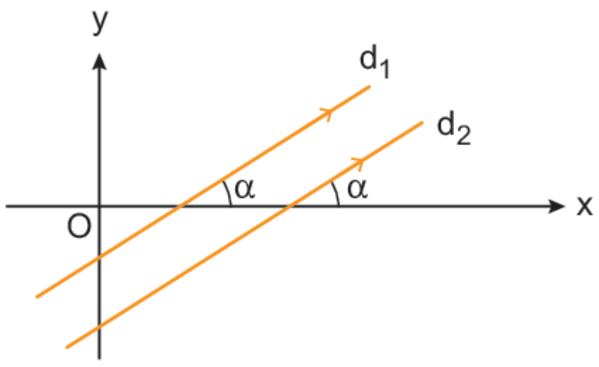
Dikkat

$d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$

doğruları düzlemde üç farklı durumda olabilir.

1. $d_1 \,//\, d_2$ olabilir.

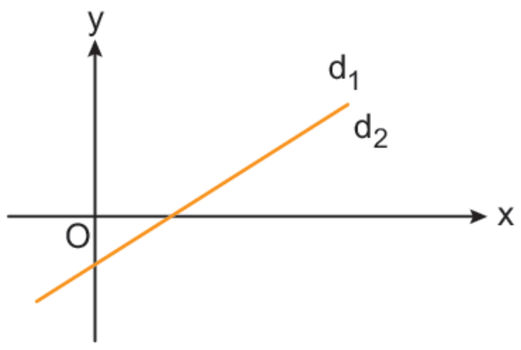


Eğim açıları eşit olduğundan,

$m_1 = \tan\alpha = m_2$ ise $m_1 = m_2$ olur.

Ya da $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ olur.

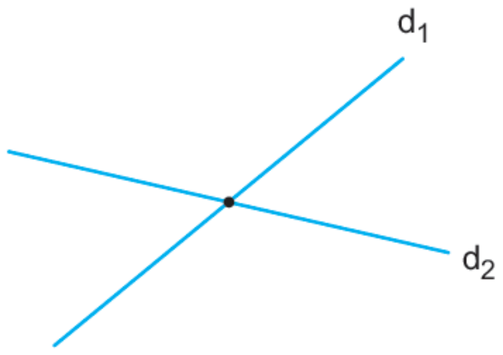
2) d_1 ve d_2 çakışık olabilir.



İki doğrunun çakışık olması iki doğrunun aynı olduğu anlamına gelir.

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ olur.

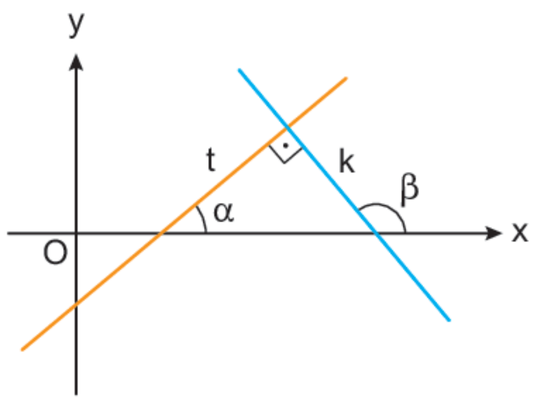
3) d_1 ve d_2 doğruları tek noktada kesişebilir.



Bu durumda $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ olur.

Not

Özel olarak d_1 ve d_2 doğruları dik kesişirse eğimleri çarpımı –1 olur.



$m_1 = \tan\alpha = \frac{k}{t}$

$m_2 = \tan\beta = -\frac{t}{k}$

$m_1 \cdot m_2 = \frac{k}{t} \cdot \left(-\frac{t}{k}\right) = -1$

Örnek - 31

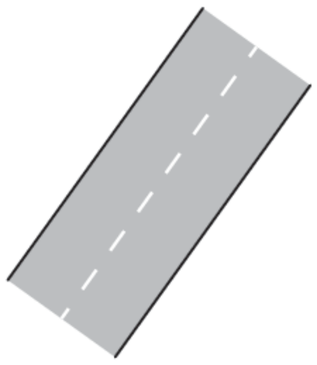
$3x – ay + 6 = 0$ doğrusu ile $kx + 4y + 2 = 0$ doğrusunun en az iki ortak noktası olduğuna göre, a + k toplamı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 32

8x + ky + n = 0 doğrusu ile 2x – 5y + p = 0 doğrusunun ortak ortak noktası yoksa k kaçtır?

Örnek - 33



Şekilde genişliği değişmeyen yolun kenarlarını taşıyan doğruların denklemleri,

$kx + 3y + 2k + 6 = 0$

$4x + (k + 1)y + 16 = 0$

olduğuna göre, k kaçtır?

Örnek - 34

Analitik düzlemde;

$2x + ky – 8 = 0$ ve $nx + 6y – 12 = 0$

doğruları x ekseni üzerinde dik kesişiyorlarsa k·n çarpımı kaçtır?

Örnek - 35

Analitik düzlemde A(–6, 3) noktasının

$y = 2x + 5$

doğrusuna en yakın olduğu noktayı bulunuz.

Örnek - 36

Analitik düzlemde;

$2x + ay + 6 = 0$ ve $3x – by – 9 = 0$

doğruları veriliyor.

a·b = 6 olduğuna göre, verilen iki doğrunun kesim noktasının orijine uzaklığı kaçtır?

Örnek - 37

$x + 3y + 4 = 0$

$2x – 5y + 1 = 0$

$x – \alpha y – 2 = 0$

doğrularının kesim noktalarını köşe kabul eden üçgen bir dik üçgen olduğuna göre, α sayısının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Örnek - 38

Dik koordinat düzleminde eğimleri toplamı $\frac{8}{3}$ olan ve K (3, 5) noktasından dik kesişen iki doğru çiziliyor.

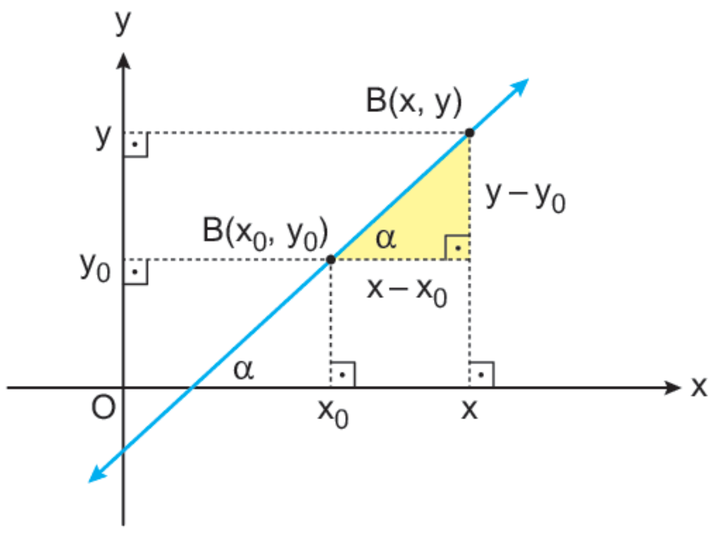
Bu iki doğrunun y-eksenini kestiği noktalar L ve M noktaları olduğuna göre, KLM üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

32. –20 33. –4 34. –3 35. (–2, 1) 36. 3 37. $-\frac{1}{15}$ 38. 15

• Doğru Denklemi Yazma

Analitik düzlemde $A(x_0, y_0)$ noktasından geçen ve eğimi m olan doğrunun denklemini bulalım.



Doğrunun üzerinde B(x, y) noktası seçersek,

$$\tan\alpha = m = \frac{y - y_0}{x - x_0} \text{ bulunur.}$$

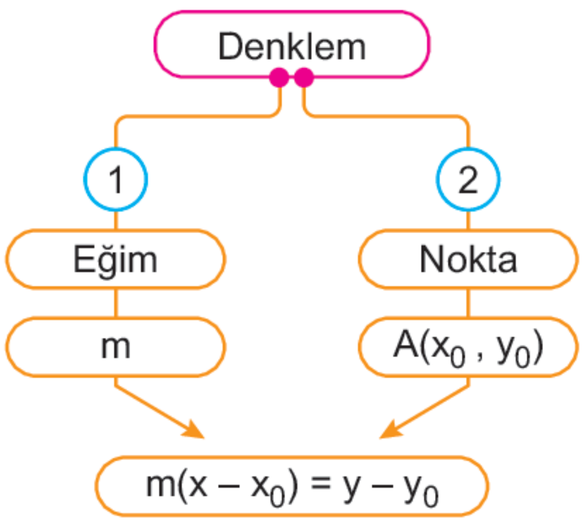
Yani eğimi m olan ve $A(x_0, y_0)$ noktasından geçen doğrunun denklemi,

$$m(x - x_0) = y - y_0$$

şeklindedir.

Uyarı

Doğru denklemi yazmak için öncelikle iki sorunun cevabı bulunmalı.



Örnek - 39

Analitik düzlemde A(1, 2) noktasından geçen ve eğimi 4 olan doğrunun denklemini bulunuz.

Örnek - 40

Analitik düzlemde A(2025, 2) noktasından geçen ve x-eksenine paralel olan doğrunun denklemini bulunuz.

Örnek - 41

Analitik düzlemde A(–3, 4) ve B(–3, 9) noktalarından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

Dikkat

Analitik düzlemde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

şeklinde bulunur.

Örnek - 42

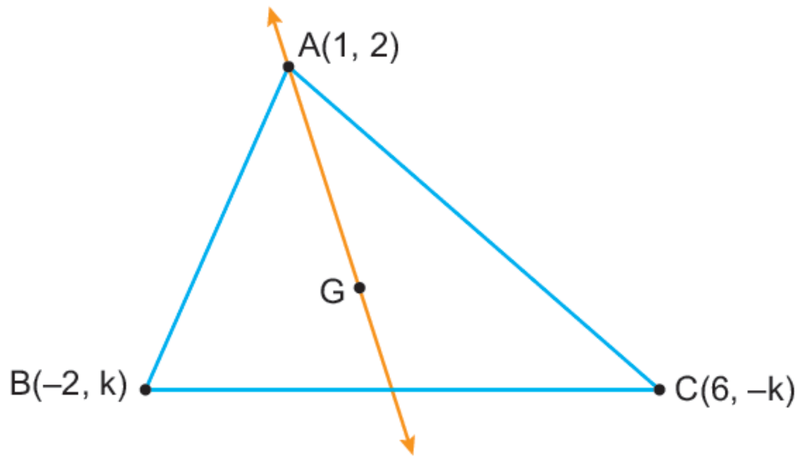
Analitik düzlemde A(1, 2) ve B(–3, 5) noktalarından geçen doğrunun x eksenini kestiği noktayı bulunuz.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

39. $y = 4x - 2$ 40. $y = 2$ 41. $x = -3$ 42. $\frac{11}{3}$

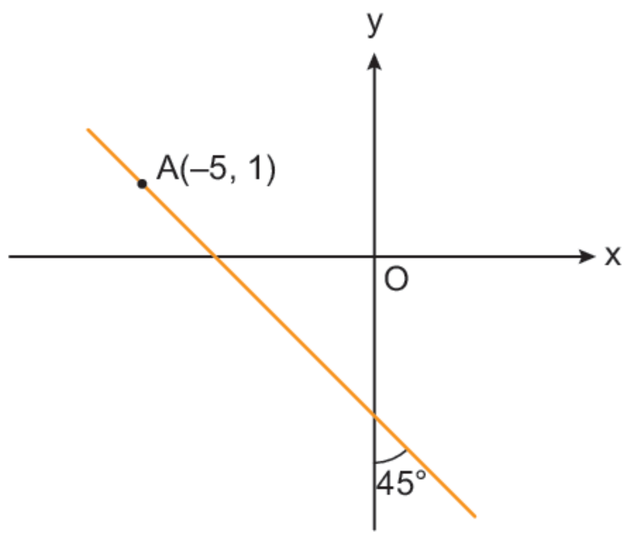
Örnek - 43

Aşağıdaki üçgenin ağırlık merkezi G'dir.



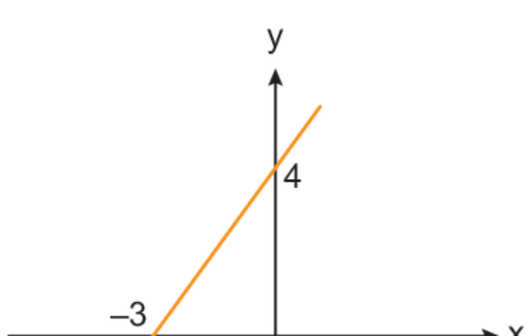
Buna göre, AG doğrusunun denklemini bulunuz.

Örnek - 44



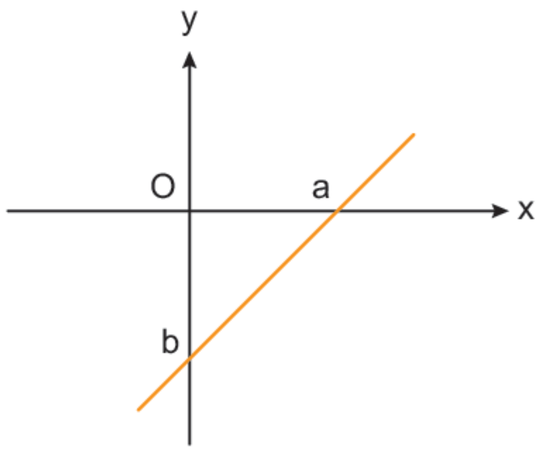
Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki doğrunun denklemini bulunuz.

Örnek - 45



Dik koordinat düzleminde verilen doğrunun denklemini bulunuz.

Not



Eksenleri kestiği noktaları belli olan doğrunun denklemi,

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

formülünden bulunur.

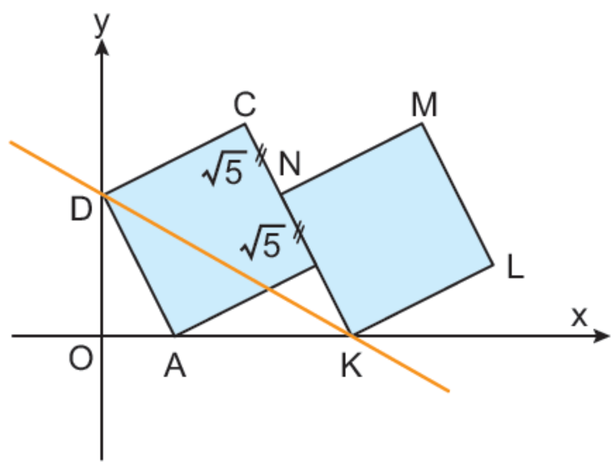
Önceki soru,

$$\frac{x}{\underset{(4)}{-3}}+\frac{y}{\underset{(-3)}{4}}=1 \text{ ise } \frac{4x-3y}{-12}=1 \text{ ise } 4x-3y=-12$$

olarak bulunabilir.

Örnek - 46

Dik koordinat sisteminde eş iki kare şekildeki gibi çizilmiştir.

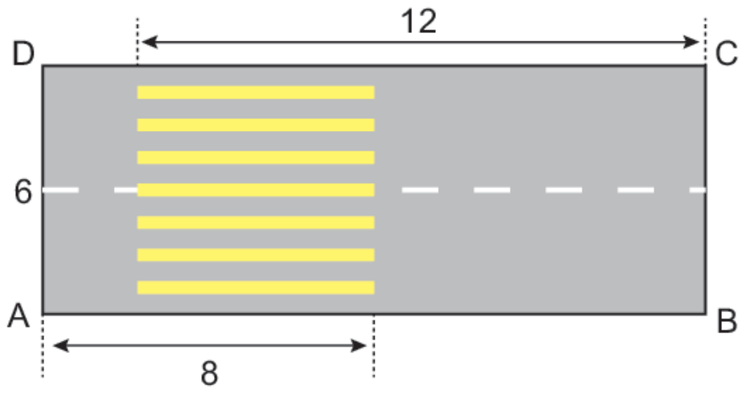


Buna göre, DK doğrusunun denklemini bulunuz.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 47

Aşağıda bir yolun dikdörtgen biçimindeki bir kesiti verilmiştir. ABCD dikdörtgeninin çevre uzunluğu 40 metredir ve şekilde iki köşenin yaya geçidinin en uzak köşesine olan dik uzaklıkları verilmiştir.



Buna göre, [AB] x-ekseni ve [AD] y ekseni kabul edilirse; yaya geçidinden karşıya geçmek şartıyla D köşesinden B köşesine en kısa yoldan giden bir yaya hangi doğrular üzerinden gitmiştir?

Örnek - 48

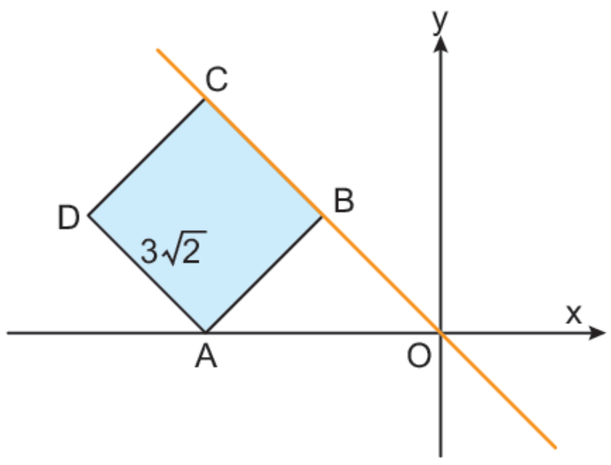
Analitik düzlemde A(–2, 3) noktasından geçen ve

$$4x - y + 9 = 0$$

doğrusuna paralel olan doğrunun denklemini bulunuz.

Örnek - 49

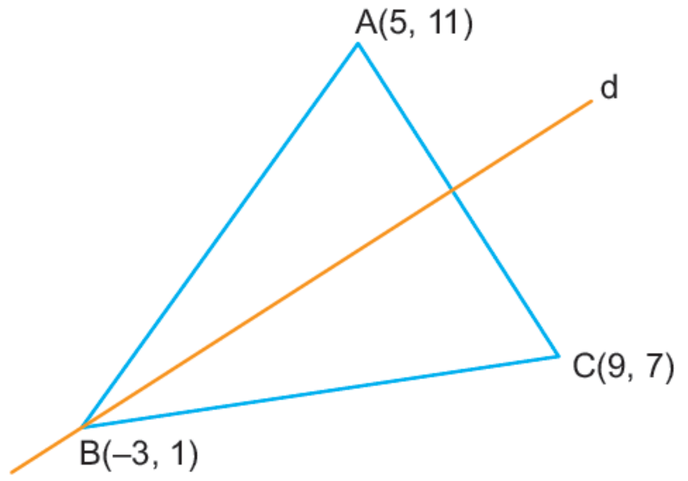
Dik koordinat sisteminde bir kenarı ikinci açıortay doğrusu üzerinde olan kare çizilmiştir.



Karenin kenar uzunluğu $3\sqrt{2}$ olduğuna göre, AD doğrusunun denklemini bulunuz.

Örnek - 50

Şekildeki ABC üçgeninde AC kenarının yüksekliği d doğrusunun elemanıdır.



Buna göre, d doğrusunun denklemini bulunuz.

Örnek - 51

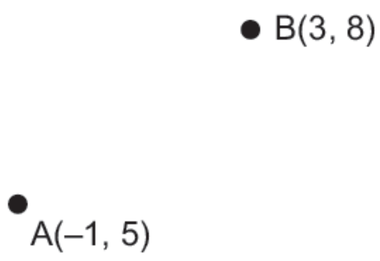
Dik koordinat düzleminde 4x – 3y = 6 doğrusuna dik ve (4,3) noktasından geçen bir d doğrusu veriliyor.

Buna göre, d doğrusu ile eksenler arasında kalan üçgensel bölgenin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 52

Şekildeki helikopter, kendisiyle aynı düzlemde bulunan A ve B noktalarındaki hedeflere aynı anda ateş ederek onları aynı anda vurmak istiyor. (Aynı tür silahla ateş ediyor.)





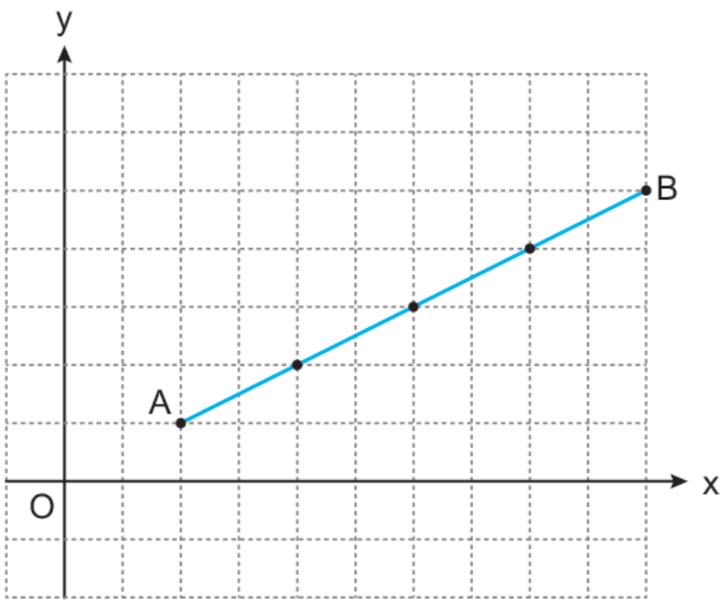
Buna göre, helikopter hangi doğru boyunca hareket etmelidir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

47. $y = 6, y = 0, x + y = 6$ 48. $4x - y + 11 = 0$ 49. $x + y + 6 = 0$ 50. $y = x + 4$ 51. 24 52. $8x + 6y - 47 = 0$

Örnek - 53

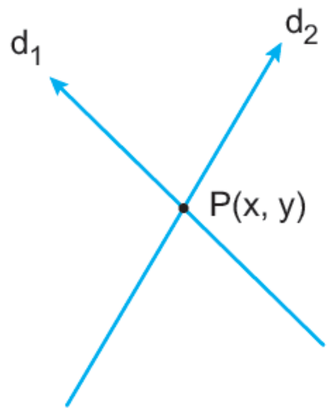
Dik koordinat sisteminde [AB], başlangıç noktası A(2, 1) olan, apsis ve ordinatları artan, birim karelerin köşeleriyle kesişimi 5 nokta olan bir doğru parçasıdır.



Buna göre, başlangıç noktası (5, –2) olan, apsisi azalan, ordinatı artan 100 noktalı en kısa doğru parçasını üzerinde taşıyan doğrunun denklemini bulunuz.

• İki Doğrunun Kesim Noktası

Analitik düzlemde d_1 ve d_2 doğruları paralel veya çakışık değilse tek bir noktada kesişirler.



P(x, y) her iki doğrunun da ortak noktası olduğundan, bu noktanın koordinatları, doğru denklemlerinden oluşan denklem sisteminin çözümüdür.

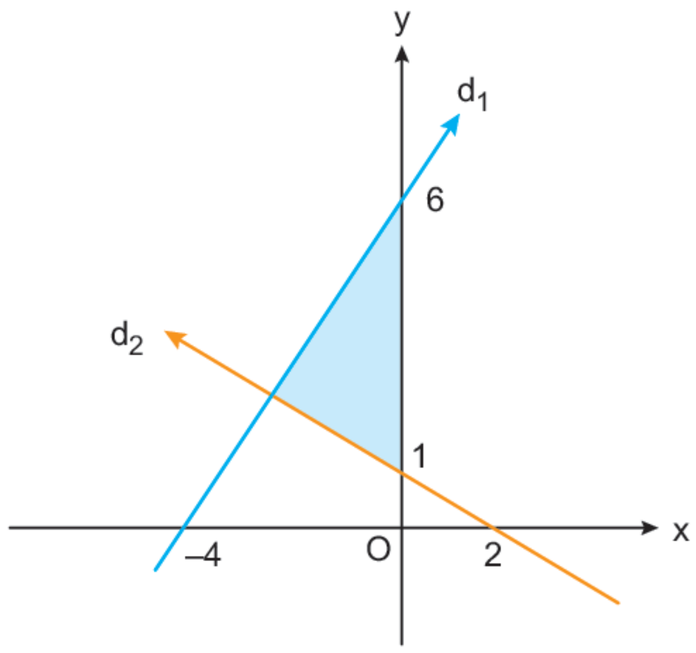
Örnek - 54

2x – 3y + 1 = 0 ve x + 2y – 3 = 0 doğrularının kesim noktasını bulunuz.

Örnek - 55

Analitik düzlemde y = –2x doğrusu, 3x + y – 1 = 0 ile 4x + ky – 10 = 0 doğrularının kesim noktasından geçtiğine göre, k kaçtır?

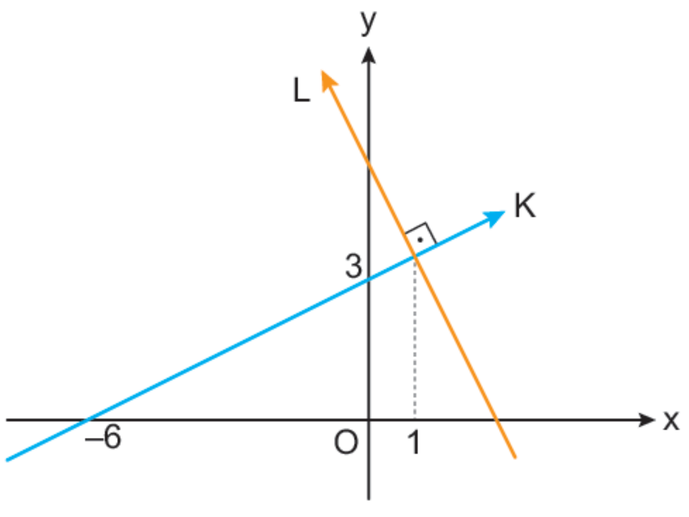
Örnek - 56



Şekilde verilenlere göre, boyalı bölgenin alanını bulunuz.

Örnek - 57

Şekildeki dik koordinat düzleminde verilen K ve L doğruları birbirine diktir.



Buna göre, L doğrusunun y-eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

53. x + y = 3 54. (1, 1) 55. –3 56. $\frac{25}{4}$ 57. 6,5

Örnek - 58

Dik koordinat düzlemindeki iki doğru için aşağıdaki A ve B kümeleri verilmiştir.

A = {9x + 4y = 36 doğrusu ile eksenler arasında kalan bölge}

B = {3x + 4y = 24 doğrusu ile eksenler arasında kalan bölge}

Buna göre, A ∪ B kümesinin oluşturduğu bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 59

m bir gerçel sayı olmak üzere, dik koordinat düzleminde

- (0, 0) noktasından geçen bir doğrunun eğiminin m,
- (0, 1) noktasından geçen bir doğrunun eğiminin 3m,
- (–1, 0) noktasından geçen bir doğrunun eğiminin 6m

olduğu ve bu üç doğrunun bir noktada kesiştiği bilinmektedir.

Buna göre, m değeri kaçtır?

Örnek - 60

$d_1 : 3x + 4y + 5 = 0$

$d_2 : 8x + 9y - 10 = 0$

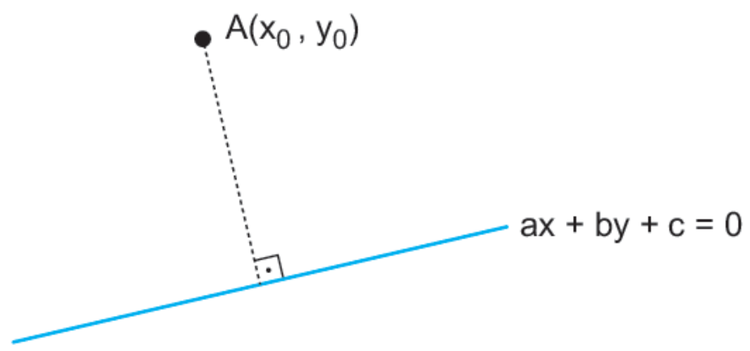
doğrularının;

a) kesişme noktasından ve orijinden geçen doğrunun denklemini bulunuz.

b) kesişme noktasından geçen ve x eksenine paralel olan doğrunun denklemini bulunuz.

Noktanın Doğruya Uzaklığı

Analitik düzlemde, $A(x_0, y_0)$ noktasının $ax + by + c = 0$ doğrusuna uzaklığı,



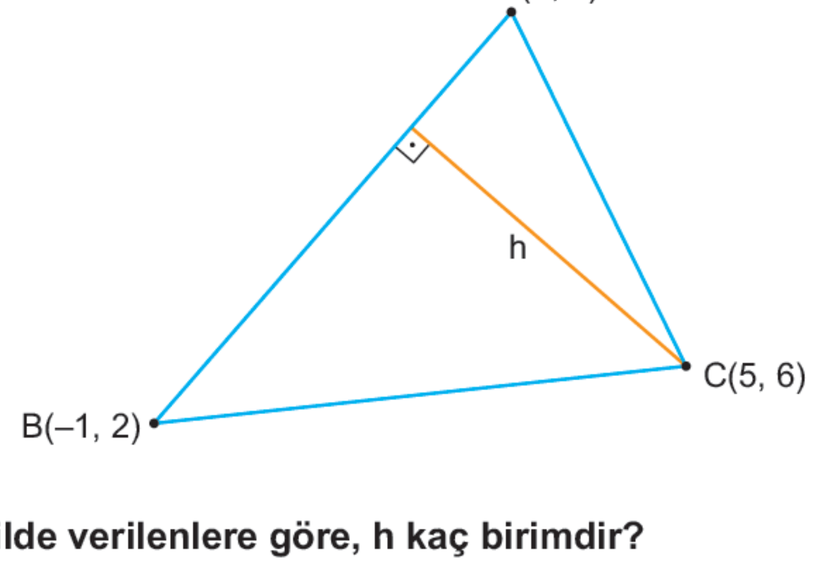
$$h = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

formülü ile bulunur.

Örnek - 61

A(–2, 3) noktasının 3x + 4y – 21 = 0 doğrusuna uzaklığını bulalım.

Örnek - 62



Şekilde verilenlere göre, h kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

58. 27 59. $\frac{5}{12}$ 60. a) $y = -\frac{14}{17}x$ b) $y = -14$ 61. 3 62. $\frac{2}{5}$

Örnek - 63

Analitik düzlemde A(1, 2) ve d: 5x + 12y – 3 = 0 verilsin.

d doğrusu üzerinde seçilen B ve C noktaları arasındaki uzaklık 6 birim olduğuna göre, ABC üçgeninin alanını bulunuz.

Örnek - 64

Analitik düzlemde A(–1, 3) noktasının x + 2y + 5 = 0 doğrusuna göre simetriği B noktasıdır.

Buna göre, |AB| kaçtır?

Örnek - 65

Dik koordinat düzleminde d_1: y = –x ve d_2: y = 3x + 8 doğruları çizilip kesim noktası P olarak yazılıyor. Orijin noktası O olmak üzere; köşegeni |OP| uzunluğu olan kare ile, bir kenarı d_2 doğrusu üzerinde olan OAB üçgenin alanı alanları birbirine eşittir.

Buna göre, üçgenin d_2 doğrusu üzerindeki |AB| uzunluğu kaç birimdir?

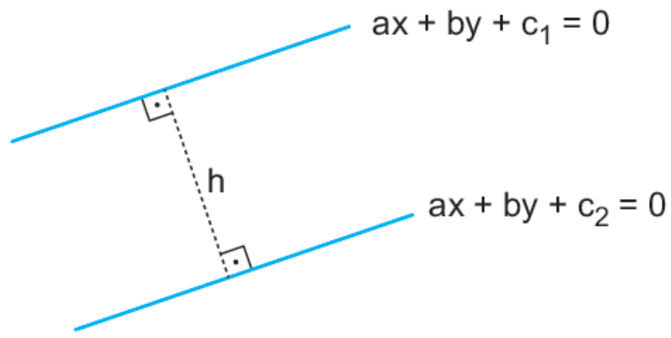
Örnek - 66

Dik koordinat düzleminde, x = 1 ve x = –5 doğruları ile 4x – 3y + 8 = 0 doğrusunun kesişim noktalarını köşe kabul eden bir paralelkenarın köşegenleri (–7,4) noktasında kesişmektedir.

Buna göre, bu paralelkenarın alanı kaç birimkaredir?

• Paralel İki Doğru Arası Uzaklık

İki doğru birbirine paralel ise aralarındaki uzaklık,



$h = \dfrac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ formülü ile bulunur.

Örnek - 67

Analitik düzlemde;

5x – 12y + 6 = 0 ve 5x – 12y – 20 = 0

doğruları arasındaki uzaklığı bulunuz.

Örnek - 68

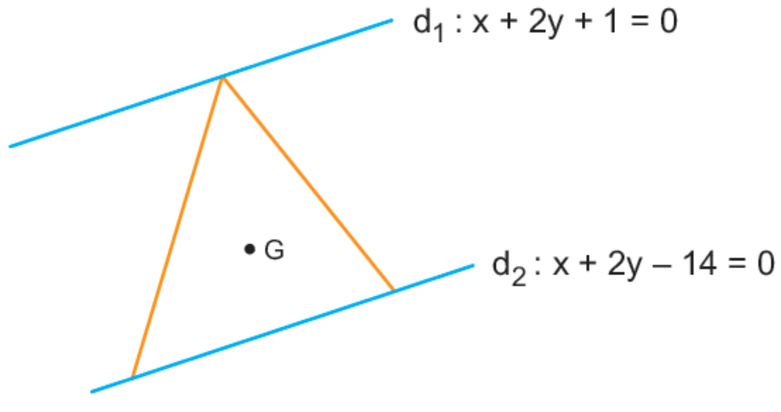
Analitik düzlemde;

3x + 4y – 1 = 0 ve 6x + 8y + 9 = 0

doğruları arasındaki boşluğa çizilebilecek bir karenin alanı en çok kaç birimkare olabilir?

(Köşe noktalar doğru üzerinde olabilir.)

Örnek - 69



Şekildeki G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi olduğuna göre, G'nin d_1 doğrusuna uzaklığını bulunuz.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

63. 6 64. $4\sqrt{5}$ 65. $\sqrt{10}$ 66. 128 67. 2 68. 1,21 69. $2\sqrt{5}$

• Eşitsizlik Sistemi

Bir eşitsizliği sağlayan noktaların koordinat düzleminde gösterilmesine eşitsizliklerin grafiği denir.

Eşitsizlik grafiğini çizmek için,

1. Adım: Doğrunun grafiği çizilir.

2. Adım: Eşitsizlikte y'nin katsayısı pozitif iken y eşitsizliğin büyük tarafında ise çizilen doğrunun üst tarafı, y eşitsizliğin küçük tarafında ise çizilen doğrunun alt tarafı boyanır. (Örnekle daha iyi anlaşılacaktır.)

Örnek - 70

$2x - 3y + 6 > 0$

eşitsizliğinin grafiğini çiziniz.

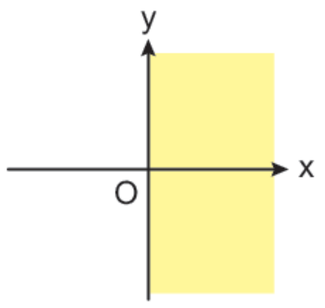
Örnek - 71

$y \geq 2x - 8$

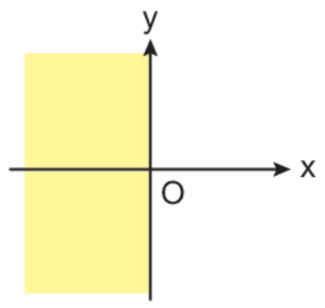
eşitsizliğinin grafiğini çiziniz.

Dikkat

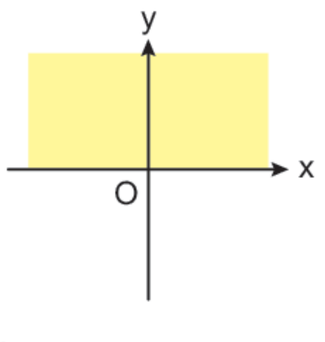
- $x \geq 0$



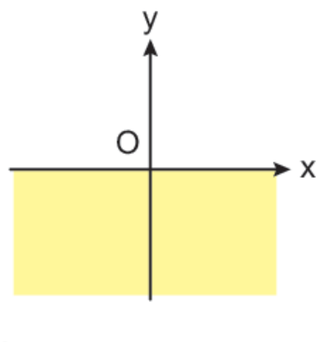
- $x \leq 0$



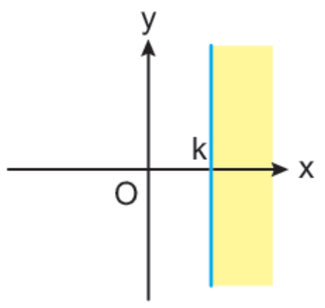
- $y \geq 0$



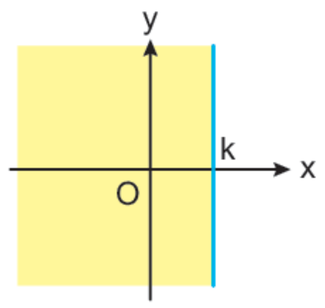
- $y \leq 0$



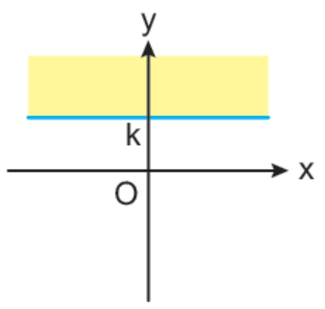
- $x \geq k$



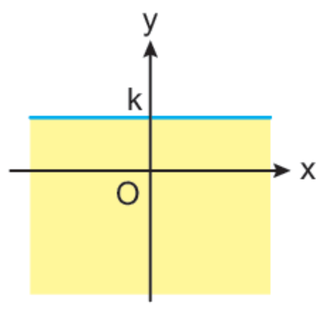
- $x \leq k$



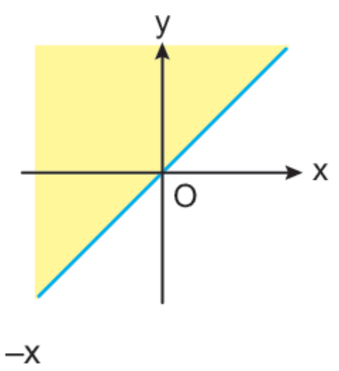
- $y \geq k$



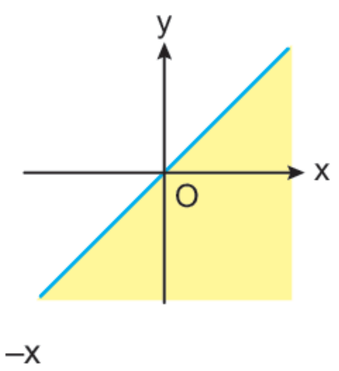
- $y \leq k$



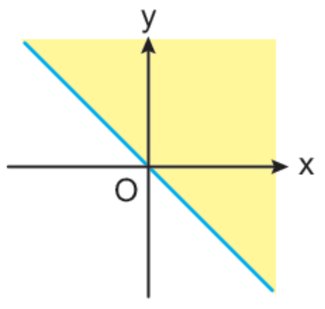
- $y \geq x$



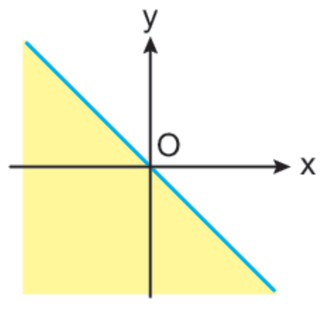
- $y \leq x$



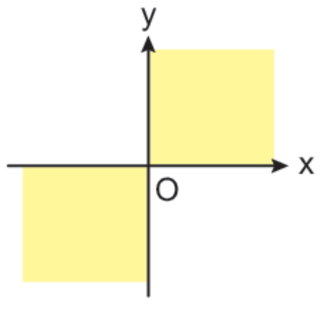
- $y \geq -x$



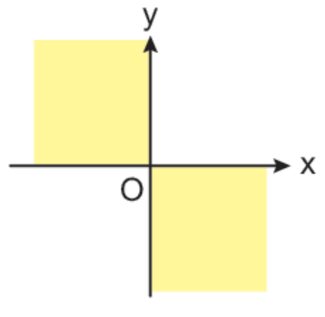
- $y \leq -x$



- $xy \geq 0$



- $xy \leq 0$



Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 72

Dik koordinat sisteminde,

$y \geq 3x + 9$

$x \geq 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini grafikle gösteriniz.

Örnek - 73

Dik koordinat sisteminde,

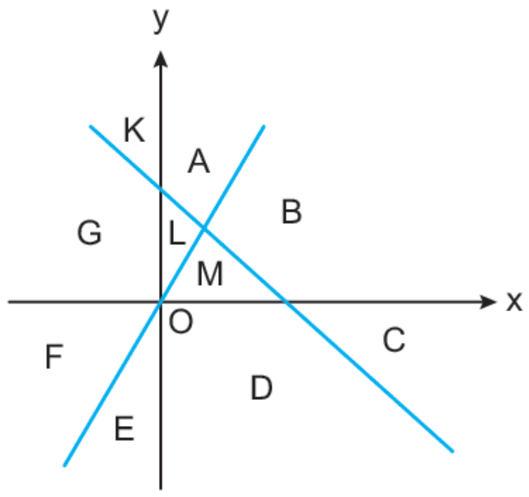
$|x| > 4$

$y \geq x$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini grafikle gösteriniz.

Örnek - 74

Aşağıdaki dik koordinat sisteminde,



$2x + 3y = 12$ ve $y = 3x$ doğrularının grafikleri çizilmiştir.

Buna göre,

$2x + 3y \leq 12$

$y \geq 3x$

$xy \geq 0$

sisteminin çözüm kümesi hangi harflerin olduğu bölgelerin bileşimidir?

Örnek - 75

Dik koordinat sisteminde,

$2x + 3y \leq 12$

$y \geq 0$

$x \geq 3$

eşitsizlik sistemini sağlayan bölgenin alanını bulunuz.

Örnek - 76

$\mathbb{R}$ gerçel sayılar kümesi olmak üzere,

$A = \{(x, y) : x < 0 , y > 0\} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

kümesi veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki doğruların hangisi $(\mathbb{R} \times \mathbb{R}) \setminus A$ kümesinin alt kümesidir?

A) $x + 3y - 1 = 0$

B) $-2x - 3y + 1 = 0$

C) $x + 4y + 1 = 0$

D) $3x - 4y - 1 = 0$

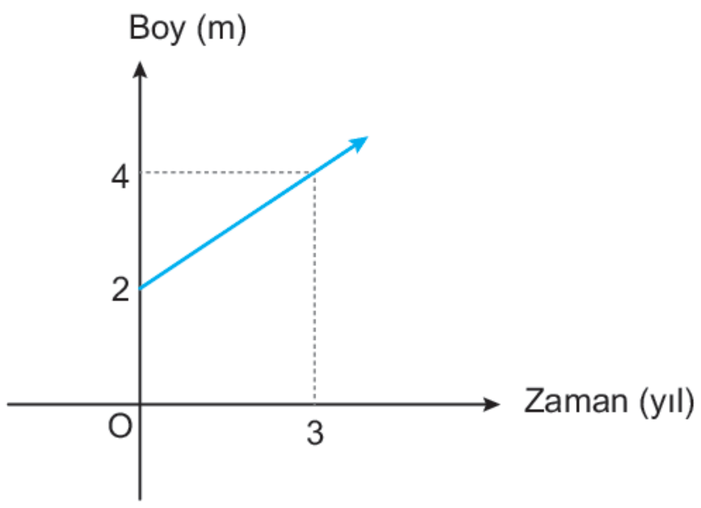
E) $2x - 4y + 1 = 0$

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Günlük Hayat Problemleri

Örnek - 77

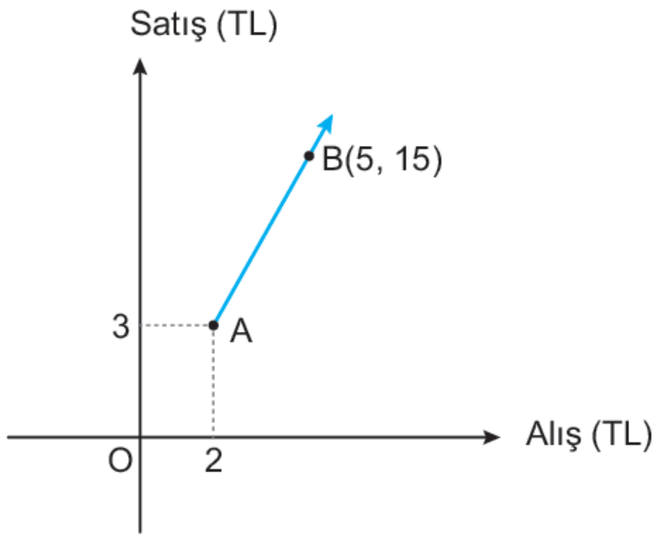
Şekildeki grafik bir ağacın dikildikten sonraki zaman ve boyu arasındaki ilişkiyi göstermektedir.



Buna göre, ağaç dikildikten 12 yıl sonra boyu kaç metre olur?

Örnek - 78

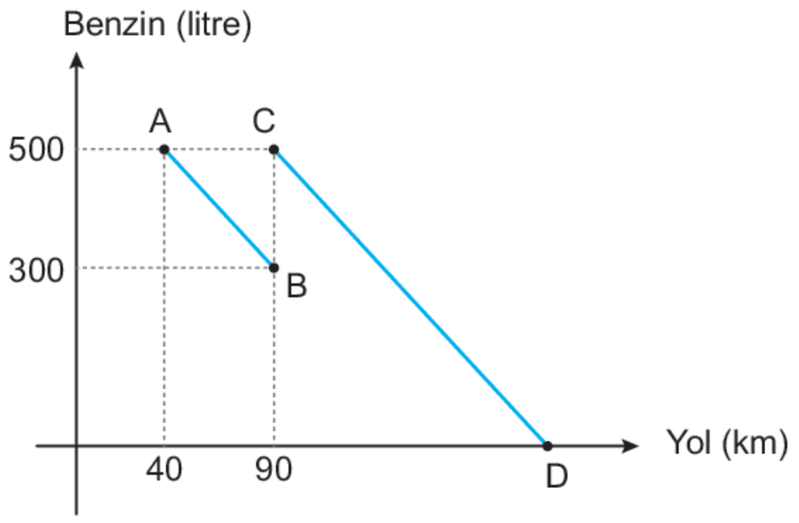
Aşağıdaki grafik bir ürünün alış ve satış fiyatları arasındaki ilişkiyi göstermektedir.



Buna göre, 83 TL'ye satılan bir maldan kaç TL kâr edilir?

Örnek - 79

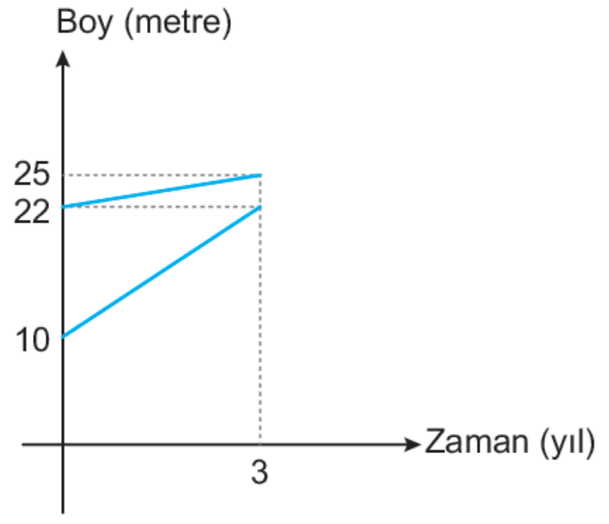
Bir uçağın havalandıktan 40 km sonraki hızı sabittir. Yukarıdaki grafikte uçağın katettiği yol ve harcadığı benzin arasındaki ilişki verilmiştir.



Uçak havada iken B noktasında yakıt ikmali yapıldığına göre, uçağın benzini kaçıncı kilometrede biter?

Örnek - 80

Şekilde A ve B bitkilerinin boylarının zamana bağlı değişimi gösterilmiştir.



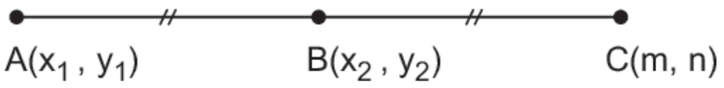
Buna göre, bitkiler dikildikten kaç yıl sonra A bitkisinin boyu B bitkisinin boyundan 30 metre uzun olur?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

SİMETRİ (YANSIMA)

• Noktanın Noktaya Göre Simetriği

Analitik düzlemde $A(x_1, y_1)$ noktasının $B(x_2, y_2)$ noktasına göre simetriği C noktası olsun.



$$x_2 = \frac{x_1 + m}{2} \text{ ise } m = 2x_2 - x_1$$

$$y_2 = \frac{y_1 + n}{2} \text{ ise } n = 2y_2 - y_1$$

olduğundan, $C(m, n) = (2x_2 - x_1, 2y_2 - y_1)$ olur.

Örnek - 1

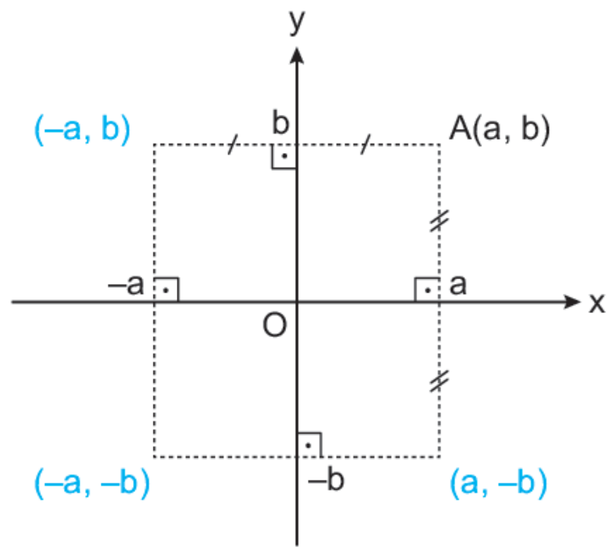
A(1, 2) noktasının B(–3, 4) noktasına göre simetriğini bulunuz.

Örnek - 2

Analitik düzlemde ABC üçgeninin ağırlık merkezi G noktasıdır. A(4, 5), C(–10, 15) ve B noktasının G'ye göre simetriği B'(–5, 10) noktasıdır.

Buna göre, B noktasının apsisi ile G noktasının ordinatının toplamı kaçtır?

• Noktanın Eksenlere Göre Simetriği



Dik koordinat sisteminde A(a, b) noktasının,

- x eksenine göre simetriği (a, –b) noktasıdır.
- y eksenine göre simetriği (–a, b) noktasıdır.
- orijine göre simetriği (–a, –b) noktasıdır.

Örnek - 3

A(–2, 4) noktasının y eksenine göre simetriği B, x eksenine göre simetriği C olduğuna göre, |BC| kaç birimdir?

Örnek - 4

Analitik düzlemde A noktasının orijine göre simetriği alındığında B noktası bulunuyor.

Buna göre,

I. A noktasının x eksenine göre simetriğinin y eksenine göre simetriği alınırsa

II. A noktasının apsis ve ordinatı –1 ile çarpılırsa

III. A noktasının (1, 2) noktasına göre simetriği olan noktanın apsisinden 2, ordinatından 4 çıkarılırsa

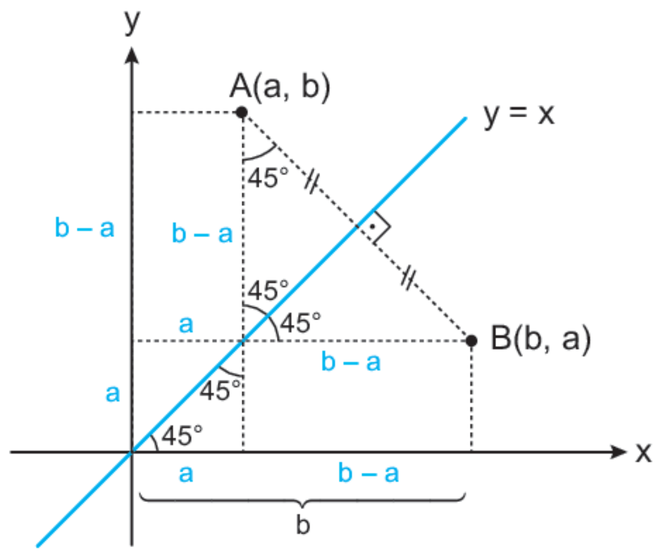
öncüllerinden hangisinin sonucu B noktası olur?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

1. (–7, 6) 2. 13 3. $4\sqrt{5}$ 4. I, II ve III

• Noktanın Özel Doğrulara Göre Simetriği

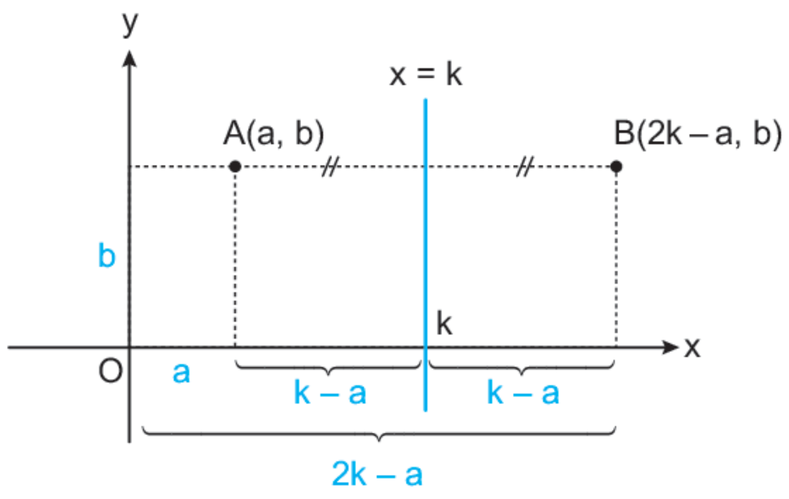
1. y = x ve y = –x doğrusuna göre simetriği



$A(a, b) \xrightarrow{y = x \text{ doğrusuna göre simetriği}} B(b, a)$

$A(a, b) \xrightarrow{y = -x \text{ doğrusuna göre simetriği}} B(-b, -a)$

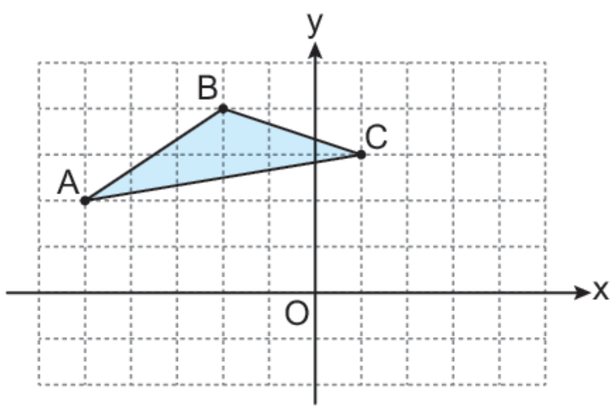
2. x = k ve y = k doğrusuna göre simetriği



$A(a, b) \xrightarrow{x = k \text{ doğrusuna göre simetriği}} B(2k-a, b)$

$A(a, b) \xrightarrow{y = k \text{ doğrusuna göre simetriği}} B(a, 2k-b)$

Örnek - 5



Birim kareli kağıtta çizilen ABC üçgeninin y = –x doğrusuna göre simetriği alındığında yeni oluşan üçgenin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz.

Örnek - 6

Dik koordinat düzleminde, K(–2, 5) noktasının y = 3 doğrusuna göre simetriği olan L noktası işaretleniyor. Ardından L noktasının y = –x doğrusuna göre simetriği olan M noktası işaretleniyor.

Buna göre, M noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?

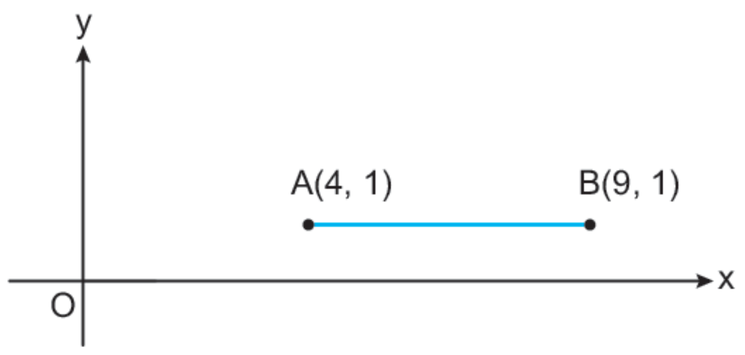
Örnek - 7

Analitik düzlemde A(–2, 3) noktası veriliyor. A noktasının x – y = 0 doğrusuna göre simetriğinin y eksenine göre simetriği B, A noktasının orijine göre simetriğinin y = 3 doğrusuna göre simetriği C noktasıdır.

Buna göre, |BC| uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 8

Zehra bir kağıda analitik düzlem çizmiş ve bir çubuğu şekildeki gibi kağıt üzerine koymuştur.



A'nın y = x doğrusuna göre simetriği C, B'nin x = k doğrusuna göre simetriği D olmak üzere, A ucu C ve B ucu D ile çakışacak biçimde Zehra çubuğun yerini değiştiriyor.

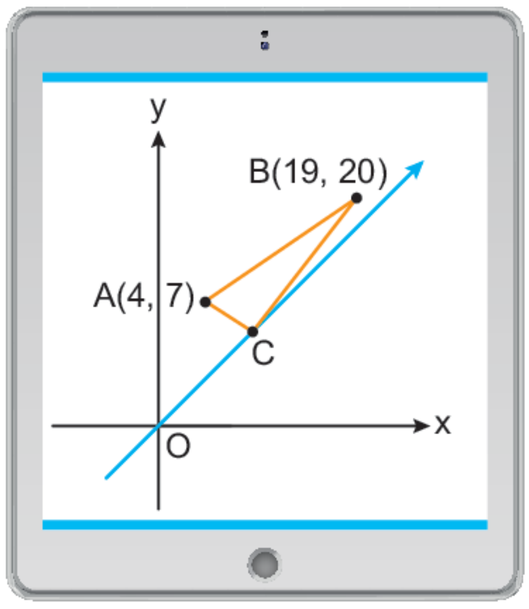
Buna göre, k'nin alacağı değerlerin toplamı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

5. (–3, 2) 6. –2 7. $\sqrt{146}$ 8. 10

Örnek - 9

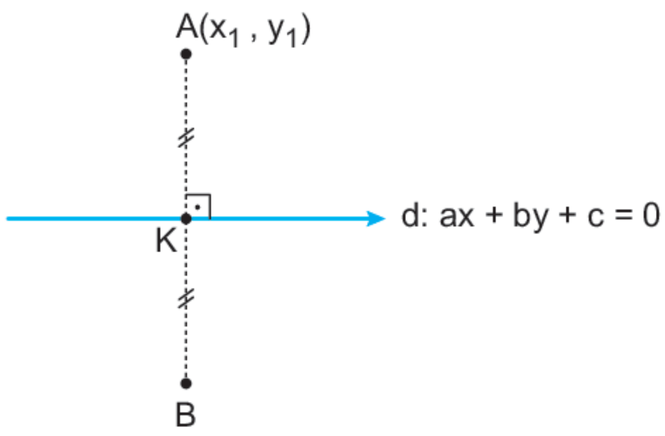
Kenan tabletinde bir grafik çizim programı açıp y = x doğrusunun grafiğini çizdiriyor. Sonra A(4, 7), B(19, 20) ve y = x doğrusu üzerinde C noktasını belirleyip ABC üçgenini çizdiriyor.



Kenan bir cetvelle tablet üzerinden A noktasının y eksenine uzaklığını ölçtüğünde bu uzaklığı 1 cm buluyor.

Buna göre, ABC üçgeninin çevresi en küçük olduğunda |AC| + |BC| uzunluğu cetvelle tablet üzerinde kaç cm olarak ölçülür?

• Noktanın Doğruya Göre Simetriği



Dik koordinat sisteminde $A(x_1, y_1)$ noktasının ax + by + c = 0 doğrusuna göre simetriğini bulmak için aşağıdaki adımlar izlenir.

1. adım: AB doğrusunun denklemi yazılır.

d doğrusunun eğimine m_1 ve AB doğrusunun eğimine m_2 dersek $m_1 \cdot m_2 = -1$ eşitliğinden m_2 bulunur. m_2 ve A noktasını kullanarak denklem yazılır.

2. adım: K noktası bulunur. (Doğruların kesim noktasından.)

3. adım: B noktası bulunur. (A noktasının K noktasına göre simetriği alınarak)

Örnek - 10

Analitik düzlemde A(a, 4) noktasının

2x + 3y + k = 0

doğrusuna göre simetriği B(–6, –6) noktasıdır.

Buna göre, a + k toplamını bulunuz.

Örnek - 11

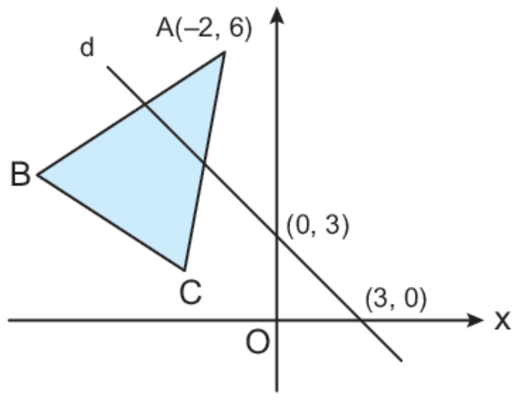
Analitik düzlemde A(1, 2) noktasının

x – y + 5 = 0

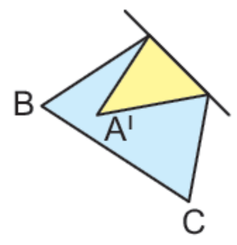
doğrusuna göre simetriğini bulunuz.

Örnek - 12

Bir kağıda dik koordinat sistemi, A(–2, 6) olmak üzere ABC üçgeni ve eksenleri (0, 3) ile (3, 0) noktalarında kesen d doğrusu çiziliyor.



Şekil 1



Şekil 2

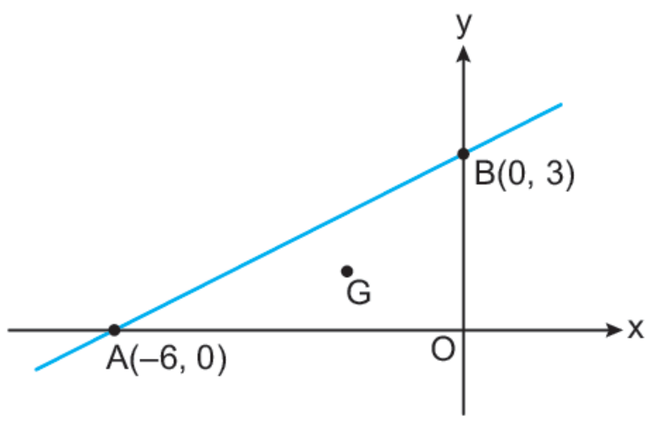
Buna göre, kağıt d doğrusu boyunca şekildeki gibi katlandığında A noktasının yeni konumunun koordinatlarını bulunuz.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

9. 5 10. 9 11. (–3, 6) 12. (–3, 5)

Örnek - 13

Dik koordinat sisteminde AOB üçgeninin ağırlık merkezi G noktasıdır. G noktasının d doğrusuna göre simetriği K noktasıdır.



Buna göre, K noktasından geçen ve d doğrusuna paralel olan doğrunun denklemini bulunuz.

Örnek - 14

Dik koordinat düzleminde (2, 5) noktasının (–1, 1) noktasından geçen bir doğruya göre simetriği olan nokta (–1, b) olduğuna göre, b sayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Örnek - 15

Analitik düzlemde, O noktası orijin ve K(n,1) olmak üzere OK doğrusunun eğim açısı 10° dir. K noktasının y = nx doğrusuna göre simetriği alındığında L noktası elde ediliyor.

Buna göre, OL doğrusunun eğim açısı kaç derecedir?

- **Doğrunun Eksenlere ve Özel Doğrulara Göre Simetriği**

ax + by + c = 0 doğrusunun eksenlere ve bazı özel doğrulara göre simetriğini bulurken, (x, y) noktasının eksenlere ve bazı özel doğrulara göre simetriğini düşünerek kolayca sonuca ulaşabiliriz.

$ax + by + c = 0 \xrightarrow{\text{x-eksenine göre}} ax + b(-y) + c = 0$

$ax + by + c = 0 \xrightarrow{\text{y-eksenine göre}} a(-x) + by + c = 0$

$ax + by + c = 0 \xrightarrow{\text{Orijine göre}} a(-x) + b(-y) + c = 0$

$ax + by + c = 0 \xrightarrow{y = x\text{'e göre}} ay + bx + c = 0$

$ax + by + c = 0 \xrightarrow{y = -x\text{'e göre}} a(-y) + b(-x) + c = 0$

$ax + by + c = 0 \xrightarrow{x = k\text{'ye göre}} a(2k - x) + by + c = 0$

$ax + by + c = 0 \xrightarrow{y = k\text{'ye göre}} ax + b(2k - y) + c = 0$

Örnek - 16

2x – 3y + 4 = 0 doğrusunun

a) x eksenine göre,

b) y eksenine göre,

c) Orijine göre,

d) x – y = 0 doğrusuna göre,

e) x + y = 0 doğrusuna göre,

f) x = 4 doğrusuna göre,

g) y = –1 doğrusuna göre,

simetriklerini bulunuz.

Örnek - 17

Dik koordinat düzleminde;

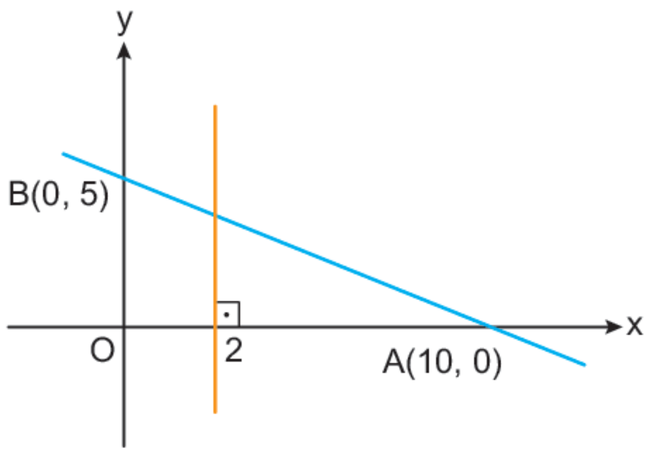
$d_1: 5x - 12y + 3 = 0$

doğrusunun y = –x doğrusuna göre simetriği d_2 doğrusudur.

Buna göre, A(1, 2) noktasının d_2 doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

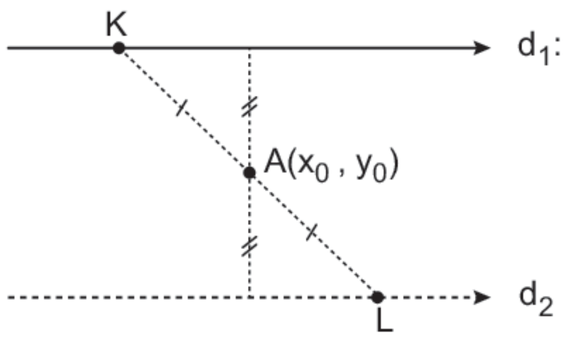
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 18



Dik koordinat düzleminde A(10, 0) ve B(0, 5) noktalarından geçen doğrunun x = 2 doğrusuna göre simetriği olan doğrunun eksenlerle oluşturduğu kapalı bölgenin alanını bulunuz.

• Doğrunun Noktaya Göre Simetriği



Analitik düzlemde d_1 doğrusunun A noktasına göre simetriği olan d_2 doğrusunu bulmak için,

1. adım: d_1 doğrusu üzerinde rastgele bir K noktası seçilir.

2. adım: K'nin A'ya göre simetriği alınarak L noktası bulunur.

3. adım: d_2 doğrusunun denklemi yazılır. (d_1 // d_2 olduğundan eğimleri eşittir. d_2 doğrusunun eğimi ve bir noktası bilindiğinden denklemi yazılabilir.)

Örnek - 19

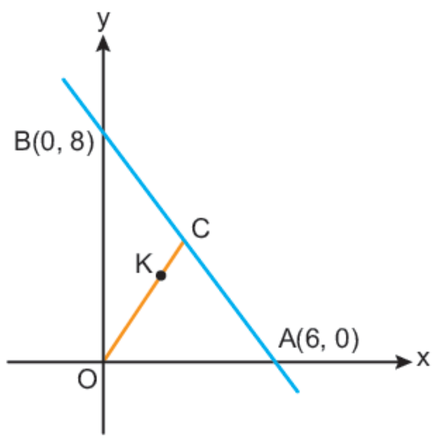
Dik koordinat düzleminde;

$3x - y + 6 = 0$

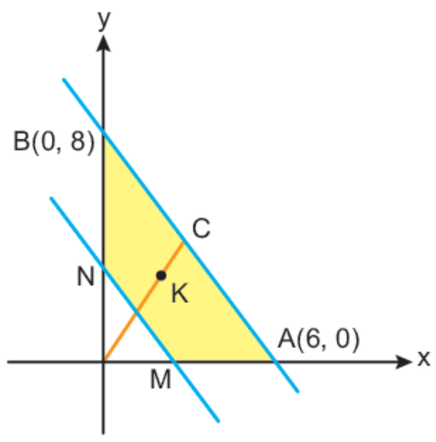
doğrusunun A(1, 2) noktasına göre simetriği olan doğrunun denklemini bulunuz.

Örnek - 20

Dik koordinat düzleminde A ve B noktalarından geçen AB doğrusu çizilmiştir.



Şekil 1



Şekil 2

Doğru üzerinde C noktası seçilip [OC] doğru parçası çizildiğinde |OK| = 3 · |KC| olacak biçimde K noktası belirleniyor. AB doğrusunun K noktasına göre simetriği alındığında MN doğrusu oluşuyor.

Buna göre, Şekil 2'deki boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

18. 9

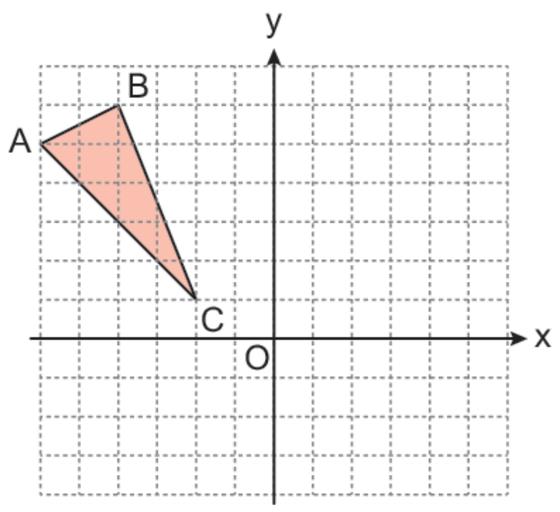
19. $3x - y - 8 = 0$

20. 18

ÖTELEME

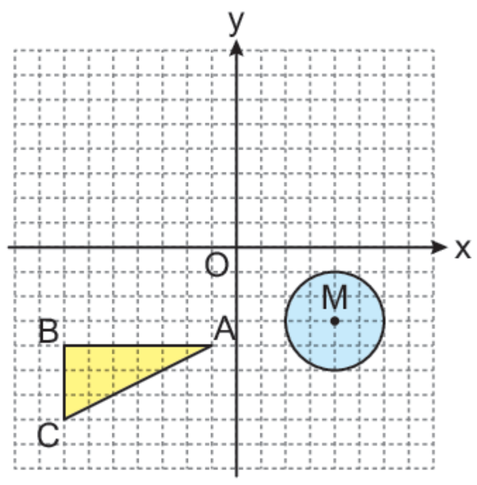
Bir şeklin duruşunun ve büyüklüğünün değişmeden yer değiştirmesine **şeklin ötelenmesi** denir.

Örnek - 21



Birim kareli zeminde verilen ABC üçgeninin 6 birim sağa ve 4 birim aşağıya ötelenmiş biçimini çiziniz.

Örnek - 22



Birim kareli zeminde verilen 2 birim yarıçaplı daire ve ABC üçgenine aşağıdaki dönüşümler uygulanıyor.

- Dairenin orijine göre simetriği alınıyor.
- Üçgen 3 birim sağa 7 birim yukarıya öteleniyor.

Bu dönüşümler sonucunda daire ile üçgenin kesişim bölgesinin alanını bulunuz.

Örnek - 23

Dik koordinat düzleminde, y = ax doğrusunun Ox ekseni doğrultusunda 2 birim sola, y = 2b x + a doğrusunun Oy-ekseni doğrultusunda 10 birim yukarı ötelemesiyle elde edilen doğrular (–1,3) noktasında kesişiyor.

Buna göre, a · b çarpımı kaçtır?

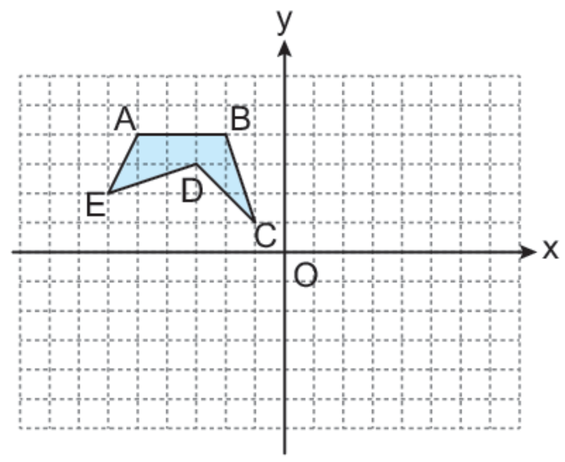
Örnek - 24

Bir geometri dersinde Melek Öğretmen öğrencilerinden aşağıdaki işlemleri sırasıyla yapmalarını istiyor.

- Dik koordinat düzleminde A(–2, 3) ve B(1, 5) noktalarını işaretleyin.
- A noktasını x-ekseni boyunca pozitif yönde 6 birim sağa öteleyip D noktasını, B noktasını da x-ekseni boyunca pozitif yönde 2 birim sağa öteleyip C noktasını bulun.
- Köşeleri A, B, C ve D noktası olan ABCD dörtgenini çizin.

Buna göre, öğrencilerin oluşturduğu dörtgenin alanı kaç birimkaredir?

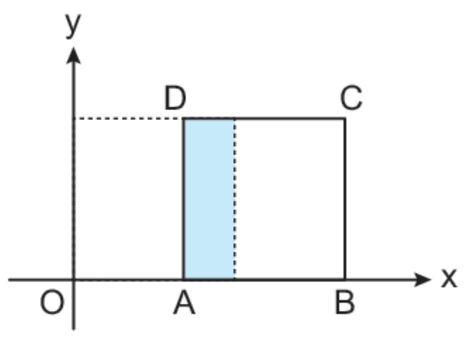
Örnek - 25



Birim kareli zeminde verilen beşgenin orijine göre simetriği alınıp 3 birim sola 4 birim yukarı ötelendiğinde oluşan şekli bulunuz.

Örnek - 26

Dik koordinat düzleminde bir kenarı x-ekseni üzerinde bulunan ABCD karesi çizilmiştir. Bu karenin köşe noktalarının y-eksenine göre simetriği alındıktan sonra x-ekseni boyunca pozitif yönde 12 birim ötelendiğinde elde edilen dört nokta, bir köşesi orijinde olan bir karenin köşelerini oluşturmaktadır.



Bu iki karenin de içinde kalan bölgenin alanı 14 birimkaredir.

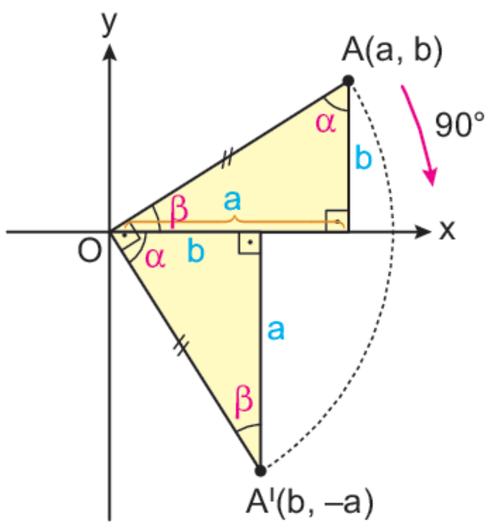
Buna göre, ABCD karesinin çevresi kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

22. π 23. 15 24. 8 26. 28

DÖNME - DÖNDÜRME

Analitik düzlemde A(a, b) noktasını orijin etrafında saat yönünde 90° döndürdüğümüzde, şekildeki boyalı bölgelerin eş üçgen olmalarından dolayı A'(b, –a) noktası elde edilir.



Bunu genelleyecek olursak, (a, b) noktası 90° veya 270° döndürülürse (?b, ?a) noktası elde edilir, işaretleri ise bulunduğu bölgeye göre konur.

Not

(a, b) noktasının orijin etrafında 180° döndürülmesi ile orijine göre simetriği aynı noktadır.

Örnek - 27

Aşağıda verilen noktaları belirtilen yönlerde ve belirtilen açılarda orijin etrafında döndürünüz.

a) (1, 2) , saat yönünde, 90°

b) (–2, 3) , saatin tersi yönde, 90°

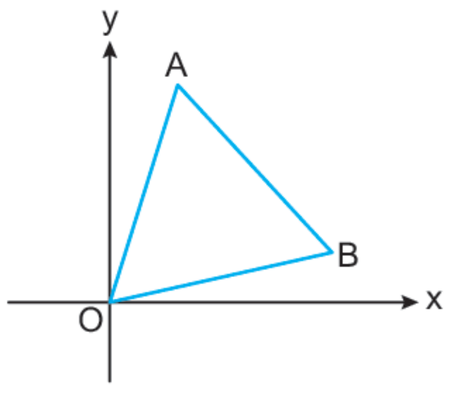
c) (–4, –5), pozitif yönde, 270°

d) (5, –1), negatif yönde, 270°

e) (–3, 4), saat yönünde, 180°

Örnek - 28

Dik koordinat düzleminde ABO eşkenar üçgeni verilmiştir.

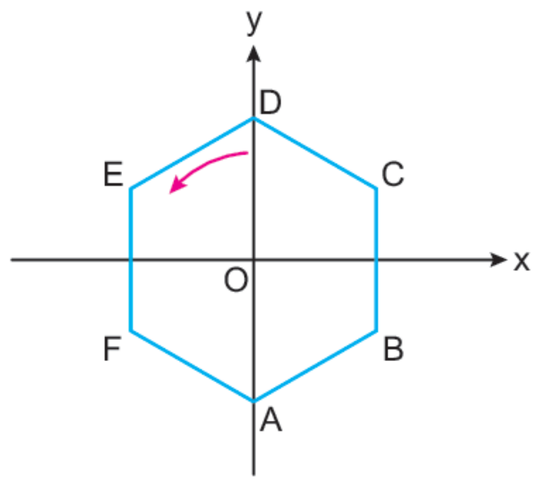


A noktasının y eksenine göre simetriği A' ve B noktasının x-eksenine göre simetriği B' noktasıdır.

Buna göre, A' noktası orijin etrafında saat yönünde kaç derece döndürülürse B' noktası ile çakışır?

Örnek - 29

Dik koordinat düzleminde, merkezi O noktasında olan ABCDEF düzgün altıgeni verilmiştir.



Altıgen, merkezi etrafında saat yönünün tersinde 240° döndürüldükten sonra y eksenine göre simetriği alınıyor.

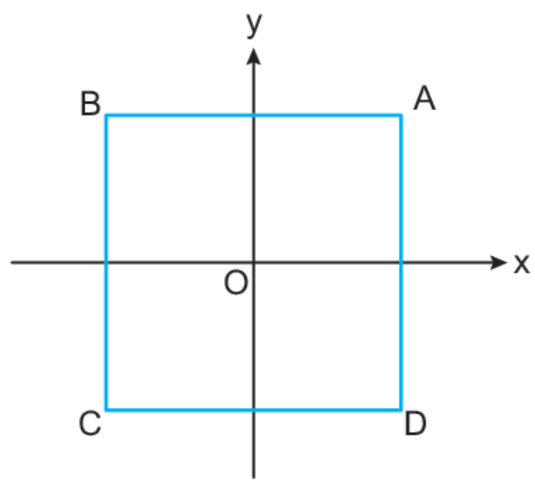
Buna göre, ilk durumda B noktasının bulunduğu köşeye, son durumda hangi nokta gelir?

Örnek - 30

Dik koordinat düzleminde köşe noktalarının koordinatları;

A(2, 2), B(–2, 2), C(–2, –2) ve D(2, –2)

olan ABCD karesi verilmiştir.



Bu kareye sırasıyla;

- Orijin etrafında saat yönünün tersine 45° döndürme
- x-eksenine göre yansıma
- Orijin etrafında saat yönünde 45° döndürme

dönüşümleri uygulanıyor.

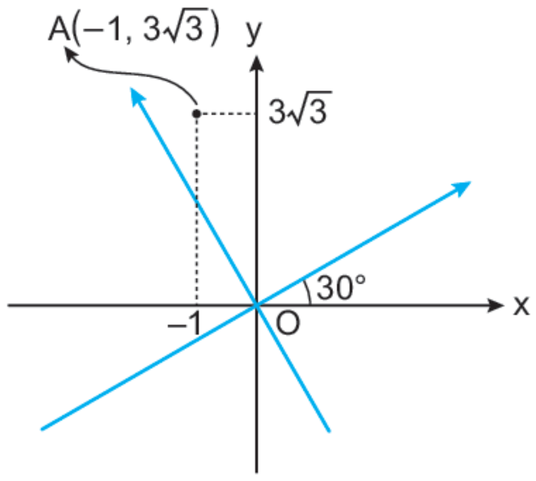
Son durumda bu karenin koordinatları değişmeyen köşe noktaları aşağıdakilerden hangisidir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

27. a) (2, –1) b) (–3, –2) c(–5, 4) d) (1, 5) e) (3, –4) 28. 120 29. B 30. B ve D

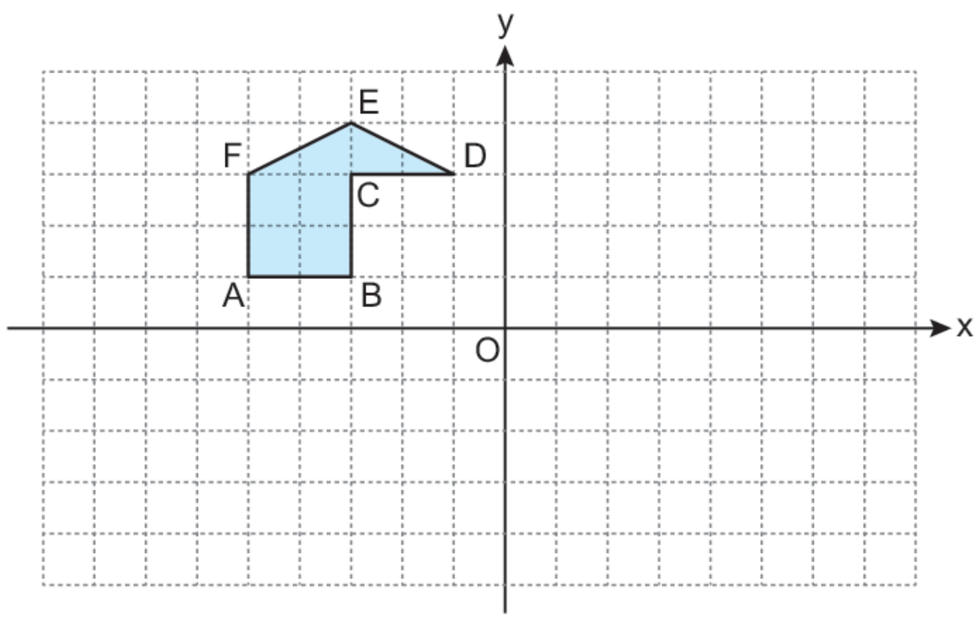
Örnek - 31

xy dik koordinat düzlemi, orijin etrafında şekildeki gibi 30° döndürülerek x'y' dik koordinat düzlemi oluşturuluyor.



Buna göre, xy düzleminde koordinatları $(-1,3\sqrt{3})$ olan A noktasının x'y' düzlemindeki koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

Örnek - 32



Dik koordinat düzleminde verilen şeklin orijin etrafında saat yönünde 270° döndürülmesi sonucunda elde edilen şekli çiziniz.

Örnek - 33

Dik koordinat düzleminde bir P(a, b) noktası orijin etrafında saat yönünde 90° döndürüldükten sonra elde edilen nokta; x-ekseni boyunca pozitif yönde 2 birim, y-ekseni boyunca pozitif yönde 4 birim ötelendiğinde yine P(a, b) noktası elde ediliyor.

Buna göre, a · b çarpımı kaçtır?

Örnek - 34

Başlangıç noktası O olan dik koordinat düzleminde A(16,12) dir. Koordinat düzlemine, iki kenarı eksenler üzerinde olan ve köşegeni [OA] doğru parçası olan bir dikdörtgen çiziliyor. Bu dikdörtgen O köşesi etrafında saat yönünün tersinde bir miktar döndürüldüğünde dikdörtgenin bir kenarı köşegeni ile çakışıyor.

Buna göre, bu iki dikdörtgenin arakesit bölgesinin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 35

Dik koordinat düzleminde A(5, 5) noktasının B(1, 2) noktası etrafında saat yönünde 90° döndürülmesi sonucunda elde edilen noktanın koordinatlarını bulunuz.

Örnek - 36

Dik koordinat düzleminde $A(-\sqrt{3}, 1)$ noktasının orijin etrafında saatin tersi yönde 120° döndürülmesi sonucunda elde edilen noktanın koordinatlarını bulunuz.

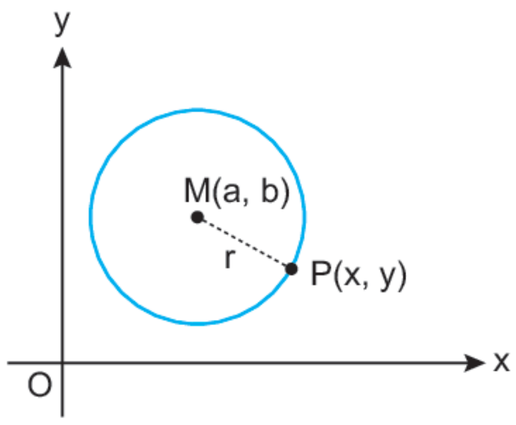
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

ÇEMBER ANALİTİĞİ

Çemberin Standart Denklemi

Düzlemde sabit bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerine çember denir.

Analitik düzlemde M (a,b) merkezli r yarıçaplı çemberi çizelim.



Çember üzerinde rastgele P(x,y) noktası seçildiğine

$|MP| = r$ olur.

$$|MP| = r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

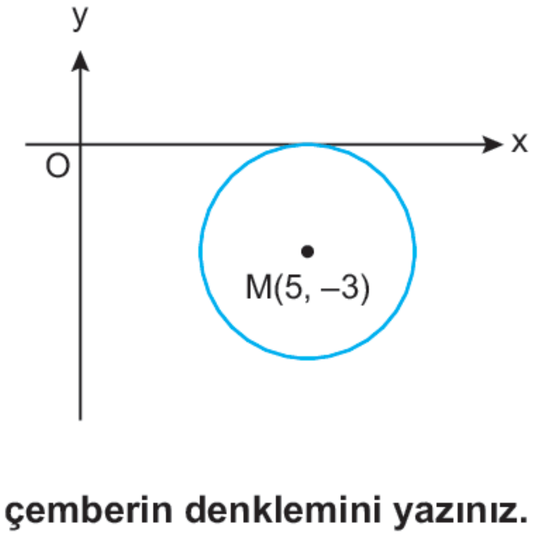
Buradan, M(a,b) merkezli r yarıçaplı çemberin denklemi

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

olarak bulunur.

Örnek - 1

Analitik düzlemde grafiği verilen M(5,-3) merkezli çember x eksenine teğettir.



Buna göre, çemberin denklemini yazınız.

Örnek - 2

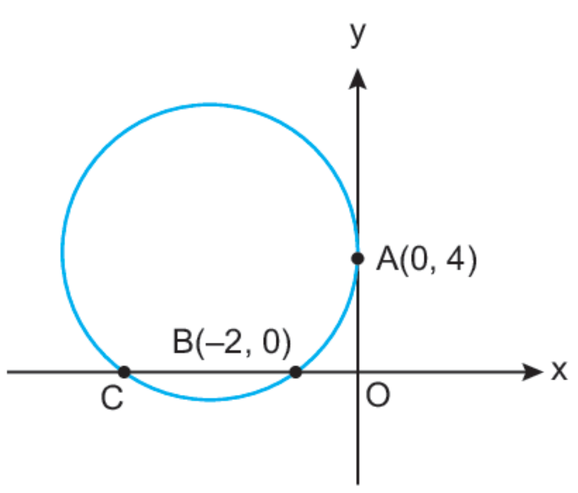
Yarıçap uzunluğu 4 birim olan çember analitik düzlemin ikinci bölgesinde eksenlere teğet olduğuna göre, çemberin denklemini yazınız.

Örnek - 3

Çapının uç noktaları A(1,2) ve B(-3,6) olan çemberin denklemini yazınız.

Örnek - 4

Dik koordinat düzleminde, x eksenini B(–2, 0) ve C noktalarında kesen çember y eksenine A(0, 4) noktasında teğettir.



Buna göre, çemberin denklemini yazınız.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

1. $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 9$ 2. $(x+4)^2 + (y-4)^2 = 16$ 3. $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 8$ 4. $(x+5)^2 + (y-4)^2 = 25$

Örnek - 5

Analitik düzlemde merkezi y = 2x – 1 doğrusu üzerinde bulunan ve x = 2 ile x = 6 doğrularına teğet olan çemberin denklemini yazınız.

Örnek - 6

Dik koordinat düzleminde A(1, 2), B(–6, 2) ve C(1, 8) noktalarından geçen çemberin denklemini yazınız.

Örnek - 7

Dik koordinat düzleminde birinin merkezi (0, –9) noktası, diğerinin merkezi ise (12, 0) noktası olan iki çember (4, –6) noktasında birbirlerine teğettir.

Bu çemberlerin orijine en yakın olan noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Örnek - 8

Dik koordinat düzleminde, merkezi y = 3 doğrusu üzerinde olan bir çemberin x-eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık 5 birimdir.

Buna göre, çemberin çevresi kaç birimdir?

Örnek - 9

Dik koordinat düzleminde merkezleri sırasıyla (0, 2) ve (0, –2) noktaları olan ve y = 11 doğrusuna teğet olan iki çember çiziliyor.

Sonra; büyük çemberin içine, küçük çembere teğet olacak şekilde ve x-eksenine paralel olan, kirişi çiziliyor.

Bu kirişin uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 10

Dik koordinat düzleminde, y = –3 ve y = 6 doğrularının $x^2 + y^2 = 45$ çemberi ile kesiştikleri noktaları köşe kabul eden bir dörtgen oluşturuluyor.

Buna göre, dörtgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 11

Dik koordinat düzleminde merkezi birinci bölgede olan çember eksenlere ve $\frac{x}{-8} + \frac{y}{6} = 1$ doğrusuna teğettir.

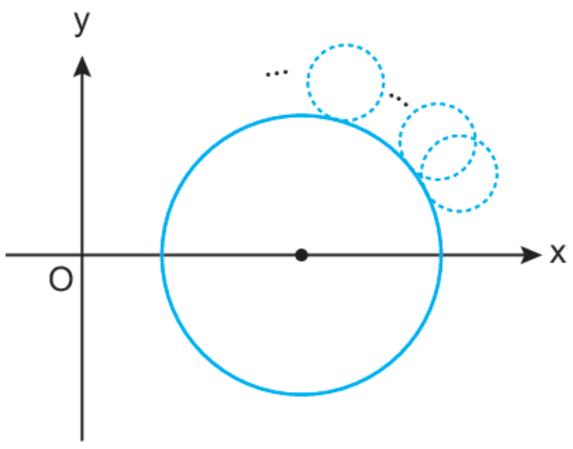
Buna göre, çemberin denklemini yazınız.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

5. $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 4$ 6. $(x+\frac{5}{2})^2 + (y-5)^2 = \frac{85}{4}$ 7. $2\sqrt{5}$ 8. $\sqrt{61}\,\pi$ 9. 24 10. 81 11. $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 16$

Örnek - 12

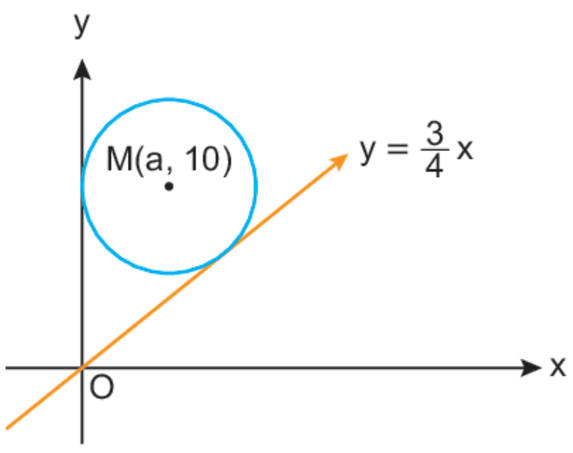
Dik koordinat düzleminde $(x - 14)^2 + y^2 = 16$ çemberine şekildeki gibi teğet çemberler çizildiğinde, bu çemberlerden ikisi eksenlere teğet oluyor.



Buna göre, çizilen çemberlerden merkezinin ordinatı en büyük olanının denklemini yazınız.

Örnek - 13

Dik koordinat düzleminde M(a,10) merkezli çember y eksenine ve $y = \frac{3}{4}x$ doğrusuna teğettir.



Buna göre, çemberlerin denklemini yazınız.

Örnek - 14

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$

$(x - 6)^2 + (y + 10)^2 = 16$

Çemberleri arasındaki en kısa uzaklık kaç birimdir?

Örnek - 15

Dik koordinat düzleminde A(4,-2) noktasından $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ çemberine çizilen teğetin uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 16

Analitik düzlemde; $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ çemberi ile $3x - 4y - 25 = 0$ doğrusu arasındaki uzaklık en çok kaç birimdir?

Örnek - 17

Analitik düzlemde; $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$ çemberi ile $3x - 4y - 10 = 0$ doğrusunun oluşturduğu kirişinin uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 18

Dik koordinat düzleminde; $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$ çemberine, üzerindeki A(–2, 6) noktasından çizilen teğetin denklemini yazınız.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

12. $(x - 14)^2 + (y - 10)^2 = 36$ 13. $(x - 5)^2 + (y - 10)^2 = 25$ 14. 6 15. 4 16. 9 17. 8 18. $3x - 4y + 30 = 0$

Örnek - 19

Dik koordinat düzleminde;

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$

$(x-n)^2 + (y-14)^2 = 144$

çemberleri dik kesiştiğine göre, n'nin alacağı tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

Örnek - 20

Dik koordinat düzleminde A(1, 2) ve B(7, –6) olmak üzere, [AB] doğru parçasını dik açı altında gören noktaların geometrik yer denklemini yazınız.

Örnek - 21

Analitik düzlemde; $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1982$ çemberine A(7, –6) noktasından çizilen kirişlerin orta noktalarının geometrik yer denklemini yazınız.

Örnek - 22

Dik koordinat düzleminde; $x^2 + y^2 = 45$ çemberinin 12 birim uzunluğundaki kirişlerinin uç noktalarına uzaklıkları oranı $\frac{1}{2}$ olan noktalarının geometrik yerini bulunuz.

Çemberin Genel Denklemi

M(a, b) merkezli r yarıçaplı çemberin denklemi;

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ dir.

Bu denklem düzenlenirse;

$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 = r^2$

$x^2 + y^2 - \underbrace{2a}_{D}x - \underbrace{2b}_{E}y + \underbrace{a^2 + b^2 - r^2}_{F} = 0$

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

denklemine çemberin genel denklemi denir.

Genel denklemi verilen çemberin merkezi;

$M\left(\frac{-D}{2}, \frac{-E}{2}\right)$

yarıçap uzunluğu $r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$ ile bulunur.

Örnek - 23

$x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0$ çemberinin merkezini ve yarıçap uzunluğunu bulunuz.

Örnek - 24

Analitik düzlemde; $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 95 = 0$ çemberine içten teğet olan çemberin denklemi $x^2 + y^2 - 14x - 4y + k = 0$'dır.

Buna göre, k kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

19. 2 20. $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 25$ 21. $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 25$ 22. $x^2 + y^2 = 13$ 23. m(–2, 2), r = 3 24. 37

Örnek - 25

Analitik düzlemde,

$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$

$x^2 + y^2 - 12x + 20y - 120 = 0$

çemberlerinin birbirine göre durumunu bulunuz.

Örnek - 26

Dik koordinat düzleminde $y = kx$ doğrusu,

$x^2 - 26x + y^2 + 144 = 0$

çemberiyle iki farklı noktada kesişmektedir.

Buna göre, k sayısının alabileceği tüm değerleri gösteren aralığı bulunuz.

Not

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$

denkleminin çember belirtmesi için

- $A = C$ olmalıdır. (Merkez ve yarıçap bulunurken $A = C = 1$ yapılmalı)
- $B = 0$ olmalıdır.
- $\Delta = D^2 + E^2 - 4F$ dersek

  $\Delta > 0$ ise denklem çember belirtir.

  $\Delta = 0$ ise denklem nokta belirtir.

  $\Delta < 0$ ise denklem çember belirtmez.

Örnek - 27

Analitik düzlemde

$x^2 + (k - 5)xy + y^2 - 4x + (k + 1)y + 2k - 6 = 0$

denklemi bir çember belirttiğine göre, bu çemberin yarıçap uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 28

Analitik düzlemde;

$x^2 + y^2 + 2x - 4y - k = 0$

denklemi nokta belirttiğine göre, k kaçtır?

Örnek - 29

Analitik düzlemde;

$2x^2 + (n - 3)xy + my^2 + (m + 4)x - 4ny + 1 = 0$

denklemi çember belirttiğine göre, bu çemberin merkezini bulunuz.

Örnek - 30

Analitik düzlemde;

$x^2 + y^2 \leq 64$

$x - y \geq 8$

eşitsizlik sistemini sağlayan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

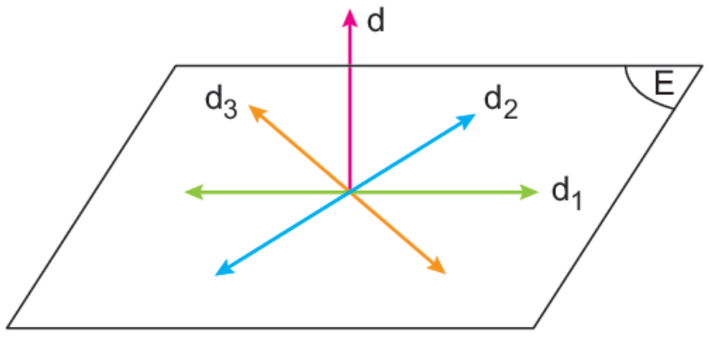
25. İçten teğet çember 26. $k \in (-\frac{5}{12}, \frac{5}{12})$ 27. 3 28. −5 29. $(-\frac{3}{2}, 3)$ 30. $16\pi - 32$

KATI CİSİMLER



KENAN KARA İLE GEOMETRİ

TEMEL DİKLİK TEOREMİ



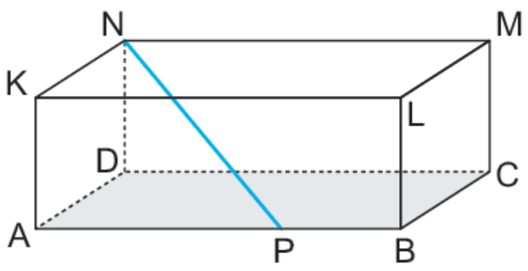
Bir doğru bir düzleme dik ise düzlemin içindeki düzlem ile kesiştiği noktadan geçen her doğruya diktir.

(d ⊥ E olduğunda d ⊥ d_1, d ⊥ d_2, d ⊥ d_3 olur.)

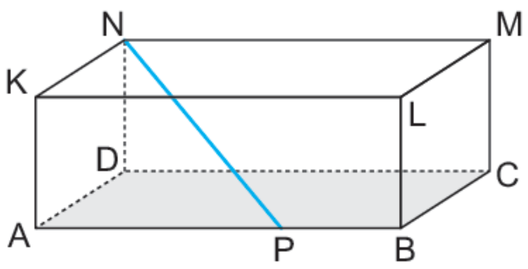
Not

Dik prizmalarda yüzeyler birbirine dik olduğundan temel dikliк teoremi ile ilgili sorularla dik prizmalar konusunda sıklıkla karşılaşmaktayız.

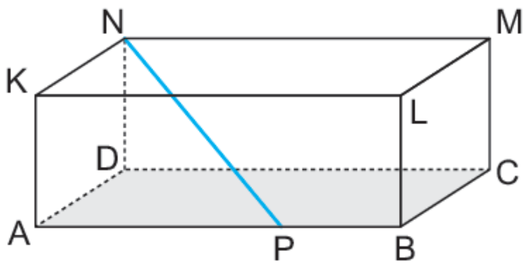
Aşağıda verilen |PN| uzunluğuna ait farklı dik üçgenleri iyi bir şekilde kavrayabilirsek, bundan sonraki konuları daha rahat bir şekilde anlayabiliriz.



[DP] çizilirse
[ND] ⊥ (ABCD) olduğundan [ND] ⊥ [DP] olur ve NDP dik üçgen olur.



[NA] çizilirse
[PA] ⊥ (ADNK) olduğundan [PA] ⊥ [AN] olur ve NAP dik üçgen olur.

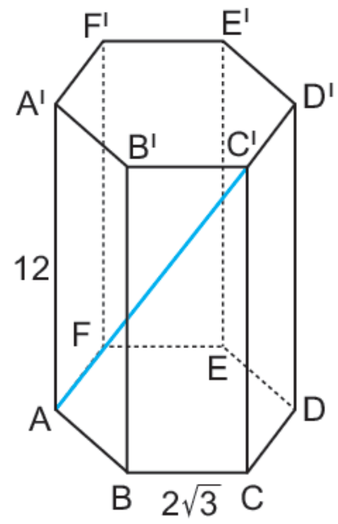


[PK] çizilirse
[NK] ⊥ (ABLK) olduğundan [NK] ⊥ [PK] olur ve NKP dik üçgen olur.

Yukarıdaki şekillerde [NP] doğru parçasına ait farklı dik üçgenler oluşabileceğini görebiliyoruz.

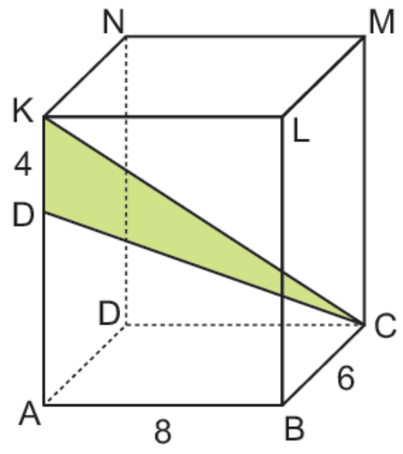
Öğrenme

a)



$|AC'| = ?$

b)



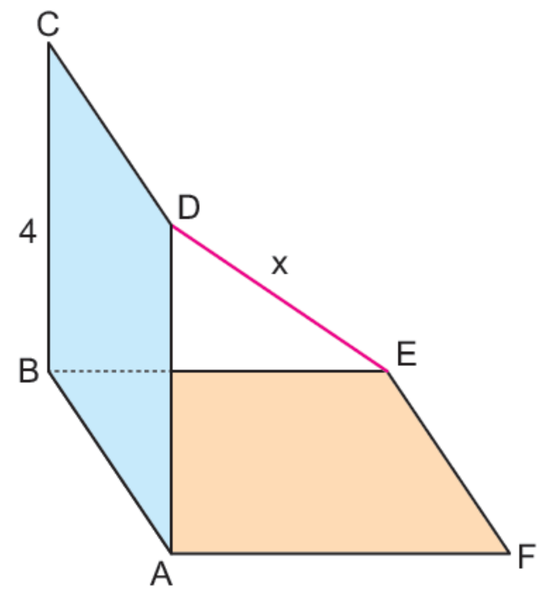
Taralı Alan = ?

a) $6\sqrt{5}$ b) 20

Alanı | 1

Örnek - 1

Aşağıdaki şekilde, ABCD ve ABEF kareleri birbirine dik durumludur.

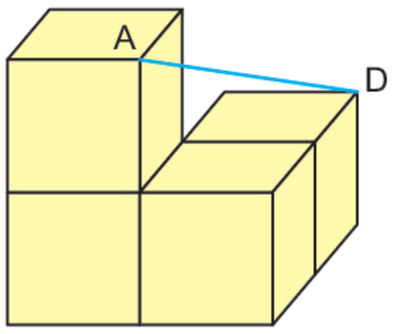


|BC| = 4 birim olduğuna göre, |DE| = x kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 2

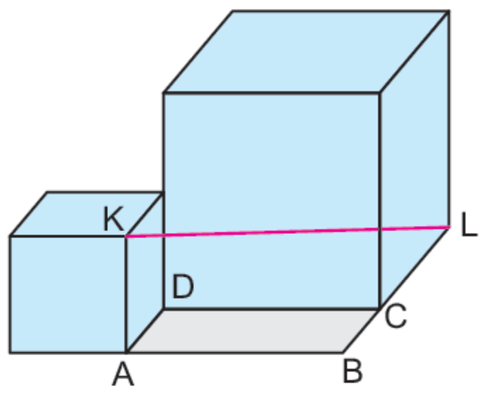
Şekildeki yapı 4 tane eş küpten oluşmaktadır.



|AD| = $4\sqrt{6}$ birim olduğuna göre, küplerden birinin ayrıt uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 3

Şekilde tabanları düzlemsel iki küp ve ABCD dikdörtgeni verilmiştir.

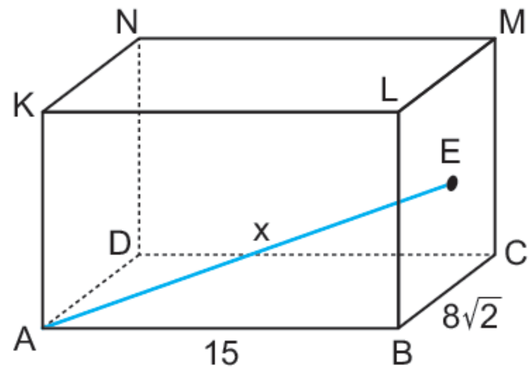


Çevre(ABCD) = 12 cm ve Alan(ABCD) = 4 cm^2 dir.

Buna göre, |KL| kaç cm'dir?

Örnek - 4

Şekildeki kare dik prizmada E noktası BCML kare yüzeyinin ağırlık merkezidir.

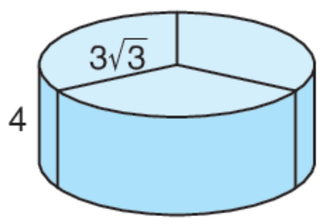


|AB| = 15 cm ve |BC| = $8\sqrt{2}$ cm'dir.

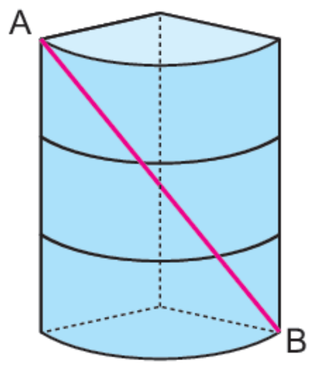
Buna göre, |AE| = x kaç cm'dir?

Örnek - 5

Şekil 1'de yarıçapı $3\sqrt{3}$ cm ve yüksekliği 4 cm olan silindir 3 eşit parçaya ayrılıp elde edilen parçalar Şekil 2'deki gibi üst üste konuluyor.



Şekil 1



Şekil 2

Buna göre, |AB| kaç cm'dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

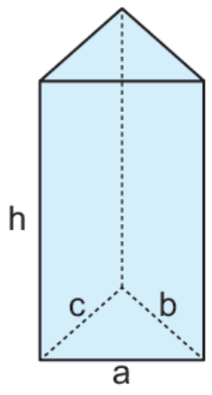
2. 4 3. 8 4. 17 5. 15

DİK PRİZMALAR

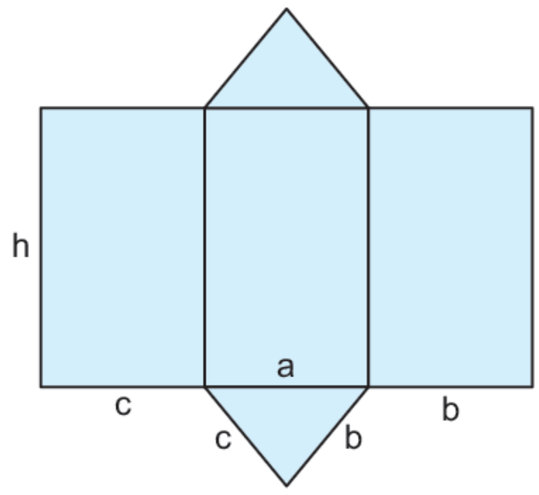
Tabanları herhangi bir çokgensel bölge, yan yüzeyleri dikdörtgensel bölge olan cisimlere **"Dik Prizma"** denir.

Tabanları düzgün çokgen olan prizmalara **"Düzgün Dik Prizma"** denir.

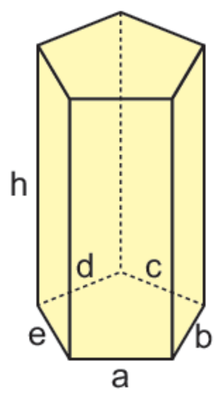
Prizmalar tabanlarına göre isimlendirilir. Üçgen dik prizma, kare prizma, dikdörtgenler prizması, altıgen prizma gibi...



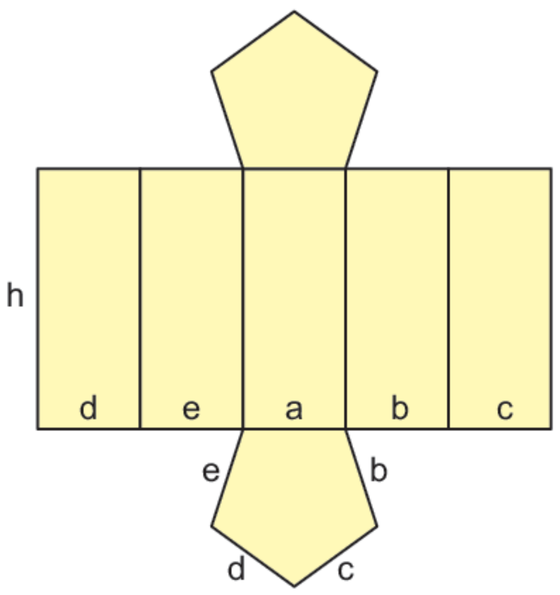
Üçgen Dik Prizma



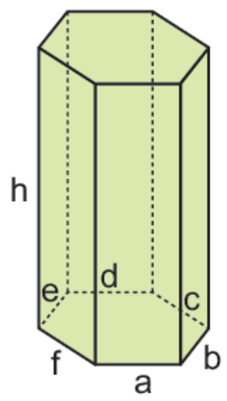
Üçgen Dik Prizma Açınımı



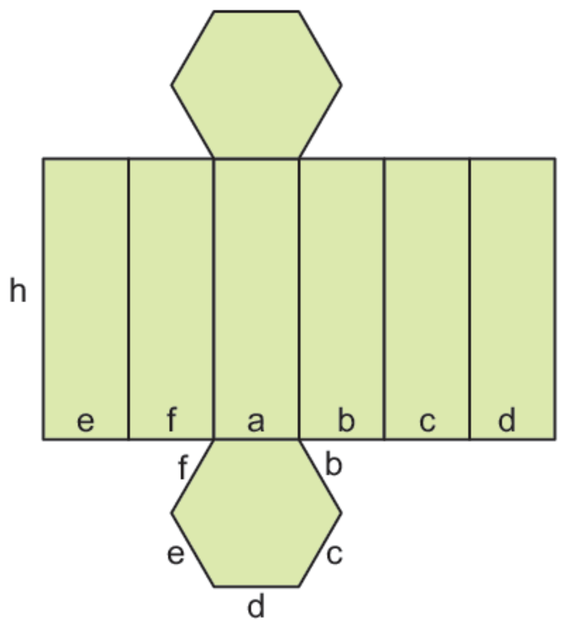
Beşgen Dik Prizma



Beşgen Dik Prizma Açınımı



Altıgen Dik Prizma



Altıgen Dik Prizma Açınımı

DİK PRİZMALARIN ALANI VE HACMİ

Dik prizmaların alanını bulurken taban alanları ve yanal alan olarak ayrı ayrı düşünmek gerekir.

Taban Alanları: Önceki bilgiler kullanılarak bulunur. (Üçgen alanı, dikdörtgen alanı, kare alanı, ...)

Yanal Alan: Dik prizmaların açınımları düşünüldüğünde, yan yüzeyler dikdörtgen olduğundan dikdörtgenler yan yana geldiğinde oluşan büyük dikdörtgenin bir kenarı yükseklik, diğer kenarı da prizmanın taban çevresi olur.

Buradan,

Yanal alan = Taban çevresi × Yükseklik

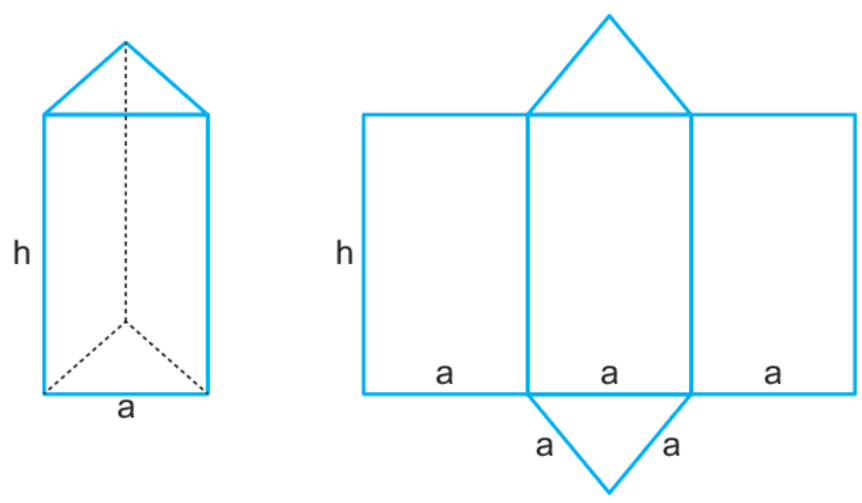
olarak hesaplanır.

Bütün prizmalarda hacim,

V_{Prizma} = Taban alanı × Yükseklik

formülü ile hesaplanır.

Örneğin eşkenar üçgen dik prizmanın,



Alanı = Taban alanları + Yanal alan

$$= \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2 + (a + a + a) \cdot h$$

$$= \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3ah$$

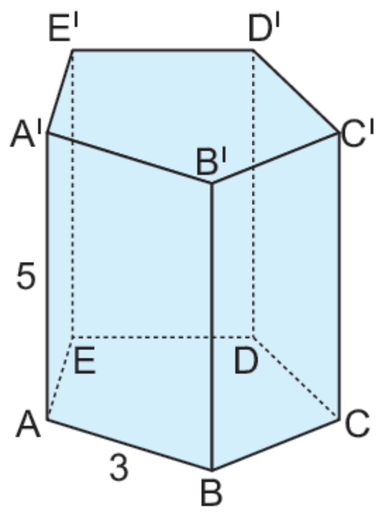
V = Taban alanı × h

$$= \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot h$$ olarak bulunur.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

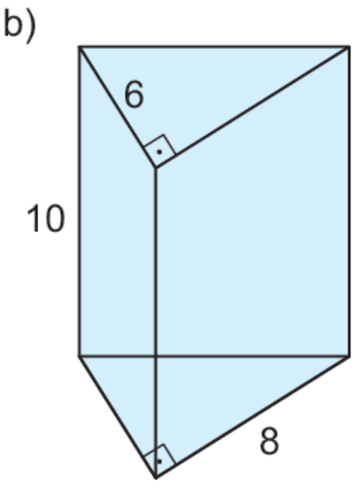
Öğrenme

a)



Yanal Alan = ?

b)



Tüm Alan = ?
Hacim = ?

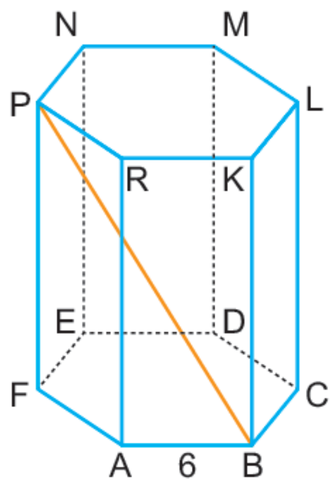
a) 75 b) A = 288, V = 240

Alanı | 2

Örnek - 1

Bütün ayrıtlarının uzunlukları birbirine eşit olan düzgün altıgen dik prizmanın hacmi $96\sqrt{3}$ birimküp olduğuna göre, bu prizmanın yüzey alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 2

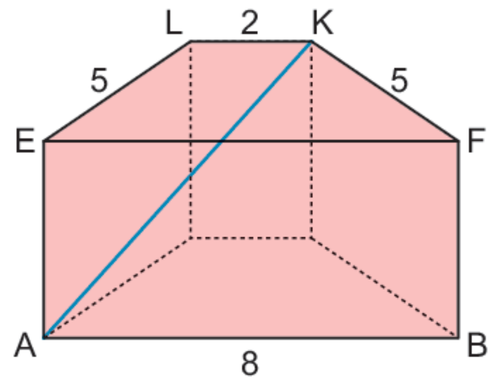


$|AB| = 6$ birim

$|BP| = 10\sqrt{3}$ birim

Şekildeki düzgün altıgen dik prizmanın yüzey alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 3

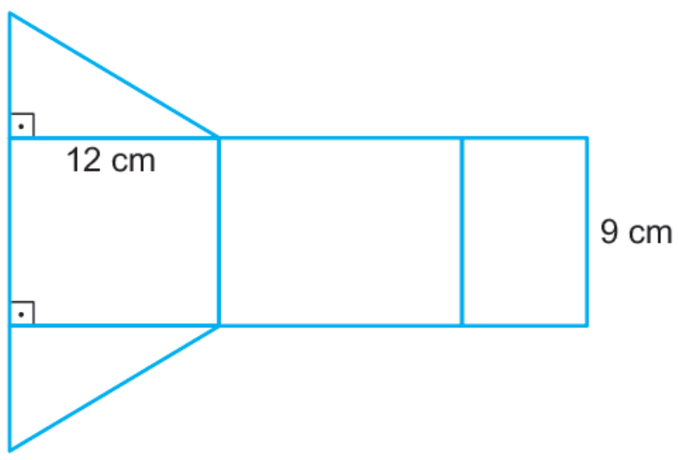


$|FK| = |EL| = 5$ cm, $|KL| = 2$ cm, $|AK| = 21$ cm ve $|AB| = 8$ cm'dir.

Şekildeki ikizkenar yamuk dik prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek - 4

Şekilde, bir dik üçgen dik prizmanın açınımıyla birlikte bazı ayrıtlarının uzunlukları gösterilmiştir.



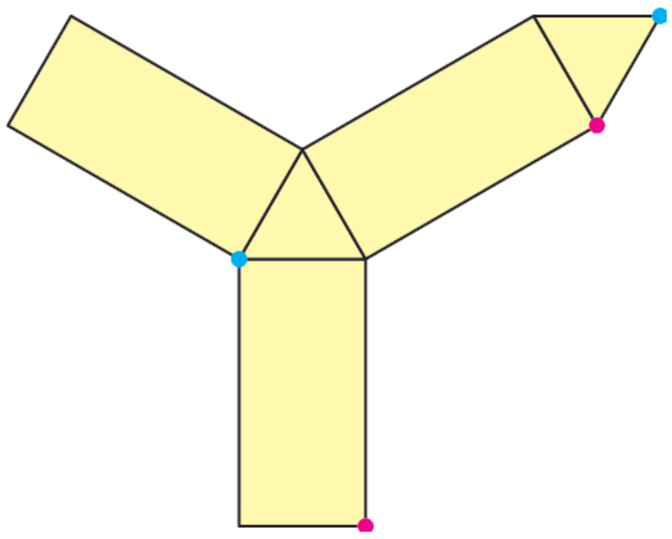
Bu dik prizmanın hacmi 270 cm^3 olduğuna göre, kapalı halindeki yüzey alanı kaç cm^2 dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

1. $48\sqrt{3} + 96$ 2. $396\sqrt{3}$ 3. 400 4. 330

Örnek - 5

Şekilde, eşkenar üçgen dik prizmanın düzlemdeki açınımı verilmiştir.

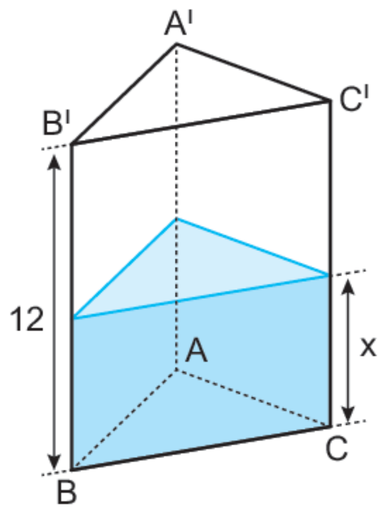


Açınımdaki mavi noktalar arasındaki uzaklık kırmızı noktalar arasındaki uzaklığın $\sqrt{3}$ katına eşit ve eşkenar üçgeninin bir kenarı $4\sqrt{3}$ birimdir.

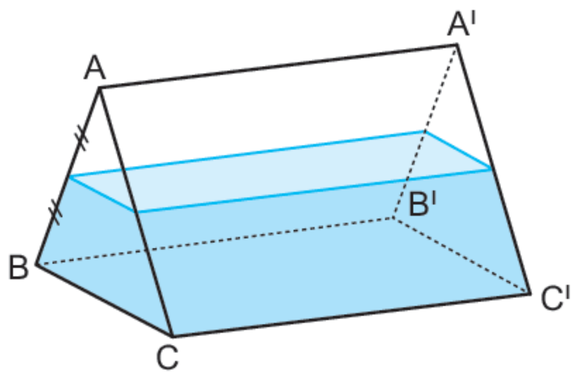
Buna göre, açınımı şekildeki gibi olan prizmanın hacmi kaç birimküptür?

Örnek - 6

Şekil 1'de yüksekliği 12 birim olan üçgen dik prizmanın içinde bir miktar su vardır.



Şekil 1



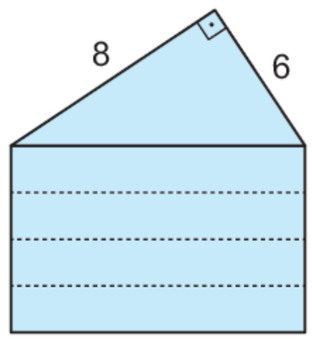
Şekil 2

Prizma Şekil 2'deki gibi yan yüzeyi üzerine konulduğunda suyun seviyesi AB kenarının ortasında oluyor.

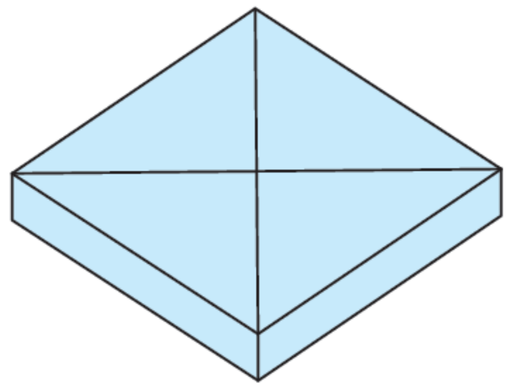
Buna göre, Şekil 1'deki suyun yüksekliği kaç birimdir?

Örnek - 7

Şekil 1'deki dik üçgen dik prizma 4 eş parçaya bölünüp Şekil 2'deki gibi yerleştirildiğinde eşkenar dörtgen dik prizma elde ediliyor.



Şekil 1



Şekil 2

Bu işlem sonrasında cismin alanı 32 birimkare arttığına göre, parçalardan birinin hacmi kaç birimküptür?

Örnek - 8

Bütün ayrıtları eşit uzunlukta olan bir altıgen dik prizma biçimindeki pasta tabanına dik olacak şekilde kesimler yapılarak 6 eş parçaya ayrılıyor.

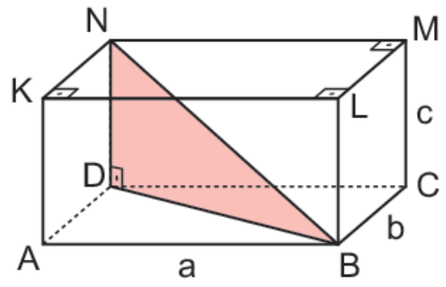
6 eş parçadan birinin yanal alanı 36 birimkare olduğuna göre, hacmi kaç birimküptür?

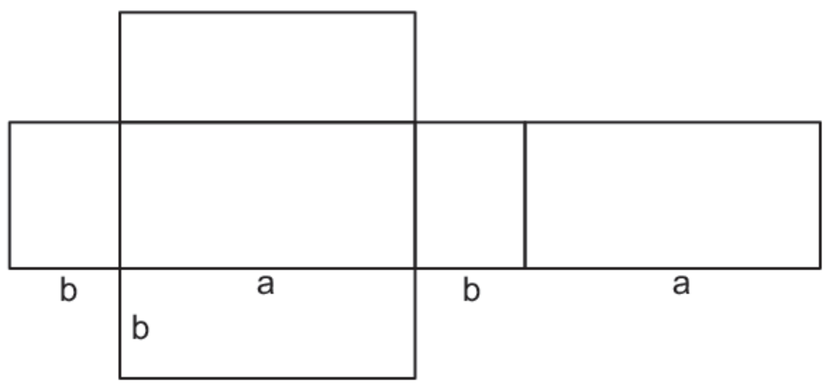
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

5. $72\sqrt{3}$ 6. 9 7. 48 8. 18

DİKDÖRTGENLER PRİZMASI

Tabanları dikdörtgen olan dik prizmaya **"Dikdörtgenler Prizması"** denir.





★ Yüzey köşegenleri

- ABCD ve KLMN yüzeylerinin köşegen uzunluğu } $\sqrt{a^2+b^2}$ dir.
- BCML ve ADNK yüzeylerinin köşegen uzunluğu } $\sqrt{b^2+c^2}$ dir.
- ABLK ve DCMN yüzeylerinin köşegen uzunluğu } $\sqrt{a^2+c^2}$ dir.

★ [BN], [MA], [KC] ve [LD] doğru parçaları cisim köşegenleridir. $|BN| = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ dir.

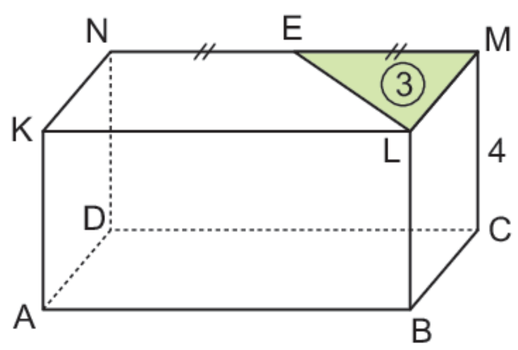
★ Hacim $v = a \cdot b \cdot c$ dir.

★ Yanal Alan $(2a + 2b) \cdot c$ dir.

★ Yüzey Alanı $2 \cdot (ab + ac + bc)$ dir.

Öğrenme

a)



V = ?

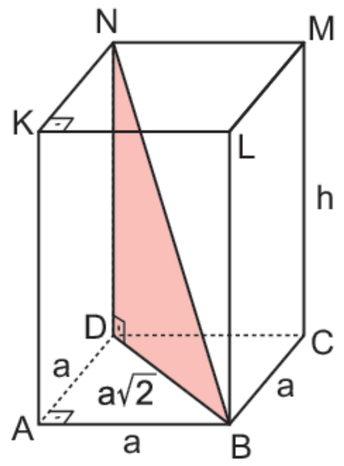
b) Farklı üç yüzünün alanları 10, 15 ve 24 birimkare olan dikdörtgenler prizmasının hacmi kaç birimküptür?

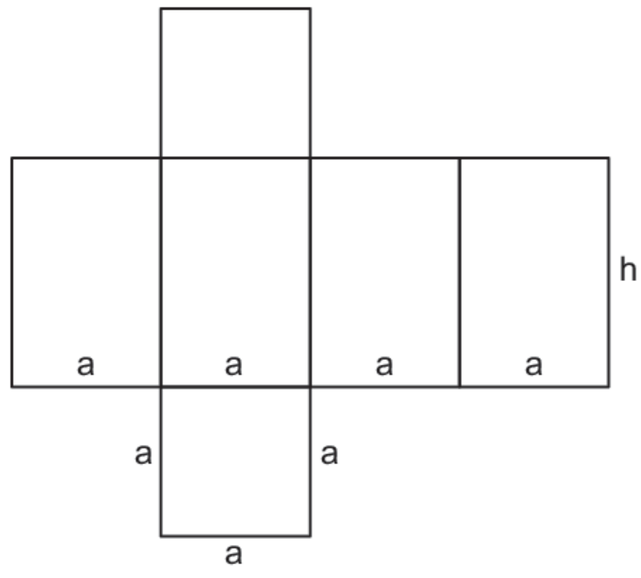
a) 48 b) 60

Alanı | 3

KARE DİK PRİZMA

Tabanları kare, yan yüzeyleri dikdörtgen olan prizmaya **"Kare Dik Prizma"** denir.





★ Yüzey köşegenleri

- ABCD ve KLMN yüzeylerinin köşegen uzunluğu } $\sqrt{a^2}$ dir.
- Yan yüzeylerinin köşegen uzunluğu } $\sqrt{a^2+h^2}$ dir.

★ Cisim köşegeni $|BN| = \sqrt{a^2+a^2+h^2} = \sqrt{2a^2+h^2}$

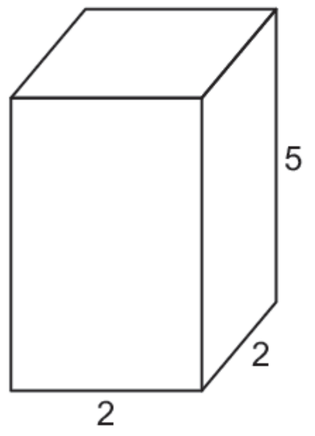
★ Hacim $V = a^2 \cdot h$ dır.

★ Yanal Alan $4 \cdot a \cdot h$ dır.

★ Yüzey Alanı $2a^2 + 4ah$ dır.

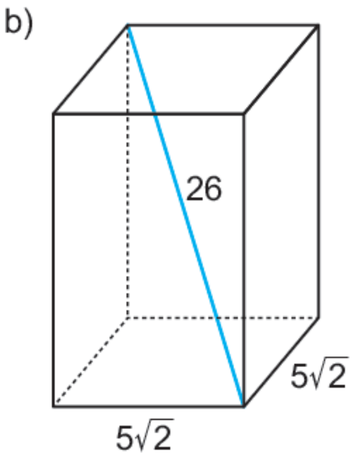
Öğrenme

a)



Alan = ?

b)



Hacim = ?

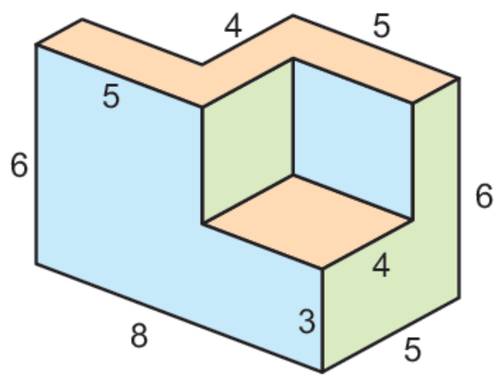
a) 48 b) 1200

Alanı | 4

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 9

Ayrıt uzunlukları 5 cm, 6 cm ve 8 cm olan bir dikdörtgenler prizmasından, kesişen tüm ayrıtları birbirine dik olan iki eş parçanın çıkarılmasıyla elde edilen cisim şekilde verilmiştir.



Buna göre, elde edilen bu cismin hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek - 10

Farklı ayrıt uzunlukları x, y ve z birim olan dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı 18 birimkaredir.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{3}{7}$$

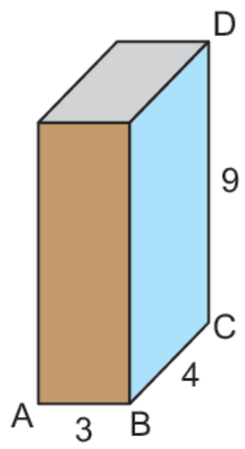
olduğuna göre, prizmanın hacmi kaç birimküptür?

Örnek - 11

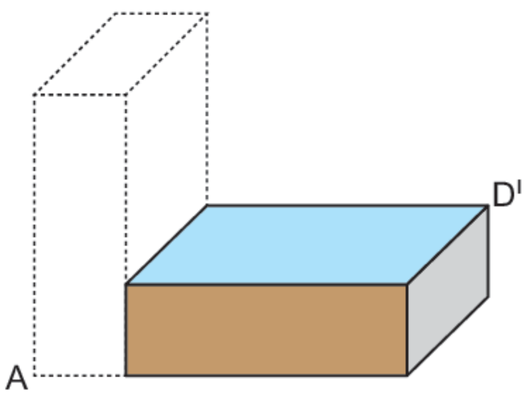
Yüksekliği 7 birim, cisim köşegeni 9 birim olan kare dik prizmanın yüzey alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 12

Ayrıt uzunlukları 3 birim, 4 birim ve 9 birim olan dikdörtgenler prizması biçimindeki kibrit kutusu Şekil 1'de gösterilmiştir. Kibrit kutusunun BC kenarı etrafında saat yönünde 90° döndürülerek elde edilen görünümü Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 1

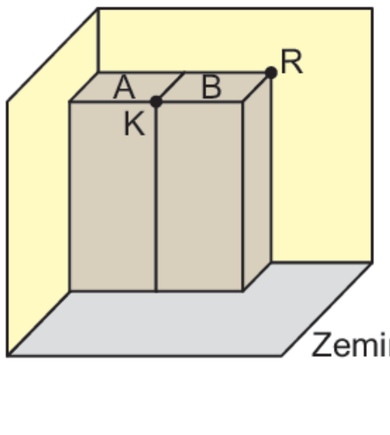


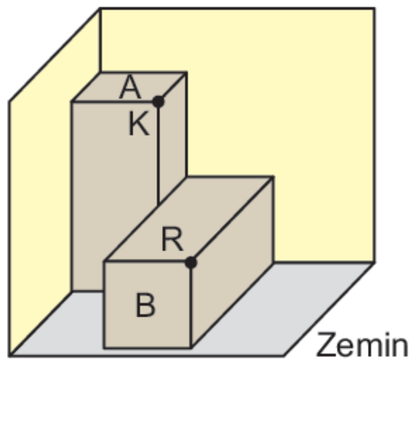
Şekil 2

Buna göre, A ile D' noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Örnek - 13

Dikey konumda bulunan ve taban boyutları 30 × 30, yüksekliği 90 cm olan kare dik prizma biçimindeki özdeş A ve B kutuları Şekil 1'deki gibi yerleştiriliyor. Sonra B kutusu yan yüzeyi zemine konulup Şekil 2'deki görünüm oluşmuştur. Oluşan görünüm Şekil 2'de gösterilmiştir.





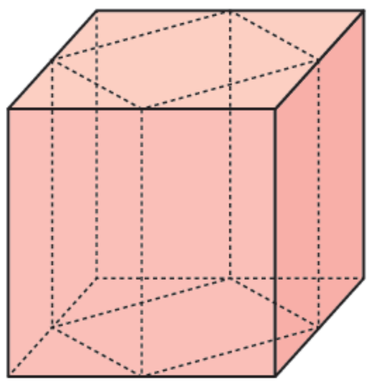
Her iki şekilde de A kutusu zemine ve iki duvara; B kutusu ise zemine, bir duvara ve A kutusuna temas ediyor.

Buna göre, Şekil 2'de K ve R köşeleri arasındaki uzaklık kaç cm'dir?

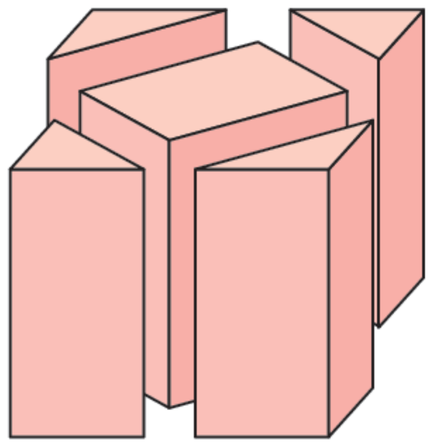
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

9. 168 10. 21 11. 144 12. 13 13. 90

Örnek - 14



Beş arkadaş ayrıtı 7 birim olan küp biçimindeki pastayı bir taban ayrıtı 5 birim olan kare dik prizma ile özdeş 4 üçgen dik prizma biçimindeki parçalara bölüyorlar.

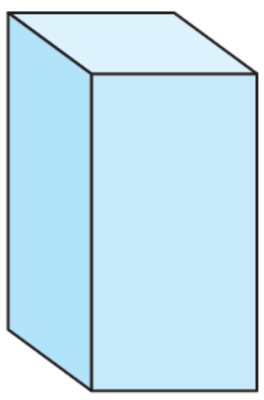


Sonra, beş arkadaşın her biri birer parça alıyor.

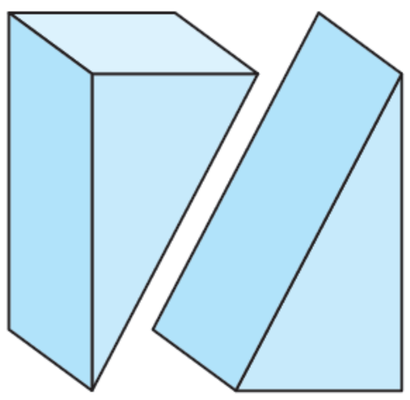
Buna göre, en büyük hacimli parçayı alan diğerlerinden birinin aldığı parçadan kaç birimküp fazla pasta almıştır?

Örnek - 15

Şekil 1'de taban ayrıtı 3 birim olan ve cisim köşegeninin uzunluğu $\sqrt{34}$ birim olan kare dik prizma verilmiştir.



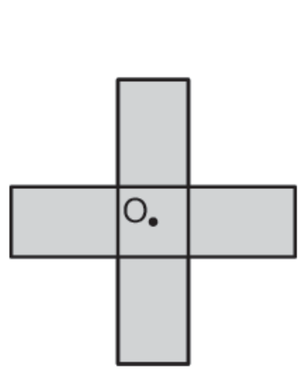
Şekil 1



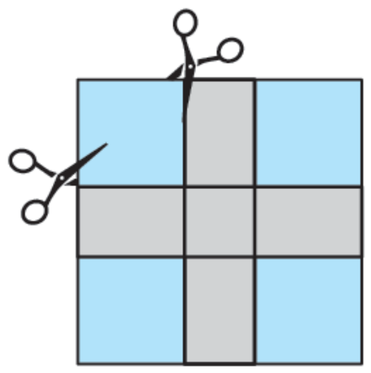
Şekil 2

Prizma Şekil 2'deki gibi iki eş parçaya ayrıldığında parçalardan birinin yüzey alanı kaç birimkare olur?

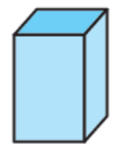
Örnek - 16



Şekil 1

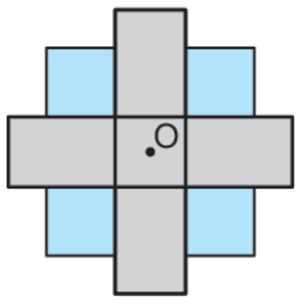


Şekil 2



Şekil 3

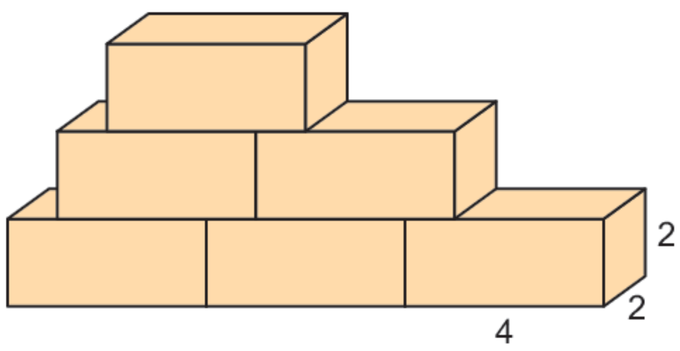
- Şekil 1'de, kısa kenarı 2 birim olan dikdörtgen şeklindeki iki metal çubuk ağırlık merkezleri çakışacak şekilde ve birbirine dik olacak şekilde yapıştırılıp bir baskı aleti yapılıyor.
- Şekil 2'de, mavi renkli kare şeklindeki kartonun üzerine baskı aleti konulup fazla parçalar kesilip atılıyor.
- Şekil 3'te, baskı aletinin altında kalan kartonla hacmi 20 birimküp olan üstü açık bir kare dik prizma oluşturuluyor.



Alanı Şekil 2'deki kartonun dokuzda dördü olan kare şeklindeki bir karton yandaki şekildeki gibi ağırlık merkezleri üst üste gelecek biçimde ve kenarları dik kesişecek şekilde konulup yukarıdaki işlemler uygulanırsa oluşturulabilecek prizmanın hacmi kaç birimküptür?

Örnek - 17

Kenar uzunlukları 2 birim, 2 birim ve 4 birim olan kare dik prizma biçimindeki tuğlalar şekildeki gibi yüzeyleri tam örtüşecek biçimde üst üste konulmuştur.

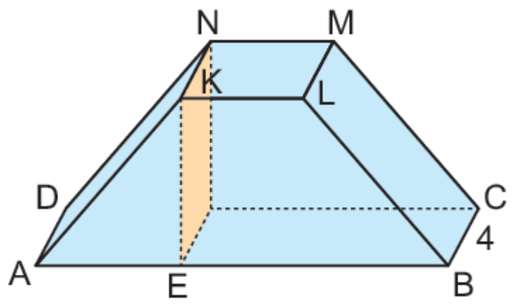


Buna göre, şekildeki yapının yüzey alanı kaç birimkaredir?

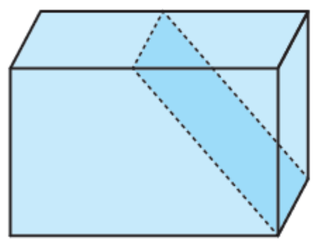
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 18

Şekil 1'deki yamuk dik prizma biçimindeki tahta bloktan bir parçası şekildeki gibi kesilip BLMC yüzeyine yapıştırıldığında Şekil 2'deki gibi dikdörtgenler prizması elde ediliyor.



Şekil 1



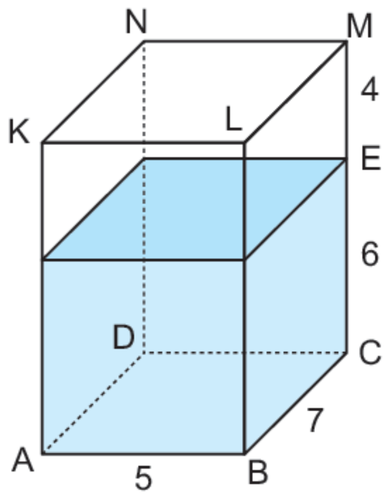
Şekil 2

KLMN bir kare, |BC| = 4 birim ve |EB| = |BL|'dir.

Yapılan bu işlem sonrasında cismin yüzey alanı 16 birimkare azaldığına göre, yamuk dik prizmanın hacmi kaç birimküptür?

Örnek - 19

Şekildeki dikdörtgenler prizması 6 birim yüksekliğine kadar su ile doludur.



|AB| = 5 birim

|BC| = 7 birim

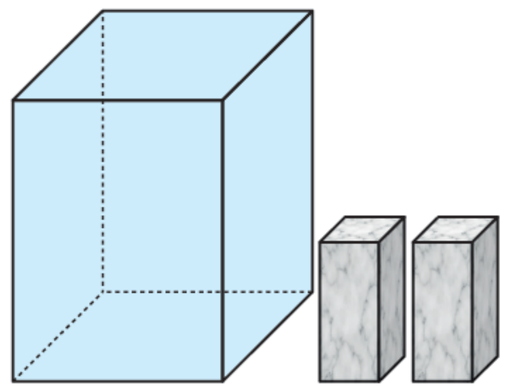
|ME| = 4 birim

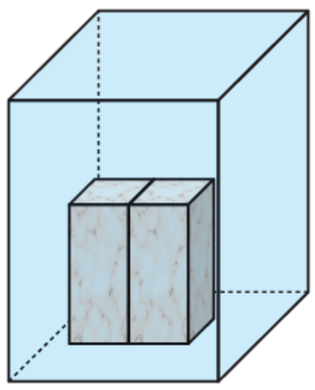
|CE| = 6 birim

Prizma BCML yüzeyi üzerine yatırılırsa suyun yüksekliği kaç birim olur?

Örnek - 20

İçi tamamen su dolu kare dik prizma biçimindeki bir kap ile yükseklikleri bu kabın yüksekliğinin yarısına eşit olan kare dik prizma biçimindeki özdeş iki mermer blok aşağıda verilmiştir.





Mermer bloklar, bütünüyle suya batacak biçimde kabın içine konulduklarında kaptaki suyun $\frac{1}{16}$ taşmaktadır.

Buna göre, kabın taban ayrıt uzunluğunun mermer bloklardan birinin taban ayrıt uzunluğuna oranı kaçtır?

Örnek - 21

Bir dikdörtgenler prizmasının hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

Hacmi 480 cm^3 olan dikdörtgenler prizması şeklindeki kapalı bir cam kabın içinde V cm^3 su bulunmaktadır. Kap, düz bir zemin üzerine farklı yüzleri bu zemine tamamen değecek biçimde konulduğunda suyun yüksekliği sırasıyla 3 cm, 4 cm ve 5 cm olmaktadır.

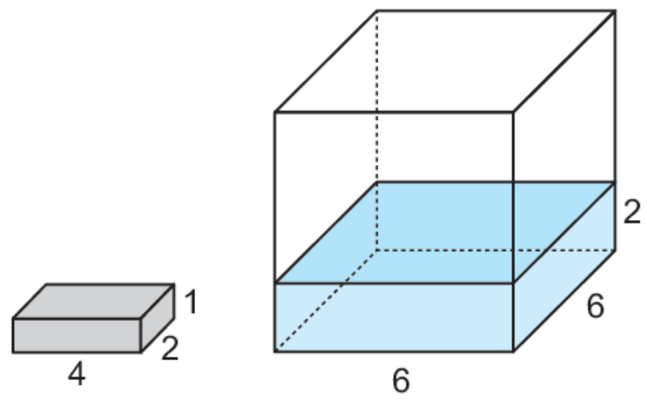
Buna göre, V kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

18. 320 19. 3 20. 4 21. 240

Örnek - 22

Aşağıda, dikdörtgenler prizması şeklindeki demir blok ve içinde 2 birim yüksekliğine kadar su olan kare dik prizma verilmiştir.



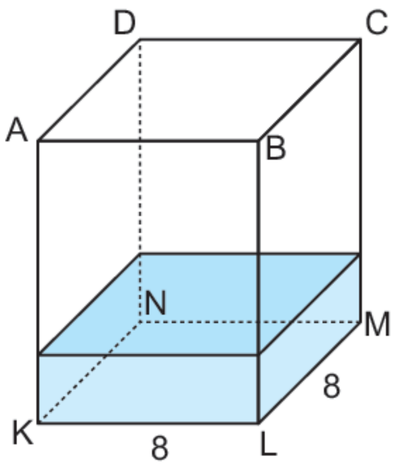
Buna göre, aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Demir bloğun en büyük yüzeyi zeminde olacak şekilde suyun içine atılırsa suyun yüksekliği kaç birim olur?

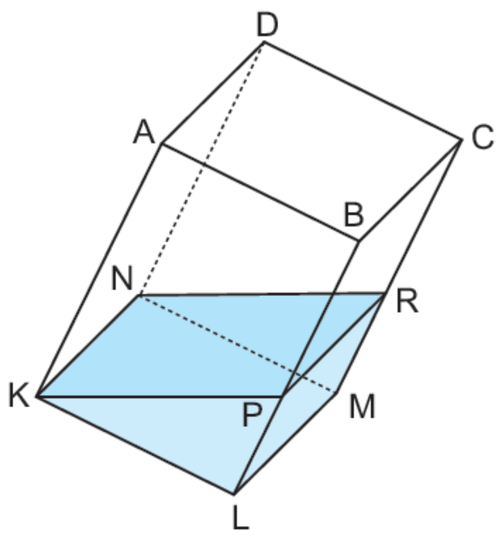
b) Demir bloğun en küçük yüzeyi zeminde olacak şekilde suyun içine atılırsa suyun yüksekliği kaç birim olur?

Örnek - 23

Şekil 1'de verilen taban ayrıtı 8 cm ve yüksekliği 12 cm olan kare dik prizma biçimindeki kabın içinde bir miktar su vardır.



Şekil 1



Şekil 2

Bu kap LM ayrıtı üzerine kaptaki su seviyesi KN ayrıtına gelene kadar yatırıldığında Şekil 2'deki görünüm elde ediliyor.

Bu durumda su seviyesi BL ve CM ayrıtları üzerinde sırasıyla P ve R noktalarında oluyor.

Suyun üst yüzeyinde oluşan KPRN dörtgeninin alanı 80 cm^2 olduğuna göre, Şekil 1'de kabın kaçta kaçı suyla doludur?

Örnek - 24

Yükseklikleri eşit, içleri boş ve tabanları birbirine paralel olacak şekilde iç içe bulunan iki dik kare prizmanın üzerinde iki musluk bulunmaktadır. Bu musluklardan biri içteki prizmaya, diğeri ise prizmalar arasında kalan bölgeye birim zamanda aynı miktarda su doldurmaktadır.

Bu musluklar aynı anda açılıp içteki prizmanın tamamı dolduğu an musluklar kapatılıyor. Son durumda, içteki prizmada bulunan suyun yüksekliği, prizmalar arasında kalan bölgedeki suyun yüksekliğinin 3 katı oluyor.

Buna göre, dıştaki prizmanın taban ayrıtının uzunluğunun içteki prizmanın taban ayrıtının uzunluğuna oranı kaçtır?

Örnek - 25

Bir dikdörtgenler prizmasının hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

İsmail, tabanı kare şeklinde olan hastane asansörünün içerisine, boyutları 3 birim, 4 birim ve 5 birim olan dikdörtgenler prizması biçimindeki ilaç kutularını, asansörün tabanında boşluk kalmayacak ve kutular üst üste gelmeyecek şekilde yerleştirmek istiyor.

İsmail, bu kutuları yükseklikleri 3 birim olacak şekilde yerleştirirse asansörün dışında 18 kutu, yükseklikleri 4 birim olacak şekilde yerleştirirse asansörün dışında 16 kutunun kalacağını hesaplıyor.

Buna göre, başlangıçta asansörün önüne getirilen ilaç kutularının hacimleri toplamı kaç birimküptür?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

22. a) $\frac{20}{9}$ b) $\frac{36}{17}$ 23. $\frac{1}{4}$ 24. 2 25. 1440

Örnek - 26

Başlangıçta tüm yüzleri beyaz renkli olan bir dikdörtgenler prizmasının bir yüzü kırmızı, bir yüzü mavi ve bir yüzü sarı renge boyandığında;

- kırmızı ve mavi boyalı yüzler haricindeki yüzlerinin alanları toplam 67 birimkare,
- mavi ve sarı boyalı yüzler haricindeki yüzlerinin alanları toplam 62 birimkare,
- kırmızı ve sarı boyalı yüzler haricindeki yüzlerinin alanları toplam 59 birimkare

olarak hesaplanıyor.

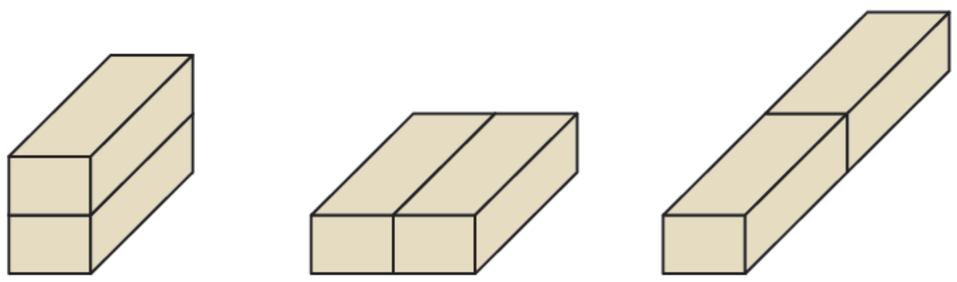
Buna göre, bu dikdörtgenler prizmasının hacmi kaç birimküptür?

Örnek - 27

Ayrıt uzunlukları a, b ve c olan bir dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı;

$A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$ formülüyle hesaplanır.

Özdeş iki dikdörtgenler prizması birer yüzleri ortak olacak biçimde yukarıdaki gibi üç farklı şekilde yerleştiriliyor.



Şekil 1 Şekil 2 Şekil 3

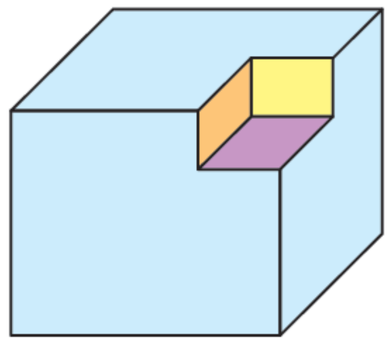
Elde edilen Şekil 1, Şekil 2 ve Şekil 3'teki prizmaların yüzey alanları sırasıyla 94, 104 ve 112 birimkare olarak hesaplanıyor.

Buna göre, özdeş prizmalardan birinin hacmi kaç birimküptür?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Dikkat

PARÇA ÇIKARMA



Parça çıkarmada hacim kesinlikle azalır.

$$\text{Yeni hacim} = V_{\text{Prizma}} - V_{\text{Çıkarılan}}$$

Parça çıkarmada oluşan yüzey alanı hakkında kesin bir şey söylenemez. (Artabilir, azalabilir, değişmeyebilir.)

$$\text{Yeni Alan} = \text{Prizma Alanı} + \text{Eklenen Yüzey Alanı} - \text{Çıkan Yüzey Alanı}$$

şeklinde oluşan alan bulunabilir.

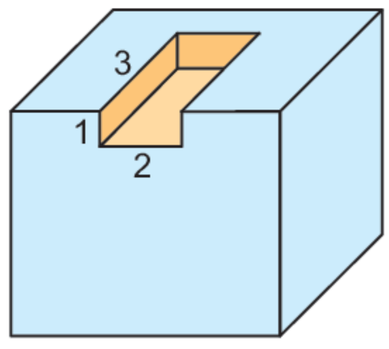
Örneğin, yukarıdaki şekilde alan değişmez.

- Üst taraftan çıkan alan mor alana,
- Sağ taraftan çıkan alan turuncu alana,
- Ön taraftan çıkan alan sarı alana,

eşit olduğundan alan değişmez.

Örnek - 28

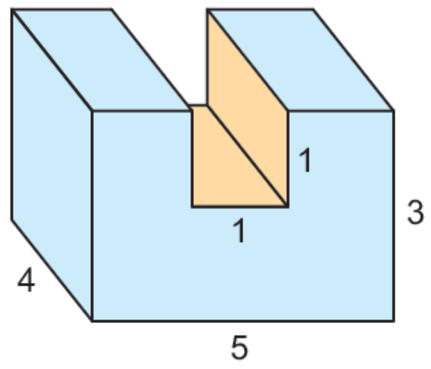
Şekildeki prizmadan ayrıt uzunlukları 1 birim, 2 birim ve 3 birim olan dikdörtgenler prizması çıkarılmıştır.



Buna göre, prizmanın yüzey alanındaki değişim nasıl olur?

26. 60 27. 30 28. 6 br^2 artar.

Örnek - 29

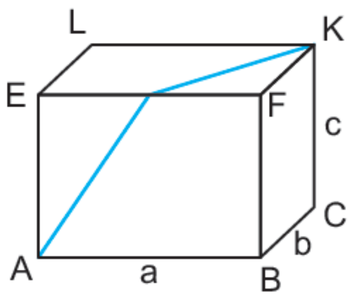


Kenar uzunlukları 3, 4, 5 birim olan dikdörtgenler prizmasından taban kenarının uzunluğu 1 birim olan kare dik prizma çıkarıldığında oluşan cisim alanı kaç birimkare olur?

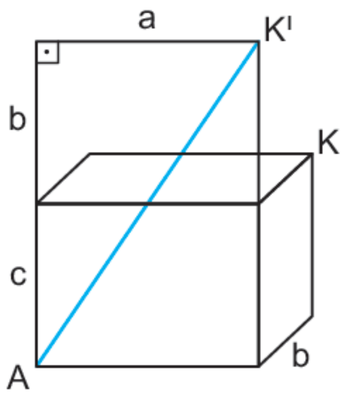
Dikkat

YÜZEY SORULARI

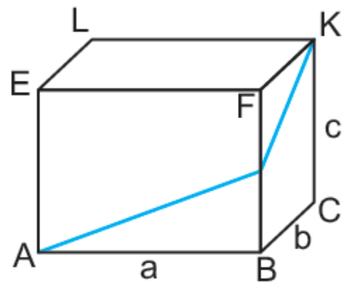
Yüzeyler üzerinden gidildiğinde en kısa yol sorularında, prizmaların açınımları düşünülür.



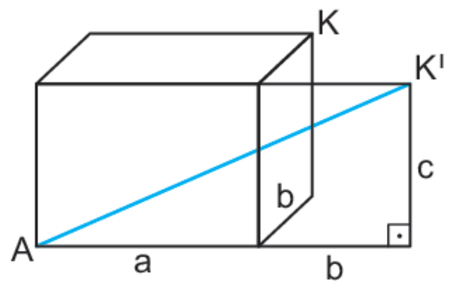
Üst taraf açılırsa →



$|AK'|^2 = a^2 + (b + c)^2$ dir.



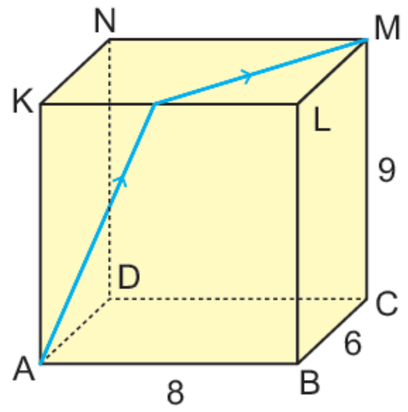
Sağ taraf açılırsa →



$|AK'|^2 = (a + b)^2 + c^2$ dir.

Örnek - 30

Şekildeki dikdörtgenler prizması şeklindeki yapıda, A köşesinde bulunan bir karınca gösterilen yolda M noktasına gidiyor.



|AB| = 8 birim

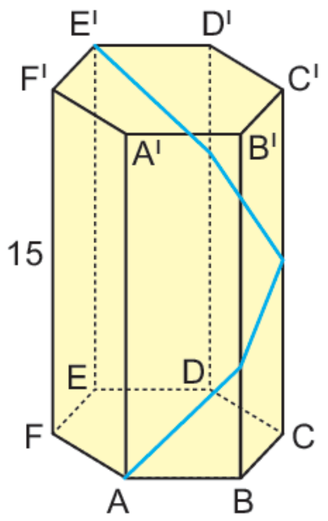
|BC| = 6 birim

|MC| = 9 birim

Buna göre, karıncanın izlediği en kısa yol kaç birimdir?

Örnek - 31

Zeynep, düzgün altıgen prizma şeklindeki bir kutuya A köşesinden E' köşesine yan yüzeylere temas edecek şekilde gergin bir ip sarıyor.



|FF'| = 15 birim

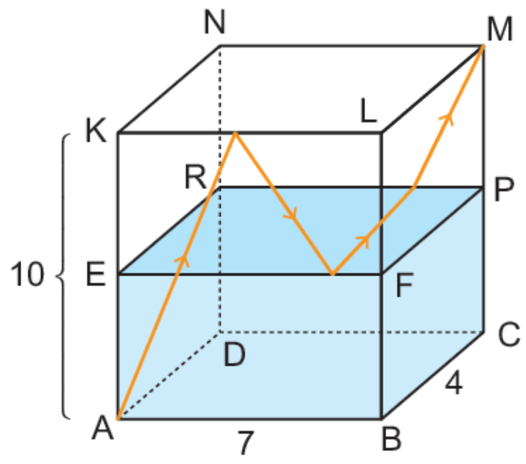
|FC| = 10 birim

Buna göre, Zeynep'in sardığı ipin en kısa uzunluğu kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 32

Üstü açık dikdörtgenler prizması şeklindeki plastik bir kap yarısına kadar su ile doludur.



|AB| = 7 birim,

|BC| = 4 birim,

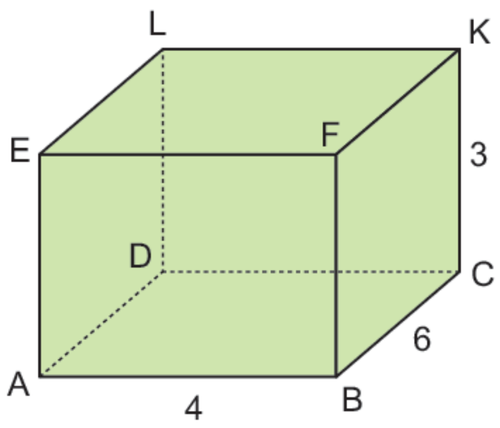
|AK| = 10 birimdir.

Hem plastik zeminde hem de su yüzeyinde yürüyebilen bir canlı kabın dışındaki A noktasından M noktasına şekildeki gibi bir yol izlemiştir.

Buna göre, bu canlının gidebileceği <u>en kısa</u> yolun uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 33

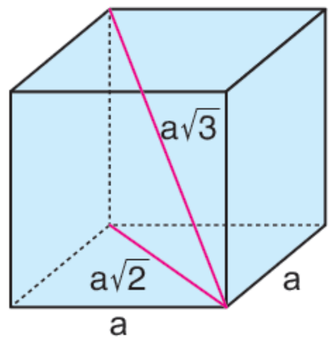
Şekilde ayrıt uzunlukları 3, 4, 6 birim olan dikdörtgenler prizması şeklinde kapalı bir kutu verilmiştir.



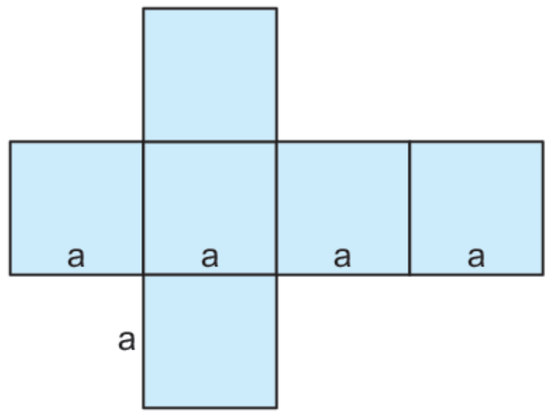
Buna göre, kutunun dışında A ve K noktalarındaki çivilere gergin olacak şekilde bağlanan bir ipin uzunluğu <u>en az</u> kaç birim olur?

KÜP

Bütün ayrıtlarının uzunlukları birbirine eşit olan dikdörtgenler prizmasına **"Küp"** denir.



Küp



Küp açınımı

Yüzey Alanı = $6 \cdot a^2$

Hacim = a^3

Yüzey köşegeni = $a\sqrt{2}$

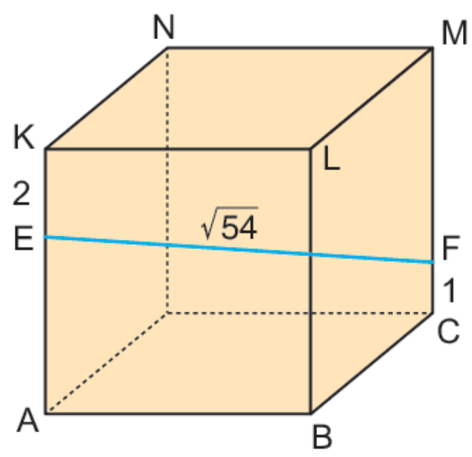
Cisim köşegeni = $a\sqrt{3}$

Öğrenme

a) Bir küpün yüzey alanı x birimkare hacmi ise y birimküptür.
x = y olduğuna göre, bu küpün cisim köşegeni kaç birimdir?

b) Cisim köşegeninin uzunluğu 6 birim olan bir küpün farklı üç yüzeyinin, yüzey köşegenleri ile oluşturulabilecek üçgenin alanı kaç birimkaredir?

c)



|EK| = 2

|FC| = 1

|EF| = $\sqrt{54}$

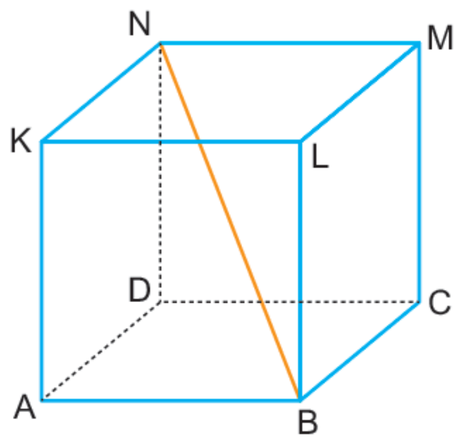
Kübün hacmi = ?

a) $6\sqrt{3}$ b) $6\sqrt{3}$ c) 125

Alanı | 5

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 34



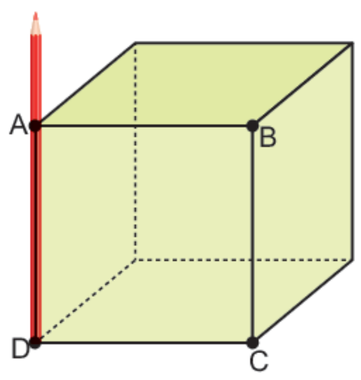
Alan(BCML) = 36 birimkare

[BN] cisim köşegeni

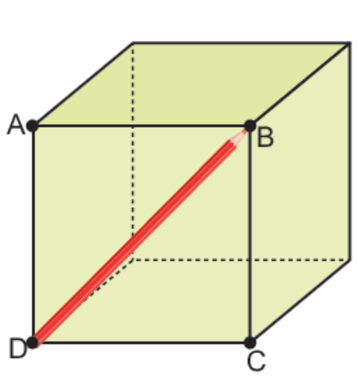
Şekildeki cisim küp olduğuna göre, L noktasının [BN]'na uzaklığı kaç birimdir?

Örnek - 35

Bir kalem, üstü açık küp şeklindeki bir kalemliğin içine Şekil 1 ve Şekil 2'deki gibi konuyor.



Şekil 1



Şekil 2

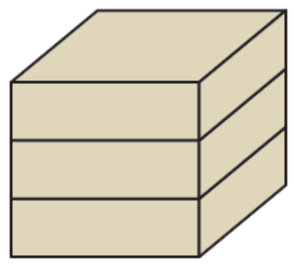
Kalınlığı ihmal edilen kalem Şekil 1'de küpün D ve A köşelerine, Şekil 2'de küpün D ve B köşelerine temas etmektedir.

Şekil 2'deki kalemin uç noktalarının zemine olan uzaklığı Şekil 1'deki konumuna göre 2 birim azalmıştır.

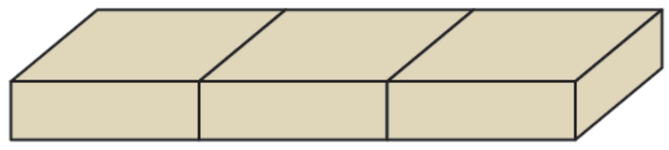
Buna göre, kalemliğin dışını boyamak için kaç metrekare boya harcanır?

Örnek - 36

Hacmi 216 birimküp olan küp şeklindeki tahta blok tabanına paralel düzlemlerle 3 eş parça olacak biçimde kesiliyor.



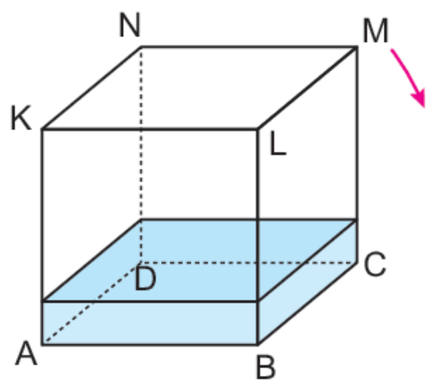
Daha sonra elde edilen parçaların küçük yüzleri çakıştırılarak aşağıdaki cisim elde ediliyor.



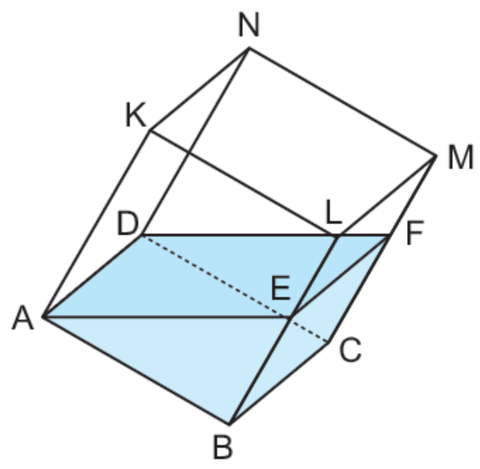
Buna göre, yeni cismin yüzey alanının, küpün yüzey alanına göre değişimi hakkında ne söylenebilir?

Örnek - 37

Şekil 1'de bir küpün içinde, küpün hacminin $\frac{1}{8}$'i kadar su vardır.



Şekil 1



Şekil 2

Küp BC kenarı zeminde sabit kalacak biçimde eğildiğinde Şekil 2'deki konuma getiriliyor.

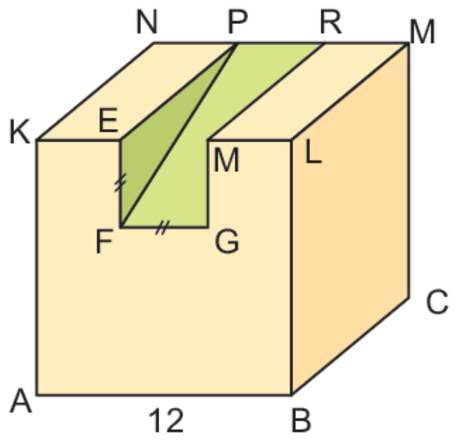
Her iki şekilde de kapların içindeki su miktarları aynı olduğuna göre, $\frac{|LE|}{|EB|}$ oranı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

34. $2\sqrt{6}$ 35. $60 + 40\sqrt{2}$ 36. 96 br^2 artar. 37. 3

Örnek - 38

Şekilde bir ayrıtı 12 birim olarak verilen küpten, hacmi 150 birimküp olan bir üçgen dik prizma çıkarılıyor.

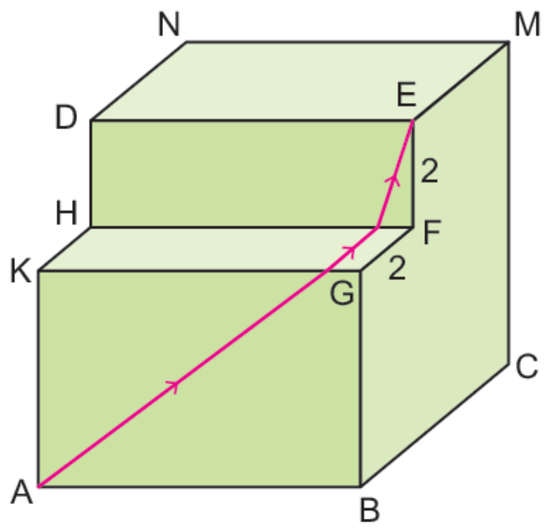


$|AB| = 12$ birim ve $|EF| = |FG|$'dir.

Buna göre, şekildeki cismin yüzey alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 39

Yüzey alanı 216 birimkare olan küpün bir köşesinden şekildeki gibi kenar uzunluğu 2 birim olan kare dik prizma çıkarılmıştır.

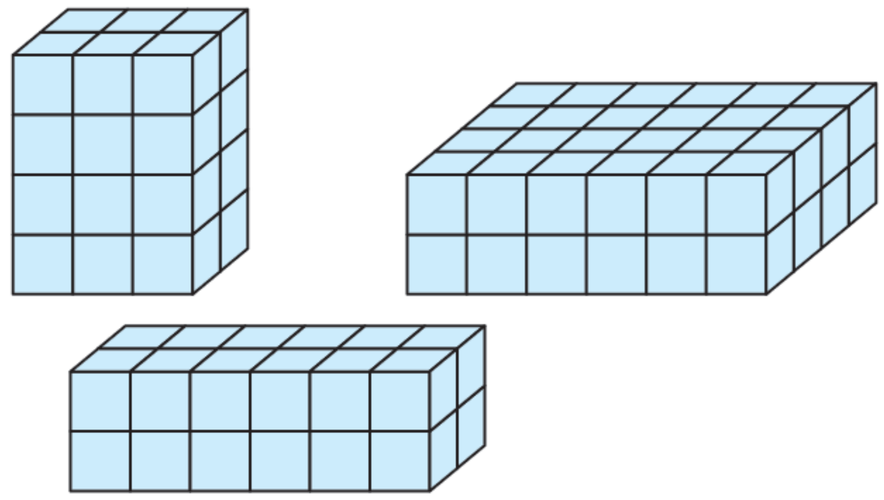


A köşesindeki bir karınca yüzeyler üzerinden hareket ederek E köşesine gitmiştir.

Buna göre, karıncanın aldığı yol <u>en az</u> kaç birimdir?

Örnek - 40

Aşağıdaki şekilde birimküplerden oluşan prizmalar verilmiştir.



Prizmalardaki birimküplerin tamamı kullanılarak, taban ayrıtının uzunluğu, seçilebilecek en büyük tam sayı olacak şekilde bir kare dik prizma oluşturuluyor.

Buna göre, oluşan kare dik prizmanın yüzey alanı kaç birimkaredir?

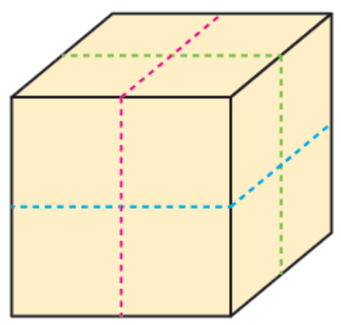
Örnek - 41

Ayrıt uzunlukları 12 cm, 12 cm ve 32 cm olan bir kare dik prizma, ayrıt uzunluğu 1 cm olan küplere ayrılıyor. Sonra, bu küplerin tamamı kullanılarak aralarında boşluk kalmayacak biçimde yüksekliği 2 cm olan bir kare dik prizma oluşturuluyor.

Buna göre, oluşturulan bu kare dik prizmanın yanal alanı kaç cm^2 dir?

Örnek - 42

Aşağıdaki şekilde bir küpün zemine paralel ve dik olacak şekilde 3 kesim işlemi gösterilmiştir.



Buna göre, bir kenarı 4 birim olan bir küpü birim küplere ayırmak için kaç kesim işlemi yapılmalıdır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

38. 904 39. 10 40. 128 41. 384 42. 9

Not

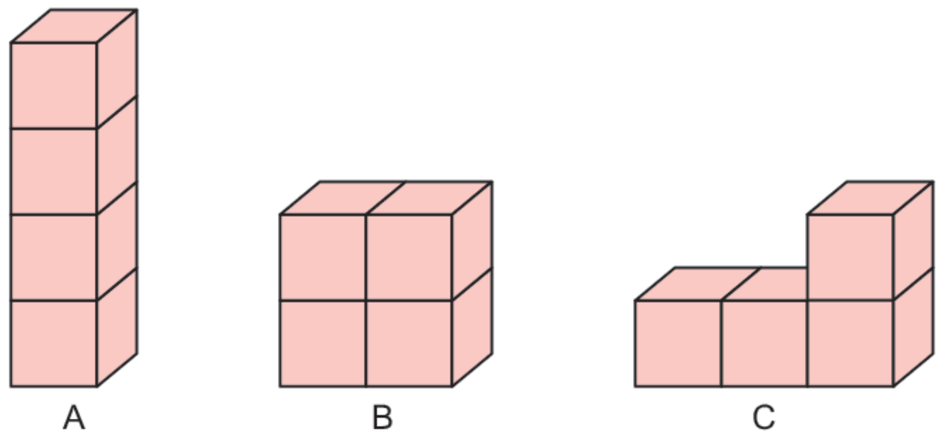
Birim küplerle oluşturulan ya da oluşturulabilen cisimlerin (Dikdörtgenler prizması, kare dik prizma gibi) yüzey alanları,

Görünen yüzey alanı × 2 = Toplam yüzey alanı

formülü ile kolaylıkla bulunabilir.

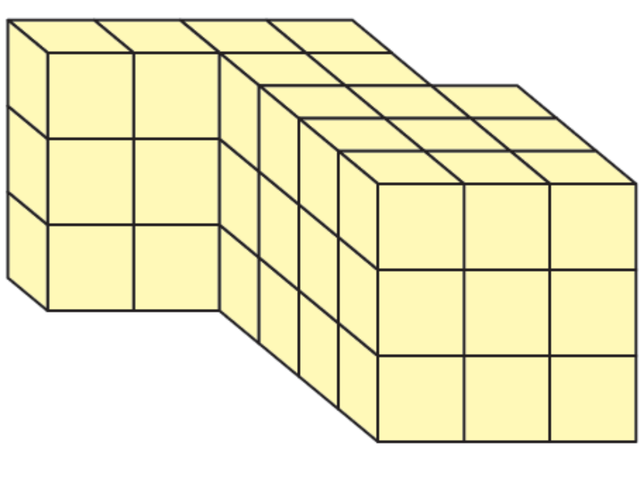
Örnek - 43

4 tane birim küpten yukarıdaki gibi A, B, C cisimleri oluşturulmuştur.



Bu cisimlerin yüzey alanlarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

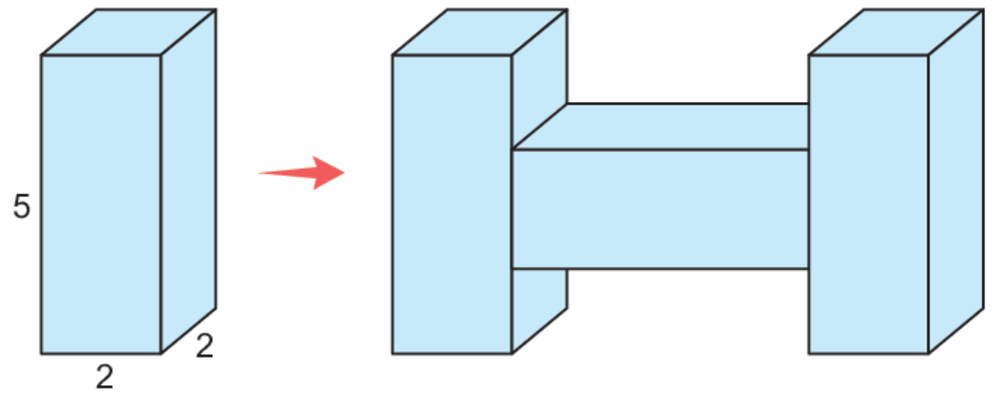
Örnek - 44



45 tane birimküpten oluşturulmuş yukarıdaki cismin yüzey alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 45

Ayrıt uzunlukları 2 birim, 2 birim ve 5 birim olan üç tane eş kare dik prizma ile aşağıdaki cisim elde ediliyor.



Buna göre, elde edilen cismin yüzey alanı kaç birimkaredir?

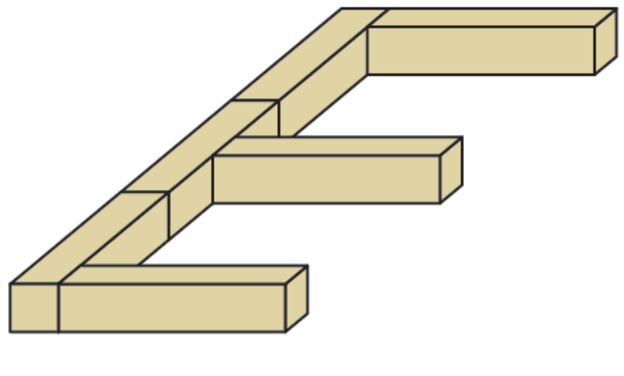
Örnek - 46

Ayrıt uzunlukları a, b ve c olan bir dikdörtgenler prizmasının toplam yüzey alanı,

$$A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

formülüyle hesaplanır.

Esma, ayrıt uzunlukları 1 birim, 1 birim ve 3 birim olan dikdörtgenler prizması biçimindeki altı tahta bloğu şekildeki gibi birbirine yapıştırarak bir E harfi elde ediyor.



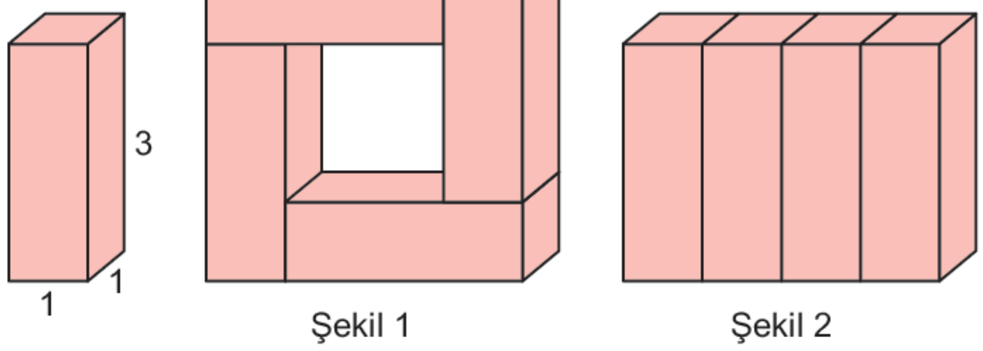
Buna göre, oluşan şeklin yüzey alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

43. B < C = A 44. 90 45. 128 46. 74

Örnek - 47

Taban ayrıtı 1 birim, yüksekliği 3 birim olan bir kare dik prizma ile bu prizmaların dörder tanesinin birleştirilmesiyle elde edilen 4 × 4 × 1 boyutlarındaki ortası boş cisim Şekil 1'de, birer yüzleri çakıştırılarak elde edilen 4 × 3 × 1 boyutlarındaki cisim Şekil 2'de gösterilmiştir.



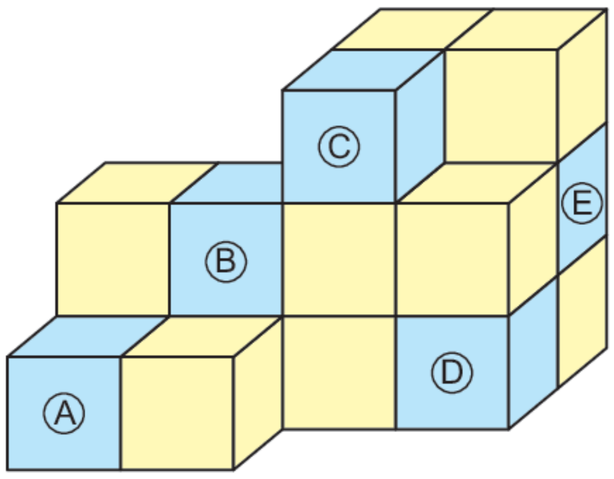
Şekil 1

Şekil 2

Şekil 1'deki cismin yüzey alanı A_1, Şekil 2'deki cismin yüzey alanı A_2 olmak üzere, $A_1 - A_2$ farkı kaç birimkaredir?

Örnek - 48

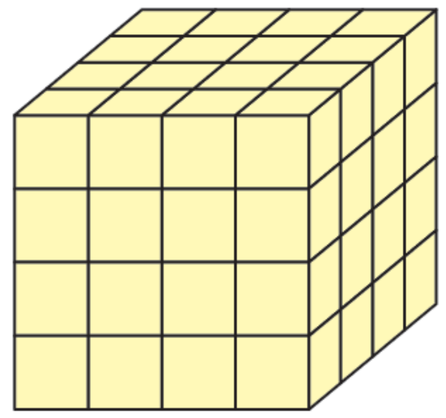
Aşağıdaki şekil aralarında boşluk olmayan 17 tane birim küp ile oluşturulmuştur.



Mavi küplerden hangisi ya da hangileri tek başına çıkarılırsa tüm cismin alanı değişmez?

Örnek - 49

Yukarıda birim küplerden oluşan küpün dış yüzeyi kırmızı renge boyanıp birim küplere ayrılıyor.



Buna göre, aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) 3 yüzü kırmızıya boyalı kaç birim küp vardır?

b) 2 yüzü kırmızıya boyalı kaç birim küp vardır?

c) 1 yüzü kırmızıya boyalı kaç birim küp vardır?

d) Kırmızıya boyanmayan kaç birim küp vardır?

Örnek - 50

Taban ayrıtı 4 birim ve yüksekliği 5 birim olan kare prizma biçimindeki bir tahta bloğun tüm yüzeyi boyanır. Daha sonra bu tahta bloğun tamamı 80 tane birim küpe ayrılıyor.

Buna göre, elde edilen birim küplerden yalnızca bir yüzeyi boyalı olan birim küp sayısı, yalnızca iki yüzeyi boyalı olan birim küp sayısından kaç fazladır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

47. 10 48. {B, D} 49. a) 8 b) 24 c) 24 d) 8 50. 4

Örnek - 51

Birim küplerden oluşan ve ayrıt uzunlukları 4 birim, 5 birim ve 6 birim olan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir cismin tüm yüzeyleri boyanıyor. Daha sonra, bu prizma 120 birim küpe ayrılıyor.

Son durumda bu birim küplerden boyanmayan birim küplerin tamamının hacimleri toplamı kaç birimküptür?

Örnek - 52

Kenan, ayrıt uzunluğu 1 birim olan 4 adet küpü, her birinin en az bir yüzü diğer bir küpün bir yüzüyle tam örtüşecek biçimde birbirine yapıştırıyor.

Buna göre, Kenan'ın bu şekilde elde edebileceği kare dik prizmaların cisim köşegenlerinin uzunlukları oranı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

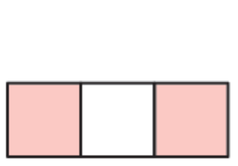
Dikkat

KÜP AÇINIMLARI

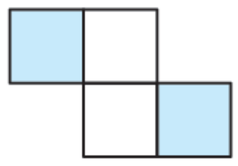
Bir küpün farklı açınımları vardır.

Açınımlardan bizim için önemli olan karşılıklı yüzleri belirlemektir.

Karşılıklı yüzler belirlenirken,



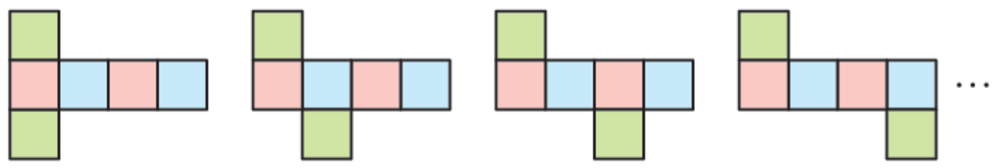
Bir boşluk kuralı



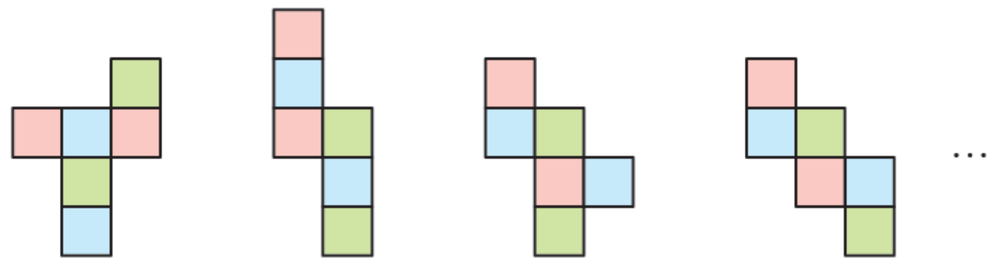
İki boşluk kuralı

kuralları kullanılır.

4 kare yan yana olduğundan, diğer iki kare zıt tarafta olabilir.

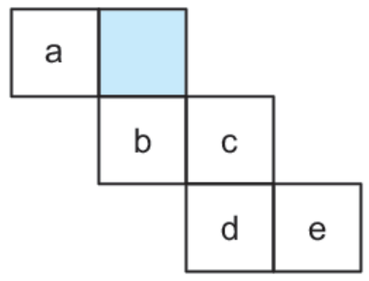


Sadece kuralların sağlandığı açınımlardan olabilir.



Örnek - 53

Şekilde bir zarın açınımı verilmiştir.



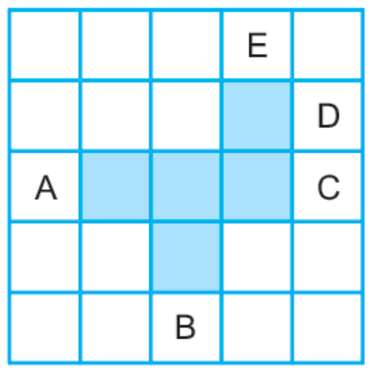
Mavi renkli kare zarın ön yüzü olduğuna göre, zarın arka yüzü hangisidir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

51. 24 52. C 53. d

Örnek - 54

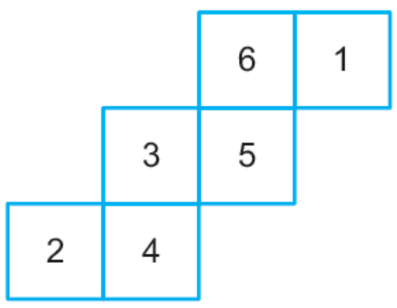
Şekildeki kağıdın A, B, C, D, E karelerinden biri daha boyanarak boyalı kısımlardan bir küp elde edilecektir.



Buna göre, hangi kare boyandığında boyalı karelerden küp yapılamaz?

Örnek - 55

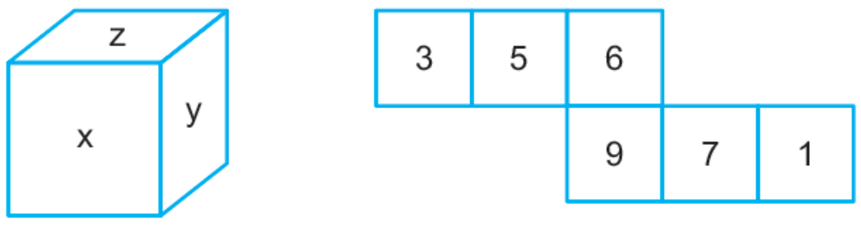
Şekilde küp şeklindeki bir zarın açınımı verilmiştir.



Zarda karşılıklı yüzeylerdeki sayıların toplamı 7 olduğuna göre, verilen açınımda yanlış yazılan hangi iki sayı yer değiştirmelidir?

Örnek - 56

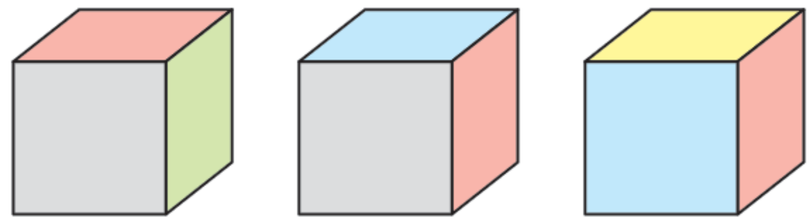
Şekilde bir zar ve açınımı verilmiştir.



x + y = 12 olduğuna göre, z'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

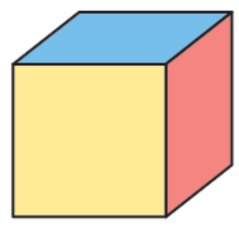
Örnek - 57

Aşağıda her yüzü farklı renkte olan bir zarın 3 farklı görünümü verilmiştir.

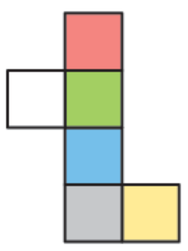


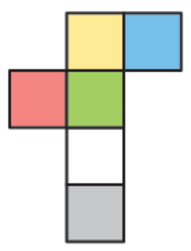
Buna göre, beyaz yüzün karşısında hangi renk vardır?

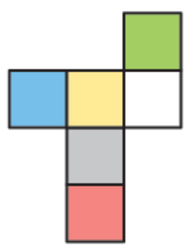
Örnek - 58



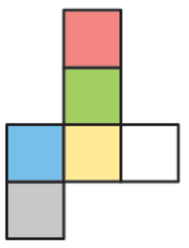
Şekildeki küpün açınımı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A)


B)


C)


D)

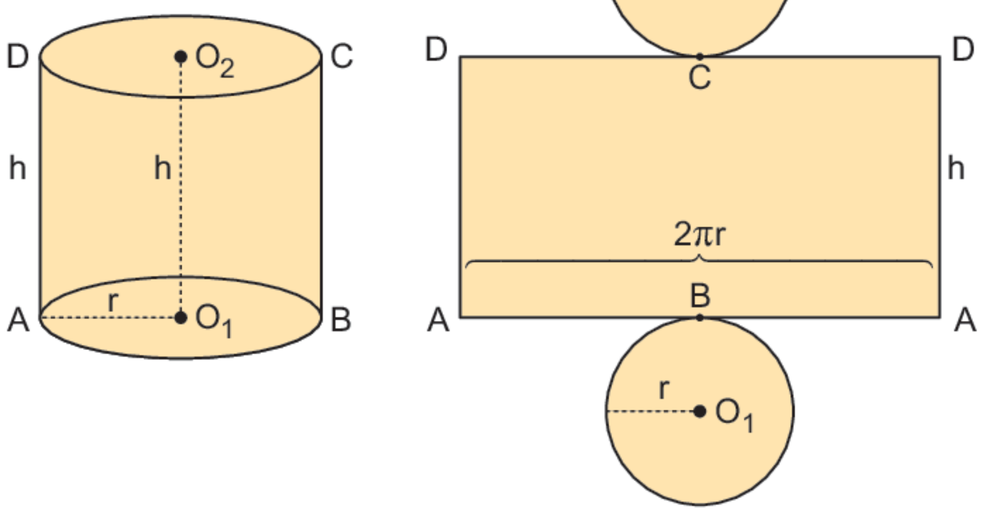

E)


Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

54. E 55. 3-6 , 1-4 56. 12 57. Kırmızı 58. D

SİLİNDİR

Tabanı daire olan prizmaya silindir denir.



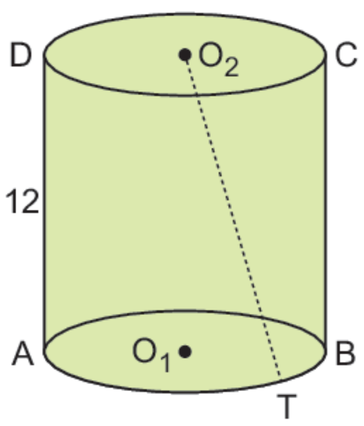
- Taban dairesinin yarıçapı r
- Yüksekliği $|O_1O_2| = |BC| = |AD| = h$
- Hacim = Taban Alanı × Yükseklik, $V = \pi r^2 \cdot h$
- Alan = Taban Alanları + Yanal Alan
  Alan = $2\pi r^2 + 2\pi rh$

Öğrenme

a) Taban yarıçapı 4 birim, yüksekliği 15π birim olan bir dik silindir üzerinde birbirine en uzak iki nokta arasındaki uzaklık kaç birimdir?

b) Taban yarıçapı 2 birim ve yüksekliği 8 birim olan dik dairesel silindirin yüzey alanını ve hacmini bulunuz.

c)



Taban Çapı = h = 12
$|O_1T|$ = ?

a) 17π b) A = 40π, V = 32π c) $6\sqrt{5}$

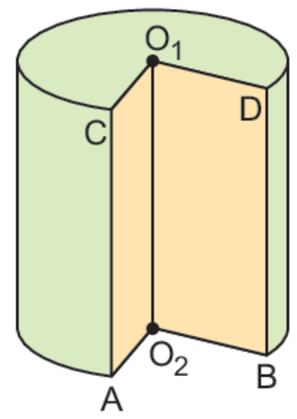
Örnek - 1

Taban alanı ile yanal alanı sayıca birbirine eşit olan bir dik silindirin hacmi 108π birimküptür.

Buna göre, silindirin taban çapı kaç birimdir?

Örnek - 2

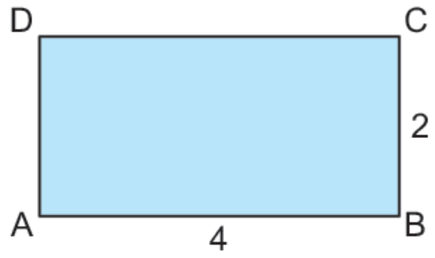
Taban merkezleri O_1 ve O_2 olan bir dik silindirin şekildeki gibi $\frac{1}{6}$'sı çıkartılıyor.



Silindirin çapı ile yüksekliğinin uzunluğu birbirine eşittir.

Yukarıdaki cismin hacmi 360π birimküp olduğuna göre, çıkarılan parçanın yüzey alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 3



$|AB|$ = 4 birim

$|BC|$ = 2 birim

Şekildeki dikdörtgen şeklindeki bir levha;

a) [AB] etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin alanını ve hacmini bulunuz.

b) [BC] etrafında 90° döndürülmesiyle oluşan cismin alanını ve hacmini bulunuz.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

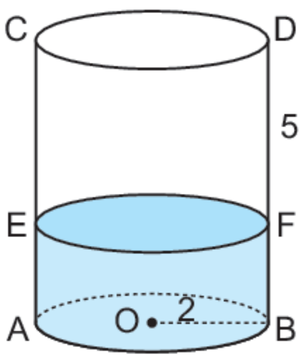
Örnek - 4

Su dağıtımı yapan bir tankerin taban yarıçapı 3m ve yüksekliği 8m olan dik silindir biçimindeki tankının tamamı suyla doludur. Bu suyun bir kısmı, taban yarıçapı 50 cm ve yüksekliği 1m olan dik silindir biçimindeki 216 damacana, damacanalar tamamen dolu olacak şekilde konabiliyor.

Buna göre, damacanaların dolumundan sonra depoda başlangıçtaki suyun kaçta kaçı kalmıştır?

Örnek - 5

Aşağıdaki şekilde, yarıçapı 2 birim olan silindirin içinde bir miktar su vardır.



|FD| = 5 birimdir.

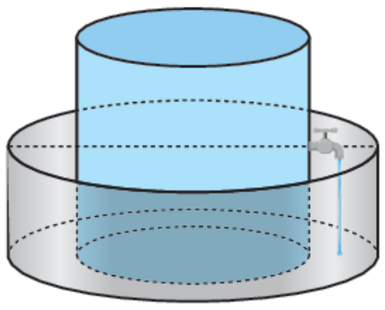


Demir blok

Buna göre, hacmi π birimküp olan demir bloklardan en az kaç tane atılırsa silindirin içindeki su taşar?

Örnek - 6

Şekildeki havuz iç içe geçmiş iki silindirden oluşmaktadır.



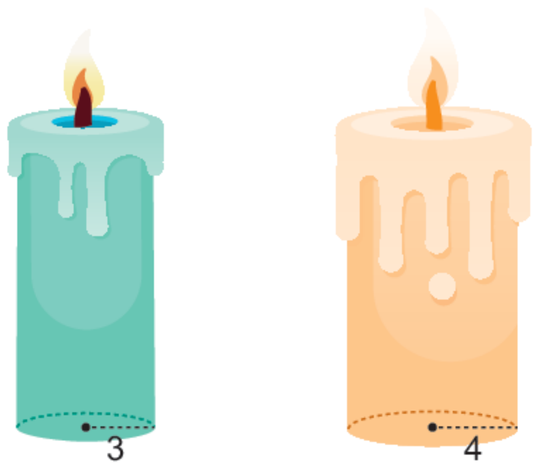
Dıştaki silindirin yarıçapı içteki silindirin yarıçapından 3 birim daha fazla ve silindirlerin yükseklikleri 9 birim ve 16 birimdir.

İçteki silindirin tamamı su ile doluyken 9 birim yüksekliğindeki musluk açıldığında silindirler arasındaki boşluk dışarıya su taşmadan tamamen su ile doluyor.

Buna göre, silindirlerin yarıçaplarının uzunlukları toplamı kaç birimdir?

Örnek - 7

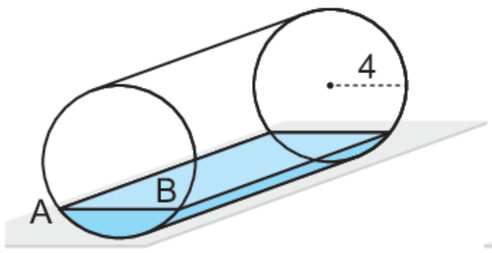
Yükseklikleri eşit, taban yarıçapları sırasıyla 3 cm ve 4 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki iki mum aşağıda verilmiştir. Birim zamanda aynı miktarda eriyen bu mumlardan sarı renkli mum yakıldıktan 7 dakika sonra mavi renkli mum yakılıyor. Mavi renkli mum yakılmaya başlandığı anda sarı renkli mumun yüksekliği 2 cm azalmıştır.



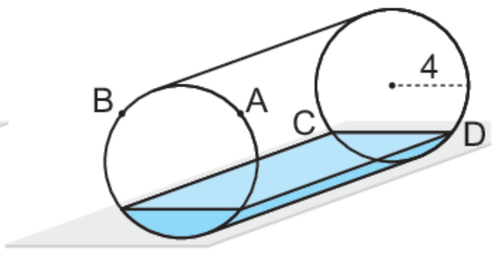
Buna göre, mavi mum yakılmaya başlandıktan kaç dakika sonra bu iki mumun yükseklikleri eşit olur?

Örnek - 8

Taban yarıçapı 4 cm ve yüksekliği 8 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki kabın içindeki suyun yüksekliği 2 cm'dir. Bu kabın düz bir zemin üzerinde yanal ayrıtının zemine temas ettiği durum Şekil 1'de gösterilmiştir. Bu kabın tabanı etrafında 180° döndürülerek elde edilen görünümü Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 1



Şekil 2

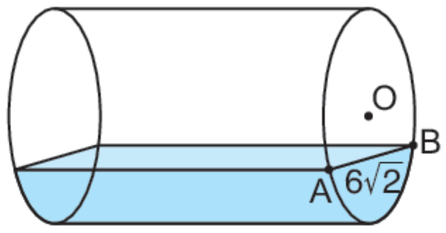
Buna göre; A, B, C ve D noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen ABCD dikdörtgeninin alanı kaç cm^2 dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

4. $\frac{1}{4}$ 5. 21 6. 21 7. 9 8. $16\sqrt{5}$

Örnek - 9

Şekilde, yarıçap uzunluğu 6 birim ve yüksekliğinin uzunluğu 10 birim olan içinde bir miktar su bulunan silindir verilmiştir.

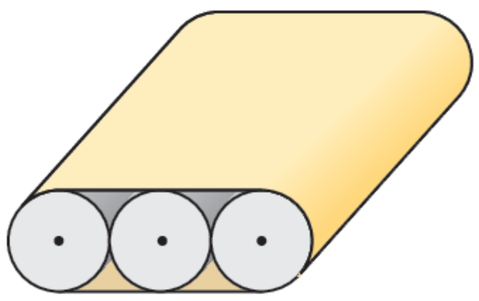


$|AB| = 6\sqrt{2}$ birim

Buna göre, silindirin içindeki suyun hacmi kaç birimküptür?

Örnek - 10

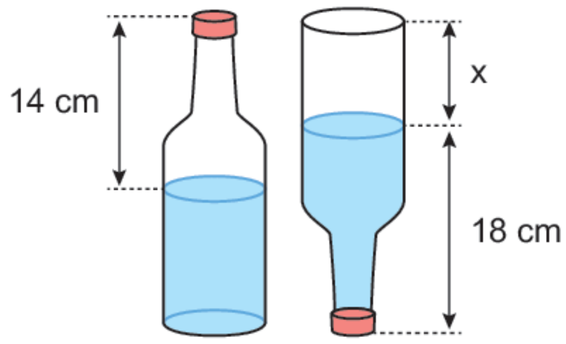
Özdeş üç tane silindir şeklindeki piller şekildeki gibi yan yüzeyleri görünmeyecek şekilde bantlanıyor.



Pillerin taban yarıçapının ve yüksekliğinin uzunlukları sırasıyla 2 cm ve 6 cm olduğuna göre, kullanılan bantın yüzey alanı en az kaç cm^2 dir?

Örnek - 11

Tabanından oval olan kısmına kadarki kısmı silindir olan su şişesi iki farklı biçimde zemine aşağıdaki gibi konmuştur.

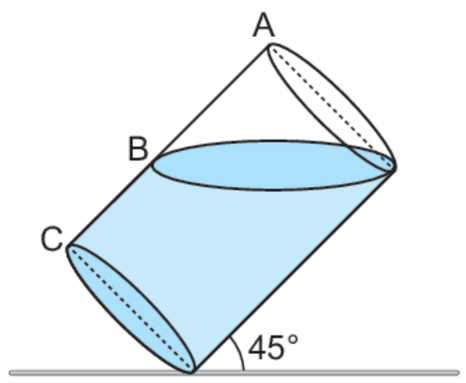


Şişenin $\frac{4}{7}$'si su ile doludur.

Şekilde verilen uzunluk bililerine göre, x kaçtır?

Örnek - 12

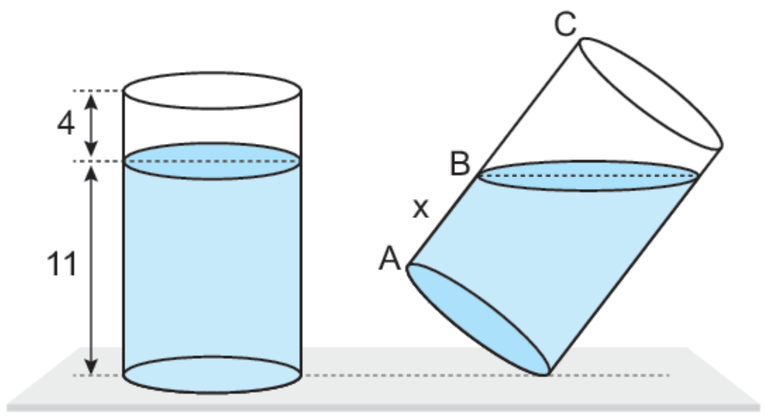
Aşağıdaki şekilde, içi su dolu yarıçapı 2 cm olan ağzı açık dik silindir zeminle 45° yapacak şekilde eğilmiştir.



Buna göre, dökülen suyun hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek - 13

Şekil 1'de toplam yüksekliği 15 birim olan dik silindir şeklindeki kap 11 birim yüksekliğine kadar su ile doludur.

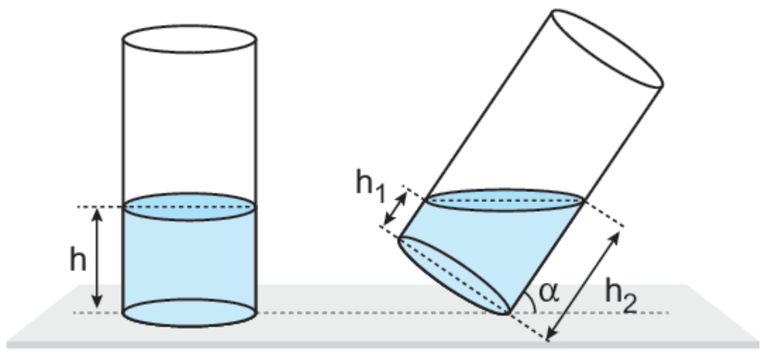


Kap, Şekil 2'deki gibi su dökülmeyecek şekilde eğildiğinde $|AB| = x$ en az kaç birim olur?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

9. $90\pi - 180$ 10. $96 + 24\pi$ 11. 12 12. 8π 13. 7

Not

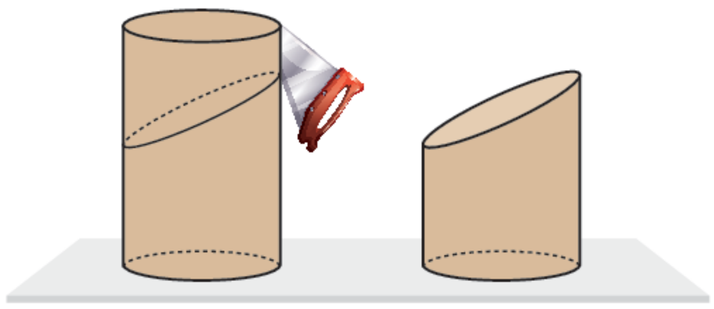


İçinde h yüksekliğine kadar sıvı bulunan bir dik silindir α derece kadar yana yatırıldığında, eğer kaptan sıvı dökülmüyorsa sıvı yüksekliği dengede iken,

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2}$$ olur.

Örnek - 14

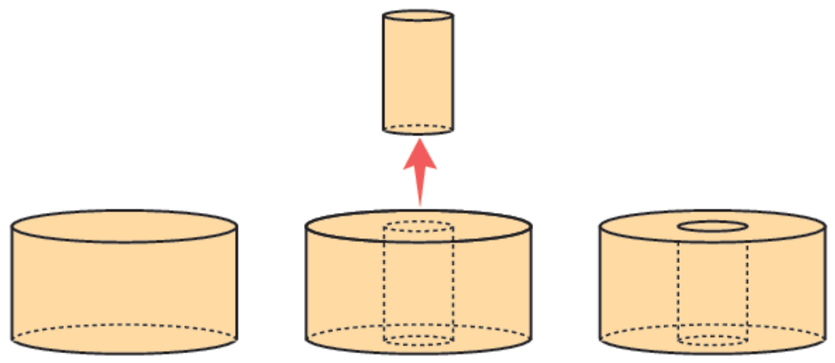
Ormancı Hasan, yüksekliği 40 cm olan silindir şeklindeki bir odun parçasını hacimler oranı $\frac{3}{5}$ olacak biçimde testere ile düzlemsel bir kesim yaparak iki parçaya ayırıyor.



Hasan, parçalardan büyük olan odun parçasında yeni oluşan yüzeyin zemine olan uzaklığını en fazla 35 cm olarak ölçtüğüne göre, yeni oluşan yüzeyin zemine olan uzaklığını en az kaç cm olarak ölçer?

Örnek - 15

Silindir şeklindeki tahta parçasının taban yarıçapı yüksekliğinin 2 katına eşittir. Bu tahta parçasının içinden taban yarıçapı ve yüksekliği tahta parçasının yüksekliğine eşit olan bir silindir çıkarıldığında oluşan şeklin görünümü aşağıda verilmiştir.

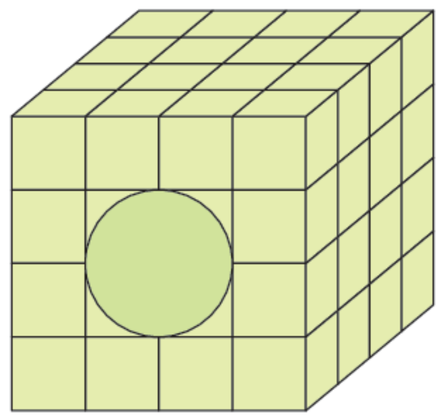


Son durumda oluşan şeklin hacmi ilk durumdaki tahta parçasının hacminden 27π birimküp eksiktir.

Buna göre, son durumdaki tahta parçasının yüzey alanı kaç π birimkaredir?

Örnek - 16

64 tane birim küpten oluşan bir küpten şekildeki gibi yarıçapı 1 birim olan silindir çıkarıldığında 12 tane birim küp zarar görüyor.



Buna göre, oluşan yeni cismin yüzey alanı en fazla kaç birimkaredir?

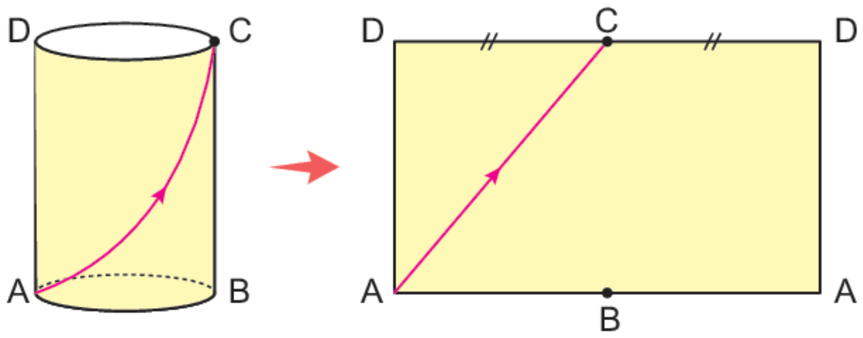
(Not: Silindirin taban merkezi ile küpün ön yüzeyinin merkezi aynı noktadır.)

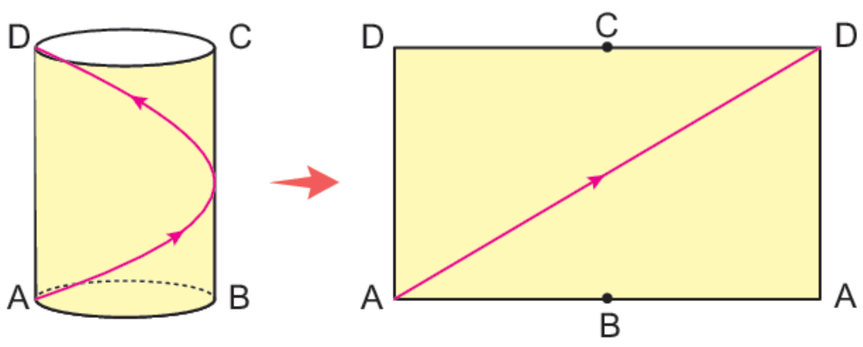
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

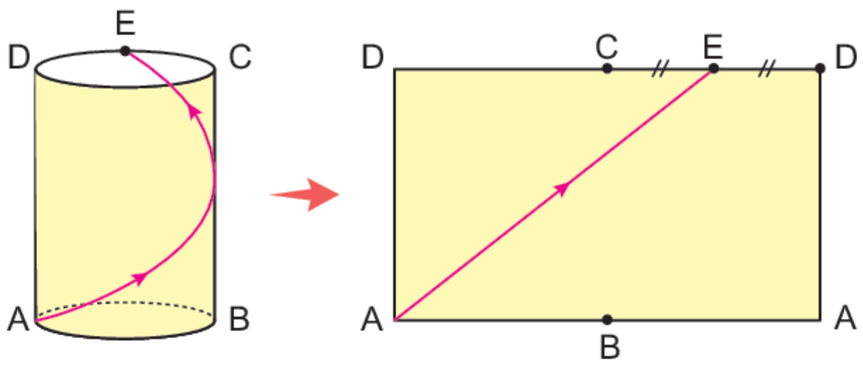
Dikkat

EN KISA YOL PROBLEMLERİ

Verilen dik silindirler üzerinde, A noktasından harekete başlayan bir hareketlinin, yüzey üzerindeki hareketi aşağıda verilen açınımları üzerinde gösterilmiştir.

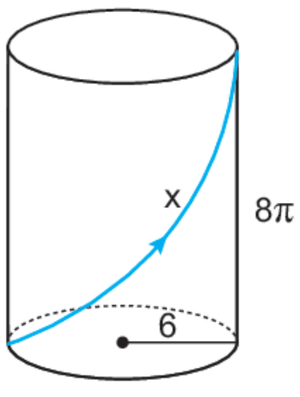






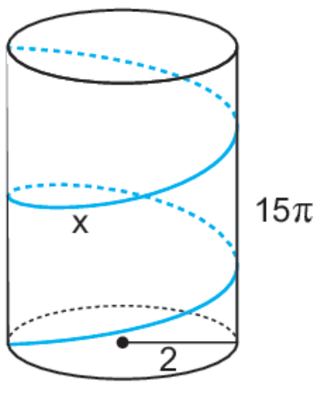
Öğrenme

a)



x = ?

b)



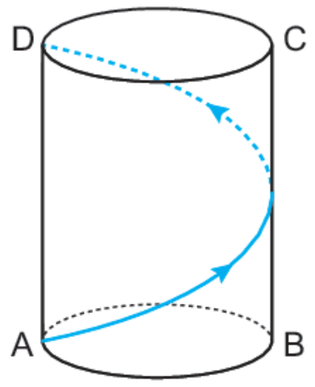
x = ?

a) 10π b) 17π

Alanı | 2

Örnek - 17

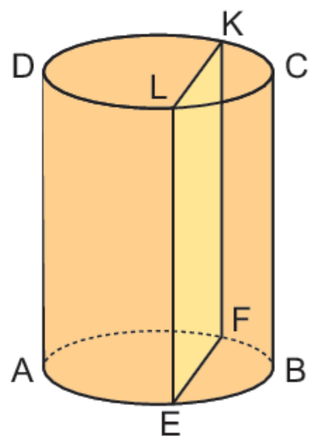
A köşesinde bulunan bir karınca şekildeki gibi bir tam tur atarak D köşesine gidecektir.



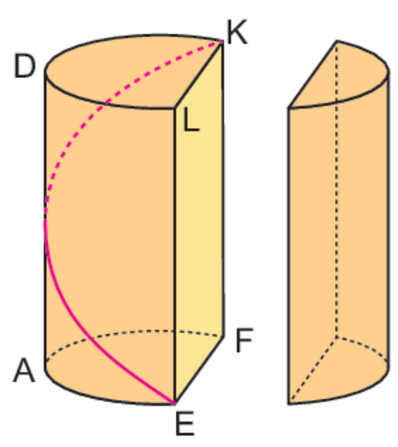
Silindirin yarıçap uzunluğu $\frac{3}{\pi}$ cm ve yüksekliği 8 cm olduğuna göre, karıncanın gideceği en kısa yolun uzunluğu kaç cm'dir?

Örnek - 18

Yarıçap uzunluğu 6 birim, yüksekliği 12π birim olan silindir tabanına dik bir düzlemle kesildiğinde yüzey alanı $144\sqrt{2}\pi$ birimkare artmaktadır.



Şekil 1



Şekil 2

Şekil 2'deki büyük silindir parçasının K köşesine bir karınca konulduğunda, kesilmiş silindirin yan yüzeyinden giderek E köşesine gelmiştir.

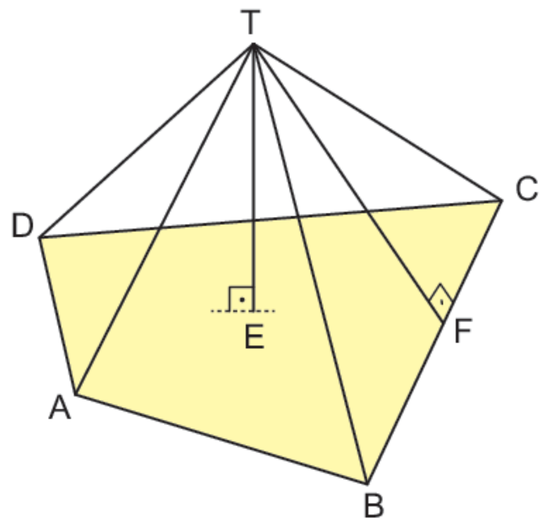
Buna göre, karıncanın aldığı en kısa yol kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

17. 10

18. 15π

PİRAMİT



- Çokgen bir taban ve bu tabanın köşelerini tek bir noktada birleştiren üçgen yüzeylerden oluşan üç boyutlu şekle piramit denir.
- (T, ABCD) piramidinde

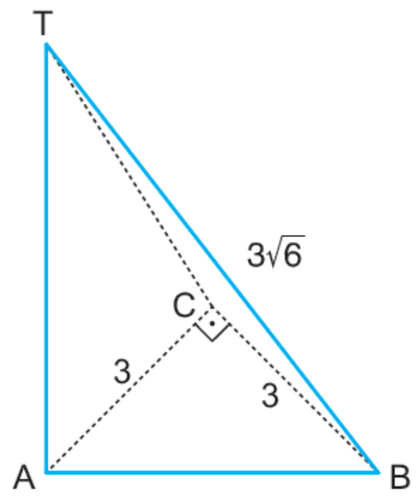
  |TE| = h (cisim yüksekliği)

  |TF| = h' (yan yüz yüksekliği)
- Alan = Taban Alanı + Yanal Alan
- $\text{Hacim} = \frac{\text{Taban alanı} \times \text{yükseklik}}{3}$

Not

Dik piramitlerde yükseklik tabanın ağırlık merkezine gelir.

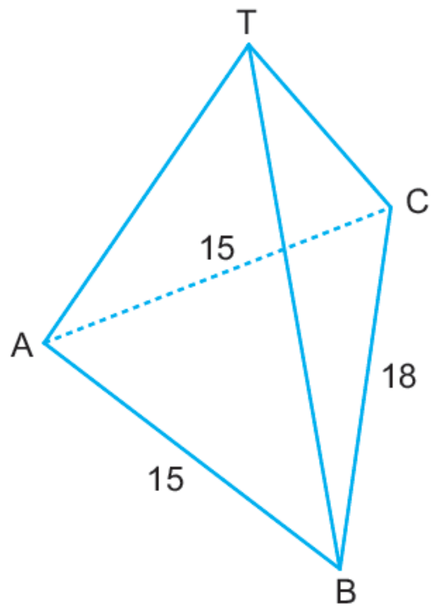
Örnek - 1



|AC| = |BC| = 3 birim ve |TB| = $3\sqrt{6}$ birimdir.

Şekildeki tabanı ABC üçgeni ve yüksekliği [TA] olan piramitte |TC| kaç birimdir?

Örnek - 2



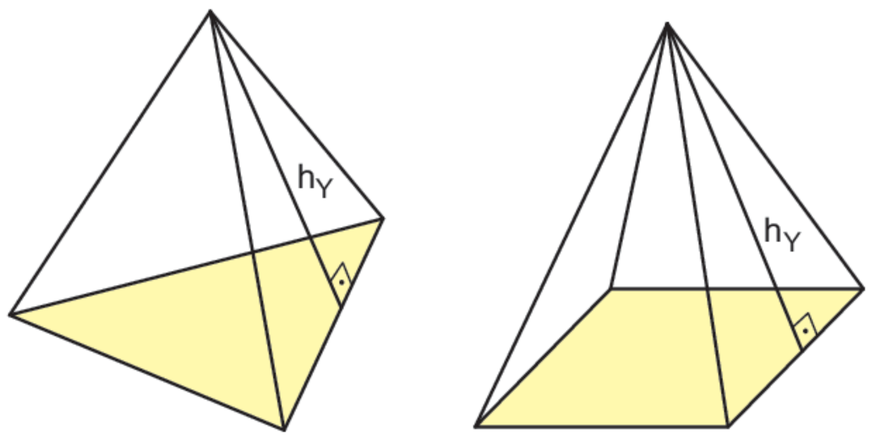
|AC| = |AB| = 15 birim ve |BC| = 18 birimdir.

Şekildeki dik piramidin ABC üçgen düzlemine ait yüksekliğinin uzunluğu 15 birim olduğuna göre, |TA| kaç birimdir?

Dikkat

Tabanı düzgün çokgen olan dik piramitlere **"Düzgün Piramit"** denir. Düzgün piramitte yanal ayrıt uzunlukları eşittir. Bu durumda yan yüzler birbirine eş ikizkenar üçgenlerden oluşur.

Dikkat



Bir düzgün piramidin yan yüzleri olan eş üçgenlerin alanları toplamına piramidin **"Yanal Alanı"** denir.

Bir piramidin taban alanı ile yanal alanı toplamına piramidin **"Yüzey Alanı"** denir.

Toplam alan A, taban alanı A_T, yanal alan A_Y, taban çevresi $Ç_T$, yan yüz yüksekliği h_Y olmak üzere,

$$A_Y = \frac{Ç_T \cdot h_Y}{2} \text{ ve } A = A_T + A_Y \text{ olur.}$$

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

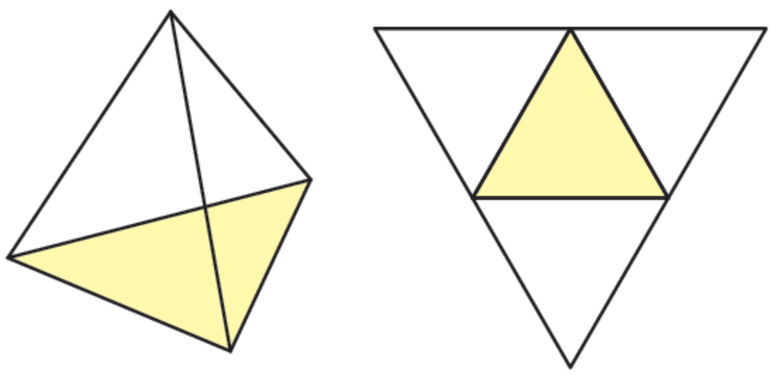
Dikkat

Herhangi bir piramidin hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımının üçte biridir.

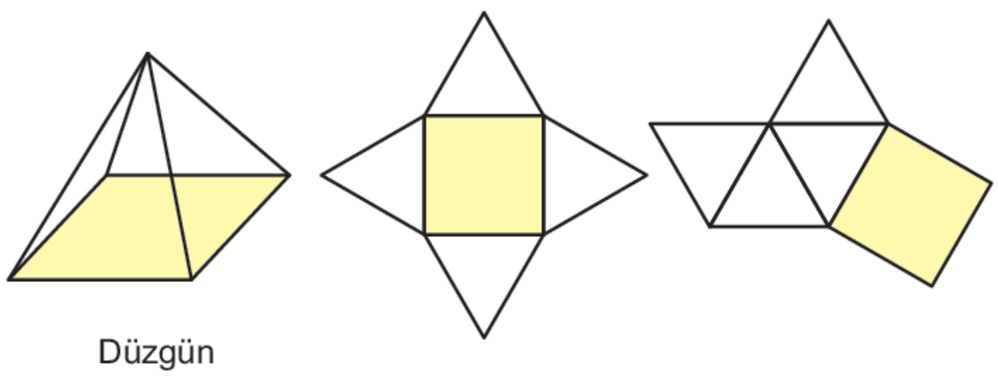
$$\text{Hacim} = \frac{\text{Taban Alanı x Yükseklik}}{3}$$

Not

Düzgün piramidin açınımları aşağıdaki gibidir.



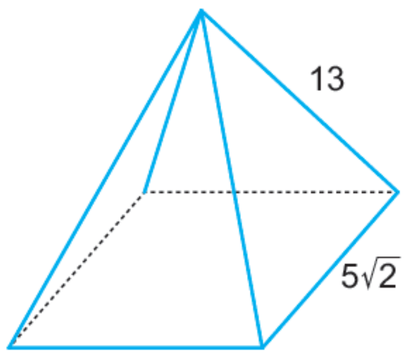
Düzgün eşkenar üçgen tabanlı piramit



Düzgün kare piramit

Öğrenme

a)



Kare piramidin hacmi = ?

b) Taban ayrıtının uzunluğu 6 cm ve yüksekliğinin uzunluğu 4 cm olan kare dik piramidin yanal alanı kaç cm^2 dir?

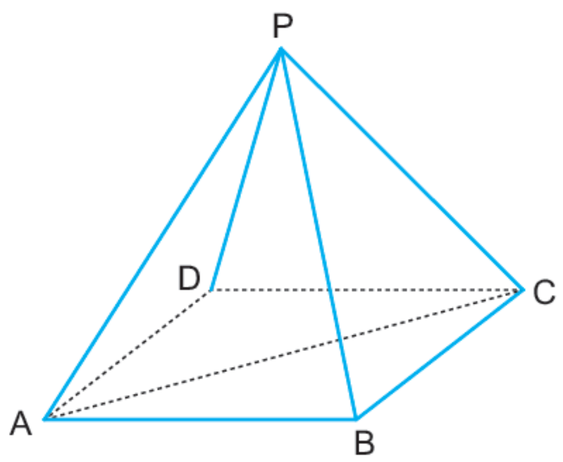
a) 200 b) 60

Alanı | 1

Örnek - 3

Taban alanı 36 birimkare ve hacmi 72 birimküp olan kare dik piramidin yüzey alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 4



Şekildeki düzgün kare piramidin bütün ayrıtları birbirine eşit olduğuna göre, PAC açısının ölçüsü kaç derecedir?

Örnek - 5

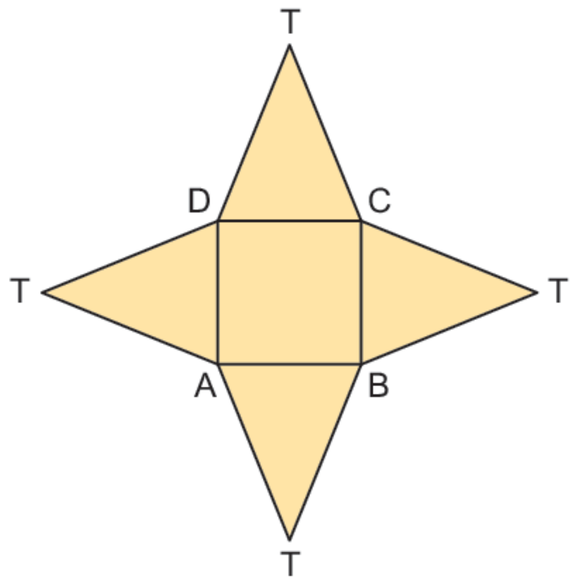
Taban alanı 36 birimkare ve yüksekliği 5 birim olan bir kare dik piramit, taban köşegeninden geçen, tabana dik bir düzlemle kesiliyor.

Buna göre, oluşan arakesitin alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 6

Yüksekliğinin uzunluğu 12 cm olan kare dik piramidin bir açınımı aşağıda verilmiştir.



Açınımdaki birbirine en uzak iki nokta arasındaki uzaklık 36 cm olduğuna göre, piramidin yanal alanı kaç cm^2 dir?

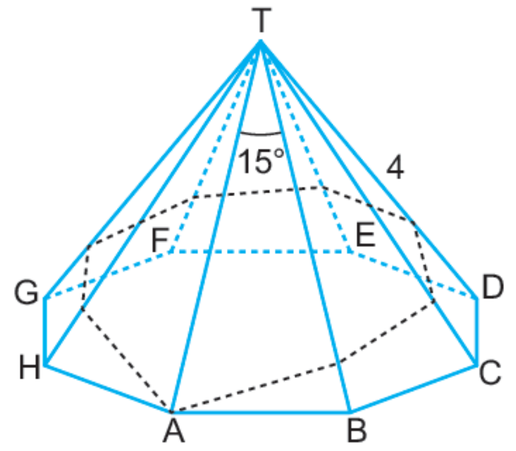
Örnek - 7

Taban alanı $54\sqrt{3}$ cm^2 olan düzgün altıgen dik piramidin bir açınımı aşağıda verilmiştir.

Açınımın çevresi 88 cm olduğuna göre, piramidin hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek - 8

Şekildeki düzgün sekizgen dik piramidin A köşesinde bulunan bir karınca piramidin yan yüzeylerinden giderek tekrar A köşesine gelmiştir.

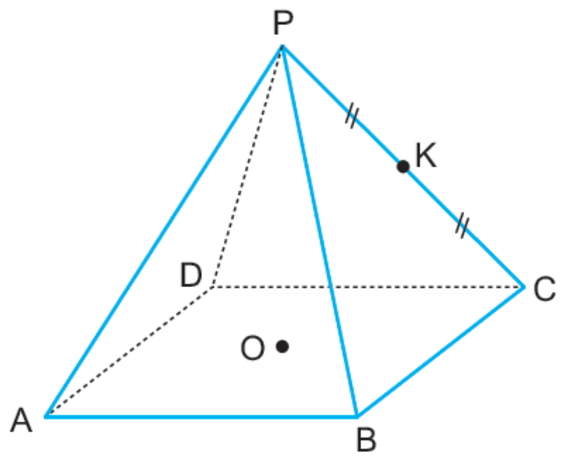


$|TD| = 4$ birim ve $m(\widehat{ATB}) = 15°$ dir.

Buna göre, karıncanın gittiği <u>en kısa</u> yolun uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 9

O noktası ABCD karesinin ağırlık merkezidir.



$|TK| = |KC|$, $|TC| = 2\sqrt{5}$ birim ve $|AB| = 4$ birimdir.

Şekildeki kare dik piramidin içindeki O noktasında bulunan bir karınca yüzeyler üzerinden yürüyerek K noktasına gelmiştir.

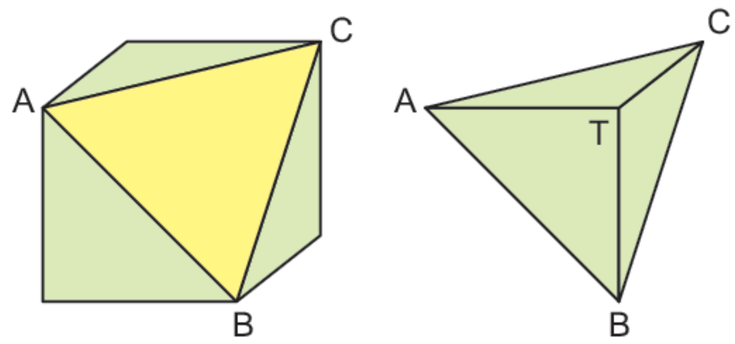
Buna göre, karıncanın yürüdüğü <u>en kısa</u> mesafe kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

6. 260 7. $144\sqrt{3}$ 8. $4\sqrt{3}$ 9. $\sqrt{17}$

Örnek - 10

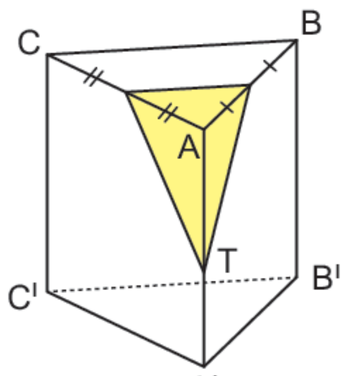
Hacmi 8 birimküp olan bir küp şekildeki gibi ABC düzlemi boyunca kesilip iki parçaya ayrılıyor.



Buna göre, 2. Parça'daki T noktasının ABC düzlemine uzaklığı kaç birimdir?

Örnek - 11

Yukarıdaki şekilde üçgen dik prizma içinde köşeleri prizmanın ayrıtları üzerinde olan üçgen piramit verilmiştir.



$|AK| = |KC|$

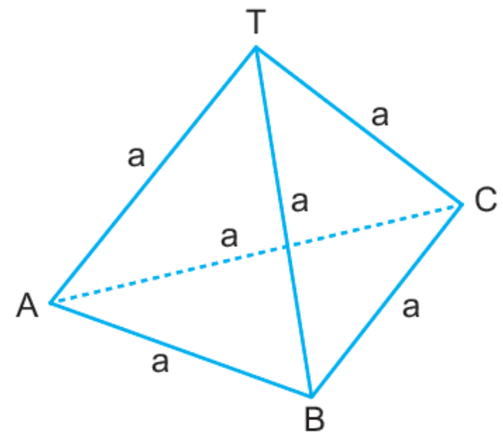
$|AL| = |LB|$

$|AT| = 2|A'T|$

Buna göre, piramidin hacminin prizmanın hacmine oranı kaçtır?

Dikkat

Tüm yüzleri eşkenar üçgen olan üçgen piramide **"Düzgün Dört Yüzlü"** denir.



Yukarıdaki şekilde bir ayrıtı a birim olan bir düzgün dört yüzlü gösterilmiştir.

Bir ayrıtı a birim olan düzgün dört yüzlünün,

- Yan yüz yüksekliği $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ birimdir.
- Yüksekliği $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ birimdir.
- Yüzey alanı $a^2\sqrt{3}$ birimkaredir.
- Bir ayrıt uzunluğu a birim olan düzgün dört yüzlünün hacmi $\frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$ birimküptür.

Örnek - 12

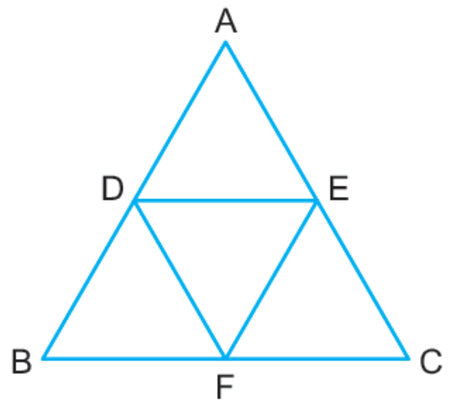
Bir ayrıtının uzunluğu 6 cm olan düzgün dörtyüzlünün hacmi kaç cm^3 tür?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

10. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 11. $\frac{1}{18}$ 12. $18\sqrt{2}$

Örnek - 13

ABC eşkenar üçgeni biçimindeki kâğıtta, D, E, ve F bulundukları kenarların orta noktalarıdır.

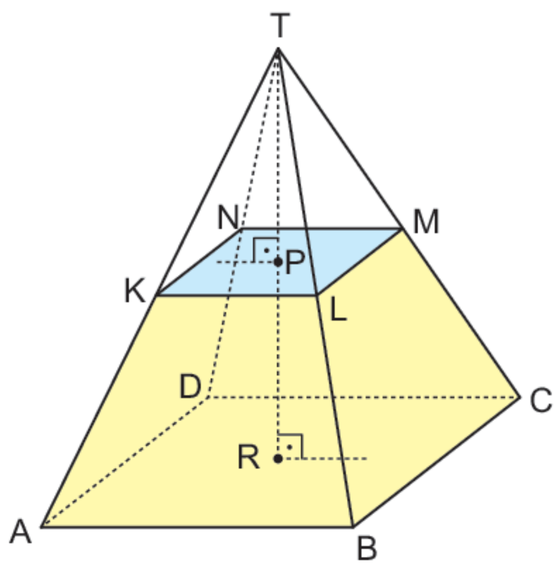


Bu kâğıt DE, DF ve EF doğru parçaları boyunca katlanıp bir üçgen piramit elde ediliyor.

Bu piramidin hacmi $18\sqrt{2}$ birimküp olduğuna göre, ABC üçgeninin çevresi kaç birimdir?

KESİK PİRAMİT

Bir piramit tabanına paralel bir düzlem ile kesilip iki parçaya ayrıldığında piramit olmayan parçasına **"Kesik Piramit"** denir.



$[TP] \perp (KLMN)$

$[TR] \perp (ABCD)$

$$\frac{|TP|}{|TR|} = \frac{|TM|}{|TC|}$$

Kesik piramitlerde benzerlik uygulanabilir.

Benzerlik oranının karesi alanlar oranına eşittir.

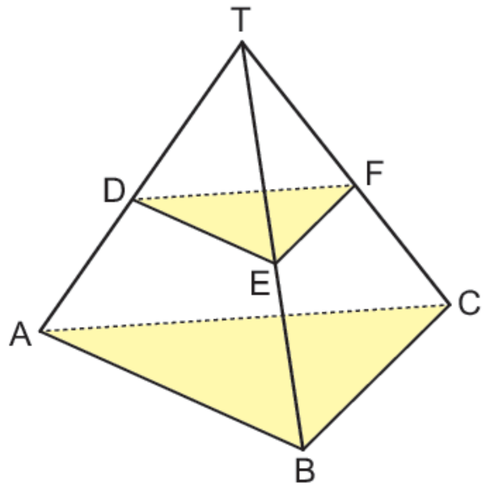
$$\left(\frac{|TP|}{|TR|}\right)^2 = \frac{Alan(KLMN)}{Alan(ABCD)}$$

Benzerlik oranının küpü hacimler oranına eşittir.

$$\left(\frac{|TP|}{|TR|}\right)^3 = \frac{V_{(T,KLMN)}}{V_{(T,ABCD)}}$$

Örnek - 14

Şekildeki piramit, ABC düzlemine paralel olacak şekilde kesilip kesik piramit oluşturuluyor.

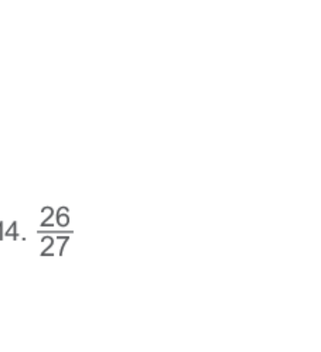


$$\frac{Alan(\widehat{DEF})}{Alan(\widehat{ABC})} = \frac{1}{9}$$

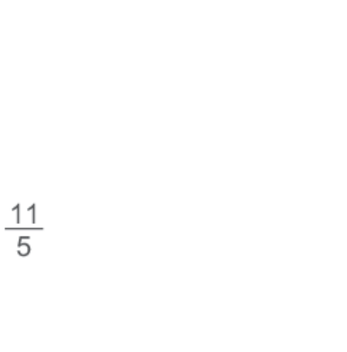
Buna göre, oluşan kesik piramidin hacminin kesilmeden önceki piramidin hacmine oranı kaçtır?

Örnek - 15

İçi boş olan kare dik prizmanın içine yüksekliği kare dik prizmanın yüksekliğine eşit olan düzgün kare dik piramit Şekil 1'deki gibi yerleştirilmiştir.



Şekil 1



Şekil 2

Prizmayla piramit arasına hacmi V_1 birimküp olan su prizmanın yarı yüksekliğine kadar doldurulmuştur. Sonra piramit Şekil 2'deki gibi ters çevrilmiş ve bir miktar su prizmanın yarı yüksekliğine kadar doldurulmuştur. Bu durumda suyun hacmi V_2 birimküptür.

Buna göre, $\frac{V_2}{V_1}$ oranı kaçtır?

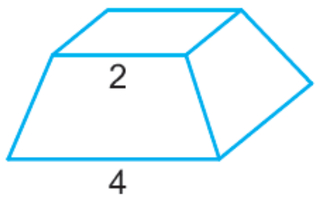
(Bu işlemler sırasında piramite su girişi olmamıştır)

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

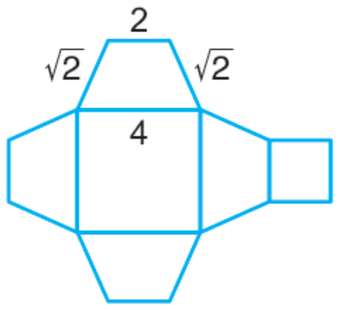
13. 36 14. $\frac{26}{27}$ 15. $\frac{11}{5}$

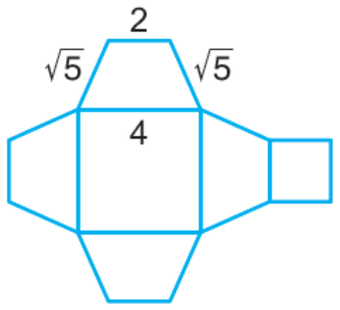
Örnek - 16

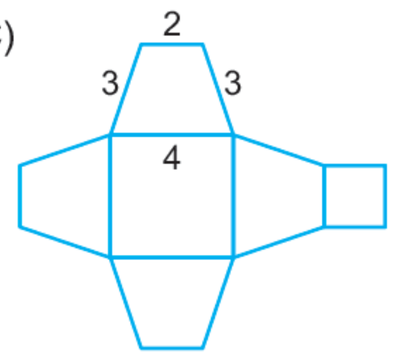
Yukarıda tabanları kare, yan yüzleri yamuk olan kesik dik piramidin hacmi $\frac{28\sqrt{3}}{3}$ cm^3 tür.

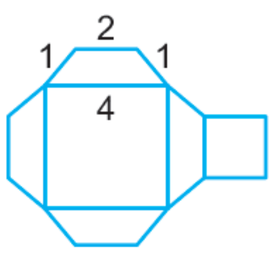


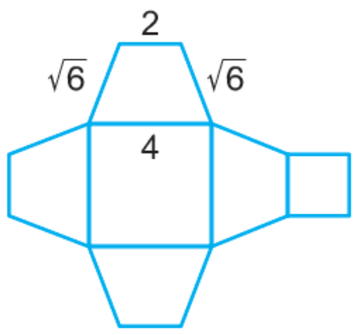
Karelerin birer kenar uzunluğu 2 cm ve 4 cm olduğuna göre, bu piramidin açınımı aşağıdakilerden hangisidir?

A)


B)


C)


D)


E)


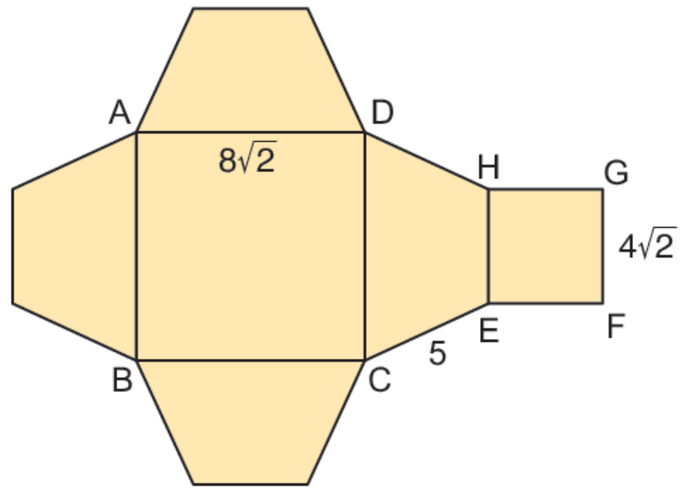
Örnek - 17

Yüksekliği 14 cm, yarıçapı 6 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki bir sürahinin tamamı suyla doludur. Bu suyun tamamı, taban yarıçapları 2 cm ve 4 cm olan kesik koni biçimindeki 12 bölmeli buzluğa konuluyor.

Bölmelerin hepsinin tam olarak dolduğu ve bölmelerden suyun taşmadığı bilindiğine göre, bir bölmenin yüksekliği kaç birimdir?

Örnek - 18

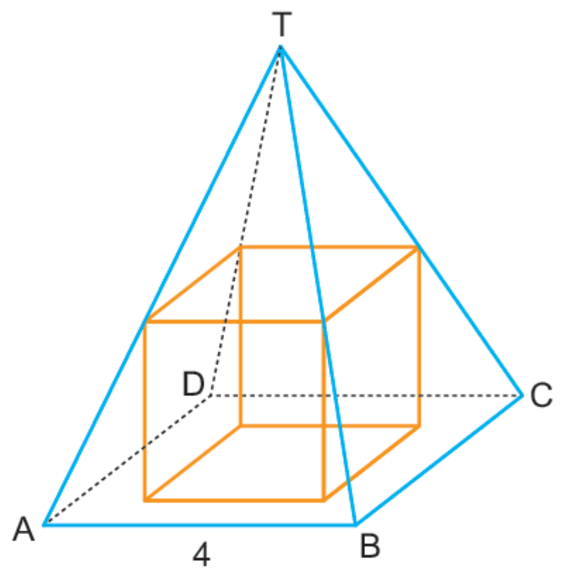
Şekilde, kesik piramidin açınımı ve birim cinsinden bazı uzunlukları verilmiştir.



Buna göre, kesik piramidin hacmi kaç birimküptür?

Örnek - 19

Taban ayrıtının uzunluğu 4 birim olan kare dik piramidin içine şekildeki gibi tabanları çakışık ve dört köşesi piramidin ayrıtları üzerinde olan bir küp yerleştirilmiştir.



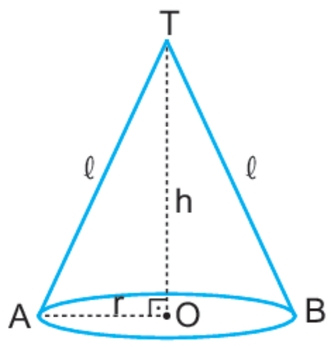
Küpün hacmi 27 birimküp olduğuna göre, piramidin hacmi kaç birimküptür?

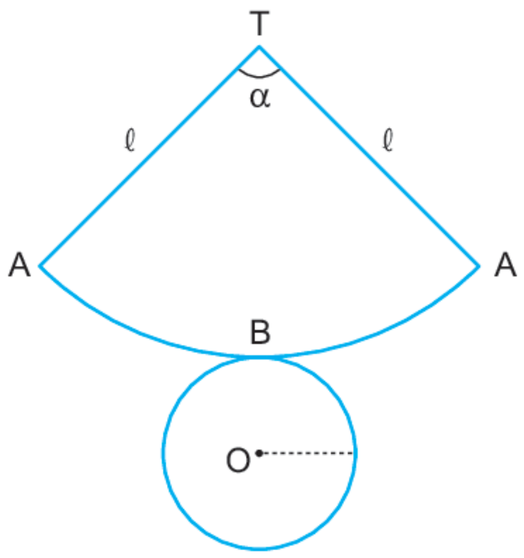
Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

16. B 17. $\frac{9}{2}$ 18. 224 19. 64

KONİ

Bir düzlem içindeki dairenin her noktasını, düzlem dışındaki bir noktaya birleştiren doğru parçalarının meydana getirdiği geometrik şekle koni denir.





r: Yarıçap

ℓ:Ana Doğru

- Hacim = $\frac{\text{Taban alanı} \times \text{Yükseklik}}{3}$

  $= \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$

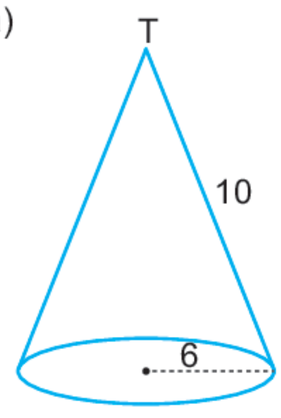
- Alan = Taban Alanı + Yanal Alan

  $= \pi r^2 + \pi r \ell$

- $\frac{r}{\ell} = \frac{\alpha}{360}$

Öğrenme

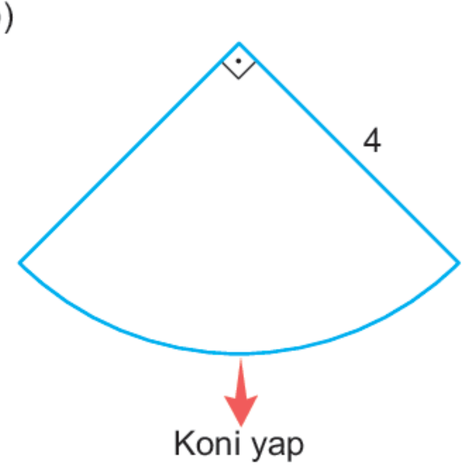
a)



Alan = ?

Hacim = ?

b)



Koni yap

Hacim = ?

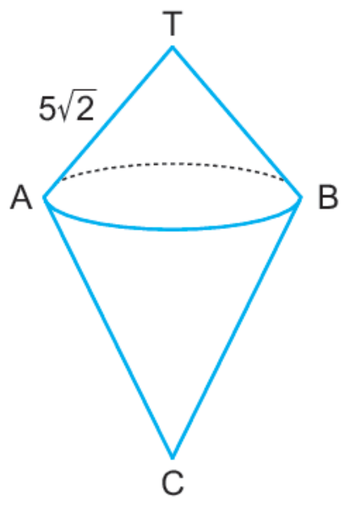
a) $A = 96\pi$, $V = 96\pi$ b) $\frac{\sqrt{15}\,\pi}{3}$

Örnek - 1

Taban alanı 36π birimkare olan ve ana doğru parçasının uzunluğu 10 birim olan bir dik koninin tabanından alınan bir noktanın tepe noktasına olan uzaklıkları hangi aralıkta değer alır?

Örnek - 2

Taban çaplarının uzunluğu 10 cm olan iki dik dairesel koni şekildeki gibi yapıştırılıyor.



$|TA| = 5\sqrt{2}$ cm

Koniler üzerinde seçilen iki nokta arasındaki uzaklık en çok 17 cm olduğuna göre, alttaki koninin ana doğrusunun uzunluğu kaç cm'dir?

Örnek - 3

Taban çapının uzunluğu ile ana doğru parçasının uzunluğu birbirine eşit olan dik dairesel koninin taban alanının yanal alanına oranı kaçtır?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

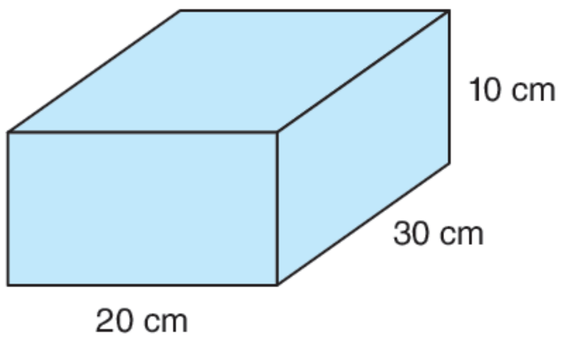
Örnek - 4

Taban yarıçapı 3 cm olan dik dairesel koninin hacmi 12π cm^3 tür.

Buna göre, koninin yanal alanı kaç cm^2 dir?

Örnek - 5

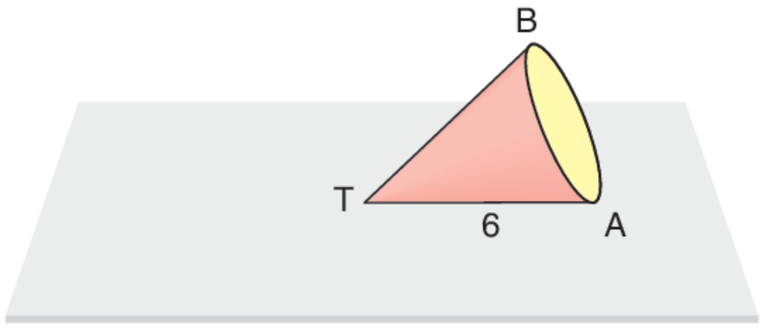
Ayrıt uzunlukları şekildeki gibi verilen bir dikdörtgenler prizması şeklindeki tahta parçası yontularak bir dik dairesel koni yapılıyor.



Buna göre, oluşabilecek konilerden en büyük olanının hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek - 6

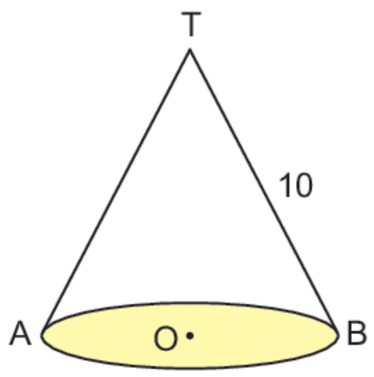
Şekildeki koni, ana doğru parçası zeminde olacak şekilde yan yatırılmıştır.



Koninin T köşesi sabit kalacak biçimde zeminde 2 tam tur döndürüldüğünde A köşesi aynı yere gelmektedir.

$|TA| = 6$ birim olduğuna göre, koninin hacmi kaç birimküptür?

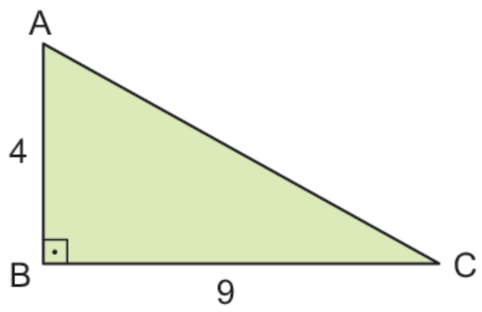
Örnek - 7



$|TB| = 10$ birim

Şekildeki dik dairesel koninin taban merkezinin ana doğrusuna olan uzaklığı 4 birim olduğuna göre, koninin hacmi en çok kaç birimküptür?

Örnek - 8



$[AB] \perp [BC]$

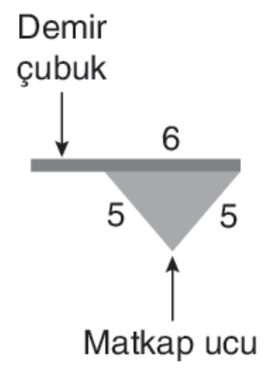
$|AB| = 4$ cm

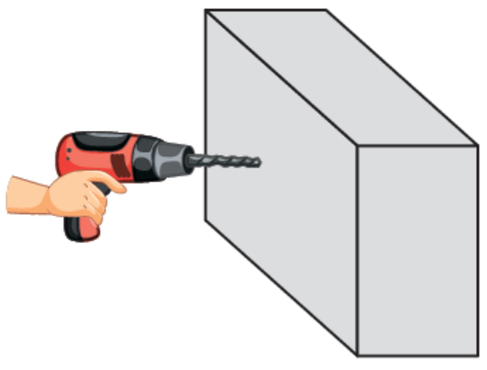
$|BC| = 9$ cm

Şekildeki ABC üçgeni biçimindeki kartonun BC etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan dönel cismin hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek - 9

Matkap tahta, maden, beton, çelik, demir, mermer gibi sert maddeler üzerinde delik açmaya yarayan alettir. Şekildeki matkabın ucu dönerek duvarda delik açar.





Matkabın ucu kenar uzunlukları 5 cm, 5 cm ve 6 cm olan üçgensel levhadır ve demir çubuğa sabitlenmiştir.

Demir çubuk zemine paralel olacak şekilde tutulup matkap ile duvarda 8 cm derinliğinde bir delik açıldığında oluşan deliğin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

4. 15π 5. $\frac{1000\pi}{3}$ 6. $9\sqrt{3}\pi$ 7. $\frac{160\sqrt{5}}{3}$ 8. 48π 9. 60π

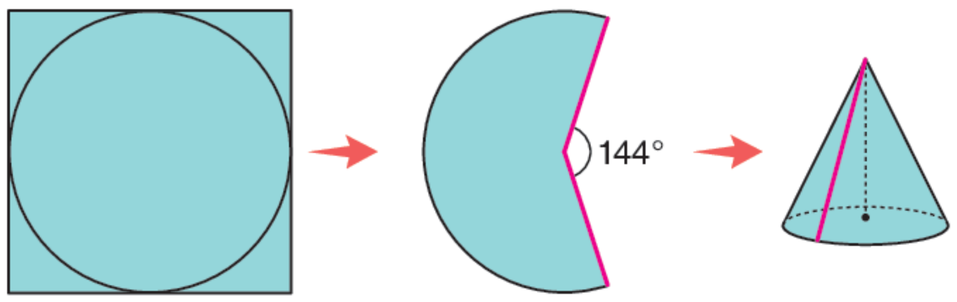
Örnek - 10

Yarıçapı 4 cm olan yarım daire şeklindeki bir karton kıvrılarak ağzı açık bir dik dairesel koni yapılıyor.

Buna göre, koninin hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek - 11

Kare şeklindeki bir kâğıttan en büyük alanlı bir daire kesiliyor. Sonra bu daireden merkez açısı 144° bir dilim kesilerek çıkarılıyor.

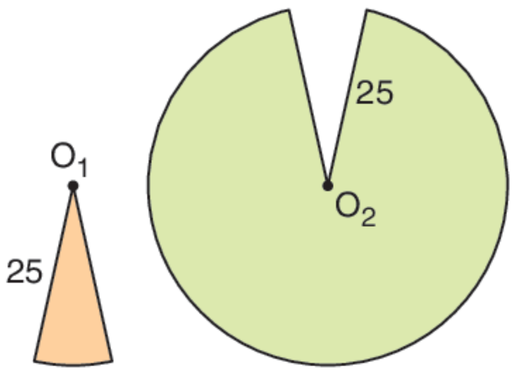


Kalan kısım, kırmızı çizgiler çakışacak biçimde şekilde gösterildiği gibi birleştirilerek bir dik dairesel koni oluşturuluyor.

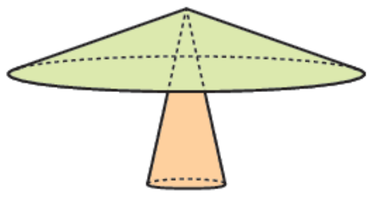
Koninin hacmi 12π birimküp olduğuna göre, karenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 12

Yarıçap uzunlukları 25 cm olan O_1 ve O_2 merkezli daire dilimi şeklindeki iki karton kıvrılarak koni yapıldığında konilerden birinin yüksekliğinin uzunluğu diğerinin taban yarıçapının uzunluğuna eşit oluyor.



Şekil 1



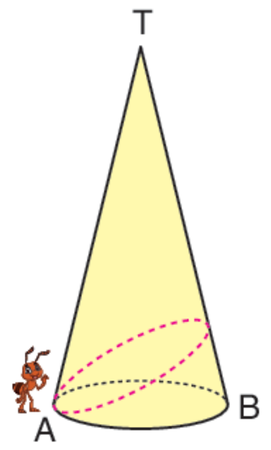
Şekil 2

Koniler Şekil 2'deki gibi tepe noktaları çakışık ve taban düzlemleri birbirine paralel olacak biçimde iç içe konulduğunda taban düzlemleri arasındaki uzaklık 17 cm oluyor.

Buna göre, Şekil 1'deki daire dilimlerinin merkez açılarının oranı kaç olabilir?

Örnek - 13

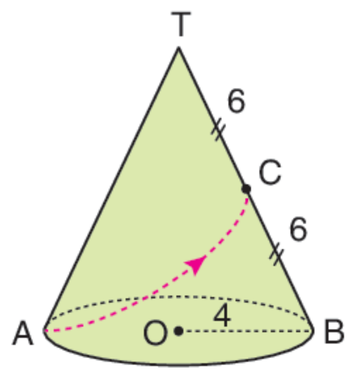
Taban yarıçapı 5 cm ana doğrusunun uzunluğu 20 cm olan koninin A köşesindeki karınca koninin yan yüzeyi üzerinden şekildeki gibi ilerleyerek tekrar A noktasına geliyor.



Buna göre, karıncanın alabileceği en kısa yol kaç cm'dir?

Örnek - 14

Dik dairesel koni şeklindeki bir dağın A ve C köyleri arasında bir patika yol vardır.



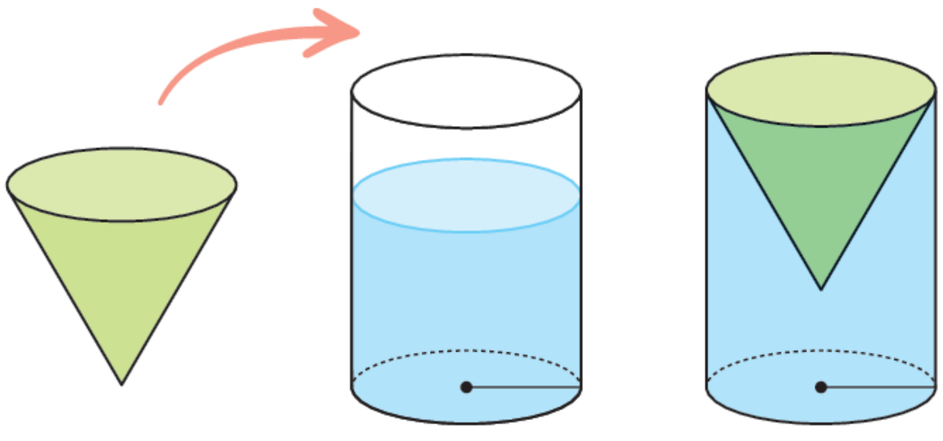
$|OB| = 4$ km

$|TC| = |CB| = 6$ km

Buna göre, patikanın uzunluğu en az kaç km'dir?

Örnek - 15

Şekil 1'de yüksekliği 6 cm olan dik dairesel koni şeklinde bir tıpa, Şekil 2'de ise 10 cm yüksekliğine kadar su dolu olan bir dik silindir verilmiştir.



Şekil 1 Şekil 2 Şekil 3

Tıpa silindire takılırsa silindirin içindeki su miktarı azalmadan Şekil 3'deki görüntü oluşuyor.

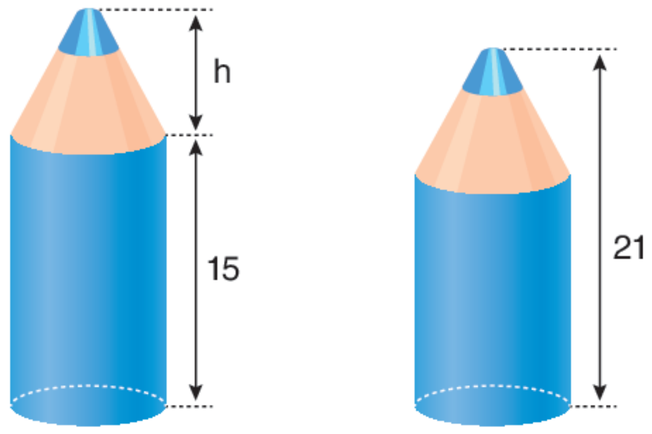
Buna göre, silindirin yüksekliği kaç cm'dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

10. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$ 11. 100 12. $\frac{7}{24}$ 13. $20\sqrt{2}$ 14. $6\sqrt{3}$ 15. 12

Örnek - 16

Yüksekliği 15 cm olan dik silindir ile aynı tabanlı ve yüksekliği h cm olan bir dik koniden oluşan kalem Şekil 1'de gösterilmiştir.



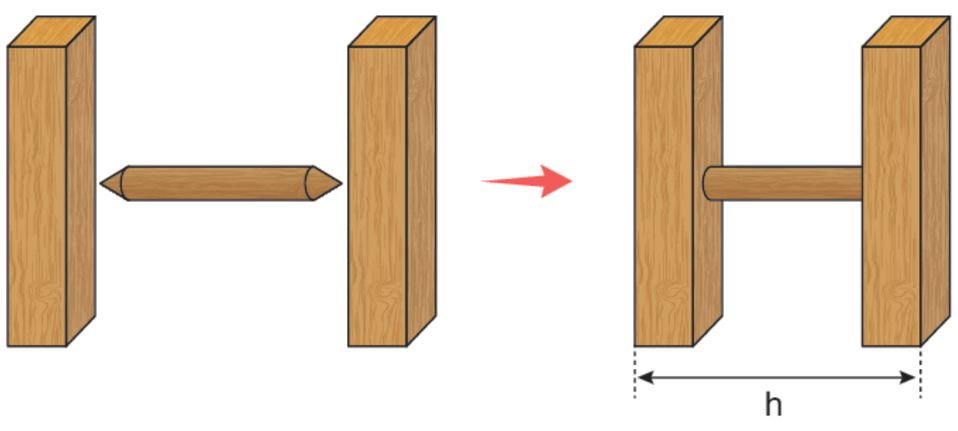
Şekil 1 Şekil 2

Bu kalem silindirin tabanına paralel bir düzlemle silindir kısmından kesildiğinde yüksekliği 21 cm olmaktadır. Bu durum Şekil 2'de gösterilmiştir.

Şekil 1'deki silindirin hacmi ile Şekil 2'deki kalemin hacmi birbirine eşit olduğun göre, h kaçtır?

Örnek - 17

Uçlarından ikisi açılmış olan bir tahta çubuğun gövdesi dik dairesel silindir, açılmış uçları ise yüksekliği 1 birim olan dik dairesel koni şeklindedir. Kare prizma şeklindeki özdeş tahta bloklarının taban ayrıt uzunluğu ise 2 birimdir.

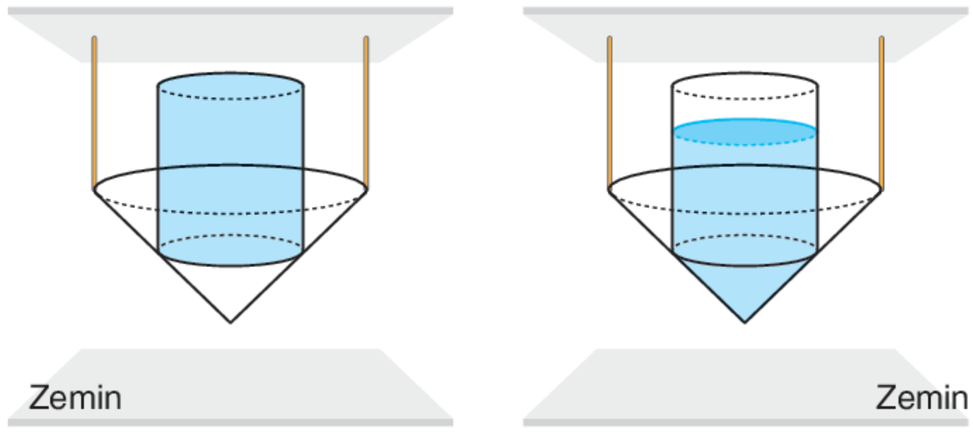


Tahta çubuğun koni biçimindeki kısımlarının tahta blokların içine monte edilmesiyle oluşturulan H harfi şekilde gösterilmiştir.

Tahta çubuğun monte edilmesinden sonra tahta çubuğun görünen hacminin %10 oranında azaldığı bilindiğine göre, h uzunluğu kaç birimdir?

Örnek - 18

Yüksekliklerinin uzunlukları 18'er birim olan içi boş bir dairesel dik koni ve içi su dolu silindir Şekil 1'deki gibi tabanları zemine paralel olacak şekilde ipler yardımıyla dengede durmaktadır.



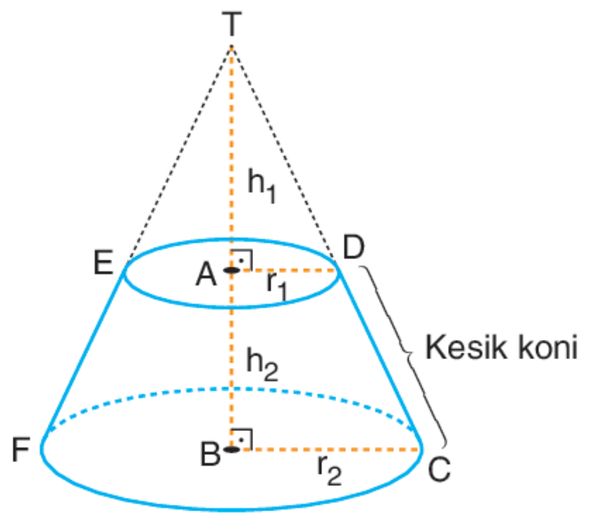
Şekil 1 Şekil 2

Silindirin tabanından bir delik açılıp suyun koninin içine akması sağlandığında Şekil 2'deki görüntü oluşmuştur.

Şekil 1'de verilen koninin hacminin silindirin hacmine oranı 3 olduğuna göre, Şekil 2'deki silindirin boş kısmının yüksekliği kaç birimdir?

KESİK KONİ

Bir koni tabanına paralel bir düzlem ile kesilip iki parçaya ayrıldığında, koni olmayan parçaya **"Kesik Koni"** denir.



Kesik konide banzerlik uygulanabilir.

- $\frac{h_1}{h_1 + h_2} = \frac{|TD|}{|TC|} = \frac{r_1}{r_2}$ dir.
- Benzerlik oranının karesi alanlar oranına eşittir.

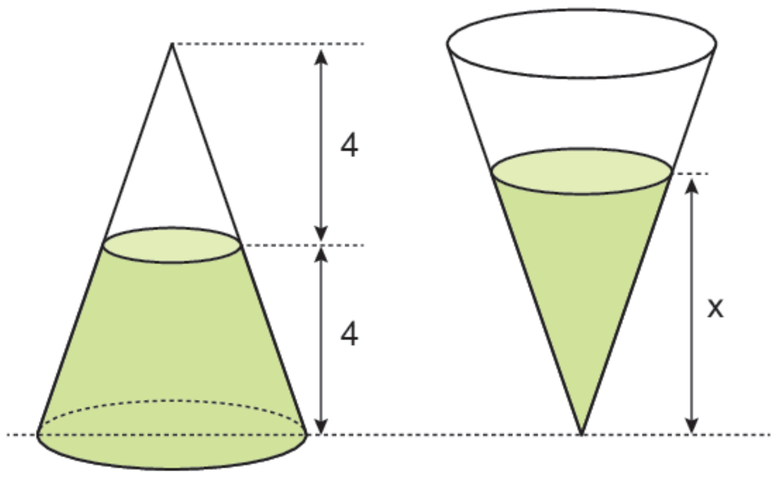
$$\left(\frac{|TD|}{|TC|}\right)^2 = \frac{\text{A merkezli dairenin alanı}}{\text{B merkezli dairenin alanı}}$$

- Benzerlik oranının küpü hacimler oranına eşittir.

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

Örnek - 19

Şekil 1'de yüksekliği 8 birim olan bir dik koninin yarısına kadar su doldurulmuştur. Bu koni Şekil 2'deki gibi taban düzlemi ile su yüzeyi paralel olacak şekilde ters çevriliyor.

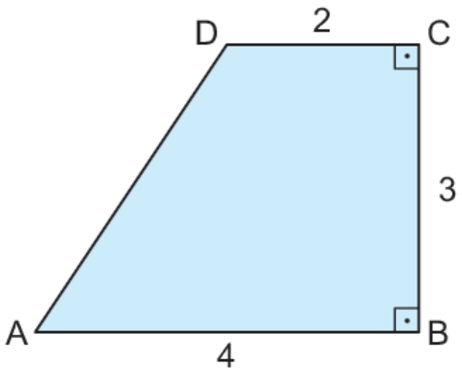


Şekil 1 Şekil 2

Buna göre, Şekil 2'deki suyun yüksekliği kaç birimdir?

Örnek - 20

Şekildeki ABCD dik yamuğu şeklindeki bir levha [BC] kenarı etrafında 360° döndürülüyor.



$|AB| = 4$ birim

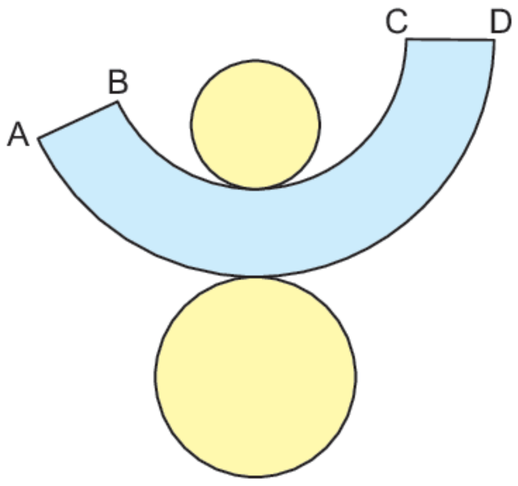
$|BC| = 3$ birim

$|CD| = 2$ birim

Buna göre, oluşan dönel cismin hacmi kaç birimküptür?

Örnek - 21

Şekilde kesik dik dairesel koninin açınımı verilmiştir.



$|CD| = \sqrt{5}$ cm

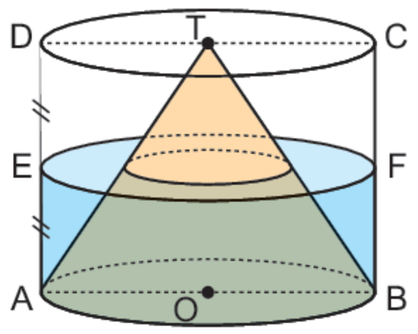
$|\widehat{BC}| = 4\pi$ cm

$|\widehat{AD}| = 6\pi$ cm

Buna göre, kesik koninin hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek - 22

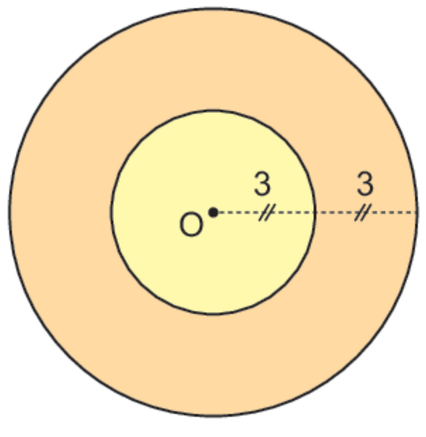
Şekilde, dik silindir şeklindeki bir akvaryumun içerisine (T,AB) konisi yerleştirilmiştir. Akvaryumun yarısına kadar dolması için 10 birimküp su konulmuştur.



Hacmi 3 birimküp olan balıklardan en fazla kaç tane akvaryuma konulursa su taşmaz?

Örnek - 23

Aşağıdaki şekilde yüksekliği 4 birim olan kesik dik koninin üstten görünümü verilmiştir.



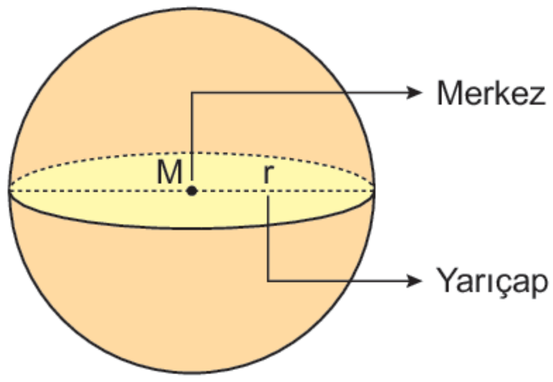
Buna göre, bu koninin yüzey alanı kaç birimkaredir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

19. $4\sqrt[3]{7}$ 20. 28π 21. $\frac{38\pi}{3}$ 22. 7 23. 90π

KÜRE

Uzayda sabit bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerine küre denir.

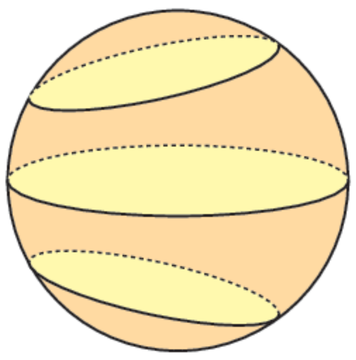


Alan = $4\pi r^2$

Hacim = $\frac{4}{3}\pi r^3$

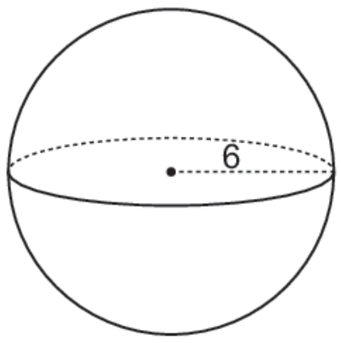
Not

Bir düzlem ile bir kürenin arakesiti bir dairedir.



Öğrenme

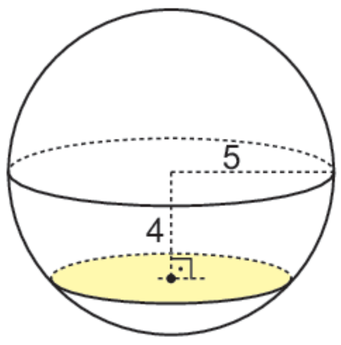
a)



Alan = ?

Hacim = ?

b)



Taralı Alan = ?

a) A = 144π, V = 288π b) 9π

Alanı | 2

Örnek - 1

Bir kürenin yarıçap uzunluğu, çapının uzunluğu 10 cm olan başka bir kürenin merkezinden 4 cm uzaklıktaki kesitinin çap uzunluğuna eşit olduğuna göre, kürenin hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek - 2

Yarıçapı r olan bir küre ile taban yarıçapları r olan bir dik dairesel silindir ve bir dik dairesel koni veriliyor.

Bu üç cismin yüzey alanları eşit olduğuna göre,

I. Silindirin yüksekliği r dir.

II. Koninin yüksekliği 3r dir.

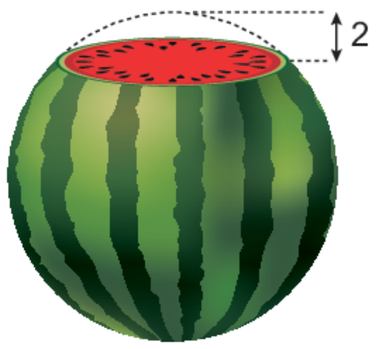
III. Koninin hacminin, silindirin hacmine oranı $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ tür.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

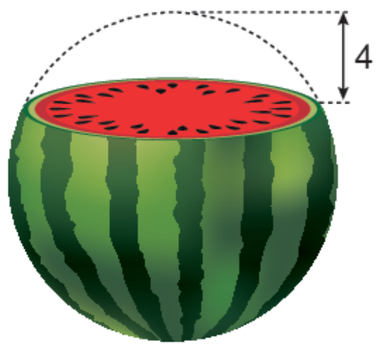
A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

Örnek - 3

Küre biçimindeki bir karpuz tepesinden 2 cm uzaklıktaki yatay düzlemle Şekil 1'deki gibi kesiliyor ve üst kısmı atılıyor.



Şekil 1



Şekil 2

Daha sonra, kalan karpuz üst yüzünden 2 cm uzaklıktaki yatay düzlemle Şekil 2'deki gibi tekrar kesiliyor ve üst kısmı atılıyor.

Şekil 1'de oluşan dairesel kesitin tüm alanı 36π cm^2 dir.

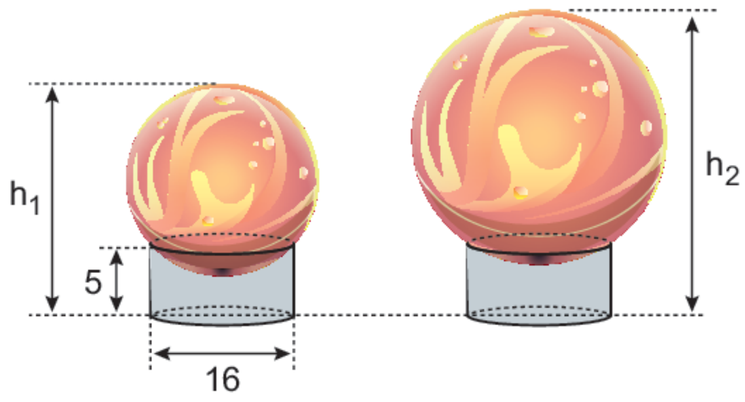
Şekil 2'de oluşan dairesel kesitte karpuz kabuğunun kalınlığı 3 cm olduğuna göre, dairesel kesitteki kırmızı bölgenin alanı kaç π cm^2 dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

1. 288π 2. C 3. 25

Örnek - 4

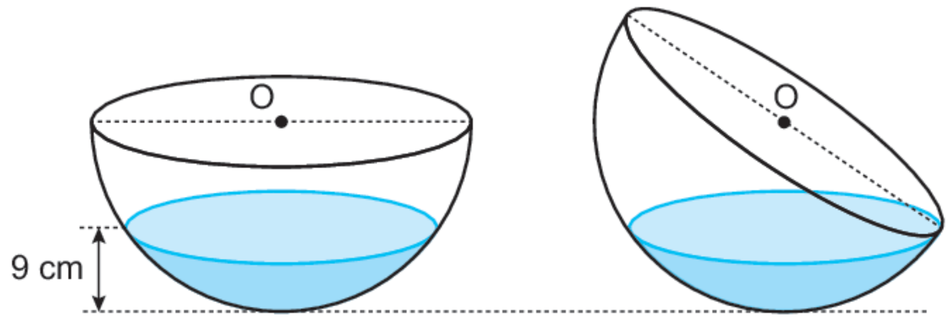
Bir spor mağazasının camekanında sergilenmek üzere zeminde bulunan ve taban çapı 16 cm, yüksekliği 5 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki desteğin üzerine, yarıçapı 10 cm olan küre biçimindeki top yerleştirildiğinde topun tepe noktasının zemine olan uzaklığı h_1, yarıçapı 17 cm olan küre biçimindeki top yerleştirildiğinde ise topun tepe noktasının zemine olan uzaklığı h_2 olmalıdır. Bu durumlar sırasıyla Şekil 1 ve Şekil 2'de gösterilmiştir.



Buna göre, $h_2 - h_1$ farkı kaç birimdir?

Örnek - 5

O merkezli yarım küre şeklindeki bir kap içerisinde 9 cm yüksekliğinde su vardır.



Kap içerisindeki su tam dökülme konumuna gelinceye kadar yana yatırılınca kabın zemine en uzak noktasının zemine uzaklığı 25 cm olduğuna göre, suyun dairesel yüzeyinin alanı kaç cm^2 dir?

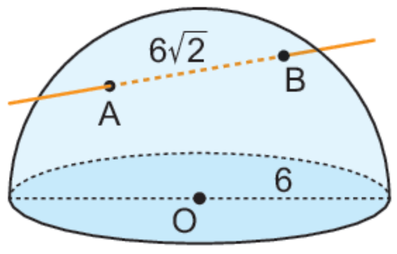
Örnek - 6

Küre şeklindeki bir tahta yontularak bir ayrıtının uzunluğu $2\sqrt{3}$ cm olan bir küp elde ediliyor.

Buna göre, yontulmadan önce kürenin yüzey alanı <u>en az</u> kaç cm^2 dir?

Örnek - 7

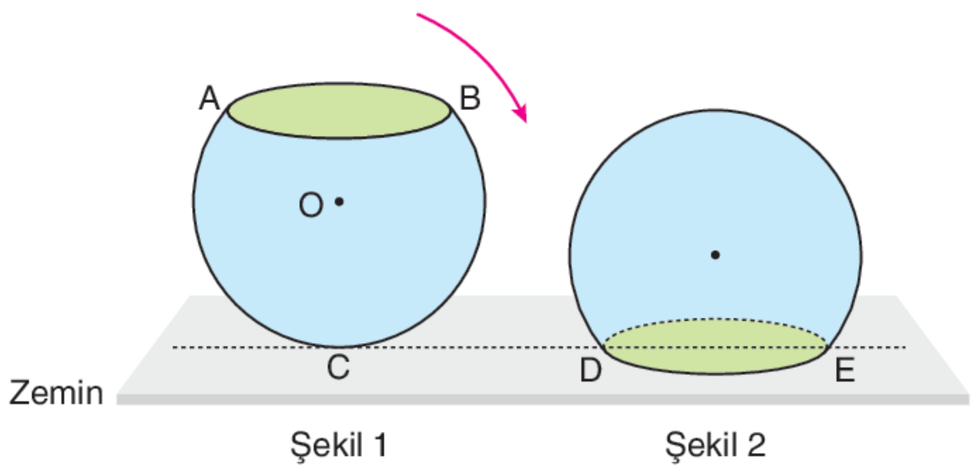
Yukarıdaki şekilde d doğrusu ile O merkezli kürenin A ve B noktalarında kesişimi gösterilmiştir.



Kürenin yarıçapı 6 cm ve $|AB| = 6\sqrt{2}$ cm olduğuna göre, kürenin yüzeyinde hareket eden bir karıncanın A noktasından B noktasına gitmek için aldığı yol <u>en az</u> kaç cm'dir?

Örnek - 8

Şekil 1'de bir kürenin zemine paralel olacak şekilde kesilmiş hali gösterilmiştir. Kesit yüzeyinin çapı $4\sqrt{3}$ cm ve kesit yüzeyinin zemine uzaklığı 6 cm'dir.



Kesilen küre ok yönünde, izlediği yol doğrusal olacak şekilde [AB] çaplı kesit yüzeyi zemin üzerinde kalıncaya kadar yuvarlanarak Şekil 2'deki gibi duruyor.

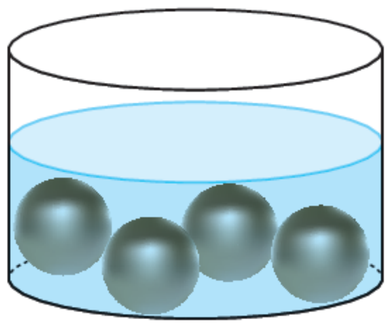
Buna göre, |CD| uzunluğu <u>en az</u> kaç cm'dir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

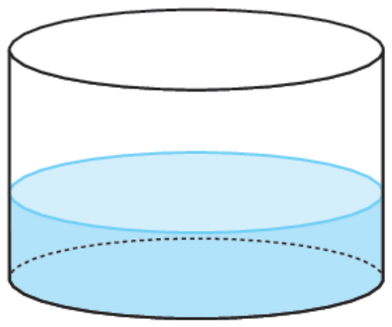
4. 16 5. 225π 6. 36π 7. 3π 8. $\frac{8\pi}{3}$

Örnek - 9

Yarıçapı 12 birim olan dik dairesel silindir biçimindeki kabın içinde 3 birim yarıçaplı küre biçiminde dört adet demir bilyenin konumu Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1



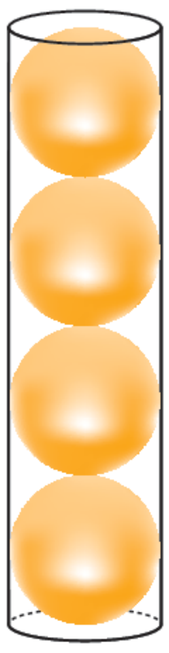
Şekil 2

Bilyelerin hepsinin kaptan çıkarılmasıyla suyun yüksekliğinin h birim azalması Şekil 2'de gösterilmiştir.

Buna göre, h kaçtır?

Örnek - 10

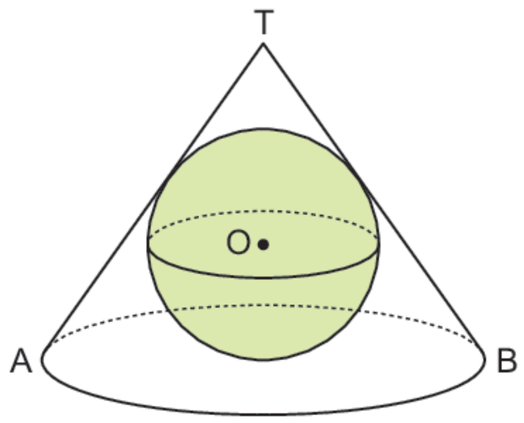
Hacimleri 4 cm^3 olan küreler yandaki şekildeki gibi bir dik silindirin içine üst üste konmuştur.



Buna göre, silindirin hacmi <u>en az</u> kaç cm^3 tür?

Örnek - 11

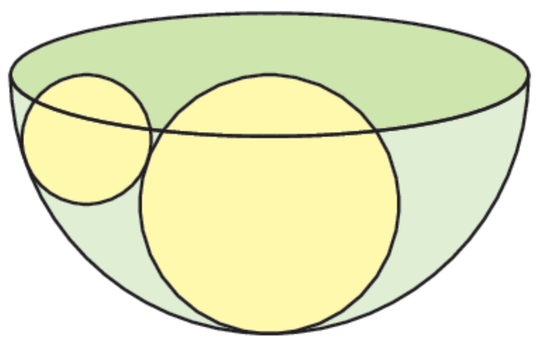
Şekilde yanal alanı 60π birimkare olarak verilen bir koninin içine, koninin yan yüzeyine ve tabanına teğet olacak şekilde bir küre konmuştur.



Koninin taban yarıçapı kürenin yarıçapının 2 katı olduğuna göre, kürenin yüzey alanı kaç birimkaredir?

Örnek - 12

Yarıçap uzunluğu 12 birim olan yarım küre şeklindeki bir tabağın içine en büyük hacimli bir top konduktan sonra başka bir top daha konuluyor.

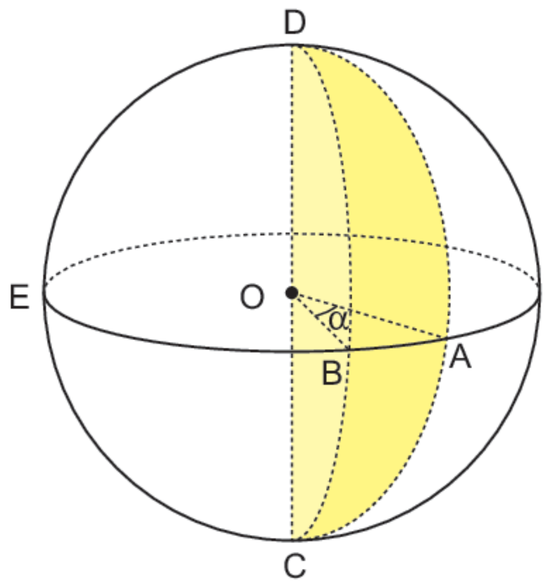


Topların her ikisinin de <u>tamamı tabağın içinde</u> olduğuna göre, küçük topun hacmi <u>en çok</u> kaç birimküptür?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

9. 1 10. 24 11. 36π 12. 36π

Not



Bir kürenin bir çapından geçen iki yarım düzlem arasındaki merkez açının ölçüsü α ise,

a) Küre diliminin yüzey alanı,

$$4 \cdot \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{\pi r^2 \alpha}{90^\circ} \text{ dir.}$$

b) Küre diliminin tüm alanı,

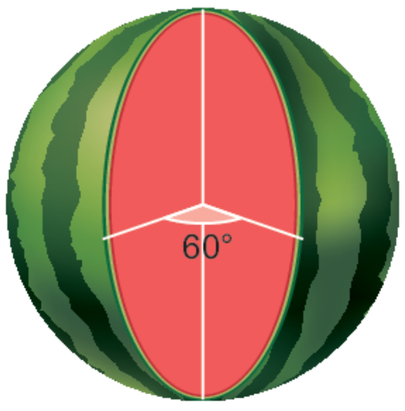
$$4 \cdot \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} + 2 \cdot \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi r^2 \alpha}{90^\circ} + \pi r^2 \text{ dir.}$$

c) Küre diliminin hacmi,

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{\pi r^3 \alpha}{270^\circ} \text{ dir.}$$

Örnek - 13

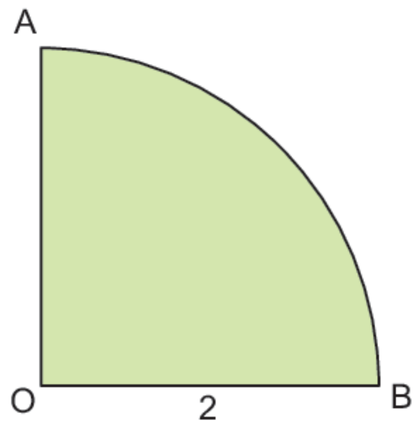
Çapı 12 cm olan küre biçimindeki bir karpuzdan şekildeki gibi 60° lik bir karpuz dilimi kesiliyor.



Buna göre, karpuz diliminin tüm yüzeyinin alanı kaç cm^2 dir?

Örnek - 14

Aşağıdaki şekilde yarıçapı 2 birim olan çeyrek daire şeklindeki demir bir levha verilmiştir.



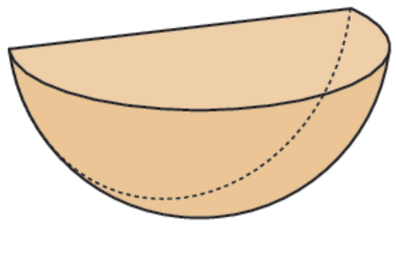
Buna göre demir levha,

a) [OA] etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin yüzey alanı kaç birimkaredir?

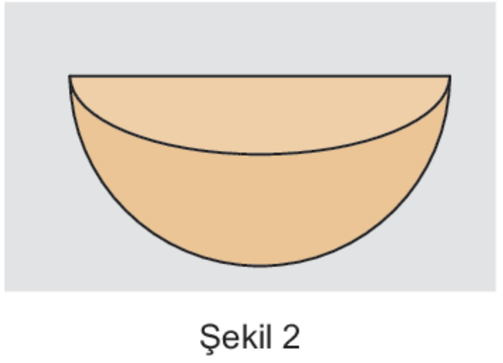
b) [OA] etrafında 90° döndürülürse oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

Örnek - 15

Şekil 1'de verilen küre parçasının iki yüzeyi birbirine dik yarım dairedir. Bu küre parçası Şekil 2'deki gibi düzlemsel bir yüzeyi üzerinden duvara yapıştırılıp üzerine süs eşyaları konacaktır.



Şekil 1



Şekil 2

Küre parçasının Şekil 2'de duvarda kapladığı alan 18π cm^2 olduğuna göre, hacmi kaç cm^3 tür?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

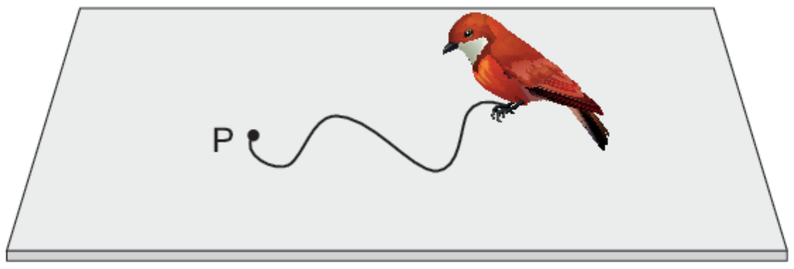
13. 60π

14. a) 12π b) $\frac{4\pi}{3}$

15. 72π

Örnek - 16

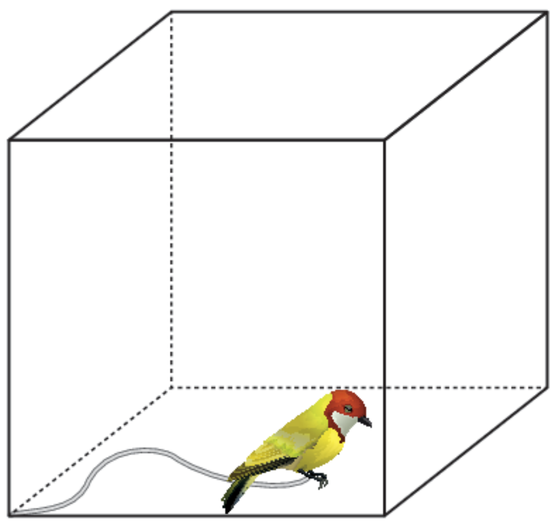
Bir kuş, bir ucu düz bir zemin üzerindeki P noktasında olan 4 m uzunluğundaki esnek olmayan bir iple ayağından bağlanmıştır.



Kuş hareket ettiğinde kuşun gezinebileceği bölgenin hacmi en çok kaç m^3 tür?

Örnek - 17

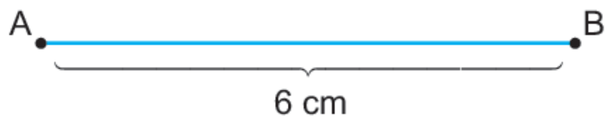
Bir kuş, küp şeklindeki bir odada, odanın bir köşesine sabitlenmiş 4 m uzunluğundaki bir iple ayağından bağlanmıştır.



Kuş hareket ettiğinde kuşun gezinebileceği bölgenin hacmi en çok kaç m^3 tür?

(Not: Küpün ayrıt uzunluğu 4 m'den büyüktür.)

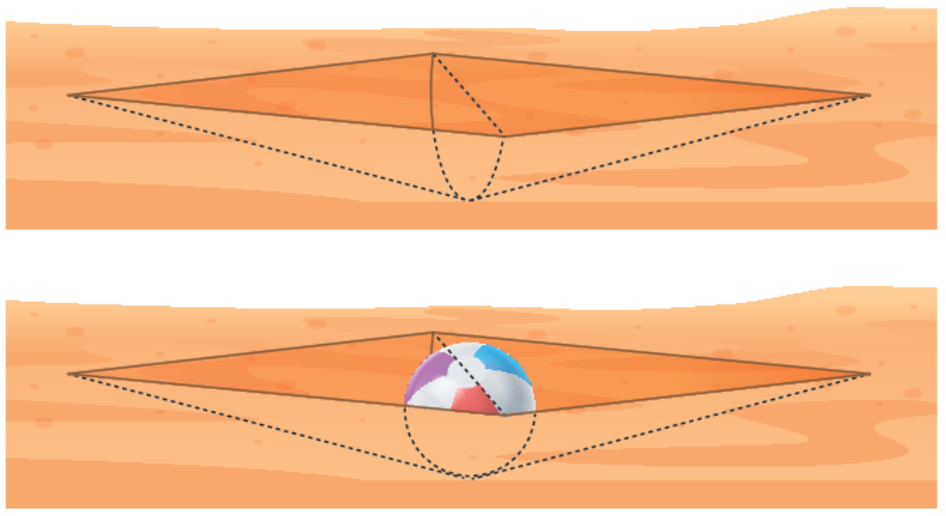
Örnek - 18



Uzayda [AB] doğru parçasına 2 cm uzaklıktaki noktaların oluşturduğu yüzeyin, kapsadığı bölgenin hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek - 19

Kumsalda kum ile oynayan Peri, düz bir zemin üzerinde yarıçapı 8 birim, yüksekliği 15 birim olan ve tabanları çakışık olan iki yarım koni elde edecek şekilde kumu kazıyor. Sonra küre biçimindeki deniz topunu kazdığı kumun en derin kısmına yerleştirdiğinde topun tepe noktasının kumsal yüzeyi ile aynı seviyeye geldiğini görüyor.



Buna göre, Peri'nin deniz topunun yarıçap uzunluğu kaç birimdir?

Kenan Kara ile Geometri (Youtube Kanalı)

16. $\frac{128\pi}{3}$ 17. $\frac{32\pi}{3}$ 18. $\frac{104\pi}{3}$ 19. $\frac{15}{4}$