

Keyifli Okumalar Dileriz

Binlerce kategoride milyonlarca PDF e-kitap, ders kitapları, dergiler ve romanlara platformumuz üzerinden ücretsiz ulaşabilirsiniz.

RESMİ WEB SİTEMİZ

<https://rantey.org>

Yedek ve Duyuru Kanallarımız

Sitemize erişim engeli gelmesi veya adres değişikliği durumunda aşağıdaki kanallardan güncel giriş adresine erişebilirsiniz:

- Telegram: <https://t.me/birkitapbir>
- WhatsApp Kanalımız : <https://whatsapp.com/channel/0029VbDHv8uE50Us4lvMoc0Y>

51645823478 0458234 158463 785 5823470 4755
087525803258 5885164 8920145 9703 54582012589 21535
5421456789653 79585164 01459763 1479 474884790145 25800
92014 003234785 58979864 3597 974714 01258 64215
014448 001891867 546894684 8970 297142 12589 642153
032646 3147 02392 7690 1007 2880 804632 78268 152387
501647 64215 84698 5205 4227 8965 001645 23389 597635
147179 1452 86171 4261 6229 8642 710014 91920 567890
582689 5976 87941 3278 4846 2014 16032697195 997988
478625 5517 38705 0045 2142 8001 214478546715 889703
789108 6416 39508 2745 9119 5314 406823 792478 015846
201358 528982 16710 7724 4535 9001 911203 45791 47951
145689 8006617898714 6968 78897032 872501 885719 153590
124560 314795546808 0049 08258000 129214 542152 523897
125477 2153 02587 0345 58965314 864582 791542 532580
785369 5238 78528 5049 9864215 007478 221579 789655
234781 97632 47938 1479 5201452 048258 147896 178546
703794 82501 91664 5579 4895203 808965 479545 323475
800486 52147 791145 5458 1632147 711425 276651 121535

MATEMATİKÇİ Mİ?

MARIO LIVIO

"Livio, pi sayısının olağanüstü gizemini öylesine harika bir şekilde açıklıyor ki, matematikten hoşlanmayanlar bile bu kitaba bayılacak."

— DAN BROWN —

Tanrı daima matematik kullanır.

Yukarıdaki sözü Platon söylemişti. Nobel ödüllü Eugene Wigner, "Nasıl olur da matematik doğa yasalarıyla bu denli uyumlu olabilir?" diye sormuştu. Ve yine büyük düşünür Descartes, "Matematiksel olarak kanıtlanamayan hiçbir şeyi doğru olarak kabul etmem!" demişti. Eski çağlardan bu yana tüm bilim insanları, filozoflar, soyut bir disiplinin doğal dünyayı böylesine kolay bir biçimde açıklamasını hayretle karşılamışlardır. Dahası matematik, zamanında bilinmeyen ve bugün varlıkları kanıtlanan atom zerrecikleri ve kozmik fenomenler hakkında da kehanetlerde bulunmuştur.

Matematik bir buluş mudur yoksa keşfedilmiş bir bilinmeyen mi? Einstein'ın iddia ettiği gibi matematik deneyimlerden bağımsız, insan zihninin ürettiği soyut bir kavram olsaydı, içinde yaşadığımız dünyayı böylesine mükemmel ve kesin bir şekilde tarif edebilir miydi? Veya kehanetlerde bulunabilir miydi?

Hubble Uzay Teleskopu Bilim Enstitüsü Başkanı Mario Livio, Pisagor'dan günümüze dek uzanan matematiksel düşünceleri inceleyerek, aklımızı kurcalayan soruları zekice yanıtlıyor. Bu harika kitap, insan zihninin derinlikleri ile bilim dünyası arasındaki ilişkiyi merak edenler için eşsiz bir rehber olacaktır.

"Tanrı matematikçi mi?" diye soran Mario Livio, tarihle felsefeyi harmanlayıp derin ve tehlikeli sularda büyük bir beceriyle dolaşarak, kolay anlaşılır bir dille yazdığı bu eseri okuyucularına sunuyor... Kitabı okuduğunuzda aradığınız yanıtları kolayca bulacaksınız.

– Sör Michael Atiyah

"1966 Fields Madalyası" ve "2004 Abel Ödülü"



altinkitaplar.com.tr

ISBN 978-975-21-1200-1



9 789752 112001

KDV'den MUAF TIR

KİTABIN ORJİNAL ADI

IS GOD A MATHEMATICIAN?

YAYIN HAKLARI

© 2009 MARIO LIVIO
AKCALI TELİF HAKLARI AJANSI
ALTIN KİTAPLAR YAYINEVİ
VE TİCARET AŞ

BASKI

1. BASIM / ŞUBAT 2015 / İSTANBUL
5. BASIM / AĞUSTOS 2020 / İSTANBUL
ALTIN KİTAPLAR YAYINEVİ
MATBAASI

**BU KİTABIN HER TÜRLÜ YAYIN HAKLARI
FİKİR VE SANAT ESERLERİ YASASI GEREĞİNCE
ALTIN KİTAPLAR YAYINEVİ VE TİCARET AŞ'YE AİTTİR.**

ISBN 978 - 975 - 21 - 1200 - 1

ALTIN KİTAPLAR YAYINEVİ
Gülbahar Mah. Altan Erbulak Sok.
Maya Han Apt. No: 14 Kat: 3 Şişli / İstanbul
Yayınevi Sertifika No: 44011

Tel: 0.212.446 38 88 pbx
Faks: 0.212.446 38 90

<http://www.altinkitaplar.com.tr>
info@altinkitaplar.com.tr

TANRI

MATEMATİKÇİ Mİ?

MARIO LIVIO

TÜRKÇESİ
BERNA GÜLPINAR

Sofie'ye...

İÇİNDEKİLER

Önsöz	9
1. Mucize	11
2. Mistikler: Numerolog ve Filozof	26
3. Büyücüler: Usta ve İsyankâr	55
4. Büyücüler: Şüpheci ve Dev	103
5. İstatistikçiler ve Olasılıkçılar: Belirsizliğin Bilimi	137
6. Geometriciler: Gelecek Şoku	171
7. Mantıkçılar: Düşünmek ve Mantık Yürütmek	193
8. Akıl Almaz Etkinlik	226
9. İnsan Zekâsı, Matematik ve Evren	250
<i>Notlar</i>	279
<i>Kaynakça</i>	294
<i>Dizin</i>	312

ÖNSÖZ

Kozmosu inceleyen bilim dalı –yani kozmoloji– alanında çalışıyorsanız, posta kutunuz, e-postanız ve faks makineniz, kendi evren teorisini anlatmak isteyen müstakbel *bilimadamlarının* (evet, bu tipler genellikle erkeklerdir!) mektup ve mesajları yüzünden iflas edebilir. Ve bu durum çok geçmeden hayatınızın gerçeklerinden biri olup çıkar. İşte böyle bir durumda yapabileceğiniz en büyük hata, mesajlara nazikçe cevap vermek ve teoriler hakkında daha detaylı bilgi istemek olur. Çünkü bu davranışınızın sonucu, çok daha büyük ve sonu gelmeyen bir mesaj bombardımanıdır. Peki, bu taarruz nasıl önlenebilir? Oldukça faydalı bulduğum taktiklerden biri (hiç cevap vermeme nezaketsizliği kadar etkili olmasa da), şu gerçeğe dikkat çekmektir: Matematik diliyle doğru bir şekilde formüle edilmediği müddetçe, hiçbir teorisinin doğruluğu değerlendirilemez! İşte bu cevap en amatör kozmologları bile *zımk* diye durdurur. İşin aslı şu ki, matematik olmasaydı, günümüz kozmologları tabiatın kanunlarını anlamakta bir arpa boyu yol kat edemezdi. Matematik evrenle ilgili her teorisinin çimentosudur. Bu size şaşırtıcı gelmeyebilir – ama aslında son derece hayret vericidir. Matematik kendi doğası bile bariz değilken, matematik nasıl olur da, en karmaşık teorileri bile deşifre eden bir dile dönüşür? İngiliz filozof Sör Michael Dummett’in bir kere sinde dediği gibi: “Entelektüel disiplinlerin en soyutları olan felsefe ve matematiğin ikisi de, aynı türden bir kafa karışıklığına yol açar: Neyin *nesidir* bu ikisi? Üstelik bu kafa karışıklığının sebebi sadece bilgisizlik de değildir. Ne de olsa, bu iki konunun uzmanları bile bu soruyu cevaplamakta zorlanır.”

İşte bu kitapta elimden geldiğince, matematiğin anlamına ve özellikle de matematik ile gözlemlediğimiz dünya arasındaki ilişkinin doğasına açıklık getirmeye çalışacağım. Amacım kesinlikle kapsamlı bir matematik tarihi sunmak değil. Niyetim sadece, matematiğin evreni keşfetmemizdeki rolünü öne çıkaran bazı kavramların kronolojik evrimini takip etmek.

Bu kitabın uzun hazırlık sürecine doğrudan ya da dolaylı olarak katkıda bulunan pek çok insan var. Sör Michael Atiyah, Gia Dvali, Freeman Dyson, Hillel Gauchman, David Gross, Sör Roger Penrose, Lort Martin Rees, Raman Sundrum, Max Tegmark, Steven Weinberg ve Stephen Wolfram'a, verdikleri fikirler için teşekkür ediyorum. Kurt Gödel'in Amerika'daki Göçmen ve Vatandaşlık Bürosu'nda yaşadıklarını aktaran Oscar Morgenstern'in anlattıklarının tam metnini kullanmama izin veren Dorothy Morgenstern Thomas'a minnettarım. Arşimet Parşömeni'ni deşifre etme çabalarını benimle paylaşma nezaketini gösteren William Christens-Barry, Keith Knox, Roger Easton ve özellikle de Will Noel'e çok teşekkür ediyorum. Ayrıca, matematik tarihinin en nadir dosyalarını ve hayati belgelerini kullanımına sunan Laura Garbolino'ya çok özel teşekkürlerimi sunuyorum. Yine nadir metinlere ulaşmamı sağlayan Johns Hopkins Üniversitesi'ne, Chicago Üniversitesi'ne ve Paris'teki ulusal kütüphane Bibliothèque nationale de France'a teşekkür ediyorum.

Latince çeviriler konusunda bana yardımcı olan Stefano Casertano'ya, kaynakça ve sözel destek konusunda paha biçilmez yardımlarını (ve güler yüzlerini) esirgemeyen Elizabeth Fraser ve Jill Lagerstrom'a minnettarım.

Kitabın taslağını baskıya hazırlama konusundaki profesyonel desteği için Sharon Toolan'a ve çizimleri için Ann Feild, Krista Wildt ve Stacey Benn'e içtenlikle teşekkür ediyorum.

Bu kitabın uzun yazım sürecinin her aşamasında inanılmaz sabrı ve desteğiyle yanımda olan ve bana kendimi şanslı hissetti-ren eşim Sofie'ye minnettarım.

Son olarak, temsilcim Susan Rabiner'a teşekkür etmek istiyorum. Onun teşviki olmasa, bu kitap da olmazdı. Ayrıca, metni titizlikle gözden geçiren ve yorumlarıyla önemli katkılarda bulunan editörüm Bob Bender'a, kitabın prodüksiyonundaki paha biçilmez desteği için Johanna Li'ye, redaksiyon için Loretta Denner ve Amy Ryan'a, kitabın promosyonu için Victoria Meyer ve Katie Grinch'e ve nihayet Simon & Schuster'daki tüm prodüksiyon ve pazarlama ekibine gayretleri için teşekkürü bir borç bilirim.

1. BÖLÜM

MUCİZE

Birkaç yıl önce Cornell Üniversitesi'nde bir konuşma yapıyordum. PowerPoint slaytlarımdan birinde şöyle bir soru vardı: "Tanrı Matematikçi mi?" Soru perdeye yansır yansımaz, ön sıradaki öğrencilerden birinin dehşetle şöyle dediğini duydum: "Aman Tanrım, umarım değildir!"

Elbette sorduğum soruya bir yanıt beklemiyordum. Amacım ne Tanrı'yı tanımlamak için felsefi açıklamalar yapmak, ne de matematik fobisi olanların ödünü patlatmaktı. Aslında amacım sadece, yüzyıllar boyunca en yaratıcı dehaları bile şaşırtmayı başarmış olan bir mucizeyi gözler önüne sermekti – matematik her yerdeydi ve her şeye gücü yetiyordu! Tıpkı Tanrı gibi! Ne de olsa, bunlar ancak ilahi bir varlığa yakıştırılabileceğimiz özelliklerdi. İngiliz fizikçi James Jeans (1877-1946) bir keresinde şöyle demişti: "Kâinatın mimarı mükemmel bir matematikçi olsa gerek." Gerçekten de görünen o ki, matematik sadece evreni değil, insanoğlunun en karmaşık girişimlerini bile müthiş bir isabetle tanımlayıp açıklayabiliyor.

Evrenle ilgili formüller geliştiren fizikçiler... Bir sonraki ekonomik krizi tahmin etmek için kafa patlatan borsacılar... Beyin fonksiyonları üzerine modeller üreten nörobiyologlar... Ya da kendilerine tahsis edilen kaynakları en iyi şekilde kullanmak isteyen askeri istihbarat istatistikçileri... Hepsi matematikten faydalanyor. Dahası, matematiğin farklı dallarında geliştirilen uygulamaları kullanmalarına rağmen, bunların hiçbirisi birbirleriyle

çelişmiyor ve aynı küresel matematiğe işaret ediyor. Peki, matematiğin bu inanılmaz gücü nereden geliyor? Ya da Einstein'ın bir keresinde sorduğu gibi: "Nasıl oluyor da insan zihninin *tecrübeden bağımsız, soyut* bir ürünü olan matematik, gerçek dünyadaki cisimlere inanılmaz derecede uygunluk gösterebiliyor?"

İnsanın matematik karşısında düştüğü bu hayret elbette yeni bir şey değil. Örneğin, Eski Yunan filozoflarından bazıları, özellikle de Pisagor ve Platon, insan müdahalesinden muaf görünen matematiğin evreni tanımlayıp kılavuzluk etmekteki bu bariz yeteneğine hayran kalmıştı. Çağdaş siyaset felsefesinin kurucusu, İngiliz düşünür Thomas Hobbes (1588-1679) da hayranlığını gizleyemeyenler arasındaydı. *Leviathan* adlı başyapıtında, toplumun ve devletin temelini açıklamaya soyunan ve toplumu geometri ilkeleri uyarınca modellemeye çalışan Hobbes, geometriyi bilginin temel yapıtaşı ilan etmiş ve makul olan tek argüman olarak görmüştü:

Dini ve siyasi çatışma dilsel karışıklıktan kaynaklanır. Bu, "iyi"nin ve "doğru"nun ne demek olduğu gibi etik kavramlarla ilgili karışıklığı da içerir. Çatışma ancak terimleri doğru anlarsak engellenebilir. Öyleyse gerçeği arayan biri, önce kullandığı terimlerin anlamını tanımlamalı. Aksi takdirde, kişi kendini bir söz yumağının içinde bulur; tıpkı çalılara takılmış bir kuş gibi. Kurtulmak için uğraştıkça, daha da çok kapana kısıılır. İşte bu yüzden (Tanrı'nın insana bahşetmekten gurur duyduğu tek ilim olan) geometride, insan işe önce terimlerin anlamından başlar. Geometri açık tanımlara dayandığı için kesindir. Öyleyse, siyaset çalışmaları da aynı şekilde geometrik modeli takip etmelidir.

Binlerce yıldır süregelen matematik araştırmalarına, uçsuz bucaksız felsefi tartışmalara rağmen, insanoğlu matematiğin bu inanılmaz gücünün sırrını çözmekte bir arpa boyu yol kat edememiştir. Hatta gizemin daha da derinleştiği bile söylenebilir. Örneğin Oxford'dan ünlü matematiksel fizikçi Roger Penrose,

artık bu gizemin üçe katlandığını düşünmekte. Çünkü Penrose'a göre üç farklı "dünya" var: *zihinsel dünya*, *fiziksel dünya* ve de *matematiksel doğruların Platoncu dünyası*. Birinci dünya, zihinsel algılarımıza, düşünce ve duygularımıza ev sahipliği yapıyor – çocuklarımızın yüzlerine baktığımızda hissettiğimiz keyif, nefes kesici bir günbatımından aldığımız zevk, savaş görüntüleri karşısında duyduğumuz dehşet gibi. Bu dünya aynı zamanda aşkı, kıskançlığı ve önyargıları; müzik, yemek kokusu ve korku karşısında verdiğimiz tepkileri de barındırıyor. İkinci dünya, genel olarak fiziksel gerçeklerin dünyası oluyor. Elle tutulan, gözle görülen gerçek cisimlerin dünyası: Çiçekler, aspirin tabletleri, beyaz bulutlar ve jet uçaklarının yanı sıra, galaksiler, gezegenler, atomlar, bir babun kalbi ve insan beyni de bu dünyaya giriyor. Penrose'a göre bu iki dünyayla kıyaslanabilecek kadar önemli bir gerçekliğe sahip olan matematiksel doğruların Platoncu dünyası ise, matematiğin anavatanı oluyor. 1, 2, 3, 4, ... gibi doğal sayılar, bütün şekiller, Öklid'in geometri teoremleri, Newton'ın hareket yasaları, sicim kuramı, kaos teorisi, hisse piyasalarının davranışlarını tanımlayan matematik modellerinin tamamı bu dünyanın sakinleri. Şimdi gelelim Penrose'un tespit ettiği üçlü gizeme... Neredeyse herkesi şaşkınlığa düşüren bu üç gizemden ilki şu: Fiziksel madde dünyası, matematiksel doğruların dünyasındaki yasalara nasıl oluyor da tıpatıp uyuyor? Bu öyle bir mucize ki, Nobel Fizik Ödülü sahibi Eugene Wigner (1902-1995), Einstein'ı bile hayrete düşüren bu muamma karşısında, şaşkınlığını şöyle dile getirmiş:

Fizik yasalarının formüle edilmesinde matematik dilinin gösterdiği mucizevi uyum, bizim ne anlayabildiğimiz, ne de hak ettiğimiz bir lütuftur. Bunun kıymetini bilmeli ve geçerliliğini gelecekte de koruması ve diğer bilim dallarına yayılarak bizi şaşırtmaya devam etmesi için dua etmeliyiz.

Penrose'un dile getirdiği ikinci gizem ise şöyle: Bilincimize ve algılarımıza ev sahipliği yapan insan zekâsı, bir şekilde fiziksel madde dünyasından hasıl olmuş görünüyor! Peki, *maddeden*

nasil oluyor da *zekâ* ortaya çıkıyor? Acaba günün birinde bilincin işleyişi hakkında, mevcut elektromanyetizma teorisi kadar ikna edici ve tutarlı bir teori geliştirebilecek miyiz? İnsan gerçekten de sormadan edemiyor. Gizem halkasına noktayı koyan üçüncü ve son mucize ise şu: Zekâsı sayesinde, keşfederek ya da icat ederek, soyut matematiksel doğruların hazinesine ulaşan ve onları bir araya getiren insanoğlu, nasıl oluyor da matematiğin dünyasına adım atmayı başarıyor?

Elbette Penrose bu üç gizemin hiçbirine açıklama getirmiyor. Sadece bilim tarihinin en özlü sözlerinden birine imza atmakla yetiniyor: “Kuşkusuz aslında üç değil, sadece *bir* dünya var. Ve henüz onun gerçek doğasını anlamanın yakınından bile geçemedik.” Bu alçakgönüllü itiraf, İngiliz yazarın *Kırk Yıl Sonra* adlı tiyatro oyunundaki okul müdürünün benzer bir soruya verdiği cevaptan çok da farklı değil aslında:

Foster: Öğretmenim, Kutsal Üçleme^(*) hakkında hâlâ anlayamadığım şeyler var.

Müdür: Anlaşılmayacak bir şey yok. Üçte bir, birde üç işte! Hâlâ anlayamadıysan, git matematik öğretmeni-ne sor.

Matematiğin gizemli dünyası, derinlere indikçe daha da dallanıp budaklanır. Matematiğin etrafımızdaki dünyayı izah etmekteki başarısı aslında iki farklı yönden ele alınabilir. (Wigner bu başarıyı “matematiğin akıl almaz etkinliği” diye tanımlar.) Üstelik bunların ikisi de birbirinden şaşırtıcıdır. Birincisi, matematiğin “aktif”, yani “uygulamalı” yönüdür. Tabiatın labirentlerinde gezinen fizikçiler, yolunu matematikle aydınlatır – geliştirip kullandıkları araçların, inşa ettikleri modellerin, ürettikleri açıklamaların hepsi özünde matematikseldir. Ve aslında bu bile başlı başına bir mucizedir. Örneğin Newton’ın gördüğü şey, yere düşen bir elma, Ay ve kumsaldaki gelgit dalgalarıydı (ki sonuncusunu gördüğünden bile emin değilim!) ama sonuçta gördüğü

(*) Hristiyan inancına göre “Baba-Oğul-Kutsal Ruh” olarak tanımlanan “üçlü birlik” kavramı. (ç.n.)

şey kesinlikle matematik denklemleri değildi! Yine de Newton bütün bu doğa olaylarından son derece açık ve net, inanılmaz derecede doğru ve hatasız matematiksel tabiat kanunları çıkarmayı başarmıştı. Benzer şekilde İskoçyalı fizikçi James Clerk Maxwell (1831-1879), klasik fiziğin çerçevesini esneterek yeni baştan tanımlamış, elektrik ve manyetizmayla ilgili *tüm* olguları birleştiren bir bilim dalına dönüştürmüştü. Ve bunu sadece dört matematik denklemi kullanarak başarmıştı. Bir düşünsenize! Elektromanyetizma ve ışıkla ilgili ciltler dolusu deneysel sonuç, topu topu dört denkleme indirgenivermişti! Ve “Maxwell denklemleri” olarak bilinen bu dört denklem, daha sonradan modern elektromanyetik kuramının özünü oluşturunca. Einstein’ın genel izafiyet teorisi ise daha da hayret vericiydi. Zaman ve mekânın yapısı gibi önemli bir konuda, kendi içinde tutarlı, olağanüstü denebilecek kadar kusursuz bir matematik kuramıydı.

Fakat matematiğin gizemli etkinliğini ele alırken, “soyut” yönünü de unutmamak gerekir. Hatta bu yönü öylesine şaşırtıcıdır ki, “somut” yönünü bile gölgede bırakır. Matematikçilerin keşfettiği, fakat hiçbir uygulama alanı olmayan, salt kuramsal kavram ve bağlantılar, on yıllar (hatta bazen yüzyıllar) sonra, hiç beklenmedik bir şekilde fiziksel dünyanın sorunlarına cevap olabiliyor! Peki, bu nasıl mümkün oluyor? Örneğin eksantrik İngiliz matematikçi Godfrey Harold Hardy’nin (1877-1947) düştüğü ilginç durumu ele alalım. Kuramsal matematiğin en büyük neferi olmakla övünen Hardy, soyut matematik çalışmalarıyla öylesine gurur duyardı ki, bir keresinde, “Benim yaptığım hiçbir buluş, dünyanın gidişatında doğrudan ya da dolaylı, iyi ya da kötü, en ufak bir fark yaratmadı, yaratmayacak,” demişti. Ve bilin bakalım ne oldu – Hardy yanıldı! Hardy’nin çalışmalarından biri, Hardy-Weinberg yasası olarak yeniden hayat buldu. Ve genetikçilerin, popülasyonların evrimsel gelişimini incelemek amacıyla kullandığı en temel prensiplerden birine dönüştü. İsmi Hardy ve Alman fizikçi Wilhelm Weinberg’den alan bu yasa, basitçe anlatmak gerekirse, şöyle der: Geniş bir popülasyon rastlantısal bir eşleşmeyle çoğalıyorsa (ve göç, mutasyon ve seçilim gibi faktörler

etken değilse), genetik yapı bir kuşaktan sonrakine değişmeden geçer. Üstelik Hardy'nin son derece soyut görünen ve doğal sayıların özelliklerini inceleyen *sayılar kuramı* bile, kendine hiç beklenmedik bir uygulama alanı bulmuştu. 1973'te İngiliz matematikçi Clifford Cocks, sayılar kuramını kullanarak kriptografide devrim yaratacak bir buluşa imza atmış ve şifreleme algoritmasını geliştirmişti. İşin tuhaf yanı, Cocks'ın buluşu Hardy'nin bir cümlesini daha tarihe gömerek tümüyle boşa çıkarmıştı. Hardy 1940'ta yayımlanan *Bir Matematikçinin Savunması* adlı kitabında, "Sayılar kuramının savaşa hizmet edecek herhangi bir kullanım alanı yoktur," demişti. Ve yine yanılmıştı. Ne de olsa şifreler askeri iletişimin vazgeçilmezi olup çıkıvermişti. Kısacası, uygulamalı matematiğin en sesli muhaliflerinden olan Hardy'nin soyut çalışmaları bile, ansızın faydalı matematik kuramlarına dönüşmüştü. (Hardy hayatta olsaydı, muhtemelen saçını başını yolardı.)

Fakat bu daha sadece buzdağının görünen ucu! Kepler ve Newton, Güneş Sistemi'ndeki gezegenlerin eliptik yörüngeleri olduğunu keşfetmişti – oysa bu eliptik yörüngeler, iki bin yıl önce (MÖ 350'de), Yunanlı matematikçi Menaikhmos'un incelediği elips şekillerin ta kendisiydi! Bir başka örnek ise Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866). Riemann, 1854'te yepyeni bir geometrinin temellerini atmıştı. Ve onun geometriye yaptığı katkılar, sonraki yıllarda Einstein'ın izafiyet teorisini geliştirmesinde en büyük rolü oynayacaktı. Harika çocuk Évariste Galois'in (1811-1832) sadece cebir denklemlerini çözebilmek için geliştirdiği matematiksel bir "lisan" olan Grup Kuramı ise, günümüzde fizikçilerin, mühendislerin, dilbilimcilerin ve hatta antropologların bile kullandığı, dünyadaki bütün simetriteri tanımlamaya yarayan bir dile dönüştü. Dahası, matematiksel simetri modelleri, bilimsel sürecin tüm evrelerini de tepetaklak etti. Eskiden kâinatın işleyişini anlamak için, işe önce bir grup deneysel ve gözlemsel veriyle başlanır ve bilim insanları bunlardan yola çıkarak deneme-yanılma yoluyla genel tabiat kanunları formüle ederdi. Yüzyıllar boyunca bu hep böyle olagelmışti. Sınırlı gözleme dayalı bilimsel çalışmalar, bir yapbozun parçalarını tek tek yerine

yerleştirmekten farksız, hummalı bir süreçle devam etmekteydi. Fakat yirminci yüzyılda, atom-altı dünyanın temelini teşkil eden kesin matematiksel modellerin keşfedilmesiyle, günümüz fizikçileri tam tersini yapmaya başladı. Tabiat kanunlarının belli başlı birtakım modelleri takip etmeleri gerektiğini iddia eden bilim insanları, işe önce matematiksel simetri modelleriyle başladı ve bu gereklilikten çıkarım yaparak genel fizik yasalarına ulaştı. Peki, tabiat bu soyut matematiksel simetri modelleriyle uyum sağlaması gerektiğini nereden biliyordu?

1975'te Los Alamos Ulusal Laboratuvarı'nda çalışan genç matematiksel fizikçi Mitch Feigenbaum, HP-65 model küçük bir hesap makinesiyle oynuyor, basit bir denklemin sonucunu inceliyordu. Hesaplamaları esnasında bir dizi denklemin hep aynı kapiya çıktığini ve sürekli aynı rakamı elde ettiğini gördü: 4,669... Diğer denklemleri incelediğinde de genç fizikçi, hayretler içinde hep aynı rakama ulaşıyordu. Kısa bir süre sonra Feigenbaum, buluşunun evrensel bir duruma işaret ettiği sonucuna vardı. Nasıl olduğunu açıklayamasa da, bulduğu rakam bir şekilde düzen ile kaos arasındaki eşiği temsil ediyordu. Elbette fizikçiler bu açıklamaya önce büyük bir şüphayle yaklaştı. Ne de olsa, birbirinden farklı görünen sistemlerin davranışları, onlara göre aynı rakamla ifade edilemezdi. Altı ay süren incelemelerin sonuncunda, Feigenbaum'un konu üzerine verdiği ilk tez reddedildi. Fakat çok geçmeden, deneyler, alttan ısıtılan sıvı helyumun aynen Feigenbaum'un ulaştığı evrensel sonuçtaki gibi davrandığını gösterdi. Üstelik aynı şekilde davrandığı kanıtlanan tek sistem bu değildi. Feigenbaum'un mucize rakamı, düzenli akan bir sıvıdan kaosa geçişte de ortaya çıkıyordu; musluktan damlayan suyun davranışında da! Kaos teoreminin babası olan ünlü fizikçinin bulduğu rakam, günümüzde "Feigenbaum Sabiti" olarak bilinen sayıydı ve daire için Pi sayısı ne ise, kaotik yapılar için o anlama geliyordu.

Aslında önsezileriyle sonraki kuşakların ihtiyaçlarına cevap olan ve diğer disiplinlerin önünü açan matematikçilerin listesi oldukça kabarık sayılır. Matematikle gerçek –yani fiziksel– dünya

arasındaki gizemli ve şaşırtıcı etkileşimin en muazzam örneklerinden biri de, düğümleri matematiksel olarak inceleyen Düğümler Kuramı'nda ortaya çıkar. Matematiksel bir düğüm, herhangi bir sicimdeki sıradan bir düğümü andırır. Sicimin iki ucu birleşiktir. Yani matematiksel bir düğüm, açık ucu olmayan kapalı bir çembere benzer. İşin garip yanı, matematikteki Düğümler Kuramı'na önayak olan şey, on dokuzuncu yüzyılda geliştirilen hatalı bir atom modelidir. Bu hatalı model, ortaya atılmasından yirmi yıl sonra terk edilmiş olsa da, Düğüm Teorisi kuramsal matematiğin nispeten gizemli ve anlaşılması zor dallarından biri olarak gelişimini sürdürmüştür. Fakat bu soyut çalışma alanı günümüz dünyasında kendine ansızın yepyeni ve kapsamlı uygulama alanları bulmuştur. DNA'nın moleküler yapısından tutun da, atom-altı dünyayı yerçekimiyle birleştirmeye teşebbüs eden Sicim Kuramı'na kadar pek çok konu Düğümler Kuramı'ndan izler taşır. Bu can alıcı öyküye 8. Bölüm'de tekrar değineceğiz. Çünkü döngüsel bir tarihe sahip olan bu konu, fiziksel gerçekleri açıklama gereksiniminden doğan, ardından matematiğin soyut âlemlerine dalan ve sonunda sürpriz bir U dönüşüyle kendine yeniden somut uygulama alanları bulan matematik dallarına belki de en iyi örnektir.

Keşif mi Yoksa İcat mı?

Şu ana dek paylaştıklarım bile, evrenin matematiğin hâkimiyetinde olduğunu, ya da en azından matematik vasıtasıyla incenebileceğini kanıtlamaya yetiyor da artıyor. Ve bu kitapta göreceğimiz gibi, insan girişimlerinin pek çoğunun, hatta belki de tamamının temelinde matematiğin sağladığı bir kolaylık yatıyor – hem de en olmadık alanlarda bile. Örneğin, finans dünyasından bir örneğe göz atalım: Black-Scholes opsiyon fiyatlama modeli (1973)... Bu model, onu icat eden Myron Scholes ve Robert Carhart Merton'a ekonomi dalında Nobel Ödülü kazandırmıştır. (Fischer Black ise ödülünü alamadan hayata veda etmiştir.) Modelin anahtar formülü, hisselerin opsiyonlu olarak fiyatlandırılabilmelelerini mümkün kılar. (Opsiyonlar, belli bir hisseyi önceden,

belli bir vade ve fiyattan alıp satma hakkı veren kontratlardır.) Fakat işin asıl ilginç yanı şudur: Finansal bir enstrüman olan bu modelin temelinde, fizikçilerin on yıllardır incelemekte olduğu “Brown Hareketi” yatar! Brown Hareketi olarak bilinen model, havadaki gaz molekülleri, ya da suda yüzen polenler gibi küçük parçacıkların sergilediği gelişigüzel hareketleri tanımlar. Kısacası, Black-Scholes opsiyon fiyatlama modeli, aslında sıvı ya da gaz moleküllerinin rastlantısal hareketlerini ortaya koyan Brown Hareketi’nin finans dünyasına ve fiyat hareketlerine uyarlanmasıdır. Fakat işin daha da ilginç yanı, aynı formülün yıldız kümelerindeki yüz binlerce yıldızın hareketine de uyarlanabilmesidir! İşte bu, Alice’in Harikalar Diyarı’nı gölgede bırakacak kadar “acayibin de acayibi” bir durumdur! Çünkü kâinatta kimin parmağı olduğunu belki bilmiyoruz, ama sonuçta finans dünyası insan zekâsının bir ürünüdür!

Ya da bir başka örneği ele alalım ve elektronik devre kartı imalatçıların ve bilgisayar tasarımcıların sık sık karşılaştığı bir soruna göz atalım. Devre kartlarında on binlerce delik açmak için lazerli matkaplar kullanılır. Ve elbette maliyeti en aza indirmek isteyen bir bilgisayar tasarımcısı, bu matkapların asla “başıboş turistler” gibi hareket etmelerini istemez. Asıl mesele, karttaki her deliğe sadece bir kez uğrayarak delikler arasındaki en kısa turu yapabilmektir. Ve aslında bu problem, matematikçilerin 1920’lerden beri üzerinde çalıştığı, *seyyar satıcı problemi* denilen problemin ta kendisidir! Seçim kampanyası için seyahat eden bir politikacıyı, ya da şehir şehir gezmek zorunda olan bir satış elemanını ele alalım. Belli sayıdaki bir şehir grubunu ziyaret ederken, mümkün olan en ekonomik rotayı takip etmek istiyorsa ve listede bulunan her şehir arasındaki seyahat maliyetleri de biliniyorsa, bu durumda bütün şehirlere gidip başlangıç noktasına geri dönmek için en kısa ve en ucuz yolu hesaplamak mümkündür. Seyyar satıcı problemi en önemli algoritma problemlerinden biridir. 1954’te seyyar satıcı problemi ABD’deki 49 şehir için çözülmüştür. Bugüne kadar çözülebilen en büyük seyyar satıcı problemi ise, 2004’te İsveç’teki 24.978 kasaba için hesaplanmış-

tır. Kısacası, elektronik sanayiinden tutun da, kargo transferi için TIR'ların güzergâhını belirleyen nakliye şirketlerine ve hatta slot makinesi ya da kumar otomatı imalatçılarına kadar herkes –ister delik açmak kadar basit bir işlem olsun, ister plan program ya da bilgisayar imalatı olsun– her işte, şu veya bu şekilde, matematiğe muhtaçtır!

Matematik, pozitif bilimlerle bağdaştırılmayan alanlara bile girmiştir. Düşünsenize, *Matematiksel Sosyoloji Dergisi* adında bir yayın organı bile var! (2013'te otuz yedinci sayıya ulaştı.) Karmaşık toplumsal yapıları, kurumları ve toplulukları matematiksel metotlarla incelemeyi hedefleyen bu dergide, kamuoyu yoklamalarını, toplumsal gruplar arasındaki etkileşimi ve bunları tahmin etmeye yönelik matematiksel modelleri konu alan makaleler yayımlanır.

Tam aksi yönde ilerleyip matematikten beşeri bilimlere adım attığımızda ise, karşımıza “bilişimsel dilbilim” denen alan çıkıyor. Eskiden sadece bilgisayar mühendislerini ilgilendiren bu dal artık dilbilim, bilişsel psikoloji, mantık ve yapay zekâ gibi uzmanlık alanlarını bir araya getiren disiplinler arası bir araştırma sahasına dönüşmüş durumda. Ve dillerin doğal gelişim sürecindeki şaşırtıcı aşamaları inceliyor.

Peki, insanoğlunun anlamaya ve öğrenmeye yönelik her çabasının altından kâinatı ve içindeki karmaşık varlıkları tanımlayan başka bir matematik dalının çıkması sinir bozucu bir aldatmaca mı acaba? Yoksa matematik, sadece profesörün elinde olan fakat öğrencilere verilmeyen ve böylece öğretmenin daha zeki görünmesini sağlayan gizli bir cevap anahtarı mı? Ya da dinsel bir mecaz kullanacak olursak, matematik bilgi ağacının en kutsal meyvesi mi yoksa?

Bu bölümün başında kısaca değindiğim gibi, matematiğin akıl almaz geçerliliği gerçekten de hayret verici pek çok soru işareti yol açıyor: Matematiğin insan zekâsından tamamen bağımsız bir mevcudiyeti var mı? Başka bir deyişle, bizler matematiksel gerçekleri tıpkı bilinmeyen galaksileri keşfeden astronomlar gibi, sadece *keşif* mi ediyoruz? Yoksa matematik *insan icadından* başka

bir şey değil mi? Eğer matematiğin insan zekâsından bağımsız olarak varlığını sürdürdüğü büyü bir dünya gerçekten varsa, o halde bu mistik dünyayla fiziksel gerçeklerin dünyası arasında nasıl bir ilişki var? Peki, insan beyni, bilinen kısıtlı yeteneklerine rağmen, zaman ve mekâna meydan okuyarak bu taş gibi sağlam dünyanın kapılarından içeri nasıl girebiliyor? Öte yandan, eğer matematik sadece bir insan icadından ibaretse ve beyinlerimizin dışında herhangi bir varlığı yoksa, o halde insan zihninin ürünü olan matematiksel gerçekler nasıl oluyor da kâinata ve insana dair ancak yüzyıllar sonra sorulabilen sorulara mucizevi bir şekilde cevap olabiliyor? Elbette bunlar cevaplanması kolay sorular değil. Ve bu kitapta sık sık göreceğiniz gibi, günümüzün matematikçileri, bilim insanları ve düşünürleri bile cevaplar konusunda bir fikir birliğine varabilmiş değil. 1982’de Fields Madalyası ve 2001’de Crafoord Ödülü alarak matematik alanında verilen en prestijli iki ödülün sahibi olan ünlü Fransız matematikçi Alain Connes, 1989’da bu konudaki düşüncelerini gayet açık bir şekilde şöyle dile getirmişti:

Örneğin asal sayıları [yani sadece bire ve kendine bölünebilen sayıları] ele alalım. Ki bence asal sayılar, etrafımızdaki fiziksel gerçeklerden çok daha sağlam bir gerçeklik teşkil ediyorlar. İşini yapan bir matematikçi, dünyayı keşfetmek için yola koyulan bir kâşife benzetilebilir. İnsan temel gerçeklere deneyimleri sayesinde ulaşır. Örneğin birkaç basit hesaplamayla, insan asal sayıların sonsuz olduğunu düşünebilir. Ama matematikçinin asıl işi, asal sayıların sonsuz olduğunu ispatlamaktır. Tabii ki bu, uzun zaman önce Öklid tarafından ispatlanmıştır. Ve bu ispatın en enteresan sonuçlarından biri de şudur: Günün birinde birisi çıkıp da en büyük asal sayıyı bulduğunu iddia ederse, ona yanıldığını göstermek çok kolay olacaktır. Ve aynı şey diğer bütün matematiksel ispatlar için geçerlidir. Dolayısıyla asal sayılar, en az maddenin gerçekliği kadar tartışılmaz bir gerçektir.

Matematiğin eğlenceli yönlerini gözler önüne seren kitapların ünlü yazarı Martin Gardner da matematiğin bir *keşif* olduğunu düşünenlerden. Ona göre, matematik ve sayılar, insanlar onları bilse de bilmese de var! Gardner, bir keresinde bu görüşünü esprili bir dille şöyle dile getirmişti: “Açıklık bir alanda iki dinozor varsa ve bunlara iki dinozor daha katılırsa, orada dört dinozor olur! Etrafta bunu görecekt hiçbir insan olmadığı ve hayvanlar ise bunu bilemeyecek kadar aptal olduğu halde!” Connes’ün de vurguladığı gibi, matematiğin bir keşif olduğu görüşünü savunanlar (ki biz onlara Platoncular diyoruz), şuna dikkat çekiyor: Matematiksel herhangi bir kavram, diyelim ki doğal sayılar 1, 2, 3, 4, ..., bir kere idrak edildi mi, o zaman ne düşünersek düşünelim $3^2 + 4^2 = 5^2$ gibi tartışılmaz birtakım gerçeklere de ulaşırız. Ve bu da en azından başlı başına mevcudiyeti olan bir gerçekle karşı karşıya olduğumuz izlenimini yaratır.

Elbette karşıt görüşü savunanlar da var. Örneğin, 1966’da Fields Madalyası’na, 2004’te Abel Ödülü’ne layık görülen İngiliz matematikçi Sör Michael Atiyah, Connes’ün fikirlerini içeren bir kitabı eleştirirken şöyle demiştir:

Connes’ün fikirleri her matematikçiye sempatik gelebilir. Hepimiz tamsayıların ya da çemberlerin soyut bir varlığı olduğunu düşünürüz ve bu bağlamda Platoncu görüş [2. Bölüm’de detaylı olarak işleyeceğiz] gerçekten de son derece baştan çıkarıcıdır. Peki ama bu görüşü gerçekten savunabilir miyiz? Düşünecek olursak, eğer kâinat tek boyutlu, ya da soyut bir yer olsaydı, o zaman geometri diye bir matematik dalı hiç olmayabilirdi. Evet, tamsayılar sayesinde ayaklarımız yere daha sağlam basıyor olabilir ve sayı saymak gerçekten de olmazsa olmaz bir temel teşkil edebilir. Ama zekânın insanoğluna değil de, Pasifik Okyanusu’nun derinliklerinde yaşayan, her şeyden uzak, izole bir denizanası türüne bahşedilmiş olduğunu farz edelim. O zaman söz konusu tür, etrafımızdaki nesneler yerine sadece suyla ilişki halinde olacağından, algısını yönlendiren temel veriler de sadece hareket,

ısı ve su basıncından ibaret olurdu. Ve böylesine tekdüze bir ortamda, “ayrıklık” açığa çıkamaz ve sayacak hiçbir şey de olmazdı.

Kısacası, “İnsanoğlu fiziksel dünyanın esaslarını soyutlaştırıp mükemmelleştirerek matematiği *yaratmıştır*,” diyen Atiyah, matematiğin insan *icadı* olduğuna inanır. Dilbilimci George Lakoff ve psikolog Rafael Núñez de onunla aynı fikirdedir. İki bilimadamı, *Where Mathematics Comes From* (Matematik Nereden Geliyor) adlı kitaplarında şöyle der: “Matematik insan olmanın doğal bir parçasıdır. Bedenlerimizden, beyinlerimizden ve dünyadaki gündelik deneyimlerimizden ortaya çıkar.”

Fakat Atiyah, Lakoff ve Núñez’in savunduğu görüş bir başka enteresan soruya yol açar. Eğer matematik tamamen insan icadıysa, gerçekten evrensel olabilir mi? Başka bir deyişle, eğer dünya dışı zeki uygarlıklar varsa, onlar da bizimle aynı matematiği icat etmiş olabilir mi? Carl Sagan (1934-1996) son sorunun olumlu bir cevabı olduğunu düşünüyordu. *Kozmos* adlı kitabında, zeki bir uygarlığın uzaya ne tür bir mesaj gönderebileceğini tartışırken şöyle demişti: “Evrendeki cansız herhangi bir maddenin asal sayılardan oluşan bir radyo mesajı iletebilmesi son derece olasılık dışıdır. Dolayısıyla, böyle bir mesaj aldığımızda, orada bir yerlerde bir uygarlık olduğunu ve en azından asal sayıları bildiklerini anlayabiliriz.” Peki ama bundan ne kadar emin olabiliriz? *Yeni Bir Bilim* adlı son kitabında matematiksel fizikçi Stephen Wolfram, “bizim matematiğimiz” dediğimiz şeyin aslında matematiğin pek çok “çeşnişi”nden sadece biri olabileceğini iddia etmiştir. Örneğin, tabiatı tanımlamak için matematiksel denklemlere dayalı kurallar kullanmak yerine, basit bilgisayar programlarıyla şekillenmiş çok daha farklı kurallar kullanabiliriz. Dahası, yakın zaman önce çoklu-evren fikrini ortaya atan kozmologlar, içinde bulunduğumuz evrenin, devasa bir evrenler topluluğunun sadece küçük bir üyesi olma olasılığından bahsetmiştir. Peki, böyle bir “çoklu-evren” gerçekten varsa, diğer evrenlerde de aynı matematiğin geçerli olduğunu düşünebilir miyiz?

Moleküler biyologlar ile bilişsel bilimciler, beynin yetenekleriyle ilgili çalışmalardan yola çıkarak konuya daha da farklı bir bakış açısı getiriyor. Bu araştırmacılardan bazılarına göre, matematiğin aslında dilden çok da büyük bir farkı yok. Yani bu “bilişsel” senaryoya göre, insanoğlu sürekli iki el, iki göz, iki meme göre göre, sonunda 2 rakamına ulaşmış ve bunu ifade eden soyut bir tanım geliştirmiştir – tıpkı zamanla “kuş” sözcüğünün, uçabilen iki kanatlı pek çok hayvanı temsilen kullanılması gibi. Fransız nörobilimci Jean-Pierre Changeux ise bu durumu şu kelimelerle ifade ediyor: “Bana göre, Öklid geometrisinde kullanılan aksiyomlar, insan beyninin kullanımıyla ilgili zihinsel yeteneklerin kanıtıdır. Çünkü dili karakterize eden en önemli özellik üretgenliğidir.” Fakat eğer matematik sadece bir başka dilse, peki o zaman dil öğrenirken hiç zorlanmadıkları halde, matematiği çok zor bulan çocukların durumunu nasıl izah edeceğiz? Örneğin, İskoçyalı mucize çocuk Marjory Fleming (1803-1811), öğrencilerin matematikte karşılaştığı zorlukları son derece çarpıcı bir şekilde tanımlamıştı. Dokuzuncu doğum gününü göremeden hayata veda eden Fleming, dokuz binden fazla sözcükten oluşan düzyazı ve beş yüz satırlık şiirden oluşan günlükler bırakmıştı geriye. Ve bu günlüklerin bir yerinde, zavallı kızcağız şikâyetini şöyle dile getirmişti: “Şimdi size korkunç bir kâbus gibi üzerime çöken çarpım tablosundan bahsedeceğim; öyle büyük bir baş belası ki, aklınız almaz. En şeytanca olanı da 8 kere 8 ile 7 kere 7. Bu kadarına tabiatın kendisi bile katlanamaz.”

Dikkatinizi çekmiş olduğum şaşırtıcı sorular, bazı yönleriyle farklı şekillerde de ele alınabilir. Örneğin, insan zihninin sanat ya da müzik gibi diğer ürünleriyle matematik arasında temel farklılıklar var mı? Eğer yoksa, nasıl oluyor da matematik, insan icadı olan diğer hiçbir şeyde rastlanmayan sarsılmaz bir tutarlılık ve çelişmezlik sergiliyor? Örneğin, Öklid geometrisi MÖ 300 yılında ne kadar doğruysa, günümüzde de o kadar doğru! Neredeyse tepeden inme “gerçekleri” temsil ediyor! Oysa bugün Antik Yunanlılarla aynı müzikleri dinlememiz, ya da Aristo’nun naif kozmos modeline sadık kalmamız söz konusu bile değil!

Günümüzde, üç bin yıl öncesine ait fikirlerden faydalana-bilen pek az bilimsel alan var. Oysa matematikteki en son araştırmalar bile, geçen hafta ya da geçen sene yayımlanan bir teoremi, hatta bazen Arşimet'in MÖ 250'de bulduğu "kürenin alan formülü"nü bile kullanabiliyor! Oysa 19. yüzyılda ortaya atılan düğümlü atom kuramı zar zor yirmi yıl dayanabilmiştir, çünkü yapılan yeni buluşlar teorinin hatalı olduğunu göstermiştir. İşte bilim ancak böyle, bir öncekini yok ederek, üzerine basarak ilerleme kaydediyor. Newton bile omuzlarının üzerinde durduğu devlerin hakkını teslim etmişti (yoksa etmemiş miydi!? Bkz. 4. Bölüm). Tabii çalışmalarını boşa çıkardığı o devlerden özür de dileyebilirdi!

Ama matematiğin ilerleyişi asla böyle değildir. Elbette şekil itibariyle bazı sonuçların değişmiş olması mümkün olsa da, matematiksel sonuçlar hiçbir zaman değişmez! Aslında, matematikçi ve yazar Ian Stewart'ın bir keresinde dediği gibi, "Matematikte sonradan değişen sonuçlar için tek bir kelime vardır – ve onlara sadece *hata* denir." Ve bunlara hata denmesinin sebebi, diğer bilim dallarında olduğu gibi yapılan yeni buluşlar değil, aynı matematiksel gerçekle ilgili çok daha titiz, çok daha sağlam referanslar elde edilmesidir. Peki, bu gerçekten matematiği Tanrı'nın anadili yapmaya yeter mi?

Matematiğin bir keşif mi yoksa icat mı olduğunun ne önemi var diyorsanız, "keşif" ile "icat" arasındaki farkın ne kadar önemli olduğunu gösteren başka bir soru soralım: Tanrı bir icat mı, yoksa keşif mi? Bu soruyu nasıl buldunuz? Pekâlâ, isterseniz biraz daha kışkırtıcı olalım: Tanrı mı insanları kendi suretinde yarattı, yoksa insanlar mı Tanrı'yı kendi suretinde yarattı?

İşte bu kitapta, bu hayret verici soruları (ve daha pek çoğunu) ele alıp cevapların kıyılarında dolaşacağız. Gelmiş geçmiş en büyük matematikçilerin, fizikçilerin, filozofların, bilişsel bilimcilerin ve dilbilimcilerin çalışmalarından yola çıkarak önemli mesajların üzerinden geçeceğiz. Ayrıca günümüz düşünürlerine ait fikirlerin, teorilerin ve şüphelerin peşine düşeceğiz. Evet, şimdi bu heyecan verici yolculuğa çıkalım ve önce tarihteki en eski düşünürlerden bazılarının çığır açıcı fikirlerine göz atalım.

2. BÖLÜM

MİSTİKLER: NUMEROLOG VE FİLOZOF

İnsanoğlu daima evreni anlayabilme arzusuyla hareket etmiştir. “Bütün bunların anlamı ne?” sorusunu cevaplamak için sarf edilen çaba, hayatta kalmak, ekonomik açıdan gelişmek ve yaşam kalitesini artırmak için sarf edilen çabaları bile geride bırakmıştır. Elbette bu herkesin, her zaman, hiç durmaksızın, doğal ya da metafiziksel bir düzen arayışı içinde olduğu anlamına gelmesin. Ne de olsa, iki yakasını bir araya getirmekle meşgul olan insanoğlu için, vakit bulup da hayatın anlamına kafa yormak genellikle çok büyük bir lükstür. Evrenin karmaşası altında yatan düzeni keşfetmek öyle herkesin harcı değildir. Ve bu uğurda çalışanların şeref locasında, diğerlerinin arasından sıyrılabilen sadece birkaç isim vardır.

Pek çok insan için, Fransız matematikçi, bilim insanı ve filozof René Descartes’ın ismi, bilimsel felsefede modern çağın başlangıcıyla eşanlamlıdır. Eskiden etrafımızdaki dünyayı duyularımız ve algılarımız doğrultusunda tasvir ederken, bu eğilim yerini matematiksel kesinliğe sahip, kendiliğinden açıklık üzerine dayalı niceliklere bırakmıştır. Ve Descartes, bu değişimin baş mimarlarından biridir. Kişiden kişiye değişen muğlak duyular, kokular, renkler ve sezgiler yerine, Descartes bilimsel açıklamaların temele inmesini ve matematiğin dilini kullanmasını istemiştir:

Gerçekliğinden kuşku duyulmayan ortak fikirlere baktığımda, matematiksel ispatın açıklığı ile kanıtlanamayan hiçbir şeyi doğru olarak kabul etmiyorum, çünkü doğadaki tüm fenomenler bu yöntemle açıklanabilir. Başka hiçbir fizik ilkesini kabul ya da talep etmeye gerek olmadığına inanıyorum.

İşin enteresan yanı, Descartes o muhteşem bilimsel vizyona “düşünce ve zihin” âlemini dahil etmemiştir. Bu ikisini matematiğin boyunduruğundaki madde dünyasından bağımsız olarak değerlendirmişti. Descartes hiç şüphesiz son dört yüz yılın en etkili düşünürlerinden biriydi (4. Bölüm’de ona tekrar döneceğiz). Fakat matematiği hak ettiği konuma yücelten ilk düşünür o değildi. İster inanın ister inanmayın, kâinatın matematiğin hâkimiyetinde olduğuna dair ilk fikirler, her ne kadar mistik tatlar içerse de, iki bin yıl önce ortaya atılmıştı – ki bazıları Descartes’inkilerden bile daha iddialıydı. Rivayete göre, matematikle ilgilenen insan ruhunun tanrısal ahengi yakalayacağını söyleyen ilk insan çilgın Pisagor’dur.

Pisagor

Pisagor (MÖ 572-MÖ 497), hem doğa felsefesinde hem spiri-tüel felsefede etkili olabilmiş ilk filozof olmasının yanı sıra, aynı zamanda bir bilim insanı ve din düşünürüydü. Hatta “bilgi aşkı” anlamına gelen “felsefe” sözcüğünün isim babası olduğu söylenir. Ne yazık ki Pisagor’un günümüze ulaşan hiçbir yazısı bulunmuyor (ki o dönemde çoğu bilgi sözlü olarak aktarıldığı için, bu yazılar hiç var olmamış bile olabilir). Yine de, çok güvenilir olmakla birlikte, üçüncü yüzyıldan kalma metinlerde Pisagor’un hayatını anlatan detaylı üç biyografi mevcuttur. Kimin tarafından yazıldığı bilinmeyen bir dördüncüsü ise, Bizanslı patrik ve filozof Photios’un (820-891) yazıları sayesinde günümüze ulaşmıştır. Pisagor’un kişisel katkılarından hangilerinin gerçekten ona ait olduğunu anlamak çok zordur, ne de olsa peşinden gelen öğrencileri –yani Pisagorcular– istisnasız bütün fikirlerini ona at-

fetmişlerdir. Sonuç olarak Aristo (MÖ 384-MÖ 322) bile, Pisagor felsefesinin hangi bölümlerinin Pisagor'un kendisine ait olduğunu çözememiş ve bu yüzden de genel bir tabirle "Pisagorcular" demeyi uygun görmüştür. Her şeye rağmen bilinen şöhreti göz önüne alındığında, Pisagor, Platon'un ve hatta Kopernik'in bile çok şey borçlu olduğu Pisagor teoremlerinin, ya da en azından bazılarının yaratıcısı olarak kabul edilir.

Pisagor'un MÖ altıncı yüzyılın başlarında, günümüz Türkiye'sinin hemen açığında bulunan Sisam adasında doğduğu neredeyse kesindir. Gençlik yıllarında epey gezdiği, özellikle de Mısır'a ve hatta belki Babil'e gittiği ve matematik eğitiminin en azından bir kısmını buralarda aldığı söylenir. En sonunda, İtalya'nın güney ucunda küçük bir Yunan kolonisi olan Crotone'ye yerleşir ve burada büyük bir hızla şevkli öğrencilerden oluşan kalabalık bir hayran grubu edinir.

Yunanlı tarihçi Herodot (MÖ 485-MÖ 425), Pisagor'u "en yetenekli Yunan filozofu" olarak tanımlar. Sokrates öncesi dönemin filozoflarından, şair Empedokles (MÖ 492-MÖ 432) ise hayranlığını şöyle dile getirmiştir: "Fakat içlerinde müthiş bilgili, ilmin deryasına dalmış, her türden zanaatta uzmanlaşmış, son derece yetenekli bir adam vardı. Öyle ki, tüm kalbiyle istediği zaman, on, hatta yirmi ömür dolduracak gerçekleri şıp diye keşfedebilirdi." Yine de, Pisagor'un herkesi eşit derecede etkilediği söylenemez. Örneğin Efesli filozof Herakleitos (MÖ 535-MÖ 475), kişisel rekabet kokan bir yorum yapmış ve Pisagor'un engin bilgisinin hakkını vermekle birlikte, eleştirmekten de geri kalmamıştı: "Çok bilgi insanı akıllı yapmaz; öyle olsa, Hesiodos'la Pisagor akıllanırdı." (Hesiodos, MÖ 700'lerde yaşamış olan Yunanlı bir şairdir.)

Pisagor ve ilk Pisagorcular bizim bildiğimiz anlamda birer matematikçi ya da bilim insanı değildi. Onların doktrinlerinin temelinde daha çok sayıların anlamıyla ilgilenen metafiziksel bir felsefe yatıyordu. Pisagorculara göre, sayılar hem yaşayan varlıklardı, hem de göksel varlıklardan tutun da insan ahlakına kadar her şeye nüfuz eden evrensel temellerdi. Başka bir deyişle, sayıların birbirini tamamlayan iki temel özelliği vardı. Bir yönüyle elle tutulur fiziksel varlıklardı, diğeriyle ise her şeyin temelini

oluşturan soyut kanunlardı. Örneğin *monad* (yani 1 sayısı) bütün sayıların kaynağıydı ve fiziksel dünyanın yapısındaki su, hava ve ateş kadar gerçek bir varlıktı. Ama aynı zamanda, soyut bir fikir, bütün yaratılışın kaynağındaki metafiziksel birlikti. Hiçbir benzeri olmayan önsüz-sonsuz yaşamı, Tanrı'nın kendisini ve ilahi aklı simgeliyordu. İngiliz felsefe tarihçisi Thomas Stanley (1625-1678), Pisagorcuların sayılara atfettiği iki anlamı (on yedinci yüzyıl İngilizcesiyle olsa da) çok güzel ifade etmişti:

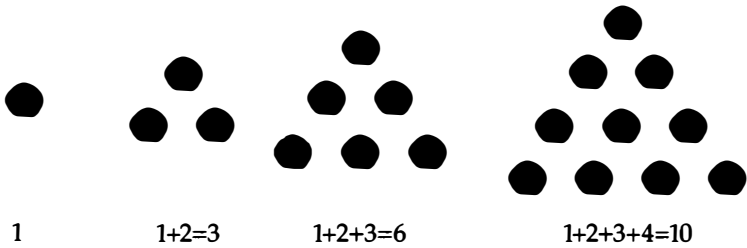
Sayıların iki boyutu vardır: zihinsel (yani soyut) ve bilimsel boyut. Zihinsel olanı, sayının sonsuz özelliğidir. Ki Pisagor, tanrılarla ilgili söylemlerinde, bunun tüm göklere ve yeryüzüne ve de ikisinin arasındaki tabiata bahşedilen en büyük lütuf olduğunu iddia etmiştir... Sayılar her şeyin temeli, kaynağı ve kökenidir... Bilimsel sayı ise, Pisagor'un tanımladığı gibi, Monad'daki ya da Monadlar grubundaki çekirdek fikirlerin eyleme dönüşen uzantısı ya da sonucudur.

Yani Pisagorculara göre, sayılar sadece nicelik ya da miktar ifade etmeye yarayan araçlar değildi. Sayılar, keşfedilmesi gereken ve tabiatta aktif halde bulunan gelişmeye müsait etkenlerdi. Dünya gibi maddesel nesnelerden tutun da, adalet gibi soyut kavramlara kadar, evrendeki her şey baştan sona sayılardan ibaretti.

Aslında insanın sayıları büyüleyici bulması, belki de o kadar şaşırtıcı olmasa gerek. Ne de olsa, gündelik yaşamda rastladığımız alelade sayıların bile enteresan özellikleri var. Örneğin, bir yılın içindeki gün sayısını, yani 365 rakamını ele alalım. 365 sayısı, üç ardışık sayının karelerinin toplamına eşittir. $365 = 10^2 + 11^2 + 12^2$. Ama bu kadarla da bitmiyor; 365 aynı zamanda sonraki iki sayının karelerinin toplamına da eşittir ($365 = 13^2 + 14^2$)! Ya da kameri aydaki gün sayısına bakalım – yani 28. Bu sayı, tüm bölünlerinin toplamına eşittir: $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$. Bu son derece sıra dışı bir özelliktir ve bu özellikteki sayılara *mükemmel sayılar* denir. (İlk dört mükemmel sayı sırasıyla 6, 28, 496 ve 8218'dir.) Ayrıca 28, ilk iki tek sayının küplerinin toplamına da eşittir: $1^3 + 3^3 = 28$. Ondalık sistemimizde çok sık kullanılan 100 sayısının bile kendine has özellikleri vardır: $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100$.

Kısacası, sayılar son derece ilginç olabilir. Yine de insan Pisagor'un sayılar öğretisinin kökenini merak etmeden edemiyor. Her şeyin bir sayısı olduğu ve dahası her şeyin sayılardan ibaret olduğu fikri acaba nasıl ortaya çıktı? Pisagor belki hiçbir şeyi yazıya dökmediğinden, belki de yazdıkları yok edildiğinden, bu soruyu yanıtlamak kolay değil. Pisagor'un nasıl mantık yürüttüğüne dair geriye kalan yegâne izlenimler, az sayıdaki Platon-öncesi kalıntılara ve sonrasında ise, nispeten daha az güvenilir kaynaklar olan Platoncu ve Aristocu filozofların tartışmalarına dayanır. Farklı ipuçlarının bir araya getirilmesiyle oluşan bu tablo ise, sayılara olan bu düşkünlüğün izahı olarak, bizi Pisagorcuların birbiriyle ilgisiz gibi görünen iki ilgi alanına götürür: müzikle ilgili deneyimler ve göksel gözlemler.

Sayılar ile göksel objeler ve müzik arasındaki bu gizemli ilişkiyi nasıl kurabildiklerini anlamak için, işe enteresan bir tespitle başlamak gerek. Pisagorcular, sayıları tasvir etmek için çakıltaşları ya da noktalar kullanıyordu. Örneğin, 1, 2, 3, 4, ... gibi doğal sayıları üçgen şeklinde kümelenmiş çakıltaşlarıyla ifade ediyorlardı (Resim 1).



Resim 1

Özellikle de, ilk dört tamsayının toplamından oluşan üçgen, on çakıltaşıyla ifade ediliyordu ve adına (dörtlü ya da "dördül" anlamına gelen) *Tetraktis* deniyordu. Pisagorcular için *Tetraktis* kusursuzluğun sembolüydü ve bütün evren onun üzerine kuruluydu. Hatta bu durum Yunanlı hiciv yazarı Lukianos'un (120-180) Pisagor hakkındaki bir hikâyesiyle de belgelenmiştir. Günün birinde Pisagor, adamın tekinden sayı saymasını ister. Adam, "1, 2, 3, 4, ..." diye saymaya başlar ve dörde geldiğinde Pi-

sagor onu durdurup hemen araya girer: “Gördün mü bak? 4 dediğin şey aslında 10... Mükemmel bir üçgen ve bizim andımız.” Yeni-Platoncu filozof İamblikhos (250-325), Tetraktis’e ilahi anlamlar yükleyen Pisagorcuların gerçekten de böyle bir andı olduğunu ve Tetraktis üzerine yeminler edildiğini anlatır:

*Sahip olduğumuz tüm bilgeliğin membaı,
Tabiat pınarının daimi kaynağı,
Tetraktis’in keşfi üzerine ant içerim.*

Peki, Tetraktis neden bu kadar saygı görüyordu? Çünkü milattan önce altıncı yüzyılda yaşayan Pisagorcuların gözünde, Tetraktis evrendeki düzenin bir özeti gibiydi. Yunanlıların çıkarıp açan düşünce devriminin sıçrama tahtası sayılan geometride, 1 sayısı sıfır boyutlu bir noktayı (•), 2 sayısı iki nokta arasındaki bir doğruyu —, 3 sayısı üç nokta arasındaki bir düzlemi $\triangle$, 4 sayısı ise dört tane üçgen yüzü olan üçboyutlu bir objeyi $\triangle$ temsil ediyordu. Dolayısıyla, Tetraktis uzayın bilinen tüm boyutlarını kapsıyordu.

Ama bu daha sadece başlangıçtı. Tetraktis, müziğin bilimsel bir yaklaşımla ele alınmasında bile anahtar rol oynamıştı. Pisagor ve öğrencileri, sesler arasındaki farklılıkların 1, 2, 3, 4 sayılarının oranları olarak aritmetiksel biçimde gösterilebileceğini bulmuştu. Belli noktalardan basit kesirlerle bölünmüş olan bir tel, farklı perdelerden ahenkli sesler, titreşimler üretebiliyordu. Telin kısalmasıyla, çıkardığı sesin incelmesini fark etmişlerdi. İki telden birinin uzunluğu diğerinin iki katıysa, kısa telin çıkardığı ses, uzun telin çıkardığı sesin bir oktav üstünde çıkıyordu. Yani, müziğin yedi notasının 1/2, 2/3, 3/4 gibi ölçülerle çalınması, müzikteki mükemmel saflığı, ritmi ve armoniyi meydana getiriyordu. Ki bu, yaylı enstrümanların hepsinde kendini gösteren bir durumdur. Çünkü iki tele aynı anda vurulduğunda, eğer tellerin uzunluğu birbirine orantılıysa, ortaya çıkan sesler de ahenkli olur. Örneğin, eşit uzunluktaki yani bire bir (1:1) orantıdaki teller, aynı perdeden sesler üretir. Yani müzikte farklı enstrümanların aynı notayı eşzamanlı olarak çalması gibi. Tellerdeki 1:2’lik bir orantının sonucu oktavı verir. Bu, herhangi bir gamın ilk ve son sesi arasındaki

aralıktır. 2:3'lük bir orantının sonucu, müzikte "tam beşli" olarak bilinen aralıktır. 3:4'lük orantının sonucu ise tam dördlüdür.

Kısacası, Pisagorcular müzikteki uyum yasalarının da sayılarla anlatılabileceğini görmüştü. Her yerde karşımıza çıkan uzamsal özelliklerine ek olarak, Tetraktis müzik skalasındaki ahengin temelini oluşturan matematiksel oranların da temsilciydi. İki nokta arasındaki mesafeyle müzik arasındaki bu büyüğü ahenk, Pisagorcular için güçlü bir sembol teşkil etmiş ve onlara "kozmetik armoni" fikrini aşlamıştı – yani evrendeki her şeyin kursesiz bir ahenk içinde olduğu fikrini.

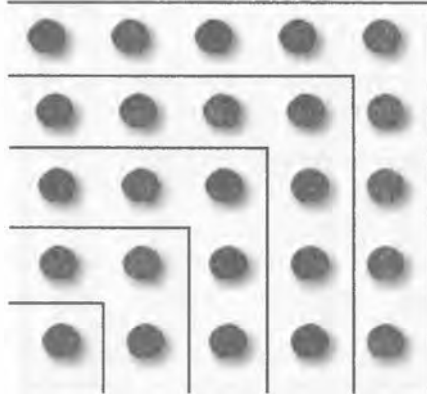
Peki, ya göksel cisimler? Pisagor ve Pisagorcular astronomi tarihinde de, fazla kritik olmamakla birlikte, görmezden gelinemeyecek bir rol oynamıştı. Dünyanın küre şeklinde olabileceğini ilk düşünen onlar olmuştu. (Muhtemelen kürenin bilinen üstün birtakım matematik-estetik özellikleri yüzündendi.) Ayrıca, gezegenlerin, Güneş'in ve Ay'ın kendi etraflarında bağımsız olarak döndüğünü ve bu dönüşün batıdan doğuya doğru olduğunu, yani sabit yıldızların (görünürdeki) gündelik rotasyonlarına ters bir yönde döndüklerini ilk söyleyenler de muhtemelen onlardı.

Gece semalarının bu gayretli gözlemcilerinin herhalde takımyıldızların en bariz özelliklerini –şeklini ve sayısını– gözden kaçırarak hali yoktu. Her takımyıldız, onu oluşturan yıldızların sayısı ve bu yıldızların oluşturduğu geometrik şekille tanımlanmıştı. Zaten bu iki özellik, Tetraktis örneğinde de olduğu gibi, Pisagorcu sayı felsefesinin temelini oluşturunuyordu. Pisagorcular, geometrik şekillerin, takımyıldızların ve müziksel uyumun sayılarla olan ilişkisine kendilerini öylesine kaptırmıştı ki, onlara göre sayılar hem evrenin temel yapıtaşları, hem de yaratılışın arkasındaki prensiplerdi. Pisagor'un şu meşhur özdeyişinde, "Kâinattaki her şey sayılar üzerine kurulmuştur," demesine şaşmamak gerek.

Pisagorcuların bu özdeyişi ne kadar ciddiye aldığı ise Aristo'nun iki cümlesinde ortaya çıkar. Tezlerini bir araya topladığı *Metafizik* adlı başyapıtında Aristo şöyle der: "Pisagorcular kendini matematiğe adanmış ve bu ilmi geliştiren ilk topluluk olmuştu ve üzerinde çalışa çalışa, matematiksel ilkelerin her şeyin ilkesi olduğuna inanmaya başlamışlardı." Bir başka bölümde

Aristo, sayılara duyulan hürmeti ve Tetraktis'in özel rolünü şu dikkat çekici sözlerle tasvir eder: "Pisagor'un öğrencisi Eurytus, doğadaki her şeye bir sayı vermişti ve canlı varlıkları belli başlı sayılarla tanımlıyordu. Örneğin, filanca sayı bir insanın, bir diğeri ise atın sayısıydı. Ve nasıl ki bazıları sayıları üçgen veya kare şeklinde gösteriyorsa, o da çakıltaşlarını kullanarak canlı varlıkların biçimlerini temsil ediyordu." Son cümledeki "üçgen veya kare şeklinde" ifadesi hem Tetraktis'e, hem de Pisagor öğretisinin bir başka hayret verici yapıtaşına, yani "gnomon" kavramına göndermedir.

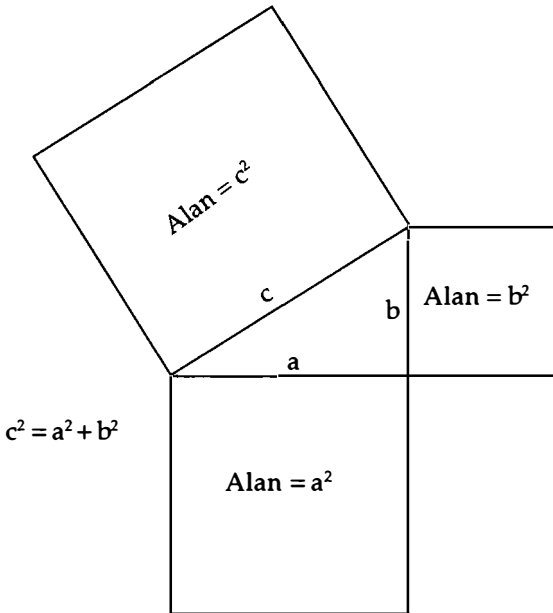
"Gnomon" sözcüğü (ki Grekçede "gösterge" anlamına gelir), Babillilerin zamanı ölçmek için geliştirdiği, güneş saatine benzer bir aygıtın isminden gelir. Bu aygıtın Yunanistan'a gelişi, Pisagor'un öğretmeni, doğa filozofu Anaksimandros (MÖ 611-MÖ 547) sayesinde olmuştur. Birçok kişi tarafından astronominin kurucusu sayılan ve geometri üzerine fikirler geliştirip bu fikirleri kozmolojiye –yani evrenbilime– uygulayan Anaksimandros, elbette öğrencisi Pisagor'u etkilemiş olmalı. Daha sonraları "gnomon" terimi, dik açılar çizmeye yarayan marangoz gönyesi benzeri bir alet için de kullanılmaya başlanmıştı – ya da büyük bir karenin içinden küçük bir kare çıkarıldığında, geriye kalan L şekli için (Resim 2). Diyelim ki 3×3 'lük bir kareye yedi çakıltaşından oluşan bir L (yani gnomon) eklerseniz, (4×4) on altı çakıltaşından oluşan daha büyük bir kare elde edersiniz.



Resim 2

Bu temsili figür, aslında sayıların şu özelliğini ifade eder: 1, 3, 5, 7, 9, ... diye devam eden tek sayılar dizisinde, (1 de dahil olmak üzere) ardışık herhangi iki ya da daha fazla tek sayının toplamının sonucu, daima bir sayının karesidir. Örneğin, $1 = 1^2$... $1 + 3 = 4 = 2^2$... $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$... $1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$... $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$... Ve bu böyle devam eder. Pisagorcular, gnomon ile onun “kucakladığı” kare arasındaki bu yakın ilişkiyi bilginin genel bir simgesi olarak görmüştü. Bu bakış açısına göre, bilmek, bilineni “kucaklamak” demektir. Dolayısıyla, sayılar sadece fiziksel dünyayı tanımlamaya ya da nicelik belirtmeye yaramıyor, aynı zamanda zihinsel ve duygusal faaliyetlerin de temelinde yer alıyordu.

Sayıların kareleriyle gnomonlar arasında kurulan bu ilişki, muhtemelen şu meşhur Pisagor teoreminin de müjdecisiydi. Geometriye damgasını vurmuş olan bu şöhretli matematik denklemine göre, herhangi bir dik üçgende (Resim 3) dik kenarların kareleri toplamı, hipotenüs kenarın karesine eşittir. Yani hipotenüs üzerine çizilen bir karenin alanı, diğer iki kenara çizilen karelerin alan toplamına eşittir. Teoremin keşfi Frank&Ernest’in ünlü bir karikatüründe esprili bir dille resmedilmiştir (Resim 4).



Resim 3



Resim 4

Resim 2'deki gnomonda görüldüğü gibi, 4×4 'lük bir kareye $3^2 = 9$ çakıltaşından oluşan bir gnomon eklendiğinde, ortaya çıkan sonuç 5×5 'lik yeni bir karedir: $3^2 + 4^2 = 5^2$. Dolayısıyla, 3, 4, 5 sayıları dik kenarlı bir üçgenin kenar uzunluklarıdır. Bu özelliğe sahip olan tamsayılar, "Pisagor Üçlüleri" denir (örn. 5, 12, 13; çünkü $5^2 + 12^2 = 13^2$).

Çok az matematik teoremi, Pisagor teoreminin sahip olduğu şöhrete sahiptir. 1971'de Nikaragua Cumhuriyeti, "dünyanın çehresini değiştiren on matematik denklemi" temalı bir pul serisi çıkarmış ve Pisagor teoremi, serinin ikinci pulunda kendine yer bulmuştur (Resim 5 – birinci pulda ise şu vardı: $1 + 1 = 2$).



Resim 5

Peki, kendisine atfedilen bu ünlü teoremi ilk keşfeden acaba gerçekten de Pisagor muydu? İlk Yunan tarihçilerinin öyle düşündüğü kesin. Örneğin, Yunanlı filozof Proklos (411-485), Öklid'in (MÖ 325-MÖ 265) devasa eseri *Elementler* hakkındaki bir yorumunda şöyle yazmıştı: "Antik dönem tarihine baktığımızda, bu teoriyi Pisagor'a atfeden bazı tarihçilere rastlarız. Hatta Pisagor'un bu buluşu yaptıktan sonra, tanrılara bir şükran ifadesi olarak bir öküz kurban ettiği bile söylenir." Fakat işin ilginç yanı Pisagor üçlülerine, Babillilerden kalma Plimton 322 adlı çivi yazısı tabletinde de rastlanır. Ki bu tablet Pisagor'dan neredeyse bin yıl öncesine, Hammurabi hanedanının zamanına (MÖ 1900-MÖ 1600 yılları arasına) tarihlenir. Dahası, Hindistan'da Pisagor teoremini baz alan birçok geometrik yapı ve sunak bulunmuştur. Pisagor'dan en az birkaç yüz yıl öncesine ait olan Satapatha Brahmana adındaki kutsal Hint metinlerini her kim yazdıysa, hiç şüphesiz bu yapılardan haberdardı. Yine de, teoremi ilk bulan Pisagor olsun ya da olmasın, sayılar, şekiller ve evren arasındaki ilişkiyi çözmeye çalışan Pisagorcular, metafiziksel düzeni keşfetmeye diğerlerinden daha çok yaklaşmıştı.

Pisagor'un dünyasında anahtar rol oynayan bir diğer konu ise *kozmik karşıtlıklardı*. Karşıtların oluşturduğu düzen, daha doğrusu evrendeki düalete, ilk İyonyalıların en temel bilimsel prensibiydi. Düzen takıntısı olan Pisagorcuların bu fikri benimsemesine şaşmamak gerek. Aslında Aristo'nun anlattıklarına bakılırsa, Crotone'de Pisagor'un ünlü okuluyla aynı döneme denk gelen yıllarda, her şeyin ikili bir denge içinde olduğunu iddia eden Alkmaion adında bir hekim bile vardı. Düzeni oluşturan karşıt çiftlerin başında, tek sayılarla temsil edilen *sınırlı* ve çift sayılarla temsil edilen *sınırsız* kavramı geliyordu. *Sınır*, başıboş, karmaşık ve sınırsız olana düzen ve ahenk getiren bir etmendi. Hem evrendeki makro-kozmik düzensizliğin, hem de insan yaşamındaki mikro-kozmik karmaşanın, birbirine bir şekilde uyum sağlayan bir dizi zıtlıktan oluştuğuna ve evrendeki her şeyin bu zıtlıkların hâkimiyetinde olduğuna inanılırdı. Dünyayı siyah ve beyaz olarak algılayan bu görüş, Aristo'nun *Metafizik* adlı eserinde bir "karşıtlar tablosu" ile özetlenmiştir:

Sınırlı	Sınırsız
Tek	Çift
Bir	Çok
Sağ	Sol
Erkek	Dişi
Duran	Hareket eden
Doğru	Eğri
Aydınlık	Karanlık
İyi	Kötü
Kare	Dikdörtgen

Karşıtlar tablosunda ifade edilen temel felsefe tabii ki sadece Yunanlılara özgü bir şey değildi. Örneğin, Çinlilerin *yin&yang* felsefesi de aynı düşüncenin bir başka ifadesiydi. Yin, olumsuzluğun ve karanlığın sembolüydü. Yang ise aydınlığı temsil ediyordu. Aynı felsefenin Hristiyanlıkta tezahür eden bir başka boyutu ise cennet ve cehennem kavramlarıdır. (Hatta bir Amerikan başkanının “Ya bizimlesiniz, ya da teröristlerle!” gibisinden savaş sloganları bile bu felsefenin uzantısıdır.) Uzun lafın kısası, hayatın anlamını vurgulayan şey daima ölüm, bilgiyi kıymetli kılsa her zaman cehalet olmuştur.

Elbette Pisagor öğretilerinin hepsi sayılarla ilgili değildi. Kaynaşmış ve kapalı bir topluluk olan Pisagorcuların yaşam tarzı, vejetaryenlik üzerine kuruluydu. Ruhun ölümsüz olduğuna ve bir bedenden diğerine geçtiğine inanıyorlardı ve bu öğretinin de etkisiyle, kesinlikle et yemiyorlardı – işin ilginç yanı, fasulye yeme konusunda da gizemli bir yasak koymuşlardı. Fasulye ya-sağı hakkında ileri sürülmüş birkaç açıklama vardır: Fasulyelerin genital organlara benzemesi, ya da fasulye yemenin canlı bir ruhu yemekle eş tutulması gibi. Sonuncu yorum, fasulye yedikten sonra meydana gelen gaz çıkarma olayının sönen bir nefesin kanıtı gibi görülmesiyle ilgiliydi. *Aptallar İçin Felsefe* adlı kitapta Pisagor felsefesi şöyle özetlenmiştir: “Her şey numaralardan ibarettir ve fasulye yemeyin, çünkü size *numara* yapar.”

Pisagor hakkında günümüze kalmış en eski hikâye reenkar-nasyon inancıyla ilgilidir. Bu enteresan öyküyü MÖ altıncı yüz-

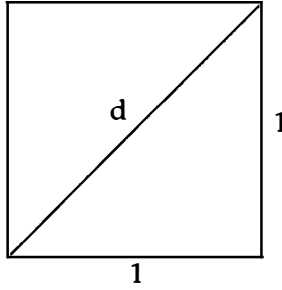
yılda Kolophon'da yaşamış olan şair Ksenophanes'e borçluyuz: "Bir gün Pisagor yoldan geçerken bir köpeğin zalimce dövüldüğüne şahit olur ve çok üzülür. Köpeği dövene şöyle der: 'Aman dövme, o gördüğün köpek, eski dostlarımdan birinin ruhunu taşıyor, ben onu sesinden tanıdım!'"

Pisagor'un izlerini sadece kendisinden sonra gelen Yunan filozoflarının öğretilerinde değil, bütün ortaçağ üniversitelerinin müfredatlarında da görmek mümkün. Örneğin bu üniversitelerde okutulan dersler *trivium* ve *quadrivium* adı altında iki ana dala bölünmüştü. *Trivium*, dilbilgisi, belagat ve mantık derslerini içeriyordu. *Quadrivium* ise, Pisagorcuların favori konuları olan dört yüksek ilmi içeriyordu: geometri, aritmetik, astronomi ve müzik. "Kürelerin armonisi" –yani yörüngesinde hareket eden gezegenlerin ilahi müziği– ise hem şairlere hem de bilim insanlarına ilham vermişti. Ki Pisagor'un öğrencileri, bu müziği sadece Pisagor'un duyabildiğine inanırdı. Gezegenlerin hareket yasalarını keşfeden ünlü astronom Johannes Kepler (1571-1630) bile, en önemli eserlerinden birinin başlığını *Harmonice Mundi* (*Dünyanın Armonisi*) koymuştu. Hatta Pisagorcucu bir ruhla her gezegen için farklı bir müzik melodisi bile bestelemişti (üç yüz yıl sonra besteci Gustav Holst'un yaptığı gibi).

Bu kitabın ana temasını oluşturan soruların perspektifinden bakacak olursak, Pisagor felsefesini mistik kostümlerinden arındırdığımızda, geriye kalan çıplak iskelet matematiksel gücünden hiçbir şey yitirmez. Aksine, Pisagor felsefesi, matematiğe, onun doğasına ve matematiğin fiziksel dünya ve insan zekâsıyla olan bağlantısına dair çok güçlü bir saptamadır. Pisagor ve Pisagorcular kozmik düzen arayışının babalarıdır. Ve kuramsal matematiğin kurucuları oldukları rahatlıkla söylenebilir. Çünkü Babilli ve Mısırlı atalarının aksine, onların matematikle ilgilenme sebebi gerçek hayatta işe yarar sonuçlar elde etmek değildi. Matematikle salt soyut bir çalışma alanı olarak, tüm pratik faydalarından muaf bir bakış açısıyla ilgilenmişlerdi. Peki, Pisagorcular matematiği bilimin kullanabileceği bir alet olarak görüyor muydu? İşte bu daha da şaibeli bir soru. Pisagorcular her ne kadar tüm doğa olay-

larını sayılarla bağdaştırırsa da, çalışmalarının ana konusu doğa olayları ya da onların sebepleri değil, sayıların kendisiydi. Ve bunun da, bilimsel araştırma için çok verimli bir başlangıç noktası olduğu söylenemez. Yine de, genel tabiat kanunlarının varlığına duydukları bariz inanç Pisagor doktrininin temellerinden biriydi. Yıllar içinde modern bilimin temel dayanağı haline gelen bu inancın köklerini belki de Yunan tragedyasındaki Kader kavramında aramalıyız. Rönesans döneminde bile, doğadaki her şeyi açıklayabilen bir yasalar bütününe mevcudiyetine inanılıyordu ve bu cüretkâr inanç sağlam bilimsel kanıtların hâlâ önündeydi. Ve bu inancı tümevarımsal bir bakış açısıyla savunulabilecek bir teze dönüştürebilen sadece Galileo, Descartes ve Newton oldu.

Pisagorculara atfedilen bir diğer büyük katkı ise, Pisagorcuları afallatan ve kendi sayısal dinlerinin aslında acınacak derecede işe yaramaz olduğunu kanıtlayan bir buluştur. 1, 2, 3, ... diye devam eden tamsayılar, evreni tanımlamak şöyle dursun, matematiği inşa etmek için bile yetersizdir. Örneğin, Resim 6'daki karede, her kenarın uzunluğu bir birimdir ve diyagonal çizgi ise d ile gösterilmiştir. Kareyi ikiye bölen çizginin oluşturduğu iki dik üçgen mevcuttur ve biz Pisagor teoremini kullanarak bu diyagonal çizginin uzunluğunu kolayca bulabiliriz.



Resim 6

Teoreme göre, iki kenarın karelerinin toplamı, diyagonalin (yani hipotenüsün) karesine eşittir: $d^2 = 1^2 + 1^2$, ya da $d^2 = 2$. Eğer sıfırdan büyük, yani pozitif herhangi bir x sayısının karesini biliyorsanız, sonucun karekökünü alarak x sayısına ulaşabilirsiniz (örneğin, eğer $x^2 = 9$ ise, o zaman $x = \sqrt{9} = 3$). Dolayısıyla, yukarı-

daki kare için konuşacak olursak, $d^2 = 2$ demek $d = \sqrt{2}$ demektir. Bu durumda diyagonal kenarın, karenin bir kenarının uzunluğuna olan oranı $\sqrt{2}$ 'dir. Fakat işte tam bu noktada, şok edici bir buluş devreye girer – ve Pisagor'un kılı kırk yarararak inşa ettiği sayı felsefesi çöker! Pisagorculardan biri (muhtemelen MÖ beşinci yüzyılın ilk yarısında yaşamış olan Metapontum'lu Hippasus), ikinin karekökünün, iki tamsayının kesiri olarak ifade edilemeyeceğini keşfeder. Yani $\sqrt{2}$, tam olarak a/b şeklinde yazılamaz. Başka bir deyişle, sonsuza uzayan envai çeşit tamsayı olduğu halde, $\sqrt{2}$ oranını veren iki tanesini bulmaya çalışmak, hüsrana uğranacağı baştan belli, nafile bir arayıştır. İki tamsayının birbirine oranı ile ifade edilebilen sayılara *rasyonel sayılar* (yani kesirli sayılar) denir (örn. $3/17...$ $2/5...$ $1/10...$ $6/1$). Kısacası, Pisagorcular $\sqrt{2}$ 'nin rasyonel bir sayı olmadığını kanıtlamıştı. Aslında, ilk buluştan kısa bir süre sonra, $\sqrt{3}$ ve $\sqrt{17}$ 'nin ve dahası karekökü alınmayan (yani 16 ya da 25 gibi olmayan) hiçbir sayının rasyonel sayı olmadığı anlaşılmıştı. Sonuçlar çarpıcıydı, Pisagorcular sonsuza uzayan rasyonel sayılara ek olarak, sonsuza uzayan yeni bir sayı türü daha bulmuştu: *irrasyonel sayılar*! (Yani bir kesir olarak ifade edilemeyen sayılar.) Aslında bu buluşun matematiksel analizin gelişimindeki önemini ne kadar abartsak azdır. Her şey bir yana, bu buluş on dokuzuncu yüzyılda “sayılabilen” ve “sayılamayan” sonsuz kümelerin keşfine yol açmıştır. Fakat gelin görün ki, irrasyonel sayılar Pisagorcular arasında öylesine büyük bir felsefi kriz yaratmıştı ki, rivayete göre, bunu kabullenemeyen Pisagor, Hippasus'u açık denizdeki bir tekneden suya attirmişti. Filozof İamblikhos şöyle anlatır: “Keşfi yapan ve bu teorinin kıymetini bilmeyenlerle paylaşan kişi, bir anda grubun en nefret edilen adamı olup çıkmıştı. Hatta Pisagorcular adamı gruptan dışlamakla kalmamış, sanki ölmüş gibi mezarını bile inşa etmişlerdi.”

İrrasyonel sayıların keşfinden daha da önemli bir şey varsa, o da Pisagorcuların matematiksel ispat konusundaki inatçı ısrarıydı. Tamamen mantık yürütmeye dayanan bu usul sayesinde, varsayımlar başta olmak üzere matematiksel tüm önermeler şüpheye yer bırakmayacak şekilde kanıtlanabilirdi – daha doğrusu

kanıtlanmalıydı. Halbuki Yunanlılardan önce, matematikçiler bile yaptıkları keşiflerin hangi mantıksal aşamaların sonucunda ortaya çıktığı ile ilgilenmemiş, bu aşamaları açıklama zahmetine girmemişti. Herhangi bir matematik reçetesinin –örneğin arazi parçalarının paylaştırılması için kullanılan bir formülün– gündelik hayatta işe yaraması herkes için yeterli bir kanıttı. Oysa Yunanlılar bununla yetinmemiş ve formülün neden işe yaradığını da açıklama ihtiyacı hissetmişti. İspat fikrini ilk ortaya atan filozof Miletli Thales (MÖ 625-MÖ 547) olmakla birlikte, bu uygulamayı matematiksel doğruları testten geçirmeye yarayan kusursuz bir araca dönüştüren Pisagorculardı. Mantık alanındaki bu hamlenin önemi çok büyüktü. Varsayımdan ispata yapılan bu geçiş, matematiği bir anda dönemin filozofları tarafından tartışılan diğer bütün disiplinlerden daha sağlam bir temele oturtmuştu. Çünkü mantığın süzgecinden geçmiş açık vermeyen sağlam bir kanıt sunmak, matematiksel önermenin doğruluğunu şüphe götürmeyecek şekilde kanıtlıyordu. Dünyanın en ünlü dedektifinin yaratıcısı Arthur Conan Doyle bile, matematiksel ispatın hakkını teslim etmişti. *Kızıl Dosya* adlı romanda Sherlock Holmes, vardığı sonuçların “Öklid’in önermeleri kadar hatasız” olduğunu söylüyordu.

Matematiğin bir keşif mi yoksa icat mı olduğu konusunda ise, ne Pisagor’un ne de Pisagorcuların şüphesi vardı – onlara göre, matematik gerçektir, sabittir, her yerdeydi ve zavallı insan zihninin üretebileceği her şeyden daha yüceydi. Pisagorcular evreni bile matematiğin bir sonucu olarak görüyordu. Aslında onların gözünde Tanrı matematikçi değildi – *matematik, Tanrı’nın ta kendisiydi!*

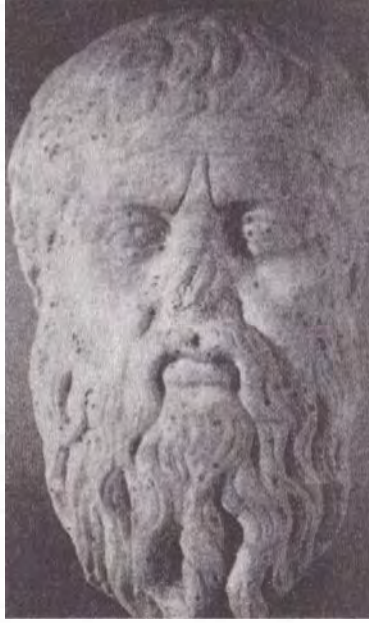
Pisagor felsefesinin önemi sadece içeriğinden kaynaklanmıyordu. Gündemi belirleyip sahneyi hazırlayarak sonraki kuşak filozofların –ve özellikle de Platon’un– önünü açan Pisagorcular, Batılı düşünce sistemine damgasını vurmuş, büyük bir etki alanı yaratmıştı.

Platon'un Mağarasından İçeriye

Ünlü İngiliz düşünür ve matematikçi Alfred North Whitehead (1861-1947), bir keresinde şöyle demişti: "Tüm Batı felsefesi Platon'a düşülmüş dipnotlardan ibarettir."

Gerçekten de Platon (MÖ 428-MÖ 347), matematik, fen ve dil-bilimden tutun da, din, ahlak ilmi ve sanata kadar pek çok farklı konuyu bir araya getiren ve hepsini bir bütün olarak ele alıp felsefenin bünyesinde birleştiren ilk düşünürdü. Platon'a göre felsefe, gündelik faaliyetlerden muaf, soyut bir ilgi alanı değildi. Bilakis, hayatın nasıl yaşanması gerektiği konusunda, gerçeklerin idrak edilmesinde ve siyasi yaşamın düzenlenmesinde insanlara kılavuzluk eden çok önemli bir rehberdi. Fakat en önemlisi de, Platon'a göre felsefe, duyularımızla doğrudan algılayabileceğimiz ya da sağduyumuzla hissedebileceğimizin çok ötesindeki bilinmez gerçekler krallığına açılan kapıydı. Peki, salt bilginin, mutlak iyinin ve ebedi gerçeğin bu amansız takipçisi kimdi?

Ariston ve Perictione'nin oğlu olan Platon'un Atina'da ya da Aegina'da doğduğu tahmin edilir. Resim 7'de, Roma dönemine ait bir Platon büstü görülüyor – muhtemelen MÖ dördüncü yüzyıldan kalma bir başka Yunan orijinalinden kopya edilmiş. Seçkin bir aileden gelen Platon'un hem anne hem baba tarafından şöhretli akrabaları vardı. Örneğin, ünlü kanun koyucu Solon ve son Atina kralı Codrus bunlardan bazılarıydı. Platon'un dayısı Charmides ve annesinin kuzeni Critias, ünlü filozof Sokrates'in (MÖ 470-MÖ 399) eski dostlarıydı – ki akıl hocası Sokrates, genç Platon'un düşünce dünyasını şekillendiren en önemli kişilerin başında geliyordu. Başlangıçta Platon'un niyeti politikaya girmekti, fakat o dönemde kendisine eşlik eden partizanların şiddet yanlısı eylemleri yüzünden vazgeçmişti. Erken yaşta politikadan soğuyan Platon, belki de bu yüzden geleceğin devlet adamları için temel eğitimin taslağını çıkarmaya soyunmuştu. Hatta bir keresinde, Siracusa Kralı II. Dionysius'a ders vermek için başarı-sızlıkla sonuçlanan bir teşebbüste bile bulunmuştu.



Resim 7

MÖ 399'da Sokrates'in idam edilmesinden sonra, Platon kendini yollara vurdu ve uzun yıllar seyahat etti. Ve bu gezginlik ancak MÖ 387'de, ünlü felsefe ve bilim okulu Akademi'yi kurmasıyla sona erdi. Platon ölünceye dek, dünyanın ilk üniversitesi sayılan Akademi'nin direktörü (başöğretmeni) olarak kaldı ve ölümünden sonra yerine yeğeni Speusippus geçti. Günümüzdeki akademik kurumların aksine, Akademi daha çok Platon'un rehberliğinde bir araya gelerek çeşitli ilgi alanlarında faaliyet gösteren gayriresmi bir topluluktu. Ödenmesi gereken bir okul harcı ya da önceden belirlenmiş bir müfredat yoktu; hatta bildiğimiz anlamda fakülte hocaları bile yoktu. Yine de bu okula girebilmenin biraz garip denebilecek bir önkoşulu vardı. Milattan sonra dördüncü yüzyılda yaşamış olan İmparator Julianus'un bir hitabesinde, Platon'un Akademi'sinin kapısında taş oymuş devasa bir yazı olduğundan bahsediliyordu. O hitabede, yazının içeriğinden bahsedilmese de, dördüncü yüzyıldan kalma bir başka metinde, kapıdaki bu yazıda şöyle dendiği anlatılıyordu: "Geometri

bilmeyen giremez!" Akademi'nin kurulduğu dönemle, kapıdaki bu yazının ilk tasviri arasında neredeyse sekiz yüz yıl gibi bir süre bulunduğundan, böyle bir yazının gerçekten var olup olmadığından emin olamayız. Fakat yine de, bu zorlu önkoşulda ifade edilen net mesajın Platon'un şahsi fikrini yansıttığından hiç şüphe yok. Örneğin, Platon ünlü diyaloglarından biri olan *Gorgias*'ta şöyle yazmıştır: "Aritmetik eşitlik, hem tanrılar hem insanlar için önemlidir."

Akademi'deki "öğrenciler" çoğunlukla geçimlerini kendileri sağlıyordu ve içlerinden bazıları –ki onlardan biri de büyük Aristo'ydu– okulda yirmi yıldan uzun kalmıştı. Platon, yaratıcı beyinlerin bu uzun vadeli birlikteliğini yeni fikirlerin doğması için en elverişli ortam olarak görüyordu. Bu sayede, soyut metafizik ve matematikten tutun da, ahlak ilmi ve siyasete kadar pek çok alanda yeni fikirler ortaya çıkıyordu. Belçikalı sembolist ressam Jean Delville (1867-1953), *Platon'un Okulu* adlı tablosunda, Platon ve öğrencilerinin sadeliğini, onlara atfedilen ilahi vasıfları çok güzel yansıtmıştı. Öğrencilerin ruhani özelliklerini vurgulamak amacıyla, Delville onları çıplak resmetmişti ve görünüşleri androjendi. Çünkü bunlar ilk insanlara atfedilen özelliklerdi.

Arkeologların şimdiye dek Platon'un Akademi'sine ait tek bir kalıntı dahi bulamadığını öğrenince, hayal kırıklığına uğramıştım. 2007 yazında Yunanistan'a gittiğimde, teselli ikramiyesi yerine geçebilecek bir ipucu aradım. Platon, arkadaşlarıyla sohbet etmekten en çok hoşlandıkları yerin Zeus Stoası olduğunu söylüyordu. (Stoa: MÖ beşinci yüzyılda inşa edilmiş üstü kapalı, sütunlu galeri.) O yüzden, ben de Atina'daki antik agoranın (yani Platon'un zamanındaki şehir merkezinin) kuzeybatı bölümünde, bu stoanın kalıntılarını buldum (Resim 8). Ve söylemeliyim ki, o gün, sıcaklık 46 dereceyi bulduğu halde, büyük ustanın ayak bastığı topraklarda yürürken tüylerim ürperdi.



Resim 8

Akademi'nin kapısının üstünde olduğu rivayet edilen yazı, aslında Platon'un matematik konusundaki yaklaşımını gayet açık bir şekilde eleveriyor. Gerçekten de, MÖ dördüncü yüzyıla ait önemli matematik araştırmalarının pek çoğu, şu veya bu şekilde Akademi'yle bağlantısı olan insanlar tarafından yapılmıştı. Gerçi Platon'un kendisi teknik olarak çok usta bir matematikçi değildi ve matematiğe yaptığı doğrudan katkılar muhtemelen azdı. Ama Platon çok şevkli bir matematik hayranı, motive edici bir rakip, zeki bir eleştirmen ve ilham verici bir rehberdi. Milattan sonra birinci yüzyıl düşünürlerinden, tarihçi Philodemus onu şöyle tanımlamıştı: "O dönemde matematik alanında çok büyük ilerleme kaydedilmişti. Platon, problemleri ortaya koyan baş mimardı ve matematikçiler de büyük bir ciddiyetle bu problemleri çözmeye çalışırdı." Yeni-Platoncu felsefenin önemli düşünürlerinden, matematikçi Proklos ise şöyle demişti: "Platon'un matematiğe ve özellikle de geometriye büyük katkıları oldu, çünkü bu konulara müthiş bir ilgi duyuyordu. Yazılarında matematik terimlerine bol bol yer verir ve gittiği her yerde felsefe öğrencilerinin matematiğe ilgi duyması için çabalardı." Başka bir deyişle, matematik alanında kayda değer kişisel başarıları olmasa da, matematikçilerle boy

ölçüşen engin matematik bilgisi sayesinde onlarla rahatça sohbet edebilen, ortaya çözülecek yeni problemler koyabilen bir insandı.

Platon'un matematiğe duyduğu hayranlığın bir diğer çarpıcı göstergesi ise, belki de en önemli eseri olan *Devlet*'te ortaya çıkıyordu. Estetik, ahlak, metafizik ve politikanın muazzam bir sentezi olan bu hayret verici eserin VII. kitabında, Platon (Sokrates'i örnek alarak) ütöpik devlet yöneticileri yaratmayı hedefleyen iddialı bir eğitim planının taslağını sunmuştu. Kitapta idealize edilen bu katı müfredat, daha çocukluğun ilk yıllarında oyun, seyahat ve jimnastikle verilen bir erken-yaş eğitimiyle başlıyordu. Daha sonra gelecek vaat edenlerin arasından bir seçim yapılıyor ve seçilenler programa devam ederek en az on yıl matematik, beş yıl diyalektik ve on beş yıl staj eğitimi alıyordu. Ki bu staj, gençlerin uygun makamlarda görev almasını ve savaş zamanında kumandanlık yapmasını da içeriyordu. Geleceğin politikacıları için böyle bir eğitimi şart gören Platon, bu düşüncesinin gerekçelerini gayet net açıklamıştı:

İktidar, iktidara düşkün olmayan ve iktidardan gelecek faydalara ihtiyacı bulunmayanlara verilmelidir. Aksi takdirde, elde edeceğimiz tek şey, birbirine rakip iktidar düşkünlerinin kapışması olur. Öyleyse, bir devletin yönetimi, devleti yönetmek için gereken bilgi ve donanımına sahip olan ve dahası, siyasal hayata tercih edilecek bir hayat sürenlere emanet edilmelidir.

Müthiş, öyle değil mi? Bu kadar iddialı bir eğitim programını uygulamaya koymak muhtemelen Platon'un zamanı için bile zordu. Fakat geleceğin politikacıları için matematik ve felsefe eğitiminin şart olduğunu düşünen bir tek Platon değildi. George Washington da Platon'la aynı fikirdeydi:

Sayıların ilmi, medeni hayatın her alanında hayati bir önem arz eder. Fakat bundan da öte, matematiksel gerçeklerin peşine düşmek insan zihnine metot ve doğru mantık yürütebilme becerisi kazandırır. Ve bu, rasyonel olabilmek için kesinlikle kayda değer bir uğraştır.

Araştırmacıya her şeyin sallantıda görüldüğü karmaşık ve belirsiz durumlarda, rasyonel beceriler en sağlam dayanaktır. Temelinde matematik ve felsefe bilgisi olanlar, çok daha kıymetli fikirler üretebilir ve mükemmel düşünebilir.

Mademki matematiğin doğasını tartışıyoruz, o halde matematikçi ya da matematiğin hamisi olan Platon'dan çok, matematik düşünürü olan Platon üzerinde durmalıyız. Çünkü Platon'un bu alandaki öncü fikirleri onu çağdaşı olan tüm matematikçi ve filozoflardan üstün kılmakla kalmaz, bir sonraki milenyumun temellerini atan en etkili filozof unvanını da kazandırır.

Platon'un matematiğe atfettiği gerçek değer, *Devlet* adlı kitabında yer alan ünlü "Mağara Benzetmesi"nde daha net ortaya çıkar. Platon bu benzetmesinde, insan duyularıyla elde edilen bilginin mutlak ve kesin olamayacağını söyler. Gerçek dünya olarak algıladığımız şey, aslında bir mağaranın duvarlarına yansıyan gölgelerden daha gerçek değildir. İşte Platon'un felsefe tarihine damgasını vuran o ünlü satırları:

İnsanların, ışığa açılan ve uzun bir girişi olan yeraltı mağarası gibi bir yerde olduklarını farz edin. Doğdukları günden beri oradalar; kıpırdamasınlar diye ayakları ve boyunları zincire vurulmuş; zincirleri yüzünden etraflarına bakmak için başlarını bile döndüremiyorlar. Arkaları mağara girişine dönük, sadece önlerindeki mağara duvarını görebiliyorlar. Yukarıda bir yerde yakılmış bir ateş var arkalarında. Tutsaklarla ateş arasında yüksek bir yol var ve bu yol boyunca uzayan bir duvar. Hani kukla oynatıcılarının kendileri ile seyirci arasına koydukları ve üzerinde marifetlerini sergiledikleri paravanlar gibi... Bu duvarın üstünde de insanlar olduğunu farz edin. Elllerinde taştan, ağaçtan, türlü türlü malzemeden yapılmış objeler, insan ve hayvan şeklinde heykeller taşıyorlar. Ve duvarın üstündeki bu şeylerin görüntüsü, arkadaki ışığın da etkisiyle, karşıdaki mağara duvarına

yansıyor... Sizce başlarını arkaya çeviremeyen insanlar, ışığın aydınlatığı mağara duvarında, bir gölge oyunundan başka bir şey görebilir mi?



Resim 9

Platon'a göre biz insanların, mağaradaki gölgeleri gerçek zanneden o tutsaklardan hiçbir farkı yoktu. (Resim 9'da, Platon'un mağara alegorisini resmeden 1604 tarihli Jan Saenredam gravürü görülüyor.) Platon, matematiksel gerçeklerin bir papirüs parçasına ya da kumsala çizilen daire, üçgen ve karelerden ibaret olmadığını, gerçek ve mükemmel formlara ev sahipliği yapan ideal bir dünyadaki soyut objelere işaret ettiğini vurgular. Matematiksel formların bu platonik dünyası, fiziksel madde dünyasından ayrıdır. Ve Pisagor teoremi gibi matematiksel önermeler önce bu dünyada doğrulanır. Yani herhangi bir kâğıda çizdiğimiz dik üçgen, soyut matematik dünyasındaki gerçek üçgenin sadece kusurlu bir kopyası, yaklaşık bir benzeridir.

Platon'un ayrıntılı olarak üzerinde durduğu bir başka önemli konu da, *varsayım* ve *aksiyomlara* dayalı bir süreç olan matematiksel ispatın doğasıyla ilgiliydi. Aksiyomlar, kendiliğinden apaçık olan ve ispat gerektirmeden genel kabul gören önermelerdi. Örneğin Öklid geometrisinin ilk aksiyomu gibi: "İki nokta arasın-

daki en kısa mesafe bir doğrudur.” Platon, *Devlet* adlı eserinde, varsayım kavramıyla soyut matematiksel formlar dünyasını çok güzel bağdaştırır:

Geometri, matematik ve benzeri konularla ilgilenenler, tek ve çift sayıları, rakamları, açının üç çeşidini ve bunun gibi diğer konuları hafife alırlar; bilinen şeyler olarak görüp doğru olduklarını varsayar ve bunları kendilerine ya da başkalarına açıklama ihtiyacı hissetmezler. Çünkü onların gözünde bu konular herkesin bildiği bariz şeylerdir. Bu varsayımlardan yola çıkarak araştırmalarının hedefi olan sonuca kestirmeden ulaşmak isterler. Fakat bunu yaparken gözle görünür şekilleri kullanır, onlar üzerinden tartışırlar. Oysa akıllarında olan şey gördükleri şekiller değil, onların temsil ettikleridir. Yani tartışmalarının hedefi mutlak karedir ya da bir dairenin mutlak çapıdır – kumsala çizilen bir dairenin çapı değil... Araştırmacının hedefi, kumsaldaki dairenin mutlak karşılığını görmektir *ve bu ancak ve ancak zihin gözüyle görülebilir* [vurgu sonradan eklenmiştir].

Platon’un görüşleri, genel felsefede ve özellikle de matematiğin doğasıyla ilgili tartışmalarda, *Platonculuk* olarak bilinen akımın temelini oluşturur. Platonculuk geniş anlamıyla, duyularımızın algıladığı geçici dünyadan tamamen bağımsız, değişmez gerçekleri ve soyut bir sonsuzluğa duyulan inancı kucaklar. Platonculuğa göre, matematiksel objelerin mutlak varlığı, en az evrenin varlığı kadar nesnel bir gerçektir. Üstelik bu soyut dünyada sadece doğal sayılar, çemberler ve kareler yer almaz. Sanal sayılar, fonksiyonlar, fraktaller, Öklid dışı geometriler, sonsuz kümeler ve bunlarla ilgili çeşitli teoremler de bu dünyanın sakinleridir. Kısacası, bütün matematiksel kavramlar ya da şimdiye dek formüle ya da hayal edilmiş bütün “nesnel gerçekler” ve dahası, henüz keşfedilmemiş olan sonsuz sayıdaki kavram ve tezlerin hepsi, ne yoktan var edilebilir, ne de yok edilebilir. Platoncu görüşe göre, bunların hepsi mutlak ya da *evrensel* gerçeklerdir.

Onlar, biz onları bilsek de, bilmesek de vardır. Elbette bunlar fiziksel objeler değildir – zaman ve mekândan muaf, otonom bir dünyada yaşarlar. Platonculuğa göre, matematikçiler yabancı diyarları keşfe çıkan kâşiflere benzer. Yani matematiksel gerçekleri sadece keşfedebilirler, icat edemezler. Tıpkı Amerika kıtasının Kolomb (ya da Leif Ericson) tarafından keşfedilmeden çok önce de var olması gibi, matematik teoremleri de Babillilerden çok önce platonik dünyada mevcuttur. Platon’a göre, gerçekten ve tam anlamıyla var olan yegâne şeyler matematiğin bu soyut formları ve fikirleridir. Çünkü güvenilir ve objektif bilgiye ancak ve ancak matematik sayesinde ulaşılabilir. Sonuç olarak Platon’un gözünde matematik neredeyse ilahi kudretle özdeş gibidir. Platon’un *Timaeus* adlı diyalogunda, yaratıcı tanrı dünyayı matematik kullanılarak düzenler ve *Devlet*’te ise matematik bilgisi ilahi formları tanımanın en önemli adımlarından biridir. Platon’un matematiği kullanma amacı, deneye tabi birtakım tabiat yasaları formüle etmek değildir. Bilakis Platon için dünyanın matematiksel karakteri, sadece şu gerçeğin bir sonucudur: “Tanrı daima matematik kullanır.”

Platon’un “mutlak formlar” ile ilgili düşünceleri diğer disiplinlere de yansımış, özellikle de astronomiyle ilgili fikirlerini etkisi altına almıştı. Platon, “Gökleri kendi haline bırakmalıyız,” diyordu. Ona göre astronominin asıl amacı gökyüzünde gördüğümüz yıldızların gözle görünen pozisyonlarını ve hareketlerini anlamak değildi. Gerçek astronomi, matematiğin ideal dünyasındaki hareket yasalarıyla ilgilenen bir bilim dalıydı. Ki gözlemlediğimiz gökyüzü bile bu dünyanın basit bir örneği idi sadece (tıpkı papirüse çizilen geometrik şekillerin mutlak şekillerin birer kopyası olması gibi).

Platon’un astronomi araştırmalarıyla ilgili bu görüşleri, en sadık Platoncular arasında bile tartışmaya yol açmıştı. Platon’un destekçilerine göre, Platon aslında gerçek astronominin hayali bir gökyüzüyle ilgilenmesi gerektiğini söylemeye çalışmıyordu. Onun söylemeye çalıştığı şey, yıldızların dünyadan gözlemlenebilen hareketleriyle yetinmek yerine, göksel objelerin gerçek ha-

reketleriyle ilgilenmek gerektiği. Fakat Platon'u eleştirenler de vardı. Onlara göre, Platon'un hükümlerini kelimesi kelimesine benimsemek gözlemsel astronominin gelişiminde ciddi bir engel oluştururdu. Sonuçta Platon'un astronomiye olan yaklaşımını nasıl yorumlarsak yorumlayalım, söz konusu matematiğin temelleri olduğunda, Platonculuk matematiğin en temel öğretilerinden biridir.

Peki ama platonik bir matematik dünyası gerçekten var mıdır? Ve eğer gerçekten varsa, tam olarak nerededir? Ve bu dünyanın sakinleri olan "nesnel gerçekler" nelerdir? Yoksa Platoncu matematikçiler, büyük Rönesans ressamı Michelangelo'ya atfedilen romantik inancın bir başka versiyonunu mu dile getiriyor sadece? Rivayete göre, Michelangelo yarattığı muazzam heykellerin mermer blokların içinde zaten var olduğuna ve kendisinin tek yaptığı bunları ortaya çıkarmak olduğuna inanırmış. Hatta bir keresinde şöyle demiş: "Mermerin içine hapsolmuş meleşti gördüm ve o serbest kalana kadar mermeri yonttum."

Günümüz Platoncuları (evet, hâlâ varlar ve ileriki bölümlerde onların görüşlerini daha detaylı inceleyeceğiz), matematiksel formların ait olduğu platonik bir dünyanın gerçekten var olduğunu iddia ediyor ve bu dünyanın "nesnel gerçeklik" arz eden matematiksel saptamalarına kendilerince sağlam örnekler veriyorlar.

Örneğin şu basit önermeyi ele alalım: 2'den büyük her çift sayı, iki asal sayının (yani sadece bire ve kendine bölünen iki sayının) toplamı şeklinde yazılabilir. Kulağa basit gibi gelen bu önerme Goldbach hipotezi olarak bilinir. Ve çözülememiş en eski matematik problemlerinden biridir. Bilgisayarda yapılan deneyler tarafından çok büyük sayılara kadar doğrulandığı halde henüz genel kabul görmüş bir ispatı yoktur. 7 Haziran 1742'de Prusyalı amatör matematikçi Christian Goldbach (1690-1764) tarafından yazılan bir mektupla ortaya çıkmıştır. Aslında bu varsayımın doğruluğu ilk birkaç çift sayı üzerinde denenerak kolayca ispatlanabilir: $4 = 2 + 2$... $6 = 3 + 3$... $8 = 3 + 5$... $10 = 3 + 7$ (ya da $5 + 5$) ... $12 = 5 + 7$... $14 = 3 + 11$ (ya da $7 + 7$) ... $16 = 5 + 11$ (ya da $3 + 11$) ... vs.

İlk bakışta o kadar basit bir önermedir ki, İngiliz matematikçi G. H. Hardy, "Herhangi bir aptal da tahmin edebilirdi," demiştir. Aslında büyük Fransız matematikçi ve düşünür René Descartes bu hipotezi gerçekten de Goldbach'tan önce tahmin etmiştir. Fakat bir hipotezi ortaya koymak başka, ispatlamak bambaşka bir meseledir. 1966'da Çinli matematikçi Çen Cingrun, bu hipotezi kanıtlama yolunda önemli bir adım atmıştır. Ve yeterince büyük her çift sayının, biri asal diğeri ise en fazla iki asal çarpanlı olmak üzere, iki sayının toplamı olduğunu göstermeyi başarmıştır. 2005 yılının sonunda, Portekizli araştırmacı Tomás Oliveira e Silva, bu hipotezin 3×10^{17} 'ye (yani üç yüz bin trilyona) kadar olan tüm sayılar için geçerli olduğunu göstermiştir. Yine de, birçok yetenekli matematikçinin olağanüstü çabalarına rağmen, bu kitabın yazıldığı tarihte henüz genel kabul gören bir kanıtı ulaşılamamıştır. Hatta 20 Mart 2000 ile 20 Mart 2002 arasında (*Petros Dayı ve Goldbach Hipotezi* adlı kitabın tanıtımını yapmak amacıyla) konulan 1 milyon dolarlık baştan çıkarıcı ödül bile sonuç vermemiştir. Fakat işte tam da bu noktada, matematikte "nesnel gerçeklik" dediğimiz şeyin anlamı devreye girer. Diyelim ki 2016'da çürütülemez sağlam bir ispat bulundu. O zaman bu önerme için, Descartes onu ilk düşündüğünde de doğrudur zaten diyebilir miyiz? Pek çok insan bu soruyu saçma bulacaktır. Bir önermenin doğruluğu bir kez ispatlanmışsa, o önerme *daima* doğrudur – biz onun doğru olduğunu bilmezken bile! Ya da *Catalan varsayımı* olarak bilinen masum görünümlü bir başka örneğe bakalım. 8 ve 9 rakamları ardışık tamsayılarıdır ve her ikisi de farklı iki sayının kuvvetidir – yani $8 = 2^3$ ve $9 = 3^2$. 1844'te Belçikalı matematikçi Eugène Charles Catalan (1814-1894), bir varsayımda bulunmuş ve (0 ve 1 hariç) tamsayıların olası tüm kuvvetleri içinde, ardışık yegâne iki sayının 8 ve 9 olduğunu iddia etmiştir. Başka bir deyişle, hayatınız boyunca üslü sayıları yazabilirsiniz. Ama 8 ve 9'dan başka üslerinin sonucu ardışık olan iki sayı daha bulamazsınız. 1342'de Fransız asıllı Yahudi düşünür ve matematikçi Levi Ben Gerson (1288-1344), aslında varsayımın küçük bir bölümünü ispatlamıştı – yani 8 ve 9'un 2 ve 3'ün ardışık olan yegâne kuvvetleri

olduğunu ispatlamıştı. Daha sonra 1976'da, matematikçi Robert Tijdeman önemli bir gelişme kaydetti. Fakat yine de, Catalan varsayımının mutlak ispatı 150 yıldan uzun bir süre boyunca matematik dehalarını şaşırtmaya devam etti. Nihayet 18 Nisan 2002'de Romen matematikçi Preda Mihailescu varsayımı ispatlayan dört başı mamur bir kanıt sundu. Kanıtı 2004'te yayımlandı ve günümüzde de herkes tarafından kabul görmekte. Şimdi bu noktada tekrar sorabilirsiniz: Catalan varsayımı ne zaman doğruluk kazandı? 1342'de mi? 1844'te mi? 1976'da mı? 2002'de mi? 2004'te mi? Gayet açık değil mi? Biz doğru olduğunu bilmesek de, bu önerme *hep* doğrudur. Ve işte bu, Platoncuların "nesnel gerçekler" dediği türden bir gerçektir.

Bazı matematikçiler, düşünürler, bilişsel bilimciler ve matematiğin diğer "tüketicileri" (örneğin, bilgisayar mühendisleri), platonik dünyayı fazla mesai yapan uçuk zihinlerin hayal ürünü olarak niteler (bu bakış açısını ve diğer dogmaları kitabın ilerleyen bölümlerinde ayrıntılı olarak işleyeceğiz). Örneğin, 1940'ta ünlü matematik tarihçisi Eric Temple Bell (1883-1960), şu tahminde bulunmuştur:

Kâhinlere göre, matematikteki platonik ideallerin son savunucusu 2000 yılı gelmeden dinozorlarla aynı kaderi paylaşacak. Kuşandığı efsanevi ebediyet maskesinden mahrum kaldığında, matematiğin gerçekte ne olduğu ortaya çıkacak: İnsanlar tarafından, yine insanlarca konmuş hedeflere ulaşmak için tasarlanmış, insan icadı bir dil. Böylece mutlak gerçeğin son tapınağı da, kutsadığı hiçlikle beraber yok olacak.

Fakat Bell, kehanetinde yanıldı. İlerleyen yıllarda Platonculukla taban tabana zıt fikirler ortaya atılmış olsa da, hiçbiri matematikçi ve düşünürlerin aklını (ve de kalbini) tam anlamıyla çelmeyi başaramadı. Ve söz konusu Platonculuk olduğunda, matematikçiler günümüzde de en az eskiden olduğu kadar bölünmüş durumda.

Fakat diyelim ki Platonculuk galip geldi ve hepimiz gayretli birer Platoncu olup çıktık. Peki, Platonculuk, matematiğin dünyayı tanımlamadaki “akıl almaz etkinliği”ni gerçekten açıklayabiliyor mu? Pek değil. Fiziksel gerçeklik neden soyut platonik dünyanın yasalarına göre hareket etsin ki? Zaten bu soru, sadık bir Platoncu olan Penrose’un bile çözemediği gizemlerden biriydi. Öyleyse Platonculuğu benimseyecek olsak bile, matematiğin akıl almaz gücünün hâlâ çözülememiş bir gizem olduğu gerçeğini kabul etmek zorundayız. En azından şimdilik! Ya da Wigner’in sözlerine kulak vermeliyiz: “Bu noktada esaslı bir mucizeyle karşı karşıya olduğumuz yadsınamaz. Öylesine çarpıcı bir mucize ki, hiçbir çelişkiye düşmeden bin bir tane argümanı uç uca ekleyebilen insan zihniyle kıyaslanabilir ancak.”

Bu mucizenin boyutlarını daha iyi kavrayabilmek için, bu mucizeye bizzat şahit olan insanların hayatlarını ve bize bıraktıkları mirası incelemeliyiz – çünkü o insanlar, kusursuzluğuyla bizleri şaşırtan matematiksel tabiat yasalarının ardındaki mucizevi dehalardır.

3. BÖLÜM

BÜYÜCÜLER: USTA VE İSYANKÂR

Hız. Musa'ya gönderilen On Emir'in aksine, bilim heybetli taş tabletler vasıtasıyla insanoğluna indirilen bir vahiy değildir. Bilim tarihi, sayısız zihinsel tasavvurun, hipotez ve modelin doğuş ve çöküş hikâyesidir aslında. İlk bakışta dâhiyane gibi görünen pek çok fikir, ya yanlış alarmla sonuçlanmış, ya da çıkmaz sokağa dalmıştır. Asla yürütülemez denilen bazı teoriler, deney ve gözlemin ateşten testine tabi tutulduğunda puf diye dağılıvermiş ve demode teoriler çöplüğünü boylamıştır. Hatta bazı fikirlere hayat veren dâhilerin olağanüstü beyin gücü bile, bu fikirlerin yerini yenilerine bırakmasına engel olamamıştır. Örneğin büyük Aristo, taş ya da elma gibi ağırlığı olan cisimlerin yere düşmesini, bu cisimlerin ait oldukları yere, yani dünyanın bağrına geri dönme arzusuna bağlıyordu. Aristo'ya göre, yere düşen cisimler hız kazanıyordu, çünkü yuvalarına dönmek için sabırsızlanıyorlardı. Hava (ve ateş) ise, yukarı doğru hareket ediyordu çünkü havanın ait olduğu yer gök kürelerin yanıydı. Bütün cisimler, dört temel öğeyle, yani toprak, ateş, hava ve suyla olan ilişkisi doğrultusunda tanımlanabilirdi. Aristo bunu şöyle anlatıyordu:

Bazı varlıklar doğuştandır, bazıları ise nedenseldir. Doğuştan olanlar, toprak, ateş, hava ve su gibi temel unsurlardır... Elbette bu unsurlar, doğuştan olmayan unsurlardan farklıdır. Çünkü her biri, kendine özgü bir hare-

ket ve denge yasasına tabidir... Hareket, her şeyin kendi doğal alanına yönelme eğilimiyle açıklanır; bu yüzden ateş yukarı doğru hareket eder ve cisimler düşer.

Aristo, nicel bir devinim yasası formüle etmeye bile kalkışmıştı. Hızın ağırlıkla doğru orantılı olduğunu söyleyen Aristo, daha ağır cisimlerin daha hızlı düştüğünü iddia ediyordu (yani iki cisim varsa ve birinin ağırlığı diğerinin iki katıysa, ağır olan cisim diğerinden iki kat hızlı düşer diyordu). Gündelik deneyimler bu yasayı yeterince makul gösterebilirdi –ne de olsa, aynı yükseklikten bırakılan bir tuğla, bir kuş tüyünden çok daha hızlı yere düşüyordu– ve durum böyle olunca, Aristo iddiasını hiç gözden geçirme gereği duymamıştı. Üst üste konmuş iki tuğlayla, tek bir tuğlanın aynı hızda yere düşeceğini ya akıl edememişti ya da görmezden gelmişti! Çok daha matematiksel ve deneysel bir üslup benimseyen ve dolayısıyla “yuvalarına kavuşan tuğla ve elmalar” fikrine pek sıcak bakmayan Galileo Galilei (1564-1642), Aristo’nun yanlışlığını gösteren ilk bilim insanı oldu. Yürüttüğü zeki mantık sayesinde Galileo, Aristo’nun devinim yasasının işe yaramaz olduğunu ispatladı. Çünkü Aristo’nun yasası, gerçekten de mantıksal açıdan tutarsızdı. Galileo’nun öne sürdüğü argüman şuydu: Diyelim ki elimizde biri hafif, diğeri ağır iki cisim var – a cismi ağır, b cismi hafif olsun. Biz a ile b’yi üst üste koyup bir iple bağlarsak, a’dan da b’den de daha ağır bir cisim elde etmiş oluruz. Aristo’nun devinim yasasına göre, $(a + b)$ isimli bu yeni bileşik cisim a ve b’den daha ağır olduğu için, ikisinden de daha hızlı düşmesi gerekir. Ama öte yandan, yine aynı mantığa göre düşünecek olursak, b cismi a’ya göre daha yavaş düştüğü için, a’yı yavaşlatması da kaçınılmazdır, öyle değil mi? Peki ama Aristo’nun yasası bileşik nesnenin, bileşenlerinin ikisinden de hızlı düşeceğini söylemiyor muydu? O halde Aristo’nun önermesi kendi içinde tutarsızdır. Ve dolayısıyla da yanlıştır. Aslında bir tüyün bir tuğladan daha yavaş düşmesinin tek sebebi, tüyün daha fazla hava direncine maruz kalmasıdır – oysaki havasız bir ortamda aynı yükseklikten yere bırakılırsalar, her ikisi de aynı anda düşecektir. Bu durum çeşitli deneylerle kanıtlanmıştır.

Ki bunlardan en çarpıcısı Apollo 15 astronotu David Randolph Scott'ın yaptığı bir deneydir. Ay'da yürüyen yedinci insan olan Scott, bir elinde çekiç, diğerinde ise kuş tüyü tutuyordu ve her ikisini de aynı anda yere bırakmıştı. Ve Ay'ın atmosferi olmadığı için, tüy ve çekiç Ay yüzeyine aynı anda düşmüştü.

Fakat Aristo'nun hatalı devinim yasasının asıl hayret verici yanı yanlış olması değil, tam iki bin yıl boyunca doğru kabul edilmiş olmasıydı! Peki, yanlış bir teori nasıl olmuştu da bu kadar uzun bir saltanat sürebilmişti? İşte bu tam da "kusursuz fırtına" dediğimiz türden bir durumdu – yani üç farklı etken bir araya gelmiş ve böylece doğruluğu şüphe götürmez bir doktrin yaratmıştı. Öncelikle, kati ölçüm metotlarının yokluğunda, Aristo'nun yasası gözleme dayalı bir mantık arz eder gibiydi – ne de olsa, papirüs yaprakları havada süzülürken, kurşun bir kütle pat diye yere düşüyordu. Ve bu mantığın aldatıcı olabileceğini iddia etmek ancak ve ancak Galileo gibi bir dâhinin harcıydı. İkinci etken, Aristo'nun bir âlim olarak sahip olduğu benzersiz itibar ve otoritenin ağırlığıydı. Ne de olsa Aristo, Batı kültürünün temellerini atan adamdı. Tabiat olaylarının incelenmesinden tutun da, ahlak ilminin temellerine ve hatta metafizik, politika ve sanata kadar her konunun kitabını yazmıştı. Ve hepsi bu da değildi. Genel mantığın ilk çalışmalarına imza atan Aristo, bize bir bakıma *nasıl* düşünmemiz gerektiğini bile öğretmişti. Günümüzde, okula giden her çocuk Aristo'nun çığır açan mantık yürütme sistemini bilir. *Aristo mantığı* olarak bilinen bu yöntem iki adet öncül önermeden sonuç çıkarmaya dayalıdır:

1. Bütün Yunanlılar insandır.
2. Bütün insanlar ölümlüdür.
3. Dolayısıyla, bütün Yunanlılar ölümlüdür.

Aristo'nun hatalı devinim teorisinin bu kadar uzun ömürlü olmasının üçüncü bir sebebi de Hristiyan kilisesinin bu teoriyi resmi olarak tanımasıydı. Ve bu da, Aristo'nun ortaya koyduğu teoriyi sorgulamaya kalkışanlar için oldukça caydırıcı bir durumdu. Tümdengelim mantığını sistemleştirmekteki olağanüs-

tü katkılarına rağmen, Aristo'nun matematikte kayda değer bir başarısı yoktu. Biraz şaşırtıcı olsa da, organize bilimin kurucusu sayılan adam, matematiğe fazla (en azından Platon'un verdiği kadar) önem vermemişti ve fizikte de zayıf sayılırdı. Aristo, sayıların ve geometrik bağlantıların bilimdeki önemini kabul etse de, matematiği fiziksel gerçeklikten yoksun, soyut bir disiplin olarak görüyordu. Ve o yüzden de, her ne kadar entelektüel bir süper-yetenek olsa da, Aristo'nun benim matematik "büyücüleri" listemde yeri yoktur.

"Büyücüler" kelimesinden kastım, içi boş bir silindir şapkadan tavşan çıkarabilenlerdir! Matematikle doğa arasında daha önce hiç kurulmamış bağlantıları keşfedenler; karmaşık tabiat olaylarını gözlemleyip onlardan cam gibi berrak matematik yasaları damıtanlardır! Hatta bazı durumlarda, bu üstün beyinler deney ve gözlemlerini kendi matematiklerini geliştirmek için bile kullanmışlardır. O büyücüler olmasaydı, matematiğin doğayı tanımlamaktaki akıl almaz etkinliği gibi bir muamma hiçbir zaman var olmayabilirdi. Bu akıl almaz mucizeyi, gerçekten de bu araştırmacıların sahip olduğu doğaüstü öngörüye borçluyuz.

Evreni anlamamıza katkıda bulunan bütün o süper bilgin ve matematikçileri tek bir kitaba sığdırmak elbette mümkün değil. O yüzden bu ve sonraki bölümde geçmiş yüzyılların sadece dört devi üzerinde duracağım. "Büyücülük" statüsünü sonuna kadar hak eden bu devler, bilim dünyasının en gözde isimleri, tabir yerindeyse, kaymak tabakasıdır. Listemdeki ilk büyücü insanlığın hafızasına nispeten tuhaf bir olayla –yaşadığı kentin sokaklarına çırılçıplak fırlamasıyla– kazanmıştır!

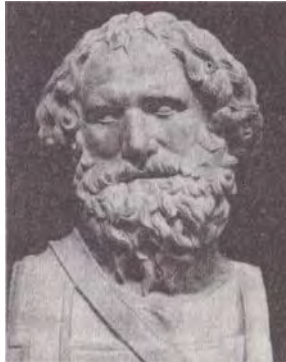
Bana Bir Dayanak Noktası Verin, Dünya'yı Yerinden Oynatayım

Matematik tarihçisi Eric Temple Bell'den dünyanın gelmiş geçmiş en büyük üç matematikçisini sayması istendiğinde, şöyle demişti:

Tarihin "en büyük" üç matematikçisini sıralayan her liste Arşimet'i içermelidir. Ona eşlik edecek diğer iki isim

ise genellikle Newton (1642-1727) ve Gauss'tur (1777-1855). Bu devlerin yaşadığı çağlarda matematik ve fizik bilimlerinin cılızlığı –daha doğrusu yoksulluğu– düşünülürse ve başarıları yaşadıkları çağ göz önüne alınarak değerlendirilirse, Arşimet açık ara listenin birincisi olur.

Arşimet (MÖ 287-MÖ 212), gerçekten de kendi çağının Newton'ı ya da Gauss'uydu. Zekâsı, hayal gücü ve öngörüsü öylesine muazzam bir adamdı ki, hem çağdaşları hem de sonraki kuşaklar ondan hayranlık ve saygıyla bahsetmişti. Daha çok mühendislik harikası icatlarıyla bilinse de, Arşimet esasen matematikçiydi ve matematikte çağının birkaç yüzyıl ilerisindeydi. (Resim 10'daki büstün Arşimet'e ait olduğu söylenir, fakat bir Sparta kralına ait olma ihtimali de yok değil.) Ne yazık ki Arşimet'in ilk gençlik yılları ve ailesi hakkında pek az şey bilinir. Herakleides tarafından yazılmış olan ilk biyografisi günümüze ulaşamamıştır. Hayatı ve feci ölümüyle ilgili bildiğimiz birkaç detayı ise Romalı tarihçi Plutarkhos'un yazılarına borçluyuz. Aslında Plutarkhos'un (46-120) asıl niyeti Arşimet'ten bahsetmek değildi. MÖ 212'de Arşimet'in memleketi Siracusa'yı kuşatan Roma generali Marcellus'un askeri başarılarını yazmaktı. Fakat matematik tarihi açısından büyük bir şans eseri, Siracusa'nın kuşatması sırasında Arşimet, Marcellus'un başına öyle büyük bir dert olmuştu ki, dönemin üç büyük tarihçisi olan Plutarkhos, Polybius ve Livy, yazılarında Marcellus'tan çok Arşimet'e yer vermek zorunda kalmıştı.



Resim 10

Arşimet, o zamanlar Sicilya'daki bir Yunan kolonisi olan Siracusa'da doğmuştu. Ve rivayete göre, astronom Phidias'ın oğluydu. Phidias hakkında bildiğimiz tek şey, Güneş ve Ay'ın çaplarının birbirine olan oranını tahmin etmiş olduğudur. Arşimet'in Siracusa Kralı II. Hieron'la da akraba olduğu söylenir. Ki Hieron'un kendisi de bir asilzadenin (bir kadın köleden olma) gayrimeşru oğluydu. Fakat Arşimet'in kraliyet ailesiyle olan bağı ne olursa olsun, Arşimet hem kralın hem de oğlu Gelon'un daima hürmetine mazhar olmuş bir şahsiyetti. Siracusa'ya dönüp kendini bilime ve araştırmalarına vermeden önce, gençlik yıllarında bir süre İskenderiye'de kalıp matematikle ilgilenmişti.

Arşimet gerçekten de matematikçinin önde gideniydi! Plutarkhos'un yazdıklarına bakılırsa, Arşimet için "fayda ve çıkara yönelik her zanaat, bayağı ve adiydi ve o sadece, güzelliği ve kusursuzluğuyla hayatın tüm sıradan ihtiyaçlarından bağımsız olan şeylerin peşinden giderdi." Arşimet'in soyut matematiğe duyduğu ilgi ve bu ilginin sıra dışı boyutu, bu alanda faaliyet gösterenlerin duyduğu genel şevk ve heyecanı katbekat aşan bir durumdu. Plutarkhos, kendini matematiğe adanmış Arşimet'in vaziyetini şöyle tasvir etmişti:

Sürekli büyülenmiş gibiydi. Hesaplarına daldığı zaman yemek yemeyi bile unutur, ne üstünü başını ne de dış görünümünü umursardı. Ve her zaman olduğu gibi, bir başkasının zoruyla yıkanmak zorunda kaldığında ise, parmağıyla hamamdaki küllere ya da vücuduna şekiller çizmeye devam ederdi. Kendini tamamen kaptırmış, içindeki ilham perisinin esaretine girmiş gibiydi.

Uygulamalı matematiği hor gören ve kendi mühendislik harikası fikirlerini bile küçümseyen Arşimet, buna rağmen öylesine muazzam ve faydalı icatlara imza atmıştı ki, aslında sahip olduğu matematik dehasından çok, bu icatlarıyla ün kazanmıştı.

Arşimet hakkında en çok anlatılan hikâye, onun şu meşhur "şaşkın matematikçi" imajını hepten öne çıkaran bir olaydı. Bu komik öykü ilk kez MÖ birinci yüzyılda Romalı mimar Vitruvi-

us tarafından anlatılmıştır ve şöyledir: Günün birinde Siracusa Kralı Hieron, tanrılara hediye etmek için kentteki bir kuyumcuya som altından bir taç sipariş etmiş. Ve bunun için gereken altını da kendisi vermiş. Kuyumcu işini bitirip tacı krala teslim etmiş. Tacın ağırlığı tam da kralın tedarik ettiği altın kadarmış. Fakat kral yine de kuyumcunun tacın içine gümüş karıştırdığından kuşkulmuş. Tacı kırıp bozmadan kuşkusunu kanıtlamayacağı için de, bu sorunun çözümünü matematik uzmanı Arşimet'e havale etmiş. Arşimet'in tacı bozmadan içine gümüş katılıp katılmadığını anlaması gerekiyormuş. Bir hayli düşünmüş olmasına rağmen sorunu bir türlü çözemeyen Arşimet, yıkanmak için günün birinde hamama gitmiş. Elbette akli sürekli problemin çözümüyle meşgulmüş. Bu potansiyel dolandırıcılığı nasıl ortaya çıkarabileceğini düşünüp duruyormuş. Fakat tam o sırada, küvete girme-siyle birlikte önemli miktarda suyun küvetten taşıdığını fark etmiş. Ve işte o anda kafasında bir ampul yanmış ve problemin çözümü aklına gelivermiş. Sevincinden çırlıçıplak hamamdan fırlayan Arşimet, "*Eureka, eureka!*" ("Buldum, buldum!") diye sokaklarda koşmaya başlamış. Evet, suyun kaldırma kuvveti, hacim ve özgül ağırlık hesaplarının babası olan Arşimet, tüm bunları bir hamamda bulmuştu!

Arşimet'in bir diğer ünlü sözü de şudur: "Bana bir dayanak noktası verin, Dünya'yı yerinden oynatayım." Bu cümle Google aramalarında 150 binden fazla sonuç vermektedir. Büyük bir şirketin reklam sloganını andıran bu iddialı söylem Thomas Jefferson, Mark Twain ve John F. Kennedy tarafından kullanılmış, hatta Lort Byron'ın bir şiirine bile konu olmuştur. Kuvvet uygulayarak ağırlık kaldırma problemini çözmeye çalışan Arşimet'in bu sözü, muhtemelen yaptığı araştırmaların sonuç cümlesiydi. Yine Plutarkhos'tan öğrendiğimiz kadarıyla, Arşimet'in çok büyük ağırlıkları çok küçük bir çabayla hareket ettirebilen bir makine yaptığı anlatılıyormuş. Kral Hieron bir gün Arşimet'ten bu kabiliyetini uygulamalı olarak göstermesini istemiş. Ve Arşimet bir makara kullanarak ağzına kadar yüklü bir gemiyi kolayca denize indirmeyi başarmış. Plutarkhos, hayranlığını dile getirerek

Arşimet'in gemiyi "sanki denizin üzerinde gidermiş gibi kara boyunca kaydırıldığını" yazmış. Başka kaynaklarda aynı hikâyenin farklı versiyonlarını da görmek mümkün. Arşimet'in koskoca bir gemiyi o günün imkân ve aletleriyle hareket ettirdiğine inanmak her ne kadar güç olsa da, ağır yükleri kaldırmaya yarayan bir icatla etkileyici bir gösteri yaptığından hiç şüphe yok.

Arşimet sadece savaşta değil, barışta da işe yarayacak pek çok icada imza atmıştı. Örneğin, su çıkarmaya yarayan hidrolik bir burgu ve gök kürelerin hareketlerini gösteren bir de planetaryum yapmıştı. Hidrometre, kaldıraç, tulumba gibi buluşları olan, ağırlık merkezi, terazi kanunu, eğik düzlem kanunu, özgül ağırlık gibi kavramları ortaya atan Arşimet süper bir mucitti. Fakat antik zamanlarda şöhretini en çok borçlu olduğu şey, Siracusa kentinin Romalılara karşı savunmasında oynadığı roldü.

Savaşlar, tarihçilerin hep en sevdiği konu olmuştur. Sonuç olarak, Romalıların MÖ 214-212 yılları arasındaki Siracusa kuşatması da bu ilgiden nasibini almış ve pek çok tarihçi tarafından bol bol kayda geçirilmişti. Zamanın en ünlü askeri kişiliklerinden biri olan Roma generali Marcus Claudius Marcellus (MÖ 268-MÖ 208), çabuk bir zafer kazanmayı umuyordu. Anlaşılan o ki, Kral Hieron'un bu kadar inatçı olabileceği hiç aklına gelmemişti. Tabii hesaba katmadığı bir unsur daha vardı: Krala yardımcı olan matematik ve mühendislik dehası Arşimet! Plutarkhos, Arşimet'in yaptığı makinelerin Roma kuvvetlerinde yarattığı tahribatı müthiş bir dille anlatır:

Surların arkasına yerleştirilen dev mancınıklar, düşmanın üzerine ağır oklar ve taş yağdırıyordu. Güvertesi ve bordası delik deşik olan gemilerin direkleri parçalıyor, gemidekilerin üzerine düşüyor, düşman ağır kayıplar veriyordu. Kıyıdaki şehir surlarına kadar sokulan bir Roma savaş gemisi birdenbire dev gibi korkunç bir kerpetenle karşılaşmıştı. Duvarların arkasından çıkan bu alet gemiyi pruvasından yakaladığı gibi çeneleri arasında kıştırarak parçaladı. Ve denizin dibine gönderdi. Büyük kancalarını, kısıp benzeyen kollarını denize doğru in-

diren ve Roma gemilerini kavrayıp havaya kaldıran makine, onları bir ileri bir geri sallıyor, sonra da kayalıkların üzerine fırlatarak paramparça ediyordu. Güvertedeki denizciler ise piriñ taneleri gibi etrafa savruluyordu.

Arşimet'in icat ettiğı aletler öyle bir korku salmıştı ki, "Romalı askerler surların üzerinde küçücük bir ip ya da tahta parçası görse, 'İşte yine geliyor!' diye haykırarak arkalarına bakmadan kaçışmaya başlıyordu." Marcellus bile o kadar etkilenmişti ki, "Ben bir orduyla değil, matematikçiyle savaşıyorum!" demişti. Hatta kendi ordusundaki mühendislerin bununla başa çıkamayacağını anlayıp şöyle devam etmişti: "Bu matematik devi ile neden savaşalım? Bizimle alay eder gibi kıyıda oturup donanmamızı yok ediyor! Yüz kollu bir canavar edasıyla, gemilerimizi birer ceviz kabuğı gibi fırlatıp atıyor!"

Rivayete göre, Arşimet'in bir başka uygulaması da, dev büyüteçlerle Roma gemilerinin üzerine güneş ışığı düşürmesi ve gemileri yakmasıydı. Bu popüler hikâyeye, ilk olarak büyük Yunan fizikçisi Galen'in (129-200) yazılarında rastlanır. Bu inanılmaz olayın gerçek olup olmadığı bilinmese de, altıncı yüzyıl Bizans mimarı, Tralles'li (Aydın'lı) Anthemius ve bazı on ikinci yüzyıl tarihçileri de bu müthiş hikâyeyi anlatmıştır. Yine de kulağına neredeyse masalsı gelen bütün bu öyküler, ünlü bilginin sonraki kuşaklarda uyandırdığı hürmetin haksız olmadığını fazlasıyla gösteriyor.

Daha önce belirttiğim gibi, Arşimet için –yani o herkesin saygı duyduğu "matematik devi" için– mucidi olduğu bütün o savaş oyuncaklarının hiçbir önemi yoktu. Arşimet onları sadece matematiğin eğlenceli çeşnileri olarak görüyordu. Fakat ne yazık ki bu umursamazlık sonunda hayatına mal olmuştu. Romalılar nihayet Siracusa'yı fethettiğinde, Arşimet kum dolu bir tepsinin içine geometrik daireler çizmekle öylesine meşguldü ki, savaşın kargaşasını fark etmemişti bile. Bir söylentiye göre, Arşimet'i General Marcellus'un yanına götürmek isteyen bir Roma askeri, kendisini izlemesini emrettiğinde, ihtiyar matematikçi kızarak, "Aman, uzak dur, sakın çemberlerime dokunma," dedi. Bu cevap

karşısında öfkeye kapılan asker, komutanın aksi yöndeki emrine rağmen, kılıcını çekti ve antik dönemin en büyük matematikçisini oracıkta öldürüverdi. Resim 11'de Herkulaneum'da bulunan bir mozağin (on sekizinci yüzyıldan kalma) bir reproduksiyonu görülüyor. Bu mozağin ustanın yaşamındaki son dakikaları resmettiğine inanılır.



Resim 11

Arşimet'in ölümü, matematik tarihinin en verimli çağlarından birinin de sonudur aslında. İngiliz matematikçi ve düşünür Alfred North Whitehead şöyle demiştir:

Arşimet'in bir Roma askeri tarafından öldürülmesi, bir çağın kapanışı ve dünya için birinci dereceden bir değişimin sembolüdür. Romalılar müthiş bir ırktı, ama üretkenliğe darbe vuran bir verimsizlikle lanetlenmişlerdi. Tabiatın güçlerini kontrol altına almalarını ve yeni bakış açıları kazanmalarını sağlayacak hayal gücünden yoksunlardı. Örneğin, geometrik şekiller çizmeye daldığı için ölen tek bir Roma askeri bile yoktu.

Arşimet'in hayatı hakkında çok fazla detaylı bilgiye sahip olmasak da, neyse ki inanılmaz yazılarının pek çoğu günümüze ulaşmayı başarmıştır. Arşimet, matematikçi dostlarına ve saygı duyduğu insanlara, matematiksel buluşları hakkında mektup yazma alışkanlığına sahipti. Arşimet'in seçkin yazışma listesinde, astronom Sisam'lı Konon, matematikçi Kirene'li Eratosthenes ve kralın oğlu Gelon da vardı. Konon'un ölümünden sonra, Arşimet, Conon'un öğrencisi Pelusium'lu Dositheus'a da birkaç mektup göndermişti.

Arşimet'in başarı repertuarı muazzam bir matematik ve fizik bilgisine işaret eder. İmza attığı buluşlar saymakla bitmez: Arşimet, çeşitli geometrik şekillerin alan ve hacim hesaplamalarını bulmak için yöntemler geliştirmiştir. En parlak matematik başarılarından biri de, eğri yüzeylerin alanlarını bulmak için geliştirdiği yöntemlerdir. Bir parabol kesitini karelerken, sonsuz küçükler hesabına yaklaşmıştır. Ki pek çok matematikçiye göre, Arşimet bu başarısıyla aslında integral hesabının da babasıdır. Kürenin yüzölçümü ve hacim hesaplamaları, parabol ve spiral kesitlerinin alan ölçümleri, silindir, koni, parabol, elips ve hiperbol gibi diğer tüm şekiller ve bunların hacim ölçümleri de yine Arşimet'in başarılarıdır. Ayrıca Arşimet, bir dairenin çevresinin çapına olan oranını, yani ünlü π sayısını hesaplayan ve değer olarak $3^{10/71}$ ile $3^{1/7}$ arasında olması gerektiğini gösteren ilk bilgidir. Çok büyük sayıları tanımlamanın mümkün olmadığı bir çağda, Arşimet her büyüklükteki sayıyı sadece yazmaya değil, aynı zamanda işlem yapmaya da yarayan bir sistem icat etmiştir. Fizikte ise, suyun kaldırma kuvvetini ve sıvıların dengesi kanunlarını keşfetmiş ve böylece hidrostatik biliminin de kurucusu olmuştur. Dahası, pek çok kütlenin ağırlık merkezini hesaplamış ve mekanik ilminin temeli sayılan kaldırma kanununu formüle etmiştir. Astronomide ise, bir senede kaç gün olduğunu anlamak ve dünya ile gezegenler arasındaki uzaklıkları ölçmek için gözlemler yapmıştır.

Aslında yaratıcılık ve detaycılık, Yunan matematikçilerin çoğunda rastlanan özellikler olmuştur. Fakat Arşimet, mantık yürütme ve çözüm yöntemleriyle diğer tüm çağdaşlarından ayrı bir yere sahiptir. Aslında bahsedeceğim sadece şu üç örnek bile Arşimet'in icat kabiliyetini ve yaratıcı dehasını kanıtlamaya yeter. Bir tanesi ilk bakışta eğlenceli bir meraktan ibaret gibi görünse de, daha detaylı bakıldığında Arşimet'in araştırmacı zekâsının derinliğini gösterir. Diğer ikisi ise, Arşimet'in çağının ne kadar ilerisinde bir düşünce kabiliyetine sahip olduğunu gösterir ve bu onu benim tabirimle "büyücü" statüsüne yükseltir.

Büyük sayılar Arşimet'in hep ilgi ve hayranlığını cezp etmiştir. Fakat çok büyük sayıları rakamla yazıya döktüğünüzde ortaya çıkan sonuç ucubemsi bir görüntüdür. (Örneğin, çek defterinize rakamla 8,4 trilyon dolar yazmaya kalkıştınız mı hiç? Deneyin, ne demek istediğimi göreceksiniz.) İşte Arşimet 80.000 trilyon basamağa kadar olan sayıları yazmaya yarayan bir sistem geliştirmiştir. Sonra da bu sistemi *Kum Sayacı* adındaki tezinde kullanarak bilinen evreni doldurabilecek kaç tane kum tanesi olabileceği konusunda araştırmalar yapmış ve dünyadaki kum tanesi sayısının sonsuz olmadığını kanıtlamaya çalışmıştır.

Tezin giriş bölümü bile o kadar aydınlatıcıdır ki, küçük bir kısmını sizinle paylaşmadan edemeyeceğim (yazının tamamı Kral II. Hieron'un oğlu Gelon'a yazılmıştı):

Kral Gelon, kum taneciklerinin çokluk bakımından sonsuz olduğunu düşünenler vardır. Ve ben kum derken yalnızca Siracusa ve Sicilya'nın öteki kısımlarındaki kum tanelerini değil, yeryüzünde, üzerinde oturulsun ya da oturulmasın, bütün ülkelerde bulunabilecek kum tanelerini kastediyorum. Yine bazı kişiler sayıların sonsuzluğunu dikkate almayarak bütün yeryüzündeki kum tanelerinin sayısını bildirecek büyüklükte bir sayının söylenemeyeceğini düşünürler. Bu görüşte olanlara göre, dünyanın bütün çukurlarını, denizlerini dolduran,

en yüksek dağların tepelerine kadar yükselebilen ve yer-yüzünün bütün kütlelerini karşılayan büyüklükteki bir kum kütlelerinde var olan tanelerin sayısı düşünülürse, bunu karşılayacak bir sayının olmayacağı daha iyi anlaşılır. Ama size şimdi söyleyeceğim ve adlandıracağım sayının, yukarıda belirtildiği gibi yalnız dünyanın kütlelerini karşılayan miktarda değil, bütün evrenin kütlelerine bile eşit olabileceğini göstermeye çalışacağım. Ki bu çalışmamın bir kopyasını Zeuksippus'a da gönderdim. Biliyorsunuz ki, çoğu astronom için "evren", merkezi dünya olan bir sistemdir ve yarıçapı, Güneş'in merkezinden Dünya'nın merkezine çizilebilecek düz çizgiye eşittir. Sizin de birçok astronomdan duymuş olacağınız gibi, genel kanı bu yöndedir. Fakat Sisamlı Aristarkus, bir dizi varsayımların bulunduğu bir eser yazdı. Ve bu varsayımlardan dünyanın, sandığımızdan katbekat büyük olduğu sonucuna ulaştı. Ayrıca yıldızların ve Güneş'in durağan oldukları, Dünya'nın ise Güneş'in çevresindeki bir yörüngede döndüğü kanısındadır.

Bu giriş yazısından çıkarılabilecek iki önemli sonuç var: (1) Arşimet, herkesin kabul ettiği popüler inançları bile sorgulayabilen biriydi (örneğin kum tanelerinin sonsuz olduğunu sorgulaması gibi) ve (2) Arşimet, astronom Aristarkus'un Güneş-merkezli teorisini saygıyla karşılamıştı (hatta tezinin ilerleyen bölümlerinde Aristarkus'un hipotezlerinden birine katkıda bile bulunmuştu). Aristarkus'un Güneş Sistemi modelinde, Dünya ve gezegenler merkezdeki sabit Güneş'in etrafında dönüyordu (ve şunu unutmayın: Bu model Kopernik'ten tam 1800 yıl önce ortaya atılmıştı!). Arşimet bu giriş bölümünden sonra, kum tanecikleri probleminde geçiyor ve problemi mantıksal bir süreç izleyerek adım adım çözmeye çalışıyordu. Önce bir haşhaş tohumunun çapına yan yana kaç tane kum tanesi dizilebileceğini tahmin etmişti. Sonra bir parmak enine kaç tane haşhaş tohumu sığacağını; eski

bir uzunluk ölçüsü birimi olan bir stadyumun (185 m) kaç parmak olduğunu bulmaya çalışmış ve on milyar stadyuma kadar çıkmıştı. Bu çalışma sırasında Arşimet büyük sayıları sınıflandırmaya yarayan ondalık bir sayı sistemi ve sayı isimleri icat etmişti. Sabit yıldızların hacim olarak Güneş'in yörüngesinin hacminden on milyon kez daha büyük olduğunu düşünen Arşimet, kâinatı doldurmak için en fazla 10^{63} (yani 63 sıfırlı bir rakam olan 1 vigintilyon) tane kum tanesine gerek olabileceğini hesaplamıştı. Ve sonra da mektubunu Gelon'u öven bir notla noktalamıştı:

Bütün bunların matematik bilmeyen pek çok insana inanılmaz geleceğinin farkındayım. Fakat matematikle aşına olup Dünya, Güneş ve Ay'ın ebat ve uzaklıklarına, evrenin boyutlarına kafa yoran insanlara hiç de imkânsız gelmeyecektir. Ve zaten ben de bu yüzden konunun ilginizi çekeceğini düşündüm.

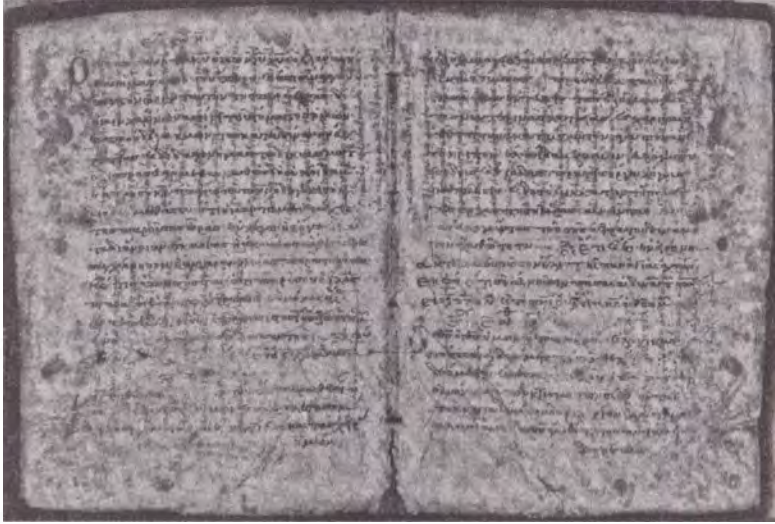
Aslında *Kum Sayacı*'nın güzelliği Arşimet'in gündelik hayat-taki (haşhaş tohumu, kum, parmaklar gibi) objelerden faydalana-rak soyut sayılara ulaşması ve matematiksel bir yazı sistemi geliştirmesi ve sonra oradan da Güneş Sistemi ve evrenin boyutlarına geçiş yapmasıydı. Arşimet öylesine esnek bir zekâya sahipti ki, evrenin bilinmeyen özelliklerini keşfetmek için matematik kullanmakta hiçbir sakınca görmemiş ve sonra da kozmik ölçülerden faydalanarak yine aritmetik kavramlar geliştirmişti.

Arşimet'e "büyücü" unvanını kazandıran ikinci başarısı, sıra dışı geometri teoremlerine ulaşmak için kullandığı metottu. Aslında yirminci yüzyıla kadar Arşimet'in bu metodu ve genel düşünce sistemi hakkında pek az şey biliniyordu. Çünkü ünlü düşünürün "az ve öz" tarzı, yeterli ipucu sağlamıyordu. Sonra, 1906 yılında yapılan çarpıcı bir keşif, bu dehanın zihnine bizim için küçük de olsa bir pencere açtı. Aslında bu keşfin hikâyesi İtalyan yazar ve filozof Umberto Eco'nun gizem dolu tarihi romanlarından fırlamış gibidir. O yüzden Arşimet demişken, bu keşiften bahsetmemek haksızlık olur.

Arşimet Parşömeni

Dokuzuncu ve onuncu yüzyıllar Bizans İmparatorluğu'nun en gösterişli dönemlerinden biriydi. Ve Konstantinopolis (yani bugünkü İstanbul), tarihi metinlerin, kopya çıkarma ve koruma yöntemiyle antik devirlerden ortaçağa ulaşmasını sağlayan bir merkezdi. İmparatorun sarayı tam bir kültür merkezi gibi işlev görüyordu. Ve işte onuncu yüzyılda, Arşimet'in *Metot*, *Stomachion* ve *Yüzen Cisimler* adlı üç önemli eseri, yine Konstantinopolis'te adı sanı bilinmeyen bir kâtip tarafından parşömen üzerine aktararak kopyalandı. O dönemde ünlü geometrici Leo'nun da etkisiyle, Antik Yunan matematiğine büyük bir ilgi duyuluyordu. Ve üzerine Arşimet'e ait metinlerin yazıldığı parşömenler, büyük olasılıkla Leo sayesinde, ya da onun kurduğu okulda yapılmıştı. Fakat yıllar sonra 1204'te, Papa III. İnnocentius'un çağrısıyla yola çıkan IV. Haçlı Seferi'nin askerleri, asıl hedef olan Kudüs'e varmaya bile gerek duymadan, dönemin en zengin kenti Konstantinopolis'teki ganimetin büyüüne kapılıp kenti alabildiğine yağmaladı. Ve o tarihe kadar antik metinlerin özenle korunduğu kent, bu yağmayla birlikte eski görkemli günlerine veda etti. Bunu takip eden yıllarda matematiğe duyulan ilgi iyice azalmış, Batı'nın Katolik Kilisesi ile Doğu'nun Ortodoks Kilisesi arasındaki bölünme kaçınılmaz hale gelmişti. Ve Arşimet'in eserlerinin kopyalandığı parşömenler, çoktan geri dönüşüme tabi tutulmuştu. Eski devirlerin yegâne yazı aracı olan parşömenin hammaddesi deriydi. Ve bu derilerin gerilerek hazırlanması oldukça zahmetli olduğundan, zaman zaman eski yazılar silinip üzerine yenilerini yazma yoluna gidilirdi. Bu özellikle ortaçağda sıkça başvurulmuş bir yöntemdi ve eski dönemlerin artık işe yaramaz bulunan yapıtları (sözgelimi Eski Yunan'dan kalma geometri kitapları) ciltleri açılıp deriler yıkandıktan sonra, üzerindeki yazılar kazınarak "geridönüşüme" tabi tutulurdu. İşte Arşimet'in metinlerini içeren parşömenlere de aynı işlem uygulandı. Ve ciltleri sökölüp yıkanan parşömen yaprakları, Hıristiyan bir dua kitabı için yeniden kullanıldı. Hattat İoannes Myronas, dua kitabını yazma işini 14 Nisan 1229'da tamamladı. Fakat büyük bir şans eseri, yıkama

işlemi parşömenlerin üzerindeki orijinal yazıyı tamamen silemişti. Resim 12’de elyazması kitaptan bir sayfa görülüyor.



Resim 12

Gördüğünüz yatay satırlar dua metinleri, altta görülen dikeyine soluk satırlar ise Arşimet’e ait olan yıkanmış matematik metinleri! On altıncı yüzyılda, nasıl olduysa bu dua kitabı Kutsal Topraklar’a gitti ve Batı Şeria’daki Beytlehem kentinin birkaç kilometre doğusunda bulunan St. Sabas Manastırı’nın kütüphanesindeki yerini aldı. On dokuzuncu yüzyıl başlarında, bu manastırın kütüphanesi binden fazla elyazması içeriyordu. Fakat daha sonra, bilinmeyen bazı sebeplerle Arşimet’in parşömeni yeniden İstanbul’a döndü. Sonra 1840’ta, İncil’in ilk elyazmalarından birinin kâşifi ve kutsal metinler uzmanı olan ünlü Alman bilimadamı Constantine Tischendorf (1815-1874), İstanbul’daki Ortodoks Patrikhanesi’ni (yani Kudüs’teki Ortodoks Patrikliği’nin İstanbul’daki temsilciliğini) ziyaret etti ve elyazmasını orada gördü. Tischendorf, alttan göz kırpan silik matematik metinlerini çok ilginç bulmuş olmalı ki, kitabın bir sayfasını yırtıp çaldı! Daha sonra, Tischendorf öldüğünde, bu parşömen ondan kalan malların arasından çıktı ve mirasçıları o sayfayı 1879’da Cambridge Üniversitesi Kütüphanesi’ne sattı.

1899'da Papadopoulos-Kerameus adlı bir Yunanlı akademisyen, İstanbul'daki patrikhanede korunan elyazmalarını katalogladı. Ve Arşimet parşömeni kataloğa Ms. 355 sıra numarasıyla girdi. Papadopoulos-Kerameus, alttaki silik yazıların birkaç satırını deşifre ederek okumayı başarmıştı ve potansiyel öneminin farkına vardığı için olsa gerek, yayımladığı katalogda o satırlara da yer vermişti. Ve işte bu, parşömenin hikâyesinde bir dönüm noktası oldu. Çünkü daha sonra bu satırlar, Danimarkalı filoloji uzmanı Johan Ludwig Heiberg'in (1854-1928) dikkatini çekti. Bunun üzerine Heiberg, 1906'da kalkıp dosdoğru İstanbul'daki patrikhaneye gitti ve elyazmasını inceleyip fotoğraflarını çekti. Nihayet bir yıl sonra sansasyonel gerçeği açıkladı: Bu parşömenler, Arşimet'in yedi tezini içeriyordu ve Arşimet'in var olan yazılarının en eski kopyası ve "Metot" ile "Stomachion" isimli metinlerinin tek kaynağıydı! Heiberg, elyazmasını okuyup Arşimet'in eserleri üzerine yazdığı kitapta bazı bölümlerini yayımlamış olsa da, ciddi eksiklikler vardı. Heiberg parşömen üzerinde 1908'de son kez çalıştıktan sonra, parşömenin patrikhaneyi –ve dolayısıyla İstanbul'u– neden ve nasıl terk ettiği bilinmese de, 1908'den sonra, İstanbul'daki elyazması gizemli bir şekilde ortadan kayboldu. Ve doksan yıl sonra, bir Christie's müzayedesinde, Fransız bir ailenin özel koleksiyonundan çıkıverdi. Aile, parşömenin 1920'lerden beri kendilerinde olduğunu iddia ediyordu. Fakat aradaki 90 yılın büyük bir bölümünü meçhul koleksiyonerin elinde, yani Fransa'da geçirdiği düşünülen kitap üç şekilde zarar görmüştü. İlk olarak, bazı sayfaları kayıptı. En önemlisi Arşimet metinlerini içeren ve Heiberg'in çevirisini yaptığı sayfalardan üçü ortada yoktu. İkinci olarak, uygun koşullarda muhafaza edilmeyen parşömenlerin bazı bölümleri telafisi mümkün olmayacak şekilde küflenip bozulmuştu. Son olarak, kitabın dört sayfasına, kitabı daha "zengin göstermesi" için, Bizans stili dört resim eklenmişti. Ve yapılan araştırmalar, bu resimlerin 1929'dan sonra yapıldığını gösteriyordu. Parşömen 28 Ekim 1998'de New York'ta açık artırmaya çıktıığında, Yunanistan hükümeti ve Yunan Piskoposluğu satışın durdurulması için harekete geçti ve

kitabın 1920'lerde kendilerine ait bir manastırdan çalınmış olduğunu iddia etti. Fakat bu girişim sonuçsuz kaldı ve hâkimin Christie's lehine karar vermesiyle, kitap açık artırmada 2 milyon dolara satıldı. Kitabı satın alan ve adı açıklanmayan kişi, bu eşsiz yapıtı korunması ve üzerinde akademik çalışma yapılması için Baltimore'daki Walters Sanat Müzesi'ne bağışladı. Ve günümüzde bu çalışmalar büyük bir itina ile yürütülmekte. Bugünün bilim insanları, geçmişteki meslektaşlarının sahip olmadığı teknik donanım ve görüntüleme yöntemlerine sahip. Stanford Linear Hızlandırıcı Merkezi'nde, ultraviyole ışınları, multispektral (çok bantlı) görüntüleme teknikleri ve hatta elektron mikroskoplarıyla yapılan incelemeler, parşömenin daha önce ortaya çıkmamış olan bölümlerinin deşifre edilmesinde çok yardımcı oldu. Ben bu kitabı yazarken, Arşimet parşömeni üzerinde yapılan bilimsel incelemeler hâlâ devam etmekteydi. Ve ben de parşömeni inceleyen ekiple tanışma şansına eriştim. Ve Resim 13'te, parşömene ait bir sayfayı değişik dalga boylarında görüntüleyen makinenin yanında çekilmiş bir fotoğrafımı görmektesiniz.

Aslında, büyük matematikçinin dâhiyane metoduna ışık tutan böylesine paha biçilmez bir belgenin de, ancak bu kadar çarpıcı bir öyküsü olabilirdi doğrusu!



Resim 13

Metot

Antik Yunan geometrisi üzerine hangi kitabı okursanız okuyun, iki bin yıl önce yazılan o teorilerin kanıtlanmasında kullanılan dilin kusursuzluğundan, az ve öz stilinden etkilenmemek elde değildir. Fakat bu kitapların neredeyse hiçbiri bu teorilerin nasıl ortaya çıktığını, başlangıç noktasının ne olduğunu açıkça ortaya koymaz. İşte Arşimet'in sıra dışı eseri *Metot*, bu gizemli eksikliği kısmen de olsa giderir – ve Arşimet'in, bazı teorileri daha nasıl kanıtlayacağını bile bilmezken, onların doğruluklarından nasıl emin olduğunu gözler önüne serer. İşte Arşimet'in matematikçi Kirene'li Eratosthenes'e (MÖ 276-MÖ 194) gönderdiği tezin girişinden bir bölüm:

Bu teorilerin ispatlarını bu kitapla sana gönderiyorum. Daha önce de dediğim gibi, son derece gayretli ve mükemmel bir felsefe hocası olduğun için, matematikle ilgili her türlü araştırmaya büyük ilgi duyduğundan eminim. Ve işte bu yüzden, bu özel metodu yazıp seninle paylaşmanın uygun olacağını düşündüm. Bu metot, *mekaniğin yardımıyla* [vurgu sonradan eklenmiştir] bazı matematik problemlerinin fark edilmesine yarıyor. Ve ben bunu, en az teorilerin kanıtlanması kadar faydalı buluyorum. Çünkü ilkin mekanik metot sayesinde fark ettiğim bazı şeyleri, sonradan matematiksel olarak da kanıtlayabiliyorum. Üstelik bahsettiğim metotla araştırma yapmak da gerçek bir deney gerektirmiyor. Ne de olsa bir probleme ispat bulmak, problemin ne olduğunu biliyorsanız, çok daha kolay oluyor.

Aslında Arşimet burada bilim ve matematik araştırmalarının en önemli noktalardan birine değiniyor – hangi problemin ya da teorinin üzerinde çalışacağını bulmak, mevcut bir probleme ya da teoriye çözüm veya kanıt bulmaktan çok daha zordur. Aradığınızı bulmak, ne aradığınızı biliyorsanız, çok daha kolaydır. Peki, Arşimet yeni teorilere nasıl ulaşıyordu? Mekanik, denge

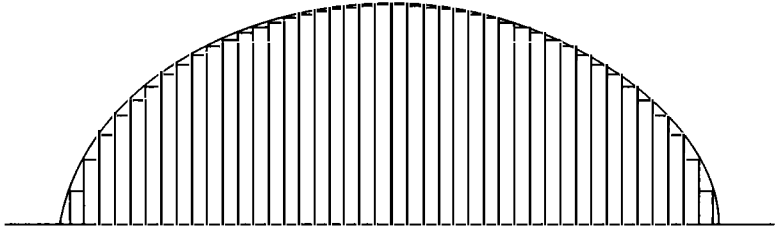
ve kaldıraç kanunları konusundaki olağanüstü bilgisini kullanarak farklı şekillerdeki cisimleri zihninde tartıyor, bildiklerinden yola çıkarak bilmediklerinin hacim ya da alan ölçülerini bulmaya çalışıyordu. Ve bu şekilde bir cevaba ulaştıktan sonra, bu cevabın doğruluğunu matematiksel olarak ispatlamak çok daha kolay oluyordu. Zaten *Metot* adlı kitabında da, önce ağırlık merkezi üzerine bazı önermelere yer vermiş ve ancak ondan sonra matematiksel önermelere ve onların ispatlarına geçmişti.

Arşimet'in metodu iki açıdan olağanüstüydü. Birincisi, Arşimet *düşünce deneyi* denilen kavramı bilimsel araştırma sürecine dahil eden ilk kişiydi. Almancada "düşünsel olarak yürütülen deney" anlamına gelen *Gedankenexperiment* terimi, ilk olarak ancak on dokuzuncu yüzyılda, fizikçi Hans Christian Ørsted tarafından kullanılacaktı. (Bu kavramdan en çok faydalanan alan fiziktir. Düşünce deneyleri, genellikle deneyin olası sonuçlarını önceden kestirebilmek amacıyla, bazen de deney yapmanın mümkün olmadığı durumlarda kullanılır.) İkincisi ve daha önemlisi, Arşimet, matematiği Öklid ve Platon'un yapay zincirlerinden kurtarmıştı. Diğer ikisine göre, matematikle ilgilenmenin sadece ve sadece bir tek yolu vardı. İşe önce aksiyomlardan başlanmalı ve önceden belirlenmiş araçlar kullanarak değişmez bir dizi mantık aşamasıyla devam edilmeliydi. Fakat özgür ruhlu Arşimet, yeni problemler formüle etmek ve onları çözmek için aklına gelen her türlü cephaneyi kullanmaya hazırdı. Matematiğini geliştirmek için soyut matematiksel objelerle (yani platonik formlarla) fiziksel gerçeklik (yani somut madde) arasındaki bağlantıları keşfedip kullanmakta tereddüt etmiyordu.

Arşimet'in "büyücü" unvanını pekiştiren bir diğer başarısı da *integral* ve *diferansiyel* hesaplarının temelini atmış olmasıydı. Aslında matematiğin bu dalı Newton (ve ondan bağımsız olarak Alman matematikçi Leibniz) tarafından ancak on yedinci yüzyıl sonlarında geliştirilmişti.

İntegral hesabının altında yatan temel fikir son derece basittir (tabii ancak gösterildikten sonra!). Diyelim ki, bir elips kesitinin alanını ölçmek istiyorsunuz. Bu düzgün kenarlı bir şekil

olmadığı için, alan ölçüsünü yükseklikle tabanı çarparak bulamazsınız. Fakat mevcut alanı eşit enli dörtgenlere bölebilir ve o dörtgenlerin alan ölçülerini toplayabilirsiniz (Resim 14)! Elbette, ne kadar çok dörtgen kullanırsanız, kesitin gerçek alan ölçüsüne o kadar fazla yaklaşırsınız. Başka bir deyişle, dörtgenlerin sayısı sonsuza yaklaştıkça, kesitin alan ölçüsü de aslında kesite sığan dörtgenlerin alan ölçüsüne eşit olacaktır. Ve kesite sığan dörtgen sayısının limitini bulmaya da integral hesabı denir. İşte Arşimet, küre, koni, elips ve parabol gibi eğri yüzey ve kütlelerin hacim ve alan ölçülerini bulmak için, az önce anlattığım metodun bir versiyonunu kullanıyordu.



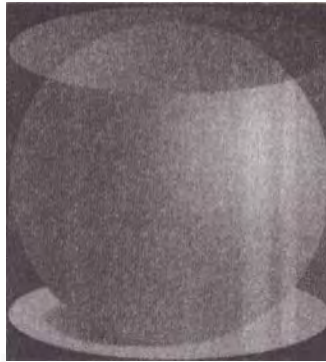
Resim 14

Diferansiyel hesabında ise temel amaç, bir eğrinin herhangi bir noktasına teğet geçen doğrunun eğimini hesaplamaktır. Arşimet aynı problemi bir spiral için çözmüş ve böylece Newton ile Leibniz'e 1800 yıl fark atmıştı! Günümüzde fizik, mühendislik, ekonomi ya da nüfus dinamiğindeki çoğu matematik modelinin temelinde diferansiyel ve integral hesabı yatar.

Arşimet, matematik dünyasının seyrini ve onun kozmosla olan bilinen ilişkisini değiştiren adamdı. Sahip olduğu teorik ve pratik ilgi alanlarının olağanüstü zenginliği sayesinde, Arşimet tabiattaki matematiksel tasarımı açıklamak için yüzeysellik yerine deneySELLİK arz eden ispatın mimarıydı. Matematiği evrenin dili ve dolayısıyla Tanrı'yı da matematikçi ilan eden görüş, Arşimet'in çalışmalarından doğmuştu. Yine de Arşimet'in yapmadığı bir şey vardı – fiziksel dünyaya uygulandığında, matematiksel modellerin yetersiz kalabileceğinden hiç şüphe etmemişti. Örneğin, Arşimet'in kaldıraçlarla ilgili teorik iddiaları, kaldıraçların kesin-

likle sabit olduğunu ve kaldıraç kollarının ağırlıksız olduğunu farz ediyordu. Sonuç olarak Arşimet bir bakıma, matematiksel modellerin “görüntüyü kurtarma” fonksiyonuna dikkat çekmiş oluyordu. Bu da, matematiksel modellerin fiziksel gerçekliği tanımlamak yerine, sadece gözle görüneni temsil edebileceği anlamına geliyordu. Yunanlı matematikçi Geminus (MÖ 10-MS 60), matematiksel modellemeyle fiziksel tanımlamalar arasındaki bu farkı detaylı olarak inceleyen ilk insandı ve bunu gök kürelerin hareketlerini baz alarak yapmıştı. Geminus, gök kürelerin sadece gözlemlenebilen hareketlerini *taklit* eden modeller öneren astronomlar (ya da matematikçiler) ile gök kürelerin gerçek hareketlerini *tanımlamak* zorunda olan fizikçiler arasındaki farkı ortaya koymuştu. Ve bu fark Galileo’nun döneminde hepten tavan yapacaktı. Ki bu konuya daha sonra tekrar değineceğiz.

Belki biraz garip gelecek ama Arşimet kendisinin en önemli başarısı olarak şu buluşunu görüyordu: Bir silindirin içine sığan kürenin hacmi, daima o silindirin sahip olduğu hacmin $2/3$ ’siydi (Resim 15). Hatta Arşimet, bu buluşunu o kadar sevmişti ki, mezar taşına bile bunun nakşedilmesini istemişti.



Resim 15

Arşimet’in ölümünden 137 yıl sonra, Romalı ünlü hatip ve devlet adamı Marcus Tullius Cicero (MÖ 106-MÖ 43), büyük matematikçinin mezarını buldu. Cicero, Arşimet’in mezarını nasıl aradığını şu çarpıcı sözlerle anlatır:

Roma konsülü olarak Sicilya'da bulunduğum dönemde, Arşimet'in mezarını bulmaya çalıştım. Siracusa'lılar mezarla ilgili hiçbir şey bilmiyor, hatta varlığını bile inkâr ediyordu. Ama mezar orada bir yerde olmalıydı. Fakat olması gerektiği yer, tamamen çalı çırpıyla kaplanmış durumdaydı. Etraf devedikenleriyle doluydu. Elimdeki bilgiye göre, mezar taşının üzerinde birkaç basit mısra ve onun üzerinde ise taş oyuyla yapılmış bir küre ve silindir olmalıydı. O yüzden Siracusa Kalesi'nin yanındaki bütün mezarları dolaşıp bu taş anıtı aramaya başladım. Dikkatle etrafa bakarken, birden tepesi çalıkların arasından yükselen küçük bir sütun ilişti gözüme: Üzerine bir küre ve silindir nakşedilmişti. O sırada şehrin ileri gelenlerinden bazıları da benimle birlikteydi ve hemen yanımdaki Siracusa'lılara dönüp bunun aradığımı şeyin ta kendisi olduğunu söyledim. Adamlar hemen oraklarıyla gidip bölgeyi çalı çırpıdan temizlediler. Nihayet yol açıldığında, çabucak mezarın yanına gittik. Mezar kaidesindeki mısralar hâlâ seçiliyordu, ama yazıların neredeyse yarısı zamana yenik düşmüştü. Kısacası, Arpinum'dan bir adam çıkagelip göstermese, bir zamanlar dünyaya nice bilimadamları veren bu ünlü Yunan şehri, bağrından çıkan gelmiş geçmiş en zeki yurttaşının nerede gömülü olduğunu bile bilmiyor olacaktı!

Cicero, Arşimet'in büyüklüğünü kesinlikle abartmıyordu. Zaten Arşimet'in tarihteki yeri abartılamazdı. Ve aslında "büyücülük" unvanı için çıtayı bu kadar yüksek tutmam da tesadüf değildi. Çünkü tarihte Arşimet gibi bir devin benzerine rastlamak için insanlığın tam on sekiz yüzyıl beklemesi gerekecekti! Dünya'yı yerinden oynatabileceğini söyleyen Arşimet'in aksine, bu seferki büyücümüz Dünya'nın *zaten* hareket ettiğini söylüyordu!

Arşimet'in En İyi Öğrencisi

Galileo Galilei (Resim 16), 15 Şubat 1564'te Pisa'da doğdu. Babası Vincenzo bir müzisyendi, annesi Giulia Ammannati ise aptallığa tahammülü olmayan, zeki, ama bir parça huysuz bir kadındı. 1581'de Galileo babasının sözünü dinleyip tıp okumak için Pisa Üniversitesi'ne girdi. Fakat okula girer girmez tıbbı olan ilgisini kaybedip matematiğe ilgi duymaya başladı.



Resim 16

Nihayet 1583 yılının yaz tatilinde, Galileo, Toscana Sarayı'nın matematikçisi Ostilio Ricci'yi (1540-1603) babasıyla konuşmaya ikna etti. Ricci, ona Galileo'nun matematikçi olmak için doğduğunu söyleyecek ve yaşlı adamı ikna etmeye çalışacaktı. Neyse ki mesele çok geçmeden halledildi – ne de olsa hevesli genç Galileo, Arşimet'in eserlerine çoktan âşık olmuştu: "Onun eserlerini okuyanlar, diğer tüm dehaların Arşimet'in yanında ne kadar sönük kaldığını anlar ve onunkine benzer buluşlar yapmaktan ümidini keser," diye yazmıştı Galileo. Elbette o günlerde, Yunanlı ustadan hiç de aşağı kalır yanı olmayan o ender dehalardan birine sahip olduğunu henüz bilmiyordu. Galileo, Arşimet'in kralın tacı hikâyesinden aldığı ilhamla, 1586'da *Küçük Denge* adında bir kitapçık yazmıştı. Kitap, kendi buluşu olan hidrostatik denge üzeri-neydi. Hatta daha sonra Floransa Akademisi'nde yaptığı edebi bir

konuşmada, sıra dışı bir konu seçen Galileo, Dante'nin epik şiiri *Cehennem*'deki cehennemin yerini ve boyutlarını tartışırken, yine Arşimet'i kaynak gösterecekti.

1589'da Galileo, Pisa Üniversitesi'ndeki matematik bölümünün başına getirildi. Bunu biraz da 1587'de ziyaret ettiği Romalı saygın matematikçi ve astronom Christopher Clavius'un (1538-1612) ısrarlı tavsiyesine borçluydu. Genç matematikçinin yıldızı artık parlamaya başlamıştı. Galileo, sonraki üç yılı devinim teorisi üzerindeki ilk düşüncelerini oluşturmakla geçirdi. Galileo'nun Arşimet'in eserlerinden etkilenerek yazdığı belli olan bu yazılar, hem ilginç fikirler hem de hatalı bazı tezlerden oluşan büyüleyici bir derlemeydi. Örneğin, düşen cisimler hakkındaki teorilerin, hareketi yavaşlatan eğik bir düzlem kullanılarak test edilebileceğini söyleyen çığır açıcı tasavvuruna rağmen, Galileo yüksekten bırakılan cisimlerle ilgili hatalı bir tespitte bulunmuş ve "İlk düşme anında ahşap, kurşundan daha hızlı hareket eder," demişti. Galileo'nun hayatının bu safhasındaki eğilimleri ve genel düşünce yapısı, yaşam hikâyesini kaleme alan ilk biyografi yazarı Vincenzo Viviani (1622-1703) tarafından bir parça saptırılmıştı. Viviani, tabiat olaylarının detaylı gözlemlerinden ve deneyimlerden yola çıkarak yepyeni fikirlere ulaşan titiz ve inatçı bir Galileo imajı çizmişti. Halbuki Padua'ya taşındığı 1592 tarihine kadar, Galileo'nun temel eğilimi ve yöntemi matematikti. Daha çok düşünce deneylerinden ve Arşimetvari bir dünya tanımından faydalanıyordu. Ve bu dünya, matematik kanunlarına uyum gösteren geometrik şekillerle tanımlanıyordu. O günlerde Galileo'nun Aristo'yla ilgili başlıca eleştirisi, "en önemli, en karmaşık geometri keşifleri bir yana, bilimin en temel prensiplerinden bile habersiz" olduğu yönündeydi. Ayrıca Galileo, Aristo'nun duyularla elde edilen sonuçlara gereğinden fazla güvendiğini düşünüyordu, "çünkü duyular ilk bakışta doğru görünebilecek hatalı sonuçlara yol açıyordu." Oysa Galileo, duyuların yerine her zaman mantığın sesini dinlemekten yanaydı. ("Çünkü peşinde olduğumuz şey o sonuçlara yol açan sebeplerdi ve bunlar da duyularla ulaşılabacak şeyler değildi.")

Galileo'nun babası 1591'de ölünce, ailesinin geçimini de üstlenmek zorunda kalan genç adam, Padua'da eskisinden üç kat fazla maaşla yeni bir işe girdi. Sonraki on sekiz yıl Galileo'nun hayatındaki en mutlu yıllardı. Marina Gamba'yla olan uzatmalı ilişkisine de yine Padua'da başlamıştı. Hiçbir zaman evlenmediği Marina Gamba ona üç evlat verdi – Virginia, Livia ve Vincenzo.

Galileo, 4 Ağustos 1597'de büyük Alman astronomu Johannes Kepler'e yazdığı mektupta, "uzun zamandır" Kopernikçi olduğunu itiraf etmiş ve Kopernik'in Güneş-merkezli modelini kullanarak, Dünya-merkezli modelle açıklanamayan bazı tabiat olaylarını açıklayabildiğini söylemişti. Fakat "Kopernik'le dalga geçilmesi ve fikirlerinin ciddiye alınmaması" Galileo'yu epey üz-müştü. Aslında bu mektup, Galileo ile Aristo kozmolojisi arasındaki ciddi fikir ayrılığının giderek büyüdüğüne işaret ediyordu. Modern astrofizik yavaş yavaş şekillenmeye başlamıştı.

Yıldızların Habercisi

9 Ekim 1604 gününün akşamı, Verona, Roma ve Padua'daki astronomlar gökyüzünde keşfettikleri yeni yıldızın heyecanı içindeydi. Yıldız, kısa sürede gökyüzündeki diğer tüm yıldızlardan daha parlak hale gelmişti. 10 Ekim'de yıldız, Prag'da kraliyet görevlisi olan meteorolog Jan Brunowski de gördü. Bulutların gazabına uğrayan Kepler ise, yıldız ancak 17 Ekim'de görebilecekti. Fakat Kepler, sonraki bir yıl boyunca yıldız izleyerek gözlemlerini not etti ve nihayet 1606'da "yeni yıldız" hakkında bir kitap yazdı. Bugün, 1604'te gökyüzünde beliren sürprizin yeni bir yıldızın doğumu değil, yaşlı bir yıldızın ölümcül patlaması olduğunu biliyoruz. Günümüzde *Kepler'in Süpernovası* adıyla bilinen bu olay, o günlerde, Padua'da epey bir sansasyon yaratmıştı. Galileo, 1604 senesinin ekim ayının sonunda yeni yıldız kendi gözleriyle görmüş ve sonra aralık ve ocak aylarında kalabalık seyirci kitlelerine hitap ederek konu hakkında üç konuşma yapmıştı. Bilgiyi hurafeye tercih eden Galileo'ya göre, yeni yıldızın pozisyonunda görünür hiçbir değişiklik yoktu. Dünyanın farklı noktalarından bakıldığında bile pozisyonu değişmiyordu. Ve bu da yeni yıldızın

Ay'ın gerisindeki bölgede olduğunu gösteriyordu. Bu gözlemin önemi çok büyüktü. Çünkü Aristo'nun dünyasında, gökyüzündeki tüm değişimler Ay'ın bu yüzüyle sınırlıydı. Uzak evrendeki yıldızların ise sabit ve değişimden muaf olduğuna inanılırdı.

Aslında sabit evren teorisi ilk kez 1572'de, Danimarkalı astronom Tycho Brahe (1546-1601) günümüzde *Tycho'nun Süpernovası* adıyla bilinen bir başka yıldız patlamasını gözlemlediğinde çürütülmüştü. 1604'teki olay ise Aristo kozmolojisinin tabutuna bir çivi daha çakmıştı. Fakat evrenin anlaşılması yolundaki asıl hamle, ne teorik spekülasyon âleminde gelmişti, ne de çıplak gözle yapılan gözlemlerden. Asıl hamle, konveks (dışbükey) ve konkav (içbükey) merceklerle yapılan basit bir deneyin sonucuydu – çünkü doğru iki merceği belli bir mesafede tuttuğunuzda, uzaktaki objeler ansızın yakın görünüyordu! 1608 yılında, dürbünlere artık tüm Avrupa'da rastlanır olmuştu. Hatta biri Hollandalı, ikisi Flaman üç gözlükçü, bu buluşun patentini almak için başvuruda bile bulunmuştu. Mucizevi aletle ilgili söylentiler Venedikli ilahiyatçı Paolo Sarpi'ye kadar ulaşmıştı. Ve Sarpi, 1609 mayısında Galileo'yu durumdan haberdar etti. Ayrıca Sarpi, kulağına gelen bilgileri teyit ettirip söylentilerin doğru olup olmadığını öğrenmek için Paris'teki arkadaşı Jacques Badovere'ye bir de mektup yazmıştı. Sarpi'nin tabiriyle, Galileo "bu güzel alete sahip olmak için yanıp tutuşuyordu." Daha sonra bu olayları 1610 martında yazdığı *Yıldızların Habercisi* adlı kitabında şöyle anlatacaktı Galileo:

Yaklaşık 10 ay önce, Flaman bir gözlükçünün çok uzaktaki cisimleri bile yakınmış gibi gösterebilen bir dürbün yaptığına dair haberler gelmişti kulağıma. Bu sıra dışı icadın varlığını kimileri doğruluyor, kimileri ise inkâr ediyordu. Fakat birkaç gün sonra Parisli asilzade dostum Jacques Badovere bana bir mektup yazdı ve kulağıma gelen haberleri doğruladı. Bunun üzerine hemen işe koyuldum ve bu aletin bir benzerini yapmanın yollarını aramaya başladım. Ve çok geçmeden, optik kırılma yasalarından faydalanarak bunu yapmayı başardım.

Aslında Galileo burada, Arşimet'in sahip olduğu yaratıcı pratik zekânın aynısını sergiliyordu – teleskop fikri aklına düştüğü anda, onu nasıl yapabileceğini bulması da uzun sürmemiştir. Dahası, 1609 ağustosuyla 1610 martı arasında, Galileo yaratıcılığını kullanarak teleskopunu geliştirmiş ve onu cisimleri sekiz kat büyüten bir aletten yirmi kat büyüten bir alete dönüştürmüştü. Bu, teknik açıdan başlı başına müthiş bir başarıydı. Fakat Galileo'yu asıl önemli kılan şey, onun neyi nasıl yapacağını değil, neyi nasıl kullanacağını bilmesiydi! Ve bu da (*perspicillum* adını verdiği) uzağı görmeye yarayan bu aleti kullanma şekliyle ortaya çıkacaktı. Venedik Limanı'ndaki uzak gemileri dikizlemek, veya Padua'daki çatı tepelerini seyretmek yerine, Galileo teleskopunu göklere çevirmişti. Sonrasında olanların ise bilim tarihinde eşi benzeri yoktu. Bilim tarihi uzmanı Noel Swerdlow şöyle anlatıyor: "Galileo'nun sonraki iki aylık zaman dilimine sığdırdığı keşiflerin sayısı bütün zamanların rekoruydu ve dünya bir daha asla eskisi gibi olmayacaktı." Hatta 2009 senesi, Galileo'nun ilk gözlemlerinin 400. yıldönümü olması sebebiyle Uluslararası Astronomi Yılı ilan edilmiştir. Peki, Galileo böylesine efsanevi bir bilim kahramanı olmak için ne yapmıştı? İşte onun teleskopuyla imza attığı hayret verici başarılarından sadece birkaçı:

Teleskopunu Ay'a ve özellikle de Ay'ın aydınlık ve karanlık yüzünü ayıran çizgiye, yani "terminatör"e çeviren Galileo, bu gökcisminin dağlar, kraterler ve geniş düzlüklerden oluşan engeli bir yüzeye sahip olduğunu bulmuştu. Ay'ın karanlık yüzeyinde oluşan parlak ışık noktalarını ve bu noktacıkların tıpkı gün doğarken dağ zirvelerinden süzülen ışık huzmeleri gibi genişleyip yayılmasını izlemişti. Hatta ışığın hareketlerinden yola çıkarak yaptığı bazı hesaplarla, Ay'daki bir dağın yüksekliğini bile bulmuştu. (Dağın yüksekliği altı bin metreden fazlaydı.) Fakat bu kadarla da kalmıyordu. Galileo, Ay hilal evresindeyken karanlık yüzünün de hafiften aydınlandığını görmüş ve bunu Dünya'dan yansıyan güneş ışığına yormuştu. Tıpkı dolunayın yerküreyi aydınlatması gibi, Ay yüzeyi de Dünya'dan yansıyan ışıkla aydınlanıyordu.

Bu keşiflerden bazıları tamamen yeni sayılmasa da, Galileo'nun sunduğu sağlam ispatlar tartışmalara yepyeni bir boyut kazandırmıştı. Galileo'dan önce, yeryüzüyle gökyüzü birbirinden keskin çizgilerle ayrılıyordu. Ve bu ayrım sadece bilimsel ya da felsefi değildi. İnsanoğlu yeryüzüyle gökyüzü arasına adeta bir paravan çekmiş ve bu paravanı mitoloji, din, romantik şiir ve estetik kaygılardan örülü ağır bir perdenin arkasına gizlemişti. Fakat şimdi Galileo diye bir adam çıkmış, akıl almaz şeyler söylüyordu! Aristo öğretisinin aksine, Galileo Dünya'yı bir gök küreyle (yani Ay'la) aynı kefeye koyuyordu – her ikisinin de yüzeyi katı ve engeliydi ve her ikisi de Güneş'ten gelen ışığı yansıtıyordu.

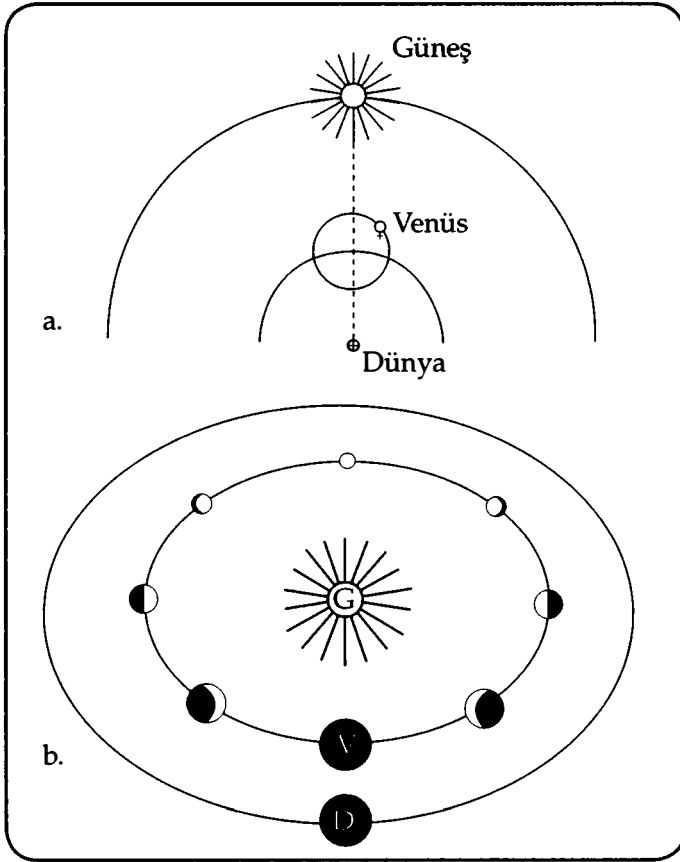
Galileo, Ay'la yetinmeyip gözünü gezegenlere –yani Yunanlıların tabiriyle, gece semalarının *gezginlerine*– dikmişti. 7 Ocak 1610'da teleskopunu Jüpiter'e yönelten Galileo, gezegenin önünden peş peşe geçen ikisi doğuda biri batıda üç yeni yıldız keşfince şaşırmıştı. Sonraki gecelerde yeni yıldızlar, Jüpiter'e göre olan konumlarını sanki değiştirir gibiydi. 13 Ocak'ta Galileo dördüncü bir yıldız daha keşfetti. İlk keşiften sonraki bir hafta içinde, Galileo hayret verici bir sonuca ulaşmıştı – yeni yıldızlar aslında Jüpiter'in yörüngesinde dönen uydulardı; tıpkı Dünya'nın yörüngesindeki Ay gibi!

Bilim tarihini değiştiren insanların en önemli özelliklerinden biri, hangi keşiflerin gerçekten fark yaratabileceğini anında sezmeleriydi. Bilim insanlarından pek çoğunun bir diğer ortak özelliği ise, keşiflerini başkalarının da anlayabileceği bir dille paylaşma yetenekleriydi. Ve Galileo, her iki alanda da uzmandı. Jüpiter'in uydularını başkalarının da keşfetmiş olabileceğini düşünen Galileo, elde ettiği sonuçları yayımlamak için hemen harekete geçti ve 1610 baharında *Siderus Nuncius* (*Yıldızların Habercisi*) adlı tezini Venedik'te yayımladı. O günlerde hâlâ politik sorumlulukları olan Galileo, kitabını Toscana Grandükü II. Cosimo de Medici'ye ithaf etmiş ve keşfettiği uydulara da "Medici Yıldızları" adını vermişti. İki yıl sonra Galileo, dört uydunun yörünge süresini –yani Jüpiter'in yörüngesindeki dönüşlerini ne kadar sürede tamamladıklarını– sadece birkaç dakikalık hata payıyla bulmayı

başarmıştı. *Yıldızların Habercisi* adlı kitabı ise satış rekorları kırıyordu – orijinal beş yüz kopyası hemen tükenerek Galileo’yu kına çapında şöhrete kavuşturmuştu.

Jüpiter uydularının keşfi abartılamayacak kadar önemliydi. Bunlar Antik Yunanlıların gözlemlerinden beri Güneş Sistemi’ne dahil olan ilk gökcisimleriydi. Ve bu uyduların sadece varlığı bile, Kopernik öğretilerine getirilen en dişli itirazları tek darbeye yok etmeye yetiyordu. Aristocular Dünya’nın Güneş’in yörüngesinde dönmesinin hep imkânsız olduğunu iddia etmişti. Çünkü Dünya’nın kendi yörüngesinde zaten bir uydusu vardı. Ve evrenin iki ayrı rotasyon merkezi olamazdı! Her şey hem Dünya’nın hem de Güneş’in etrafında nasıl dönebilirdi ki? Oysa Galileo’nun keşfi, Güneş’in yörüngesinde dönen bir gezegenin, kendi yörüngesinde dönen uydulara da sahip olabileceğini tartışmasız şekilde ispatlıyordu.

Galileo’nun 1610 yılında yaptığı bir diğer önemli buluş ise Venüs’ün evreleriyle ilgiliydi. Dünya-merkezli modelde, Venüs’ün hem Dünya’nın yörüngesinde, hem de bu yörüngeye ilişik küçük bir daire çizen ikincil bir yörüngede döndüğü farz edilirdi. Bu teoriye göre, küçük yörüngenin merkezi (Resim 17-a’da görüldüğü gibi) daima Dünya ile Güneş’i birleştiren hattın üzerindeydi. Bu durumda Dünya’dan bakıldığında, Venüs’ün biraz değişen kalınlıklarda, ama hep hilal şeklinde görünmesi gerekirdi. Oysa Kopernik modelinde, Venüs (Dünya’dan bakıldığında) Güneş’in arka tarafındayken, küçük parlak bir disk olarak görünürken, Dünya ile aynı taraftayken büyük ve neredeyse karanlık bir disk dönüşür (Resim 17-b). Ve bu dönüşüm esnasında da, Ay’ınkine benzer evrelerden geçmesi gerekir.



Resim 17

İşte iki teori arasındaki bu önemli farkı eski öğrencisi Benedetto Castelli (1578-1643) ile yazışarak irdeleyen Galileo, 1610 yılının ekim-aralık ayları arasında çok önemli gözlemlere imza atmıştı. Sonuç ortadaydı. Yapılan gözlemler Kopernik'in tahminlerini kesin bir şekilde doğruluyor, Venüs'ün gerçekten de Güneş'in yörüngesinde döndüğünü gösteriyordu. 11 Aralık'ta Galileo, oyuncu bir ruhla Kepler'e anlaşılmaması zor şifreli bir mesaj gönderdi: "*Haec immatura a me iam frustra leguntur oy*" ("Ben bunu çoktan boş yere denedim"). Fakat Kepler, Galileo'nun ne demek istediğini anlamaya çalıştıysa da başaramadı ve sonunda pes etti. Galileo nihayet 1 Ocak 1611 tarihli bir sonraki mektubunda, şifreli mesajdaki harflerin yerini değiştirerek asıl mesajı gönderdi:

“*Cynthiae figuras aemulatur mater amorum*” (“Aşkın annesi [Venüs] Cynthia’nın [Ay’ın] hareketlerini taklit ediyor”).

Şimdiye kadar bahsettiğim tüm buluşlar, ya Güneş Sistemi’ndeki gezegenlerle –yani Güneş’in yörüngesinde dönüp ondan aldığı ışığı yansıtan gökcisimleriyle– ilgiliydi, ya da bu gezegenlerin uydularıyla. Fakat Galileo, yıldızlarla, yani tıpkı Güneş gibi, kendi ışığını üreten gökcisimleriyle ilgili olarak da çalışmalar yapmış ve bunlarla ilgili iki önemli buluşa imza atmıştı. Galileo öncelikle Güneş üzerinde gözlemler yapmıştı. Aristocu dünya görüşüne göre, Güneş uhrevi kusursuzluğun ve ebediyetin sembolüydü. Güneş yüzeyinin hiç de zannedildiği kadar kusursuz olmadığını öğrenmenin yarattığı şoku düşünebiliyor musunuz? Kendi ekseninde dönmekte olan Güneş’in yüzeyinde, bir görünüp bir kaybolan lekeler ve koyu noktalar vardı! Resim 18, Galileo’nun kendi el çizimi olan Güneş lekelerini gösteriyor.



Resim 18

Galileo’nun meslektaşı Federico Cesi (1585-1630), bu çizimleri tarif ederken, “detaylarıyla akıllara, şaşırtıcı görünümüyle gözle-

re durgunluk verici" olarak nitelemişti. Aslında Galileo, Güneş lekelerini gören ilk kişi olmadığı gibi, onlar hakkında yazan ilk kişi de değildi. Cizvit rahip ve bilimadamı Christopher Scheiner (1573-1650) tarafından yazılmış olan *Güneş Lekeleri Üzerine Mektuplar* adlı kitapçık Galileo'yu o kadar kızdırmıştı ki, Galileo kendini düşüncelerini ifade etmek amacıyla cevabi bir kitapçık yayımlamaya mecbur hissetmişti. Scheiner, lekelerin doğrudan Güneş yüzeyinde bulunmalarının imkânsız olduğunu iddia ediyordu. Çünkü ona göre, lekeler Güneş'in yüzeyinde olamayacak kadar koyu renkliydi (hatta Ay'ın üzerindeki lekelerden bile daha koyu renkliydi). Ve dahası, sürekli aynı pozisyonda göründükleri de söylenemezdi. İşte bu sebeplerden dolayı Scheiner, bunların Güneş'in yörüngesinde dönen küçük gezegenler olduğuna inanmıştı. Fakat Galileo, *Güneş Lekeleri Üzerine Mektuplar* adlı eserinde, Scheiner'in iddialarını sistematik olarak bir bir çürüttü. Oscar Wilde'ın bile ayakta alkışlayacağı bir alaycılık, zekâ ve titizlikle, Galileo lekelerin aslında hiç de koyu renkli olmadığını, sadece parlak Güneş yüzeyine kıyasla daha koyu göründüğünü gösterdi. Buna ek olarak, Galileo'nun çalışması, lekelerin doğrudan Güneş yüzeyinde olduğunu hiçbir şüpheye yer bırakmayacak şekilde ispatlıyordu (Galileo'nun bunu nasıl ispatladığı konusuna daha sonra tekrar döneceğim).

Galileo'nun öteki yıldızlarla ilgili gözlemleri, insanoğlunun Güneş Sistemi'nin ötesindeki evreni keşfetmeye yönelik ilk girişimleriydi. Ay ve gezegenlerin aksine, Galileo sahip olduğu teleskopun *yıldızları* yakına getirmekte oldukça yetersiz kaldığını fark etmişti. Ve bunun anlamı gayet açıktı – yıldızlar gezegenlerden katbekat uzaktaydı. Bu zaten başlı başına bir sürprizdi, ama asıl hayret verici olan, teleskopun belli belirsiz ortaya çıkardığı yeni yıldızlar ve onların inanılmaz *sayısıydı*. Örneğin, sadece Orion takımıyıldızının çevresindeki küçücük bir alanda, Galileo beş yüzden fazla yeni yıldız keşfetmişti. Fakat teleskopunu Samanyolu'na, yani gece semasını boydan boya kat eden o soluk ışık kuşağına çeviren Galileo'yu çok daha büyük bir sürpriz bekliyordu. Bu yekpare görünümlü parlak ışık yolu bile, daha önce

hiçbir insan gözünün görmediği kadar çok sayıda yıldızdan oluşuyordu. Evren ansızın inanılmaz boyutlara bürünmüştü. Bilim insanlarına özgü bir serinkanlılıkla Galileo şöyle diyordu:

Üçüncü gözlemlediğimiz şey Samanyolu'nun doğal yapısıydı. Teleskopun yardımıyla o kadar açık ve net görünüyordu ki, çağlar boyunca filozofları birbirine düşürüp uğraştıran bütün o sorular bir anda tarih oldu ve bizi saçma sapan tartışmalardan kurtardı. Samanyolu, milyonlarca yıldızın kümeler halinde toplandığı bir yıldız topluluğundan başka bir şey değildir. Teleskopunuzu hangi bölgesine doğrultursanız doğrultun, inanılmaz sayıda yıldızla karşılaşsınız. Bunların birçoğu oldukça büyük ve bariz, küçük olanları ise sayılamayacak kadar çoktur.

Galileo, Avrupa'nın dört bir yanında, bilim insanı olsun ya da olmasın herkesin hayal gücünü ateşlemişti. İskoçyalı şair Thomas Seggett'in heyecanı mısralarına yansıyor:

*Kolomb insana kan dökerek keşfedeceği topraklar verdi,
Galileo ise kimseye zararı olmayan yepyeni dünyalar.
Hangisi daha iyi?*

Venedik'te bulunan İngiliz diplomat Sör Henry Wotton, *Yıldızların Habercisi* adlı kitabın bir kopyasını, kitap piyasaya çıkar çıkmaz ele geçirmeyi başarmıştı. Kitabı derhal İngiltere Kralı I. James'e gönderen Wotton, yanına bir de mektup iliştiirmişti:

Sayın majesteleri, bulunduğum yerden size bugüne dek almuş olabileceğiniz en ilginç haberi iletiyorum. Mektubuma ilişik olarak gönderdiğim kitap Padua'lı bir matematik profesörüne ait ve bugün yurtdışından geldi. Bu profesör kullandığı optik bir alet yardımıyla Jüpiter'in etrafında dönen dört yeni gezegen ve bilinmeyen pek çok sabit yıldız keşfetti.

Galileo'nun başarıları hakkında ciltler dolusu kitap yazılabilir (ve zaten yazılmıştır da), ama hepsini tek bir kitaba sığdırmaya kalkışmak elbette imkânsızdır. O yüzden ben burada sadece şu iki konu üzerinde duracağım: Bütün bu şaşırtıcı buluşlar Galileo'nun evren görüşünü ne yönde etkilemişti? Ve en önemlisi, Galileo, gözlerinin önüne serilen bu uçsuz bucaksız evrenle matematik arasında ne tür bir bağlantı kurmuştu?

Büyük Evren Kitabı

Bilim felsefesi uzmanı Alexandre Koyré (1892-1964), bir keresinde Galileo'nun bilimsel düşüncede yaptığı devrimi şöyle özetlemişti: "Galileo, matematiğin bilimin dilbilgisi olduğunu keşfetmiştir." Aristocular tabiatı nitel olarak tanımlamaktan mutlu olsalar da ve hatta bunun için bile Aristo'nun itibarına ihtiyaç duysalar da, Galileo bilim insanların tabiatın kendisine kulak vermeleri gerektiği konusunda ısrar etmişti. Ona göre, evrenin dilini anlamanın yolu matematiksel bağlantılar ve geometrik modellerden geçiyordu. İki yaklaşım arasındaki bariz farkın en net örnekleri ise her iki kampın ileri gelenleri tarafından yazılan yazılarda ortaya çıkıyordu. İşte Aristocu Giorgio Coresio'nun yazdıkları: "Karanlıkta, el yordamıyla ilerlemek istemeyen biri mutlaka ve mutlaka Aristo'ya, yani tabiatın o eşsiz yorumcusuna başvurmalıdır." Bir başka Aristocu olan Pisa'lı düşünür Vincenzo di Grazia ise şöyle ekliyordu:

Galileo'nun bulgularını ele almadan önce, tabiatın gerçeklerini matematiksel mantık yöntemleriyle kanıtlamaya çalışanların gerçeklikten ne kadar uzak olduğunu kanıtlamak gerekir. Ki yanılmıyorsam, onlardan biri de Galileo. Bütün bilim ve sanatların kendine özgü ilkele-ri, kendine ait yöntemleri vardır. Ve bunlar sadece kendi ilgi alanlarının özelliklerini yansıtır. *Dolayısıyla, bir bilimin özelliklerini kanıtlamak için bir başka bilimin özellikleri kullanılamaz* [vurgu bana ait]. Tabiatla ilgili gerçekleri matematiksel argümanlarla kanıtlayabileceğini düşü-

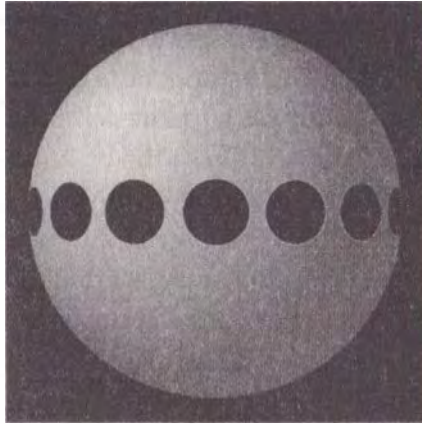
nen biri ancak ve ancak deli olabilir. Çünkü iki bilim birbirinden tamamen farklıdır. Tabii bilimler, kendine özgü doğal hareketlere sahip cisimleri inceler, matematikçiler ise tüm hareketlerden çıkarımlar yapar.

Bilim dallarının bu kadar keskin saflara ayrılması Galileo'yu en çok kızdıran şeydi. Hidrostatik tezinin taslağı olan *Yüzen Cisimler Üzerine Tartışmalar*'da, Galileo matematiği doğanın sırlarını çözmeye yarayan güçlü bir makine olarak tanımlamıştı:

Rakiplerimden birinin beni topa tutacağından eminim, hatta, "Konuları fiziksel olarak ele almak başka, matematiksel olarak ele almak başka şeydir," diye haykıran sesi bile kulağımda. Ona göre, geometri kendi işine bakmalı ve matematikten farkı sonuçlar veren tabiat bilgisine burnunu sokmamalı. Sanki birden fazla doğru olabilirmiş gibi! Sanki geometri gerçek bilgiye ulaşmanın önünde bir engelmış gibi! Sanki hem matematikçi, hem fizikçi olunamazmış gibi! Bundan çıkarılacak doğal sonuç olarak, geometri bilen biri fizik bilemezmiş ya da fiziksel konularla ilgilenip mantık yürütememiş gibi! Bu, yersiz bir öfkeye kapılıp büyük hekim Acquapendente'nin [Acquapendente'li İtalyan anatomi bilgini Hieronymus Fabricius (1537-1619)], yani bu ünlü anatomi bilgini ve cerrahın sadece neşter ve merhemlerle yetinmesini, ilaçla tedaviye hiç bulaşmamasını söylemek kadar saçma bir şeydir. Sanki cerrahi uzmanlık ilaçla tedaviye engelmış ya da ona zarar veriyormuş gibi!

Gözlemsel tespitler karşısında takınılan farklı yaklaşımlar, tabiatın gerçeklerine getirilen yorumu tersyüz edebilir ve bunun en basit örneği Güneş lekelerinin keşfiyle yaşanmıştır. Daha önce bahsettiğim gibi, Cizvitli astronom Christopher Scheiner bu lekeleri büyük bir başarı ve dikkatle gözlemlemişti. Fakat Aristocu önyargılarının ağır basmasına izin vererek yanılgıya düşmüş ve böylece sahip olduğu "kusursuz gökyüzü" inancı, muhakeme yetisini gölgelemişti. Dolayısıyla da, lekelerin aynı pozisyon ve düzende ortaya çıkmadığını görünce, alelacele sonuca varmış ve

“Güneş’i hemen lekelerin ayıbından azat edivermişti.” Sabit gökyüzü inancı hayal gücünü köreltmış ve lekelerin değişme ihtimalini görmezden gelmesine yol açmıştı. İşte bu yüzden Scheiner, bu lekelerin Güneş’in yörüngesinde hareket eden yıldızlar olması gerektiğine hükmetmişti. Galileo’nun meseleyi ele alış şekli ise tamamen farklıydı. Cesur bilimadamı, açıklama isteyen üç tespit koymuştu ortaya: Birincisi, lekeler Güneş’in dış çemberine yakınken daha cılız, çemberin ortasındayken daha geniş görünüyordu. İkincisi, lekeler arasındaki mesafe, lekeler merkeze yaklaştıkça artıyor gibiydi. Ve son olarak, lekeler Güneş’in merkezinde, kenarda olduğundan daha hızlı hareket ediyor gibi görünüyordu. Galileo tek bir geometrik modelle hipotezini –yani lekelerin Güneş yüzeyinde olduğunu ve Güneş döndükçe onunla birlikte hareket ettiklerini– kanıtlamıştı. Galileo’nun detaylı açıklaması aslında bir göz yanılgısını temel alıyordu – karşıdan baktığınızda bir kürenin kenarındaki şekiller daha küçük ve birbirine yakın görünürdü. (Resim 19’da küre şeklindeki bir yüzeyin üzerine çizilen dairelerin nasıl görüldüğünü görüyorsunuz.)



Resim 19

Galileo’nun bu ispatı, bilimsel sürecin temelleri açısından büyük önem taşıyordu. Galileo, gözleme dayalı verilerin ancak doğru matematiksel teorilerin yardımıyla anlam kazanacağını

göstermişti. Dar bir bakış açısıyla ele alındığında, aynı gözlemler hatalı yorumlanabilirdi.

Galileo, kapışma fırsatlarını da hiç kaçırmazdı. Örneğin, matematiğin doğası ve onun bilimdeki yeri üzerine en kapsamlı düşüncelerini dile getirdiği *Deneyci* adlı eseri, yine bir başkasıyla girdiği polemiğin sonucuydu. Galileo'nun ustalığını konuşturduğu bu müthiş eser öylesine popüler olmuştu ki, Papa VIII. Urbanus bile yemek esnasında bu kitaptan sayfalar okuturdu. İşin garip yanı, Galileo'nun bu kitaptaki temel tezi baştan sona yanlıştı. Galileo, kuyrukluyıldızların aslında Ay'ın yüzündeki optik kırılmayla meydana gelen bir ışık oyunundan ibaret olduğunu ispatlamaya çalışmıştı.

Aslında *Deneyci*'nin ortaya çıkış hikâyesi, bir İtalyan operasından fırlamış gibiydi. 1618 sonbaharında, gökyüzünde peş peşe üç kuyrukluyıldız belirmişti. Özellikle de üçüncüsü neredeyse üç ay boyunca Dünya'dan gözlemlenmişti. 1619'da Cizvit okulu Collegio Romano'da matematik öğretmeni olan Horatio Grassi, bu üç kuyrukluyıldızla ilgili gözlemlerini kendi ismini gizleyerek anonim bir kitapçıkta yayımladı. Danimarkalı büyük astronom Tycho Brahe'nin izinden giden Grassi, kuyrukluyıldızların Ay'la Güneş arasında bir yerde olduğunu iddia ediyordu. Ve kitapçık muhtemelen kimsenin dikkatini çekmeden unutulup gidecekti. Fakat Galileo, bazı Cizvitlerin Grassi'nin bu kitapçığını Kopernik modeline darbe olarak nitelendirdiğini duyunca, karşılık vermek için hemen harekete geçti. Cevabi metindeki yazılar, Galileo'nun öğrencisi Mario Guiducci'nin konuşmalarından alıntılar şeklindeydi (elbette çoğu Galileo'nun kendisi tarafından yazılmıştı). Bu konuşmaların yazıya dökülmüş hali olan *Kuyrukluyıldızlar Üzerine Konuşmalar* adlı eserinde Galileo doğrudan Grassi'yi ve Tycho Brahe'yi hedef alıyordu. Bu kez gücenme sırası Grassi'deydi. Hemen Lothario Sarsi takma ismiyle bir öğrencisinin ağzından sert bir cevap yayımlayan Grassi, Galileo'yu doğrudan hedef tahtasına oturtmuş ve yazdığı cevabi kitabın adını da şöyle koymuştu: *Astronomik ve Felsefi Kıstaslar – Floransa Akademisi'nden Mario Guiduccio ile Galileo Galilei'nin Kuyrukluyıldızlar Hakkındaki Teorileri*

Üzerine Değerlendirme. Kuyrukluyıldızların konumunu belirlemek için Tycho'nun yöntemini kullanmış olan Grassi, bu tercihini savunurken (sanki kendisi değilmiş de, bir öğrencisinin ağzından konuşuyormuş gibi) şöyle demişti:

Diyelim ki hocam Grassi gerçekten de Tycho'nun metodunu kullandı. Bu bir suç mu? Tycho yerine kimden faydalansaydı? Ptolemaios (Batlamyus)'tan mı? [Dünya-merkezli evren modelini icat eden İskenderiyeli astronom.] Savaş tanrısı Mars'ın çekilmiş kılıcı kimin takipçilerinin gırtlığını tehdit ediyor? Kopernik'in değil mi? Ama Tanrı'ya inanan herkes Kopernik'ten yüz çeviriyor ve onun lanetli teorisini şiddetle reddediyor. Dolayısıyla, yıldızların meçhul seyrinde bize yol gösterebilecek bir tek rehber kalıyor geriye ve o da Tycho.

Aslında bu metin, Cizvit matematikçilerin on yedinci yüzyıl başında nasıl bir bıçak sırtında yürümek zorunda olduğunu çok güzel anlatıyordu. Grassi'nin Galileo'ya yönelttiği eleştiri bir yünden tamamen haklıydı. Fakat öte yandan, dini baskılar yüzünden Kopernik'i reddetmeye mecbur kalan Grassi, bütün muhakemesini zayıflatan bir deli gömleği geçirmişti sırtına.

Galileo'nun dostları Grassi'nin bu saldırısının Galileo'nun itibarını sarsmasından korkuyordu ve bu yüzden karşılık vermesi için üstadı ikna etmeye çalışıyorlardı. Sonunda bu çabalar sonuç verdi ve Galileo 1623'te *Deneyci*'yi yayımladı. (Uzun adından da anlaşılacağı gibi, bu kitap "Siguenza'lı Lothario Sarsi'nin *Astronomik ve Felsefi Değerlendirme Kıstasları* adlı kitabının hassas ve doğru bir değerlendirmesiydi.")

Yukarıda belirttiğim gibi, *Deneyci* Galileo'nun matematikle evren arasındaki ilişkiye dair en net ve en güçlü söylemiydi. İşte Galileo'nun o ünlü satırları:

Anlaşılan o ki, Sarsi bilim üretmek için ille de ünlü bir yazarın fikirlerinden destek almak gerektiğine inanıyor. Sanki bir başkasının fikirleri olmadan beyinlerimiz hiçbir şey üretemezmiş gibi. Kim bilir belki de Sarsi

bilginin insan elinden çıkma bir hikâye kitabı olduğunu düşünüyordur – tıpkı *İlyada* ya da [Ludovico Ariosto’nun 16. yüzyılda yazdığı epik şiiri] *Orlando Furioso* gibi – ki bu kitaplarla ilgili en önemsiz şey içlerinde yazılı olan şeyin doğru olup olmadığıdır. Çünkü bunlar adı üstünde hikâye kitaplarıdır. Ama gerçek hayatta işler böyle yürümez, Sinyor Sarsi. *Evren, hep gözlerimizin önünde olan açık bir kitap gibidir, ama onun dilini ve bu dilin yazıldığı harfleri öğrenmeden anlaşılamaz. Evren matematik diliyle yazılmıştır; harfleri üçgenler, daireler ve diğer geometrik biçimlerdir. Bunlar olmadan tek sözcüğü bile anlaşılamaz ve insan ancak karanlık bir labirentte dolanıp durur.* [Vurgu sonradan eklenmiştir.]

İnanılmaz, öyle değil mi? “Matematik doğayı açıklamakta neden bu kadar etkili?” sorusunun sorulmasına daha yüzyıllar vardı, ama Galileo çoktan cevabı bulduğunu düşünüyordu! Ünlü astronom için matematik evrenin diliydi. Ve evreni anlamak için bu dili konuşmak şarttı. Kısacası Galileo’ya göre, Tanrı gerçekten de matematikçiydi!

Galileo’nun yazılarında ortaya çıkan fikirlerin tamamına baktığımızda, onun matematikle ilgili görüşleri çok daha detaylı bir tabloya bürünür. Öncelikle, Galileo için matematik demek geometri demektir. Ölçümlerini yaparken sayıları kullanmak yerine, kıyaslama yöntemini tercih etmiş, olguları tanımlarken nicelikler arasındaki orantılardan faydalanmıştır. Tabii bu da onu tam bir Arşimetçi yapar. Galileo, Arşimet’in kaldıraç kanununu ve karşılaştırmalı geometri yöntemini etkili ve yaygın bir şekilde kullanmıştır. İkinci bir enteresan nokta ise, onun geometri ile mantığın rolü arasında yaptığı ayrımıdır ve bu özellikle de son kitabında ortaya çıkar. *İki Yeni Bilim Üzerine Diyaloglar* adlı bu kitap, üç kişi arasında geçen eğlenceli bir diyalog şeklinde yazılmıştır. Salviati, Sagredo ve Simplicio adındaki bu üç kişinin rolleri birbirinden keskin hatlarla ayrılır. Örneğin, Salviati bariz şekilde Galileo’nun sözcüsüdür. Soylu felsefe âşığı Sagredo ise, zihnini Aristo mantığının sanrılarından kurtarmıştır ve dolayısıyla yeni

matematiksel bilimin etkisi altına girmeye hazırdır. Galileo'nun bir önceki eserinde Aristo'nun etki alanında olan Simplicio ise burada açık fikirli bir âlim olarak karşımıza çıkar. Tartışmalarının ikinci gününde, Sagredo ile Simplicio arasında şu ilginç konuşma geçer:

Sagredo: Ne yapalım, Simplicio? Geometrinin insan zekâsını keskinleştiren, muhakeme yetisini ve düşünme kabiliyetini mükemmelleştiren en etkin enstrüman olduğunu kabul etmeyelim mi? Öğrencilerinin her şeyden önce matematikte iyi bir temel edinmelerini isteyen Platon haksız mıydı?

Sagredo'nun söylediklerine hak veren Simplicio, matematik-mantık kıyaslaması yapar:

Simplicio: Şimdi kesinlikle daha iyi anlıyorum. Mantık, muhakeme yetimize yön veren müthiş bir enstrüman olabilir, ama insan zekâsının keşifsel uyanışı açısından, geometrinin gücüyle kıyas bile kabul etmez.

O zaman Sagredo, bu ayrımı daha da netleştirir:

Sagredo: Mantık bize mevcut önerme ve kanıtların doğru olup olmadığını nasıl anlayabileceğimizi gösterir, ama o önerme ve kanıtlara nasıl ulaşacağımızı göstermez.

Galileo'nun buradaki mesajı gayet açıktır – Galileo için geometri yeni gerçekler *keşfetmeye* yarayan bir araçtır. Mantık ise halihazırda yapılmış olan keşifleri *değerlendirip eleştirmeye* yarar. 7. Bölüm'de, matematiğin tamamını mantığın uzantısı olarak gören çok farklı bir bakış açısını da inceleyeceğiz.

Peki, Galileo matematiğin tabiatın dili olduğu sonucuna nasıl varmıştı? Ne de olsa, bu boyuttaki bir felsefi iddia öyle puf diye bir anda ortaya çıkmış olamazdı. Aslında bu fikrin izini sürdüğümüzde, köklerinin Arşimet'in yazılarına kadar uzandığını görürüz. Çünkü Yunanlı üstat doğa olaylarını açıklamak için matematiği kullanan ilk insandı. Bunu ortaçağ aritmetikçileri ve İtalyan saray matematikçilerinden geçen dolambaçlı bir süreç izledi ve

matematiğin doğası tartışmaya değer bir konu haline geldi. Nihayet Galileo'nun çağdaşı olan bazı Cizvit matematikçiler, özellikle de Christopher Clavius, matematiğin, fizikötesiyle fiziksel gerçeklik arasında ortak bir zemin teşkil edebileceğini kabul etti. Öklid'in "*Elementler*"i *Üzerine Yorumlar* adlı eserinin önsözünde, Clavius şöyle yazmıştı:

Maddeyle iç içe olmasına rağmen, matematik her türlü duyudan arınmış verilerle ilgilendiğinden, konuları göz önüne alındığında, metafizikle fizik arasında bir orta yol, bir aracı olduğu açıktır.

Elbette Galileo, matematiğe biçilen aracı ya da köprü rolünden memnun kalmamıştı. O, bu kadarıyla yetinecek biri değildi. Ve cesur bir adım atarak matematiği Tanrı'nın anadili ilan edecek kadar ileri gitti. Fakat bu benzetmesi, başına dert açacak gibi görünüyordu – öyle bir dert ki, Galileo'nun hayatını karartmak üzereydi.

Bilim ve Din

Galileo'ya göre, Tanrı tabiatı tasarlarken matematik dilini kullanmıştı. Katolik Kilisesi'ne göre ise, Tanrı İncil'in yazarıydı! O halde matematik temelli bilimsel açıklamalar Kutsal Kitap'la çelişebilir miydi? 1546 yılında Trent Konseyi'ndeki din adamları bu soruyu gayet net bir şekilde cevaplamıştı: "Hiç kimse Kitabı Mukaddes'in içeriğini kendi hükümleri doğrultusunda, başına buyruk fikirlerle çarpıtamaz. Kutsal ayetlerin gerçek anlamını yorumlama hakkı sadece ve sadece kutsal Kilise'ye aittir ve onun getirdiği yorumdan farklı bir yorum getirilemez." Dolayısıyla, 1616'da Kopernik'in Güneş-merkezli modeli hakkındaki fikirleri sorulan din adamları şu yanıtı vermişti: "Birçok yönden Kutsal Kitap'la bariz şekilde ters düştüğü için, bu aleni bir başkaldırıdır." Başka bir deyişle, Kilise'nin Galileo'ya olan itirazı aslında Dünya'nın evrenin merkezindeki konumunu kaybetmesinden değil, Kilise'nin otoritesinin sarsılmasından kaynaklanıyordu. Roma Katolik Kilisesi'nin Reformcu din adamlarıyla boğuştuğu

bir dönemde, Galileo da işin tuzu biberi olmuştu. Ve Galileo-Kilise savaşı patlak vermek üzereydi.

1613 yılının sonlarına doğru, olaylar hızla birbirini kovalamaya başladı. Galileo'nun eski öğrencisi Benedetto Castelli, Toscana grandükü ve maiyetindekilere yeni astronomi buluşlarıyla ilgili bir sunum yapmıştı. Tahmin edersiniz ki bu sunum sırasında, Kopernik modeliyle İncil arasındaki çelişkinin açıklanması da istenmişti. Özellikle de, Yeşu ve İsrailoğullarının Ayalon Vadisi'nde Amorlulara karşı zafer kazanması için Tanrı'nın Güneş'le Ay'a durmasını emrettiği bölüm, Galileo'nun anlattıklarına ters düşüyordu! Castelli, Kopernik modelini savunma konusunda her ne kadar "aslanlar gibi" mücadele ettiğini söylese de, Galileo bu itirazlardan rahatsız olmuştu. Ve bilimle Kutsal Kitap arasındaki çelişki hakkında kendi görüşlerini ifade etme ihtiyacı hissetmişti. 21 Aralık 1613'te Castelli'ye yazdığı uzun mektupta şöyle diyordu Galileo:

Kutsal Kitap, çoğunluğun idrak kabiliyetine hitap edebilmek amacıyla birçok şeyi olması gerekenden farklı şekilde anlatmıştır. Halbuki tabiat eğilip bükülmez, kişiden kişiye değişmez, değiştirilemez. Acaba insan zekâsı onun sebeplerini ve işleyişini anlayabilir mi diye umursamaz. Ve asla kendine özgü kanunlarından ödün vermez. Dolayısıyla, tabiatın gözlerimizin önünde vuku bulan hiçbir unsuru ya da ispatla ulaşılan hiçbir sonucu, yoruma açık binlerce sözcük içeren Kutsal Kitap tarafından şüpheli ilan edilemez. Çünkü Kutsal Kitap'taki ayetlerin aksine, tabiattaki her olgu yadsınamayacak kadar kati kanunların hükmü altındadır.

Kutsal Kitap hakkındaki bu yorum, daha iddialı olan bazı din adamlarının yorumlarıyla bariz şekilde ters düşüyordu. Örneğin Dominiken tarikatından Domingo Bañez 1584'te şöyle yazmıştı: "Kutsal Ruh, Kutsal Kitap'taki her şeyin ilham kaynağı olmakla kalmamıştır, aynı zamanda içindeki her kelimeyi tek tek dikte etmiştir." Galileo elbette ikna olmamıştı. *Castelli'ye Mektup* adlı eserinde şöyle diyordu ünlü bilimadamı:

Kutsal Kitap, kurtuluş için gerekli olduğuna inanılan gerçekler konusunda insanı ikna etme amacı taşır. Ve gerçekler insan kavrayışının çok ötesinde olduğundan, inandırıcılık eğitsel yollardan sağlanamaz. Bu inandırıcılığı sağlayacak tek şey, Kutsal Ruh tarafından vahyedilmeleridir. Fakat bize beş duyu, mantık ve idrak kabiliyeti bahşeden aynı Tanrı'nın bu becerileri kullanmamıza izin vermemesi ve biz bilgiye bu becerileri kullanarak bizzat ulaşabilecek konumdayken, bilgiyle farklı bir yoldan tanışmamızı istemesi, işte *bu* benim inanabileceğim bir şey değildir. Özellikle de Kutsal Kitap'ta, söz konusu bilgiler bölük pörçük, küçücük parçalardan ibaretse ve sonuçları değişkense! Zaten aynı durum astronomi için de geçerlidir. Kutsal Kitap bu konuda o kadar az bilgi içerir ki, kaç tane gezegen olduğundan bile bahsetmez.

Galileo'nun bu mektubunun bir kopyası, Roma'daki Engizisyon Mahkemesi'ne ve özellikle de o devrin nüfuzlu din adamlarından Kardinal Robert Bellarmine'nin (1542-1621) eline geçmişti! Engizisyon, Katolik Kilisesi'ne bağlı bir mahkeme sistemiydi ve din ve inanç konularının ele alınıp değerlendirildiği bir makamdı. Aslında Bellarmine'nin Kopernik modeliyle ilgili ilk tepkisi ılımlı sayılırdı. Çünkü Bellarmine, Güneş-merkezli modeli hiç ciddiye almamış, "Gerçekte var olduğuna kendilerinin bile inanmadığı ikincil yörüngeler peydahlayan insanların göstermelik bir teorisi" olarak tanımlamıştı. Tıpkı kendinden öncekiler gibi, Bellarmine de astronomların ileri sürdüğü matematiksel modelleri, aslında fiziksel gerçeklerle hiçbir ilgisi olmayan ve sadece görüntüyü kurtaran cazip yutturmacalar olarak görüyordu. Ona göre bu "göstermelik" modeller Dünya'nın döndüğünü ispatlamaktan uzaktı. Kısacası, Bellarmine, Kopernik'in *Göksel Kürelerin Devinimleri Üzerine (De Revolutionibus)* adlı kitabını acil bir tehdit olarak algılamamıştı. Ama elbette, Dünya'nın döndüğünü iddia etmenin "bütün din ve bilimadamlarını rahatsız etmekle kalmayacağını, aynı zamanda Kitabı Mukaddes'i hatalı ilan ederek Katolik inancına zarar vereceğini" söylemekten de geri kalmamıştı.

Bu trajik hikâyenin geri kalanını tüm ayrıntılarıyla anlatmaya ne yerimiz müsait ne de konumuz. O yüzden sadece kısaca özetleyeceğim. 1616'da Engizisyon, Kopernik'in kitabını "okunması yasak kitaplar" listesine alınca, Galileo fikirlerini tarihteki en saygın din adamlarından biri olan Aziz Augustinus'un yazılarıyla desteklemeye çalıştı. Fakat bu da fazla işe yaramamış, ona arzu ettiği sempatiyi kazandırmamıştı. Kopernik modelinin Kutsal Kitap metinleriyle çelişmediğini, mevcut yorum farkının sadece yüzeysel olduğunu anlatmaya çalışan mektuplar yazdıysa da, çağın din adamları Galileo'nun iddialarını kendi alanlarına taarruz olarak görüyordu. Fakat işin garip yanı, aynı din adamları burunlarını bilimsel konulara sokmakta hiç tereddüt etmiyordu.

Karanlık bulutlar ufku kaplarken, Galileo hâlâ mantığın galip geleceğine inanmaktaydı – ve söz konusu dini inançlar olduğunda, bu çok büyük bir hataydı! 1632 şubatında, Galileo *İki Büyük Dünya Sistemi Üzerine Diyaloglar* adlı eserini yayımladı (Resim 20'de kitabın ilk baskısının kapağı görülüyor).



Resim 20

Bu tartışmalı kitap, Galileo'nun Kopernikçi görüşlerine yer verdiği en detaylı eseri idi. Üstelik Galileo, mekanik denge ve matematiğin dilini kullanarak bilimin peşinden giden insanlığın ilahi aklı da anlayabileceğini iddia ediyordu. Başka bir deyişle, orantısal geometri kullanarak bir problemin çözümüne ulaşan insanın vâkıf olduğu bilgi tanrısalı. Kilise'nin buna verdiği tepki hızlı ve sert oldu! Ve kitap, yayımlandığı senenin ağustos ayı gelmeden yasaklandı. Ertesi ay, Galileo kendini savunması için Roma'ya çağrıldı. Kilise'nin itikatlarına karşı gelmekle suçlanıyordu. 12 Nisan 1633'te mahkeme karşısına çıkan Galileo, 22 Haziran 1633'te Kilise'ye isyan etmekten suçlu bulundu. Yargıçlar Galileo'yu "kutsal ve ilahi kitaba ters düşen yanlış bir öğretiye inanmak ve bu öğretiyi savunmakla – yani Güneş'in merkezde olduğunu ve doğudan batıya hareket etmediğini; Dünya'nın ise hareket ettiğini ve merkezde olmadığını" iddia etmekle suçlamıştı. Verilen ceza ağırdı:

Kutsal Papalık'ın huzurunda seni ömür boyu ev hapsine mahkûm ediyor ve günahının kefareti olarak üç yıl boyunca haftada bir kere yedi tövbe ilahisini okuma hükmü ediyoruz. Yukarıda bahsi geçen ceza ve kefaretlerin bütünüyle ya da kısmen hafifletilmesi, kaldırılması, ya da ağırlaştırılmasına yönelik her türlü inisiyatif sadece kutsal Kilise'mize aittir.

Yetmiş yaşındaki Galileo yıkılmıştı ve bu baskıya daha fazla dayanamadı. Umutsuzluk içinde yazdığı pişmanlık dilekçesinde, "Güneş'in merkezde olduğunu ve hareket etmediğini, Dünya'nın ise merkezde olmadığını ve hareket halinde olduğunu iddia eden hatalı fikrimden tamamen vazgeçiyorum," diye yazmış ve şöyle devam etmişti:

Siz muhterem kardinaller ve inançlı tüm Hıristiyanların hakkımdaki haklı şüphelerini gidermek için, geçmişteki tüm yanlış ve aykırı düşüncelerimden ötürü kendimi lanetliyor, bundan böyle kutsal öğretiye aykırı hiçbir fikir taşımayacağıma dair huzurlarınızda diz çöküp önümdeki Kutsal Kitap'a el basarak tüm kalbimle

yemin ediyorum. Kutsal Kilise tarafından verilen hukuki hüküm çerçevesinde, söz konusu yanlış doktrini, her ne suretle olursa olsun, yazılı ya da sözlü olarak savunmayacağıma, benimsemeyeceğime ve öğretmeyeceğime, şahsımla ilgili benzer şüphelere yol açabilecek hiçbir iddiada bulunmayacağıma yemin ediyorum.

Galileo'nun *İki Yeni Bilim Üzerine Diyaloglar* adlı son kitabı 1638 temmuzunda yayımlandı. Taslak halindeki metin İtalya'dan kaçırılmış ve Hollanda'daki Leiden'de basılmıştı. Bu kitabın içeriği, *"Eppur si muove"* ("Ama yine de dönüyor") diyen Galileo'nun o efsanevi sözündeki duyguyu en yoğun biçimde yansıtıyordu. Mahkemenin sonunda Galileo tarafından söylendiği iddia edilen bu cüretkâr cümle muhtemelen hiç söylenmemiştir.

Biraz geç olsa da, 31 Ekim 1992'de Katolik Kilisesi nihayet Galileo'ya iadeitibar yapmaya karar verdi. Galileo'nun onca zaman boyunca hep haklı olduğunu kabul eden, ama yine de Engizisyon'u doğrudan eleştirmeye çekinen Papa II. John Paul şöyle dedi:

Samimi bir Hristiyan olan Galileo'nun, bilim ve Kutsal Kitap arasındaki bariz çelişkiler konusunda, ilahiyatçı muhaliflerinden çok daha akıllı bir tutum sergilediği anlaşılmıştır. İlahiyatçıların çoğu Kutsal Kitap'ın içeriğiyle yorumu arasındaki şekilsel ayrımı görememiş ve bilimsel araştırmanın konusu olan bir iddiayı haksız bir şekilde dinsel öğretinin alanına taşımışlardır.

Tüm dünya gazeteleri bayram ediyordu. *Los Angeles Times*'ın manşeti şöyleydi: "Resmen kabul edildi: Dünya Güneş'in Etrafında Dönüyor – Vatikan İçin Bile!"

Fakat birçokları memnun değildi. Bazıları Kilise'nin günah çıkarmasını yetersiz ve geç kalınmış bir teşebbüs olarak görüyordu. Galileo uzmanı İspanyol Antonio Beltrán Marí şöyle yazmıştı:

Papa'nın kendini Galileo ve onun bilimi hakkında söz söyleme hakkına sahip bir otorite olarak görmeye

devam etmesi, Papa tarafında değişen hiçbir şeyin olmadığını gösteriyor. Onun da Galileo'yu yargılayan yargılardan bir farkı yok. Hatalı olduklarını biraz geç fark etmiş olsa da, hâlâ onlar gibi davranıyor.

Doğruyu söylemek gerekirse, Papa kendini asla kazanamayacağı bir tartışmanın içinde bulmuştu. Ve vereceği her karar, ister konuyu görmezden gelip Galileo'ya yapılan haksızlığın kitaplarda kalmasına izin versin, ister Kilise'nin hatasını samimiyetle kabul etsin, her halükârda eleştirilecekti. Yine de, Kutsal Kitap'taki yaratılışın ("akıllı tasarım"*) maskesi altında) hâlâ alternatif bir "bilimsel" teori olarak önerilebildiği şu günlerde, unutulmasın ki, Galileo bu mücadeleyi bundan tam dört yüz yıl önce vermiş ve kazanmıştı!

(*) *Akıllı Tasarım* – Evrim teorisine alternatif olarak, evrenin ve içindeki canlıların zeki ve bilinçli bir varlık tarafından tasarlandığını iddia eden görüş. Bu görüşü savunanlar bu tasarımın "kimin" tarafından yapıldığını açıklamaktan özenle kaçınır, herhangi bir tanrı ismi telaffuz etmezler. (ç.n.)

4. BÖLÜM

BÜYÜCÜLER: ŞÜPHECİ VE DEV

Seks Hakkında Bilmek İstedığınız (Ama Sormaya Utandığımız) Her Şey adlı filmdeki yedi skeçten birinde, aktör Woody Allen bir saray soytarısını canlandırır. Bir ortaçağ kralı ve maiyeti için komik gösteriler yapan soytarı, kraliçeye göz koymuştur ve kadını baştan çıkarmak için ona afrodisyak bir ilaç verir. İlaç işe yarar ve kraliçe de soytarının cazibesine kapılır. Ama o da ne!? Kraliçenin bekâret kemerinin üstünde kocaman bir asma kilit vardır. Kraliçenin yatak odasında bu sinir bozucu engele takılan soytarı telaşla şöyle der: “Elimi çabuk tutup Rönesans gelmeden bir çare bulmalıyım, çünkü yakında *hepimiz* resim yapıyor olacağız.”

Şaka bir yana, aslında bu abartılı espri 15 ve 16. yüzyıl Avrupa’sının gayet yerinde bir tasviriydi. Rönesans gerçekten de resim, heykel ve mimari alanında öyle çok şaheserin üretildiği bir dönemdi ki, bu inanılmaz sanat eserleri bugün bile dünya kültürünün çok önemli bir bölümünü oluşturmakta. Elbette Rönesans sadece sanatta değil, bilimsel alanda da pek çok devrime şahit olmuş bir dönemdi. Güneş-merkezli modelin astronomide yaptığı devrim en önemli yeniliklerden biriydi ve bu devrimin öncüleri Kopernik, Kepler ve özellikle de Galileo’ydu. Galileo’nun teleskopundan görünen yeni evren ve onun mekanik üzerine yaptığı deneylerden elde edilen bilgiler, sonraki yüzyıldaki matematik-

sel gelişmeleri belki de her şeyden daha fazla etkilemişti. Çöken Aristo felsefesinin ve Kilise'ye karşı başlatılan ideolojik mücadelenin ilk işaretleriyle birlikte, çağın düşünürleri bilgiyi inşa edebilecekleri yepyeni bir temel arayışına girmişti. Ve matematik, sunduğu net ve kati gerçeklerle, yeni bir başlangıç için en sağlam temel gibi görünüyordu.

Rasyonel düşünceyi disipline edip bilgiyi, bilimi ve etiği birleştirecek bir formül bulmak zorlu bir işti ve bu zorlu işe kalkışacak olan kişi, René Descartes adındaki genç bir Fransız subayıydı.

Bir Hayalperest

Pek çokları için Descartes (Resim 21) modern felsefenin ve modern biyolojinin kurucusudur. Bu etkileyici referanslara bir de ampirik felsefenin ünlü ismi İngiliz düşünür John Stuart Mill'in (1806-1873) Descartes hakkındaki sözleri eklenince, onun entelektüel gücü daha iyi anlaşılır. Mill, Descartes'ın matematik alanındaki bir başarısını, "pozitif bilimlerin ilerlemesi yolunda bugüne dek atılmış en büyük adım" olarak tanımlamıştı.



Resim 21

René Descartes, 31 Mart 1596'da Fransa'nın La Haye kentinde dünyaya geldi. Kent, en şöhretli sakininin anısına, 1801'de La Haye-Descartes adını almıştır, 1967'den beri ise sadece Descartes adıyla anılmaktadır. Sekiz yaşındayken La Flèche adındaki Cizvit

okuluna giren Descartes, burada 1612'ye kadar matematik, klasik edebiyat, bilim ve skolastik felsefe okudu. Nispeten hassas bünyesi sebebiyle sabahın beşinde kalkma mecburiyetinden muaf tutulan Descartes, sabah saatlerini genellikle yatakta geçirirdi. Hatta hayatının sonraki dönemlerinde de sabahın erken saatlerini pas geçmeye devam eden Descartes, bir keresinde matematikçi Blaise Pascal'a, sağlıklı ve üretken olabilmesinin tek yolunun canı istemeden yataktan kalkmamak olduğunu söylemişti. Ve ilginçtir ki, bu cümlesi aslında geleceği öngören trajik bir kehanetti.

Descartes, La Flèche'den sonra, avukat olarak Poitiers Üniversitesi'nden mezun oldu, ama hiçbir zaman hukuk alanında faaliyet göstermedi. Dünyayı gezip görmek için sabırsızlanan genç Descartes, Prens Maurice'in ordusuna katılmaya karar verdi. O dönemde ordu Hollanda'daki Breda kentinde konuşlanmıştı ve Breda'daki tesadüfi bir tanışıklık, Descartes'ın entelektüel gelişiminde hayati bir rol oynayacaktı. Bilinen hikâyeye göre, Descartes bir gün caddelerde dolaşırken, karşısına bir ilan tahtası çıktı. Bu ilanda, çözülmesi çok zor olan bir matematik probleminin duyurusu vardı. Yanından geçen ilk kişiye ricada bulunan Descartes, ilandaki Flamanca metni Latinceye ya da Fransızcaya çevirmesini istedi. Birkaç saat sonra, problemi çözmüştü bile! Ve bu olaydan sonra matematik konusunda yetenekli olduğuna hepten ikna oldu. İlandaki problemi ona tercüme eden kişi ise, Descartes'ın fizik-matematik çalışmaları üzerindeki etkisi yıllarca sürecek olan Hollandalı matematikçi ve bilimadamı Isaac Beeckman'dan (1588-1637) başkası değildi. Descartes'ın sonraki dokuz yılı, Paris'in keşmekeşiyle çeşitli ordular arasında mekik dokumakla geçti. Dinsel ve politik kavgalardan başını alamayan sancılı bir Avrupa'da, Otuz Yıl Savaşları'nın da başlamasıyla birlikte, ister Prag'da, ister Almanya'da, ister Transilvanya'da olsun, katılacak bir savaş ya da ordu mutlaka bulunuyordu. Yine de bu dönem boyunca Descartes matematik çalışmalarına hiç ara vermeden devam etti.

10 Kasım 1619'da Descartes, hayatının geri kalanını değiştiren ve belki de böylece modern dünyanın başlangıcına vesile olan üç tane rüya gördü. Descartes daha sonra bu rüyalarından bahsederken, "Müthiş bir heyecana kapıldım ve bu ilahi ilham sa-

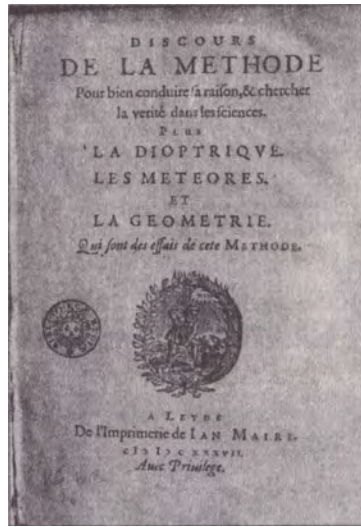
yesinde harika bir bilimin temellerini keşfettim,” diyecekti. Peki, Descartes’ın bu kadar etkilendiği bu üç rüya ne hakkındaydı?

Aslında iki tanesi kâbus sayılırdı. İlk rüyada Descartes kendini şiddetli bir rüzgâra kapılmış olarak görmüştü. Sol topuğunun üzerinde çılgın gibi dönüyordu. Ve atmaya çalıştığı her adımda sürekli yere düşüyordu. Sonra yaşlı bir adam ortaya çıkıyor ve ona yabancı diyarlardan gelen bir kavun vermeye kalkışıyordu. İkinci rüyası da bir o kadar korkutucuydu. Bir odada kapana kısılmıştı ve her taraf korkunç bir gök gürültüsüyle zangırdıyor, şimşekler çakıyordu. İlk iki rüyanın aksine, üçüncü rüya oldukça sakin ve huzurluydu. Gözleriyle odayı tarayan Descartes, masanın üzerinde bir görünüp bir kaybolan kitaplar görmüştü. Kitapların arasında *Corpus Poetarum* adında bir şiir antolojisi ve bir de ansiklopedi vardı. Antolojinin sayfalarını gelişigüzel çeviren Descartes’ın gözüne, dördüncü yüzyılda yaşamış olan Romalı şair Ausonius’un şiirlerinden birinin ilk satırı ilişiyordu. Şöyle diyordu şiir: “*Quod vitae sectabor iter?*” (Hayatta hangi yolu takip etmeliyim?) Sonra aniden gizemli bir adam belirliyordu odada ve bir mısra okuyordu: “*Est et non*” (“Evet ve hayır”). Descartes ona Ausonius’un şiirini göstermek istediğinde ise, her şey bir anda yok oluyor ve yerini hiçliğe bırakıyordu.

Rüyalar genellikle içerik olarak bize anlamsız ya da saçma gelse de, asıl önemli olan içerik değil, rüyayı gören kişinin ona getirdiği yorumdur. Descartes’ın durumunda ise, bu üç karışık rüyanın etkisi inanılmaz olmuştu. Descartes, ansiklopedinin genel bilimsel bilgiyi, şiir antolojisinin ise felsefe, aydınlanma ve sanat aşkını sembolize ettiğini düşünmüştü. “Evet ve hayır” mısrası, Pisagor’un ünlü zıt çiftleriydi ve Descartes bunu da gerçek ve yalan olarak yorumlamıştı. (Psikanalizin bakış açısıyla, kavuna seksüel anlam yükleyen yorumlar da vardır.) Descartes’a göre bu rüyalar kesinlikle bir işaretti ve tüm insan bilgisini mantık kullanılarak birleştirmesi yönünde ona bir mesaj vermeye çalışıyordu. Descartes 1621’de ordudan ayrıldı, ama sonraki beş yıl boyunca seyahat edip matematikle ilgilenmeye devam etti. O günlerde nüfuzlu ruhani lider Kardinal Pierre de Bérulle (1575-1629) de dahil olmak üzere Descartes’la tanışan herkes, onun zekâsına ve düşünce kabiliyetine hayran kalıyordu. Ve birçok insan fikirle-

rini yayımlaması için onu teşvik ediyordu. Başka bir genç olsa, bunca nasihat ters tepebilir, *Aşk Mevsimi* adlı filmde tek kelime-lik kariyer tavsiyesi olan "Plastik!" sözcüğünün Dustin Hoffman üzerinde yarattığı olumsuz etkiyi yaratabilirdi. Fakat Descartes farklıydı. O çoktan gerçeğin peşine düşmüş, hedefe kilitlenmişti ve o yüzden ikna olması zor değildi. Hollanda'ya taşınan Descartes, burada çok daha sakın bir entelektüel ortam buldu ve sonraki yirmi yıl boyunca şaheser üstüne şaheser üretti.

Descartes'ın bilimin temelleri üzerine yazdığı ilk başyapıtı *Metot Üzerine Konuşma* 1637'de yayımlandı (Resim 22'de ilk basının kapağı görülüyor).



Resim 22

Bu çalışmaya optik, meteoroloji ve geometri üzerine üç müthiş ek eşlik ediyordu. Bunu 1641'de *İlk Felsefe Üzerine Düşünceler* adlı felsefi çalışması ve 1644'te *Felsefenin İlkeleri* adlı fizik kitabı takip etti. Tabii bu arada Descartes tüm Avrupa'da şöhrete kavuşmuştu ve hayranları arasında sürgün edilen Bohemya Prensesi Elisabeth (1618-1680) gibi isimler vardı. 1649'da Descartes, renkli bir kişilik olan İsveç Kraliçesi Christina'ya felsefe dersi vermek üzere İsveç'e davet edildi. Kraliyet karşısında boynu hep kıldan ince olan Descartes, bu teklifi hemen kabul etmişti. Hatta kra-

liçeye gönderdiği cevap mektubu o kadar ağdalıydı ki, bugün okuduğumuzda kulağa tek kelimeyle komik geliyor: "Sayın majesteleri, cüretimi bağışlayın fakat sizin her emrinizin başımın üstünde yeri var. Arzularınızı yerine getirmek için daima emrinize amadeyim ve bir İsveçli ya da Finlandiyalı olsaydım, herhalde bundan daha mutlu olamazdım." Böylece Descartes İsveç'in yolunu tuttu. Fakat bir sorun vardı. Yirmi üç yaşındaki inatçı kraliçe, ders saati olarak sabahın körünü seçmişti! Ve Descartes'ın dersleri sabah saat beşte vermesi için ısrar ediyordu. Descartes'ın bir arkadaşına yazdığı gibi, düşüncelerin bile buz kestiği böylesine soğuk bir coğrafyada, bu durum Descartes için ölmekten beterdi. "Burada kendim olmaktan çıktım," diye yazan Descartes şöyle devam etmişti: "Tek istediğim sakinlik ve sükûnet. Ki bunlar en güçlü kralların bile insana bahsedemeyeceği nimetler." Zalim İsveç kışına ve hayatı boyunca uzak durmayı başardığı o kör karanlık sabah saatlerine ancak birkaç ay dayanabilen Descartes, sonunda zatürreeye yakalandı. Ve 11 Şubat 1650'de elli üç yaşındayken hayata veda etti – üstelik adeta bir kalk borusu daha duymamak için sabahın dördünde ölmüştü. Çalışmalarıyla modern çağın başlangıcına damgasını vuran adam, kendi ehli keyif eğilimlerine ve genç bir kraliçenin kaprislerine kurban gitmişti.



Resim 23

Descartes İsveç'te gömüldü, fakat naaşı, daha doğrusu naaşından geriye kalanlar 1667'de Fransa'ya nakledildi. Burada da birkaç kez yer değiştirdikten sonra, nihayet 26 Şubat 1819'da Saint-Germain-des-Prés Katedrali'ne ait şapellerden birine gömüldü. Resim 23'te Descartes'ın anısını yâd eden sade görünüm-lü siyah levhanın önünde çekilmiş bir fotoğrafımı görüyorsunuz.

Ayrıca Descartes'a ait olduğu iddia edilen ve İsveç'te elden ele dolaştıktan sonra Berzelius adındaki bir kimyacı tarafından satın alınıp Fransa'ya getirilen bir de kafatası var. Ve o kafatası bugün Paris'teki İnsan Müzesi'nde, Neandertal adama ait kafata-sının tam karşısında sergilenmekte.

Bir Çağdaş

İnsana yakıştırılan “çağdaş” sıfatı, yirminci yüzyıldaki (ya da artık yirmi birinci yüzyıldaki) meslektaşlarıyla kolayca iletişim kurabilen kişiler için kullanılır. Descartes'ı çağdaş yapan şey ise, kendi çağından öncesine ait tüm felsefi ve bilimsel önermele-ri sorgulamış olmasıdır. Bir keresinde, “Aldığım eğitim sadece şaşkınlığımı daha da körüklemeye yarıyor ve ne kadar cahil ol-duğumu fark etmemi sağlıyor,” demişti Descartes. *Metot Üzerine Konuşma* adlı ünlü eserinde ise şöyle yazmıştı: “Felsefeyle ilgili gözlemlediğim şey, yüzyıllar boyunca en müthiş dehalar tara-fından beslendiği halde, tartışmaya açık ya da şüpheli olmayan tek bir tarafının dahi bulunmamasıydı.” Gerçi Descartes'ın kendi felsefi fikirlerinin de diğerlerinden farklı bir kaderi yoktu, ne de olsa kendisinden sonra gelen düşünürler de onun önermelerinde önemli noksanlıklar bulacaktı. Yine de en temel kavramları bile sorgulayan cüretkâr yaklaşımı, Descartes'ı sapına kadar çağdaş yapmaya yetiyordu. Bu kitabın konusu açısından daha da önemli olanı, Descartes matematikteki yöntem ve mantıksal sürecin tam da deneysel felsefenin ihtiyaç duyduğu türden bir *kati bilgi* üretti-ğinin farkındaydı. Descartes açıkça şöyle diyordu:

Geometricilerin en zor sonuçlara varmak için kullandığı, uzun, basit ve kolay mantık yürütme zincirleri, *insanlığın dağarcığındaki her bilginin birbirine aynı biçimde bağlandığını düşünmeme sebep oldu* [vurgu bana ait]. Ve yanlışlığı doğru kabul etme hatasına düşmekten sakındığımız ve bir gerçeğin diğerinden çıkarılması için gereken mantıksal sıralamayı koruduğumuz sürece, ulaşılamayacak kadar uzak, ya da bulunamayacak kadar gizli hiçbir şey olmadığına inandım.

Bu iddialı düşüncenin yanında Galileo'nunkiler bile hafif kalıyordu. Descartes'a göre, matematik diliyle yazılan sadece fiziksel evren değildi; bütün insanlık bilgisi matematiğin mantığını takip ediyordu. Descartes şöyle diyordu: "Matematiksel yöntem insan mirası olan diğer tüm bilgilerden üstün bir enstrümandır, çünkü diğer hepsinin kaynağıdır." Dolayısıyla Descartes'ın hedeflerinden biri, matematikle tanımlanabilecek bir gerçeklik olan fizik dünyasını yanıltıcı duygusal algıların hiçbirinden faydalanmadan tarif etmektir. Ona göre, gözün gördükleri zihnin süzgecinden geçmeli ve algılar fikirlere dönüşmeliydi. Ne de olsa, "uyanıklıkla uykuyu birbirinden ayırt edecek öyle çok da belirgin bir işaret yok," diyordu Descartes. Peki ama gerçek olduğunu sandığımız her şey eğer bir düştür ibaretse, o zaman dünyanın ve gökyüzünün de o düşün bir parçası olmadığını nereden bileceğiz? Her şeyin aslında "sonsuz güce sahip muzip bir çılgın" tarafından duyularımıza yüklenmiş bir hayal olmadığını nereden bileceğiz? Ya da Woody Allen'ın bir keresinde dediği gibi: "Ya her şey bir illüzyondan ibaretse ve aslında hiçbir şey yoksa? O zaman şu halıyı alırken kesinlikle kazıklandım demektir!"

Descartes'ın kapıldığı bu şüphe seli sonunda onun en çok bilinen cümlesiyle sonuçlanmıştı: *Cogito ergo sum* (Düşünüyorum, öyleyse varım). Başka bir deyişle, düşüncelerin gerisinde mutlaka bilinçli bir akıl olmalıydı. Çünkü şüphe götürmeyen tek şey şüphe etmenin kendisiydi! Böylece Descartes, "güvenilir bilgi" pro-

jesinin tümünü cılız gibi görünen bu zemin üzerine inşa etmeye başladı. İster felsefe olsun, ister optik, mekanik, tıp, embriyoloji ya da meteoroloji, Descartes sihirli değneğini hepsine değdirmiş ve bu alanların her birinde kayda değer başarılar elde etmişti. Yine de, mantık kullanma becerisinde ısrarlı olmakla birlikte, mantığın tek başına temel gerçekleri keşfetmeye yetemeyeceğine inanıyordu. Temelde Galileo ile aynı sonuca ulaşan Descartes şöyle diyordu: “Mantıkta kullanılan önerme ve unsurların çoğu, bilinmeyen keşfedilmesinden çok, bilinenin iletişimde fayda sağlar.” Mevcut tüm disiplinleri neredeyse yeni baştan icat eden ve sağlam temeller üzerine oturtmaya çalışan Descartes, sağlam bir zeminde ilerlediğinden emin olmak için matematiksel yöntemden damıttığı ilkeleri kullanıyordu. Kendisine rehber edindiği bu sağlam ilkeleri *Akılın Yönetimi İçin Kurallar* adlı kitabında tanımlamıştı. Descartes bir şeyi çözümlerken, işe her zaman şüphe duymadığı kati gerçeklerden başlardı (tıpkı Öklid geometrisindeki aksiyomlar gibi); zor olan problemleri nispeten daha kolay olan küçük parçalara ayırırdı; basitten karmaşığa doğru ilerlerdi ve potansiyel hiçbir çözümü göz ardı etmediğinden emin olmak için, tüm süreci iki kez kontrol ederdi. Tabii ki bu kılı kırk yaran titiz süreç bile, hatadan muaf sonuçların garantisi değildi. Aslında Descartes her ne kadar en çok felsefe alanındaki dev başarılarıyla bilinse de, en uzun ömürlü katkılarını matematik alanında yapmıştı. John Stuart Mill’in “pozitif bilimlerin ilerlemesi yolunda bugüne dek atılmış en büyük adım” olarak nitelediği bu parlak fikirlerden bir tanesi, öylesine sade, ama dâhiyanedir ki, özellikle üzerinde durulmayı hak eder.

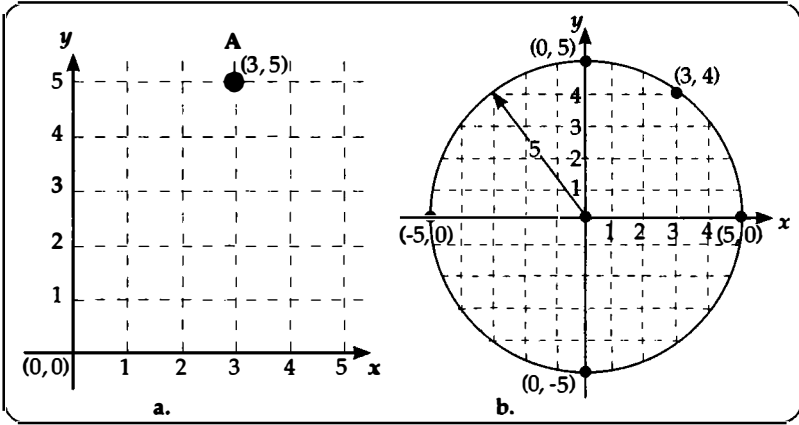
New York Şehir Haritasının Matematiği

Resim 24’teki kısmi Manhattan haritasına bakın. 34. Sokak’la 8. Cadde’nin köşesinde duruyorsanız ve 59. Sokak’la 5. Cadde’nin köşesindeki biriyle buluşacaksanız, yolunuzu kolayca bulabilirsiniz, öyle değil mi?



Resim 24

İşte bu, Descartes'ın yeni geometri fikrinin özünü teşkil ediyordu. Ve bu fikrini *Metot Üzerine Konuşma* adlı eserine ilaştirdiği 106 sayfalık *La Géométrie* (Geometri) ekinde özetlemişti. İnanması zor ama bu son derece basit kavram matematikte devrim yaratacaktı. Descartes, önemsiz gibi görünen iki adet sayıyla işe koyulmuştu. Bir düzlem üzerindeki iki sayı, o düzlemdeki bir noktanın konumunu net olarak veriyordu (örnek: Resim 25a'daki A noktası). Bundan yola çıkan Descartes sağlam bir "eğriler" teorisini geliştirdi – ki aslında bu *analitik geometri* olarak bildiğimiz şeyin ta kendisiydi! Kesişen iki doğrunun oluşturduğu bu referans sistemine, Descartes'ın şerefine *Kartezyen Koordinat Sistemi* denir.



Resim 25

Yatay olan çizgi “x eksen”, dikey olan çizgi “y eksen” olarak bilinir. Bu iki eksenin kesişme noktası ise “orişin”, yani başlanğıç noktasıdır. Örneğın Resim 25a’da A noktasının x koordinatı 3’tür, y koordinatı ise 5’tir. Ve bu nokta yan yana bir çift sayıyla (3, 5) olarak gösterilir. (Elbette başlanğıç noktası (0, 0) olarak tanımlanır). Şimdi diyelim ki, bu düzlemde sıfır noktasına beş birim uzaklıktaki tüm noktaları işaretlemek istiyoruz. Böylece sıfır noktasının çevresinde bulunan yarıçapı beş birimlik bir daire elde ederiz (Resim 25b). Bu dairedaki (3, 4) noktasını ele alırsanız, koordinatlarının $3^2 + 4^2 = 5^2$ ’yi verdiğini görürsünüz. Aslında (Pisagor teoremini kullanarak) bu dairenin üstündeki her noktanın x, y koordinatları olarak $x^2 + y^2 = 5^2$ ’ye denk geldiğini ispatlamak kolaydır. Dahası, dairenin üzerindeki noktalar, koordinatları $x^2 + y^2 = 5^2$ denklemini veren yegâne noktalardır. Bu da $x^2 + y^2 = 5^2$ denkleminin sadece ve sadece bu daireyi tanımladığı anlamına gelir. Başka bir deyişle, Descartes geometrik bir eğriyi cebirsel bir denklemle, yani sayısal olarak tanımlamanın yolunu bulmuştur. Basit bir daire için ele alındığında kulağı o kadar da heyecan verici gelmeyebilir, ama borsanın haftalık seyrinden tutun da, kuzey kutbunun yüz yıllık ısı ortalamalarına ve hatta evrenin genişleme hızına kadar, hayatınızda gördüğünüz her türlü grafiğın temelinde Descartes’ın bu dâhiyane fikri yatar. İşte Descartes’ın bu buluşu sayesinde, geometri ve cebir aniden matematiğın iki

ayrı branşı olmaktan çıkmış, aynı gerçeğin iki farklı ifadesine dönüşmüştü. Eğriyi tanımlayan denklem, eğrinin akla gelebilecek her özelliğini, örneğin Öklid geometrisindeki tüm teoremleri içeriyordu. Durun, daha bitmedi! Descartes aynı koordinat sistemi üzerinde farklı eğriler çizilebileceğini ve bu eğrilerin kesişme noktalarının basit bir yöntemle bulunabileceğini de göstermişti. Bunu bulmak için iki eğrinin ortak cebirsel denklemlerinin çözümünü bulmak yetiyordu. Böylece Descartes cebirin avantajlarından faydalanarak klasik geometrinin can sıkıcı zafiyetlerini de gidermiş oluyordu. Örneğin, Öklid noktayı uzantısız ve boyutsuz bir unsur olarak tanımlamıştı. Fakat düzlem üzerindeki noktayı bir sayı çifti ile x, y olarak tanımlayan Descartes, Öklid'in bu karmaşık tanımını sonsuza dek tarihe gömmüştü. Fakat bu yeni buluşlar bile buzdağının sadece görünen ucuydu. Çünkü x ve y olarak tanımladığımız iki nicelik, her x değerine karşılık farklı bir y değeri gelecek şekilde düzenlendiğinde, *fonksiyon* dediğimiz şeyi oluşturuyorlardı. Ve fonksiyonlar tek kelimeyle her yerdeydi. Diyettesiniz ve günlük kilo takibi mi yapıyorsunuz, her doğum gününde çocuğunuzun boyunu mu not ediyorsunuz, arabanızın hangi hızda ne kadar benzin tükettiğini mi ölçmek istiyorsunuz, işte bütün bu veriler fonksiyonlarla ifade edilen şeylerdir.

Fonksiyonlar gerçekten de günümüz bilim insanlarının, istatistikçilerin ve ekonomistlerin su ve ekmek gibi ihtiyaç duyduğu bir şeydir. Yeterince tekrarlanan bilimsel deney ve gözlemler hep aynı fonksiyon ilişkilerini sergiliyorsa, bunlar sınıf atlayıp *tabiat kanunu* statüsüne terfi edebilir – eğer belli bir davranış tüm doğal olgular tarafından sergileniyorsa, bu davranış matematiksel olarak formüle edilebilir. Tıpkı, Newton'ın kütle çekim yasasında olduğu gibi – ki ilerleyen sayfalarda bu konuyu daha detaylı inceleyeceğiz. Örneğin Newton yasasına göre, iki kütle arasındaki mesafe arttıkça, aralarındaki çekim kuvveti azalır. Çünkü çekim kuvveti, iki kütle arasındaki mesafenin karesi ile ters orantılıdır. İki kütle arasındaki mesafe iki katına çıktığında, aralarındaki çekim kuvveti dört kat azalır. Ve bu, matematik diliyle ifade edilmiş bir tabiat kanunudur. İşte Descartes, neredeyse her şeyin sistemli olarak matematikleşmesinin önünü açan adamdır – ki aslında

bu tam da “matematikçi Tanrı” fikrinin özünü teşkil eden şeydir. Daha önce birbirinden ayrı olarak ele alınan cebir ve geometriyi bir araya getiren Descartes, matematiğin ufuklarını genişleterek günümüzde *analiz* olarak bilinen alanın önünü açmış ve böylece matematikçilerin matematik branşları arasında rahatça geçiş yapabilmelerine imkân sağlamıştır. Bunun sonucunda farklı olgular matematik tarafından tanımlanabilir hale gelmekle kalmamış, matematiğin kendisi de daha kapsamlı, zengin ve birleşik hale gelmiştir. Büyük matematikçi Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) bir keresinde şöyle demiştir: “Cebir ve geometri ayrı yollarda ilerlerken, gelişmeleri yavaş, uygulama alanları ise sınırlıydı. Ama bu iki bilim kol kola girdiği anda, birbirinden kuvvet alarak canlandı ve kusursuzlaşma yolunda ışıık hızıyla ilerlemeye başladı.”

Descartes’ın matematik alanındaki başarıları çok önemli olsa da, Descartes bilime olan ilgisini sadece matematikle sınırlı tutmamıştı. O, bilimi bir ağaca benzetiyordu. Ağacın kökleri fizikötesi, gövdesi ise fizikti ve bu ağacın üç ana dalı vardı: mekanik, tıp ve ahlak. Dalların seçimi ilk bakışta şaşırtıcı görünse de, aslında Descartes’ın yeni fikirlerini uygulamak istediği üç büyük alanı temsil etmekteydi: evren, insan bedeni ve hayat. Descartes Hollanda’daki ilk dört yılı boyunca –1629’dan 1633’e kadar– kozmoloji ve fizik üzerine çalışmış ve *Le Monde (Dünya)* adlı kitabını yazmıştı. Fakat tam kitap yayımlanacağı sırada, Descartes can sıkıcı bir haberle sarsıldı. Doğa filozofu ve eleştirmen olan dostu Marin Mersenne’ye (1588-1648) yazdığı bir mektupta şöyle dert yanıyordu Descartes:

Yeni yıl hediyesi olarak sana *Dünya* adlı kitabımı göndermeye niyetlenmiştim ve iki hafta öncesine kadar, kitabın basımı vaktinde yetişmezse, en azından bir kısmını göndermeye kararlıydım. Tabii bu arada, Leiden ve Amsterdam’da Galileo’nun *Dünya Sistemi*’ni aradığım yer kalmadı, çünkü geçen yıl İtalya’da yayımlandığını duymuştum. Fakat sonradan öğrendiğime göre, kitap gerçekten de yayımlanmış, fakat bütün kopyaları Roma’da yakılarak imha edilmiş ve Galileo suçlu bulu-

narak mahkûm edilmiş. Bunu duyduğumda şoka girdim, öyle ki az kalsın bütün çalışmalarımı yakacaktım. Ya da en azından en iyisi hiçbirini gün yüzüne çıkarmamak. Galileo'yu bile –hem de İtalyan olduğu halde, üstelik de anladığım kadarıyla Papa'nın saygı duyduğu biri olmasına rağmen– dünyanın döndüğünü söylemekten başka hiçbir günahı yokken suçlu ilan etmeleri inanılır gibi değil. Bazı kardinallerin bu görüşü tasvip etmediğini biliyorum, ama buna rağmen Roma'da halk arasında bu görüşün öğretiltiğini duymuştum. *İtiraf ediyim ki, eğer dünyanın döndüğü doğru değilse, benim felsefemin tüm dayanakları da baştan sona yanlış demektir* [vurgu bana ait], çünkü bu görüş benim tezlerimle çok güzel örtüşüyor. Üstelik tezimin her bölümüne o kadar nüfuz etmiş durumda ki, onu kitaptan çıkarmak demek, kitabı bütünüyle çöpe atmak anlamına gelecek. Fakat öte yandan, Kilise'nin tek kelimesini dahi onaylamayacağı bir kitabı yayımlamak da istemem; o yüzden makaslayarak yayımlamaktansa, tamamen vazgeçmeyi tercih ederim.

Descartes gerçekten de *Dünya* adlı kitabını yayımlamaktan vazgeçti (yarım kalan metin ise ancak 1664'te yayımlanabildi), fakat Descartes ulaştığı sonuçların birçoğunu yine 1644 tarihli *Felsefenin İlkeleri* adlı kitabına dahil etmişti zaten. Bu sistematik tezinde, Descartes bulduğu tabiat yasalarını ve ünlü Girdaplar Teorisi'ni ortaya koyuyordu. Yasalardan iki tanesi Newton'ın ünlü devinin yasasının birinci ve ikinci maddelerine çok benziyordu. Fakat diğerleri aslında yanlıştı. Girdaplar Teorisi'ne göre, Güneş sonsuz kozmik maddenin içinde oluşan bir girdabın merkezindeydi. Gezegenler ise, nehrin akıntısında anafora kapılan yapraklar gibi, bu girdabın etrafında savruluyordu. Ve dahası gezegenler de kendilerine ait ikincil girdaplar oluşturuyor ve bu girdaplar da uyduları döndürüyordu. Descartes'ın girdaplar teorisi (ileride Newton'ın da acımasızca eleştireceği gibi) baştan sona yanlış olmakla birlikte, bütüncül bir evren teorisi formüle etmeye yönelik ilk ciddi teşebbüstü ve bu sebeple de bir hayli dikkat çekiciydi. Ve dahası, yeryüzüne özgü kanunlar esas alınarak oluştu-

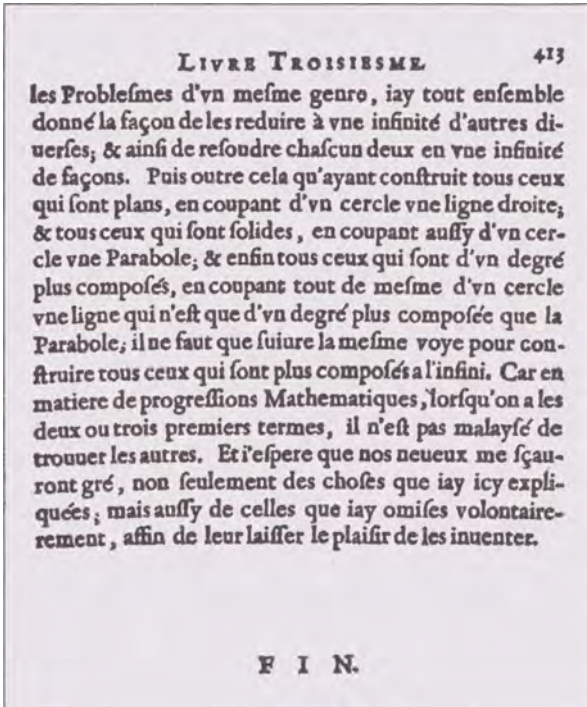
rulmuştu. Başka bir deyişle, Descartes için yeryüzüyle gökyüzü olayları arasında bir fark yoktu – Dünya da evrenin bir parçasıydı ve aynı fizik kanunlarının hükmü altındaydı. Ne var ki Descartes bu detaylı teoriyi formüle ederken kendi ilkelerini göz ardı etmişti. Ve teorisi ne kendi içinde tutarlı bir matematik arz ediyordu, ne de gözleme dayanıyordu. Yine de, Güneş'in ve gezegenlerin, etraflarındaki durgun kozmik maddeyi mikser edasıyla karıştırdığı bu senaryo, çok sonraları Einstein'ın çekim teorisinin köşe taşı olacak bazı unsurlar içeriyordu. Einstein'ın genel görelilik kuramında, çekim kuvveti uzayın uçsuz bucaksız mesafeleriyle dalga geçen sihirli bir güç değildi. Güneş gibi devasa kütleler, çevrelerindeki uzayı tıpkı bir bowling topunun bir fileyi sarkıtması gibi eğip büküyordu. Öyleyse gezegenler de bu eğik düzlemdeki en kestirme yolu takip ediyordu.

Descartes'ın fikirlerinden kısaca bahsettiğimiz bu küçük bölümde, onun felsefede çığır açan çalışmalarına özellikle yer vermedim. Çünkü konunun dağılıp matematiğin doğasından uzaklaşmasını istemedim (ama bu bölümün ilerleyen sayfalarında, onun Tanrı'yla ilgili bazı görüşlerine tekrar geri döneceğiz). Fakat İngiliz matematikçi Walter William Rouse Ball'un (1850-1925) 1908'de yazdığı şu eğlenceli yorumu sizinle paylaşmadan edemeyeceğim.

Descartes'ın felsefi teorilerine gelince, son iki bin yıldır tartışılan ve muhtemelen bir iki bin yıl daha aynı heyecanla tartışılacak olan sorular üzerinde durduğunu söylemek yeterli olacaktır sanırım. Bu soruların kendi içinde zaten yeterince önemli ve ilgi çekici olduklarını söylemeye gerek yok. Ama meselenin doğası gereği, bu konuda üretilen cevapların hepsi ne ispatlanabilir, ne de çürütülebilir niteliktedir. Ve yapılabilecek tek şey bir teoriyi diğerinden daha inanılır kılmaktan başka bir şey değildir ve ne zaman Descartes gibi bir düşünür sonunda cevabı bulduğunu iddia etse, teorilerinde hata bulan birileri mutlaka çıkmıştır. Bir yerde okumuştum, felsefenin ana konusunun Tanrı, Tabiat ve İnsan üçlüsünün karşılıklı ilişkilerinden ibaret olduğunu yazıyordu. İlk

filozoflar Tanrı'yla Tabiat arasındaki ilişkiye yoğunlaşmış olan Yunanlılardı ve onlar İnsan'ı bu ikisinden ayrı tutmuştu. Hristiyan kilisesi ise Tanrı'yla İnsan arasındaki ilişkiye öylesine dalmıştı ki, Tabiat'ı tamamen göz ardı etmişti. Son olarak modern felsefe çıkageldi ve o da sadece İnsan ve Tabiat ilişkisine yoğunlaştı. Bu tarihsel genellenenin doğru olup olmadığını burada tartışacak değilim. Ama modern felsefenin faaliyet alanıyla ilgili cümlelerin Descartes'ın çalışmalarındaki eksikliği tarif ettiğinden eminim.

Descartes yazdığı geometri kitabını şu sözlerle bitirmişti: "Umarım gelecek kuşaklar, hem açıklamaya çalıştığım konular, hem de keşfetme keyfini başkalarına bırakmak amacıyla hiç değinmediğim konular için beni hoşgörülle karşılar." (Resim 26).



Resim 26

Matematiği bilimin merkezine yerleştiren Descartes'ın öldüğü yıl, onun fikirlerinden yola çıkarak bilime çağ atlatacak olan adam sadece sekiz yaşındaydı. Ve bu eşsiz deha, Descartes'ın bahsettiği "keşfetme keyfini" muhtemelen insanlık tarihindeki herkesten daha çok yaşayacaktı.

Ve Her Şey Kavuştu Aydınlığa

On sekizinci yüzyılın büyük İngiliz şairi Alexander Pope (1688-1744), Isaac Newton (1642-1727) öldüğünde otuz dokuz yaşındaydı. (Resim 27'de, Newton'ın Westminster Kilisesi'ndeki mezarı görülüyor.) Pope, şu ünlü mısralarında Newton'ın başarılarını şöyle özetlemişti:

*Tabiat ve onun kanunları gizlenmişti karanlığa:
Tanrı Newton'a ol dedi! Ve her şey kavuştu aydınlığa.*

Newton'ın ölümünden yüz yıl sonra, Lord Byron (1788-1824) epik şiiri *Don Juan*'a şu satırları ekleyecekti:

*Ve işte Âdem'den beri yegâne ölümlü o uğraşan,
Yere düşen her şeye ya da elmaya kafa yoran.*



Resim 27

Kendisinden sonra gelen tüm bilim insanlarının gözünde, Newton gerçek bir efsanedir – hatta efsanelere inanmayanlar için bile! “Daha uzağı görüyorsam, omuzlarında durduğum devlerin sayesinde,” diyen Newton’ın bu ünlü sözleri, büyük keşifler yapan bilim insanlarından beklenen cömertlik ve tevazua örnek gösterilir. Fakat aslında belki de Newton bu sözü bilimsel alandaki en büyük düşmanı olarak gördüğü, üretken fizikçi ve biyolog Robert Hooke’un (1635-1703) gönderdiği mektuba kinayeli bir cevap olarak yazmıştı. Ve muhtemelen tam tersini söylemeye çalışıyordu. Hooke, Newton’ı birkaç kez, önce ışık teorisi ve sonra da çekim teorisi konusunda, onun fikirlerini çalmakla suçlamıştı. 20 Ocak 1676’da Newton’a yazdığı bir mektupta daha uzlaşmacı bir tavır benimseyen Hooke şöyle demişti: “Hem senin teorilerin hem de benimkiler [ışık teorisinden bahsediyor] aynı amaca hizmet ediyor. Ki o amaç gerçeğin keşfidir. O halde, sanırım her ikimiz de itirazlara katlanabiliriz.” Hooke’un bu oyununa iştirak etmeye karar veren Newton, 5 Şubat 1676 tarihli mektubunda şöyle cevap yazmıştı: “Descartes’ın başarıları müthiş bir adımdı [Descartes’ın ışık hakkındaki fikirlerinden bahsediyor]. Ve senin de bazı katkıların oldu – özellikle de ince kesitlerdeki renkleri dikkate alman önemliydi. Daha uzağı görüyorsam, omuzlarında durduğum siz devlerin sayesinde.” Aslında dev olmak şöyle dursun, Hooke bilakis çok kısa boylu bir adamdı ve üstelik sırtında ciddi bir kamburu vardı. Dolayısıyla Newton bu çok ünlü sözünü söylerken muhtemelen tam tersini, yani Hooke’a hiçbir şey borçlu olmadığını söylemeye çalışıyordu! Newton’ın Hooke’u aşağılamak için hiçbir fırsatı kaçırmaması, kendi teorisinin Hooke’un söylediği her şeyi yerle bir ettiğini söylemesi ve ışık üzerine yazdığı *Opticks* adlı kitabını yayımlamak için Hooke’un ölmesini beklemesi de aslında bu iddiayı destekleyen noktalardır. İki bilimadamı arasındaki düşmanlık çekim teorisiyle hepten zirve yapmıştı. Hooke kütle çekim yasasını ilk bulanın kendisi olduğunu iddia edince, bunu duyan Newton kitabının bu konu üzerine olan son bölümünde Hooke’u referans gösterdiği her satırı büyük bir itinayla, adeta intikam alırcasına silmişti. Newton, 20 Haziran 1686’da arkadaşı astronom Edmond Halley’e (1656-1742) gönderdiği mektupta şöyle yazmıştı:

Hooke'un mazeret olarak öne sürmesi gereken asıl şey kabiliyetsizliği. Ne de olsa, meseleyi nasıl halletmesi gerektiğini bilmediği sözlerinden açıkça anlaşılıyor. Oh ne âlâ! Bütün işi yapan, meseleye kafa yorup çözüm bulan matematikçiler, can sıkıcı birer hesap makinesi ya da ağır işleri yapan birer köle muamelesi görüyor! Öte yandan hazıra konmaktan başka hiçbir iş yapmayanlar bir buluşun geçmişinde ve geleceğinde hak iddia edebiliyor!

Burada Newton, Hooke'u neden hiçbir övgüye layık görmediğini açıkça ortaya koyuyordu – Hooke fikirlerini matematik diliyle formüle etmemiştir. Aslında Newton'ın teorilerinin öne çıkmasını sağlayan, onları kesin tabiat kanunlarına dönüştüren özellik, cam gibi berrak, kendi içinde tutarlı matematiksel bağlantılar şeklinde ifade edilmeleriydi. Oysa Hooke'un teorik fikirleri, her ne kadar usta işi olsa da, önsezi, varsayım ve spekülasyonlardan ibaret gibi duruyordu.

Şubat 2006'da, Kraliyet Bilim Akademisi'nin 1661-1682 yıllarına ait olan ve uzun zamandır kayıp olduğu zannedilen bazı el yazması tutanakları aniden gün yüzüne çıktı. Robert Hooke'un bizzat kendisi tarafından kaleme alınmış 520 sayfa yazı içeren parşömenler, İngiltere'nin Hampshire kasabasındaki bir evde bulunmuştu ve muhtemelen 50 yıl boyunca bu evdeki bir dolabın içinde muhafaza edilmmişti. 1679 aralık ayına ait tutanaklar Hooke ve Newton arasındaki yazışmalardan ve bu yazışmalarda, Dünya'nın döndüğünü teyit edecek bir deneyle ilgili tartışmalardan bahsediyordu.

Newton'ın en büyük bilimsel başarısına geri dönecek olursak, Newton, Descartes'ın düşüncesini –yani evrenin matematik diliyle tanımlanabileceği fikrini– ele almış ve bunu tıkr tıkr işleyen bir gerçeğe dönüştürmüştü. *Tabiat Felsefesinin Matematiksel İlkeleri* (kısaca *Principia* olarak bilinen Latince adı: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*) adlı dev yapıtının önsözünde şöyle diyordu Newton:

Bu çalışmayı felsefenin matematiksel ilkeleri olarak öneriyoruz, çünkü görünüşe bakılırsa felsefenin tüm ağırlığı şundan oluşuyor: Devinimle ilgili olgulardan yola çıkarak doğanın kuvvetlerini araştırmak ve sonra bu kuvvetlerden yola çıkarak başka olguları tanımlamak. Birinci ve ikinci kitaplardaki genel önermeler bu amaca yöneliktir. Üçüncü kitapta ise, Dünya Sistemi'ni açıklarken bunun bir örneğini veriyoruz; çünkü önceki kitaplarda matematiksel olarak tanımlanmış önermeleri kullanarak üçüncüde gök fenomenlerinden yola çıkıp cisimlerin Güneş'e ve çeşitli gezegenlere yönelmelerini sağlayan kütle çekim kuvvetlerine ulaşıyoruz. Sonra bu kuvvetlerden, yine matematiksel olan başka önermeler yoluyla, gezegenlerin, kuyrukluysıldızların, Ay'ın ve denizin devinimleriyle ilgili çıkarımlarda bulunuyoruz.

Newton'ın *Principia*'nın önsözünde vaat ettiği her şeyi hakkıyla gerçekleştirdiğini görünce, insanın aklına sadece tek şey geliyor: Vay canına! Ayrıca Newton'ın Descartes'a gizliden gizliye meydan okuyan başlık tercihi de bir o kadar dikkat çekici. Descartes'ın *Felsefenin İlkeleri* kitabına karşılık, Newton kitabının adını *Matematiksel İlkeler* koymuştu. Üstelik aynı matematiksel ilkeleri, çok daha deney ağırlıklı bir kitap olan *Opticks*'te de kullanmıştı. Newton, bu kitabının başlangıcında şöyle diyordu: "Bu kitaptaki amacım ışığın özellikleri üzerine varsayımlar üretmek değil, mantık ve deneylerle açıklayıp ispatlamak: Ve bunu yapmak için şu tanım ve önermelerden faydalanacağım." Sonra Newton, adeta Öklid geometrisi üzerine bir kitap yazıyormuş gibi, kati tanım ve önermelerle devam ediyordu. Ve kitabın sonunda bir kez daha vurgulayarak şöyle diyordu: "Tıpkı matematikte olduğu gibi Tabiat Bilgisi'nde de, gerçeklerin araştırılmasında analiz her zaman anlatımdan önce gelmelidir."

Newton'ın takım kutusundan çıkan matematik, onun mucizevi başarılarına imza atmasını sağladı. Tarihi bir tesadüf eseri Galileo'nun öldüğü yıl dünyaya gelen bu dâhi, mekanik kuramının en temel yasalarını formüle etti. Gezegen hareketlerini tanımlayan kanunları deşifre etti. Işık ve renk olgusunun teorik te-

mellerini attı, diferansiyel ve integral hesabını buldu. Aslında sırf bu başarılar bile Newton'ı büyük bilim insanlarının şeref locasına dahil etmeye yetiyordu. Fakat onu büyücüler listesinin tepesine, yani gelmiş geçmiş en büyük bilim insanı için ayrılan o koltuğa oturtan asıl başarısı, kütle çekim kuvvetiyle ilgili çalışmasıydı. Newton'ın bu eseri, göklerle yeryüzü arasındaki uçurumu kapatmış, astronomi ve fizik alanlarının fitilini ateşlemiş ve evrenin tamamını tek bir şemsiye altında toplamıştı. Peki, bu dev başyapıt –yani *Principia*– nasıl ortaya çıkmıştı?

Ay'ı Yörüngede Tutan Çekim Kuvveti

Newton'ın arkadaşı olan antikacı ve fizikçi William Stukeley (1687-1765) (aralarındaki kırktan fazla yaş farkına rağmen), sonunda büyük dâhinin ilk biyografi yazarı olmuştu. Stukeley, *Sör Isaac Newton'ın Yaşamöyküsü* adlı kitabında, bilim tarihinin en ünlü hikâyelerinden birini şöyle anlatıyordu:

15 Nisan 1726'da Sör Isaac'i Kensington'daki evinde ziyaret etmiştim. Yemek yiyip bütün günü birlikte geçirmiştik... Akşam yemeğinden sonra, hava sıcak olduğu için bahçeye çıktık ve elma ağaçlarının gölgesinde çay içtik. Sohbet esnasında Newton bana, çekim yasası fikrinin bundan yıllar önce [1666'da Newton veba salgını yüzünden Cambridge'den eve döndüğünde] tam bulunduğumuz noktada aklına geldiğini söylemişti. Düşünceli halde bahçede otururken, bir elmanın düştüğünü görmüş. Ve sonra neden elmaların sağa veya sola değil de hep aşağıya, dünyanın merkezine doğru dik şekilde düştüğünü anlamaya çalışmış. Tabii ki, bunun sebebi dünyanın elmayı kendisine çekmesiydi. Maddede bir çekim gücü olmalıydı. Ve yeryüzünün çekim kuvveti, dünyanın şu ya da bu tarafında değil, tam ortasında, yani merkezinde olmalıydı. İşte bu yüzden elma dikey olarak düşüyor, yani merkeze doğru hareket ediyordu. Madde maddeyi çekiyorsa, bu karşılıklı bir oran dahilinde olmalıydı. Dolayı-

sıyla Dünya nasıl ki elmayı çekiyorsa, elma da Dünya'yı çekiyordu. Öyleyse çekim kuvveti dediğimiz bir kuvvet vardı ve bu kuvvet tüm evrende kendini gösteriyordu... İşte o akıl almaz buluşlar bu şekilde ortaya çıkmıştı ve Newton, tüm Avrupa'yı hayrete düşüren, sağlam temellere dayalı yepyeni bir bilim üretmişti.

1666 tarihli bu elma hikâyesi gerçek miydi, değil miydi kesin olarak bilinmese de, gerçek olan bir şey varsa, o da şudur: aslında bu hikâye Newton'ın dehasına ve eşsiz analitik düşünme kabiliyetine hakarettir! Evet, Newton, çekim teorisi hakkındaki ilk taslağını 1669'dan önce yazmıştır, ama onun gibi bir dâhinin, Dünya'nın yakın cisimleri kendine doğru çektiğini akıl etmesi için herhalde bir elmanın düştüğünü görmesi gerekmiyordu! Evrensel kütle çekim kanununa damgasını vuran inanılmaz zekâ, herhalde sırf düşen bir elmanın görüntüsünden ortaya çıkmamıştı! Aslında, Newton'ın evrensel bir çekim yasası beyan edebilmek için ihtiyaç duyduğu bazı hayati kavramlara ancak 1684-1685 yıllarında ulaştığını gösteren işaretler var. Elbette bu boyuttaki bir fikre bilim tarihinde o kadar ender rastlanır ki, Newton gibi sıra dışı bir dâhinin bile ona uzun bir dizi entelektüel adımın ardından ulaşması aslında son derece normaldir.

Her şey muhtemelen Newton'ın gençlik günlerinde, Öklid'in devasa eseri *Elementler*'le olan üstünkörü tanışmasıyla başlamıştı. Newton'ın kendi tabiriyle, "önce sadece önermelerin başlıklarını" okumuştı ve bunları o kadar basit bulmuştu ki, herhangi bir kimsenin bu önermelere kafa yormasını bile garipsemişti. Onu ilk afallatan ve okuduğu kitap üzerine birkaç çizim yapmasına sebep olan önerme ise, "Bir dik açılı üçgende iki dik kenarın karesi hipotenüsün karesine eşittir," diyen Pisagor teoremiydi. Belki şaşıracaksınız, ama Newton Cambridge Üniversitesi'nin ünlü Trinity College'da matematik üzerine birkaç kitap okumuş olsa da, zamanın mevcut eserlerinin pek çoğunu okumamıştı. Anlaşılan o ki, okumaya ihtiyaç duymamıştı!

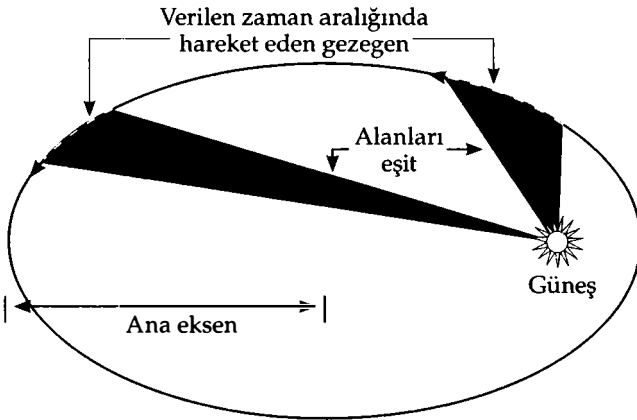
Newton'ın matematik ve bilim konularındaki düşüncelerine yön veren en etkili kitap Descartes'ın *La Géométrie* adlı eseriydi.

Newton, bu kitabı 1664'te okumuş ve sonra başa dönüp tekrar tekrar okumuş, hatta neredeyse tamamını ezberlemişti. Fonksiyonlar ve bağımsız değişkenlerin sağladığı esneklik, Newton'ın önünde yepyeni ufuklar, sonsuz olasılıklar açmıştı. Analitik geometri, Newton'ın sadece diferansiyel ve beraberinde integral hesabını, tanjantları, fonksiyonları ve eğri hesaplamalarını bulmasını sağlamakla kalmamış, Newton'ın içindeki bilim ruhunu da ateşlemişti. Cetvel ve pergelle yapılan sıkıcı hesaplar gitmiş, yerine cebir denklemleriyle ifade edilebilen keyifli eğriler gelmişti. Sonra 1665-1666 yıllarında Londra'da korkunç bir veba salgını patlak verdi. Haftalık ölüm vakalarının binlerle ifade edildiği o günlerde, Cambridge'deki tüm fakülteler kapanmak zorunda kalmıştı. Böylece okuldan ayrılan Newton da, uzak bir köy olan Woolsthorpe'taki evine dönmek zorunda kaldı. Newton, Ay'ı Dünya'nın çevresindeki yörüngede tutan kuvvetle, elmaların yere düşmesine sebep olan çekim kuvvetinin aslında aynı kuvvetler olduğunu kanıtlamaya yönelik ilk girişimini işte buradaki sakin kır yaşamının sessizliğinde yapmıştı. Newton bu ilk çalışmalarını 1714'te yazdığı bir notta şöyle tasvir etmişti:

Ve aynı yıl [1666] Ay'ı yörüngede tutan çekim kuvvetini düşünmeye başladım. Kendi yörüngesinde dönen bir kürenin yüzeyindeki çekim kuvvetini nasıl hesaplayacağımı bulmuştum. Kepler Yasası'na göre, iki gezegenin periyotları arasındaki oran, ortalama uzaklıklarının $3/2$ 'nci kuvveti ile orantılıydı. Bundan yola çıkarsak, gezegenleri yörüngede tutan çekim kuvveti, yörünge merkezine olan mesafenin karesiyle ters orantılı olmalıydı. Bunun üzerine Ay'ı yörüngede tutmak için gereken çekim kuvvetini, Dünya yüzeyindeki çekim kuvvetiyle karşılaştırdım. İkisi birbirine çok yaklaşık değerlerdedeydi. Bütün bunları veba salgınının olduğu 1665 ve 1666 yıllarında bulmuştum. Çünkü o yıllarda en verimli çağımdaydım ve matematikle felsefeyi her şeyden daha fazla önemsiyordum.

Newton, Kepler'in gezegen hareketleriyle ilgili yasalarından önemli bir çıkarım yapmış ve iki küresel cisim arasındaki çekim kuvvetinin, aralarındaki mesafenin karesiyle ters orantılı olduğunu bulmuştu. Başka bir deyişle Dünya ile Ay arasındaki mesafe üç misli olsaydı, Ay'ın maruz kalacağı çekim kuvveti üçün karesi kadar, yani dokuz kat daha küçük olacaktı.

Sonra, pek bilinmeyen sebeplerden ötürü Newton yerçekimi ve gezegen hareketleriyle ilgili çalışmalarına ara verdi ve 1679'a kadar hiçbir ciddi araştırma yapmadı. Fakat daha sonra, baş rakibi Robert Hooke'tan gelen iki mektupla ilgisi yeniden canlandı. Dinamik yasaları ve özellikle de gezegen hareketleri konusunda tekrar çalışmaya başladı. Ama tazelenen merakının sonucu bu kez daha da çarpıcı olacaktı – daha önce formüle ettiği mekanik yasalarından faydalanan Newton, Kepler'in gezegen hareketleriyle ilgili ikinci yasasını da ispatlamıştı! İspatladığı şey tam olarak şuydu: Bir gezegen Güneş'in etrafındaki eliptik yörüngesinde dönerken, gezegeni ve Güneş'i birleştiren doğru çizgi, eşit zaman aralıklarında eşit alanlar tarar (Resim 28'deki taralı alanlar birbirine eşittir). Ayrıca Newton şunu da ispatlamıştı: "Eliptik yörüngede dönen bir cisim için... elipsin merkezine uygulanan çekim kuvveti, mesafenin karesiyle ters orantılıdır." İşte bu iki buluş, *Principia*'ya giden yolda en önemli köşe taşlarıydı.



Resim 28

Principia

Halley, Newton'ı Cambridge'de ziyaret ettiğinde, 1684 yılının ilkbaharı ya da yazıydı. Halley, bir süredir Hooke ve ünlü mimar Christopher Wren'le (1632-1723) Kepler'in gezegen hareketleri yasalarını tartışıyordu. Kafelerde yapılan bu sohbetlerde, Hooke ve Wren'in her ikisi de, çekim kuvvetiyle ilgili ters-kare kanununu birkaç yıl önce kendisinin bulduğunu iddia ediyor, fakat her ikisi de bu sonuca nasıl ulaştıklarına dair matematiksel bir teori ortaya koyamıyordu. Sonunda Halley anahtar soruyu Newton'a sormaya karar verdi. Soru şuydu: Çekim kuvvetine maruz kalan bir gezegen nasıl bir yörünge izlerdi? Newton, Halley'i şaşırtan bir cevap vermiş ve böyle bir gezegenin yörüngesinin elips şeklinde olması gerektiğini söylemişti ve üstelik bunu yıllar önce ispatlamıştı. Matematikçi Abraham de Moivre (1667-1754), anılarındaki bu hikâyeyi şöyle anlatıyor (Resim 29'da Moivre'nin yazılarından bir sayfa görülmekte):

1684'te Dr. Halley, Newton'ı Cambridge'de ziyaret etti. İki dost bir süre sohbet ettikten sonra, doktor ona, eğer Güneş'le bir gezegen arasındaki çekim kuvveti, aralarındaki mesafenin karesiyle ters orantılıysa, o zaman gezegenlerin izleyeceği yörünge, şekil olarak nasıl olmalı diye sordu. Sör Isaac hemen cevap verip yörüngenin elips şeklinde olacağını söyledi. Doktorun şaşkınlığı ve memnuniyeti yüzünden okunuyordu. Newton'a, bunu nereden bildiğini sordu. Ve Newton hesapladığını söyleyince de, Dr. Halley hemen bu hesapları görmek istedi. Fakat Sör Isaac kâğıtlarını karıştırıp aradıysa da, sözünü ettiği hesapları bulamadı ve bunun üzerine yeniden hesaplayıp kendisine göndereceğine dair söz verdi.

* I say I am amazed asked him how I knew it, why said he I have calculated it. I then said to Halley, asked him for his calculation at that very instant delay in, I then looked among his papers but could not find it, but he promised him to write it, & then to send it him, I then said to order to make good his promise just to write again, but he could not come to that unless as he thought he had before examined with care, however he attempted a new way which tho longer than the first, brought him again to his former conclusion, then he imagined carefully what might be the reason why the calculation he had undertaken before. He did not know right, & he found that having drawn no ellipse concerning, with his own hand he had drawn the two axes of the curve, instead of drawing two diameters somewhat inclined to one another, whereby he might have fixed his imagination to any two conjugate diameters, which was requisite to be done so, that being perceived, he made both his calculations agree together.

After this Dr Halley went (thence) sent down to Cambridge by the Royal Society & present with Dr Barrow to put his discoveries regarding a rule to the Principia.

Dr Halley has often valued himself for having been the only person who produced this result.

Resim 29

Halley, gerçekten de Kasım 1684'te Newton'ı tekrar ziyaret etti. Bu iki ziyaret arasındaki zaman zarfında Newton çılgın gibi çalışmıştı. De Moivre şöyle anlatıyor:

Sör Isaac sözünü yerine getirmek için yeniden çalışmaya başladı, ama daha önce ulaştığı sonuca bir türlü ulaşamıyordu. Bunun üzerine aynı sonuca başka bir yoldan ulaşmayı denedi. Aşamaları öncekinden daha uzun olmakla birlikte, bu yol da sonuç vermişti. Newton daha sonra önceki hesabının neden şimdi sonuç vermediğini anlamaya çalıştı ve... her iki hesabının da sağlamasını yaptı.

Bu kısa özet, Halley'in iki ziyareti arasında geçen birkaç ay zarfında Newton'ın asıl başardığı şeyden bahsetmiyor bile – Newton, bu kısa sürede *De Motu Corporum in Gyrum* (Yörüngedeki Cisimlerin Hareketi) adlı koskoca bir kitap yazarak dairesel ya da eliptik yörüngeler çizen cisimlerin neredeyse bütün özelliklerini tespit etmiş, Kepler'in bütün yasalarını ispatlamış ve hatta dirençli bir ortamda (örneğin havada) hareket eden bir partikülün hareketini bile çözümlmişti. Halley şaşkınlık içindeydi. Öylesine memnun kalmıştı ki, yapabileceği tek şeyi yaptı ve Newton'ı bütün bu sersemletici buluşları yayımlamaya ikna etti – *Principia* nihayet gerçek olmak üzereydi.

Newton ilkin *De Motu*'nun biraz daha geniş ve detaylı versiyonu olacak bir kitap yazmayı düşünmüştü. Fakat çalışmaya başlayınca, bazı konuların üzerinde biraz daha düşünmesi gerektiğini fark etti. Özellikle de iki konu Newton'ı rahatsız etmeye devam ediyordu. Bir tanesi şuydu: Newton başlangıçta kütle çekim yasasını formüle ederken, Güneş, Dünya ve gezegenleri boyutları olmayan noktasal kütlelermiş gibi ele almıştı. Elbette bunun doğru olmadığını kendisi de biliyordu ve bu yüzden, Güneş Sistemi'ne uygulandığında, elde edeceği sonuçların kati değil, sadece yaklaşık sonuçlar olacağını düşünüyordu. Araştırmalarının gidişatından memnun değildi. Hatta sırf bu yüzden kütle çekimiyle ilgili çalışmalarına 1679'dan sonra tekrar ara verdiği bile söylenir. Söz konusu elma olduğunda ise, mesele hepten karmaşık bir hal alıyordu. Elmanın hemen altındaki yeryüzü parçası elmaya yakındı, ama Dünya'nın tam tersindeki kara parçası elmaya çok uzaktı. Böyle bir durumda elmanın maruz kaldığı net çekim kuvveti nasıl hesaplanabilirdi ki? Astronom Herbert Hall Turner (1861-1930), 19 Mart 1927'de Londra *Times*'ta çıkan bir makalede Newton'ın bu zihinsel mücadelesini şöyle anlatmıştı:

O günlerde Newton mesafenin karesiyle ters orantılı olarak değişen bir çekim kuvveti fikrine ulaşmıştı, ama aklı sıradan zihinlerin algılayamayacağı birtakım ciddi sorunlarla meşguldü. Ki bunlardan en önemlisini ancak 1685'te çözebilecekti... Dünya'nın Ay kadar uzak bir ci-

sim üzerindeki çekim kuvvetiyle, bir elma kadar yakın bir cisim üzerindeki çekim kuvvetini bağdaştırmaya çalışıyordu Newton. Birinci durumda, yerküredeki farklı noktalar Ay'a çok farklı mesafede değildi. (Ki Newton, teorisini bu mesafelerin her biri için geçerli kılıp evrenselleştirmek istiyordu.) Oysa yerkürenin farklı noktaları elmaya çok farklı mesafelerdeydi. Peki, bu farklı noktaların elmaya uyguladığı çekim kuvveti nasıl birleşecek, ya da tek bir sonuç olarak ifade edilecekti? Ve hangi ortak "çekim merkezi" –tabii varsa– baz alınacaktı?

Newton aradığı cevabı nihayet 1685 baharında buldu. Sonunda esaslı bir teori geliştirmeyi başarmıştı: İki küresel cisim varsa, "bu kürelerden birinin diğerine uyguladığı çekim kuvveti, bu iki kürenin *merkezleri* arasındaki mesafenin karesiyle ters orantılıydı." Yani küresel cisimler, çekim kuvveti bakımından tüm kütleleri merkezlerinde toplanmış noktasal cisimlmiş gibi davranıyordu. Bu ispatın güzelliği matematikçi James Whitbread Lee Glaisher (1848-1928) tarafından da vurgulanmıştı. 1887'de, Newton'ın *Principia* adlı başyapıtının 200. yıldönümü kutlamasında, Glaisher yaptığı konuşmada şöyle demişti:

Newton bu müthiş teorisini kanıtladığı anda –ki kendi sözlerinden anlaşılan o ki, matematik denklemleriyle boğuşurken sonunda bu kadar mükemmel bir sonuca ulaşmayı kendisi bile beklemiyordu– evrenin bütün mekaniği bir anda gözlerinin önüne serilmişti... Teorisini Güneş Sistemi'ne uyguladığında sadece yaklaşık sonuçlar elde edeceğini düşünürken, bir anda kılı kılına doğru sonuçlar elde ettiğini görünce, kim bilir bu önermeler gözüne nasıl görünmüştü!... Varsayımlardan kesin bilgiye yaptığı bu ani geçişin Newton'ın zihnini nasıl ateşlediğini tahmin edersiniz. O artık matematiksel analiz yöntemini kullanarak astronominin asıl problemini, hem de mutlak bir doğrulukla çözmeye hazırdı.

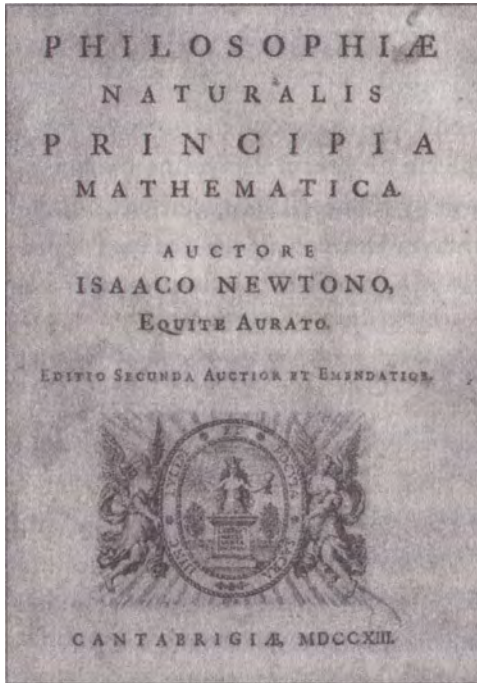
De Motu'nun ilk taslağını yazdığı sırada Newton'ı rahatsız eden bir nokta daha vardı: Gezegenlerin Güneş'e uyguladığı çekim kuvvetinin etkilerini göz ardı etmişti. Başka bir deyişle, Newton ilk teorisini formüle ederken, Güneş'i yerinden kıpırdamayan sabit bir kuvvet merkezine indirgemmişti. Ki Newton'ın tabiriyle bu, gerçek dünyada hiç rastlamayacağınız türden bir şeydi. Ve Newton'ın üç numaralı devinim yasasıyla çelişiyordu. Çünkü bu yasa, "Çekim kuvveti uygulayan cisimlerle çekim kuvvetine maruz kalan cisimlerin davranışları karşılıklı ve eşittir," diyordu. Yani her etkiye karşılık eşit ve zıt bir tepki vardı. Güneş nasıl ki gezegenleri çekiyorsa, her gezegen de Güneş'i aynı kuvvetle çekiyordu. Nihayet Newton şu sonuca varmıştı: "[Dünya ve Güneş gibi] iki cisim varsa, ne çeken, ne de çekilen cisim hareketsizdir." Önemli gibi görünse de, bu tespit aslında evrensel kütle çekim kavramına giden yolda önemli bir köşe taşıydı. Newton şöyle düşünmüş olmalıydı: Güneş Dünya'yı çekiyorsa, Dünya da Güneş'i aynı kuvvetle çekiyor olmalıydı. Yani Dünya sadece Güneş'in yörüngesinde dönmüyor, her ikisi de karşılıklı çekim merkezlerinin etrafında dönüyordu. Ama hepsi bu değildi. Diğer gezegenler de Güneş'i çekiyordu ve her gezegen sadece Güneş'in değil, diğer bütün gezegenlerin de çekim kuvvetine maruz kalıyordu. Aynı mantık Jüpiter ve uyduları için de geçerliydi, Dünya'yla Ay için de ve hatta bir elmayla Dünya için de! Ortaya çıkan sonucun basitliği hayret vericiydi – *sadece tek bir çekim kuvveti vardı ve bu kuvvet evrenin her yerinde, hangi iki kütle olursa olsun hepsi için geçerliydi.* İşte bu Newton'ın aradığı şeydi. Ve *Principia* –Latince yazılmış 510 sayfalık o dev eser– nihayet 1687 temmuzunda yayımlandı.

Newton, doğruluk oranı sadece yüzde 4 olan gözlem ve deneylerden yola çıkmış ve milyonda bir rastlanabilecek doğrulukta matematiksel bir çekim kanunu tasarlamıştı. Tabiat olaylarının *izahatı* ilk kez gözlem sonuçlarına dayanan tahminlerin gücüyle birleşiyordu. Fizik ve matematik sonsuza dek birleşmiş, bilimin felsefeden boşanması kaçınılmaz hale gelmişti!

Principia'nın ikinci baskısı Newton ve özellikle de matematikçi Roger Cotes (1682-1716) tarafından dikkatle gözden geçirildi

ve 1713'te yayımlandı (Resim 30'da kitabın kapak sayfası görü-
lüyor). Newton hiçbir zaman sıcakkanlı bir adam olmamıştı ve
kitabının önsözünde Cotes'e, çıkardığı müthiş iş için teşekkür
etme zahmetine bile girmemişti. Yine de, Cotes otuz üç yaşında
şiddetli bir hummaya yakalanıp öldüğünde, Newton birazcık ol-
sun minnetini dile getirmiş ve "Eğer yaşasaydı, bir şeyler biliyor
olurduk," demişti.

İşin ilginç yanı, Newton'ın Tanrı hakkındaki en kayda değer
sözleri, sadece ikinci baskının son sözünde yer almıştı. 28 Mart
1713'te, *Principia*'nın ikinci baskısının tamamlanmasına üç aydan
az bir süre kala, Newton, Cotes'e yazdığı bir mektupta şöyle de-
mişti: "Tabiat olaylarını inceleyerek Tanrı hakkında bilgiye ulaş-
mak hiç şüphesiz ancak tabiat bilimlerine özgü bir durumdur."
Newton gerçekten de *Principia*'nın son sözü olan "General Scholi-
um" adlı bölümde "sonsuz ve ebedi, her yerde ve her şeye kadir
olan" Tanrı kavramı hakkındaki düşüncelerinden bahsetmişti.



Resim 30

Peki, giderek matematikselleşen bu dünyada Tanrı'nın rolü aynı mı kalmıştı? Yoksa Tanrı gitgide bir matematikçi gibi mi algılanmaya başlanmıştı? Ne de olsa, çekim kanunu ortaya çıkana dek, gezegenlerin hareketi Tanrı'nın en muazzam eserlerinden biri olarak görülüyordu. Tabiatın bilimsel olarak açıklanması büyük bir yenilikti. Peki, bu yenilik hakkında Newton ve Descartes ne düşünüyordu?

Newton ve Descartes'ın Matematikçi Tanrı'sı

Çoğu çağdaşı gibi, Newton ve Descartes da dindar insanlardı. Örneğin yazılarında Newton'a geniş yer veren Fransız yazar Voltaire'in (1694-1778) ünlü bir sözü vardır: "Eğer Tanrı var olmasaydı, onu icat etmek gerekirdi," demişti Voltaire.

Newton içinse, Dünya'nın varlığı ile kozmostaki matematiksel ahenk, Tanrı'nın varlığına işaret eden delillerdi. Nedenselliğe dayanan bu türden bir mantık yürütme ilk olarak ilahiyatçı Thomas Aquinas (1225-1274) tarafından kullanılmıştır. Tanrı'nın varlığını kanıtlamaya çalışan felsefi argümanlar, genellikle iki başlık altında toplanır: *kozmozolojik* ve *teleolojik*. Kısaca özetlemek gerekirse, kozmozolojik argüman, evren bir şekilde var olduğuna göre, bunun bir *ilk sebebi*, yani onu yaratan bir tanrı olması gerektiğini ifade eder. Teleolojik argüman ise, tabiatta belli bir *tasarım* olduğunu iddia eder ve bundan yola çıkarak *zeki bir tasarımcının*, yani Tanrı'nın varlığını ispat etmeye çalışır. İşte Newton'ın *Principia*'da ifade ettiği düşünceler: "Güneş, gezegenler ve kuyrukluysıldızlardan oluşan bu sistem ancak ve ancak zeki ve yüce bir varlığın hükmü ve zekâsıyla hasıl olmuş olabilir. Ve eğer diğer sabit yıldızlar da benzer sistemlerin merkeziyse, o halde bunlar da aynı zekânın ürünü olacağından, her şey tek bir tanrının hükmü altında demektir." Tanrı'yı ispatlamaya çalışan bütün bu teorilerin geçerliliği yüzyıllar boyunca filozoflar arasında tartışma konusu olmuştur. Benim şahsi fikrim ise daima şudur: Bu teoriler ateistleri ikna etmekten uzaktır, inançlı insanların ise zaten onlara ihtiyacı yoktur!

Fakat Newton, formüle ettiği kanunların evrenselliğinden yola çıkarak bir fikir daha beyan etmişti. Bütün kozmosun aynı kanunların hükmü altında olması ve kararlılık arz etmesi, Newton'a göre Tanrı'nın rehberliğini kanıtlayan bir başka delildi. "Sabit yıldızların ışığı, güneşin ışığıyla aynı yapıdadır ve her sistemin ışığı diğer sistemlere de yansır ve dahası sabit yıldızların sistemleri çekim kuvvetleri yüzünden birbirleriyle çarpışmasın diye, Tanrı onların aralarına muazzam mesafeler koymuştur," diye yazmıştı Newton.

Opticks adlı kitabında Newton, tabiat kanunlarının tek başına evrenin varlığını açıklamaya yetmediğini açıkça ifade etmişti: Tanrı, kozmik maddeyi oluşturan tüm atomların yaratıcısı ve idame ettiricisiydi: "Çünkü onları [yani atomları] belli bir düzene sokmak amacıyla yaratan Tanrı'dır. Ve öyle olduğuna göre, Dünya için başka bir başlangıç aramak, ya da her şey sadece tabiat kanunlarının yol açtığı bir kaostan meydana gelmiş gibi yapmak gayri felsefidir," diyordu Newton. Başka bir deyişle Newton için Tanrı (başka pek çok şeyin yanı sıra) bir matematikçiydi, üstelik sadece mecazi anlamda değil, kelimenin tam anlamıyla. Yaratıcı Tanrı, matematik yasalarının hükmettiği fiziksel bir dünyayı yoktan var etmişti.

Felsefi eğilimi Newton'dan çok daha fazla olan Descartes ise, Tanrı'nın varlığını ispatlama konusuna çok fazla kafa yormuştu. Descartes'a göre, kendi varlığımızdan bile hasbelkader emindik (ki Descartes ancak, "Düşünüyorum, öyleyse varım," diyecek kadar emindi). Öyleyse buradan objektif bilim üretme kabiliyetimize giden yol, mutlaka kusursuz bir tanrının yadsınamaz ispatından geçmeliydi. Ona göre, bu tanrı tüm gerçeğin mutlak kaynağı ve insan muhakemesinin güvenilirliğinin yegâne garantörü olmalıydı. Şüphe uyandıracak kadar dolambaçlı olan bu teori (yani *Kartezyen Çemberi*) Descartes'ın zamanında bile eleştirilmiş, özellikle de Fransız filozof, ilahiyatçı ve matematikçi Antoine Arnauld'un (1612-1694) oklarına hedef olmuştu. Arnauld'un sorduğu soru son derece basit, ama bir o kadar da yıkıcıydı: "İnsan düşüncesinin doğruluğundan emin olmak için ille de Tanrı'nın

varlığını ispatlamak zorundaysak, yine insan zihninin bir ürünü olan o kanıt nasıl güvenebiliriz ki?" Descartes bu kısır döngüyü çözmek için çaresizce çabaladıysa da, bu çabaları kendisinden sonra gelen düşünürleri pek ikna etmedi. Çünkü Descartes'ın Tanrı'nın varlığını ispatlamak için ileri sürdüğü kanıt da bir o kadar şüpheliydi. Ve *ontolojik argüman* denilen felsefi kategoriye giriyordu. Bu mantık türü ilk olarak 1078'de ilahiyatçı filozof Canterbury'li Aziz Anselmus (1033-1109) tarafından formüle edilmiştir ve o zamandan beri pek çok farklı şekilde tezahür eder. Mantık yapısı özetle şöyledir: Tanrı, tarıfsel olarak o kadar mükemmeldir ki, aklın hayal edebileceği en muhteşem, en yetkin varlıktır. Var olmayan bir şey yetkin olamaz. Çünkü bu bir çelişki olur. Dolayısıyla Tanrı var olmak zorundadır. Descartes bunu şöyle ifade etmişti: "Nasıl ki bir üçgenin açılarının toplamı 180 dereceye eşitse ve bu, üçgenin ayrılmaz bir özelliğiye, varoluş da Tanrı hakikatının ayrılmaz bir özelliğidir."

Fakat bu türden mantık manevraları birçok düşünürü tatmin etmiyor. Fiziksel dünyada bu kadar önemli etkisi olan bir şeyin, özellikle de Tanrı gibi muazzam bir kavramın varlığını ispatlamak için sadece mantığın yeterli olmayacağı iddia ediliyor.

Tanrı'yı gerçeğin mutlak garantörü olarak gören Descartes'ın 1667'de ateizmi kışkırtmakla suçlanması ve eserlerinin Katolik Kilisesi tarafından Yasaklı Kitaplar Listesi'ne alınması ise herhalde işin en garip yanı!

İşin felsefi boyutunu bir kenara bırakırsak, aslında kitabımızın temel konusu için en enteresan nokta, Descartes'ın tüm "ebedi gerçekleri" Tanrı'nın yarattığını iddia eden görüşüydü. Descartes şöyle diyordu: "Ebedi dediğimiz matematiksel gerçekler Tanrı tarafından ortaya konmuştur ve en az yarattığı diğer varlıklar kadar ona bağımlıdır." O halde Kartezyen Tanrı bir matematikçiden çok daha fazlasıydı. O, hem matematiğin, hem de tamamen matematiğe dayalı olan fiziksel dünyanın yaratıcısıydı. On yedinci yüzyıl sonunda hâkimiyet kazanmaya başlayan bu dünya görüşüne göre, insanlar matematiği yoktan var etmiyor, sadece keşfediyordu.

Fakat daha da önemlisi, Galileo, Descartes ve Newton'ın çalışmaları, matematikle bilim arasındaki ilişkiyi inanılmaz derecede değiştirmişti. Birincisi, bilimdeki müthiş gelişmeler matematik araştırmaları için güçlü bir motivasyon olmuştu. İkincisi, Newton yasaları sayesinde, kalkülüs gibi çok daha soyut matematik branşları bile fiziksel dünyaya dair açıklamalar açısından büyük bir önem kazanmıştı. Ve son olarak en önemlisi de, matematikle diğer bilimler arasındaki sınır akıl almaz derecede flulaşmış, hatta matematikle diğer keşif sahaları tamamen iç içe geçmişti. Ve işte bütün bu gelişmeler matematiğe duyulan ilgiyi artırmış, hatta belki de Antik Yunanlıların zamanından beri görülmemiş bir ilgi ve heyecan patlaması yaratmıştı. Dünya matematikçilerin önüne serilmiş, keşfedilmeyi bekliyordu ve keşfedileceklerin haddi hesabı yoktu.

5. BÖLÜM

İSTATİSTİKÇİLER VE OLASILIKÇILAR: BELİRSİZLİĞİN BİLİMİ

Dünya durduğu yerde durmaz. Etrafımızdaki çoğu şey ya hareket ya da sürekli bir değişim halindedir. Ayaklarımızın altında öylece duruyormuş gibi görünen yeryüzü bile aslında kendi eksenini etrafında, Güneş'in yörüngesinde ve hatta (Güneş'le birlikte) Samanyolu galaksisinde dönüp dolaşır. Soluduğumuz hava bile hiç durmaksızın hareket eden trilyonlarca molekülden oluşur. Bitkiler büyür, radyoaktif maddeler çürür, havanın ısısı mevsimsel ve gündelik olarak yükselip alçalır, insan ömrü uzar ve yine uzar. Ve işte dur durak tanımayan bu kozmik hareketlilik bile matematiğin önünde engel teşkil edemez! Matematiğin Newton ve Leibniz'e borçlu olduğumuz kalkülüs adlı branşı, aslında hareket ve değişim üzerine dikkatli bir analiz ve hatasız modelleme yapabilmeyi mümkün kılmak amacıyla ortaya atılmıştır. Ve bu inanılmaz araç günümüzde o kadar geniş kapsamlı ve etkili bir kullanım alanına sahiptir ki, hareket ve değişken içeren her türlü modelde, örneğin uzay mekiğinin hareketinden tutun da, bulaşıcı bir hastalığın yayılma hızına kadar, yani yaşamın istisnasız her alanında kullanılır. Tıpkı bir sinema filminde hareketin kare kare çekilmesi gibi, kalkülüs de değişimi o kadar hassas bir

ölçekte tespit eder ki, örneğin anlık hız değişimi gibi yakalaması çok zor olan değerlerin bile ölçülmesini mümkün kılar.

İşte Newton ve Leibniz'in açtığı yoldan ilerleyen Mantık Çağı matematikçileri (on yedinci yüzyıl sonları ve on sekizinci yüzyılda), kalkülüsü çok daha güçlü ve yaygın bir hale getirerek onun uzantısı olan *diferansiyel denklemlerin* devrini başlatmıştı. Kuşandıkları bu yeni silah sayesinde, bilim insanları artık her şey hakkında detaylı matematik teorileri geliştirebiliyordu – bir keman telinin çıkardığı müzikten tutun da, ısı aktarımına, dönen bir topacın hareketinden, gaz ve sıvıların akışkanlığına kadar her şey hakkında! Diferansiyel denklemler, fizikteki ilerlemede bilim insanlarının elindeki en büyük koz olup çıkmıştı.

Diferansiyel denklemlerin açtığı yeni ufukların ilk kâşifleri efsanevi Bernoulli ailesinin üyeleri idi. On yedinci yüzyıl ortasından on dokuzuncu yüzyıl ortasına kadar, bu aileden en az sekiz önemli matematikçi çıkmıştı. Üstün zekâlı soyları genetikçilere bile araştırma konusu olan bu süper-yetenekli ailenin üyeleri, sıra dışı matematik kabiliyetleriyle olduğu kadar, aile içi düşmanlıklarıyla da ünlüydü. Matematikte üstünlük yarışına giren Bernoulli'lerin arasında kavga ve rekabet hiç eksik olmazdı. Gerçi, tartışma konusu yaptıkları matematik problemlerinin bazıları bugün bizlere o kadar önemli gelmeyebilir. Fakat yine de, bu karmaşık bulmacaların çözümü çoğu kez matematikte çığır açan çok önemli gelişmelerin tetikleyicisi olmuştur. Kısacası, matematiğin fiziğin diline dönüşmesinde Bernoulli'lerin rolü büyüktür.

Bu ailenin en zeki iki üyesi olan Jakob (1654-1705) ve Johann (1667-1748) kardeşler hakkındaki bir anekdot, onların karmaşık dehalarına çok iyi bir örnek teşkil eder. Aslında Jakob Bernoulli *olasılık kuramının* öncülerindendir ve o konuya daha sonra tekrar döneceğiz. Fakat 1690'da Jakob, eski bir problemi yeniden gün yüzüne çıkarmakla meşguldü. İlk kez o tarihten iki yüz yıl önce, Rönesans'ın en önemli ismi Leonardo da Vinci tarafından gündeme getirilmiş olan bu problem şöyleydi: (Resim 31'deki gibi) iki sabit noktadan asılan esnek bir zincirin alacağı şekil nedir?



Resim 31

Leonardo, defterlerine böyle birkaç zincir çizimi yapmıştı. Aynı problem Isaac Beeckman tarafından Descartes'a da sunulmuştu, ama Descartes'ın problemi çözmeye çalıştığına dair herhangi bir kanıt bulunmuyor. İşte bu bulmaca, Latince "zincir" anlamına gelen *catena* sözcüğünden dolayı, zaman içinde "kateriner eğrisi", yani "zincir eğrisi problemi" olarak anılmaya başlanmıştı. Günümüzde asma köprüler, telefon telleri, yüksek gerilim hatları gibi çeşitli alanlarda kullanılan bu bilgi bugün basit gibi görünse de, zincirin alacağı şekil ve bunun matematiksel hesabı, o günlerde epey bir tartışmaya yol açmıştı. Galileo, zincirin alacağı şeklin parabolik olacağını düşünmüş, fakat bu düşüncesi Fransız Cizvitlerinden Ignatius Pardies (1636-1673) tarafından çürütülmüştü. Gerçi Pardies, sadece Galileo'yu çürütmekle yetinmiş, doğru şeklin ne olması gerektiğini matematiksel olarak çözümleme zahmetine girmemişti.

Jakob Bernoulli problemi tekrar gündeme getirdikten bir yıl sonra, kardeşi Johann diferansiyel bir denklem kullanarak onu çözmeyi başardı. Leibniz ve Hollandalı matematiksel fizikçi Christiaan Huygens de (1629-1695) problemi çözmüştü, fakat Huygens çözüme çok daha karmaşık olan geometrik bir yöntemle ulaşmıştı. Johann ise ağabeyini ve hocasını bu kadar zorlayan bir problemi çözmeyi başardığı için son derece mutluydu. Hatta öyle ki, Jakob'un ölümünden on üç yıl sonra bile bununla gururlanmaya devam edecekti. 29 Eylül 1718'de, Fransız matematikçi

Pierre Rémond de Montmort'a (1678-1719) yazdığı bir mektupta bile övüncünü gizleyemiyordu:

Bu problemi ağabeyimin öne sürdüğünü söylüyorsunuz; evet bu doğru; ama bu çözümün ona ait olduğu anlamına gelir mi? Kesinlikle hayır. Ağabeyim, bu problemi benim önerimle ortaya attığında (ne de olsa ilk akıl eden bendim), ikimiz de bir çözüm üretememiştik. Hatta ümidimizi kesip bu problemin çözümsüz olduğuna kanaat getirmiştik. Ta ki Bay Leibniz 1690 tarihli *Leipzig* dergisinde problemi çözdüğünü duyuruncaya dek! Bay Leibniz problem üzerinde çalışan diğer araştırmacılara vakit tanımak için, bulduğu çözümü yayımlamamıştı ve zaten kardeşimle beni konu üzerinde yeniden çalışmaya teşvik eden de bu oldu.

Problemi ilk akıl edenin kendisi olduğunu söyleyerek hiç utanmadan fikir üzerinde bile hak iddia eden Johann, sevincini gizleme gereği duymadan şöyle devam ediyordu:

Ağabeyimin çabaları sonuçsuz kaldı, benimkiler ise başarıya ulaştı. Çünkü ben problemi kati olarak çözecek bir yöntem buldum. (Kendimi övmek için söylemiyorum, ama gerçek bu!) Söylemeliyim ki, bütün bir gece çalışmak zorunda kaldım... Ama ertesi sabah sevinçle ağabeyimin yanına koştum. Kendisi hâlâ çaresizce uğraşüyor, bir kördüğümüne dolanmışçasına işin içinden çıkmaya çalışıyordu. Ve tıpkı Galileo gibi, hâlâ zincirin bir parabol şeklini alacağını düşünüyordu. "Bırak artık, yeter! Kendine daha fazla işkence etme. Parabolden yola çıkarak bu problemi çözemezsin," dedim ağabeyime. Çünkü bu tamamen yanlıştı... Ama şimdi siz çıkıp bu problemi çözmek için gereken metodu ağabeyimin bulduğunu söyleyerek beni şaşırtıyorsunuz... O zaman ben de size soruyorum: Söz konusu problemi ağabeyim çözmüş olsaydı, acaba kenara çekilip sahneyi bana bırakarak bu problemi ilk çözenlerden olma onurunu Mösyö

Huygens ve Leibniz’le paylaşmama izin verir miydi, bu şerefi bana bahşeder miydi sanıyorsunuz?

Bu hikâyeden gayet güzel anlaşılacağı gibi, matematikçiler de insan işte! Fakat bu aile içi rekabet ve çekememezlik durumu bile Bernoulli’lerin başarılarına gölge düşüremedi. Zincir problemini takip eden yıllarda, Jakob, Johann ve Daniel kardeşler, sadece *asma halatlar* gibi benzer problemleri çözmekle kalmadı, diferansiyel denklem teorisini daha da geliştirerek dirençli bir ortamda fırlatılan cisimlerin davranışlarıyla ilgili formüller de üretti.

Elbette bu zincir hikâyesi aslında matematiğin gücüne dair çok önemli bir gerçeğin daha göstergesiydi – ilk bakışta önemsiz gibi görünen fizik problemleri bile matematikle çözümleniyordu. Bu arada şunu da ekleyelim: Bu şöhretli katener zinciri, şekil olarak St. Louis, Missouri’deki ünlü Gateway Anıtı’na da şeklini veren şeydir ve ziyaret eden milyonlarca turist için hâlâ önemli bir cazibe merkezidir. Finlandiya asıllı Amerikalı mimar Eero Saarinen (1910-1961) ve Alman asıllı Amerikalı inşaat mühendisi Hannskarl Bandel (1925-1993) tarafından tasarlanan bu ikonik yapı, ters katener şeklinde inşa edilmiştir.

Matematik koskoca evreni tanımlayan kanunlar ortaya koymuş ve fen bilimlerine çağ atlatmıştı ve bu başarı kaçınılmaz olarak şu soruyu gündeme getirmişti: Acaba matematiğin prensipleri biyoloji, sosyoloji ve ekonomide de aynı başarıyı gösterebilir miydi? Matematik sadece tabiatın dili değil, aynı zamanda insan tabiatının da dili olabilir miydi? Gerçekten evrensel diyebileceğimiz ilkeler var olmasa bile, en azından matematiksel araçlar kullanarak sosyal davranışları modelleyip açıklamak mümkün olabilir miydi? Çoğu matematikçi, kalkülüs bazlı kanunların küçük ya da büyük ölçekli tüm olgular için doğru tahminler üretebileceğine inanıyordu. Örneğin, büyük matematiksel fizikçi Pierre-Simon de Laplace (1749-1827) bu görüşteydi. Laplace’ın beş ciltlik *Göklerin Mekaniği* (*Mécanique céleste*) adlı eseri, Güneş Sistemi’ndeki hareketleri tam olarak açıklayan ilk çalışmaydı. Ayrıca Laplace, Newton gibi bir devin bile cevaplayamadığı bir soruya yanıt bulan adamdı: Güneş Sistemi’ndeki bu denge neden ileri geliyordu? Newton, karşılıklı çekim kuvvetlerinden dolayı

gezegenlerin normalde Güneş'le çarpışması ya da uzay boşluğuna savrulması gerektiğini düşünmüş ve bunun olmamasını ise Tanrı'nın bu işte parmağı olduğunu söyleyerek açıklamıştı. Laplace ise farklı düşünüyordu. Güneş Sistemi'ndeki dengeyi Tanrı'nın marifetine bağlamak yerine, o sadece Güneş Sistemi'ndeki dengenin Newton'ın tahmin ettiğinden çok daha eskiye dayandığını matematiksel olarak ispatlamıştı. Bu karmaşık problemi çözmek için, Laplace *düzensizlik teorisi* olarak bilinen bir başka matematiksel model önermişti. Ve bu model, her gezegen yörüngesinin maruz kaldığı küçük düzensizliklerin kümülatif etkisini hesaplamasını sağlamıştı. Son olarak, hepsi bir yana, Laplace Güneş Sistemi'nin nasıl oluştuğu konusundaki ilk teorilerden birinin babasıydı – *nebula teorisi* olarak bilinen ünlü hipotezinde, Laplace Güneş Sistemi'nin, zamanla soğuyup küçülen kızgın bir gaz külesinden ileri geldiğini iddia etmişti.

Bütün bu etkileyici başarıları göz önüne alındığında, Laplace'ın *Olasılık Hakkında Felsefi Denemeler* adlı eserinde sarf ettiği şu iddialı sözlere de şaşmamak gerekir:

Bütün olaylar, hatta önemsiz olduğu için tabiatın o muazzam yasalarına bağlı değilmiş gibi görünenler bile, o yasaların Güneş'in döngüleri kadar kaçınılmaz bir sonucudur. Her şeyi evrenin sistemi altında birleştiren bağları görmezden gelmek, onları şansa ya da tesadüflere dayandırmak demektir... Evrenin şimdiki halini, geçmişin sonucu ve geleceğin nedeni olarak ele alabiliriz. Bir an için evrenin tüm güçlerini ve bunu oluşturan tüm varlıkların konumlarını anlayabilen zeki bir canlının var olduğunu düşünelim –ve bu zeki canlının tüm bu verileri inceleyebildiğini– aynı anda evrendeki en büyük cisimlerden en küçük atomlara kadar her şeyi hesaba katarak düşünebildiğini farz edelim. Bu canlı için hiçbir şey belirsiz değildir ve gelecek de, aynı geçmiş gibi, onun gözlerinin önündedir. İnsan zekâsı, astronomide kaydettiği başarılarla rağmen, bu zekânın yanında küçük bir damla gibi kalır.

Belki merak etmişsinizdir diye hemen belirteyim, Laplace'ın sözünü ettiği bu farazi "üstün zekâ" kesinlikle Tanrı değildi. Newton ve Descartes'ın aksine, Laplace dindar bir adam sayılmazdı. Örneğin, *Göklerin Mekaniği* adlı eserini Napoléon Bonaparte'a sunduğunda, koca kitapta Tanrı'dan tek satır bahsedilmediğini duymuş olan Bonaparte şöyle demiş: "Bay Laplace, evrenin sistemini anlattığınız bu devasa kitapta, onun yaratıcısından tek satır bahsetmediğiniz söyleniyor." Laplace hemen cevap vermiş: "Böyle bir varsayımda bulunmaya gerek görmedim." Napoléon bu cevabı komik bulmuş olacak ki, daha sonradan matematikçi Joseph-Louis Lagrange'a bundan bahsettiğinde, Lagrange hemen itiraz etmiş: "Ah! Ama bu çok güzel bir varsayımdır: ve pek çok şeyi açıklar." Elbette hikâye burada bitmiyor. Lagrange'ın tepkisini duyan Laplace, alaycı bir yorumla hemen karşılık vermiş: "Evet, bu varsayım her şeyi açıklar, ama hiçbir konuda tahmin yapmaya izin vermez. Oysa bir bilim insanı olarak benim görevim, tahmine müsait konularda çalışmaktır."

Yirminci yüzyılın kuantum mekaniği –yani atom-altı dünyanın fizik teorisi– her şeyin sonucunun önceden belli olduğu, kaderci bir evren anlayışının fazla iyimser bir bakış açısı olduğunu kanıtlamıştır. Modern fizik, her tecrübenin sonucunu önceden kestirmenin prensipte bile mümkün olmadığını bize göstermiştir. Teoriler, sadece doğabilecek farklı sonuçların olasılıklarını tahmin edebilir. Sosyal bilimlerde ise durum daha da karmaşıktır. Çünkü işin içinde belirsizlik arz eden birbiriyle ilişkili pek çok değişken vardır. Vaziyet böyle olunca, sosyal bilimlerde Newton'ın kütle çekim yasası kadar kesin ve evrensel prensiplere ulaşmak zorlaşır. İşte on yedinci yüzyıldaki araştırmacılar da zaten bu sebeple, bunun baştan kaybetmeye mahkûm bir çaba olduğunu çok geçmeden fark etmişlerdi. İnsan doğasının muğlaklığı denkleme dahil edildiğinde, güvenilir tahminlerde bulunmak tek kelimeyle imkânsız görünüyordu. Söz konusu koskoca bir popülasyonun düşünceleri olduğunda ise, mesele hepten umutsuz bir hal alıyordu. Fakat sonra birkaç zeki düşünür çıktı ve umutsuzluğa kapılmak yerine, matematiğin en yenilikçi silahlarından oluşan yepyeni bir cephane geliştirdi – *istatistik ve olasılık kuramı*.

Ölümler, Vergiler ve İhtimaller

Ünlü macera romanı *Robinson Crusoe*'nun İngiliz yazarı Daniel Defoe (1660-1731), *Şeytanın Siyasal Tarihi* adlı fantastik bir kitap yazmıştı. Bu kitapta, baktığı her yerde şeytandan izler gören Defoe, şöyle yazmıştı: "Eğer bir şeye inanacaksam, ölüm ve vergiler kadar kesin olmalı." Söz konusu kesinlik olduğunda, Benjamin Franklin de (1706-1790) aynı bakış açısını benimsemiş görünüyordu. Seksen üç yaşındayken Fransız fizikçi Jean-Baptiste Leroy'a yazdığı bir mektupta şöyle demişti Franklin: "Anayasamız artık faal olarak işliyor. Ve her şey bunun uzun ömürlü bir anayasa olacağına işaret ediyor; fakat bu dünyada ölüm ve vergiler dışında kesin olan hiçbir şey yoktur." Gerçekten de hayatlarımız bilinmezliklere gebedir, doğal felaketlere açıktır, insan hatasına meyillidir ve tesadüflerden fazlasıyla etkilenir. "Ya olursa..." gibi deyimler, beklenmedik olaylar karşısındaki kırılganlığımızı ve şans faktörünü kontrol etmekteki yetersizliğimizi ifade etmek için icat edilmiştir aslında. Fakat bütün bu engellere rağmen ve hatta belki de bu engeller yüzünden, matematikçiler, sosyal bilimciler ve biyologlar on altıncı yüzyıldan beri belirsizlikle başa çıkmanın metodik yollarını aramış, bu yönde ciddi çabalara girişmişlerdir. İstatistik mekaniği denilen alanın oluşumunu takip eden süreçte, fiziğin –özellikle de kuantum mekaniğinin– temellerinde yatan şeyin aslında belirsizlik olduğunu fark eden yirminci ve yirmi birinci yüzyıl fizikçileri de bu mücadeleye topyekûn katılmıştır. Araştırmacıların belirsizlikle mücadelede kullandıkları en önemli silah, belli bir sonucun gerçekleşme olasılığını hesaplama becerisidir. Bir sonuç kesin olarak tahmin edilemeyeceğine göre, farklı sonuçların gerçekleşme olasılıklarını hesaplamak ikinci en iyi yöntemdir. Tahmin ve varsayımlardan yola çıkarak sonuca ulaşmayı hedefleyen istatistik ve olasılık kavramı, sadece modern bilimin değil, ekonomiden spora kadar pek çok sosyal faaliyetin de önemli bir dayanağı olmuştur.

Aslında hepimiz, neredeyse aldığımız her kararda, hatta bazen farkında bile olmadan, olasılık ve istatistik kullanırız. Örneğin, 2004 yılında ABD'de trafik kazalarında 42.636 kişinin öldü-

ğünü muhtemelen bilmiyorsunuzdur. Fakat bu rakam 3 milyon olsaydı, eminim biliyor olurdunuz. Ve dahası bu bilgi, sabah arabanıza binerken bir kez daha düşünmenize sebep olurdu. Peki, trafikteki ölümlerle ilgili bu kesin veriler, araba kullanmakla ilgili kararımızı neden etkileyebiliyor? Az sonra göreceğimiz gibi, aslında güven telkin eden anahtar faktörlerden biri, bu verilerin çok büyük rakamlardan oluşması. Örneğin 1969'da sadece 49 kişinin yaşadığı Frio Town, Teksas'la ilgili ölüm istatistiklerinin o kadar da ikna edici olacağını sanmıyorum. Olasılık ve istatistik, ekonomistlerin, siyasi danışmanların, genetikçilerin, sigorta şirketlerinin ve aslında çok geniş ölçekli verilerden anlamlı sonuçlar çıkarmaya çalışan herkesin en önemli silahları arasındadır. Matematikğin eskiden pozitif bilimlerin şemsiyesi altında olmayan alanlara bile nüfuz ettiğinden söz ederken, aslında manzaraya olasılık kavramı ve istatistiğin açtığı pencerelerden bakarız. Peki, kullanım alanı son derece yaygın olan bu faydalı branşlar nasıl ortaya çıktı?

İtalyancada *stato* (devlet) ve *statista* (devlet işleriyle uğraşan kişi) sözcüklerinden türeyen istatistik kelimesi, "devlet memurlarınca toplanan veriler" anlamına geliyordu. Bildiğimiz anlamdaki ilk önemli istatistik çalışması, alışık olmadığımız türden bir araştırmacı –yani on yedinci yüzyıl Londra'sındaki bir tezgâhtar– tarafından yapılmıştı. John Graunt'un (1620-1674) işi tuhafiyecilikti. İşinden artakalan vakitlerde ise –ki epey vakti kalıyordu– Graunt, kendi kendine Latince ve Fransızca öğrenmeye çalışıyordu ve bu arada Ölüm Raporları'na merak sarmıştı! Bu raporlar 1604'ten beri Londra'da bölge bölge yayımlanmaktaydı ve haftalık ölüm vakalarının sayısını bildiriyordu. Aslında bu raporlar, büyük salgınları haber verecek bir tür erken uyarı sistemi gibiydi. İşte Graunt, bu ham verileri kullanarak ilginç tespitlerde bulunmuş ve tüm bulgularını *Ölüm Raporları Baz Alınarak Hazırlanmış Tabii ve Politik Tespitler Endeksi* adındaki 85 sayfalık küçük bir kitapçıkta yayımlamıştı. Resim 32'de, Graunt'un en az altmış üç hastalık ve ölüm sebebini alfabetik olarak listelediği bu kitaptan bir tablo örneği görülüyor.

(9)

The Diseases, and Casualties this year being 1632.

A Abortive, and Stillborn — 445	Jaundies — 43
Assighted — 1	Jawfalla — 8
Aged — 628	Impostume — 74
Ague — 43	Kill'd by several accidents — 46
Apoplexy, and Meagrom — 17	King's Evil — 38
Bit with a mad dog — 1	Lethargie — 2
Bleeding — 3	Livergrown — 37
Bloody Flux, scowering, and flux — 348	Lunatique — 5
Brused, Illues, sores, and ulcers — 28	Made away themselves — 15
Burnt, and Scalded — 5	Measles — 80
Burst, and Rupture — 9	Murdered — 7
Cancer, and Wolf — 10	Over-laid, and starved at nurse — 7
Canker — 1	Pallie — 25
Childbed — 171	Piles — 8
Chirfomes, and Infants — 2268	Plague — 8
Cold, and Cough — 55	Planet — 13
Colick, Stones, and Strangury — 56	Pleurisie, and Spleen — 36
Consumption — 1797	Purples, and spotted Fever — 38
Convulsion — 241	Quinsie — 7
Cut of the Stone — 5	Railing of the Lights — 98
Dead in the street, and starved — 6	Sciatica — 1
Droisie, and Swelling — 267	Seurvey, and Itch — 9
Drowned — 34	Suddenly — 62
Executed, and prest to death — 18	Surfet — 86
Falling Sickness — 7	Swine Pox — 6
Fever — 1108	Teeth — 470
Fistula — 13	Thrush, and Sore mouth — 40
Flocks, and small Pox — 531	Tympany — 13
French Pox — 12	Tifick — 34
Gangrene — 5	Vomiting — 1
Gout — 4	Worms — 27
Grief — 18	

Christened { Males — 4994 Females — 4590 In all — 9584 }	Buried { Males — 4932 Females — 4603 In all — 9535 }	Whereof, of the Plague — 8

Increased in the Burials in the 122 Parishes, and at the Pesthouse this year 991
Decreased of the Plague in the 122 Parishes, and at the Pesthouse this year 268

C

7 In

Resim 32

Kraliyet Bilim Akademisi başkanına ithafen yazdığı bir yazıda, Graunt bu çalışmada, “Hava Durumu, Ülkeler, Mevsimler, Hasat Verimi, Sağlık, Hastalıklar, Uzun Ömür ve Cinsiyet-Yaş Oranı” gibi faktörleri göz önünde bulundurduğunu ve dolayısıyla bunun aslında doğa tarihi üzerine bir tez sayılabileceğini belirtmişti. Gerçekten de Graunt veri toplayıp sunmaktan çok daha fazlasını yapmıştı. Örneğin, Londra’daki vaftiz ve cenazelerin sayı ortalamasını kadın ve erkek olarak belirlemiş; Hampshire’da ise tarihte ilk kez, yeni doğanlardaki cinsiyet dengesini ortaya koymuştu. Erkek bebek doğumlarının kızlara göre daha fazla olduğunu, ama doğal bir süreçte erkek bebek ölümlerinin daha fazla gerçekleşmesi sonucu nüfus dengesinin sağlandığını tespit etmişti. Örneğin,

Londra’da yeni doğan her on üç kız çocuğuna karşılık on dört erkek çocuğunun dünyaya geldiğini bulmuştu. Hatta işin daha da ilginç yanı, Graunt yurtdışına gidip gelenlerden, aynı oranın diğer ülkelerde de geçerli olup olmadığını soruşturmaları için ricada bulunacak kadar basiret sahibiydi. Graunt, “erkek sayısındaki fazlalığın çokeşlilik için doğal bir engel teşkil ettiğini ve bunun insanlık için bir lütuf olduğunu” söylemişti. Çünkü çokeşlilik söz konusu olduğunda, kadınların kocalarıyla olan eşitliği bozulurdu. Günümüzde, yeni doğanlardaki kız/erkek oranı yaklaşık 1,05 seviyesindedir. Peki, erkek sayısındaki bu küçük fazlalığın sebebi ne olabilir? Erkek fetüs ve bebeklerin kızlara göre daha kırılgan olmasını göz önünde bulunduran Tabiat Ana, kartları dağıtırken erkeklere torpil geçer. Bu arada şunu da ekleyeyim, tam olarak bilinmeyen sebeplerden ötürü ABD ve Japonya’daki erkek bebek oranında 1970’lerden beri küçük bir düşüş gözlenmektedir.

Graunt’un öncü teşebbüslerinden biri de mevcut nüfusun yaş dağılımını belirlemek olmuştur. Sebeplerine göre tüm ölüm vakalarının sayısal dökümünden faydalanarak bir “yaşam çizelgesi” oluşturmuş ve buradan yaş dağılımına ulaşmıştı. Elbette bu verinin siyasi önemi çok büyüktü, çünkü savaşabilecek erkek sayısına –yani 16 ile 56 yaş arasındaki erkek sayısına– dair bilgi içeriyordu. Doğrusunu söylemek gerekirse, Graunt tüm nüfusun yaş dağılımı hakkında çıkarım yapmak için yeterli veriye sahip değildi. Fakat Graunt’un yaratıcılığı ve dehası zaten tam da bu noktada devreye giriyordu. Örneğin çocuk ölümleriyle ilgili tahminini şöyle anlatmıştı:

Ölüm vakalarıyla ilgili ilk gözlemimiz şudur: yirmi yıllık sürede hastalık ve vesaire sebeplerle verilen tüm kayıpların sayısı 229.250’dir. Bunların 71.124’ü pamukçuk, havale, raşitizm, dış hastalıkları ve bağırsak paraziti gibi sorunlardan ve düşük, böcek sokması, yeni doğan ölümleri, karaciğer hastalığı ve kazayla üzerine yatma gibi sebeplerden ölmüştür. Ve bu rakam, toplam sayının 1/3’üne tekabül eder. Ve tahminimizce, bunlar dört ya da beş yaş altı çocuklardır. Ayrıca çiçek, suçiçeği, kızı-

mık ve parazit sebebiyle ölenlerin sayısı 12.210'dur. Ki bu rakamın 1/2'si de tahminimizce altı yaşın altındaki çocuklardır. O halde toplam 229 bin kişiden 16 bininin o korkunç veba salgınından öldüğünü de hesaba katarsak, toplam ölümlerin yüzde otuz altısının altı yaşın altındaki çocuklara ait olduğu sonucuna ulaşırız.

Başka bir deyişle, Graunt altı yaşın altındaki çocuk ölümlerinin oranını $(71.124 + 6105) / (229.250 - 16.000) = 0,36$ olarak tahmin etmişti. Benzer argümanlar ve bilinçli tahminler kullanan Graunt, yaşlı ölümlerinin oranını da tahmin etmişti. Son olarak ölüm oranı ve yaş bağlantısı hakkında matematiksel bir tahminde bulunarak altı yaşla yetmiş altı yaş arasını doldurmuştu. Elbette Graunt'un ulaştığı sonuçların hepsi son derece güvenilir sayılmazdı. Yine de onun bu çalışması bilinen istatistik biliminin başlangıcı olmuştu. Eskiden sadece şans ya da kader olarak nitelenen (ölüm gibi) belli başlı olaylar, aslında son derece kararlı bir düzen arz ediyordu. Ve Graunt'un bu gözlemi sosyal bilimlere matematikle ve bilimsel düşünceyle tanıştırmıştı.

Graunt'tan sonra gelen araştırmacılar onun yöntemini bazı yönleriyle benimsemiş, ama aynı zamanda istatistiğin kullanımıyla ilgili çok daha iyi bir matematik anlayışı geliştirmişti. İşin ilginç yanı, Graunt'un hazırladığı yaşam çizelgesini en çok geliştiren kişi astronom Edmond Halley'di – yani Newton'ı *Principia* adlı dev eserini yayımlaması için teşvik eden kişi! Peki, neden herkes yaşam çizelgelerine bu kadar ilgi duyuyordu? Bunun sebebi kısmen şuydu: Bu veriler hayat sigortası dediğimiz şeyin temeliydi – ki hâlâ da öyledir. Ne de olsa, sigorta şirketleri (ve tabii bir de para için evlenen servet avcıları) için, kayda değer tek bir soru vardır: Eğer bir insan altmış yaşındaysa, seksen yaşına kadar yaşama ihtimali nedir?

Halley, bir yaşam çizelgesi oluşturmak için, on altıncı yüzyıl sonlarından beri Silesia'daki Breslau kentinde tutulan detaylı kayıtları kullanmıştı. Breslau'da bir mahalle papazı olan Dr. Caspar Neumann, bu kayıtları bölgesindeki batıl inançların önüne geçmek amacıyla kullanıyordu – çünkü o dönemde insanlar, insan

sağlığının Ay'ın evrelerinden ya da yedinin ya da dokuzun katları olan yaşlardan etkilendiğine inanıyordu. İşte bu kayıtlardan faydalanan Halley, biraz uzun bir başlığı olsa da "Breslau Kentindeki Doğum ve Cenaze Kayıtlarından Faydalanılarak Hazırlanmış Tahmini Ömür Ortalamaları ve Ölüm Aylıklarının Maliyeti" adlı çalışmasını nihayet tamamlamıştı. Ve bu çalışma hayat sigortasının matematiksel temelini oluşturacaktı. Sigorta şirketlerinin riskleri nasıl belirledikleri hakkında bir fikir sahibi olmak için, aşağıdaki tabloya şöyle bir göz atmak yeterlidir. Halley'in tablosu, 18. yüzyılda faaliyete geçen ilk sigorta şirketleri tarafından, yaşam sigortası isteyen müşterilerle ilgili rizikoların hesaplanması için kullanılmıştı:

Halley'in Yaşam Çizelgesi

YAŞ	KİŞİ	YAŞ	KİŞİ	YAŞ	KİŞİ
1	1000	11	653	21	592
2	855	12	646	22	586
3	798	13	640	23	579
4	760	14	634	24	573
5	732	15	628	25	567
6	710	16	622	26	560
7	692	17	616	27	553
8	680	18	610	28	546
9	670	19	604	29	539
10	661	20	598	30	531
YAŞ	KİŞİ	YAŞ	KİŞİ	YAŞ	KİŞİ
31	523	41	436	51	335
32	515	42	427	52	324
33	507	43	417	53	313
34	499	44	407	54	302
35	490	45	397	55	292
36	481	46	387	56	282
37	472	47	377	57	272
38	463	48	367	58	262
39	454	49	357	59	252
40	445	50	346	60	242



YAŞ	Kişi	YAŞ	Kişi	YAŞ	Kişi
61	232	71	131	81	34
62	222	72	120	82	28
63	212	73	109	83	23
64	202	74	98	84	20
65	192	75	88		
66	182	76	78		
67	172	77	68		
68	162	78	58		
69	152	79	49		
70	142	80	41		

Bir yaşındaki bin kişiden kaçının ileriki yaşlara ulaştığını gösteren bu tablo, altı yaşında hayatta olan 710 kişiden sadece 346'sının elli yaşında hâlâ hayatta olduğunu gösteriyor. O halde $346/710$ oranından yola çıkarak, altı yaşındaki bir insanın elli yaşına kadar yaşama ihtimalinin $0,49$ (%49) olduğu söylenebilir. Benzer şekilde, altmış yaşında hayatta olan 242 kişiden sadece 41'i seksen yaşına kadar yaşamış. O halde altmış yaşındaki birinin sekseni görme ihtimali $41/242$ ya da $0,17$ (%17) olarak hesaplanabilir. Bu yöntemin arkasındaki mantık aslında son derece basittir. Bir şeyin geçmişte nasıl olduğundan yola çıkarak gelecekte nasıl olabileceğini tahmin etmeye dayanır. Tahminlerinizi dayandırdığınız veritabanı yeterince genişse (örneğin, Halley'in tablosu yaklaşık 34.000'lik bir nüfus baz alınarak hazırlanmıştı) ve varsayımlarınız doğru olduğu takdirde (örneğin, ölüm oranının zaman için sabit kaldığını varsaymak gibi) o zaman olasılık hesaplarınız oldukça güvenilir demektir. Bakın, Jakob Bernoulli aynı sorunu nasıl tanımlamış:

Başınıza gelebilecek tüm vakaları göz önünde bulundursanız bile, insan bedeninin farklı uzuvlarını, farklı yaşlarda etkileyebilecek hastalıkların sayısını hangi ölümlü garanti edebilir ve dahası hangi hastalığın bir diğerinden daha ölümcül olabileceğini söyleyebilir? Ve kim bundan yola çıkarak gelecek nesillere ömür biçebilir?

Önceden bilinmesi güç olan ve değişken pek çok faktöre dayanan bu tür tahminlerin yanıltıcı olduğunu söyleyen Bernoulli, farklı bir olasılık teorisi geliştirmişti:

Fakat bizi aradığımız şeye ulaştıracak ve önceden bilinmeyen bir sonucu en azından tahmin etmemizi sağlayacak başka bir yol var. O da, çok sayıda benzer olayın hangi sonuçları verdiğiine bakarak bir çıkarımda bulunmak. Elbette bu yöntemde benzer koşulların gelecekte de benzer sonuçları doğuracağını varsaymak zorundayız. Örneğin, diyelim ki Titius'la aynı yaş ve bünyeye sahip olan 300 kişiden 200'ü on yıl içinde öldüyse, o zaman Titius'un on yıl içinde Tahtalıköy'ü boylama olasılığı, bu süreyi aşma olasılığının iki katıdır diyebiliriz.

Halley ise, ölüm istatistikleriyle ilgili matematiksel çalışmasına felsefi tonlamaları ağır basan ilginç bir not eklemişti. Ki paragraflardan biri gerçekten dikkat çekiciydi:

Daha önce bahsettiğim faydalarının yanı sıra, aslında aynı tablolardan bir çıkarımda daha bulunabilir ve kısa ömrümüzden ne kadar haksız yere şikâyet ettiğimizi ve yaşlanmadan ölmek karşısında hissettiğimiz haksızlık duygusunun aslında yersiz olduğunu anlayabiliriz. Çünkü bu tablodan açıkça anlaşılacağı gibi, dünyaya gelen insanların neredeyse yarısı ilk on yedi yıl içinde ölür. 1238 olan insan sayısı on yedi yıl içinde 616'ya düşmüştür. Öyleyse vakitsiz ölüm hakkında sızlanmak yerine, fani bedenimizi bekleyen, güzel ve kırılgan yapımızın gereği olan o kaçınılmaz sona, sabır ve soğukkanlılıkla teslim olmalıyız. Ve tüm insan ırkının yarısı on yedisini görmeden ölürken, yaşadığımız her yılı bir nimet olarak görmeliyiz.

Halley'in trajik istatistikleriyle kıyaslandığında, bugün vaziyet dünyanın pek çok yerinde elbette daha iyi bir durumdadır. Yine de bunun tüm dünya ülkeleri için geçerli olduğunu söylemek ne yazık ki mümkün değildir. Örneğin Zambiya'da 2006 yılı istatistikleri, doğan her bin çocuktan 182'sinin beş yaşını göre-

meden öldüğünü göstermektedir. Ve bu ülkedeki ortalama insan ömrü hâlâ otuz yedi gibi içler acısı bir seviyededir.

Fakat elbette istatistik sadece ölümle ilgilenmez. Sayısal verileri, fiziksel özelliklerden tutun da zihinsel faaliyetlere kadar insan yaşamının her alanında görürüz. İstatistiğin, sosyal bilimler için “kanun” üretebilme potansiyelini ilk fark eden kişi, Belçika’nın “on parmağında on marifet” bilim insanı Lambert-Adolphe-Jacques Quetelet (1796-1874) olmuştur. Her şey bir yana, Quetelet “tipik” ya da günümüz tabiriyle “ortalama insan” kavramını istatistiğe ve dilimize kazandıran kişidir.

Ortalama İnsan

Modern istatistiğin kurucusu olarak kabul edilen Adolphe Quetelet, 22 Şubat 1796’da Belçika’nın en eski şehirlerinden biri olan Gent’te dünyaya geldi. Belediye görevlisi olan babası öldüğünde, Adolphe sadece yedi yaşındaydı. Böylece hayata erken atılmak zorunda kalan Quetelet, on yedi yaşındayken matematik dersleri vermeye başladı. Öğretmenlik yapmadığı zamanlarda ise şiir yazıyordu. Hatta bir opera güftesi yazmış, iki tiyatro oyununun yazımına katkıda bulunmuş ve birkaç edebi eser çevirisi bile yapmıştı. Yine de en sevdiği konu hâlâ matematikti ve Adolphe, Gent Üniversitesi’nden doktora derecesiyle mezun olan ilk öğrenci oldu. 1820’de Brüksel’deki Kraliyet Bilimler Akademisi’ne seçilen Quetelet, kısa sürede akademinin en faal üyesi oldu. Sonraki birkaç yılı ise daha çok öğretmenlikle geçmiş, ayrıca matematik, fizik ve astronomi üzerine birkaç tez yayımlamıştı.

Quetelet bilim tarihi dersinin açılışını hep şu anlamlı tespitle yapardı: “Bilim dalları ilerleme kaydettikçe, matematikle daha fazla içli dışlı olmaya başlamıştır ve matematik adeta hepsini kendisine doğru çeken bir merkeze dönüşmüştür. Bir bilimin kaydettiği ilerleme, matematiğe ne kadar kucak açtığıyla ölçülebilir.”

1823 yılının aralık ayında Quetelet, astronomideki gözlem tekniklerini incelemesi için, masraflarını devletin karşıladığı bir Paris seyahatine gönderildi. Paris, o günlerde dünya matematiğinin başkentiydi ve bu üç aylık ziyaret Quetelet’in ilgisini bambaşka bir yöne –olasılık kuramına– çevirecekti. Quetelet’in bu konuya duyduğu yoğun ilgiyi ateşleyecek olan kişi ise Laplace’ın

bizzat kendisiydi. Quetelet, istatistik ve olasılıkla ilgili deneyimini daha sonraları şöyle özetlemişti:

Şans –genellikle suiistimal edilen o gizemli sözcük– aslında sadece cehaletimizi gizlemeye yarayan bir perdedir; her olayı birbirinden bağımsız gibi görmeye alışmış sıradan zihinlere hükmeden bir hayalettir. Ama filozofun gözünde bu olayların hepsi bir hiçtir. Onun gözleri tek ve uzun bir olaylar dizisi görür. Ve olaylara, tabiat kanunlarını algılamasını sağlayacak bir bakış açısıyla baktığı anda, dikkatini dağıtacak tüm o düzensizlik yok olur.

Bu yorumun önemini ne kadar abartsak azdır. Quetelet, şansın rolünü reddediyor ve onun yerine (tam olarak ispatlanmamış olsa da) son derece iddialı bir çıkarım koyuyordu: Sosyal olguların bile sebepleri vardı ve istatistiksel sonuçların ortaya koyduğu düzen, sosyal düzeni oluşturacak kuralları belirlemek için kullanılabilirdi.

Bu yaklaşımın doğruluğunu test etmek isteyen Quetelet, iddialı bir projeye girişerek beden ölçüleri üzerine binlerce sayısal veri toplamaya başladı. Örneğin, 5738 İskoç askarine ait göğüs ölçülerinin dağılımını ve 100.000 Fransız askerinin boy ölçülerini inceleyerek her ölçünün görülme sıklığını not etti. Başka bir deyişle, örneğin boy ölçüleri 1,70 ile 1,80 arasında kaç asker olduğunu ve sonra 1,80 ile 1,90 arasında kaç asker olduğunu bulup bu bilgileri grafiksel olarak ifade etti. Ayrıca hakkında yeterli veriye sahip olduğu “sosyal” özellikler için de benzer grafikler oluşturdu. Bu özelliklerin arasında intihar, evlilik ve suça eğilim gibi konu başlıkları vardı. Quetelet büyük bir şaşkınlık içinde, incelediği tüm insan özelliklerinin dağılım olarak günümüzde *norm* dediğimiz çan eğrisi modeline uyum sağladığını keşfetti (Resim 33).



Resim 33

İncelediği tüm özelliklerde, boy, ağırlık, uzuvların uzunluğu, hatta o zamanın psikolojik testleriyle belirlenen entelektüel özelliklerde bile sonuç fark etmiyordu. Aslında şekil olarak “eğri”, Quetelet’in ilk kez gördüğü bir şey değildi elbette – matematikçiler ve fizikçiler onu on sekizinci yüzyıl ortalarından beri tanıyor-du; Quetelet ise astronomi çalışmalarından aşinaydı. Asıl şaşırtıcı olan, bu eğrinin insan özellikleriyle gösterdiği uyumdu. Eskiden bu eğri, ölçümlerdeki her türlü hata payını temsil ettiği için *hata eğrisi* olarak bilinirdi.

Örneğin diyelim ki bir kaptaki sıvının ısınısını doğru olarak ölçmek istiyorsunuz. Ve yüksek hassasiyetli bir termometre kullanarak bir saat içinde peş peşe bin ölçüm yaptınız. Tesadüfi hatalardan ve ısıdaki muhtemel değişimlerden dolayı, ölçümlemenizin aynı değeri vermediğini göreceksiniz. Veriler, merkezdeki bir değer etrafında toplanacak ve bazı ölçümler yüksek, bazıları ise daha düşük değerlerde olacaktır. Ve eğer her ölçümün görülme sıklığını da grafik olarak işaretlerseniz, Quetelet’in insan özelliklerini incelerken bulduğu şeklin aynısını, yani çan eğrisini elde edeceksiniz. Aslında herhangi bir fiziksel nicelik üzerinde yaptığınız ölçümlerin sayısı ne kadar fazlaysa, elde ettiğiniz dağılım, normal eğriye o kadar yaklaşır. Ve konumuz matematiğin her yerde karşımıza çıkan akıl almaz etkinliği olunca, bunun anlamı daha da çarpıcı bir hale gelir – çünkü bu, insan hatalarının bile sıkı matematik kurallarına tabi olduğunu gösteren bir şeydir!

Quetelet’in bütün bu sonuçlardan çıkardığı anlam ise daha da derindi. İnsan özelliklerinin hata eğrisiyle gösterdiği uyumu Quetelet şöyle yorumlamıştı: “Ortalama insan” tabiatın üretmeye çalıştığı şeyin ta kendisiydi! Nasıl ki bir çivi imalathanesinde, üretim hataları yüzünden ortaya çıkan farklı uzunluklardaki çiviler ortalama (yani doğru) çivi boyuna çok uzak değilse, tabiatındaki hataların dağılımı da, tercih edilen biyolojik bir normun etrafında toplanıyordu. Quetelet şöyle demişti: “Bir milletin insanları sanki aynı tornadan çıkmışçasına ortalamaya yakındır, ama tornada farklılıkların ebadını belirleyecek kazalar olabilir.”

Quetelet’in yorumlarında biraz aşırıya kaçtığına hiç şüphe yok. İster fiziksel olsun ister zihinsel, biyolojik tüm özelliklerin

çan eğrisi dağılımında olduğunu bulması çok önemli bir buluş olmakla birlikte, “ortalama insanı” tabiatın amacı olarak yorumlamak, ya da normdan ayrı özellikler gösteren bireysel farklılıkları kaza ya da hata olarak görmek yanlış olur. Örneğin, Quetelet Fransız askerlerinin boy ortalamasının 1,62 olduğunu bulmuştu. Fakat en düşük uça boyu 50 cm olan bir asker vardı. Herhalde insan 1,60’lık birinin boyunu ölçerken, 1 metrelik bir hata yapmazdı.

Quetelet’in insanları tek tipe indirgeyen “kanunlarını” görmezden gelsek bile, ağırlık ya da IQ seviyesi gibi çeşitli özelliklerin hepsinin dağılım olarak “normal” eğrisini takip etmesi başlı başına dikkat çekici bir durumdur. Ve bu yetmezmiş gibi, beyzbol süper ligindeki vuruş ortalamalarının dağılımı bile oldukça “normal” sayılır – ve dahası yüzlerce farklı hisse senedinden oluşan borsa endekslerinin yıllık kâr oranları da öyledir. Aslında normal eğrisinden sapma gösteren dağılımların dikkatle incelenmesi gerekir. Örneğin bir okuldaki İngilizce notlarının dağılımı normal değilse, bu o okuldaki notlandırma prosedürünün araştırılması gerektiğini gösterebilir. Elbette bu tüm dağılımların normal çizgisinde olduğu, ya da olması gerektiği anlamına gelmez. Örneğin, Shakespeare’in oyunlarında kullandığı sözcüklerin uzunluk dağılımı normal değildir. Kullandığı üç ya da dört harfli kelimelerin sayısı, on bir ya da on iki harfli kelimelerin sayısından katbekat daha fazladır. ABD’deki yıllık hane geliri de normal bir dağılım izlemez. Örneğin 2006’da, tüm gelirin yaklaşık üçte birini toplam hane sayısının %6,37’si kazanmıştır. Bu veri başlı başına ilginç bir soruyu gündeme getirir: Eğer insanların (gelir potansiyelini belirlediği farz edilen) fiziksel ve entelektüel özellikleri normal bir dağılım izliyorsa, gelir neden normal bir dağılım izlemiyor? Bu tür sosyoekonomik soruları cevaplamak elbette bu kitabın konusu değil. Bizim için önemli olan, insanın ya da hayvan ve bitkilerin (ya da herhangi bir şeyin) ölçülebilen tüm özelliklerinin sadece tek bir matematiksel fonksiyona göre dağılım göstermesidir.

İnsan özellikleri sadece istatistiksel verilerin dağılımlarının incelenmesinde değil, aynı zamanda *korelasyon* dediğimiz matematiksel kavramın oluşmasında da tarihi bir rol oynamıştır. Korelasyon, bir değişkendeki değişimin bir başka değişkendeki değişimi ne derecede etkilediğini gösterir. Yani iki değişken arasındaki karşılıklı ilişkiyi tespit eder. Örneğin, uzun boylu kadınların genellikle büyük ayaklı olmaları beklenir. Benzer şekilde psikologlar, ebeveyn zekâsıyla çocukların okul başarısı arasında bir korelasyon, yani bağlantı tespit etmiştir.

Korelasyon kavramı, özellikle de iki değişken arasında belirgin bir ilişkinin olmadığı durumlarda fayda sağlar. Örneğin, diyelim ki bir değişkenimiz güney Arizona'daki en yüksek gündüz sıcaklığı olsun. Diğer değişkenimiz ise o bölgedeki orman yangınlarının sayısı olsun. Böyle bir durumda herhangi bir sıcaklık değeri için, muhtemel orman yangınlarının sayısı ile ilgili doğru bir tahmin üretmek mümkün olmaz. Çünkü orman yangınları sadece hava sıcaklığına değil, nem oranı ya da insan kaynaklı sebepler gibi başka değişkenlere de bağlıdır. Başka bir deyişle, herhangi bir ısı değerine karşılık gelen çok sayıda orman yangını olabilir. İşte böyle durumlarda *korelasyon katsayısı* dediğimiz matematiksel kavram devreye girer. Korelasyon katsayısı, iki değişken arasında ne kadar güçlü bir bağlantı olduğunu sayısal olarak ölçmemizi sağlar.

Korelasyon katsayısını borçlu olduğumuz kişi, Victoria döneminde yaşamış olan coğrafyacı, meteorolog, antropolog ve istatistikçi Sör Francis Galton'dur (1822-1911). Bu arada Galton'un Charles Darwin'le yarı-kuzen olduğunu da söylemeden geçmeyelim. Galton, profesyonel bir matematikçi değildi. Pratik zekâsı son derece yüksek olduğundan, yaratıcı fikirlerinin matematiksel ince işlerini genellikle başka matematikçilere, özellikle de istatistikçi Karl Pearson'a (1857-1936) emanet ederdi. Galton, korelasyon kavramını açıklarken şu örneği vermişti:

Önkol uzunluğu boy ile korelasyon gösterir. Çünkü uzun kol, genellikle uzun boy çağrıştırır. Bunların arasındaki korelasyon çok yakınsa, çok uzun önkol ge-

nellikle çok uzun boylu insanlarda bulunur diyebiliriz. Ama korelasyon çok yakın değilse, çok uzun önkol, çok uzun boyu değil, sadece uzun boyu çağrıştırır. Eğer korelasyon *sıfır*sa, önkol uzunluğu spesifik bir boy uzunluğu ile ilişkilendirilemez ve dolayısıyla sadece ortalama boy ile bağdaştırılır.

Daha sonra Pearson, korelasyon katsayısının matematiksel tanımını net olarak yapmayı başardı. İki değişken arasındaki korelasyon çok yüksekse –yani bir değişken diğerindeki iniş çıkışları yakından takip ediyorsa– korelasyon katsayısı 1'dir. İki değişken arasında *ters korelasyon* varsa, yani biri yükselirken diğeri alçalıyorsa, korelasyon katsayısı -1'dir. İki değişken birbirinden tamamen bağımsız hareket ediyorsa, o zaman korelasyon katsayısı 0'dır. (Örneğin, bazı hükümetlerin icraatları, temsil ettikleri halkın arzularıyla maalesef sıfır korelasyon gösterir.)

Korelasyonların belirlenip hesaplanması modern tıp araştırmalarında ve ekonomi tahminlerinde hayati önem taşır. Örneğin sigarayla akciğer kanseri ve güneşlenmekle cilt kanseri arasındaki ilişki, bu değişkenler arasındaki korelasyonun bulunup ölçülmesiyle ortaya çıkmıştır. Borsa uzmanları ise piyasa hareketleriyle diğer değişkenler arasındaki bağlantıları bulmak için uğraşır durur. Çünkü bu veriler son derece kârlı yatırımlara dönüşebilir.

İlk istatistikçilerden bazılarının çok önce fark ettiği gibi, istatistiksel verinin hem toplanması hem de yorumlanması son derece yanıltıcı olabilir. O yüzden bu iki süreç büyük bir hassasiyetle ele alınmalıdır. Delikleri yirmi santimetre karelik bir ağ kullanan balıkçı, yirmi santimetreden küçük balık yakalayamayacağı için, denizdeki tüm balıkların yirmi santimetreden büyük olduğu sonucuna varırsa, yanılır! İşte bu, *seçilim önyargıları* dediğimiz şey bir örnektir. Yani veri toplama ya da toplanan veriyi analiz etme sürecinde sonuca etki eden önyargılarımız, ulaştığımız sonuçların doğruluğunu etkileyebilir. Bir diğer sorun da örneklerin seçimidir. Örneğin, günümüzde anketler en fazla birkaç bin kişiyle yapılan görüşmeler sonucunda oluşmaktadır. Peki, öyleyse kamuoyu yoklaması yapanlar, bu birkaç bin kişiden alınan görüş-

lerin geri kalan milyonlarca insanın görüşlerini temsil ettiğinden nasıl emin olabilirler? Dikkat edilmesi gereken bir başka konu, korelasyonun her zaman sebep-sonuç ilişkisi arz etmemesidir. Örneğin, yeni tost makinelerine olan talep, klasik müzik konserlerine olan taleple aynı anda artışa geçebilir. Ama bu, evdeki yeni tost makinesinin müzik zevkini geliştirdiği anlamına gelmez. Çünkü bu sonuçların her ikisi de ekonomideki gelişmeden kaynaklanıyor olabilir.

Fakat bütün bu tuzaklara rağmen, istatistik modern toplumun en etkili enstrümanlarından birine dönüşmüş ve matematiği sosyal bilimlerle tanıştırmıştır. Peki, ama istatistiğin işe yaraması nasıl açıklanabilir? Cevap *olasılık* matematiğinde yatar. Ki bu, modern yaşamın her alanında kendini gösteren bir şeydir. Astronotların kullanacağı İnsanlı Keşif Aracı'na hangi emniyet mekanizmalarının yerleştirileceğine karar vermeye çalışan mühendisler, hızlandırıcı deneylerinin sonuçlarını analiz eden parçacık fizikçileri, çocuklara IQ testi uygulayan psikologlar, yeni ilaçların etkilerini değerlendiren ilaç şirketleri ve insanın kalıtsal özelliklerini inceleyen genetikçilerin hepsi, olasılık kuramının matematiğini kullanmak zorundadır.

Şans Oyunları

Ciddi anlamdaki ilk olasılık çalışmaları aslında oldukça mütevazı bir başlangıca sahipti – ilk olasılıkçılar, paralarını kazananak bahse yatırmak isteyen kumarbazlardı! Özellikle de on yedinci yüzyıl ortalarında, Fransız bir asilzade ve aynı zamanda şöhretli bir kumarbaz olan Şövalye de Méré, ünlü Fransız matematikçi ve düşünür Blaise Pascal'a (1623-1662) kumar hakkında bir dizi soru yöneltmişti. Pascal ise bu soruları dönemin bir başka büyük matematikçisi Pierre de Fermat'la paylaşmış ve 1645'te iki matematikçi arasında yoğun yazışmalar yaşanmıştı. Ve olasılık kuramı işte bu yazışmalardan doğmuştu.

29 Temmuz 1654 tarihli bir mektupta, Pascal'ın verdiği müthiş örneğe bir göz atalım. Diyelim ki tek zar atarak kumar oynayan iki soylu var. Her oyuncu masaya otuz iki sikke altın koymuş. Birinci

oyuncu 1 rakamını seçmiş, ikinci oyuncu ise 5 rakamını seçmiş. Zar attıklarında, seçtikleri sayı gelirse, oyuncular bir puan alacak. Kim önce üç puan alırsa, kazanan o olacak. Fakat diyelim ki, oyun bir süre oynandıktan sonra, iki kere 1 gelmiş (ve dolayısıyla o rakamı seçen oyuncu iki puan almış), 5 rakamı ise sadece bir kez gelmiş (ve dolayısıyla rakip oyuncu sadece bir puan almış). Şimdi tam bu noktada, oyun bir sebeple yarıda kesilirse, masadaki altmış dört altın iki oyuncu arasında nasıl bölüştürülür? Pascal ve Fermat, matematiksel mantık kullanarak cevabı bulmuştu. İki puanı olan oyuncu bir sonraki zar atışını kazansa, altmış dört sikke altın ona ait olacaktı. Fakat bir sonraki atışı diğer oyuncu kazansa, durum eşitlenmiş olacak ve her ikisi de otuz ikişer altın alacaktı. Dolayısıyla oyuncular bir sonraki atışı yapmadan masadan kalkarsa, ilk oyuncu gayet haklı olarak şunu iddia edebilirdi: “Bu atışı kaybetsem bile, otuz iki altınım zaten garantiydi. Ve diğer otuz iki altına gelince, onu belki sen kazanacaksın, belki ben. Yani şanslarımız eşit. Öyleyse, zaten kazanmış olduğum otuz iki altına ek olarak, bana diğer otuz iki altının da yarısını vermeli-sin.” Başka bir deyişle, ilk oyuncu kırk sekiz, ikinci on altı altın almalıydı. İşte son derece önemsiz görünen bu tartışmadan yepyeni bir disiplin, çok derinlikli bir matematik alanı doğmuştu. Ne kadar inanılmaz, öyle değil mi? Fakat matematiğin etkinliğini bu kadar akıl almaz ve mucizevi kılan da zaten tam olarak bu değil mi?

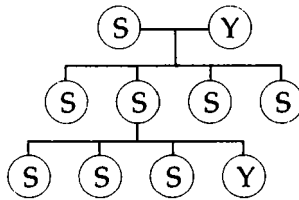
Aslında olasılık kuramının özünü oluşturan gerçekler son derece basittir. Havaya fırlatılan hilesiz bir bozuk paranın yazı mı tura mı geleceğini hiç kimse kesin olarak bilemez. Para peş peşe on kez tura gelse bile, bu bir sonraki atışı tahmin edebileceğimizi göstermez. Fakat kesin olarak söyleyebileceğimiz bir şey vardır: Parayı on milyon kez fırlatırsanız, bu atışların yaklaşık yarısı yazı, yarısı tura ile sonuçlanacaktır. Gerçekten de on dokuzuncu yüzyıl sonunda, istatistikçi Karl Pearson tam 24.000 kez yazı tura atacak sabrı göstermiştir. Ve bu atışların 12.012 tanesi turayla sonuçlanmıştır. İşte olasılık kuramının özü bir bakıma budur. Olasılık kuramı çok sayıdaki denemenin toplam sonucu hakkında

doğru bilgi edinmemizi sağlar. Tek bir denemenin sonucunu tahmin etmez. Eğer bir olayın gerçekleşme olasılığı birbirine eşit n sayıda muhtemel sonucu varsa, o zaman her sonucun gerçekleşme olasılığı $1/n$ 'dir. Hilesiz bir zarı attığınızda, 4 gelme olasılığı $1/6$ 'dır. Çünkü zarın altı yüzü vardır ve her yüzün gelme olasılığı birbirine eşittir. Diyelim ki peş peşe yedi kez zar attınız ve her seferinde 4 geldi. Bir sonraki atışın yine 4 gelme olasılığı nedir? Olasılık kuramının bu soruya verdiği cevap cam gibi berraktır: Olasılık yine $1/6$ 'dır – çünkü zarın hafızası yoktur ve “zar tutma” ya da zarın bir sonraki atışta dengeyi sağlaması gibi düşünceler sadece efsaneden ibarettir. Gerçek olan şudur: Zarı bir milyon kez atsanız bile, sonuçlar averajı yakalayacak ve zar bu bir milyon atışın $1/6$ 'sında (en azından buna yakın bir oranla) 4 gelecektir.

Şimdi biraz daha karmaşık bir durumu inceleyelim. Diyelim ki aynı anda 3 adet parayla yazı tura attınız. İki yazı, bir tura gelme olasılığı nedir? Olası tüm sonuçları listeleyerek cevabı bulabiliriz. Turaları “T”, yazıları ise “Y” olarak ifade edersek, sekiz olası sonuç elde ederiz: YYY, YYT, YTY, YTT, TYY, TYT, TTY, TTT. Bu sonuçlardan sadece üç tanesinin “iki yazı-bir tura” tanımına uyduğunu kolayca görebiliriz. Dolayısıyla, bu sonucun gelme olasılığı $3/8$ 'dir. Ya da daha genel ifade etmek gerekirse, gerçekleşme olasılığı birbirine eşit olan n sayıdaki sonuçtan sadece m sayıdaki sonuç sizin ilgilendiğiniz sonuca uyuyorsa, o zaman ilgilendiğiniz sonucun gerçekleşme olasılığı m/n 'dir. Dikkat ederseniz, olasılık daima 0 ile 1 arasındaki bir değere denk gelir. Eğer sizin ilgilendiğiniz sonuç imkânsızsa, o zaman $m = 0$ 'dır (yani tanımınıza uygun bir sonuç yoktur) ve olasılık da sıfır olur. Öte yandan, eğer sonuçtan eminseniz, olası tüm sonuçlar sizin aradığınız tanıma uyuyor demektir ($m = n$) ve bu durumda olasılık $n/n = 1$ 'dir. Üç parayla atılan yazı turanın sonuçları, bize olasılık kuramının bir başka önemli yönünü gösterir – birbirinden *bağımsız* birkaç olay varsa, toplam olasılık, bireysel olasılıkların çarpımına eşittir. Örneğin tek parada tura gelme olasılığı $1/2$ 'dir. Ama üç adet parada üç tura gelme olasılığı $1/8$ 'dir. Çünkü bu, üç paranın *her birindeki* tura olasılıklarının çarpımına eşittir: $1/2 \times 1/2 \times 1/2 = 1/8$.

Pekâlâ, şimdi kendi kendinize sorabilirsiniz: Bütün bu basit olasılık kavramları kumarhaneden başka nerede işimize yarar diye düşünebilirsiniz. İster inanın ister inanmayın, ilk bakışta önemsiz gibi görünen bu olasılık kanunları, modern genetiğin –yani kalıtımı inceleyen bilim dalının– kalbidir.

Olasılığı genetikle tanıştıran kişi Moravyalı bir rahipti. Gregor Mendel (1822-1884), Moravya ile Silezya arasındaki sınıra yakın bir köyde (günümüz Çek Cumhuriyeti’nde bulunan Hynčice kasabasında) doğmuştu. Brünn’deki Aziz Thomas Manastırı’na girdikten sonra, Viyana Üniversitesi’nde zooloji, botanik, fizik ve kimya okudu. Brünn’e geri döndükten sonra ise, manastırın başrahibinden de aldığı güçlü destekle bezelye bitkisi üzerinde deneyler yapmaya başladı. Mendel, araştırmalarını bezelye bitkisi üzerinde yoğunlaştırmıştı, çünkü bezelye yetiştirmek kolaydı ve ayrıca aynı çiçek üzerinde hem dişi hem erkek üreme organı vardı. Sonuç olarak bezelye bitkileri kendi kendilerini dölleyebildikleri gibi, başka bitkilerle de döllenebiliyorlardı. Yeşil tohum üreten bitkileri sarı tohum üreten bitkilerle çaprazlayan Mendel, ilk bakışta son derece şaşırtıcı görünen sonuçlar elde etmişti (Resim 34). Birinci nesildeki ürünlerin sadece sarı tohumları vardı. Fakat sonraki nesilde sonuçlar 3:1 oranındaydı – yani üç sarı, bir yeşil tohum vardı!



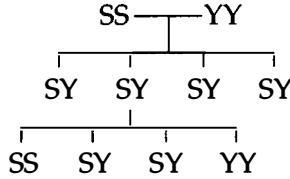
Resim 34

Mendel, bütün bu şaşırtıcı buluşlardan genetiğin köşe taşlarını oluşturacak üç önemli çıkarımda bulunmuştu:

- Bir özelliğin soyaçekimi, bir kuşaktan sonrakine geçen belli birtakım “faktörler” sayesinde olur (ki biz günümüzde onlara *gen* diyoruz).

- Her döl her ebeveynden (her bir özellik için) bir faktör alır.
- Herhangi bir özellik bir sonraki kuşakta kendini gösterme-
se de, ondan sonraki kuşağa aktarılabilir.

Peki ama Mendel'in deney sonuçları sayısal olarak nasıl açıklanabilir? Mendel, her ergin bireyin hücrelerinde bir özelliğe ait iki belirleyici (alel) bulunduğunu iddia etmişti (Resim 35).



Resim 35

Zaten çift harf kullanılmasının nedeni de buydu. Aynı genin türevleri olan bu alellerden birisi anneden, diğeri babadan geliyordu. Çaprazlama sonrasında, her nesil, her ebeveynden bir tane olmak üzere iki farklı alel alıyordu (Kural 2). Yani sonraki her tohum bir sarı, bir yeşil alel içeriyordu. Peki, öyleyse neden birinci neslin tüm bezelyeleri sarı çıkmıştı? Çünkü Mendel'e göre, sarı renk dominant (yani baskın) olan özellikti ve bu kuşakta yeşil alelin varlığını bastırmıştı (Kural 3). Fakat (yine Kural 3 doğrultusunda), dominant olan sarı tohum, baskılanan yeşil tohumun bir sonraki kuşağa aktarılmasına engel olmamıştı. Bir sonraki çaprazlamada, bir yeşil bir sarı alele sahip olan her bitki aynı kombinasyondaki alellere sahip bir başka bitkiyle döllenmişti. Bunun sonucu olan bitkinin her ebeveynden bir aleli olduğu için, bir sonraki kuşak şu kombinasyondaki tohumlara sahip olabilirdi (Resim 35): yeşil-yeşil, yeşil-sarı, sarı-yeşil ya da sarı-sarı. Sarı alele sahip olan bütün tohumlar sarı bezelyeler olacaktı, çünkü sarı renk dominant olan özellikti. Dolayısıyla, tüm alel kombinasyonları eşit olasılığa sahip olduğundan, sarı bezelyelerin yeşil bezelyelere olan oranı 3:1 olmalıydı.

Fark etmiş olacağınız gibi, Mendel deneyi çift parayla yazı tura atma deneyiyle bire bir aynıdır. Tura yerine yeşil ve yazı yeri-

ne sarıyı koyup bezelyelerin kaçta kaçının sarı olacağını sormakla (tabii sarı rengin dominant olduğunu farz edersek), çift parayla yazı tura atıp en az birinin yazı gelme olasılığının kaçta kaç olacağını sormak aynı şeydir. Elbette cevap $3/4$ 'tür, çünkü dört olası sonuçtan (yazı-yazı, yazı-tura, tura-yazı, tura-tura) sadece üç tanesi yazı seçeneğini içerir.

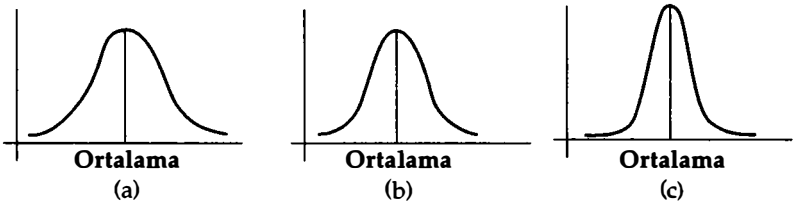
Mendel, "Bitki Melezlemesi Üzerine Deneyler" adlı tezini 1865'te yayımlamış ve ek olarak bulgularını iki bilimsel toplantıda sunmuştu. Buna rağmen, bu çalışma yirminci yüzyıl başlarında yeniden keşfedilinceye dek fazla ses getirmemiş, hatta fark edilmemişti bile. Elde ettiği sonuçların doğruluğu hakkında bazı şüpheler bulunsa da, Mendel modern genetiğin matematiksel temellerini atan ilk bilim insanı olarak kabul edilir. Mendel'in açtığı yoldan ilerleyen önemli İngiliz istatistikçi Ronald Aylmer Fisher (1890-1962), popülasyon genetiği olarak bilinen dalın kurucusudur. Matematiksel bir branş olan popülasyon genetiğinin ana konusu, bir popülasyondaki gen dağılımını modellemek ve genlerin tekerrür sıklığının zaman içinde nasıl değişim gösterdiğini hesaplamaktır. Günümüz genetikçileri, DNA çalışmalarında istatistiksel örnekleme metodundan faydalanarak doğmamış kuşakların olası özelliklerini tahmin etmeye çalışırlar. Peki ama olasılık ve istatistik arasında tam olarak nasıl bir bağlantı vardır?

Gerçekler ve Tahminler

Evrenin nasıl oluştuğunu çözmeye çalışan bilim insanları genellikle konuya iki farklı yönden yaklaşır. Kimi ipin baştaki ucunu tutar ve evrenin ilk oluşum sürecindeki kozmik yapıya odaklanarak bu yapıdaki en ufak düzensizliklerden işe başlar. Kimi de ipin sondaki ucunu tutar ve evrenin şimdiki durumuna odaklanarak her detayı incelemeyi tercih eder. Birinci gruptakiler, muazzam bilgisayar simülasyonları kullanarak evrenin oluşumunu adeta ileri sarmaya çalışır. İkinci gruptakiler ise, bir dedektif titizliğiyle ipuçları arar ve mevcut gerçeklerden yola çıkarak evrenin geçmişi hakkında çıkarımlarda bulunur. İşte olasılık kuramıyla istatistik de benzer bir ilişkiye sahiptir. Olasılık kuramında amaç,

bilinen bir başlangıçtan ve değişkenlerden yola çıkarak en olası sonucu tahmin etmektir. İstatistikte ise sonuç bilinmekte, ama geçmişte bu sonuca yol açan sebepler bilinmemektedir.

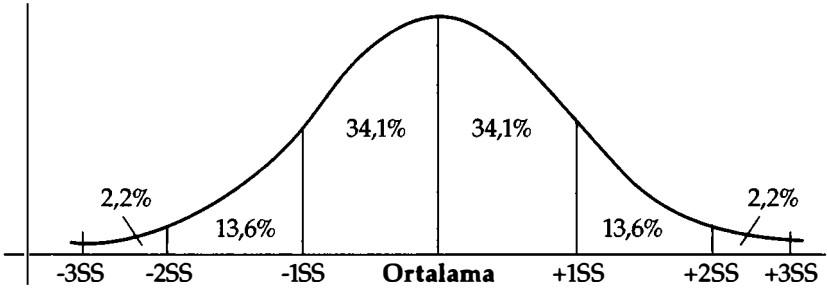
Şimdi bu iki alanın birbirini nasıl bütünlediğini ve deyim yerindeyse, orta yolda nasıl buluştuklarını gösteren basit bir örneğe göz atalım. Ama önce istatistik çalışmalarının bize gösterdiği gerçeği hatırlayalım: Her türlü fiziksel nicelik ve hatta insan özellikleri bile sayısal dağılım olarak “normal” eğrisini takip eder. Daha açık ifade etmek gerekirse, normal eğrisi dediğimiz şey, tek bir eğriden çok, hepsi aynı fonksiyona sahip olan ve her biri sadece *iki* matematiksel parametreyle tanımlanan bir eğriler ailesidir. Bu parametrelerden ilki *ortalama*dır. *Aritmetik ortalama* adıyla da bilinen bu değer, bir veri dizisindeki merkezi değeri ifade eder. Ortalamanın gerçek değeri, elbette ölçülen değişkenin türüne bağlıdır (örn. ağırlık, boy ya da IQ gibi). Değişken aynı olsa bile, farklı popülasyonlar farklı ortalamalara sahip olabilir. Örneğin, İsveçli erkeklerin boy ortalaması muhtemelen Perulu erkeklerin boy ortalamasından farklıdır. Normal eğrisini tanımlayan ikinci parametre *standart sapma* olarak bilinir. Bu, toplanan verilerin ortalamaya ne kadar yakın ya da uzak olduğunu gösteren ölçüdür. Resim 36’daki eğriler içinde, en yüksek standart sapma (a) eğrisine aittir. Çünkü bu çizelgede değerler daha geniş bir dağılım arz eder.



Resim 36

Fakat işte bu noktada ilginç bir durum ortaya çıkar. Eğrinin altında kalan alanı hesaplamak için integral hesabı kullandığımızda, ortalamanın ya da standart sapmanın değerleri ne olursa

olsun, verilerin %68,2'si ortalamanın her iki yanındaki birer standart sapmalık dilimin içinde kalır (Resim 37).

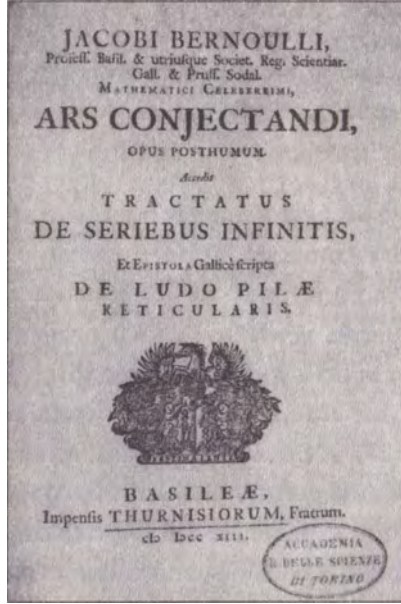


Resim 37

Başka bir deyişle, eğer geniş bir popülasyonun IQ ortalaması 100 ise ve standart sapma da 15 ise, o zaman o popülasyondaki insanların %68,2'sinin IQ'su 85 ile 115 arasında demektir. Ayrıca, tüm normal eğrilerde, verilerin %95,4'ü ortalamanın her iki yanındaki ikişer standart sapmalık dilime girer. Verilerin %99,7'si ise, ortalamanın her iki yanındaki üçer standart sapmalık dilime girer (Resim 37). Az önce verdiğimiz IQ örneğinden devam edersek, bu şu anlama gelir: Nüfusun %95,4'ünün IQ'su 70 ile 130 arasında, %99,7'sinin IQ'su 55 ile 145 arasındadır.

Şimdi diyelim ki, o popülasyon içinden rasgele seçtiğimiz bir insanın 85 ile 100 arasındaki bir IQ değerine sahip olma olasılığını tahmin etmek istiyoruz. Resim 37 bize bu olasılığın 0,341 (ya da %34,1) olacağını söyler. Çünkü olasılık yasalarına göre, olasılık ilgilendiğimiz sonuç sayısının toplam olasılık sayısına bölünmesidir. Ya da diyelim ki, o popülasyon içinden rasgele seçtiğimiz bir insanın 130'dan yüksek IQ'ya sahip olma olasılığını bilmek istiyoruz. Bu olasılığın sadece 0,021 ya da yüzde 2,1 olduğunu anlamak için Resim 37'ye şöyle bir bakmak yeterlidir. Yine aynı şekilde, normal dağılım eğrilerinin özelliklerini ve (alan hesaplamaya yarayan) integral hesabını kullanarak herhangi bir değer aralığındaki IQ olasılığını tahmin etmek mümkündür. Başka bir deyişle olasılık kuramıyla onun en yakın arkadaşı olan istatistiğin birlikteliği bize aradığımız cevapları verir.

Daha önce birkaç kez belirttiğim gibi, olasılık ve istatistik elinizdeki birkaç veri için değil, çok sayıda veriniz varsa anlam kazanır. *Büyük sayılar yasası* olarak da bilinen bu teoremi, *Ars Conjectandi* (*Varsayım Sanatı*) adlı kitabında formüle eden Jakob Bernoulli'ye borçluyuz (Resim 38'de kitabın kapak sayfası görü-lüyor).



Resim 38

Basitçe anlatmak gerekirse, bu yasa bir değişkenin uzun vadede kararlılık göstereceğini anlatır. Yani madeni bir para ile beş kere yazı tura atarsanız, belki hepsinde yazı gelebilir. Ama beş bin kere atarsanız, yazı gelme oranı sonunda beklenen ortalama değeri, yani yüzde elliye bulacaktır. Gözlem ya da deney sayısı arttıkça, olasılık daha güvenilir bir tahmine dönüşür, çünkü gözlemlerin ortalaması beklenen değere yaklaşır. Bakın Bernoulli *Ars Conjectandi* adlı eserinde büyük sayılar yasasına nasıl giriş yapmış: “Hâlâ araştırılması gereken bir nokta var: Gözlem sayısını artırarak istenen ve istenmeyen örnek oranını gerçek olasılık değerine yaklaştırabilir miyiz – öyle ki bu olasılık sonunda arzu

edilenden de güvenilir olsun.” Bernoulli daha sonra bir örnek vererek açıklamaya girişmişti:

Diyelim ki içinde 3000 adet beyaz ve 2000 adet siyah çakıltası olan bir küp var. Biz küp içinden rasgele bir taş çekip rengini bir kenara not ediyoruz, sonra çektiğimiz taş küpün içine geri koyup bir taş daha çekiyoruz. Ve böylece farklı renkteki taşların küpten hangi sıklıkta çıktığına bakarak beyaz taşlarla siyah taşların oranını tayin etmek istiyoruz. (Burada şuna dikkat edelim; taşın rengini not ettikten sonra, taş küpün içine geri koymamız önemli. Çünkü küp içindeki taş sayısının sabit kalması gerekiyor.) Küpteki beyaz taşların siyah taşlara olan gerçek oranının 3:2 olduğunu zaten biliyoruz. Şimdi soru şu: Çekim ve gözlem sayısını artırıp 10 kere, 100 kere, 1000 kere tekrarladığımızda, siyah ve beyaz taşların küpten çıkma oranı, acaba küpteki taşların gerçek oranına yaklaşıp mı? Eğer cevap hayırsa, o zaman siyah ve beyaz taşların oranı hakkında gözlem yoluyla bir hükme varma konusunda boşuna kürek çektiğimizi kabul ederim. Ama eğer gözlem sayısını artırarak daha güvenilir bir sonuç elde etmek mümkünse [ki Jacob Bernoulli *Ars Conjectandi* adlı eserinin bir sonraki bölümünde bunu ispatlar] o zaman bir şeyin gelecekte gerçekleşme olasılığını önceden biliyormuşçasına doğru tahmin edebiliriz.

Bernoulli’nin kusursuzlaştırmak için tam yirmi yıl uğraştığı bu teorem, istatistiğin en temel dayanaklarından biri olacaktı. Tamamen şans gibi görünen olayların bile belli bir kanun ya da mantık dahilinde gerçekleştiğine inanan Bernoulli şöyle demişti:

Şu andan itibaren sonsuza dek her şeyi gözlemleyip kaydetseydik (olasılık dediğimiz şey en sonunda kesinliğe dönüşürdü) ve biz dünyada olan biten her şeyin belli bir sebep ve yasa dahilinde gerçekleştiğini ve dolayısıyla, aslında tesadüf ya da kader gibi görünen şeylerin bile olması gerektiği için olduğunu fark ederdik. Zaten

Platon'un *evrensel döngü* doktriniyle kastettiği şey de buydu; sayısız yüzyıllar geçtikten sonra, her şeyin başlangıçtaki durumuna dönmesi gerektiğini söylüyordu.

Belirsizliğin biliminin ortaya çıkış hikâyesini anlattığımız bu bölümde, kıssadan çıkarılacak hisse aslında son derece basittir: Matematik hayatımızın daha az "bilimsel" görünen alanlarında –hatta sadece şans gibi görünen durumlarda bile– uygulanabilir bir araçtır. Öyleyse, matematiğin "akıl almaz etkinliğini" açıklamaya çalışırken, konuyu sadece fizik kanunlarıyla sınırlayamayız. Çünkü matematiğin her yerde karşımıza çıktığını kabul edip bunun sebeplerini araştırmak zorundayız.

Matematiğin inanılmaz gücünü fark edenlerin arasında ünlü oyun yazarı George Bernard Shaw da vardı (1856-1950). Shaw, matematik kabiliyetiyle ünlü biri değildi, ama bir keresinde istatistik ve olasılık hakkında "Kumar Alışkanlığı ve Sigortanın Fazileti" başlıklı çok anlamlı bir makale yazmıştı. Bu makalede, Shaw sigortacılığın "bilinmezlikler ve sadece profesyonel matematikçilerin hesaplayabileceği riskler" üzerine kurulu olduğunu yazmıştı. Ve şu ilginç hikâyeyi anlatmıştı:

O halde denizaşırı ülkelerle ticaret yapmaya can atan, ama geminin batmasından ya da yamyamlara öğle yemeği olmaktan korkan bir tüccar ile kargo ve yolcu kapmaya çalışan bir gemi kaptanı arasındaki iş konuşmasını hayal edin. Kaptan, tüccara mallarının ve kendisinin güvenliği konusunda garanti vermektedir. Ama akıllı Hz. Yunus, Aziz Pavlus, Odysseus ve Robinson Crusoe hikâyelerinin etkisi altında olan tüccarın bu seyahatten ödö patlamaktadır. Bu ikisinin arasında geçen konuşma herhalde şöyle bir şey olur:

Kaptan: Hadi gel! Benimle denize açılırsan, gelecek yıl bugün hayatta olacağına dair milyonuna bahse girerim.

Tüccar: Ama bahsi kabul edersem, bir yıl dolmadan öleceğime dair bahse girmiş olacağım!

Kaptan: Nasılsa bahsi kaybedeceksin, ne fark eder ki?

Tüccar: Ama ben boğulursam, sen de boğulmuş olacaksın, o zaman girdiğimiz bahis ne olacak?

Kaptan: Haklısın. O halde bahisten kazandığın parayı karına ve ailene verecek birini ayarlarım karada.

Tüccar: O zaman durum değişir tabii ki; peki ya mallar?

Kaptan: Bahse malları da dahil edebiliriz. Ya da iki bahis açalım: Biri hayatın için, diğeri malların için. Her ikisi de güvende olacak, merak etme. Hiçbir şey olmayacak ve sen de başka diyarlardaki bütün o güzellikleri görmüş olacaksın.

Tüccar: İyi ama mallarım ve ben sağ salım geri dönersek, bahsi kaybetmiş olacağım. Ve bunun bedelini sana ödemem gerekecek. Yani boğulmazsam, iflas edeceğim!

Kaptan: Çok doğru! Ama bu bahis benim için senin zannettiğin kadar kârlı değil. Sen boğulmuşsan, ben de boğulmuşum demektir. Çünkü gemiyi en son kaptan terk eder. Yine de seni ikna edebilirim. Bahsi bire on yapacağım. Buna ne dersin?

Tüccar: Ooo... o zaman durum değişir.

Tıpkı kuyumcuların bankacılığı keşfetmesi gibi, aslında kaptan da sigortacılığı keşfetmiştir!

“Bize matematiğin anlamı ya da faydası hakkında tek kelime öğretilmedi,” diyerek kendi eğitiminden şikâyet eden Shaw gibi birinden, sigorta matematiğinin tarihi hakkında bu kadar eğlenceli bir hikâye dinlemek aslında oldukça kayda değer.

Shaw’un makalesini saymazsak, matematiğin bazı branşlarındaki gelişmeleri şu ana kadar aktif matematikçilerin gözünden inceledik. Bütün bu insanlar için ve aslında Spinoza gibi pek çok rasyonel düşünür için, matematiğin Platoncu dünyası tartışmasızdı. Onlara göre matematiksel gerçeklerin var olduğu kendine özgü bir dünya vardı ve insan zekâsı bu gerçekleri hiç görmeden, sadece mantık yoluyla onlara ulaşabilirdi. Öklid geometrisini bir evrensel gerçekler bütünü olarak gören bakış açısıyla matema-

tiğin diğer dalları arasındaki potansiyel uçurumu ilk fark eden kişi, Cloyne piskoposu, İrlandalı filozof George Berkeley'di (1685-1753). *Çözümleyici; ya da İnançsız Bir Matematikçiye Seslenen Bir Söylem* adlı kitapçığında Berkeley, kalkülüs ve analiz gibi alanların Newton ve Leibniz tarafından atılmış olan temellerini eleştirmişti. (Bu arada inançsız matematikçinin Edmond Halley olduğuna inanılır.) Berkeley, Newton'ın "integral" kuramına getirdiği açıklamaları yetersiz bulmuştu. Ve Berkeley'e göre bu durum, bu disiplinin tamamını şüpheli ilan etmek için yeterliydi:

İntegral metodu matematikçilerin geometri ve tabiatın sırlarını çözmesine yardım eden genel bir anahtardır... Ama ben bu metodun ne kadar açık ya da karmaşık, ne kadar tutarlı ya da tutarsız, ne kadar güvenilir ya da şüpheli olduğunu büyük bir hassasiyetle incelemekten yanayım. Ve bu incelememi sizin ve tüm samimi okurların değerlendirmesine sunuyorum.

Berkeley haksız sayılmazdı ve tamamen tutarlı, dört başı mamur bir analiz teorisi ancak 1960'larda formüle edilebilecekti. Fakat on dokuzuncu yüzyılda matematiği çok daha büyük bir kriz bekliyordu.

6. BÖLÜM

GEOMETRİCİLER: GELECEK ŞOKU

Yazar Alvin Toffler *Gelecek Şoku* adlı ünlü kitabında, başlık-taki terimi, “çok kısa zamanda çok fazla değişime maruz kalan insanların yaşadığı yıkıcı stres ve şok” diye tanımlamıştı. On dokuzuncu yüzyılda matematikçiler, bilim insanları ve filozof-lar işte aynen böyle bir şok yaşamıştı. Matematiksel gerçeklerin ebedi ve değişmez olduğunu iddia eden binlerce yıllık inanç yerle bir olmuştu. Entelektüel alandaki bu beklenmedik kaosa yol açan şey, günümüzde *Öklid-dışı geometriler* olarak bilinen yeni geomet-ri türlerinin ortaya çıkmasıydı. Konunun uzmanı olmayan pek çok kişi Öklid-dışı geometrilerin adını bile duymamıştır muhtemelen. Ama matematiğin bu yeni branşlarının düşünsel alanda yarattığı devrim, bazılarına göre ancak Darwin’in evrim teorisi-nin yarattığı etkiyle kıyaslanabilirdi.

Dünya görüşünde meydana gelen bu sarsıcı değişimin niteli-ğini daha iyi idrak edebilmek için aslında önce olayın tarihsel ve matematiksel arka planına bakmak gerekir.

Öklidçi “Gerçek”

On dokuzuncu yüzyıl başına dek gerçeğin ve güvenilir bil-ginin zirvesi sayılan bir tek bilim dalı varsa, o da Öklid geomet-risiydi – yani hepimizin okulda öğrendiği geleneksel geometri.

Hollandalı büyük Yahudi filozof Baruch Spinoza'nın (1632-1677), bilim, din, etik ve mantığı bir araya getirmeye çalıştığı iddialı eseri *Etika'nın* alt başlığını *Geometrik Düzene Göre Kanıtlanmış Ahlak* koymasına şaşmamak gerek. Matematiksel formların ideal Platoncu dünyasıyla fiziksel gerçeklik arasındaki bariz ayrıma rağmen, çoğu bilim insanı Öklid geometrisindeki şekilleri gerçek, yani fiziksel şekillerin soyut temsilcileri olarak görüyordu. Bilimin temellerinin herkesin zannettiğinden çok daha belirsiz olduğunu iddia eden David Hume (1711-1776) gibi iflah olmaz şüpheciler bile, Öklid geometrisinin Cebelitarık Boğazı kadar kesin ve yadsınamaz olduğunu düşünüyordu. *İnsan Zihni Üzerine Bir İnceleme* adlı eserinde, Hume iki tür "gerçek" olduğunu söylemişti:

İnsan muhakemesinin ya da araştırmalarının bütün objeleri, doğal olarak iki gruba ayrılır: *Fikirsal Bağlantılar* ve *Gerçek Olgular*. Fikirsal bağlantılar grubuna, geometri, cebir ve aritmetik bilimleri girer. Bunlar sezgiyle ya da kanıtlar yoluyla kesin olan önermelerdir... Bu tür önermeler, evrendeki bir varlığa bağımlı olmadan sadece fikir yürütme ile keşfedilebilir. Doğada hiç çember ya da üçgen olmasa bile, Öklid'in kanıtladığı gerçekler sonsuza dek doğruluğunu korur... *Gerçek Olgular* grubuna dahil olan objeler ise benzer bir tutum ile doğrulanamaz. Bu objelerin gerçekliğine dair elimizdeki deliller ne kadar güçlü olursa olsun, onlar da doğrulanamaz. Olgulara ilişkin bilgimiz hiçbir zaman matematikte olduğu gibi kesinlik taşımayacağı için, bu olguların tam zıtları da mümkündür... Örneğin, "yarın güneş doğmayacak" önermesi, "yarın güneş doğacak" önermesi kadar doğru bir önermedir; başka deyişle bu önermeler birbirinin karşıtı olsa bile, çelişği değildir, dolayısıyla yanlışlığı mantıkça kanıtlanamaz.

Başka bir deyişle Hume, deneyci felsefenin tüm sadık savunucuları gibi, bilginin gözlemden kaynaklandığına inansa da, geometri ve onun ileri sürdüğü "gerçekler" ayrıcalıklı bir statüye sahipti.

Seçkin Alman filozof Immanuel Kant (1724-1804), Hume'la pek çok konuda aynı fikirde olmasa da, söz konusu Öklid geometrisi olduğunda onunla aynı fikirdeydi. Ona göre Öklid geometrisi, geçerliliği sorgulanmayacak kadar mutlak bir gerçektir. *Saf Aklın Eleştirisi* adlı ünlü eserinde, Kant bir bakıma insan zihniyle fiziksel dünya arasındaki ilişkiyi tersyüz etmeye çalışmıştı. Fiziksel gerçekliğin izlenimleri olmasa tamamen pasif olacak bir zihin yerine, Kant insan zihnini işleyen ve üreten, bilinen evreni yorumlayan aktif bir konuma yükseltmişti. Dikkatini dışarıya değil, içeriye yönelten Kant, *ne* bildiğimizi değil, bildiklerimizi *nasıl* bildiğimizi sorgulamıştı. Kant'a göre gözlerimiz ışığı görse bile, bu bilgi beynimiz tarafından işlenip organize edilene dek, bilincimizde bir görüntü oluşmazdı. Bu oluşum sürecinde insanın içgüdülerine ya da uzamsal önsezilerine anahtar bir rol yükleniyordu. Ve bu içgüdülerin temelinde de Öklid geometrisinin olduğu kabul ediliyordu. Kant'a göre, insanın çevresini kavrayıp kavramlaştırmasının tek yolu Öklid geometrisinden geçiyordu. Ve insanın fiziksel dünyayla olan deneyiminin merkezinde, çevresiyle olan bu içgüdüsel tanışıklığı vardı. Kant bunu şöyle ifade etmişti:

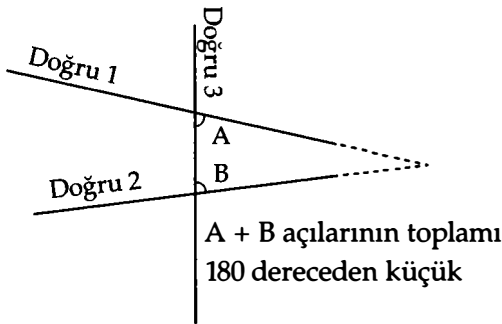
Uzam, dış deneyimlerden elde ettiğimiz, gözleme dayalı bir kavram değildir... Uzam tecrübe ve algıdan bağımsız, zorunlu bir tasarımdır ve tüm dış duyumun temelini oluşturur... Nesnelerden arınmış boş bir uzam düşünebiliriz, ama uzamsız hiçbir nesneyi düşünemeyiz. O yüzden tüm geometri ilkelerinin değişmez kesinliği bu temel üzerine oturur. Uzam algısı dış deneyimlerle sonradan ulaştığımız bir kavram olsaydı, matematiğin tanımlayacağı ilk ilkeler algılar olurdu. Ve bu matematiksel ilkeler tüm algısal hatalara açık olurdu. Ve dolayısıyla, iki nokta arasındaki en kısa yol bir doğrudur önermesi kesin bir bilgi olmaz, sadece her defasında deneyimlerimizle keşfedeceğimiz bir sonuca dönüşürdü.

Basitçe ifade etmek gerekirse, Kant'a göre, eğer bir cisim algılıyorsak, o zaman bu cisim mutlaka uzamsal ve Öklidyen olmalıydı.

Hume'un ve Kant'ın fikirleri, tarih boyunca Öklid geometrisine atfedilmiş olan birbirinden farklı, ama aynı derece önemli iki özelliği ön plana çıkarıyordu. İlki, Öklid geometrisini fiziksel mekânın tek doğru tanımı ilan ediyordu. İkincisi ise, Öklid geometrisini sağlam, güvenilir ve hatasız bir tümdengelim mantığıyla özdeşleştiriyordu. Doğru olduğu varsayılan bu iki özellik, matematikçileri, bilim insanlarını ve düşünürleri, evrenle ilgili mutlak ve kaçınılmaz hakikatlerin gerçekten var olduğuna ikna eden en güçlü delillerdi. On dokuzuncu yüzyıla kadar bu iki özellikten şüphe dahi edilmemişti. Ama acaba bu tespitler gerçekten doğru muydu?

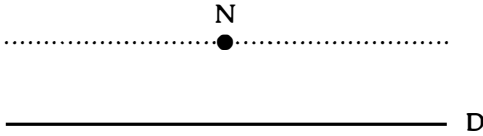
Öklid geometrisinin temelleri MÖ 300 civarında, Yunanlı matematikçi, İskenderiyeli Öklid tarafından atılmıştı. *Elementler* adlı on üç ciltlik devasa eserinde, Öklid geometriyi sağlam bir mantık temeline oturtmaya çalışmıştı. Tartışılmaz olduğu varsayılan on tane aksiyomla işe koyulan Öklid, bu aksiyomlardan mantıksal çıkarımlarda bulunarak birçok önermeyi kanıtlamaya çalışmıştı.

Öklid'in ilk dört aksiyomu son derece kısa ve özdü. Örneğin, ilk aksiyom şöyle diyordu: "İki nokta arasını birleştiren en kısa yol bir doğrudur." Dördüncü aksiyom ise şöyleydi: "Bütün dik açılar birbirine eşittir." Fakat "paralellik aksiyomu" olarak bilinen beşinci aksiyom, hem formülasyon olarak daha karmaşıktı, hem de diğerleri kadar bariz değildi: "İki doğru bir üçüncü doğru tarafından kesilirse, içte meydana gelen açılarının toplamının 180 dereceden küçük olduğu tarafa doğru uzatıldığında, bu iki doğru kesişir." Resim 39'da, bu aksiyomun tarif ettiği grafiği görüyorsunuz.



Resim 39

Doğruluğundan hiç kimse şüphe etmemiş olsa da, bu önerme diğer aksiyomların sadeliğinden çok uzaktı. Hatta Öklid'in kendisi bile beşinci aksiyomdan pek memnun kalmamış olacak ki *Elementler*'deki ilk yirmi sekiz önermenin ispatında bu aksiyomun adı bile geçmiyordu. Zaman içinde "beşinci" aksiyomun yerini daha kısa ve özlü olan bir başka versiyonu aldı. Tarihte ilk kez beşinci yüzyılda, Yunanlı matematikçi Proklos'un yazılarında ortaya çıkan bu aksiyom, daha çok İskoçyalı matematikçi John Playfair'in adıyla (1748-1819), yani "Playfair Aksiyomu" olarak bilinir. Bu aksiyom şöyle der: "Bir doğrunun dışındaki bir noktadan, o doğruya paralel sadece bir doğru geçebilir (Resim 40). Beşinci aksiyomun iki farklı versiyonu da aslında aynı kapıya çıkar, çünkü Playfair'in aksiyomu Öklid'in orijinal beşinci aksiyomuyla aynı şeyi ifade etmektedir.



Resim 40

Aradan geçen yüzyıllar içinde beşinci aksiyomla ilgili şikâyetler artmaya başlayınca, bu aksiyomu diğer dokuz aksiyomdan yola çıkarak ispatlamak ya da yerine çok daha bariz bir önerme koymak için başarısız birtakım girişimlerde bulunulmuştu. Fakat çabalar boşa çıkınca, geometriciler bu kez de ilginç bir "Acaba?" sorusuna cevap aramaya koyulmuştu – acaba beşinci aksiyom hatalı olabilir miydi? Bu araştırmalardan bazıları can sıkıcı birtakım şüphelere yol açmıştı. Doğruluğu kendiliğinden bariz olduğu iddia edilen Öklid aksiyomları acaba o kadar da bariz değil miydi? Doğruluğu tartışılmaz olmak yerine, acaba deneyimden deneyime göre değişiklik gösteriyor olabilir miydi? Nihayet sürpriz yanıt on dokuzuncu yüzyılda geldi: Öklid'in beşinci aksiyomundan farklı bir aksiyom seçerek insan yeni geometri türleri yaratabilirdi. Dahası, bu Öklid-dışı geometriler fiziksel

mekânı prensipte en az Öklid geometrisi kadar doğru tanımlayabilirdi!

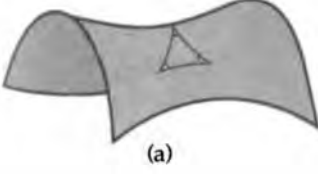
Şimdi bu noktada “seçmek” kelimesinin üzerinde durmakta fayda var. Binlerce yıl boyunca Öklid geometrisi tek ve *mutlak* bilgi, mekânı tanımlayan yegâne doğru olarak kabul edilmişti. Fakat insanın başka aksiyomlar seçebileceği ve onlarla da bir o kadar geçerli tanımlara ulaşabileceği fikri, tüm teoremi altüst etmişti. Titizlikle inşa edilmiş olan güvenilir tümdengelim şeması aniden bir oyuna dönüşmüştü adeta ve aksiyomlar da bu oyunun kurallarıydı. Ve bu şu anlama geliyordu: Kuralları değiştirip farklı bir oyun oynamak mümkündü! Bu yeni görüş, matematiğin doğasının anlaşılmasında yepyeni bir çıkır açacaktı.

Öklid geometrisine son darbeyi indirmeye heveslenen pek çok yaratıcı matematikçi vardı. Öklid’in beşinci önermesini farklı bir önermeyle değiştirmenin sonuçlarını araştıran Cizvit rahip Girolamo Saccheri (1667-1733) ile Öklidyen geometrilerin alternatifleri olabileceğini ilk fark eden Alman matematikçiler Georg Klügel (1739-1812) ve Johann Heinrich Lambert (1728-1777) bunlardan bazılarıydı. Fakat Öklid geometrisinin tabutuna son çiviye çakacak biri lazımdı. Ve bu şerefi, biri Rus, biri Macar, biri Alman olmak üzere üç matematikçi paylaşacaktı.

Yepyeni Dünyalar

Eyer şeklindeki eğri bir düzlem üzerine (Resim 41a), yepyeni bir geometri türü inşa eden ve bunun üzerine devasa bir tez yayımlayan ilk kişi Rus matematikçi Nikolai İvanoviç Lobaçevski (1792-1856) idi (Resim 42). Günümüzde *hiperbolik geometri* olarak bilinen bu geometri türünde, Öklid’in beşinci önermesi yerini şu önermeye bırakıyordu: Bir doğrunun dışındaki bir noktadan birden çok (sonsuz) sayıda paralel doğru geçebilir. Lobaçevski ile Öklid geometrisi arasındaki bir diğer önemli fark da şuydu: Öklid geometrisinde bir üçgenin iç açıları toplamı daima 180 dereceye eşitken (Resim 41b), diğerinde daima 180 dereceden küçüktü.

Üçgenin iç açıları toplamı 180° 'den küçük



Üçgenin iç açıları toplamı $= 180^\circ$

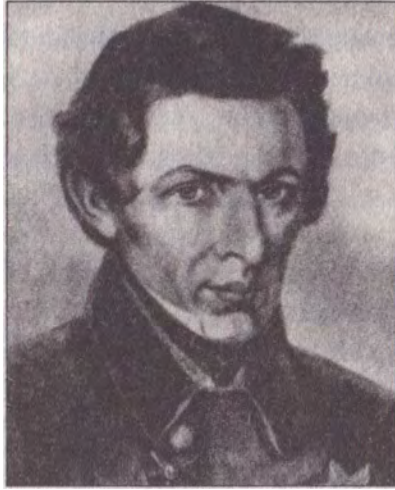


Üçgenin iç açıları toplamı 180° 'den büyük



Resim 41

Lobaçevski'nin bu çalışması zamanın tanınmamış dergilerinden *Kazan Bulletin*'de yayımlandığı için, 1830'ların sonunda Fransızca ve Almanca çevirileri çıkana dek fark edilmemişti bile.



Resim 42

Lobaçevski'nin çalışmasından haberi olmayan genç Macar matematikçi János Bolyai de (1802-1860) 1820'lerde benzer bir geometri formüle etmişti. Gençliğin de verdiği heyecanla içi içine sığmayan János, 1823'te babasına (matematikçi Farkas Bolyai'ye – Resim 43) gönderdiği mektupta, "Öylesine muhteşem şeyler buldum ki, şaşkınlık içindeyim... Bir hiçten yepyeni bir dünya yarattım," diye yazmıştı.



Resim 43

1825'e kadar, János yarattığı yeni geometrinin ilk taslağını yaşlı Bolyai'ye sunmuştu bile. Metnin adı *Mekânın Mutlak Bilimi*'ydi. Fakat genç adamın heyecanına rağmen, babası, János'un fikirlerinin doğruluğundan pek emin değildi. Yine de oğlunun bu yeni teorisini, geometri, cebir ve analiz üzerine kendine ait iki ciltlik bir çalışma olan *Gayretli Gençler İçin Matematiğin Temelleri* başlıklı eserinin son kısmında, ek bölüm olarak yayımlamaya karar verdi. Ve kitabın bir kopyası Haziran 1831'de Farkas'ın arkadaşı olan ve sadece kendi zamanının değil, Arşimet ve Newton'la birlikte bütün zamanların en büyük üç matematikçisinden biri sayılan Carl Friedrich Gauss'a (1777-1855) gönderildi (Resim 44). Fakat kolera salgınının yarattığı keşmekeşte kaybolan kitap, Gauss'un eline geçmemişti. Bunun üzerine Farkas ikinci bir kopya daha gönderdi. 6 Mart 1832'de cevap yazan Gauss'un yorumları hiç de genç János'un beklediği gibi değildi:

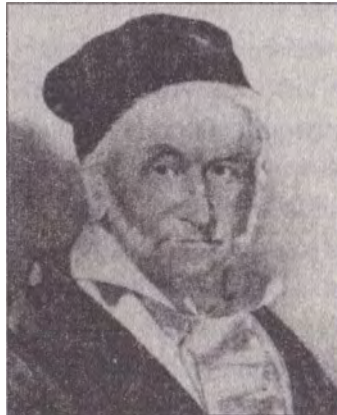
Bu çalışmayı takdir edemeyeceğimi söyleyerek söze girmiş olsaydım, eminim ilk anda şaşırırdınız. Ama aksini söylemem mümkün değil. Çünkü bu çalışmayı takdir etmem, kendimi takdir etmem demek. Aslında çalışmanın tüm içeriği, oğlunuzun izlediği yöntem ve ulaştığı sonuçlar, otuz otuz beş yıldır zihnimi kurcalayan düşüncelerle neredeyse bire bir aynı. Gerçekten çok

şaşkınlım. Kendi çalışmama gelince, şu ana kadar çok azını kâğıda dökmüştüm ve hayattayken yayımlamak gibi bir niyetim de yoktu.

Anlaşılan o ki, Gauss'un bazı çekinceleri vardı. Gauss, "aptallar" diye nitelediği Kantçı filozofların geometrideki bu radikal yeniliği felsefeye ihanet olarak görmesinden korkuyordu. Sonrasında Gauss şöyle devam etmişti:

Öte yandan, bu bilginin benimle birlikte yok olup gitmemesi için, tüm bunları daha sonra yazıya dökmeyi düşünüyordum. Ama şimdi bu zahmetten kurtulmuş olduğumu görmek hoş bir sürpriz oldu. Ayrıca benden önce davranıp bunu büyük bir başarıyla gerçekleştiren kişinin eski dostumun oğlu olması da çok sevindirici.

Farkas, Gauss'un övgü dolu sözlerinden çok memnun kalırsa da, oğlu János resmen yıkılmıştı. János, Gauss'un bu konuya kendisinden çok daha önce el attığına inanmayı reddediyordu ve sırf bu yüzden babasıyla arası bozuldu (çünkü babasının gizli-den gizliye onun çalışmasının sonuçlarını Gauss'a sızdırdığından şüpheleniyordu). Nihayet Gauss'un aslında 1799'dan beri bu konu üzerinde çalıştığını öğrenince de, hepten morali bozulmuş, sonraki matematik çalışmaları ise öncekilerin yanında sönük kalmıştı (János öldüğünde 20.000 sayfalık bir çalışma bırakmıştı geriye).



Resim 44

Gauss'un Öklid-dışı geometriye epey bir kafa yorduğundan hiç şüphe yok. Günlüğünün Eylül 1799 tarihli sayfasında şöyle yazmıştı Gauss: "*In principiis geometriae egregios progressus fecimus*" ("Geometrinin ilkeleri konusunda müthiş ilerlemeler kaydettik"). Sonra 1813'te ise şöyle eklemişti: "Şu anda paralel doğrular teorisinde Öklid'den daha ileri bir konumda değiliz. Bu, matematiğin er geç değişmek zorunda olan bir ayıbıdır." Birkaç yıl sonra, 28 Nisan 1817 tarihli bir mektupta şöyle yazmıştı Gauss: "Geometrimizin [Öklid geometrisinden bahsediyor] mutlaklığını kanıtlamanın mümkün olmadığına giderek daha fazla ikna oluyorum." Nihayet Kant'ın görüşlerinin aksine, Gauss Öklid geometrisinin evrensel bir gerçek olarak nitelenemeyeceği sonucuna varmıştı. Ve "Öklid geometrisi kendisinin temeli olan aritmetikle değil, ancak mekanikle aynı kefeye konabilir," demişti. Bir hukuk profesörü olan Ferdinand Schweikart da (1780-1859), yürüttüğü bağımsız çalışmalarda benzer sonuçlara ulaşmış ve hatta 1818 ya da 1819 civarında çalışmalarından Gauss'u haberdar etmişti. Fakat Gauss ve Schweikart elde ettikleri sonuçları yayımlamadıkları için, konuyla ilgili ilk yayım şerefine genellikle Lobaçevski ve Bolyai'ye ait olduğu söylenir. Yine de ne Lobaçevski ne de Bolyai, Öklid-dışı geometrinin yegâne "yaratıcıları"ydı.

Hiperbolik geometri, matematik dünyasına yıldırım gibi düşmüş, Öklid geometrisinin sarsılmaz tahtına ağır bir darbe indirmişti. Gauss-Lobaçevski-Bolyai üçlüsünün çalışmalarından önce, Öklid geometrisi mekânın mutlak ve yegâne tanımı, *hatta* fiziksel dünyanın ta kendisiydi. Fakat farklı aksiyomlarla farklı bir geometrinin inşa edilebileceği fikri, matematiğin mutlaklığını ilk kez tartışmaya açıyordu. Yoksa matematik, insan zekâsından bağımsız, mutlak bir gerçekler bütünü değil de, insan icadı bir bilgi miydi? Öklid geometrisiyle fiziksel mekân arasındaki mutlak bağın çökmesi, matematiğin evrenin dili olduğu fikrinde de ciddi şüphelere yol açmıştı.

Gauss'un öğrencilerinden biri olan Bernhard Riemann, hiperbolik geometrinin Öklid-dışı tek geometri olmadığını, başka geometri çeşitlerinin de bulunduğunu kanıtlayınca, Öklid geometrisi-

nin ayrıcalıklı statüsü hepten yerle bir oldu. Riemann, 10 Haziran 1854'te Göttingen'de yaptığı müthiş konuşmada, "Geometrinin Temellerini Oluşturan Hipotezler" hakkındaki görüşlerine yer vermişti (Resim 45'te, yayımlanan konuşmanın ilk sayfası görülüyor).

Riemann söze şöyle girmişti: "Geometri, mekân kavramıyla ve bu mekândaki yapıların temel ilkeleriyle ilgili varsayımlar geliştirir. Bunlarla ilgili sadece üstünkörü tanımlar üretir. Temel özellikleri belirleyen şey ise aksiyomlardır." Fakat sonrasında şuna dikkat çekmişti: "Bu varsayımlar arasındaki ilişki aydınlığa kavuşmuş değil; aralarında bir ilişki var mı, varsa ne dereceye kadar var, ya da ondan da önce, aralarında herhangi bir ilişki kurulması mümkün mü, bilmiyoruz." Riemann'ın ileri sürdüğü muhtemel geometri teorileri arasında, bir kürenin yüzeyinde rastlayabileceğimiz *eliptik geometri* de vardı (Resim 41c). Bu geometri türü, bir doğruya dışındaki bir noktadan hiçbir paralel çizilemeyeceğini söyler. Çünkü bu geometri türünde, iki nokta arasındaki en kısa mesafe bir doğru değil, merkezi kürenin merkeziyle örtüşen büyük bir dairenin parçasıdır. Örneğin havayolları bu bilgiden faydalanır – ABD-Avrupa arasındaki uçuşların rotası, harita üstünde düz bir çizgi gibi görünse de, aslında başlangıçta kuzeye meyleden büyük bir daire şeklindedir. Aslında küre üstüne çizdiğimiz herhangi iki büyük dairenin zıt kutuplarda, yani karşılıklı iki noktada kesişeceğini kolaylıkla söyleyebiliriz. Örneğin ekvator da birbirine paralel gibi görünen iki meridyen iki kutup noktasında birleşir. Sonuç olarak bir doğruya komşu bir noktadan sadece bir paralel çizginin geçebileceği Öklid geometrisinin aksine ve birden çok paralelin geçebileceği hiperbolik geometrinin aksine, kürenin eliptik geometrisinde *hiç* paralel çizgi bulunmaz. Riemann, Öklid-dışı geometri kavramlarını bir adım daha ileriye taşıyarak eğri mekânlar için üç, dört, hatta daha fazla boyutu olan geometriler geliştirmişti. Riemann'ın üzerinde durduğu anahtar kavramlardan biri de *kavisti* – yani eğri bir yüzeyin eğim derecesi. Örneğin bir yumurta kabuğunun yüzeyi, göbek çevresinde daha yumuşak bir kavis çizerken, sivri olan ucunda daha belirgin bir kavis çizer. Çalışmalarına devam eden Riemann, kaç

boyutlu olursa olsun her türlü mekân için doğru bir matematiksel tanım geliştirmeyi başarmıştı. Ve böylece Descartes'ın kaldığı yerden devam ederek cebirle aritmetiğin evliliğini daha da sağlamlaştırmıştı. Riemann'ın çalışmasında, kaç değişkenli olursa olsun tüm denklemlerin geometrik bir karşılığı vardı ve bu ileri geometri türlerinden elde edilen yeni kavramlar denklemlere dahil edilmişti.



Resim 45

On dokuzuncu yüzyılda geometride açılan yeni ufukların tek kurbanı Öklid geometrisi değildi. Kant'ın uzamsal fikirleri de fazla dayanamamıştı. Kant ne diyordu? Biz duyularımızla elde ettiğimiz bilginin bilincine varmadan önce, onların zaten zihni-

mizde Öklid kalıplarıyla organize edilmiş olduğunu söylüyordu. Oysa on dokuzuncu yüzyıl geometricileri, Öklid-dışı geometrileri kavramakta da gayet hızlı davranmış, dünyayı bu doğrultuda tecrübe etmeyi de öğrenmişti. Demek ki, Öklidyen mekân algısı içgüdüsel değil, öğrenilebilir bir bilgiydi. Bütün bu çarpıcı gelişmeler, büyük Fransız matematikçi Henri Poincaré'nin (1854-1912) şu sonuca varmasına yol açmıştı: "Geometrinin aksiyomları ne birer önsezi ne de deneysel gerçeklerdir. Onlar sadece *alışkanlıklardır* [vurgu sonradan eklenmiştir]. Olası tüm alışkanlıklar arasından yaptığımız seçim deneysel gerçekler tarafından yönlendirilse de, bize özgür bir seçimmiş gibi görünür." Başka bir deyişle, Poincaré'ye göre aksiyomlar sadece "kılık değiştirmiş tanımlardı."

Poincaré'nin görüşleri sadece Öklid-dışı geometrilerin şu ana kadar anlattığımız türlerinden değil, on dokuzuncu yüzyılın sonlarına doğru mantar gibi bitmeye başlayan diğer yeni geometri türlerinden de etkilenmişti. Örneğin (selüloit film üzerindeki görüntünün bir ekrana yansıtılmasındaki mantığı andıran) *izdüşümsel geometride*, noktalarla doğruların rolleri birbirinin yerine geçebiliyor, böylece nokta ve doğruların teoremleri doğru ve noktaların teoremlerine dönüşebiliyordu. *Diferansiyel geometride* ise, matematikçiler küre ya da yumru gibi çeşitli matematiksel düzlemlerin geometrik özelliklerini incelemek için kalkülüsten faydalanıyordu. Ortaya çıkan bütün bu geometriler, en azından ilk bakışta, fiziksel mekânın doğru tanımlarımdan çok hayal gücü yüksek matematik dehalarının yaratıcı buluşları gibi duruyordu. Öyleyse matematikçi Tanrı kavramı nasıl hâlâ savunulabilirdi ki? Tarihçi Plutarkhos'un Platon'a attığı cümledeki gibi, eğer Tanrı gerçekten bir "geometrici" ise, o zaman ilahi kudret bu geometrilere hangisini kullanıyordu?

Klasik Öklid geometrisinin giderek daha çok göze batmaya başlayan eksiklikleri, matematikçilerin bu kez matematiğin temellerini daha büyük bir ciddiyetle gözden geçirmesine yol açmış, özellikle de matematik-mantık ilişkisine yoğunlaşmalarına sebep olmuştu. Bu önemli konuya 7. Bölüm'de tekrar döneceğiz.

Fakat şimdilik şu kadarını söyleyelim, doğruluğu kendiliğinden bariz aksiyomlar devri kapanmıştı. Ve bunun sonucunda, on dokuzuncu yüzyıl, cebir ve analiz alanlarında önemli gelişmelere sahne olurken, geometrideki devrim muhtemelen en çok matematiğin doğası hakkındaki görüşleri etkilemişti.

Mekân, Sayılar ve İnsanlar

Matematiğin temelleri, konu olarak oldukça geniş bir yelpazeye sahipti. Fakat matematikçiler dikkatlerini bu konuya çevirmeden önce, acil ilgi bekleyen “daha küçük” birkaç mesele vardı. Birincisi, Öklid-dışı geometrilerin formüle edilip yayımlanması, bunların matematiğin meşru dalları olduğu anlamına gelmezdi. Çünkü tutarsızlık gibi çok önemli bir endişe vardı – bu geometrilerden üretilen mantıksal çıkarımlar, işin içinden çıkılmaz çelişkilere yol açabilirdi. 1870’lerde İtalyan Eugenio Beltrami (1835-1900) ve Alman Felix Klein (1849-1925), Öklid geometrisi ne kadar tutarlıysa, Öklid-dışı geometrilerin de o kadar tutarlı olduğunu göstermişti. Ve bu da hâlâ cevaplanmamış olan çok önemli bir soruyu gündeme taşımıştı: Öklid geometrisinin temelleri ne kadar sağlamdı? Tabii bir de çok önemli olan “gerçeğe uygunluk” meselesi vardı. Çoğu matematikçi için, bu yeni geometriler en iyi ihtimalle merak uyandıran enteresanlıklardan ibaretti. Öklid geometrisinin tarihsel gücü gerçek mekânın tanımı olarak görülmesinden ileri gelirken, Öklid-dışı geometriler başlangıçta fiziksel gerçeklikle tamamen alakasız olarak kabul edilmişti. Sonuç olarak da pek çok matematikçi, Öklid-dışı geometrileri Öklid geometrisinin zavallı kuzenleri olarak görmüştü. Öklid-dışı geometrilere karşı birçoklarından daha lütufkâr davranan Henri Poincaré bile, insanlar Öklid-dışı bir geometrinin genel kabul gördüğü bambaşka bir dünyaya taşınsa dahi, “Öklid’den Öklid-dışı bir geometriye geçiş yapma gereği duymayabilir,” diyordu. Dolayısıyla iki önemli soru ortaya çıkıyordu: (1) Geometri ve matematiğin diğer dalları, sağlam önermelerle ifade edilen mantıksal temeller üzerine oturtulabilir miydi? (2) Matematikle fiziksel madde dünyası arasında bir ilişki var mıydı – varsa neydi?

Bazı matematikçiler, geometrinin temellerini geçerli bir zeminde oturtmak için pragmatik bir yaklaşım benimsemişti. Mutlak gerçek olarak gördükleri şeyin o kadar da güvenilir olmadığını, daha çok tecrübeye dayalı olduğunu fark edince, bu kez aritmetikten –yani sayıların matematiğinden– medet ummaya başlamışlardı. Descartes'ın analitik geometrisinde, düzlemdeki noktalar bir sayı çiftiyle, daire ise bir denklem oluşturan sayı çiftleriyle ifade ediliyordu. Ve Descartes'ın analitik geometrisi, geometrinin temellerini yeniden inşa etmek için ihtiyaç duyduğumuz aritmetik altyapıya sahipti. Alman matematikçi Jacob Jacobi (1804-1851), bu trend değişimini ifade etmek için, Platon'un "Tanrı geometricidir," düsturunun yerine, "Tanrı aritmetikçidir," düsturunu koymuştu. Fakat aslında bütün bu çabalar mevcut problemi sadece matematiğin başka bir dalına taşımaya yarıyordu. Büyük Alman matematikçi David Hilbert (1862-1943), aritmetik ne kadar tutarlıysa, Öklid geometrisinin de o kadar tutarlı olduğunu göstermişti. Fakat acaba aritmetik ne kadar tutarlıydı? İşte bu sorunun cevabı o günlerde henüz netlik kazanmamıştı.

Havada yenilik kokusu vardı. Ve matematikle fiziksel dünya arasındaki ilişki yepyeni fikirlere gebe idi. Yüzyıllar boyunca matematik evrenin dili olarak görülmüş ve bu bakış açısı kendine sağlam bir yer edinmişti. Galileo, Descartes, Newton, Bernoulli ailesi, Pascal, Lagrange, Quetelet ve diğerlerinin çabaları sayesinde, bilimler matematikselleşmişti ve bu yüzden de, tabiatla matematiksel bir tasarım olduğu düşünülüyordu. Eğer matematik evrenin dili değilse, basit tabiat kanunlarından tutun da insan özelliklerine kadar pek çok şeyi açıklamakta nasıl bu kadar başarılı olabiliyordu? Matematiğe ilahi bir anlam yükleyen en temel soru buydu.

Elbette matematikçiler, matematiğin daha çok soyut olan platonik formlarla ilgilendiğinin farkındaydı, fakat bu soyut formlar gerçek fiziksel öğelerin ideal hali olarak yorumlanıyordu. Aslında, tabiat kitabının matematik diliyle yazıldığı fikri o kadar derinlere işlemişti ki, pek çok matematikçi fiziksel dünyayla doğrudan bağlantısı olmayan matematiksel kavram ve yapıla-

rı dikkate almayı bile reddediyordu. Örneğin, renkli bir kişilik olan Gerolamo Cardano'nun (1501-1576) durumu aynen böyleydi. Cardano, hünerli bir matematikçi, ünlü bir doktor ve iflah olmaz bir kumarbazdı. Ve 1545'te, cebir tarihinin en etkili kitaplarından birini –*Ars Magna* (*Büyük Sanat*) adlı eserini– yayımlamıştı. Bu geniş kapsamlı çalışmada Cardano, cebir denklemleri için detaylı çözümler geliştirmiş, bilinmeyenin x^2 olduğu basit, ikinci derece denklemlerden tutun da, x^3 içeren üçüncü dereceden denklemler ve x^4 içeren dördüncü derece denklemlere kadar hepsinin çözümlerini bulmuştu. Oysa klasik matematikte nicelikler genellikle geometrik öğeler olarak ele alınırdı. Örneğin geometride, bilinmeyeniyi temsil eden x , uzunluğu olan bir doğruydu, x^2 bir alandı, x^3 ise hacmi olan bir kütle idi. Sonuç olarak Cardano, *Ars Magna*'nın birinci bölümünde şöyle diyordu:

Detaylı çalışmamızı üçüncü dereceden denklemlerle bitireceğiz. Çünkü birinci dereceden bir denklem bir doğruyu, ikinci dereceden bir denklem bir alanı, üçüncü dereceden bir denklem ise hacmi olan bir kütle yi ifade ediyorken, bunun ötesine geçmek aptallık olur. Tabiat bile daha fazlasına izin vermiyor. Dolayısıyla, üçüncü dereceye kadar detaylarıyla incelediğimiz denklemlerin bundan sonraki kısmını sadece göstermelik olarak ya da merak uyandırmak amacıyla detaya girmeden sunacağız.

Başka bir deyişle Cardano'ya göre, duyularımızla algıladığımız fiziksel dünya sadece üç boyut içerdiği için, matematikçilerin bundan daha fazla boyut sayısı ile, ya da daha yüksek dereceden denklemlerle ilgilenmesi saçmalık olurdu

Newton'a analiz metotlarını öğreten *Arithmetica Infinitorum* adlı eserin yazarı, İngiliz matematikçi John Wallis de (1616-1703) benzer görüşteydi. Bir başka önemli kitabı olan *Cebir Üzerine Tez*'de Wallis önce şu iddiada bulunmuştu: "Tabiat üç boyuttan fazlasına izin vermez." Ve sonra da şöyle devam etmişti:

Bir doğrunun yanına bir başka doğru eklersek, bir düzlem ya da yüzey elde ederiz; bu düzleme bir başka

düzlem eklersek de, bir kütle elde ederiz. Peki, bu kütleyle bir yüzey ya da başka bir kütle eklersek, ne elde ederiz? Düzlemsel kütle mi? Bu bir hilkat garibesidir ve bir *Kimera*'dan ya da *Sentor*'dan bile daha sıra dışı bir olasılıktır [Sentor, Yunan mitolojisinde yarı insan-yarı at görünümlü yaratık... Kimera, Yunan mitolojisinde ateş püsküren bir yaratık]. Mekân dediğimiz şey, derinlik, genişlik ve yükseklik olmak üzere üç boyuttan oluşur. Dördüncü bir uzamsal boyutun nasıl mümkün olabileceğini, en yaratıcı hayal gücümüzle bile tasavvur edemeyiz.

Wallis'in buradaki mantığı gayet açıktı: Gerçek mekânı tanımlayan bir geometrinin hayali bile saçmaydı.

Fakat daha sonra fikir ve düşünceler değişmeye başladı. On sekizinci yüzyıl matematikçileri, potansiyel bir dördüncü boyut bulmuştu: zaman! 1754'te yayımlanan "Boyut" adlı bir makalede, fizikçi Jean D'Alembert (1717-1783) şöyle yazmıştı:

Üç boyuttan daha fazlasını hayal etmenin imkânsız olduğunu söylemiştim. Fakat benim yerimdeki bir başkası, zamanı dördüncü bir boyut olarak görebilir ve zaman ile üçboyutlu bir kütlenin çarpım sonucunu, aslında dört boyutun sonucu olarak görebilir. Elbette bu fikre karşı çıkanlar olacaktır, ama bence bu fikir, sadece yeni olmaktan çok daha öte bir şeydir ve dikkate alınmaya değerdir.

Büyük matematikçi Joseph Lagrange bir adım ileriye giderek 1797'de şu iddialı söylemde bulunmuştu:

Uzaydaki bir noktanın konumu, üç dik açılı koordinatla belirlendiği için, bu koordinatlar mekanik problemlerinde zamanın fonksiyonları olarak görülür. Dolayısıyla, mekaniği dört boyutlu bir geometri olarak düşünebilir; mekanik analizi de geometrik analizin bir uzantısı olarak değerlendirebiliriz.

Bütün bu iddialı fikirler –fiziksel mekânla olan uygunluklarını gözetmeksizin– matematiğin daha önce imkânsız gibi görünen yepyeni uzantılarına, yani çok boyutlu geometrilere kapı açmıştı.

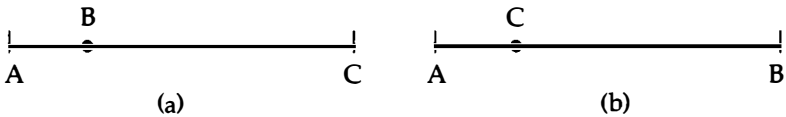
Mekânsal algıyla ilgili duyularımızın sadece Öklid kalıplarıyla uyum sağladığını düşünen Kant, belki yanılıyor olabilir; ama algımızın doğal ve sezgisel olarak üç boyuttan fazlasına izin vermediği gayet açıktı. Üçboyutlu dünyamızın Platon’un ikiboyutlu gölgeler evreninde nasıl görüneceğini az çok hayal edebildik, fakat üçüncü boyuttan yukarısını tahmin etmek ancak bir matematikçinin ve onun yaratıcı hayal gücünün harcı olabilirdi.

Keyfi sayıda boyut içeren *n-boyutlu geometri* alanındaki en önemli çalışmalardan bazıları Hermann Günther Grassmann (1809-1877) tarafından yapılmıştı. Ailesinin on iki çocuğundan biri ve kendisi de on bir çocuk babası olan Grassmann, hayatında hiç yüksek matematik eğitimi almamış bir okul öğretmeniydi. Yaşadığı dönemde, matematik alanındaki başarılarından çok, dil-bilim (özellikle de, Sanskritçe ve Got dili) üzerine yaptığı çalışmalarla tanınmıştı. Hatta öyle ki, Grassmann’ın biyografi yazarlarından biri şöyle demişti: “Dönem dönem yeniden keşfedilmek, hem de ölümünden sonra tamamen unutulmuşçasına yeniden hatırlanmak Grassmann’ın kaderi olsa gerek.” İşte buna rağmen, Grassmann “mekân” üzerine soyut bir bilimin oluşmasında başrolü oynayan kişiydi – üstelik bu bilim dalında, bildiğimiz sıradan geometri sadece bir istisna, bir figürandı. Grassmann, *lineer cebir* dediğimiz matematik dalının çıkış noktası olan öncü fikirlerini 1844’te (*Doğrusal Genişleme Kuramı* anlamına gelen ve tam adı *Doğrusal Genişleme Kuramı: Yeni Bir Matematik Dalı* olan) *Ausdehnungslehre* adlı kitabında yayımlamıştı.

Kitabın önsözünde Grassmann şöyle yazmıştı: “Geometri asla bir matematik dalı olarak görülemez; aksine, geometri doğada zaten mevcut olan bir şeyle, yani mekânla ilgilidir. O yüzden matematiğin geometrininkilere benzer, ama soyut kanunları olan bir dalı olması gerektiğini fark ettim.”

Matematiğin doğasına dair yepyeni ve son derece radikal bir görüştü bu. Grassmann'a göre, Yunanlıların mirası olan geleneksel geometri, fiziksel mekânla ilgileniyordu ve dolayısıyla da, soyut matematiğin gerçek bir dalı sayılmazdı. Grassmann için matematik insan beyninin soyut bir tasarımıydı ve ille de gerçek dünyaya uygulanması gerekmiyordu.

Grassmann'ı kendi geometrik cebir teorisine götüren ve ilk bakışta önemsiz gibi görünen adımları takip etmek nefes kesicidir. Grassmann işe son derece basit görünen $AB + BC = AC$ formülüyle başlamıştı. Aslında bu, her geometri kitabının segment uzunluğu bölümünde karşınıza çıkabilecek bir formüldür (Resim 46-a). Fakat burada Grassmann ilginç bir nokta tespit etmişti. AB ya da BC 'yi sadece uzunluk olarak ele almayıp $BA = -AB$ 'de olduğu gibi "yön" faktörünü de işin için kattığımız sürece, A, B, C , noktalarının sıralaması ne olursa olsun, bu formül geçerliliğini koruyordu. Örneğin, (Resim 46-b'de olduğu gibi) eğer C, A ile B arasındaysa, o zaman $AB = AC + CB$ 'dir. Fakat $CB = -BC$ olduğundan, $AB = AC - BC$ sonucuna ulaşırız ve orijinal formülümüz olan $AB + BC = AC$ 'yi her iki tarafa da BC ekleyerek sağlayabiliriz.



Resim 46

Bu başlı başına enteresan bir noktaydı, ama Grassmann'ın doğrusal cebir kuramı başka sürprizler de içeriyordu. Unutmayalım ki, eğer geometri yerine cebirle uğraşıyor olsaydık, o zaman AB ifadesi, $A \times B$ çarpımına işaret edecekti. Ve bu durumda, Grassmann'ın $BA = -AB$ kuralı, aritmetiğin dokunulmaz kanunlarından birini ihlal etmiş olacaktı – bu kutsal kanuna göre, iki sayının çarpımı, sayıların sırası ne olursa olsun her zaman aynı sonucu verirdi. Grassmann bu can sıkıcı olasılığı görmezden gelmek yerine dürüstçe ele aldı ve (*dış cebir* olarak bilinen) yepyeni, tutarlı bir cebir icat etti. Bu cebir türünde, birkaç farklı çarpım işlemi vardı ve aynı zamanda kaç boyutlu olursa olsun, her türlü geometriyle başa çıkabiliyordu.

1860'larda n -boyutlu geometriler yağmurda biten mantarlar gibi yayılmaya başlamıştı. Riemann'ın ufuk açıcı konuşması, her türden eğri düzlemleri ve çok boyutluluk kavramını önemli bir araştırma sahasına dönüştürmekle kalmamış, diğer matematikçilerin de önünü açmıştı. İngiltere'den Arthur Cayley ve James Sylvester, İsviçre'den Ludwig Schläfli gibi matematikçiler, kendi orijinal çalışmalarıyla bu sahaya önemli katkılarda bulunmuştu. Matematikçiler nihayet, matematiği yüzyıllardır mekân ve sayı kavramlarına hapseden zincirlerden kurtarmaya başlamıştı. O zincirler tarihten beri o kadar ciddiye alınmıştı ki, on sekizinci yüzyılda bile, İsviçreli üretken matematikçi Leonhard Euler (1707-1783) şöyle demişti: "Matematik genel olarak niceliğin bilimidir; ya da niceliği ölçmeye yarayan yöntemleri araştırın bilimdir." Evet, on sekizinci yüzyılda bile düşünce tarzı buydu ve değişim rüzgârları ancak o dokuzuncu yüzyılda esmeye başlamıştı.

Birincisi, soyut geometrik mekânlar ve sonsuzluk kavramının (hem geometride hem de kümeler kuramında) ortaya atılması, "nicelik" ve "ölçüm" sözcüklerinin anlamını inanılmaz derecede flulaştırmıştı. İkincisi ise, sayıları hızla artan soyut matematik çalışmaları, matematikle fiziksel gerçeklik arasına bir parça mesafe koymuş, soyut kavramlara alan açarak birazcık olsun nefes almalarını sağlamıştı.

Kümeler kuramı'nın yaratıcısı Georg Cantor (1845-1918), matematikteki bu çiçeği burnunda özgürlük ruhunu şu "bağımsızlık beyannamesi" ile ilan etmişti: "Matematik gelişimsel olarak tamamen özgürdür ve onu bağlayan tek şey, birbiriyle tutarlı kavramlara sahip olmak ve daha önce ortaya konup ispatlanmış olan bu kavramlarla, tanımların düzenlediği doğru ilişkiler kurmaktır." Altı yıl sonra cebirci Richard Dedekind (1831-1916) ise şöyle ekleyecekti: "Sayı kavramını zaman ve mekân kavramlarından ve bunlarla ilgili önsezilerden tamamen bağımsız tutuyorum... Sayılar insan zekâsının özgür buluşlarıdır." Yani hem Cantor hem Dedekind, matematiği soyut, kavramsal bir araştırma olarak görüyordu. Matematiği bağlayan tek önkoşul tutarlılıktı ve onun ne hesaba ne de fiziksel gerçekliğin diline karşı yükümlülüğü vardı. Cantor'un özetlediği gibi, "*matematiğin özü*, tamamen özgürlüğündeydi."

On dokuzuncu yüzyıl sonunda, Cantor ve Dedekind'in öz-
gür matematikle ilgili görüşleri pek çok matematikçi tarafından
kabul görmüştü. Eskiden matematiğin amacı tabiatla ilgili ger-
çekleri araştırmaktı. Fakat bu hedef artık değişmiş, aksiyomlar-
dan oluşan sistemler kurmak –ve bu aksiyomların mantıksal tüm
sonuçlarına ulaşmak– olup çıkmıştı.

"Matematik bir keşif mi, yoksa icat mı?" sorusunun yol açtığı
onca ıstırap yoksa artık sona ermek üzere miydi? Bunları okuyan
biri kolaylıkla öyle olduğunu zannedebilirdi. Çünkü matematik
–karmaşık da olsa– keyfi kurallarla oynanan bir oyundan ibaret-
se, o zaman matematiksel kavramların gerçekliğine inanmanın
ne anlamı olabilirdi ki?

Fakat sonuç hiç de beklendiği gibi olmadı. Fiziksel gerçeklik-
ten uzaklaşmak, bazı matematikçilerde tam tersi bir etki yarat-
mıştı. Matematiğin bir insan icadı olduğunu düşünmek yerine,
en başa dönüp matematiğin bağımsız bir gerçekler dünyası oldu-
ğunu savunan Platoncu görüşe U dönüşü yapmışlardı. Ve onlara
göre, bu dünyanın varlığı en az fiziksel evren kadar gerçektir. Bu
"yeni-Platoncular", matematiği fizikle bağdaştırma teşebbüsleri-
ni, uygulamalı matematikle oylanmak olarak görüyordu. Oysa
uygulamalı matematiğin aksine, kavramsal matematik fiziksel
olan hiçbir şeyle ilgilenmezdi. 13 Mayıs 1894'te, Fransız matema-
tikçi Charles Hermite (1822-1901), Hollandalı matematikçi Tho-
mas Joannes Stieltjes'e (1856-1894) yazdığı ve "Sevgili dostum..."
diye başladığı bir mektupta, bu durumu şöyle anlatmıştı:

Aritmetiğin dünyasını gözlemlemek için bir natü-
raliste dönüşme eğiliminde olmana çok sevindim. Dü-
şünce felsefen benimkiyle aynı; bence sayılar ve anali-
zin fonksiyonları zihnimizin keyfi ürünleri değil; bence
tıpkı nesnel gerçeklik gibi, kendilerine özgü özellikleri
ve bizim dışımızda bir mevcudiyetleri var. Ve biz, tıpkı
fizikçiler, kimyacılar ya da zoologlar gibi onlara rastlıyo-
ruz, keşfedip inceliyoruz.

Soyut matematikle ilgilenen İngiliz matematikçi G. H. Hardy
de sözünü sakınmayan modern Platonculardandı. 7 Eylül 1922'de

İngiliz Bilim Derneği'nde yaptığı müthiş konuşmada şöyle demişti Hardy:

Matematikçiler çok sayıda farklı geometri sistemi geliştirdi. Öklid geometrisi, ya da bir, iki, üç, hatta sonsuz boyutlu, Öklid-dışı geometriler. Bu sistemlerin hepsi de eksiksiz ve sağlam ve matematikçilerin kendi gerçekliklerinin sonuçlarını yansıtıyor. Hatta fiziğin şüpheli ve karmaşık gerçekliğinden çok daha yoğun ve sabit bir gerçeklik arz ediyor... Öyleyse matematikçinin görevi, tıpkı uzaktaki bir dağ sırasını gözüne kestiren bir kâşif gibi, kendi girift gerçekliğini gözlemlemek, kendine seçtiği bilimin konusu olan o inanılmaz güzellikteki mantıksal ilişkiler ağını keşfetmek ve gözlemlediği sonuçlara bakarak, her biri kavramsal matematiğin bir başka dalı olan haritalar çıkarmak.

Açıkça anlaşıyor ki, matematiğin keyfi doğasına işaret eden onca çağdaş kanıta rağmen, inatçı Platoncuların pes etmeye niyeti yoktu. Hatta aksine, Hardy'nin tabiriyle "kendi gerçekliklerini" keşfetme fırsatı yakalamışlardı. Ve bu deneyim, fiziksel gerçekler arasındaki ilişkileri keşfetmeye çalışmaktan çok daha heyecan vericiydi. Fakat matematiğin metafiziksel gerçekliği hakkındaki görüşler ne olursa olsun, bir şey giderek daha da bariz hale geliyordu. Matematik bağımsızlığını ilan edip dört nala koşmaya başlasa da, değişmeyen tek bir engel vardı ve hâlâ taş gibi yerinde duruyordu – mantıksal tutarlılık! Matematikçi ve fizikçilerin her zamankinden daha çok fark ettikleri gibi, matematikle mantık birbirine göbekten bağlıydı – ve bu göbek bağına kesmek imkânsızdı. Ve işte bu, yepyeni bir fikrin doğmasına yol açmıştı: Acaba matematiğin tamamını tek bir mantıksal temele oturtmak mümkün müydü? Ve eğer mümkünse, matematiğin inanılmaz etkinliğinin sırrı yoksa bu muydu? Ya da tersten sorarsak, mantık çalışmalarının genelinde matematiksel yöntemler kullanılabilir miydi? Ki bu durumda, matematik sadece tabiatın değil, insan düşüncesinin de dili demektir!

7. BÖLÜM

MANTIKÇILAR: DÜŞÜNMEK VE MANTIK YÜRÜTMEK

Köyün birinde bir berber varmış. Bu berberin dükkânının önünde şöyle bir levha asılıymış: “Sadece kendini tıraş etmeyen erkekler tıraş edilir.” Yani bu berber, o köyde kendini tıraş etmeyen herkesi tıraş edermiş, kendini tıraş edenleriyse tıraş etmemiş. Kulağa gayet mantıklı geliyor, öyle değil mi? Elbette kendi kendine tıraş olabilen erkekler bir berbere ihtiyaç duymaz. Ve bu durumda berberin diğerlerini tıraş etmesi gayet doğaldır. Şimdi gelelim asıl soruya: Peki ya berber? Onu kim tıraş eder? Bu berber kendini tıraş eder mi, etmez mi? Berber kendini tıraş ediyorsa, o zaman levhaya göre berberin tıraş etmediği grupta olması gerekir!? Öte yandan, kendini tıraş etmiyorsa, o zaman da yine levhaya göre, berberin tıraş ettiği grupta olması gerekir!? O halde, berber kendini tıraş ediyor mudur, etmiyor mudur? İster inanın, ister inanmayın, çok daha önemsiz sorular bile tarihte çok ciddi aile içi düşmanlıklara sebep olmuştur. Yirminci yüzyılın en önemli mantıkçı ve filozoflarından Bertrand Russell (1872-1970), bu paradoksu sırf insanın mantıksal çıkarımlarının hatalı olabileceğini gösterebilmek için ortaya atmıştır. Paradokslar, ya da çelişkiler, makul gibi görünen cümlelerin kabul edilemez sonuçları oldu-

ğu durumları tanımlar. Yukarıdaki örnekte, köy berberi kendini hem tıraş etmekte, hem de etmemektedir. Bu mümkün müdür? Peki, bu paradoks çözümlenebilir mi? Yukarıdaki cümleyi çelişkiden kurtarabilecek tek olası çözüm vardır: Berber kadındır! Öte yandan, berberin erkek olduğunu önceden biliyorsak, o zaman yukarıdaki cümleyi doğru kabul etmek bizi saçma bir sonuca götürür. Yani başka bir deyişle, öyle bir berber olamaz! Peki, ama tüm bunların matematikle ne ilgisi var? Aslında matematikle mantık birbiriyle yakından ilişkilidir. Bakın Russell bu ilişkiyi nasıl tasvir etmiş:

Matematik ve mantık, tarihin penceresinden baktığımızda, birbirinden tamamen ayrı disiplinler olmuştur. Matematik bilimle, mantık ise Yunanca ile bağdaştırılmıştır. Ama son zamalarda her ikisi de gelişmiştir; mantık daha matematikselleşmiş ve matematik ise daha mantıksal bir hal almıştır. Sonuçta, ikisi arasına bir çizgi çekmek artık [1919] tamamen imkânsız hale gelmiştir; hatta ikisi bir olmuştur. Birbirlerinden ancak bir erkeğin gençliği ve yetişkinliği kadar farklıdır. Mantık matematiğin gençliği, matematik ise mantığın yetişkin halidir.

Russell'ın burada söylemek istediği şey genel anlamıyla şudur: *Matematiğin temelinde mantık vardır*. Başka bir deyişle, Russell'a göre, matematiğin temel kavramları, hatta sayılar bile, aslında mantığın temel yasalarıyla tanımlanabilir. Ayrıca Russell daha sonraları, bu tanımların mantık ilkeleriyle birlikte kullanılarak matematik teoremlerinin elde edilebileceğini iddia edecekti.

Matematiğin doğasıyla ilgili bu görüş *mantıkçılık* adıyla biliniyordu. Ve bu görüş hem formalistlerin hem de inatçı Platoncuların takdirini kazanmıştı. Formalistler, matematiği sadece insan icadı karmaşık bir oyun olarak gören gruptu. Ve birbiriyle alakasız gibi görünen tüm "oyunların" tek bir çatı altında, yani "bütün oyunların anası" altında birleşmesinden mutluydu. İkinci gruptakiler ise, matematiğin tek *mutlak* kaynaktan çıkmış olabileceğini iddia eden bu fikri bir umut ışığı olarak görmüştü. Çünkü Platoncuların gözünde, bu fikir tek bir metafiziksel kaynak olasılığını destekliyordu. Ayrıca, tek bir kaynak en azından prensip-

te, matematiğin gücünün nereden geldiğini anlamaya yardımcı olabilirdi.

Konunun eksik kalmaması için şunu da ekleyelim: Hem mantıkçılığa hem de formalizme şiddetle karşı çıkan bir düşünce ekolü vardı – *sezgicilik*. Bu ekolün meşalesini taşıyan kişi fanatik Hollandalı matematikçi Luitzen E. J. Brouwer'di (1881-1966). Brouwer'e göre, doğal sayılar insanın zamandan ve soyut deneyimlerden elde ettiği sezgisel bir çıkarımdı. Brouwer, matematiğin insan düşüncesinin bir sonucu olduğundan kesinlikle emindi. O yüzden Russell'ın öngördüğü türden evrensel mantık yasalarına gerek görmüyordu. Hatta daha da ileri giden Brouwer'e göre, anlamlı yegâne matematiksel varlıklar, sınırlı sayıda adımla doğal sayıların üzerine inşa edilebilecek olanlardı. Yani Brouwer, matematiğin anlamlı ya da bariz ispata sahip olmayan tüm branşlarını reddediyordu. Brouwer'ın reddettiği bir diğer mantık kavramı da üçüncü durumun imkânsızlığı ilkesiydi. Bu ilkeye göre bir önerme ya doğru olabilirdi, ya da yanlış – üçüncü bir seçenek yoktu. Fakat Brouwer bu ilkeye takılı kalmak yerine, önermelerin “kararsız” olduğu üçüncü bir orta yol öneriyordu. Sezgiciliğin bu ve bunun gibi diğer birkaç sınırlayıcı özelliği, bu ekolü bir parça marjinalleştirmişti. Buna rağmen sezgiciliğin sunduğu fikirler, bilişsel bilimcilerin önünü açmış ve insanoğlunun matematik bilgisine nasıl ulaştığına dair bazı bulgular için temel oluşturmuştu (bu konuyu 9. Bölüm'de işleyeceğiz). Ayrıca, sezgicilik (Michael Dummett gibi) bazı günümüz matematik düşünürlerinin teorileri için de kaynak teşkil etmişti. Dilbilimsel bir yaklaşım benimseyen Dummett'e göre, matematiksel bir önermenin anlamı, hem *faýdasını* belirleyen, hem de *faýdasıyla* belirlenen şeydi.

Peki, matematikle mantık arasındaki bu yakın dostluk nasıl gelişti? Ve mantıkçı bir gidişat mümkün müydü? İşte son dört yüzyıldaki önemli gelişmelerin kısa bir özeti:

Mantık ve Matematik

Bilinen anlamıyla mantık, kavramlarla önermeler arasındaki ilişkiyle ilgilenir ve bu ilişkilerden geçerli sonuçlar çıkarmamızı sağlayan adımlara odaklanır. İşte size basit bir çıkarım örneği:

“Her X bir Y ’dir; bazı Z ’ler X ’tir; dolayısıyla bazı Z ’ler Y ’dir.” Bu genel mantık önermesinde amaç, sonuç önermesinin doğruluğunu otomatik olarak garanti altına almaktır. Çünkü öncül koşul cümleleri doğruysa, sonuç cümlesi de doğru olmalıdır. Örneğin, “Her biyografi yazarı bir yazardır; bazı politikacılar biyografi yazar; dolayısıyla bazı politikacılar yazardır,” önermesi doğru bir çıkarımdır. Fakat, “Her X bir Z ’dir; bazı Z ’ler Y ’dir; dolayısıyla bazı Z ’ler X ’tir,” diye formüle edebileceğimiz genel çıkarımlar bizi geçerli sonuçlara götürmez. Çünkü bu çıkarımda, koşul cümleleri doğru olsa bile, sonucun yanlış olabileceği örnekler bulunabilir. Örnek: “Her insan bir memelidir; bazı boynuzlu havyanlar memelidir; dolayısıyla bazı boynuzlu hayvanlar insandır.”

Bazı kurallara uyulduğu müddetçe, bir argümanın geçerliliği önermelerdeki öznelerle bağlı olmaktan kurtulur. Örneğin:

Milyonerin katili ya uşağıydı ya da kızıydı...

Katil kızı değildi...

Dolayısıyla uşaktı.

Bu geçerli bir çıkarımdır. Ve argümanın doğruluğunu, uşak ya da milyonerle kızı hakkındaki fikrimiz belirlemez. Burada çıkarımın doğruluğunu garantileyen şey, “Eğer p ya da q ’dan biriye se ve q değilse, o zaman p ’dir,” önermesindeki genel argümanların bizi mantıklı bir sonuca götürmesidir.

İlk iki örnekte fark etmiş olmalısınız, X , Y ve Z matematik denklemlerindeki değişkenlere çok benzer – nasıl ki cebirde bu değişkenlerin yerine sayısal değerler koyuyorsak, mantıkta da cümleler koyarız. “Eğer p ya da q ’dan biriye se ve q değilse, o zaman p ’dir,” çıkarımının ifade ettiği gerçek, aslında bize Öklid geometrisindeki aksiyomlardan kalan bir yadigârdır. Yine de matematikçilerin bu benzerliği fark edip üzerinde ciddi ciddi çalışmaya başlaması için nerdeyse iki bin yıl geçmesi gerekmiştir.

Mantık ve matematiği birleştirip tek bir “evrensel matematik” çatısı altında toplamaya teşebbüs eden ilk kişi, Alman matematikçi ve rasyonalist düşünür Gottfried Wilhelm Leibniz’di (1646-1716). Okulda hukuk eğitimi almış olsa da, Leibniz boş zamanlarını daha çok matematik, fizik ve felsefeyle uğraşarak geçirmiş ve bu alanlarda eserler vermişti. En çok da kalkülüsün

temellerini Newton'la eşzamanlı, fakat ondan bağımsız olarak formüle ettiği çalışmasıyla bilinir (elbette Newton'la giriştiği “Önce kim buldu?” tartışması da bir o kadar ünlüdür). Daha on altı yaşındayken yazdığı bir denemede, Leibniz temel düşünme aracı olarak gördüğü evrensel bir mantık dili, yani *characteristica universalis* tasavvur etmişti. Amacı basit kavram ve fikirleri sembollerle, daha karmaşık olanlarını ise bu basit sembollerin uygun kombinasyonlarıyla ifade etmektir. Leibniz, tüm bilimsel disiplinlerde, sadece cebir işlemleri kullanarak her ifadenin doğruluğunu hesaplayabileceğini düşünmüştü. Mantıksal açıdan uygun bir kalkülüs kullanılarak felsefedeki tüm tartışmaların hesap yöntemiyle çözümlenebileceğini söylüyordu. Fakat ne yazık ki, Leibniz mantık cebirini geliştirmekte çok fazla yol kat edemedi. “Düşünmenin alfabesi” olarak nitelediği genel prensibe ek olarak mantık alanındaki en önemli iki katkısı şunlardı: Birincisi, Leibniz iki şeyin ne zaman birbirine eşit olarak görülebileceği konusunda açık ve net bir tanım geliştirmişti. İkincisi ise, hiçbir ifadenin aynı anda hem doğru hem yanlış olamayacağını söylemişti. Gerçi bu ikincisi zaten bir parça barizdi. Fakat sonuçta Leibniz'in bu fikirleri her ne kadar bir kıvılcım çakmış olsa da, o dönemde neredeyse fark edilmeden gelip geçmişti.

Mantığın rağbet gören bir disipline dönüşmesi ise ancak on dokuzuncu yüzyıl ortasında olacaktı ve bu ilgi artışı meyvesini verecekti: Önce Augustus De Morgan (1806-1871), daha sonra George Boole (1815-1864), Gottlob Frege (1848-1925) ve Giuseppe Peano (1858-1932) gibi isimler önemli çalışmalara imza atacaktı.

De Morgan, matematik, matematik tarihi ve felsefe gibi çeşitli konularda binlerce makale ve kitap yazmış olan inanılmaz derecede üretken bir yazardı. Hatta sıra dışı eserlerinin içinde binlerce yıllık ay döngüsünü kapsayan bir dolunay almanağı ile matematiğin tuhaflıklarını konu alan bir “eksantrik matematik” özeti vardı. Bir keresinde yaşı sorulduğunda, De Morgan, “ x^2 senesinde x yaşındayım,” diye cevap vermişti: Ve karesi alındığında, De Morgan'ın doğum ve ölüm tarihleri arasına denk düşen tek sayı 43'tü. Fakat De Morgan en orijinal çalışmalarını muhtemelen mantık alanında yapmıştı. Aristo'nun kıyas yönteminin kapsamını genişletmiş ve mantığa cebirsel bir yaklaşım getir-

mişti. De Morgan, mantığa bir cebirci gözüyle bakıyordu, cebire ise mantıkçı gözüyle. Makalelerinden birinde bu vizyoner bakış açısını şöyle tanımlamıştı: “En kullanışlı mantık formları için cebire bakmalıyız... Çünkü böyle bir şeyin varlığı bile bilinmezken, cebirciler durmaksızın bağlantılar üreten kıyas sisteminin en ileri seviyesindeydi.”

De Morgan’ın mantık alanındaki en önemli katkılarından biri, *yüklemnin nicelenmesi* olarak bilinen teorisiydi. Klasik dönem mantıkçılarının şaşırtıcı bir gafleti için biraz fazla havalı bir isim, öyle değil mi? Aristocular, “bazı Z’ler X’tir” ve “bazı Z’ler Y’dir” gibi ifadelerden yola çıkarak X’lerle Y’lerin ilişkisi hakkında mutlak sonuçlara ulaşamayacağını fark etmişti. Örneğin, “bazı insanlar ekmek yer” ve “bazı insanlar elma yer” ifadelerine bakarak elma yiyenlerle ekmek yiyenler arasında kesin bir bağlantı kuramayız. Ayrıca, on dokuzuncu yüzyıla kadar, X’ler ve Y’ler arasında mutlak bir bağlantı kurabilmek için, ortak koşulun (yani Z’nin) önermelerden birinde mutlak olması gerektiğine inanılıyordu. Yani “bütün Z’ler” için geçerli bir önerme mutlaka olmalıydı. Fakat De Morgan bunun gerekli olmadığını göstermişti. 1847’de yayımlanan *Formel Mantık* adlı kitabında, “çoğu Z, X’tir ve “çoğu Z, Y’dir” gibi önermelerden ister istemez “bazı X’ler Y’dir” sonucunun çıktığını söylemişti. Örneğin, “çoğu insan ekmek yer” ve “çoğu insan elma yer” önermelerinden kaçınılmaz olarak “bazı insanlar hem ekmek hem elma yer” sonucu çıkıyordu. De Morgan daha da ileri gidip yeni kıyas metodunu sayısal bir forma kavuşturmuştu. Diyelim ki, Z’lerin toplam sayısı z olsun; hem Z hem X olanların sayısı x olsun; hem Z hem Y olanların sayısı da y olsun. Yukarıdaki örnek için konuşursak, diyelim ki toplamda 100 kişi var ($Z = 100$). Ve bunun 57’si ekmek yiyor ($x = 57$); 69’u ise elma yiyor ($y = 69$). Bu durumda hem ekmek hem elma yiyenlerin sayısı en az $(x + y - z)$ olmalıdır. Yani $(57 + 69 - 100 = 26)$ en az 26 kişi hem ekmek hem elma yemektedir. İşte De Morgan böylelikle önermelere sayısal bir boyut kazandırmıştı.

Fakat önermeleri nicelemek için kullandığı bu zeki yöntem, De Morgan’ı kamuoyunun gözleri önünde cereyan eden nahış bir tartışmaya sürükleyecekti. İskoçyalı düşünür William Hamilton (1788-1856) –bu arada İrlandalı matematikçi William Rowan

Hamilton'la karıştırmayalım— De Morgan'ı fikirlerini çalmakla suçlamıştı. Çünkü Hamilton (De Morgan'ınki kadar doğru olmasa da), benzer birtakım fikirleri De Morgan'dan birkaç yıl önce yayımlamıştı. Gerçi matematiğe ve matematikçilere karşı takındığı genel tavır düşünülürse, aslında Hamilton'ın bu saldırısı hiç de sürpriz sayılmazdı. Hatta Hamilton bir keresinde şöyle demişti: "Çok fazla matematik çalışmak insan zihnini, felsefe ve yaşamın ihtiyaç duyduğu entelektüel enerjiden yoksun bırakıyor." Hamilton'ın De Morgan'a yönelttiği suçlamayı takip eden süreçte, ikilinin arasında uçuşan haşın mektuplar neyse ki istemeden de olsa iyi bir sonuca yol açmıştı: Cebirci George Boole'un mantığa ilgi duymasına sebep olmuştu! Boole daha sonraları *Mantığın Matematiksel Analizi* adlı eserinde, bu durumu şöyle anlatacaktı:

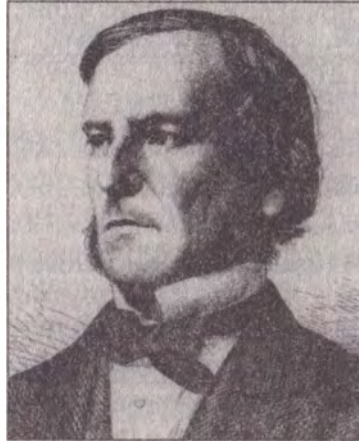
Bu yılın bahar aylarında Sör W. Hamilton ile Profesör De Morgan arasındaki tartışma dikkatimi çekmişti. Bundan aldığım ilhamla çoktan unutulmaya yüz tutmuş eski araştırmalara yeniden yöneldim. Bana göre, mantık nicelik bağlamında ele alınabilecek olmasına rağmen, çok daha başka, daha derin bir ilişki sistemine sahipti. *Dışarıdan* sayılar vasıtasıyla zaman ve uzam kavramlarıyla bağdaştırılması ne kadar mümkünse, *içeriden* zihnimizdeki başka bir düzenin gerçeklerine dayandırılması da o kadar mümkündü.

Bu mütevazı sözler sembolik mantıkta çığır açacak bir çalışmanın başlangıcıydı.

Düşüncenin Kanunları

George Boole (Resim 47), 2 Kasım 1815'te İngiltere'nin sanayi kasabası Lincoln'de doğdu. Babası John Boole, Lincoln'de kunduracıydı. Fakat matematiğe ilgi duyuyordu ve çeşitli optik aletler yapmakta da oldukça yetenekliydi. Boole'un annesi Mary Ann Joyce ise, bir hanımın hizmetinde çalışıyordu. Babasının ayakka-bıcılık işinde pek gönlü olmadığı için olsa gerek, ailenin maddi durumu pek parlak sayılmazdı. Yedi yaşına kadar ticaret okuluna giden George, daha sonra ilkokula devam etti ve burada

John Walter Reeves adındaki bir öğretmenden dersler aldı. Çocukluğunda Boole, en çok Latince ve Yunancaya ilgi duyuyordu. Bir kitap satıcısından Latince dersleri almış, Yunancayı ise kendi kendine çalışarak öğrenmişti. Ve on dört yaşındayken, MÖ birinci yüzyılda yaşamış olan Yunanlı şair Meleagros'un bir şiirini tercüme etmişti. Hatta George'un bu başarısıyla gurur duyan babası bu çeviriyi *Lincoln Herald*'da yayımlayınca, yerel bir okul müdürünün hayret dolu bir makale yazmasına yol açmıştı. Ve bu başarı evdeki yoksullukla da birleşince, George Boole on altı yaşında asistan öğretmen olarak çalışmaya başladı. Boole, sonraki yıllarında boş vakitlerini Fransızca, İtalyanca ve Almanca öğrenmeye adanmıştı. Bu modern dilleri bilmek Boole'un Sylvestre Lacroix, Laplace, Lagrange ve Jacobi gibi matematikçilerin önemli eserlerine ilgi duymasına yol açmıştı. Fakat hâlâ düzenli bir matematik dersi alabilme imkânından yoksundu ve kendi kendine çalışmaya devam ediyordu. Bu arada bir yandan da öğretmenlik işinden kazandığı parayla ailesine ve kardeşlerine destek oluyordu. Fakat bütün imkânsızlıklara rağmen, bu dâhinin matematiksel yetenekleri ortaya çıkmak üzereydi ve Boole'un makaleleri, *Cambridge Matematik Dergisi*'nde yayımlanmaya başlamıştı.



Resim 47

1842'de Boole, yorum yapması için matematik tezlerini gönderdiği De Morgan'la düzenli olarak yazışmaya başladı. De Mor-

gan gibi güçlü bir referansın desteği ve orijinal fikirlere sahip yetenekli bir matematikçi olarak giderek artan itibarı sayesinde, Boole 1849'da İrlanda'nın Cork şehrindeki Queen's College'dan matematik profesörü olması için teklif aldı. Ve hayatının geri kalanını burada öğretmenlik yaparak geçirdi. Boole, 1855'te kendisinden on beş yaş küçük olan Mary Everest ile (Everest Dağı'na ismini veren kadastrocu George Everest'in yeğeniyle) evlendi ve çiftin beş kız çocuğu oldu. Boole, vakitsiz bir ölümle kırk dokuz yaşında hayata veda etti. 1864'te soğuk bir kış günü okula giderken sıırsıklam olan Boole, ıslak giysilerine rağmen derslerine girmekte ısrar etmişti. Eve döndüğünde ise, yatağına kovalarca su döken karısı muhtemelen durumunun daha da kötüye gitmesine sebep olmuştu. Çünkü o günlerde, bir hastalığın tedavisinin sebebini taklit etmesi gerektiğini söyleyen batıl bir inanış vardı. Ve Boole böylece zatürreeye yakalanıp 8 Aralık 1864'te hayata gözlerini yumdu. Yirminci yüzyılın en büyük filozofu olarak kabul edilen Bertrand Russell, hiçbir eğitim almadan kendi kendini yetiştirmiş olan bu süper dehaya olan hayranlığını şöyle dile getirmişti: "Kuramsal matematiğı keşfeden kişı Boole'du ve bunu *Düşüncenin Kanunları* (1854) adını verdiği eseriyle yapmıştı... Yazdığı kitap aslında formel mantık hakkındaydı. Ki bu zaten matematikle aynı şeydir." İşin enteresan yanı, hem Mary Boole (1832-1916) hem de Boole kızlarının her biri, eğitimden kimyaya kadar birçok alanda o dönem için sıra dışı sayılacak başarılarla imza atmış ve kayda değer bir şöhet elde etmişti.

Boole, *Mantığın Matematiksel Analizi* adlı kitabını 1847'de, *Düşüncenin Kanunları'nı* ise 1854'te yayımlamıştı (bu kitabın tam başlığı şöyleydi: *Mantık ve Olasılığın Matematiksel Teorileri İçin Dayanak Oluşturan Düşünce Kanunları Üzerine Bir Araştırma*). Bu iki kitap da orijinal birer başyapıttı – ve mantıkla aritmetik işlemleri arasındaki paralelliğe boyut atlatan ilk çalışmalardı. Boole, mantığı tek kelimeyle bir cebir türüne dönüştürmüştü (ki zaten *Boole cebiri* olarak bilinmektedir). Ve mantıksal analizin kapsamını genişleterek olasılıkçı mantık yürütmeyi bile kapsayacak hale getirmişti. Şöyle demişti Boole:

Bu çalışmanın [*Düşüncenin Kanunları'nın*] amacı, zihnin mantık yürütme sürecini belirleyen temel kanunları araştırmak; bunları kalkülüsün sembolik diliyle ifade etmek ve mantık bilimini bu temel üzerine inşa edip yöntemlerini geliştirmek; bu yöntemleri, olasılık doktrininin matematiksel uygulamasını kapsayacak şekilde genişletmek ve son olarak, bu araştırma sürecinde elde edilen bilgilerden yola çıkarak insan zekâsının doğası ve yapısı hakkında bazı çıkarımlarda bulunmaktır.

Boole'un kalkülüsü iki şekilde yorumlanabilirdi: *kümeler* (yani cisim ya da öğelerden oluşan gruplar) arası bağlantılar ya da önermeler mantığı dahilindeki bağlantılar. Örneğin, eğer x ve y birer kümeysse, o zaman $x = y$ gibi bir bağlantı, bu iki kümenin birbirine aynı üyelere sahip olduğu anlamına gelirdi – hem de farklı tanımlara sahip olsalar bile. Bir örnek vermek gerekirse, eğer bir okuldaki çocukların hepsi 2,10'dan kısaysa ve $x =$ “okuldaki tüm çocuklar” ve $y =$ “okuldaki 2,10'dan kısa tüm çocuklar” ise, bu iki küme birbirinin aynısıdır. Eğer x ve y , kümeleri değil de, önermeleri temsil ediyor olsaydı, o zaman $x = y$, iki önermenin birbirine eşdeğer olduğu anlamına gelecekti (yani biri doğruysa diğeri de doğru, biri yanlışsa diğeri de yanlış olacaktı). Örneğin $x =$ “John Barrymore, Ethel Barrymore'un ağabeyiydi” ve $y =$ “Ethel Barrymore, John Barrymore'un kız kardeşiymi” şeklindeki iki önerme birbiriyle aynıdır. Boole cebirinde, “ $x \cdot y$ ” sembolü hem kümeler için, hem önermeler için kullanılabilirdi. Kümeler arasındaki bağlantıları ifade ederken, x ve y olarak tanımlanan iki kümenin ortak elemanlarını (yani hem x 'e hem y 'ye ait olanları ifade ediyordu. Önermeler arasındaki bağlantıları ifade ederken ise, tıpkı “ve” bağlacı gibi işlev görüyordu. Yani x ve y önermelerinin *bileşimini* (“ x ve y ”) ifade ediyordu. Örneğin, eğer x kümesi, köydeki bütün aptalları ve y kümesi siyah tüylü her şeyi içerseydi, bu durumda $x \cdot y$ köydeki siyah tüylü bütün aptalları ifade edecekti. Söz konusu kümeler değil de, önermeler olsaydı, bu durumda “ $x \cdot y$ ” (x ve y) ifadesi, he iki önerme için de geçerli olmak zorundaydı. Örneğin, Motorlu Taşıtlar Kanunu “bir görüş ve sürüş testinden geçmeli-

sin" diyorsa, bu her iki koşulun da karşılanması gerektiği anlamına gelirdi. Ortak üyesi olmayan iki küme varsa, Boole " $x + y$ " sembolünü kullanıyordu. Bu sembol hem x 'in hem de y 'nin üyelerinin toplamından oluşan bir kümeyi ifade ediyordu. Kümeler değil de, önermelerin penceresinden baktığımızda ise, " $x + y$ " sembolü "ya x 'i ya da y 'yi" ifade ediyordu, ama her ikisini birden kapsamıyordu. Örneğin, eğer x önermesi "mandallar karedir" ve y önermesi "mandallar yuvarlaktır" diyorsa, bu durumda $x + y$ "mandallar ya karedir ya da yuvarlaktır" anlamına gelirdi. Benzer şekilde " $x - y$ " sembolü de, kümeler için ele alırsak, x 'e ait olup y 'ye ait olmayan elemanların kümesini ifade ediyordu; önermeler için ele alırsak, " x , ama y değil" anlamını taşıyordu. Boole, dolu kümeyi (yani olası tüm elemanları içeren kümeyi) 1 ile göstermişti. Boş ya da hiç elemanı olmayan kümeyi ise 0 ile ifade etmişti. Bu arada boş kümenin 0 sayısı ile aynı şey olmadığını hatırlatalım – çünkü 0 sadece boş kümedeki üye sayısıdır. Aynı şekilde, boş küme hiçlik anlamına da gelmez, çünkü içinde hiçbir şey olmasa da, o hâlâ bir kümedir. Örneğin, Arnavutluk'taki tüm gazetelerin dili Arnavutçaysa, o zaman Arnavutluk'ta Arnavutça çıkan gazetelerin kümesi Boole'un sembolüyle 1 olarak gösterilirdi. Arnavutluk'taki İspanyolca gazetelerin kümesi ise 0 ile gösterilirdi. Önermelerde ise 1 ve 0'ın anlamı şöyleydi: 1 standart doğruyu temsil ediyordu (örneğin, "insanlar ölümlüdür"). 0 ise standart yanlış temsil ediyordu (örneğin, "insanlar ölümsüzdür").

İşte bütün bu şablonu kullanan Boole, mantığı cebirsel olarak tanımlayan birtakım aksiyomlar formüle etmişti. Örneğin, yukarıdaki tanımları kullanırsak, "Her şey ya x 'tir, ya da x değildir." şeklindeki doğruluğu bariz önerme, Boole'un cebirsel tanımıyla " $x + (1 - x) = 1$ olarak yazılabilir ve bu denklem normal cebirde de doğru sonuç verir. Benzer şekilde, herhangi bir kümeyle boş küme arasındaki ortak alan yine boş bir kümedir cümlesi $0 \cdot x = 0$ olarak yazılır. Ve bu, yanlış bir önermeyi hangi önermeyle birleştirirseniz birleştirin sonuç yanlış olacaktır anlamına gelir. Örneğin, "Şeker tatlıdır ve insanlar ölümsüzdür," bileşimi yanlış önermedir. Çünkü önermenin ilk bileşeni doğru olsa bile son bileşeni yanlış

tır ve bu da önermenin tamamını yanlış kılar. Boole cebirindeki bu “denklik” ilkesi, normal cebir denklemleri için de geçerlidir.

Boole, yönteminin gücünü ispatlamak için mantık sembollerini önemli gördüğü her şeyde kullanmıştı. Örneğin, filozof Samuel Clarke ile Baruch Spinoza’nın Tanrı’nın varlığı ve özelliklerine dair giriştikleri tartışmayı bile bu bakış açısıyla analiz etmişti. Fakat vardığı sonuç daha çok kötümserdi: “Sanırım Clarke ve Spinoza’nın argümanlarını okuyup da sonsuz bir varlığın ispatına ulaşmak için harcadıkları çabanın ne kadar beyhude olduğunu düşünmemek elde değil.” Boole vardığı sonuçtan her ne kadar emin görünse de, anlaşılan o ki, bu çabaların beyhudeliği konusunda herkes onunla hemfikir değildi! Ne de olsa, Tanrı’nın varlığını ispatlamaya çalışan ontolojik (yani yaratılışa dair) argümanlar, günümüzde bile güncellenmiş versiyonlarıyla ortaya çıkmakta.

Özetlemek gerekirse, Boole mantık bağlaçlarını matematiksel olarak terbiye eden adamdı. *Ve, ya da, eğer, öyleyse ve değilse* gibi bağlantılara yepyeni bir anlam kazandırmıştı. Ki bu sihirli kelimeler, bugün bilgisayar programcılığının ve birçok anahtar devresinin kalbidir. Hatta öyle ki, Boole birçokları tarafından dijital çağın peygamberlerinden biri olarak nitelenir. Yine de bu alandaki çalışmaların ilk örneği olmasından dolayı, Boole cebiri elbette kusursuz sayılmazdı. Öncelikle, Boole normal cebirinkine çok yakın semboller kullanarak anlaşılması zor ve muğlak bir anlatım tarzı kullanmıştı. İkincisi ise, Boole önermelerle (örn. “Aristo ölümsüzdür”) önermelerin fonksiyonları (örn. “ x ölümsüzdür”) arasındaki ayrımı birbirine karıştırmış ve cümleleri bile nicellemişti (örn. “tüm x ’ler için, x ölümsüzdür”). Frege ve Russell daha sonraları mantığın cebirden değil, cebirin mantıktan çıktığını iddia edecekti. Dolayısıyla, mantığı cebir üzerine inşa etmektense, cebiri mantık üzerine inşa etmek çok daha akıllıca görünüyordu.

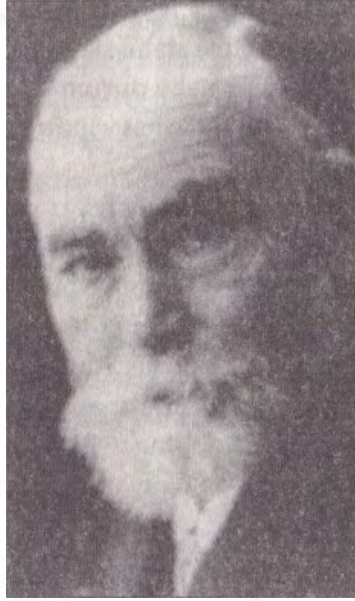
Fakat öte yandan Boole’un çalışmasının çok faydalı olabilecek bir yönü vardı. Ve bu da, mantıkla *küme* ya da *grup* kavramı arasında ne kadar yakın bir ilişki olduğunun fark edilmesi idi. Hatırlarsanız, Boole’un cebiri hem kümelere hem de mantık öner-

melerine uyarlanabiliyordu. Gerçekten de, eğer x kümesinin tüm elemanları aynı zamanda y kümesinin de elemanlarıysa (yani x , y 'nin alt kümesiye), bu durum “eğer bir şey x ise, aynı zamanda y 'dir” gibi *mantıksal bir çıkarımla* ifade edilebilirdi. Örneğin, atlar dört ayaklı hayvanlar grubuna dahil olduğu için –yani bu grubun bir alt kümesi olduğu için– bu durumu ifade ederken, “Eğer x bir atsa, o halde dört ayaklı bir hayvandır,” gibi mantıksal bir çıkarım yapmak mümkündü.

Boole'un mantık cebiri daha sonraları çeşitli araştırmacılar tarafından ele alınıp geliştirildi, ama kümelerle mantık arasındaki benzerliği bütünüyle ortaya koyan ve bu kavramı yepyeni bir boyuta taşıyan kişi Gottlob Frege oldu (Resim 48).

Friedrich Ludwig Gottlob Frege, Almanya'nın Wismar kentinde doğmuştu. Hem annesi hem babası buradaki kız lisesinde farklı zamanlarda müdürlük yapmıştı. Jena Üniversitesi'nde matematik, fizik, kimya ve felsefe okuyan Frege, daha sonra iki yıl da Göttingen Üniversitesi'nde okudu. Eğitimini tamamladıktan sonra, 1874'te Jena'da ders vermeye başlayan Frege, profesyonel kariyerinin tamamı boyunca matematik öğretmeye devam etti. Ders programı çok yüklü olmasına rağmen, Frege mantıkta devrim yaratan ilk eserini 1879'da yayımlamayı başardı. Eser, *Kavram-Yazısı; Aritmetiği Model Alan Formel Bir Salt-Düşünce Dili* başlığını taşıyordu (genel olarak *Begriffsschrift* adıyla bilinir). Bu eserde Frege, orijinal bir mantık dili geliştirmiş ve daha sonra iki ciltlik *Grundgesetze der Arithmetik (Aritmetiğin Temelleri)* adlı başyapıtında, bu dili daha da geniş ve kapsamlı bir hale getirmişti. Frege'nin mantık tasarımı hem çok detaylıydı, hem de fazlasıyla iddialı. Esas olarak aritmetiğe odaklansa da, doğal sayılar (1, 2, 3...) gibi çok iyi bilinen kavramların bile mantıksal ifadeye indirgenebileceğini göstermek istemişti. Kısacası Frege, aritmetikteki tüm doğruların mantıktaki birkaç önermeyle ispatlanabileceğine inanıyordu. Başka bir deyişle, Frege'ye göre $1 + 1 = 2$ gibi ifadeler bile gözleme ya da deneye dayalı *ampirik* gerçekler değildi; aksine, bir grup mantıksal önermeyle ulaşılabilecek çıkarımlardı. Frege'nin 1879 tarihli *Kavram-Yazısı* öylesine etkili olmuştu ki, ça-

ğımızın mantıkçılarından Willard Van Orman Quine (1908-2000) bir keresinde şöyle yazmıştı: "Mantık eski bir konudur, ama ancak 1879'dan sonra önem kazanmıştır."



Resim 48

Frege felsefesinin temelinde yatan fikir, gerçeğin insan hük-
münden bağımsız olmasıydı. *Aritmetiğin Temelleri* adlı eserinde
Frege şöyle yazmıştı: "Bir şeyin doğru olması, doğru kabul edil-
mesinden farklı bir şeydir. İster bir kişi, ister birçok kişi, ister her-
kes tarafından kabul edilsin, hiçbir zaman ötekine indirgenemez.
Herkesin yanlış kabul ettiği bir şey bile doğru olabilir ve bunda
hiçbir çelişki yoktur. Benim "mantık kuralları"ndan anladığım
şey, herkese göre değişebilen psikolojik kurallar değil, gerçeğin
kurallarıdır... onlar gerçeğin ebedi surlarıdır... düşüncelerin ba-
zen aşabileceği, ama asla yerinden edemeyeceği surlar!"

Frege'nin mantık aksiyomları genellikle "bütün için... eğer...
öyleyse..." şeklindedir. Örneğin, aksiyomlardan biri şöyle der:
"Bütün p 'ler için, eğer p 'nin olumsuzluğu olumsuzsa, o halde p
olumludur." Örneğin, eğer dur levhasında durmanızın gerekme-

diği doğru değilse, o halde durmanız gerekiyor demektir. Yani iki olumsuz birbirini götürür. Gerçek bir mantık "dili" geliştirmek isteyen Frege, aksiyomları yepyeni bir özelliklerle desteklemişti. Klasik mantığın geleneksel özne/yüklem tarzının yerine, matematikteki fonksiyonlar kuramından ödünç aldığı kavramları yerleştirmişti. Kısaca açıklayalım. Matematikte $f(x) = 3x + 1$ gibi bir ifade yazdığımızda, f 'nin x değişkeninin bir fonksiyonu olduğunu ve fonksiyonun değerini hesaplamak için, değişkenin değerini üçle çarpıp birle toplamamız gerektiğini anlarız. Frege, *tanımlar* dediği şeyi fonksiyonlarla ifade etmişti. Örneğin, diyelim ki konumuz "et yiyen" tanımı. Bu tanım sembolik olarak " $F(x)$ " simgesiyle, yani bir fonksiyonla gösterilecektir. Ve fonksiyonun değeri, eğer x = aslan ise doğru ve eğer x = geyik ise yanlış olacaktır. Benzer şekilde, söz konusu sayılar olduğunda, diyelim ki "7'den küçük olan" tanımı (yani fonksiyonu), yedi ve yediden büyük her sayıyı "yanlış", yediden küçük her sayıyı "doğru" kılacaktır. İşte Frege, "doğruluğu" belli bir kavram ya da tanımdan kaynaklanan cisimleri, o tanımın "altına giren" cisimler olarak tanımlamıştı.

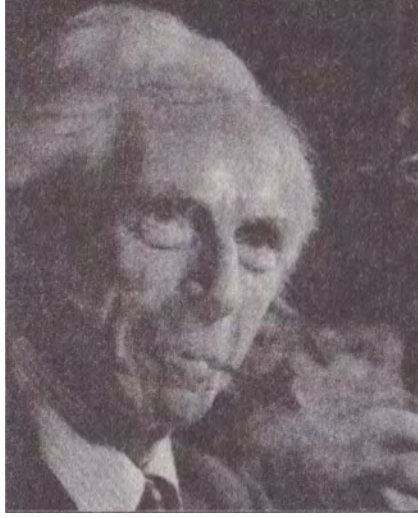
Daha önce belirttiğim gibi Frege, doğal sayılarla ilgili her önermeye sadece mantık tanımları ve kurallarıyla ulaşabileceğine inanıyordu. Ve dolayısıyla da, doğal sayılarla ilgili açıklamalarına başlarken, "sayı" kavramına dair hiçbir ön bilgiye ihtiyaç duymamıştı. Örneğin, Frege'nin mantık dilinde eğer bir tanım "altına giren" cisimlerle bir başka tanım "altına giren" cisimler bire bir denkleşiyorsa, o zaman bu iki tanım *eş-sayılıydı* (yani her iki tanım da aynı sayıda öğeye sahipti). Örneğin, çöp kutuları çöp kapakları ile eş-sayılıdır (tabii her çöp kutusunun kapağı varsa). Ve bu tanım hiçbir sayısal ifade gerektirmez. Frege, daha sonra 0 sayısı için son derece yaratıcı, mantıksal bir tanım geliştirmişti. Diyelim ki, "kendisine özdeş olmayan" diye ifade ettiğimiz bir F tanımı var. Her şey kendisiyle özdeş olmak zorunda olduğundan, F tanımı altına giren hiçbir şey yoktur. Başka bir deyişle, her x için, $F(x) =$ yanlıştır. Frege bildiğimiz sıfır sayısını " F tanımının sayısı" olarak tasvir etmişti. Bütün doğal sayıları ise *uzantılar* olarak betimlemişti. Bir tanımın uzantısı, o tanımın altına giren tüm

şeylerdi. Bu açıklamayı özümsemek mantıkçı olmayan biri için kolay sayılmasa da, aslında oldukça basittir. Örneğin, “kadın” tanımının uzantısı tüm kadınlardır. “Kadın”ın uzantısı başlı başına bir kadın değildir.

Bu soyut mantıksal tanımlamanın, örneğin 4 sayısını açıklamaya nasıl yardımcı olduğunu merak edebilirsiniz. Frege’ye göre 4 sayısı da bir uzantıydı (yani gruptu) ve tanımı altında dört öğe bulunduran şeyleri içeriyordu. Örneğin, “Snoopy adındaki köpeğin bacak sayısı” bu gruba (yani 4 sayısının tanımı altına) giriyordu – tıpkı “Gottlob Frege’nin büyükanne ve büyükbabalarının sayısı” gibi.

Frege’nin şablonu son derece etkileyiciydi, fakat onun da ciddi birtakım kusurları vardı. Evet, aritmetiği inşa etmek için düşüncenin “olmazsa olmazı” olan kavramları ve tanımları kullanmak gerçekten de dâhiyane bir fikirdi. Fakat Frege bu bilimsel formatta bulunan bazı hayati tutarsızlıkları fark edememişti. Özellikle de *Temel Kural V*– olarak bilinen aksiyomlarından biri, tamamen tutarsız ve dolayısıyla da yanlıştı.

Bu kurala göre, bir F tanımının uzantısının bir G tanımının uzantısıyla bire bir aynı olması için, F ve G tanımları altına giren öğeler mutlaka ve mutlaka aynı olmalıydı. Kural gayet açık ve masum görünüyordu. Fakat bombası çok geçmeden patlayacaktı. 16 Haziran 1902’de, Frege’ye mektup yazan Bertrand Russell (Resim 49), 5 no’lu Temel Kural’ın tutarsız olduğunu ispatlayan bir paradoks ortaya koymuştu. Kader bu ya, Russell’in mektubu tam da *Aritmetiğin Temelleri* adlı kitabının ikinci cildi yayımlanmak üzereyken gelmişti. Şok olan Frege, yayımlanmak üzere olan metne alelacele şu samimi itirafı ekledi: “Herhalde bir bilim insanının başına gelebilecek en kötü şey, tam çalışması bitmişken teorisinin temellerinden çatladığını görmektir. Kitabım tam matbaaya girmek üzereyken Bay Russell’dan aldığım mektup işte beni aynen bu duruma düşürmüştür.” Frege, Russell’ın kendisine ise şu nazik sözleri yazmıştı: “Keşfettiğiniz tutarsızlık beni hayrete, hatta dehşete düşürdü. Çünkü üzerine aritmetiği inşa etmeye niyetlendiğim temel yerle bir oldu.”



Resim 49

Tek bir paradoks, matematiğin temellerini oluşturmayı hedefleyen koskoca bir tasarım üzerinde nasıl bu kadar yıkıcı olabilmişti? Bu ilkin şaşırtıcı görünebilir, ama Harvard Üniversitesi'nden mantıkçı W. V. O Quine'in de bir keresinde dediği gibi: "Paradokslar tarihte pek çok kez düşüncenin temellerini sil baştan inşa etmek için vesile olmuşlardır." Russell'ın paradoksu da işte aynen böyle bir fırsat yaratmıştı.

Russell'ın Paradoksu

Kümeler kuramını neredeyse tek başına oluşturan kişi Alman matematikçi Georg Cantor'du. Kümeler ya da gruplar çok geçmeden o kadar büyük önem kazanmış ve mantıkla öylesine içli dışlı bir hale gelmişti ki, matematiği mantık temeline oturtmaya yönelik her teşebbüs aslında onu kümeler kuramının aksiyomları üzerine oturtmak anlamına geliyordu.

Bir küme, basitçe ifade etmek gerekirse, bir cisimler ya da ögeler topluluğudur. Bu ögeler birbiriyle alakalı olmak zorunda değildir. Örneğin bir küme, her ne kadar alakasız gibi görünse de şunların hepsini birden içerebilir: 2003'te yayımlanan dizi filmler,

Napoléon'un beyaz atı ve gerçek aşk kavramı. Belli bir kümeye ait olan unsurlara ise, o kümenin *elemanları* denir.

Çoğu kez bir şey hem kümenin kendisi, hem de kümenin elemanı olamaz. Örneğin, kar taneleri kümesi, bir kar tanesi değildir. O kümenin ismidir. Antika saatler kümesi antika bir saat değildir vb. Fakat bazı kümeler, aynı zamanda o kümenin elemanı da olabilir. Örneğin, "antika saat olmayan her şey" kümesi, aynı zamanda kümenin elemanıdır. Çünkü bu küme, kesinlikle bir antika saat değildir. Bu durumda küme kendini de içermektedir. Yine benzer şekilde, tüm kümeleri içeren küme, bu kümenin aynı zamanda bir elemanıdır. Çünkü sonuçta o da bir kümedir. Peki ya "kendini içermeyen kümeler" kümesi? Bu kümenin adı R olsun. R , kendini (yani R 'yi) içerir mi, içermez mi? Elbette R , R 'yi içeremez, çünkü içerirse, kümeyi tanımlayan ifadeye ters düşer. Ama eğer R , R 'yi içermiyorsa, o zaman tanım gereği zaten R 'nin elemanı olması gerekmez mi? Tıpkı şu köy berberinin hikâyesinde olduğu gibi, R kümesi R 'nin hem elemanıdır, hem de değildir. Ve bu durum mantıksal bir çelişkidir. Bir paradokstur. İşte Russell'ın Frege'ye gönderdiği paradoks buydu. Ve bu tutarsızlık, kümeleri belirleyen tüm süreci temelden sarstığı için, Frege'nin şablonuna ölümcül bir darbe indirmişti. Frege, aksiyom sistemindeki bu açığı gidermek için çaresizce çabaladıysa da, başarısız oldu. Sonuç faciaydı, formel mantık, matematikten daha sağlam olmak şöyle dursun, ezici çelişkiler karşısında matematikten bile daha kırılgan çıkmıştı.

Kendi mantık sistemini geliştirmeye çalışan Frege ile yaklaşık aynı dönemde, mantıkçı Giuseppe Peano daha farklı bir yöntem deniyordu. Peano, aritmetiği aksiyomlardan oluşan bir temele oturtmak istiyordu. Ve işe kısa ve öz, basit bir dizi aksiyom formüle ederek başlamıştı. Örneğin ilk üç aksiyom şöyleydi:

1. Sıfır bir sayıdır.
2. Bir sayının ardışı yine bir sayıdır.
3. Her sayının ardışı farklıdır.

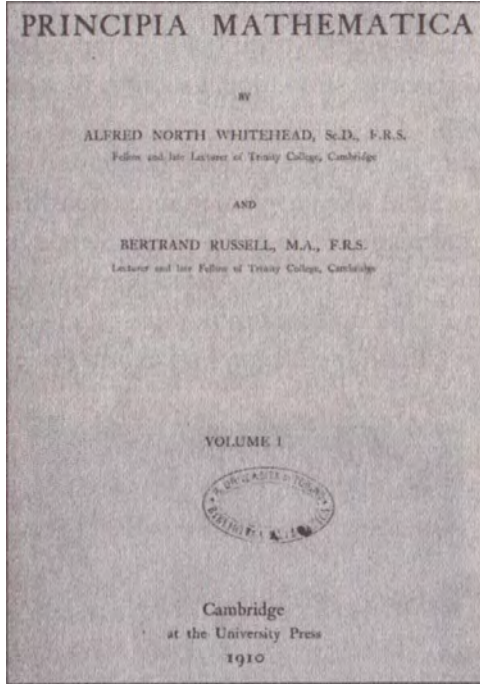
Peano'nun aksiyom sistemiyle gerçekten de aritmetiğin bilinen kurallarına ulaşılabilirdi (tabii ek tanımların da geliştirilmesiyle). Fakat sorun şu ki, doğal sayıları bire bir tanımlayan hiçbir yanı yoktu.

Sonraki adım ise Bertrand Russell tarafından atılacaktı. Russell, Frege'nin orijinal fikrine –yani mantıktan aritmetiğe ulaşma fikrine– sadık kalmıştı. Bunun her şeye rağmen doğru bir yöntem olduğuna inanıyordu. Ve Russell, Alfred North Whitehead'le (Resim 50) birlikte, inanılmaz bir mantık şaheserine – dönüm noktası sayılabilecek üç ciltlik bir çalışmaya imza attı: *Principia Mathematica* (Matematiğin İlkeleri).



Resim 50

Aristo'nun *Organon* adlı eserini saymazsak, *Principia Mathematica* mantık tarihindeki en etkili çalışmaydı (Resim 51'de ilk baskısının kapak sayfası görülüyor).



Resim 51

Principia'da Russell ve Whitehead, matematiğin esasen mantık kurallarının bir uzantısı olduğunu ve aralarında belirgin bir sınır çizgisi bulunmadığını söylüyordu. Yine de kendi içinde tutarlı bir tanımlama için, tüm çelişkileri ya da paradoksları bir şekilde kontrol altına almak şarttı (ne de olsa, Russell'ın paradokslarına ek olarak başka paradokslar da bulunmuştu). Fakat bu epey bir mantık cambazlığı gerektiriyordu.

Russell'a göre paradoksların orataya çıkma sebebi sadece bir kısırdöngüydü. Bu kısırdöngüde, biz varlıkları küme olarak tanımlarken, tanımın kendisi de kümeye dahil oluyordu. Russell bu durumu şöyle anlatmıştı: "Eğer ben 'Napoléon büyük bir generalde olması gereken tüm özelliklere sahipti,' dersem, bu 'özellikleri' başlığı kapsamayacak şekilde tanımlamam gerekir. Yani, büyük bir generalde olması gereken tüm özelliklere sahip olmanın kendisi, kastedilen anlamda bir özellik olmamalıdır."

Paradoksu önlemek için Russell bir *tipler kuramı* önermişti. Bu kuram kümeleri derecelendiriyordu. Yani bu teoriye göre, bir grup (ya da küme) elemanlarından daha yüksek seviyedeki bir mantık kategorisine aitti. Örneğin, Dallas Cowboys futbol takımının tüm oyuncuları bireysel olarak 0 kategorisine aitse, Dallas Cowboys futbol takımının kendisi grup olarak kategori 1'e giriyordu. Takımlardan oluşan Ulusal Futbol Ligi kategori 2 olarak tanımlanıyordu. Eğer birden fazla lig varsa, bu ligleri çatısı altında toplayan federasyon da kategori 3'e ait oluyordu. Böyle bir hiyerarşi sisteminde, "kendini içeren küme" kavramı da anlamını yitiriyordu. Ve sonuç olarak, bu sistemde Russell'ın paradoksu gibi paradokslara asla rastlanmıyordu.

Principia'nın mantık alanında devasa bir başarı olduğundan hiç şüphe yoktu, ama matematik için uzun zamandır aranan şu kayıp temeli teşkil ettiği söylenemezdi. Russell'ın tipler kuramı birçokları için paradoks sorununa getirilmiş yapay bir çözümdü – ve ayrıca rahatsız edecek derecede dallanıp budaklanan bir sisteme sahipti. Örneğin, rasyonel sayılar (örn. basit kesirler) doğal sayılardan daha yüksek bir kategoriye sahip gibi görünüyordu. Russell ve Whitehead bu tür karışıklıkları engellemek için ek bir aksiyom geliştirmişti. Fakat indirgenebilirlik olarak bilinen bu aksiyom başlı başına bir sorun olmuş, epey bir tartışma ve güvensizlik yaratmıştı.

Neyse ki bir süre sonra, matematikçi Ernst Zermelo ve Abraham Fraenkel, paradoksları ortadan kaldırmanın daha incelikli yöntemleriyle ortaya çıkıverdi. Aslında onlar bir bakıma kendisiyle çelişmeyen bir küme kuramı geliştirmeyi başarmıştı. Ve bu da görünüşte, Platoncuların hayallerinin kısmen de olsa gerçekleşmesi demekti. Eğer küme teorisiyle mantık gerçekten aynı madalyonun iki yüzüyse, bu durumda sağlam temellere dayanan bir küme kuramı aynı zamanda sağlam temelleri olan bir mantık anlamına gelirdi. Ayıca eğer matematiğin büyük bir kısmı gerçekten de mantığın uzantısıysa, bu durum matematiğe nesnel bir güvenilirlik kazandırır. Ve matematiğe duyulan bu güvenden faydalanarak belki matematiğin akıl almaz etkinliği bile açık-

lanabilirdi. Fakat ne yazık ki Platoncuların sevinci fazla uzun sürmeyecekti. Çünkü, “Biz bu filmi daha önce de görmüştük!” dedirten türden bir dejavu treninin altında kalmak üzereydiler.

Öklid-Dışı Kriz – Sil Baştan?

1908’de Alman matematikçi Ernst Zermelo (1871-1953). Öklid’in MÖ 300’lerde açtığı yoldan ilerleyip onunkine çok benzer bir yöntem geliştirdi. Öklid, nokta ve doğrularla ilgili ispatlanmamış, ama doğruluğu kendiliğinden bariz birkaç önerme geliştirmiş ve geometriyi bu önermelerin üzerine inşa etmişti. 1900 başlarında Russell’in bulduğu paradoksu ondan habersiz olarak bulan Zermelo, küme kuramını aksiyomlardan oluşan bir temel üzerine oturtmanın bir başka yolunu önermişti. Bu teori, “bütün kümelerin kümesi” gibi çelişkili fikirleri elimine eden tizlikle seçilmiş temel ilkeler sayesinde Russell’in paradoksunu bertaraf ediyordu. Zermelo’nun teorisi 1922’de İsraili matematikçi Abraham Fraenkel (1891-1965) tarafından daha da geliştirilmiş ve Zermelo-Fraenkel adıyla bilinen küme kuramı ortaya çıkmıştı (1925’te John von Neumann bu kuram üzerinde başka önemli değişiklikler de yapmıştı). Aslında bazı can sıkıcı şüpheler de olmasaydı, işler gayet yolunda gidiyordu. Gerçi kuramın tutarlılığı henüz ispatlanmamıştı, ama sonunda neredeyse kusursuz denebilecek bir sistem yakalanmıştı. Sorun olabilecek tek bir aksiyom vardı –*seçim aksiyomu*– ve tıpkı Öklid’in şu meşhur beşinci aksiyomu gibi matematikçilerin ciddi anlamda başını ağrıtmaya başlamıştı. Basitçe ifade etmek gerekirse, seçim aksiyomu şöyle diyordu: Eğer X , boş olmayan bir kümeler topluluğuysa, X ’teki her kümeden tek bir eleman seçilerek yeni bir Y kümesi oluşturulabilir. Eğer X kümesi sonsuz bir küme değilse, bu önermenin doğru olduğunu ispatlamak son derece kolaydı. Örneğin, diyelim ki elimizde 100 tane kutu var. Ve her birinin içinde en az bir misket var. Her kutudan bir misket seçersek, yüz misketi olan yeni bir Y kümesi oluşturabiliriz. Böyle bir durumda, özel bir aksiyoma gerek yoktur; seçim yapmanın mümkün olduğu gerçekten de ispatlanabilir. Seçimi nasıl yaptığımızı belirttiğimiz müddet-

çe, bu kural sonsuz kümeler için bile geçerlidir. Örneğin diyelim ki, boş olmayan doğal sayı kümelerinin oluşturduğu sonsuz bir kümemiz var. Bu kümenin elemanları diyelim ki şu kümelerden oluşuyor: $\{2, 6, 7\}$, $\{1, 0\}$, $\{346, 5, 11, 1257\}$, $\{381 \text{ ile } 10.457 \text{ arasındaki tüm doğal sayılar}\}$ vs... Her doğal sayı kümesinde, mutlaka bir "en küçük" sayı vardır. Dolayısıyla, yapacağımız seçimi buna göre tanımlayıp, "Her setteki en küçük elemanı seçeceğiz," diyebiliriz. Bu durumda yine seçim aksiyomuna ihtiyaç duymayız. Fakat *sonsuz* kümelerde, yapacağımız seçimi tanımlayamadığımız durumlarda sorun ortaya çıkar. Bu koşullar altında seçim süreci hiç bitmez ve X kümesindeki her elemanın bir üyesinden oluşan yeni kümenin varlığı şüpheli hale gelir.

Ortaya atıldığı andan itibaren, seçim aksiyomu matematikçiler arasında büyük bir tartışmaya yol açmıştı. Elle tutulur hiçbir örnek sunmadan bazı matematiksel unsurların (örneğin seçimlerin) var olduğunu dayatan bu aksiyom, özellikle de (felsefi açıdan *sezgicilik* ile akraba olan) *konstrüktivizm* adındaki düşünce ekolünü savunanların şimşeklerini üzerine çekmişti. Konstrüktivistler, var olan her şeyin varoluş aşamalarının da bilinmesi gerektiğini iddia ediyordu. Diğer matematikçiler de seçim aksiyomunu kullanmaktan kaçınmış ve sadece Zermelo-Fraenkel küme kuramındaki diğer aksiyomları kullanmıştı.

Seçim aksiyomunun doğurduğu sorunlar sebebiyle, matematikçiler acaba bu aksiyomu diğer aksiyomlar vasıtasıyla ispatlamak ya da çürütmek mümkün mü diye düşünmeye başlamıştı. Tarih tekerrürden ibaretti ve Öklid'in beşinci aksiyomunun başına gelenler, bu kez seçim aksiyomunun başına geliyordu. Neyse ki 1930'ların sonunda kısmi bir cevap bulunmuştu. Bütün zamanların en büyük ve etkili mantıkçılarından biri olarak kabul edilen Kurt Gödel (1906-1978), seçim aksiyomunun Zermelo-Fraenkel'in diğer aksiyomlarıyla tutarlı olduğunu ispatlamıştı. Ayrıca Gödel, küme kuramının babası Georg Cantor'a borçlu olduğumuz *süreklilik hipotezi* adıyla bilinen bir başka ünlü teoremin de bu aksiyomlarla tutarlılık gösterdiğini ispatlamıştı. Yani, standart küme kuramının diğer aksiyomlarını kullanarak bu iki hipotezi çürüt-

mek mümkün değildi. Ayrıca (bu kitabı yazdığım dönemde vefat eden) Amerikalı matematikçi Paul Cohen'in (1934-2007) 1963'te bulduğu başka kanıtlar, seçim aksiyomu ile süreklilik hipotezinin diğer aksiyomlardan bağımsız hareket ettiğini ispatlamıştı. Başka bir deyişle seçim aksiyomu, küme kuramının diğer aksiyomlarıyla ne çürütülebilir ne de ispatlanabilirdi. Aynı durum süreklilik hipotezi için de geçerliydi. Onu da aksiyomlarla çürütmek ya da ispatlamak mümkün değildi – hatta o aksiyomlardan biri seçim aksiyomu olsa bile.

Bu gelişmenin felsefi açıdan son derece çarpıcı sonuçları olmuştu. Tıpkı on dokuzuncu yüzyılda Öklid-dışı geometrilere olduğu gibi, kesin ve tek bir küme kuramı yerine, ortalıkta en az dört adet küme kuramı vardı! Sonsuz kümeler hakkında farklı varsayımlarda bulunarak birbiriyle hiç alakası olmayan küme teorilerine ulaşmak mümkündü. Örneğin, seçim aksiyomuyla süreklilik hipotezinin aynı kapıya çıktığını ve doğru olduğunu kabul etmek mümkün olduğu gibi, tam aksini kabul etmek de mümkündü. Dahası ikisinden birini kabul edip diğerini reddetmek de yine birbirinden farklı iki küme teorisiyle sonuçlanıyordu.

Kısacası, Öklid-dışı geometrilere hatırladığımız kriz, şimdi de kümeler kuramında patlak vermişti ve bu kez durum daha da kötüydü. Küme kuramını matematiğin potansiyel temeli olarak görmeye heveslenen Platoncular için ise vaziyet daha da berberdi. Sadece farklı bir grup aksiyom seçerek bir sürü küme teorisi formüle etmek mümkünse, bu durum matematiğin bir insan icadından başka hiçbir şey olmadığı fikrini desteklemiyor muydu? Formalistlerin zaferi bu kez kesin gibi görünüyordu.

Eksik Gerçek

Frege, aksiyomların anlamlarına çok önem verse de, formalizmin en önemli savunucusu olan büyük Alman matematikçi David Hilbert (Resim 52), matematiksel formüllerin yoruma kapalı olduğunu düşünüyordu. Hilbert mantık temelinden yola çıkarak matematiğe ulaşılabilir mi gibi sorularla ilgilenmezdi.



Resim 52

Ona göre matematik, anlamdan soyutlanmış formüllerden oluşuyordu ve bu formüller, rasgele seçilmiş sembollerin oluşturduğu şablonlardı. Böyle düşünen Hilbert, matematiğin temellerini garanti altına alma vazifesini ise yepyeni bir disipline havale etmiş ve bu disipline “meta-matematik” adını vermişti. Yani meta-matematiğin işi, matematiksel analizle aynı yöntemleri kullanmak ve katı çıkarım kurallarını takip ederek aksiyomlardan kuram geliştirme sürecinin tutarlı olduğunu ispatlamaktı. Başka bir deyişle, Hilbert, matematiğin işe yaradığını matematiksel olarak ispat edebileceğine inanıyordu. Şöyle demişti Hilbert:

Teorimin amacı matematiksel çıkarım yöntemlerinin güvenilirliğini bir daha tartışılmayacak bir kesinlikle ortaya koymak ve bu konudaki genel şüpheleri ortadan kaldırmaktır... Matematiğin özel ya da genel anlamda bir formül kaynağına dönüşmesi için, matematiğin önceki tüm içeriğinin sağlam bir şekilde yapılandırılması gerekir... Fakat bu matematiğe ek olarak nispeten daha yeni sayılan bir matematik daha var: Matematiği güvenilir kılacak bir meta-matematik; matematikteki tamamen for-

mel çıkarım yollarının aksine, bu matematik, aksiyomların tutarlılığını kanıtlamak için bağlamsal çıkarımdan faydalanır... Böylece matematik biliminin gelişimi, birbirinin sağlaması olan iki alternatif yöntemle gerçekleşmiş olur: Bir yanda formel çıkarım yoluyla aksiyomlardan ispatlanabilir formüller elde ederken, diğer yanda bunlara yeni aksiyomlar ekler ve bağlamsal çıkarım yoluyla tutarlılıklarını ispatlarız.

Hilbert'in sistemi, temelleri sağlama almak uğruna anlamı feda ediyordu. Sonuç olarak Hilbert'in formalist (biçimselci) takipçilerine göre, matematik gerçekten de bir oyundan ibaretti. Ve onların amacı bu oyunun tamamen tutarlı olduğunu kesin olarak kanıtlamaktı. Aksiyomlarda kaydedilen onca gelişmeye rağmen, kanıt esaslı bu formalist hayalin gerçekleşmesi artık an meselesi idi.

Fakat Hilbert'in seçtiği yöntemin doğru olduğuna herkes ikna olmamıştı. Örneğin bazıları tarafından yirminci yüzyılın en büyük filozofu olarak kabul edilen Ludwig Wittgenstein (1889-1951), Hilbert'in meta-matematik ile ilgili çabalarını zaman kaybı olarak niteliyordu. "Bir kuralı uygulamak için bir başka kuraldan vazgeçemeyiz," demişti Wittgenstein. Başka bir deyişle, bir "oyunu" anlayabilmek için, bir başka oyun inşa etmek anlamsızdı: "Matematiğin doğasıyla ilgili şüpheleriniz varsa, hiçbir kanıt size yardımcı olamaz," diyordu Wittgenstein. Ve yıldırım kimsenin beklemediği bir anda düşecekti. Yirmi dört yaşındaki Kurt Gödel, tek hamlede biçimselciliğin kalbine kazığı saplayıverecekti.

Kurt Gödel (Resim 53), 28 Nisan 1906'da, Moravya'nın Brünn kentinde doğmuştu. O günlerde kent Avusturya-Macaristan İmparatorluğu'nun sınırları içindeydi ve Gödel, Almanca konuşan bir ailenin üyesiydi. Babası Rudolf Gödel bir tekstil fabrikasında yöneticilik yapıyor, annesi Marianne Gödel ise oğluyla ilgileniyor, matematik, tarih, yabancı dil ve din bilgisinden oluşan kapsamlı bir eğitim alması için uğraşıyordu.



Resim 53

Matematik ve felsefeye ilgi duymaya başlayan Gödel, on sekiz yaşında Viyana Üniversitesi'ne girmiş ve burada tüm dikkatini matematiksel mantık üzerine yoğunlaştırmıştı. En çok da Russell ile Whitehead'ın *Principia Mathematica* adlı eserinden ve Hilbert'in teorisinden etkilenen Gödel, sonunda bitirme tezi olarak *eksiksizlik* problemini seçmişti. Araştırmasının amacı, Hilbert'in savunduğu biçimsel yaklaşımın matematiğin tüm doğrularına ulaşmak için yeterli olup olmadığını görmektir. Gödel 1930'da doktorasını tamamladı ve bundan sadece bir yıl sonra, *eksiklik kuramlarını* yayımladı. Bu kuramların yarattığı şok dalgaları tüm matematik ve felsefe dünyasını derinden sarsacaktı.

Kuramsal bir matematik diliyle yazılmış olan bu iki teorem aslında kulağa fazlasıyla teknik ve sıradan geliyordu:

1. Temel aritmetik içeren tutarlı hiçbir S sistemi eksiksiz değildir: Sistemde doğruluğu veya yanlışlığı kanıtlanamayacak önermeler mutlaka vardır.

2. Temel aritmetik içeren tutarlı hiçbir S sistemi için, sistemin tutarlılığı kendi içinde ispat edilemez.

Bu sözcükler masum gibi görünse de, biçimselci teoriler için yıkıcı bir anlam taşıyordu. Basitçe ifade etmek gerekirse, eksiklik kuramları Hilbert'in biçimselci sisteminin baştan kaybetmeye mahkûm bir teori olduğunu kanıtlıyordu. Gödel, kayda değer güce sahip her sistemin, özünde ya eksik ya da tutarsız olduğunu ispatlamıştı. Yani en iyi ihtimalle, biçimselci sistemde, ne ispatlanabilen ne de çürütülebilen iddialar her zaman var olacaktı. En kötü ihtimalle de, sistem çelişkiye düşecekti. Her T önermesi için, T 'nin kendisi de aksi de doğru olacağı için, bazı iddiaları ne ispatlayabilir ne de çürütebilir durumdaki sınırlı bir biçimsel sistemde, doğruluğu kanıtlanamayan önermeler her zaman mevcut olacaktı. Başka bir deyişle, Gödel, sınırlı sayıda aksiyom ve çıkarım kurallarından oluşan biçimsel sistemlerin, hiçbir zaman matematiksel gerçeklerin tamamını kapsamakta başarılı olamayacağını göstermişti. Genel kabul gören aksiyomların hepsi tutarsız olmasa bile eksikti.

Gödel, matematiksel gerçeklerin insan düşüncesinden bağımsız Platoncu bir dünyası olduğuna inanıyordu. 1947'de yayımlanan bir makalesinde şöyle demişti:

Tam olarak duyularımızla algılayamasak da, küme kuramına dair sezgisel bir algımız mevcut; tıpkı aksiyomların bize, "doğru gelmeleri" gibi. Bu türden bir algıya, yani matematiksel sezgiye duyularımızdan daha az güvenmemiz için hiçbir neden göremiyorum.

Kaderin ilginç bir cilvesi olsa gerek, tam da biçimselcilerin zafer yürüyüşü yapacağı sırada, aleni Platoncu Kurt Gödel biçimselci teorilerin tozunu atmıştı.

Hatta öyle ki, o sırada Hilbert'in çalışmaları üzerine dersler vermekle meşgul olan ünlü matematikçi John von Neumann (1903-1957) bile, bütün ders programını iptal edip geri kalan vakitini Gödel'in bulgularına adanmıştı.

Gödel'in kişiliği de en az teorileri kadar karmaşıktı. 1940'ta, karısı Adele'yle birlikte Nazi Avusturyası'ndan kaçan Gödel, New Jersey'deki Princeton Üniversitesi'nde öğretim görevlisi ola-

rak işe başlamıştı. Ve burada Albert Einstein'la tanışarak onun hem yakın dostu, hem de yürüyüş arkadaşı olmuştu. 1948'de Amerikan vatandaşlığına kabul edilmek için başvuruda bulunan Gödel, mülakat için Göçmenlik ve Vatandaşlık Bürosu'na giderken, yanında Einstein ile Princeton Üniversitesi'nden matematikçi ve iktisatçı Oskar Morgenstern (1902-1977) vardı. Bu mülakatla ilgili olaylar aslında bilinen şeylerdir, fakat bunlar Gödel'in kişiliğini o kadar iyi yansıtır ki burada detaylı olarak bahsetmeden edemeyeceğim. Bu arada Morgenstern'in eşi Dorothy Morgenstern Thomas'a ve belgenin bir kopyasını sağlayan Princeton Üniversitesi'ne minnettarım. 13 Eylül 1971'de Oskar Morgenstern, Gödel'in mülakat macerasını bakın nasıl anlatmış:

Gödel 1946'da Amerikan vatandaşı olacaktı. Benden şahidi olmamı istemişti. Albert Einstein'dan da rica da bulunmuş ve o da memnuniyetle kabul etmişti. Einstein'la ben sık sık buluşuyorduk ve ikimiz de vatandaşlık öncesi süreçte ve hatta mülakat sırasında olacakları merak ediyorduk.

Elbette Gödel mülakata aylar öncesinden hazırlanmaya başlamıştı. Yaptığı her işi çok ciddiye alan, titiz bir adamdı. Ve acayip detaylı bir mülakat hazırlığına girişmişti. Düşünsenize, işe Kuzey Amerika'daki ilk insan yerleşiminin tarihini öğrenmekle başlamıştı! Sonra Amerikan yerlilerinin tarihini, çeşitli kabileleri inceleme ye koyuldu. Beni sık sık telefonla arayıp, edebi kitaplar istiyor, sonra bunları baştan sona okuyordu. Ve tabii ki bu süreçte Gödel sorulacak bir sürü de soru buluyordu. Bu tarihçelerin doğru olup olmadığı konusundaki şüphelerini dile getiriyor ve okuduklarından tarihin o günkü koşulları hakkında ilginç çıkarımlarda bulunuyordu. Gödel sonraki haftalarda Amerikan tarihini çalışmaya başladı. Özellikle de anayasa hukukuyla ilgili meselelere kafa yoruyordu. Doğal olarak Princeton'ın tarihçesine de merak sarmıştı. Bana ilçe ile il arasındaki farkı belirleyen özelliklerin ne olduğunu sormuştu. Elbette ona bütün

bunlara hiç gerek olmadığını, mülakat için bu kadar detaylı bir çalışmanın lüzumsuz olduğunu söylüyordum, ama faydası yoktu. Bilmek istediği her şeyi öğrenmeye kararlıydı, o yüzden ben de Princeton hakkında istediği bütün bilgileri toplayıp ona verdim. Fakat bu kez de İlçe Meclisi'nin, İl Meclisi'nin nasıl seçildiğini, Vali'nin kim olduğunu ve İl Meclisi'nin görevlerini öğrenmek istedi. Mülakatta bunların sorulabileceğini düşünüyordu. Yaşadığı kasabayı bilmiyormuş gibi görünürse, bunun kötü bir izlenim bırakabileceğinden endişe ediyordu.

Onu ikna etmeye çalıştım. Böyle soruların asla sorulmayacağını, soruların çoğunun formalite gereği olduğunu ve onları da kolaylıkla cevaplayacağını söyledim. Herhalde olsa olsa, bu ülkedeki yönetim şeklini, en yetkili kurumun ne olduğunu falan sorarlardı. Fakat Gödel anayasayı incelemeye devam etti.

Ve bu arada çok ilginç bir şey oldu. Gödel bir gün heyecan içinde yanıma geldi ve bana anayasada bazı tutarsızlıklar bulunduğunu söyledi! Dehşet içindeydi. Gödel, Amerikan Anayasası'nda, bir insanın *tamamen yasal yollardan* diktatöre dönüşüp faşist bir rejim kurmasını mümkün kılacak bir açık yakalamıştı! Ve bana bunu kanıtlayabileceğini söylüyordu. Pek inanmamıştım, ama haklı olsa bile, bunun uzak bir ihtimal olduğunu ve Amerika'da böyle şeylerin asla olmayacağını söyledim. Fakat Gödel inatla bunun mümkün olduğunu söylüyordu ve bu konuda çok uzun tartışmalarımız oldu. Ona Trenton'daki jürinin önünde bu konuları kesinlikle gündeme getirmemesini söyledim. Ve bu durumdan Einstein'a da bahsettim. Gödel'in kapıldığı fikir onu da dehşete düşürmüştü. Einstein onu ikna etmeye çalışıp bu meselelere kafa yormamasını ve mülakatta kesinlikle gündeme getirmemesini söyledi.

Aradan aylar geçmiş ve Trenton'daki mülakat günü gelip çatmıştı. O gün arabamla gidip Gödel'i aldım. Gö-

del arkaya geçmişti. Sonra birlikte Einstein'ın Mercer Caddesi'ndeki evine gidip onu da aldık. Ve hep birlikte Trenton'ın yolunu tuttuk. Einstein yolda arkaya dönüp, "Gödel, bu sınav için *gerçekten* iyi hazırlandığına emin misin?" diye sordu. Tabii ki dalga geçiyordu. Ama bunu duyan Gödel yine endişeye kapılmıştı. Zaten Einstein'ın amacı da buydu ve Gödel'in yüzündeki endişeyi görünce epey gülüşmüştük. Nihayet Trenton'a vadiğimizde, bizi büyük bir salona aldılar. Normalde şahitler adaydan ayrı bir odada sorgulanırdı. Fakat Einstein'ı gören memurlar bize ayrıcalık tanımış ve üçümüzü birden salona almıştı. Gödel tam ortamımızda oturuyordu. Müfettiş önce Einstein'a sonra bana, Gödel'in vatandaşlığı hakkında ne düşündüğümüzü sordu. İkimiz de Gödel'in çok seçkin biri olduğunu ve çok iyi bir vatandaş olacağını söyledik. Sonra adam Gödel'e döndü ve "Evet, Bay Gödel, nerelisiniz?" diye sordu.

Gödel: Nereli miyim? Avusturya.

Müfettiş: Avusturya'daki yönetim şekli neydi?

Gödel: Eskiden cumhuriyetti, ama öyle bir anayasamız vardı ki, artık diktatörlükle yönetiliyor.

Müfettiş: Yaa! Ne kötü. Neyse ki bizim ülkemizde bu mümkün değil.

Gödel: Yoo, mümkün! Size *kanıtlayabilirim!*

Kısacası müfettiş sorulacak onca soru arasından, gidip en kritik olanı sormuştu. Einstein'la ikimiz dehşet içinde birbirimize bakıyor, bu konuşmayı dinliyorduk. Neyse ki, müfettiş konuyu geçiştirecek kadar zekiymiş. "Neyse, şimdi bu konulara girmeyelim," diyerek anında Gödel'i susturdu ve neyse ki hemen ardından da mülakatı bitirdi. Odadan dışarı çıkmış, asansörlere doğru yürüyorduk ki adamın teki, elinde bir kalem kâğıtla ko-

şarak yanımıza geldi ve Einstein ünlü olduğu için, ondan imza istedi. Einstein da kıramayıp verdi. Asansörle aşağı inerken, Einstein'a, "Bu kadar çok insanın peşinde olması berbat bir şey olmalı," dedim. O da bana, "Biliyor musun, aslında bu imza isteme alışkanlığı yamyamlıktan kalma bir şey," dedi. Şaşırmıştım. "Nasıl yani?" diye sordum. "Evet, eskiden insanın kanını isterlerdi, şimdiyse mürekkebini istiyorlar," dedi.

Ve sonra arabaya atlayıp Princeton'a geri döndük. Mercer Caddesi'nin köşesine geldiğimiz de, Einstein'a Enstitü'ye mi yoksa eve mi gitmek istediğini sordum. "Eve götür beni, zaten yaptığım çalışmaların gözümde artık hiçbir değeri yok," dedi. Sonra politik bir Amerikan şarkısından alıntı yaptı (ama ne yazık ki sözlerini anımsamıyorum; gerçi notlarımın arasında olabilir; yeniden duysam hatırlayacağıma eminim). Einstein'ın evine vardığımızda, Einstein bir kez daha arkasına dönüp Gödel'e şöyle dedi: "Evet Gödel, son sınava kadar artık başka sınav yok." Gödel çoktan endişeye kapılmıştı bile. "Aman Tanrım, yoksa bir sınav daha mı var?" diye sordu. Einstein, ona dönüp, "Gödel, artık bir sonraki sınavın mezara girerken," dedi. Gödel, "Ama Einstein, daha ölmüyorum ki," diye cevap verdi. Bunun üzerine Einstein, "Gödel, sadece şaka yapıyorum!" dedi ve gülererek arabadan inip yanımızdan ayrıldı. Ve sonra ben de Gödel'i evine bıraktım. Bu dehşetli günü geride bıraktığımız için hepimizin üstünden bir yük kalkmıştı. Kafası rahatlayan Gödel de, felsefe ve mantık problemlerine geri dönmüştü.

Yaşamının sonraki dönemlerinde ciddi derecede akıl hastalığına yakalanan Gödel, paranoyak birtakım endişelerle yemek yemeyi tümüyle reddetmiş ve 14 Ocak 1978'de, ölüm raporuna göre "yetersiz beslenme" sebebiyle hayata veda etmişti.

Popüler inanışın aksine, Gödel'in eksiklik kuramları, bazı gerçeklerin hiçbir zaman bilinemeyeceği anlamına gelmiyordu. Ayrıca, bu kuramlar, insanın idrak kapasitesinin sınırlı olduğu

anlamına da gelmiyordu. Sadece biçimsel teorilerin kusur ve zaafalarını ortaya koyuyordu. Şaşırtıcı olsa da, bu kuramlar matematik felsefesi açısından büyük önem taşımasına rağmen, bir “teori üretme” makinesi olan matematik üzerinde sınırlayıcı bir etkisi olmamıştı. Aslında Gödel’in ispatını yayımladığı yıllarda, matematik, evreni konu alan fizik kuramlarında göz kamaştırıcı başarılarla imza atıyordu. Güvenilmez olduğu için rafa kaldırılması şöyle dursun, matematik ve onun mantıksal çıkarımları, kozmosu anlamamızda giderek daha da önemli bir hale gelmişti.

Fakat bu, “matematiğin akıl almaz etkinliği” dediğimiz bilmeceyi daha da içinden çıkılmaz bir hale getiriyordu. Bir an için düşünün; eğer mantıkçıların çabaları sonuç verseydi ne olurdu bir hayal edin. Matematiğin tamamen mantıktan ileri geldiği, yani düşüncenin kanunlarından ortaya çıktığı anlamına gelirdi bu. Fakat başka bir alanın uzantısı olan bir bilim, doğaya ve doğa olaylarına nasıl bu kadar mucizevi şekilde uyum sağlayabilirdi ki? Biçimsel mantıkla (hatta insan mantığıyla) kozmos arasında ne gibi bir ilişki vardı? Cevap Hilbert ve Gödel’den sonra bile netlik kazanmamıştı. Elimizdeki tek şey matematik diliyle ifade edilen eksik ve biçimsel bir “oyundu”. O halde, böylesine “şüpheli” bir sisteme dayanan modeller nasıl oluyor da evren ve işleyişi hakkında derinlikli açıklamalar üretebiliyordu? Bu soruları cevaplamaya kalkışmadan önce, biraz daha kurcalamak ve matematiğin sahip olduğu mucizevi etkinliğin derinliklerini gösteren birkaç saha çalışmasına göz atmakta fayda var.

8. BÖLÜM

AKIL ALMAZ ETKİNLİK

1. Bölüm’de, matematiğin fizik teorilerinde gösterdiği başarının iki yönü olduğunu söylemiştim: Bunlardan biri “aktif”, diğeri ise “pasif” yönüdür. Aktif yönü matematiğin uygulamalı olan yönüdür. Bilim insanlarının tabiat kanunlarını uygulanabilir matematik terimleriyle formüle etmesini yansıtır. Yani, matematiksel unsurları, bağlantıları ve denklemleri geliştirirken, akıllarında bir uygulama alanı vardır. Ve bu genellikle şu anda tartıştığımız konunun, yani matematiğin akıl almaz etkinliğinin bir örneğidir. Böyle durumlarda araştırmacılar genellikle, matematiksel kavramların özellikleri ile gözlem ya da deney sonuçları arasındaki benzerliklere odaklanır. Böyle durumlarda matematiğin etkinliği o kadar da şaşırtıcı görünmeyebilir; çünkü teorilerin gözlemlere uyacak şekilde şekillendirildiği iddia edilebilir. Fakat yine de matematiğin “aktif” kullanımının şaşırtıcı bir yönü daha vardır, ama onu bu bölümün ilerleyen sayfalarında işleyeceğiz. Matematiğin “pasif” kullanımına gelince, bu grup akılda belirli bir uygulama alanı olmadan geliştirilen soyut matematik teorilerini kapsar. Fakat bu teoriler öncü fizik modellerine dönüşmek için yüksek potansiyele sahip olabilirler. Örneğin, *Düğüm Kuramı*, matematiğin pasif kullanımı ile aktif kullanımı arasındaki geçişe müthiş bir örnek teşkil eder.

Düğüm

Düğüm, efsanelere bile konu olmuştur. Yunanlıların şu efsanevi “Gordion düğümü” hikâyesini hatırlarsınız. Bir kâhin

Frigya halkına, başkente öküz arabasıyla girecek ilk insanın, ülkeye kral olacağını haber verir. Her şeyden habersiz yoksul bir köylü olan Gordios, öküz arabasıyla kente girer ve sonra da kral ilan edilir. Çok sevinen Gordios arabasını tanrılara adar ve karmaşık bir düğümle onu tapınağın önündeki direğe bağlar. Bu öyle bir düğümdür ki, hiç kimse çözmeyi başaramaz. Sonra kâhin bir kehanette daha bulunur: Her kim bu düğümü çözerse, tüm Asya'ya hükümdar olacaktır. Kader bu ya, sonunda düğümü çözen kişi (MÖ 333'te) Büyük İskender olur. Ve İskender gerçekten de bir zaman sonra tüm Asya'nın hükümdarı olur. Gerçi İskender'in düğümü çözme yönteminin öyle pek adil ya da ince-likli olduğu söylenemez – çünkü düğümü çözmek yerine sabırsız davranıp kılıcıyla kesivermiştir!

Gerçi düğümler her yerde var ve onlara rastlamak için ille de Antik Yunan dönemine gitmemize gerek yok. Ayakkabısını bağlayan bir çocuk, saçını ören bir kız, kazak ören bir büyükanne, ya da teknesini demirleyen bir denizci – bunların hepsi şu veya bu şekilde düğümlerden faydalanır. Hatta bazı düğümlerin oldukça ilginç isimleri vardır: kazık bağı, zincir bağı, balıkçı düğümü, kelebek düğümü, el üstü düğümü, sekizli düğüm, tam kazık gibi. Örneğin, tarihte çok önemli bir yere sahip olan denizci düğümleri, on yedinci yüzyıl İngiltere'sinde bir kütüphane dolusu kitaba ilham kaynağı olmuştur. Bu kitaplardan biri de, Kızılderili Prensesi Pocahontas'la olan romantik ilişkisiyle bilinen İngiliz maceraperest John Smith'ten başkası değildir (1580-1631).

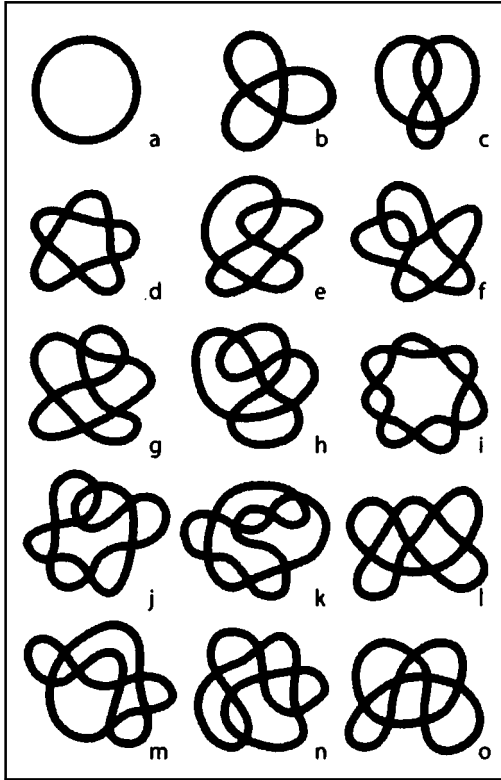
Matematikteki düğümler kuramı ise 1771'de, Fransız matematikçi Alexandre-Théophile Vandermonde'un (1735-1796) bir teziyle doğmuştur. Vandermonde, düğümlerin *pozisyon geometrisi* adıyla bilinen konunun bir bölümü olarak incelenebileceğini fark eden ilk kişiydi. Pozisyon geometrisi, boyutsal ve sayısal tüm hesapları göz ardı eden ve sadece pozisyonla ilgili bağlantıları temel alan bir geometri türüydü. Düğümler kuramının gelişiminde rol oynayan ikinci önemli isim, "Matematiğin Prensi" olarak nite-lenen Alman matematikçi Carl Friedrich Gauss'tu. Gauss'un bazı yazıları, düğümlerle ilgili detaylı çizim ve tasvirlerin yanı sıra,

düğümünün özelliklerine dair analitik incelemeler içeriyordu. Fakat en az Vandermonde, Gauss ve on dokuzuncu yüzyıldaki diğer birkaç matematikçinin çalışmaları kadar önemli ve modern düğümler kuramının arkasındaki asıl itici güç olan çalışma, hiç beklenmedik bir kaynaktan –maddenin yapısını açıklama teşebbüsünden– ortaya çıkmıştı. Bu teşebbüsün fikir babası, günümüzde daha çok Lord Kelvin (1824-1907) adıyla bilinen ünlü İngiliz fizikçi William Thomson’dı. Thomson, maddenin temel yapıtaşı olan atomlarla ilgili bir teori geliştirmeye çalışıyordu. Ve bu son derece yaratıcı teoriye göre, atomlar aslında birbirine dolaşmış, düğüm halindeki eterik kordonlardı. Ve bu modelde, kimyasal elementlerin çeşitliliği düğümlerdeki zengin çeşitlilikle açıklanıyordu.

Thomson’ın teorisi bugün kulağımıza saçma geliyorsa, bu sadece doğru atom modelini –yani elektronların atomun çekirdeği etrafında döndüğü bir atom modelini– özümsemek ve deneysel olarak test etmek için koskoca bir yüzyılımız olduğu içindir. Ama düşünün bir; Thomson’ın bu modeli ortaya attığı yer 1860’ların İngiltere’siydi ve Thomson karmaşık duman halkalarının dengesi ve titreşim kabiliyetinden çok etkilenmişti – ki o dönemde bu iki özelliğin atomları modellemek için hayati önem taşıdığı düşünülüyordu. Periyodik tablonun düğümlerden oluşan karşılığını geliştirmek için, Thomson düğümleri sınıflandırmak –ve olası tüm düğüm çeşitlerini bulmak– zorundaydı. Yani bir elementler tablosu yerine, düğümler tablosu oluşturmaya çalışıyordu ve işte düğümlerin matematiğini ciddi bir ilgi alanına dönüştüren şey de bu gereksinim olmuştu.

1. Bölüm’de açıkladığım gibi, matematiksel bir düğüm, herhangi bir sicimdeki sıradan bir düğüme benzer, tek fark sicimin açık ucu yoktur. Başka bir deyişle matematiksel bir düğüm, açık ucu olmayan kapalı bir çemberdir. Resim 54’te birkaç örneğini görebilirsiniz – yansıma ve gölgelendirmeye üçboyutlu olarak göstermeye çalıştık. Resimde, sicimlerin birbirinin üstünden ya da altından geçen bölümlerini ayırt edebilmek için, kesişme noktalarında gölge kullandık. Resim 54’a da gördüğünüz düğüm, en basit düğümdür. *Sıfır düğümü* adıyla bilinir ve sadece kapalı bir çemberden iba-

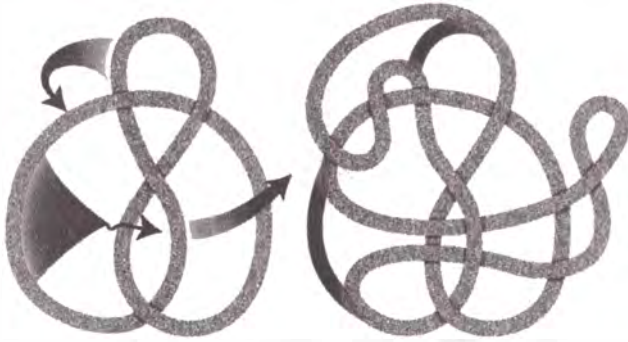
rettir. Resim 54b'deki üçlü düğüm üç kesişme noktasına sahiptir. Ve dolayısıyla üç basamaklı bir düğümdür. Resim 54c'deki *sekiz düğümü* ise, dört kesişme noktasına sahip olduğu için dört basamaklı bir düğümdür. İşte Thomson, bu üç düğümün aşamalı olarak artan karmaşıklıklarını da göz önüne alarak sırasıyla hidrojen, karbon ve oksijen atomlarının modelleri olabileceğini düşünmüştü. Yine de düğümler tablosu hâlâ eksikti ve düzgün bir sınıflandırmaya ihtiyaç vardı. Ve bu sınıflandırmayı yapacak olan kişi, Thomson'ın arkadaşı, İskoçyalı matematiksel fizikçi Peter Guthrie Tait'ti (1831-1901).



Resim 54

Aslında bir matematikçinin düğümler hakkında sorabileceği sorular, sıradan bir sicimdeki düğüm ya da birbirine dolaşmış

bir yün çilesi hakkında sorulabilecek sorulardan çok da farklı değildir. Örneğin, bu gerçekten bir düğüm müdür? Bu düğüm ötekinin eşi midir? Son sorunun anlamı şudur: Bir düğümden bir başka düğüm elde edilebilir mi – tabii uçlarını kesmeden ya da bir sihirbazın yaptığı gibi bir ucu diğerinin içinden geçirmeden? Bu sorunun önemi Resim 55'te gösterilmektedir. Belli başlı değişiklikler yaparak aynı düğümün birbirinden çok farklı iki şekline ulaşılabilir. Ama özünde, bu ikisi aslında aynı düğümdür. Sonuç olarak düğümler kuramının amacı, hangi düğümlerin birbirinden gerçekten farklı olduğunu ve hangilerinin ise sadece yüzey-sel farklılara sahip olduğunu bulmaktır.



Resim 55

Örneğin, üçlü ve sekiz düğümü gibi bazı düğümler birbirinden gerçekten farklıdır, Resim 55'teki gibi düğümler ise sadece farklı görünür, ama özünde aynıdır. İşte düğümler kuramı, bunu ispatlamanın kesin bir yolunu arar.

Tait, sınıflandırma işine zor yoldan başlamıştı. Kendisine rehberlik edecek güvenilir hiçbir matematik prensibi olmadan, düğümleri meydana getiren çemberlerin listelerini oluşturuyordu: tek kesişme noktası olan düğümler, iki kesişme noktası olan düğümler, üç kesişme noktası olan düğümler vs... Amatör bir matematikçi olan Rahip Thomas Penyngton Kirkman'la (1806-1895) işbirliği yaparak aynı kapıya çıkan eş düğümleri elemeye başlamıştı. Ve bu hiç de küçümsenecek bir iş değildi. Belki fark etmiş-

sinizdir, her kesişme noktasında, bir ucun üstten mi altan mı geçtiğini belirleyen iki olasılık vardı. Eğer bir çemberde, diyelim ki yedi kesişme noktası varsa, bu durumda hesap edilmesi gereken $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$ tane olası düğüm var demektir. Kısacası, on ya da daha fazla basamaklı düğümleri bu yolla sınıflandırmaya insanın ömrü yetmezdi! Neyse ki Tait'in yaptığı iş boş gitmemiş ve takdir edilmişti. Klasik elektromanyetizma teorisini formüle eden muhteşem James Clerk Maxwell, Thomson'ın atom teorisini saygıyla karşılamış ve "şimdiye dek ortaya atılan tüm atom teorilerinden çok daha yetkin" olduğunu söylemişti. Tait'in yaptığı katkıların da farkında olan Maxwell, onun için de şu küçük dörtlüğü yazmıştı:

*Çözersin dolaşık düğümleri
Hepsi boğum boğum karmaşık,
Örersin kusursuz örgüleri
İç içe geçmiş çapraşık.*

1877 senesi geldiğinde, Tait yedi basamağa kadar tüm dalgalı düğümleri sınıflandırmıştı. Dalgalı düğümler, kesişme noktalarının tıpkı el örgüsü bir halidaki gibi, peş peşe bir alttan bir üstten geçtiği düğümlerdi. Bu arada Tait, daha sonraları *Tait İlkeleri* adıyla anılacak olan birkaç temel prensip de keşfetmişti. Fakat bu prensipler öylesine zorluydu ki, ispatlamaya yönelik hiçbir çaba sonuç vermemiş ve ancak 1980'lerin sonunda kesin olarak kanıtlanabilmişlerdi. Tait, 1885'te düğümler tablosunu yayımladı. Tabloya, on basamağa kadar olan düğümleri dahil etmiş ve orada durmaya karar vermişti. Tait'ten bağımsız bir başka çalışma da Nebraska Üniversitesi'nden Profesör Charles Newton Little (1858-1923) tarafından (1899'da) yayımlanmıştı. Little, bu çalışmasında, on ya da ondan az kesişme noktasına sahip dalgasız düğümlerin tablosunu ortaya koymuştu.

Lort Kelvin, Tait'ten her zaman övgüyle bahsederdi. Onun ölümünden sonra, Cambridge'deki Peterhouse Fakültesi'nde, Tait'i anlattığı bir konuşmada Lort Kelvin şöyle demişti:

Bir keresinde Tait, uğrunda *yaşamaya* değer tek şeyin bilim olduğunu söylemişti. Bunu yürekten söylemişti, ama aksini kanıtlayan da yine kendisi oldu. Tait müthiş bir okurdu. Shakespeare'i, Dickens'ı ve Thackeray'i ezbere biliyordu. Muhteşem bir hafızaya sahipti. Dikkatini vererek okuduğu bir şeyi bir daha asla unutmazdı.

Fakat ne yazık ki, Tait ve Little düğümler tablosu üzerinde yaptıkları destansı çalışmayı tamamlayana kadar, Kelvin'in atom teorisi çoktan ıskartaya çıkmıştı. Yine de düğümlere olan ilgi, başlı başına bir çalışma dalı olarak devam etti. Sadece bu kez, matematikçi Michael Atiyah'ın da dediği gibi, "düğümler konusu kuramsal matematiğin farklı ve kendine özgü bir dalı" haline gelmişti.

Aslında düğümler konusu, doğası gereği matematiğin *topoloji* adını verdiğimiz alanına girer. Topoloji öyle bir matematik dalıdır ki, boyut ve yüzey gibi özellikleri ve hatta şekli bile göz ardı eder. Kimilerinin "lastik-yüzey geometrisi" adını verdiği bu matematik dalı, esnetilen ya da herhangi bir şekilde (parçalayıp delmeden) deforme edilen bir uzayda ya da mekânda, cisimlerin değişmeyen özelliklerini inceler. Matematikçiler, düğümleri birkaç gruba ayırır: Tek çemberden oluşan *düğümler*, iç içe geçmiş birden fazla düğümlü çemberden oluşan *bağlar* ve alttan ve üstten yatay bir çubuğa tutturulmuş olan dikey sicimlerin oluşturduğu örgüler.

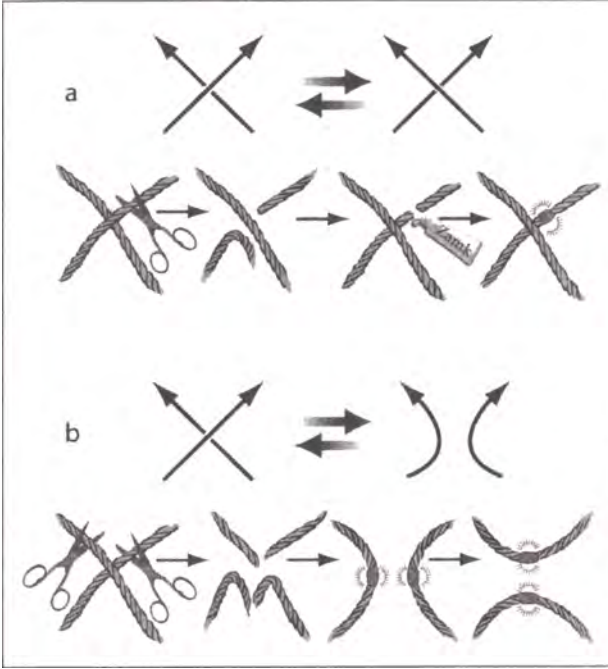
Düğümlerin sınıflandırılması yeterince zor gelmediyse ve hâlâ etkilenmediyseniz, şunu da ekleyelim: Charles Little'ın düğümler tablosu altı yıllık bir çalışmanın ardından 1899'da yayımlanmıştır. Ve on basamaklı kırk üç dalgasız düğüm içerir. Pek çok matematikçi tarafından incelenen bu tablo, yetmiş beş yıl boyunca doğru kabul edilmiştir. Fakat sonra 1974'te New York'lu avukat ve matematikçi Kenneth Perko, oturma odasında yere oturmuş, iplerle deneyler yaparken, Little'ın tablosundaki iki düğümün aslında birbirinin aynısı olduğunu fark etmiştir. Ve işte bu sayede, biz bugün on kesişme noktasına sahip kırk iki farklı dalgasız düğüm olduğuna inanıyoruz.

Yirminci yüzyıl topoloji alanında büyük gelişmelere tanık olsa da, düğümler kuramındaki gelişme nispeten yavaş olmuştur. Düğümleri inceleyen matematikçilerin temel hedeflerinden biri de, düğümlerin ayırt edici özelliklerini keşfetmektir. Bu özelliklere *düğümlerin sabitleri* denir – çünkü aynı düğümün herhangi farklı iki versiyonunun bire bir aynı değeri verdiği nicelikleri temsil ederler. Başka bir deyişle, ideal bir sabit, düğümün parmak izi gibidir – yani düğümdeki deformasyonlardan etkilenmeyen sabit bir özelliktir. Düğümü tanımlayan, kendine özgü, ayırt edici bir özellik! Muhtemelen insanın aklına gelebilecek ilk sabit özellik, bir düğümdeki kesişme noktalarının minimum sayısıdır, öyle değil mi? Örneğin, Resim 54b'deki üçlü düğümü çözmek için ne kadar uğraşırsanız uğraşın, kesişme noktalarını üçten aza indiremezsiniz. Fakat ne yazık ki minimum kesişme sayısı pek kullanışlı bir sabit değildir. Elbette bunun birkaç sebebi var. Birincisi, Resim 55'te görüldüğü gibi, bir düğümün minimum sayıda kesişme noktasıyla oluşup oluşmadığını belirlemek her zaman kolay değildir. İkincisi ve daha da önemlisi, özünde birbirinden farklı olan pek çok düğüm aynı sayıda kesişme noktasına sahiptir. Örneğin Resim 54'te, altı kesişme noktası olan üç farklı düğüm ve yedi kesişme noktası olan yedi düğüm vardır. Dolayısıyla, minimum kesişme noktası çoğu düğüm için ayırt edici bir özellik değildir. Son olarak, minimum kesişme noktası basit bir özellik olduğundan, düğümlerin genel özellikleri hakkında fazla bir bilgi vermez.

1928'de Amerikalı matematikçi James Waddell Alexander'ın (1888-1971) *Alexander polinomu* olarak bilinen önemli bir sabit bulması, düğümler kuramı için bir dönüm noktası olmuştur. Basitçe söyleyecek olursak Alexander polinomu, bir düğümü sınıflandırmak için kesişmelerin düzeninden faydalanan cebirsel bir ifadedir. İki düğümün farklı polinomlara sahip olması, düğümlerin kesinlikle birbirinden farklı olduğunu gösteriyordu. Bu iyi haberdir. Fakat bir de kötü haber vardı! Aynı polinoma sahip iki düğüm, yine de birbirinden farklı olabiliyordu. Dolayısıyla, son derece faydalı olmakla birlikte, Alexander polinomu da düğümleri ayırt etmenin kusursuz bir yöntemi sayılmazdı.

Matematikçiler sonraki kırk yılı Alexander polinomunun kavramsal temelini ve düğümlerin özelliklerini anlamaya çalışarak geçirdi. Peki, neden bu konu üstünde bu kadar çok duruyorlardı? Düğümlerin pratik bir uygulama alanı olmadığı kesindi! Thomson'ın atom modeli ise çoktan unutulup gitmişti. Ve ufukta bilimin, ekonominin, mimarinin ya da herhangi bir disiplinin düğümler kuramına ihtiyaç duyabileceği bir başka sorun yoktu. Yani matematikçiler sırf merak yüzünden düğümler üzerine sayısız saat harcıyordu! Düğümleri ve onları yöneten prensipleri anlamak, bu insanlar için sıra dışı bir ilgi alanı, bir heyecandı. Everest Dağı'na tırmanmak George Mallory için ne kadar baştan çıkarıcıysa, Alexander polinomunun parıltısı da matematikçiler için o kadar karşı konulmazdı. Everest'e neden tırmanmak istediği sorulduğunda, George Mallory şu ünlü sözleriyle cevap vermişti: "Çünkü orada duruyor."

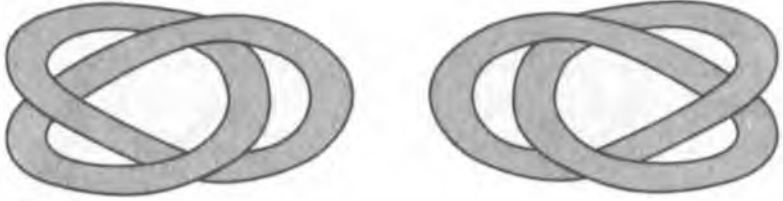
1960'ların sonunda, üretken İngiliz asıllı Amerikalı matematikçi John Horton Conway, düğümleri aşamalı olarak "çözecek" ve böylece düğümlerle onların polinomları arasındaki temel ilişkiyi açıklayacak bir yöntem keşfetmişti. Conway, özellikle de bir düğüm sabitini tanımlamaya yarayacak iki basit "cerrahi" işlem bulmuştu. Resim 56'da, *atlatma* ve *düzeltilme* adını taşıyan bu iki işlemin şematik tasviri görülüyor. Atlatma işleminde (Resim 56a), üstteki sicim alttakinin altından geçirilerek kesişme noktasında bir değişim meydana getiriliyordu (resimde, bu değişimin bir makas ve yapışkan yardımıyla gerçek bir ip üzerinde nasıl yapılabilirliğini de görebilirsiniz). Dikkat ettiyseniz, atlatma işlemi düğümün yapısını bariz bir şekilde değiştiriyor. Örneğin, resim 54b'deki üçlü düğüm üzerinde bu işlemi uygulayarak kolaylıkla resim 54a'daki sıfır düğümünü elde edebilirsiniz. Conway'nın düzeltilme operasyonu ise kesişme noktasını tamamen ortadan kaldırıyordu (Resim 56b). Bunu yapmak için sicimin kesilen uçlarını tam "tersi" yönde bağlamak yeterliydi. Conway'nın çalışmasından elde edilen yeni bilgilere rağmen, matematikçiler neredeyse yirmi yıl boyunca (Alexander polinomuna benzer) bir başka düğüm sabitinin bulunamayacağına inandı. Fakat bu durum 1984'te çarpıcı şekilde değişecekti.



Resim 56

Yeni Zelanda asıllı Amerikalı matematikçi Vaughan Jones'un düğümlerle hiç ilgisi yoktu. O, ilgisini çok daha soyut bir dünyaya, *von Neumann cebiri* olarak bilinen bir matematik çalışmasına yöneltmişti. Fakat beklenmedik bir şekilde, von Neumann cebirinde ortaya çıkan bir bağlantının düğümler kuramındaki bir bağlantıyla şüphe çekecek derecede benzeştiğini fark eden John, bunun olası sonuçlarını konuşmak için Columbia Üniversitesi'nden düğümler teorisyeni Joan Birman'la buluştu. Ve işte o bağlantının incelenmesi sonucunda, *Jones polinomu* adında yepyeni bir düğüm sabiti bulundu. Ve çok geçmeden Jones polinomunun Alexander polinomundan çok daha hassas bir sabit olduğu anlaşıldı. Örneğin, bir düğümle o düğümün aynadaki aksi arasındaki ayrımı bile yapabiliyordu (Resim 57'deki üçlü düğümün sağ ve sol açıları gibi). Oysa Alexander polinomu bu ayrımı yapamıyordu. Fakat daha da önemlisi, Jones'un keşfi düğüm teorisyenleri arasında

beklenmedik bir heyecan yaratmıştı. Yeni sabitin duyurulmasıyla, düğümler dünyası bir anda karışmış, allak bullak olmuştu.



Resim 57

Jones'un keşfi, düğümler kuramındaki basit bir gelişmeden çok daha fazlasıydı. Jones polinomu ansızın matematik ve fizikteki pek çok alan arasında bağlantı kurulmasını sağlamıştı – (geniş popülasyonlu atom ya da molekül gruplarının incelenmesinde kullanılan) istatistiksel mekanikten tutun da (atom-altı dünyasının fiziğini inceleyen) kuantum gruplarına kadar pek çok alan arasında bir köprü kurulmuştu. Tüm dünya matematikçileri kendilerini kaptırmış, Alexander ve Jones polinomlarının her ikisini de kapsayacak daha genel sabitler bulmak için çılgın bir arayışa girmişlerdi. Ve bu çılgın yarış, bilimsel rekabet tarihinin belki de en inanılmaz neticesiyle sonuçlanacaktı. Jones yeni polinomunu açıkladıktan sadece birkaç ay sonra, birbirinden bağımsız çalışan ve üç farklı matematik yöntemi kullanan dört ayrı ekip, çok daha hassas bir sabitin keşfini duyurdu – *hem de aynı anda!* Yeni polinomun adı *HOMFLY polinomuydu* ve adını kâşiflerinin isimlerinin ilk harflerinden almıştı: Hoste, Ocneanu, Millett, Freyd, Lickorish ve Yetter. Finit çizgisini geçen dört ekip olması yetmezmiş gibi, iki Polonyalı matematikçi de (Przytycki ve Traczyk) diğerlerinden tamamen bağımsız olarak aynı polinomu bulmuş, fakat bir e-posta arızası yüzünden yayım tarihini kaçırmıştı. Yine de, Polonyalı kâşiflerin isimlerinin ilk harflerinin de eklenmesiyle, bu polinom *HOMFLYPT* (ya da bazen *THOMFLYP*) adıyla da anılır.

O zamandan beri başka düğüm sabitleri de bulunmuş olmasına rağmen, tastamam bir düğüm sınıflandırması hâlâ yapılamamıştır. Makas kullanmadan bir düğümden bir başka düğüm elde etmek için tam olarak hangi düğümle oynamak gerektiği sorusu

hâlâ cevaplanamamıştır. Bugüne kadar keşfedilmiş olan en ileri düğüm sabiti, Rus asıllı Fransız matematikçi Maxim Kontsevich'in çalışmasıdır. Kontsevich bu çalışmasıyla 1998'de matematik dünyasının en prestijli ödüllerinden olan Fields Madalyası'na ve 2008'de ise Crafoord Ödülü'ne layık görülmüştü. Ayrıca 1998'de, Claremont, Kaliforniya'daki Pitzer Üniversitesi'nden Jim Hoste ve New York, Canton'dan Jeffrey Weeks, on altı kesişme noktasına kadar olan tüm düğüm çemberlerinin listesini çıkarmayı başarmıştı. Aynı liste bağımsız bir çalışmayla, Knoxville'deki Tennessee Üniversitesi'nden Morwen Thistlethwaite tarafından da çıkarılmıştı. Her iki listede de tam olarak 1.701.936 adet farklı düğüm bulunuyordu!

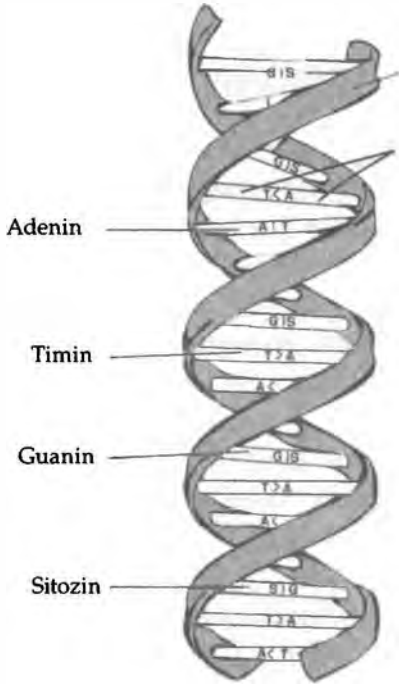
Fakat asıl sürpriz, düğümler kuramında kaydedilen gelişmeler değil, bu kuramın çeşitli bilim dallarında yol açtığı çarpıcı ve beklenmedik gelişmelerdi. Düğümler kuramının dönüşü muhteşem olacaktı!

Yaşamın Düğümleri

Hatırlarsınız, düğümler kuramı hatalı bir atom modelinden yola çıkılarak geliştirilmişti. O model yok olup gitti, fakat matematikçilerin cesareti kırılmadı. Bilakis, düğümlerin yapısını anlamak isteyen bu insanlar, çok daha büyük bir şevkle, gayet uzun ve zorlu bir yolculuğa çıktı. Ve sonra bingo! Hiçbir uygulama alanı olmayan soyut bir matematik dalıyken, düğümler kuramı aniden hayatın şifrelerini çözecek bir anahtara dönüşüverdi! Düğümler artık yaşam moleküllerinin temel işleyişini anlamamıza yardım edecek şifre kırıcılardı. Matematikçilerin mutluluğunu tahmin edersiniz herhalde! Soyut matematiğin doğayı açıklamadaki "pasif" rolüne bundan daha iyi bir örnek olabilir mi?

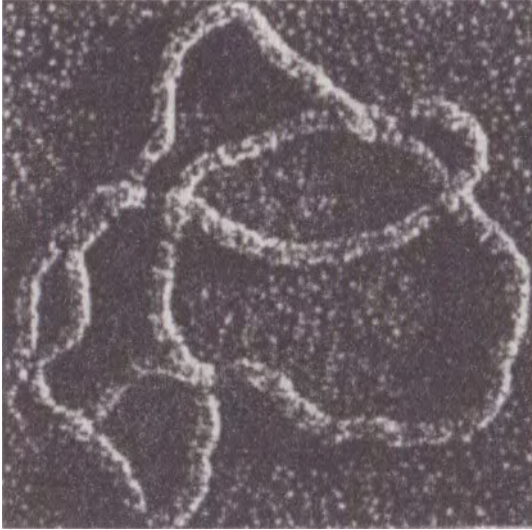
Deoksiribonükleik asit, ya da DNA tüm hücrelerin genetik hammaddesidir. Ve milyonlarca kez birbirine dolanarak bir çift sarmal oluşturan iki uzun sicimden oluşur. Uzun bir merdivenin iki kenarına benzetebileceğimiz bu iki sicim, şeker ve fosfat moleküllerinden oluşan ikili bir omurga kemiği gibidir. Merdivenin basamakları ise, hidrojen bağlarıyla bağlanmış baz çiftlerinden

oluşur (adenin sadece timin ile, sitozin ise sadece guanin ile baz çifti oluşturur – Resim 58). Bir hücre bölündüğünde, ilk adım DNA'nın kendi kopyasını üretmesidir. Buna *replikasyon* denir. Böylece, yavru hücreler bu kopyaları alabilir. DNA'daki genetik bilginin RNA'ya kopyalandığı *transkripsiyon* denilen süreçte ise, DNA çift sarmalını bir arada tutan hidrojen bağları çözülür ve DNA sicimlerinden biri şablon vazifesi görür. RNA'nın sentezi tamamlandıktan sonra, DNA yine eski haline dönüp sarmal şeklini alır. Fakat ne replikasyon ne de transkripsiyon süreci kolaydır. Çünkü DNA (depolanan bilgiyi sıkıştırıp kompakt hale getirmek için), öylesine sıkı düğümlenmiş bir sarmaldır ki, bu hayati yaşamsal sürecin düzgün işleyebilmesi için epey hummalı bir çözülme süreci gerekir. Ayrıca, kopyalama sürecinin tamamlanabilmesi için, yavru DNA moleküllerinin de çözülmesi ve ebeveyn DNA'nın ise eski konfigürasyonuna dönmesi gerekir.



Resim 58

Bu çözme ve çözülme işleminden sorumlu olan araçlar, enzimlerdir. Enzimler, sarmalda geçici kopmalar yaratıp uçları farklı şekilde bağlayarak bir DNA sicimini bir diğerinin içinden geçirebilir. Kulağa ne kadar da tanıdık geliyor, değil mi? Evet, bu süreç aslında (Resim 56'daki) matematik düğümlerini çözmeye çalışan Conway'in uyguladığı cerrahi işlemin aynısıdır. Başka bir deyişle topolojik açıdan bakarsak, DNA kompleks bir düğümdür ve kopyalama işleminin gerçekleşmesi için enzimler tarafından çözülmesi gerekir. DNA'yı çözümlemenin zorluğunu hesaplamak isteyen araştırmacılar, düğümler kuramını kullanarak bu çözümlemeyi gerçekleştiren enzimlerin özelliklerini inceleyebilir. Hatta daha da önemlisi, elektron mikroskobu ve jel elektroforezi gibi deneysel görüntüleme teknikleri kullanan bilim insanları, bir enzimin DNA'nın düğüm ve bağlantılarında yol açtığı değişiklikleri gözlemleyebilir. (Resim 59'da bir DNA düğümünün elektron mikroskobuyla çekilmiş fotoğrafı görülüyor – Resim 54'teki düğümlere ne kadar da çok benziyor, değil mi?)



Resim 59

O halde matematikçilerin amacı, DNA'nın topolojisinde gözlemlenen değişimlere bakarak enzimlerin işleyiş mekanizması

hakkında çıkarım yapmaktır. Böylece, DNA düğümündeki kesişme sayısında meydana gelen değişiklikler, biyologlara enzimlerin *reaksiyon hızları* hakkında da bir fikir verir. Yani belli konsantrasyondaki bir enzimin dakikada kaç kesişme noktasını etkileyebileceği ölçülebilir.

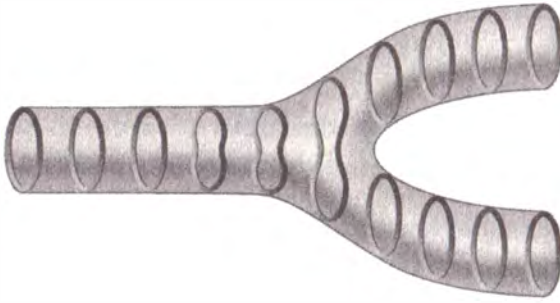
Fakat moleküler biyoloji, düğümler kuramının kendine beklenmedik uygulama sahaları bulduğu tek alan değildir. Tabiatteki tüm kuvvetleri açıklayacak bütüncül bir teori geliştirme çabası olan sicim kuramı da yine düğümler kuramının bir uzantısıdır.

Sicimdeki Evren

Kütle çekim kuvveti, evrende hüküm süren en büyük ölçekli kuvvettir. Yıldızların savrulmasını önleyip bir arada kalmalarını sağlar ve evrenin genişlemesini bile etkiler. Einstein'ın genel görelilik (yani izafiyet) teorisi ise, bu devasa kuvveti formüle eden müthiş bir kuramdır. Fakat atomun çekirdeğinde, bambaşka kuvvetler ve çok farklı bir teori hüküm sürer. Atomun güçlü çekirdek kuvvetinin bir araya topladığı *kuark* denilen parçacıklar, maddenin temel yapıtaşları olan proton ve nötronları oluşturur. İşte bu parçacıkların davranışları ve atom-altı dünyasının kuvvetleri, kuantum mekaniği yasalarının hükmü altındadır. Peki, kuarklar ve galaksiler acaba aynı kurallara göre hareket ediyor olabilir mi? Fizikçiler sebebini henüz bilmeseler de, öyle olması gerektiğine inanıyorlar. Ve onlarca yıldır, tabiatın tüm yasalarını tek çatı altında toplayacak, yani "her şeyi" izah edecek kapsamlı bir teorinin peşindeler. Amaçları, genel görelilik kuramıyla kuantum mekaniği arasında uzlaşma sağlayarak büyüklerin dünyasıyla küçüklerin dünyası arasında köprü kurmak ve hem makroskobik hem mikroskobik dünyanın yasalarını belirleyecek "tek" bir kuram geliştirmek! *Her şeyin kuramı!* Ve şu an için ellerindeki en iyi aday da sicim kuramı! İlk olarak nükleer güç kapsamında geliştirilmiş ve sonrasında rafa kaldırılmış olan sicim kuramı, 1974'te John Schwarz ve Joel Scherk adındaki iki fizikçi tarafından sandıktan çıkarılıp tekrar hayata döndürülmüştür. Sicim kuramındaki temel fikir aslında gayet basittir. Bu teori, elektron ve kuark gibi atom-

altı parçacıkların boyutsuz, yani nokta gibi parçacıklar olmadığını ileri sürer. Bu teoriye göre evreni oluşturan en temel bileşenler, titreşen keman tellerini andıran bir sicimin farklı rezonanslarıdır. Evren, lastik bant benzeri, küçük ve esnek sicimlerden oluşur. Ve tıpkı farklı armoniler çıkaran bir keman teli gibi, bu halka şeklindeki sicimlerin farklı rezonansları farklı madde parçacıkları üretir. Yani başka bir deyişle, evren bir tür senfonidir!

Sicimler, boşlukta hareket eden kapalı halkalar olduğundan, zaman içinde yayılıp (*evren tabakası* olarak bilinen) silindirik alanlar oluştururlar (Resim 60). Eğer bir halkadan başka halkalar çıkarsa, o zaman bu silindir çatallanıp lades kemiği şeklini alır.



Resim 60

Çok sayıda sicim bir araya geldiğinde ise, iç içe geçmiş simit benzeri şekillerden oluşan karmaşık bir şebeke ağına dönüşürler. İşte bu türden karmaşık topolojik yapıları inceleyen sicim teorisyenleri Hirosi Ooguri ve Cumrun Vafa, bu simitlerin sayısıyla Jones polinomu arasında şaşırtıcı bir bağlantı bulmuştu. Zaten daha öncesinde, sicim kuramının anahtar isimlerinden biri olan Ed Witten da Jones polinomuyla sicim kuramının temeli (yani *kuantum alan teorisi*) arasında sürpriz bir bağ kurmuştu. Witten'ın modeli daha sonraları matematikçi Michael Atiyah tarafından tamamen matematiksel olarak yeniden ele alınmıştı. Yani sicim kuramıyla düğümler kuramı, tek yumurta ikizleri gibiydi. Sicim kuramı, düğümler kuramında elde edilen sonuçlardan faydalananırken, düğüm kuramının gelişimine de katkıda bulunmuştu.

Daha geniş bir açıdan ele alacak olursak, aslında sicim kuramı maddenin en temel yapıtaşları için bir açıklama bulmaya çalışıyordu – tıpkı düğümlerden medet uman Thomson’ın bir atom teorisi geliştirmeye çalıştığı gibi! Thomson, (bilmeden de olsa) düğümlerin bir cevap olabileceğini düşünmüştü. Ve kader bu ya, ondan yıllar sonra gelen sicim teorisyenleri düğümlerin gerçekten de bazı cevapların kaynağı olabileceğini bulmuştu.

Düğümler kuramının hikâyesi, aslında matematiğin sürpriz yeteneklerine çok güzel bir örnektir. Söz konusu, teorilerin doğru çıkması olduğunda ise, matematiğin bilim insanlarının ihtiyaçlarına cevap veren “aktif” yönü bile bizlere şaşırtıcı sürprizler sunar. Şimdi matematiğin hem soyut hem aktif yönünün rol oynadığı, ama elde edilen doğru sonuçlar bakımından son derece kayda değer gördüğüm bir fizik konusundan bahsedelim.

Sıfır Hata

Galileo ve diğer İtalyan deneyselciler düşen cisimlerle ilgili yasalar keşfetmişti. Newton ise bu yasaları alıp Kepler’in gezegen hareketleriyle birleştirmiş ve bu ikisinin bileşiminden yola çıkarak evrensel bir kütle çekim yasası yaratmıştı. Bunu yaparken matematik dilini kullanan Newton, bir başka şey daha bulmuş ve yepyeni bir matematik dalı icat etmişti – kalkülüs! Kalkülüs, Newton’ın ileri sürdüğü devinim ve kütle çekim yasalarının tüm özelliklerinin tam ve kati bir şekilde ifade edilebilmesini sağlamıştı. O günün deney ve gözlem şartlarıyla Newton, doğruluk oranı sadece yüzde 4 olan sonuçlardan yola çıkmış ve milyonda bir rastlanabilecek doğrulukta matematiksel bir kütle çekim kanunu tasarlamıştı. 1950’lerde deneysel doğruluk oranı yüzde 0,00001’den iyi çıkmıştı. Ama hepsi bu değil. Evrenin genişlemesinin hızlandığını ispatlamayı hedefleyen bazı spekülative teoriler, yakın zaman önce kütle çekim kuvvetinin davranışında kısa mesafeler için çok küçük ölçekli değişimler olabileceğini ileri sürdü. Eğer hatırlarsanız, Newton’ın kanunu “çekim kuvveti iki cisim arasındaki mesafenin karesiyle ters orantılıdır” diyordu. Yani bu ne demek? İki cisim arasındaki mesafe ikiye katlanırsa, her iki kütlelerin maruz kalacağı çekim kuvveti dört misli azalır demek.

Fakat yeni senaryolar, bir milimetreden daha küçük mesafeler için bu davranışta bir sapma öngörüyordu. Bunun üzerine Seattle'daki Washington Üniversitesi'nden Eric Adelberger, Daniel Kapner ve beraberindeki bilim insanları bir dizi yaratıcı deneyle bu tahmini değişikliği test etmeye karar verdiler. Ve Ocak 2007'de yayımladıkları son bulgular şöyleydi: Newton'ın ters-kare kanunu milimetrenin elli altı binde biri mesafeye kadar geçerliydi! Düşünsenize, üç yüz yıldan daha uzun bir süre önce, üstelik son derece yetersiz gözlem şartlarında ortaya atılan bir matematik kanunu, sadece yüzde yüz doğru çıkmakla kalmıyor, yakın zaman öncesine kadar haberimizin bile olmadığı hassas bir mesafe aralığında bile geçerliliğini koruyordu!

Yine de Newton'ın tamamen cevapsız bıraktığı önemli bir soru vardı: Çekim kuvveti nasıl işliyordu? Ay'dan 380.000 km uzakta olan Dünya, nasıl oluyor da Ay'ın hareketini etkileyebiliyordu? Newton, teorisindeki bu eksikliğin farkındaydı ve bunu *Principia*'da açık yüreklilikle itiraf etmişti:

Böylece göklerdeki ve denizdeki olguları kütle çekim kuvvetiyle açıkladık, ama henüz bu kuvvetin sebebini belirleyemedik. Güneş'in ve gezegenlerin merkezine kadar etki edebilen bir sebepten ileri geldiği kesin... ve etkisini her yöndeki devasa mesafelerde, mesafenin karesiyle ters orantılı biçimde azalarak gösteriyor... Fakat şu ana kadar kütle çekim kuvvetinin bu özelliklerinin neden ileri geldiğini keşfedemedim ve bu konuda hiçbir teorim yok.

Newton'ın kaldığı yerden devam edip bu soruya cevap bulmaya karar veren kişi Albert Einstein'dı (1879-1955). Özellikle 1907'de, kütle çekim kuvvetiyle ilgilenmek için Einstein'ın çok güçlü bir sebebi vardı – yeni formüle ettiği özel görelilik teorisi, Newton'ın kütle çekim yasasıyla taban tabana çelişiyordu.

Newton, kütle çekim hareketinin zamana ihtiyaç duymayan ve anında etkisini gösteren bir kuvvet olduğunu düşünmüştü. Gezegenlerin Güneş'in çekim kuvvetine ya da bir elmanın Dünya'nın çekimine maruz kalmasının zaman almadığını farz etmişti. Halbuki Einstein'ın özel görelilik teorisi şu temel üzerine

oturuyordu: Hiçbir cisim, enerji ya da bilgi ışıktan daha hızlı hareket edemezdi! O halde, kütle çekimi nasıl anında etkisini gösteriyordu?

Güneş bir şekilde ansızın kaybolacak olsaydı, kendisini yö-rüngede tutan kuvvetten yoksun kalan Dünya (Newton'a göre), aniden düz bir hat üzerinde hareket etmeye başlardı (tabii diğer gezegenlerin çekim kuvvetinden kaynaklanan küçük sapmaları saymazsak). Fakat aslında Güneş, onu Dünya'dan izleyenler için ancak sekiz dakika sonra kaybolurdu, çünkü ışığın Güneş'ten Dünya'ya ulaşma süresi sekiz dakikaydı. Ve bu da, Dünya'nın hareketindeki değişimin, Güneş'in yok olmasından önce gerçekleşmesi demekti.

Bu çelişkiyi ortadan kaldırmak ve Newton'ın cevapsız bıraktığı soruya bir yanıt bulmak isteyen Einstein, yeni bir kütle çekim teorisi bulmak için hummalı bir araştırmaya girişti. İşi son derece zordu. Yeni teori hem Newton'ın kaydettiği üstün başarıları korumalı, hem de çekim kuvvetinin işleyişine bir açıklama getirmeliydi ve üstelik bu ikisini yaparken özel görelilikle de çelişmemeliydi. Birkaç hatalı başlangıç ve sürekli çıkmaz sokakla son bulan sürüyle denemenin ardından, Einstein nihayet 1915'te amacına ulaştı. Ortaya koyduğu *genel görelilik kuramı*, hâlâ birçokları tarafından gelmiş geçmiş en güzel teori olarak tanımlanır.

Einstein'ın çığır açan kuramının merkezinde yatan fikir şuydu: Kütle çekim kuvveti, zaman ve mekânın dokusundaki bükülmelerden başka bir şey değildi. Einstein'a göre, gezegenler yumuşak eğimli yeşil arazinin eğimini takip eden golf topları misali, Güneş'in çekim kuvvetinin etkisiyle bükülen boşlukta, eğimli bir yol takip ediyorlardı. Başka bir deyişle, eğer madde ya da diğer enerji formları olmasaydı, *zaman-mekân* (yani üç uzamsal boyut ve zamanın bileşiminden oluşan yapı) düz olurdu. Madde ve enerji, zaman ve mekânı tıpkı ağır bir bowling topunun bir fileyi sarkıtması gibi büküyordu. Ve gezegenler çekim kuvvetinin sonucu olan bu eğimli düzlemdeki en kestirme yolu takip ediyordu. Einstein kütle çekim kuvvetinin nasıl işlediğini bularak aslında bu kuvvetin hızıyla ilgili soruyu da cevaplamış oluyordu. Ve bu ikinci sorunun ucu, zaman ve mekândaki bükülmelerin ne kadar hızlı hareket ettiğini belirlemeye dayanıyordu. Bu tıpkı bir göldeki

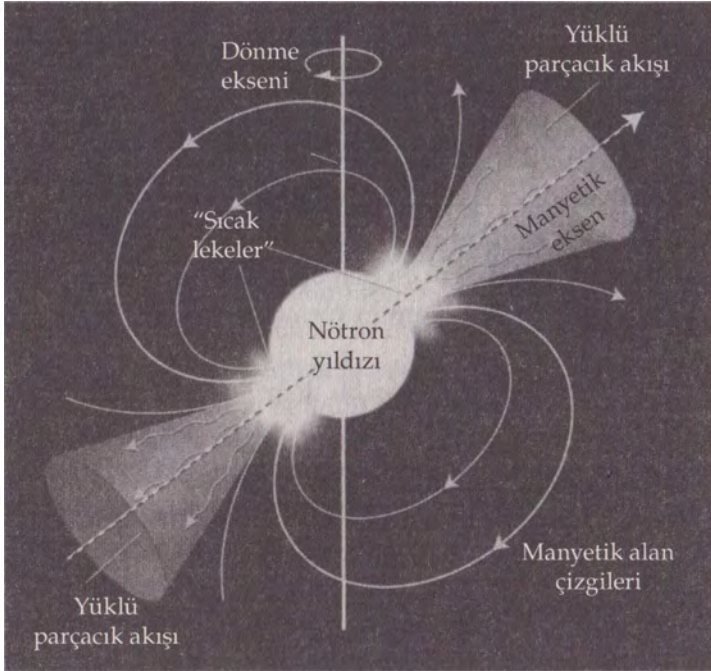
dalgacıkların hızını hesaplamak gibiydi. Einstein, genel görelilik kuramında, kütle çekim kuvvetinin ışık hızıyla bire bir aynı hızda hareket ettiğini ispatlamıştı. Ve bu, Newton'ın teorisiyle özel görelilik teorisi arasındaki çelişkiyi ortadan kaldırıyordu. Güneş aniden ortadan kaybolacak olsaydı, Dünya'nın yörüngesindeki değişiklik de sekiz dakika sonra meydana geleceği için, bizim Güneş'in kaybolduğunu görmemizle aynı ana denk gelecekti.

Einstein dört boyutlu ve bükülen zaman-mekân kavramını yeni evren teorisinin merkezine oturtmuştu. Fakat şimdi de bu geometrik unsurları tanımlayabilecek bir matematik teorisine ihtiyaç duyuyordu. Einstein çaresizlik içinde eski sınıf arkadaşı, matematikçi Marcel Grossmann'dan (1878-1936) yardım istedi: "Eskiden fazla incelikli bazı kısımlarını gereksiz bir lüks olarak gördüğüm matematiğe artık derin bir saygıyla bağlanmış durumdayım," demişti Einstein. Grossmann, Einstein'a Riemann'ın Öklid-dışı geometrisini önererek bunun tam da ihtiyaç duyduğu şey olduğunu söylemişti. 6. Bölüm'de anlattığımız Riemann geometrisi, sınırsız sayıda boyut içerebilen bir eğri düzlem geometrisiydi. Ve onca yıl sonra Einstein'ın ihtiyacına cevap oluyordu! İşte bu, matematiğin "pasif" etkinliği dediğim şeyin inanılmaz bir örneğiydi. Zaten Einstein da bunu fark etmekte gecikmemişti: "Aslında geometriyi fiziğin en eski dalı olarak görebiliriz, çünkü o olmasaydı, görelilik kuramını formüle edemezdim," demişti Einstein.

Genel görelilik de etkileyici bir doğruluk oranına sahipti. Elbette bu gibi teorilerin doğruluğunu test etmek kolay değildir, çünkü Güneş gibi devasa bir cismin zaman-mekânda yol açtığı bükülme ancak kısmen ölçülebilir. İlk zamanlardaki testlerin hepsi Güneş Sistemi'ndeki gözlemlere dayanan ölçümler olmuştur. (Örneğin, Merkür gezegeninin yörüngesi, Newton kütle çekim kuvvetinin tahminleriyle kıyaslanmış ve sadece çok küçük bir fark tespit edilmiştir.) Fakat yakın dönemde, daha farklı test yöntemleri de mümkün hale gelmiştir. Örneğin, en iyi doğrulama yöntemlerinden biri *çift pulsar* olarak bilinen gökcismidir.

Bir pulsar (ya da atarca), kütlesi Güneş'inkinden biraz daha büyük, ama yarıçapı sadece on kilometre kadar olan ve uzaya

radio dalgaları gönderen son derece kompakt bir yıldızdır. *Nötron yıldızı* adıyla da bilinen bu yıldızın yoğunluğu öyle yüksektir ki, iki santimetre küpü yaklaşık bir milyar tonluk bir kütleye sahiptir! Manyetik kutuplarından ışıma yapan yüklü parçacıklar yayan bu nötron yıldızlarının pek çoğu çok hızlı döner. Manyetik eksen (Resim 61'deki gibi) rotasyon eksenine birazcık meyilettiğinde ise, yıldızın herhangi bir kutbundan yayılan bu ışıma, her dönüşte sadece bir kez olmak üzere bizim görüş alanımıza girebilir – tıpkı bir deniz fenerinin ışığı gibi. Yıldız döndüğü için bu ışıma tıpkı bir nabız atması gibi, kesintili olarak görünür – zaten “pulsar” adı da İngilizcede nabız anlamına gelen *pulse* sözcüğünden gelir. Uzayda ikili pulsarlar da keşfedilmiştir. Ortak çekim merkezlerinin etrafında, birbirine çok yakın bir yörüngede dönen bu çift yıldız sistemine çift-pulsar denir.



Resim 61

Ve bu çift pulsar iki sebepten ötürü, genel görelilik kuramını test etmek için ideal bir laboratuvardır: (1) Radyo pulsarları ku-

sursuz saatlerdir – rotasyon hızları öylesine sabittir ki, en kusursuz atom saati bile yanlarında sönük kalır. (2) Pulsarların kütlesi çok yoğun olduğu için çekim alanları çok kuvvetlidir ve dolayısıyla da hatırı sayılır bir kıyaslama imkânı yaratırlar. İşte bütün bu özellikler sayesinde, astronomlar birbirinin çekim alanındaki iki pulsarın yörüngesel hareketini, pulsarlardan Dünya'ya gelen ışığın seyahat süresinde yol açtığı değişimleri tam olarak ölçebilir.

Yapılan en son test, PSR J0737-3039A/B adıyla bilinen çift pulsar sistemi üzerinde yapılan ve iki buçuk yıldan uzun süren gözlemlerin bir sonucudur (bu arada, telefon numarasını andıran bu uzun isim, sistemin gökyüzündeki koordinatlarıdır). Bu sistemdeki iki pulsar yörüngesel dönüşlerini sadece iki saat yirmi yedi dakikada tamamlar ve sistem Dünya'dan iki bin ışık yılı uzaklıktadır (bir ışık yılı, ışığın vakum ortamında bir yıl içinde kat ettiği mesafedir ve yaklaşık on trilyon kilometreye tekabül eder). Manchester Üniversitesi'nden Michael Kramer'ın liderliğindeki bir grup astronom, Newton devinimini görelilik bazında değerlendirmeye tabi tutmuştur. Ve 2006 ekiminde yayımlanan sonuçlar, genel görelilik kuramının tahmin ettiği değerlerle sadece 0,05'lik bir belirsizlik payıyla örtüşmüştür!

Einstein'ın görelilik kuramı, aklımıza gelmeyecek birçok alanda bize yol gösterir. Örneğin, hem özel hem genel görelilik, yeryüzündeki konumumuzu ve bir yerden bir yere giderken yönümüzü bulmamızı sağlayan GPS, yani *Küresel Konumlama Sistemi*'nde çok önemli bir rol oynar. GPS, birkaç uydudan oluşan ve bu uydular vasıtasıyla, yer ve zaman bilgisi sağlayan uzay tabanlı bir uydu navigasyon sistemidir. Uydular bir tür radyo sinyali yayarlar ve bu sinyalin yeryüzünün herhangi bir noktasındaki GPS alıcısına ulaşma süresini ölçerek konum belirlemesi yaparlar. Einstein'ın özel görelilik kuramı, uydulara yerleştirilen hassas atomik saatlerin yeryüzündeki saatlere kıyasla, daha yavaş çalışması (ve her gün, saniyenin milyonda biri kadar geri kalması) gerektiğini öngörüyordu. Genel görelilik kuramı ise, uydulardaki saatlerin yeryüzündeki saatlerden daha hızlı çalışması (ve her gün saniyenin milyonda birkaçı kadar ileri gitmesi) gerektiğini öngörüyordu. Çünkü yukarılarda, Dünya'nın kütlesinin uzay-zamanda yol açtığı bükülme daha küçüktü. Yani yerçekimsel güç

arttıkça, zamanın yavaşlaması gerekirdi. İşte Einstein'ın bu teorisini, atomik saat taşıyan GPS uyduları tarafından kanıtlandı! Dünya yörüngesine yerleştirilen ilk GPS uydusunun atom saati bozuldu! Elbette aslında bu bir bozukluk değildi. Sadece Einstein'ın tahmin ettiği gerçekler işbaşındaydı. Bunu fark eden bilim insanları, uyduların saatinde genel ve özel göreliliği dikkate alarak gerekli ayarlamaları yaptı. Ve böylece hata düzeltildi. Aksi takdirde, küresel bir konumlama aleti her gün sekiz kilometre hata verecek ve bir hafta sonra yaklaşık 60 km hatalı olacaktı.

Kütle çekim kuramı, matematiğin tabiat kanunlarını formüle etmekte sergilediği mucizevi başarının birçok örneğinden sadece biridir. Diğer pek çok teoride olduğu gibi, bunda da denklemler bize beklenenden çok daha fazlasını vermiştir. Newton ve Einstein'ın kuramlarındaki doğruluk oranı, bu teorilerin açıklamaya teşebbüs ettiği ilk gözlemlerin doğruluk oranından kat kat fazladır.

Bir matematik teorisinin ulaşabileceği doğruluk oranına en iyi örnek ise, muhtemelen KED, yani *Kuantum Elektrodinamiği*'dir. Bu teori, elektrik yüklü parçacıklar ve ışıkla ilgili tüm olguları açıklar. 2006'da Harvard Üniversitesi'nden bir grup fizikçi, elektronun manyetik momentini (yani bir elektronun manyetik bir alanla girdiği etkileşimin gücünü) sadece trilyonda sekiz hata payıyla belirlemeyi başarmıştır. Bu zaten başlı başına müthiş bir deneysel başarıdır. Fakat daha da önemlisi, KED'le ilgili yapılan son teorik hesapların bu deney sonucunu bire bir desteklemesi ve benzer hassasiyette sonuçlar elde edilmiş olmasıdır. İşte bu KED teorisinin doğruluk oranını inanılmaz kılan asıl şeydir. KED'in öncülerinden fizikçi Freeman Dyson, bu başarıyı duyduğunda şöyle demiştir: "Doğanın, bundan elli yedi yıl önce karaladığımız bir teoriyle bu kadar hassas bir uyum göstermesi ve araştırmacılarla teorisyenlerin bu uyumu trilyonda bir hata payıyla ölçüp hesaplayabilmesi gerçekten inanılmaz."

Fakat matematik teorilerinin şöhreti sadece doğruluk oranlarıyla sınırlı değildir – tahmin gücü de bir başka önemli faktördür. Matematik teorilerinin bu kabiliyetine, biri on dokuzuncu yüzyıldan, diğeri yirminci yüzyıldan olmak üzere iki basit örnek

vereceğim. İlk teori yepyeni bir olguyu öngörür, ikincisi ise madenin temel yapıtaşları olan yeni parçacıkları.

Klasik elektromanyetizma teorisini formüle eden James Clerk Maxwell, 1864'te elektrik ya da manyetik alanların manyetik dalgalar üreteceğini tahmin etmişti. Ve bu dalgalar –yani elektromanyetik dalgalar– ilk olarak Alman fizikçi Heinrich Hertz (1857-1894) tarafından 1880'lerin sonunda yapılan bir dizi deneyde keşfedilmişti.

1960'ların sonunda ise fizikçi Steven Weinberg, Sheldon Glashow ve Abdus Salam, elektromanyetik kuvvetle zayıf nükleer kuvveti bir arada ele alan bir teori geliştirdi. Günümüzde *elektrozayıf teorisi* olarak bilinen bu teori, daha önce hiç gözlenmemiş üç yeni parçacık bulunduğunu söylüyordu: W^+ , W^- ve Z bozonları! Ama bu sadece bir teoriydi. Ve bu parçacıklar 1983'te, fizikçi Carlo Rubbia ve Simon van der Meer'in liderliğinde, (atom-altı parçacıkları çok yüksek hızda çarpıştıran) parçacık hızlandırıcı deneylerinde keşfedildi!

"Matematiğin akıl almaz etkinliği" deyimini borçlu olduğumuz fizikçi Eugene Wigner, matematik teorilerinin bütün bu inanılmaz başarılarını, bilginin doğal gelişim süreci, yani "epistemolojinin doğal yasası" olarak nitelemeyi uygun görmüştü (epistemoloji, bilginin esaslarından ve sınırlarından bahseden felsefe dalıdır). Wigner'e göre tüm bu gelişmeler, bilginin doğasından kaynaklanıyordu. Ve eğer bu "yasa" olmasaydı, bilim insanları tabiatın yasalarını keşfetmelerini sağlayacak cesaret ve güvenden yoksun olurlardı. Gerçi Wigner, epistemolojinin yasasının ne olduğunu açıklamamıştı. Sadece bunu "muhteşem bir lütf" olarak görmüş ve kökenini anlayamamak da minnettar olmamız gerektiğini söylemişti. Wigner'e göre bu "lütf" matematiğin akıl almaz etkinliği meselesinin özünü teşkil ediyordu.

Evet, sanırım artık başlangıçta sorduğumuz soruları hiç olmazsa cevaplamaya çalışmamıza yetecek kadar ipucu topladık. Matematik etrafımızdaki dünyayı açıklamakta nasıl bu kadar başarılı ve etkili – hatta yeni bilgilere ulaşmamızı sağlayacak kadar üretken olabiliyor? Ve son soru: Matematik bir icat mı, yoksa keşif mi?

9. BÖLÜM

İNSAN ZEKÂSI, MATEMATİK VE EVREN

Matematik insan zekâsından bağımsız bir olgu mu? Ve (2) matematiksel kavramlar nasıl oluyor da kendilerine hedeflenen alanın çok ötesinde uygulama alanları bulabiliyor? Aslında bu iki soru karmaşık şekilde birbiriyle ilişkilidir. Yine de konuyu sadeleştirmek amacıyla her birini sırasıyla ele alacağım.

Öncelikle matematik bir keşif mi yoksa icat mı sorusu hakkında günümüz matematikçilerinin görüşlerini merak edebilirsiniz. Örneğin, bakın matematikçi Philip Davis ve Reuben Hersh, *Matematiğin Seyir Defteri* adlı muhteşem kitaplarında durumu nasıl izah etmiş:

Konuyla ilgilenen çoğu yazar şu konuda hemfikir-
dir: İşbaşındaki tipik bir matematikçi hafta içi çalışır-
ken Platoncudur, tatil günlerinde ise biçimselcidir. Yani,
matematikle uğraşırken, keşfetmeye çalıştığı nesnel bir
gerçeklik olduğuna inanır. Ama sıra bu gerçekliği felsefi
olarak izah etmeye gelince, kolaya kaçıp inanmıyormuş
gibi yapar.

Kadınlara haksızlık etme kaygısıyla “bilimadamı” yerine
“bilim insanı” tabirini tercih edecek kadar hassasiyete sahip ol-
duğumuz şu günlerde, kararsızlığımızın fotoğrafını çeken yuka-
rıdaki tespitin, günümüzün pek çok matematikçisi ve kuramsal
fizikçisi için hâlâ geçerli olduğunu düşünüyorum. Buna rağmen

saflarını net olarak belirlemiş olan bazı matematikçiler de var elbette. Örneğin, matematiğin bir keşif olduğunu savunan Platoncu görüşün en iddialı temsilcilerinden G. H. Hardy, *Bir Matematikçinin Savunması* adlı başyapıtında bakın ne diyor:

Benim için ve sanırım çoğu matematikçi için, adına “matematikselsel gerçeklik” diyebileceğim bir başka gerçeklik var. Ve bu gerçekliğin doğası konusunda, ne matematikçiler ne de filozoflar bir fikir birliğine varabilmiş durumdalar. Kimileri bunun “zihinsel” bir gerçeklik olduğuna ve onu bizim yarattığımıza inanıyor; kimileri ise bunun bizim dışımızda, bizden bağımsız bir gerçeklik olduğunu düşünüyor. Matematikselsel gerçeklik açıklanabildiğinde, metafiziğin birçok zorlu problemi de çözüme kavuşmuş olacak. Ve bu açıklamaya fizikselsel gerçeklik de dahil edilebilirse, o zaman çözülemeyen hiçbir problem kalmaz.

Niyetim bu soruların hiçbirini burada tartışmak değil. Ama yanlış anlaşılacak için nerede durduğumu açıkça söyleyeceğim. Ben, matematikselsel gerçekliğin bizim dışımızda olduğuna ve görevimizin onu keşfetmek ya da gözlemlemek olduğuna inanıyorum. Havalara girerek kendi “icadımız” olarak tasvir ettiğimiz kanıtlanmış teoremlerin aslında sadece gözlemlerimizin yazıya dökmüş notları olduğunu düşünüyorum. Platon’dan bu yana itibarlı pek çok düşünür şu veya bu şekilde bu görüşü savunmuştur ve ben de inandığım dilde konuşacağım.

Matematikçi Edward Kasner (1878-1955) ve James Newman (1907-1966) ise, *Matematik ve Hayal Gücü* adlı kitaplarında tam tersi görüşü savunmuştur:

Matematiğin başka hiçbir düşünce sisteminin boy ölçüşemeyeceği bir prestije sahip olması aslında şaşırtıcı değildir. Matematik bilimdeki pek çok ilerlemeyi mümkün kılmıştır. Pratik dünyamızın vazgeçilmezi, soyut kuramlarımızın başyapıtına dönüşmüştür ve insanoğlunun entelektüel serüvenindeki ayrıcalıklı yeri kesinlikle hak edilmiş bir başarıdır.

Bütün bu ayrıcalıklara rağmen, aslında matematiğin ilk önemli başarısı ancak yakın zaman önce, Öklid-dışı ve dört boyutlu geometrinin ortaya çıkmasıyla elde edilmiştir. Elbette bu, kalkülüs, olasılık kuramı, sonsuzluk aritmetiği, topoloji ve diğer matematik dallarının kaydettiği başarıları küçümsemek anlamına gelmesin. Bunların her biri matematiği geliştirip anlamını derinleştirmiş ve bizim evreni anlamamıza yardımcı olmuştur. Fakat bunların hiçbirisi matematiğin özünü ve onun farklı branşları arasındaki ilişkiyi kavramamıza, Öklid-dışı geometrilerin aykırı fikirleri kadar katkıda bulunmamıştır.

İşte bu aykırı görüşü ortaya çıkaran o yürekli eleştirel ruh sayesinde, matematiğin insan zihninden bağımsız, başlı başına bir varlığı olduğu görüşünün üstesinden geldik. Aslında böyle bir görüşün var olmuş olması bile ilginç. Yine de Pisagor buna inanmış – ve tabii Descartes ve on dokuzuncu yüzyıldan önce yaşamış olan yüzlerce büyük matematikçi! Bugün ise matematik sınırlarını aşmış, zincirlerinden kurtulmuş durumda. Özünde her ne olursa olsun, matematiğin zihnimiz kadar özgür, hayal gücü kadar baştan çıkarıcı olduğunu biliyoruz. Öklid-dışı geometri –kürelerin armonisinin aksine– matematiğin insanın eseri olduğunu ve onu sınırlayabilecek tek şeyin düşüncenin kanunları olduğunu kanıtıyor.

Demem o ki, matematiksel kanunların alametifarikası olan kati bilginin aksine, söz konusu matematiğin doğası olunca, ancak felsefe ve politikada rastlayabileceğimiz türden bir fikir ayrılığı yaşıyoruz! Uzun lafın kısıası, her kafadan başka bir ses çıkıyor! Şaşırmalı mıyız? Pek değil. Çünkü matematik bir keşif mi, icat mı sorusu aslında matematiğin meselesi değil!

“Keşif” sözcüğü, matematiğin başka bir evrene ait, gerçek ya da metafiziksel bir varlığı olduğunu ima ediyor. “İcat” sözcüğü ise, bireysel ya da kolektif bir insan zekâsına işaret ediyor. Dolayısıyla, bu mesele matematiği (en azından doğrudan) dışlamasa da, fizik, felsefe, matematik, bilişsel bilim ve hatta antropoloji gibi birçok disiplini ilgilendiriyor. Hatta matematik bu so-

ruyu cevaplamak için en donanımlı branş bile olmayabilir. Tıpkı dille harikalar yaratan şairlerin dilbilimci olması gerekmediği, ya da en büyük filozofların beyin fonksiyonları konusunda uzman olmasına gerek olmadığı gibi. Dolayısıyla, “Keşif mi, icat mı?” sorusunun cevabına, ancak ve ancak geniş bir çerçevede ele alınmış birçok ipucunun titiz incelemesiyle ulaşılabilir (tabii ulaşılabilirse).

Metafizik, Fizik ve İdrak

Söz konusu evrenin doğasını tanımlamak olduğunda, matematiğin insanlardan bağımsız bir varlığı olduğuna inananlar da kendi aralarında iki kampa ayrılır. Birinci kampta, “halis” Platoncular var. Onlar için matematik, matematiksel formların soyut ve ebedi dünyasının bir sakini. İkinci gruptakiler ise, matematiksel yapıların aslında doğal, yani fiziksel dünyanın gerçek bir parçası olduğuna inanıyor. Halis Platonculardan ve onların bazı felsefi kusurlarından zaten ayrıntılı olarak bahsettiğim için, şimdi biraz da ikinci grup üzerinde duralım.

Matematiği fiziksel dünyanın bir parçası olarak ele alan senaryonun en abartılı, en ateşli versiyonu, muhtemelen MIT’den astrofizikçi meslektaşım Max Tegmark’a aittir.

Tegmark, “Matematik, içinde bulunduğumuz evreni sadece tanımlamakla kalmaz, evrenin *ta* kendisidir,” der. İddiasının temelindeki fikir, aslında tartışmaya pek de açık olmayan bir görüşdür: İnsanların dışında, yani insanlardan bağımsız olarak var olan fiziksel bir gerçeklik vardır. Bundan yola çıkan Tegmark, böyle bir gerçekliği tanımlayacak mutlak teorinin (yani fizikçilerin “her şeyin kuramı” adını verdiği teorinin) nasıl bir şey olabileceğini sorgulayarak devam eder. İçinde bulunduğumuz madde dünyası insanlardan tamamen bağımsız olarak var olabildiğine göre, bu dünyanın tanımı da her türlü insan katkısından (örn. özellikle de insan dilinden) bağımsız olmalıdır. Başka bir deyişle nihai teori, “atom-altı parçacıklar”, “rezonans halindeki sicimler”, “bükülen uzay-zaman” gibi insan icadı yapılar ya da kavramlar kullanamaz. Öyleyse kozmosun tek olası tanımı, sadece ve sade-

ce soyut kavramları ve onlar arasındaki bağlantıları kullanmalıdır. Çünkü Tegmark'a göre matematiğin işe yarayan tek tanımı budur.

Tegmark'ın matematiksel gerçeklik iddiası kesinlikle ilgi çeki. Ve eğer doğru olsaydı, matematiğin "akıl almaz etkinliği" meselesini çözmekte epey bir yol kat edilebilirdi. Çünkü matematiğin *ta kendisi* olarak tanımlanan bir evrende, matematiğin doğaya tıpkı bir eldiven gibi uyması hiç de şaşırtıcı olmazdı. Fakat ne yazık ki ben, Tegmark'ın mantığını pek de ikna edici bulmuyorum. İnsanlardan bağımsız olan, harici bir gerçeklik fikrin-den yola çıkıp Tegmark'ın şu sözlerle ifade ettiği sonuca atlamak, bana göre biraz fazla zoraki bir el çabukluğundan başka bir şey değil: "Matematiksel evren hipotezi dediğim şeye inanmalısınız! Bizim fiziksel gerçekliğimizin matematiksel bir yapı olduğuna inanmalısınız!" diyor Tegmark. Ve matematiğin gerçekte ne olduğunu şu sözlerle anlatıyor: "Modern bir mantıkçı için matematiksel bir yapı tam olarak şudur: Birbiriyle bağlantılı halindeki soyut varlıklar kümesi." Evet, ama Tegmark'ın modern mantıkçısı da sonuçta bir insan değil mi?! Yani Tegmark, aslında matematiğin insan icadı olmadığını *kanıtlamıyor*, sadece farz ediyor. Ayrıca, Fransız nörobiyolog Jean-Pierre Changeux'nun benzer bir iddiaya cevap verirken söylediği gibi: "Matematiksel kavramların biyolojide incelediğimiz tabiat olgularının sahip olduğu türden bir fiziksel gerçekliği olduğunu iddia etmek, bana göre son derece endişe verici, epistemolojik bir problem. Beynimizin içindeki fiziksel bir durum, beynimizin dışındaki fiziksel bir durumla nasıl bir olabilir ki?"

Matematiği fiziksel gerçeklik temeline oturtma teşebbüslerinin pek çoğu, kanıt olarak sadece matematiğin doğayı açıklamada sergilediği üstün başarıyı gösteriyor. Fakat aslında bu, matematiğin etkinliğini izah edebilecek başka bir açıklama olmadığını varsaymakla aynı kapıya çıkıyor. Ki bu varsayım, daha sonra göstereceğim gibi, doğru değil.

Diyelim ki matematiğin anavatanı, fiziksel dünya değil. Zaman ve mekândan muaf platonik dünya da değil. O zaman bu, matematiğin tamamen insan icadı olduğu anlamına mı geliyor? Kesinlikle hayır. Bilakis bir sonraki bölümde, matematiğin büyük

bir bölümünün icatlardan değil, keşiflerden oluştuğunu iddia edeceğim. Fakat o konuya geçmeden önce, çağdaş bilişsel bilimcilerin bazı görüşlerine kulak vermekte fayda var. Sebebi gayet basit: Matematik bütünüyle bir keşif olsaydı bile, bu keşifleri yapanlar sonuçta yine beyinlerini kullanan *insan* matematikçiler olacaktır.

Bilişsel bilimlerin son yıllarda kaydettiği muazzam gelişmeye bakınca, nörobiyolog ve psikologların dikkatlerini matematiğe çevirmesine şaşmamak gerek. Elbette en özel ilgi alanları, matematiğin temellerini insan zihninde aramaktır. Bilişsel bilimcilerin sonuçlarına şöyle bir göz gezdirdiğimizde, Mark Twain'in, "Elinde çekiç olan biri için her şey çiviye benzer," sözünü hatırlamak elde değil. Küçük vurgu farklarını saymazsak, neredeyse tüm nöropsikolog ve biyologlar matematiğin bir insan icadı olduğu konusunda hemfikirdir. Fakat daha yakından incelediğimizde, bilişsel verilere getirilen yorumlar epey karışık olsa da, matematiğe temel arayışına yepyeni ve yaratıcı bir soluk getirdiklerinden hiç şüphe yok. İşte bilimsel bilimcilerin konuyla ilgili yorumlarından küçük ama özetleyici bir derleme.

Asıl ilgi alanı sayısal zekâ olan Fransız nörobilimci Stanislas Dehaene, 1997 tarihli *Sayı Algısı* adlı kitabında, "beynimizin derinliklerinde sayısal bir önseziye" sahip olduğumuzu söyler. Aslında bu görüş, tüm matematiği doğal sayılarla ilgili bir önsezinin sonucu olarak gören sezgicilerin görüşüne çok yakındır. Dehaene'ye göre, aritmetiğin psikolojisi hakkında yapılan araştırmalar, sayıların insan zekâsının doğal unsurları, yani doğuştan gelen özellikleri olduğunu teyit ediyor. İlkel bir Amazon kabilesi olan Mundurukú üzerinde yapılan bir çalışmanın ardından, Dehaene ve ekibi 2006'da geometriyle ilgili benzer bir tespitte bulundu: "Bu izole insan grubunun geometrik kavramlar ve haritalar konusunda sergilediği spontane idrak gücü, temel aritmetik gibi çekirdek geometri bilgisinin aslında insan zekâsının evrensel bir unsuru olduğunu kanıtlayan bir veridir." Fakat tüm bilişsel bilimcilerin bu yorumla aynı fikirde olduğu söylenemez. Örneğin bazıları, Mundurukú kabilesinin, düz çizgilerin arasındaki daireyi, karelerin arasındaki dikdörtgeni ve dairelerin arasındaki elipsi vs. bulmaya yönelik bu geometri deneyinde sergilediği başarının, doğuştan gelen bir geometri bilgisiyle değil, sadece farklı

olanı seçmelerini sağlayan görsel kabiliyetleriyle ilgili olabileceğini belirtir.

Zihin, Madde ve Matematik Üzerine Sohbetler adlı eserinde (Platoncu) matematikçi Alain Connes'le matematiğin doğası üzerine nefes kesici bir diyaloga giren Fransız nörobiyolog Jean-Pierre Changeux şu tespitte bulunmuş:

Matematiksel bilginin algısal dünyayla hiçbir ilişkisi olmamasının sebebi, onun üretkenliğiyle, yani başka unsurlar doğurabilme yetenekleriyle ilgilidir. Burada vurgulanması gereken nokta, beynimizin içinde bir "bilinç kompartımanı", yani yeni bilgilerin üretilip yaratılması için bir tür fiziksel alan bulunmasıdır. Bu yeni matematiksel bilgiler bazı bakımlardan canlı varlıklara benzerler: Tıpkı canlılar gibi, onlar da hızla evrimleşebilen fiziksel varlıklardır; fakat virüsler hariç diğer canlıların aksine, onlar beynimizin içinde evrimleşirler.

Son olarak, "Keşif mi, icat mı?" sorusuyla ilgili en iddialı yorumlardan biri, bilişsel dilbilimci George Lakoff ile psikolog Rafael Núñez'in *Matematik Nereden Geliyor* adlı tartışmalı kitaplarında yer alır. 1. Bölüm'de de alıntı yaptığım bu kitapta, Lakoff ve Núñez ikilisi şöyle der:

Matematik insan olmanın doğal bir parçasıdır. Bedenlerimizden, beyinlerimizden ve dünyadaki gündelik deneyimlerimizden ortaya çıkar. [Dolayısıyla, Lakoff ve Núñez'e göre, matematik insan zekâsının vücut bulmuş halidir.] Matematik, insan zekâsının sıradan gereçlerini sıra dışı bir şekilde kullanabilen bir kavramlar sistemidir... Matematiğin yaratılışından insanoğlu sorumludur ve onun varlığını sürdürüp gelişmesinden sorumlu olan da yine odur. Matematiğin portresinde, insanın sureti var.

Bilişsel bilimciler, bu fikirlerini ikna edici birer kanıt olarak gördükleri çeşitli deney sonuçlarına dayandırır. Bu deneylerden bazıları, beynin matematiksel performans esnasındaki fonksiyonlarını ölçmeye yönelik çeşitli görüntüleme tekniklerini içerir. Bazıları ise, bebeklerin, hiç eğitim almamış Mundurukú gibi

ilkel kabilelerin ya da farklı derecede beyin hasarı olan insanların matematik kabiliyetlerini inceler. Araştırmacıların çoğu, bazı matematiksel yeteneklerin doğuştan geldiği konusunda hemfikir. Örneğin, insanların tamamı karşılarında bir mi, iki mi, üç nesne mi var şipşak anlayabiliyor. Ayrıca eşleştirme ya da kümelere ayırma, ya da toplama çıkarma gibi çok basit aritmetik bilgisi de doğuştan geliyor olabilir. Hatta bazı temel geometrik kavramların bile öyle olduğu düşünülüyor (fakat bu konuda henüz bir fikir birliğine ulaşılabilmiş değil). Ayrıca, nörobilimciler insan beyninde, sayısal işlemler ve matematiksel hesaplar için hayati önem taşıyan, fakat dil ya da hafıza için önemi olmayan bazı bölgeler keşfetti – beynin sol yarısında bulunan angular gyrus gibi.

Lakoff ve Núñez'e göre, doğuştan gelen bu yetenekleri geliştirmeyi sağlayan önemli unsurlardan biri de *kavramsal metaforlar*'dır – yani soyut kavramları daha somut kavramlara dönüştüren zihinsel çağrışımlar. Örneğin, aritmetik kavramının temelinde cisim toplama eylemi yatar. Boole'un daha soyut olan kümeler cebiri ise, kümeleri mecazi olarak sayılarla bağdaştırır. Lakoff ve Núñez'in geliştirdiği bu ayrıntılı senaryo, bazı matematiksel kavramların neden insanlara diğerlerinden daha zor geldiği konusuna da böylece ilginç bir açıklama getirmiş olur. Sheffield Üniversitesi'nden nörobiyolog Rosemary Varley gibi diğer araştırmacılar ise, en azından bazı matematiksel yapıların dil yeteneğine bağımlı olduğunu iddia eder – yani matematiksel algının bazen dil için gerekli olan zihin gereçlerinden faydalandığını iddia eder.

Kısacası, matematiğin insan icadı olduğuna inanan ve Platoncu görüşe karşı olan bilişsel bilimciler, bu iddialarını epey güçlü ispatlarla destekler. Fakat bence, Platoncu görüşü çürütmeye çalışan en güçlü iddia nörobiyologlara değil, yirminci yüzyılın en büyük matematikçilerinden biri olarak kabul edilen Sör Michael Atiyah'a aittir. Aslında, 1. Bölüm'de onun düşünce yapısından kısaca bahsetmiştim, ama şimdi biraz daha detaylı bakmakta fayda var.

İnsan zekâsından bağımsız olma ihtimali en yüksek matematik kavramı sizce hangisi olabilir diye sorsalar, hangisini seçerdiniz? Herhalde çoğu insan bunun doğal sayılar olabileceğini söy-

lerdi. 1, 2, 3, ...'ten daha doğal ne olabilirdi ki, öyle değil mi? Hatta sezgiciliğe meyleden Alman matematikçi Leopold Kronecker'in (1823-1891) şu sözü meşhurdur: "Tanrı doğal sayıları yarattı ve gerisini insana bıraktı." Bu durumda yapılması gereken şey doğal sayıların kökenine inmek. Eğer doğal sayıların insan zekâsının ürünü olduğu ispatlanabilirse, o zaman matematiğin "insan icadı" olduğunu kanıtlama yönünde de dev bir adım atılmış olur. Bakın Atiyah ne demiş: "Zekânın insanoğluna değil de, Pasifik Okyanusu'nun derinliklerinde yaşayan, her şeyden uzak, izole haldeki bir denizanası türüne bahşedilmiş olduğunu farz edelim. O zaman söz konusu tür, etrafımızdaki nesneler yerine sadece suyla ilişki halinde olacağından, algısını yönlendiren temel veriler de sadece hareket, ısı ve su basıncından ibaret olurdu. Ve böylesine tekdüze bir ortamda, ayrıklık açığa çıkamaz ve sayacak hiçbir şey de olmazdı." Başka bir deyişle Atiyah, doğal sayılar kadar temel bir kavramın bile *insan icadı* olduğuna inanıyor. İnsanın bu kavrama, kendi fiziksel dünyasındaki unsurlardan çıkarım yaparak (yani bilişsel bilimcilerin tabiriyle "kavramsal metaforlar" oluşturarak) ulaştığını söylüyor. Tıpkı 12 sayısının, bir düzineden oluşan her şeyin ortak özelliğini ifade etmesi, ya da "düşünce" sözcüğünün beynimizde meydana gelen birtakım süreçleri ifade etmesi gibi.

Bu iddiayı kanıtlamak için denizanalarından oluşan evren varsayımının kullanılmasına itiraz edenler olabilir. Mutlak olan tek bir evren olduğu ve her varsayımın bu evren kapsamında ele alınması gerektiği iddia edilebilir. Fakat bu bile, doğal sayılar kavramının aslında bir insan evrenine bağımlı olduğunu kabul etmekle aynı kapıya çıkar! Zaten matematiği "insan zekâsının vücut bulmuş hali" diye niteleyen Lakoff ve Núñez'in kastettiği şey de tam olarak budur.

Şu son birkaç sayfada, matematiğin insan zekâsının bir ürünü olduğunu iddia eden görüşlere yer verdim. Peki öyleyse neden daha önceki sayfalarda Platonculara yakın bir görüşü savunup matematiğin büyük bir bölümünün aslında keşfedildiğini söyledim? Eminim merak ediyorsunuzdur.

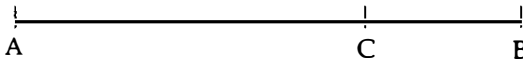
Keşif mi, İcat mı?

Gündelik dilde keşif ve icat sözcükleri arasındaki fark bazen cam gibi berrak, bazen de buzlu cam gibi bulanıktır. Örneğin hiçbirimiz “Shakespeare Hamlet’i keşfetti...” ya da “Madem Curie radyumu icat etti...” demeyiz. Öte yandan, bazı hastalık türleri için geliştirilen yeni ilaçlardan genellikle “keşif” olarak bahsederiz. Hem de bu ilaçlar, yeni kimyasal bileşiklerin hummalı bir senteziyle elde edilmiş olduğu halde. Şimdi matematikten vereceğim bir örnek, keşifle icat arasındaki ayrımı netleştirmekle kalmıyor, aynı zamanda matematiğin gelişim süreciyle ilgili çok değerli bilgiler içeriyor.

Öklid’in geometri üzerine yazdığı *Elementler* adlı dev eserinin II. kitabında, bir doğrunun belli bir noktadan eşit olmayacak şekilde ikiye bölünmesiyle ilgili bir tanım vardır (aynı tanım II. kitaptaki alanlar konusunda da geçer). Öklid’e göre, bir AB doğrusu (Resim 62’deki gibi) bir C noktasıyla bölünürse ve bunun sonucunda oluşan iki parçanın oranı (AC/CB), toplam parçanın uzun parçaya olan oranına (AB/AC ’ye) eşitse, o zaman o doğrunun “mutlak ve mükemmel oran” ile bölündüğü söylenir. Başka bir deyişle, “ $AC/CB = AB/AC$ ise, o zaman bu oranların her birine mutlak ve mükemmel oran” denir. Ve işte bu oran, on dokuzuncu yüzyıldan beri *altın oran* ismiyle biliniyor. Basit birkaç cebir işlemi, bize altın oranın değerini şu şekilde veriyor:

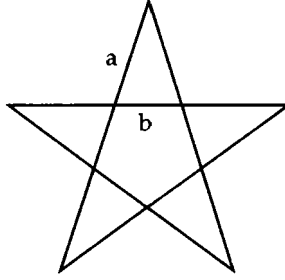
$$(1 + \sqrt{5}) / 2 = 1,6180339887...$$

Öncelikle Öklid’in neden özellikle bu bölme işleminin üzerinde durduğunu ve bunun sonucu olan orana bir isim verme zahmetine girdiğini merak edebilirsiniz. Hem de bir doğruyu farklı şekilde bölmenin sayısız yolu varken!



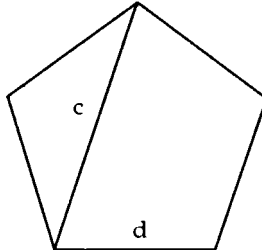
Resim 62

Aslında bu sorunun cevabını belki de Pisagorcuların ve Platon'un kültürel ve mistik mirasında aramalıyız. Hatırlarsanız, Pisagorcular sayılar konusunda fazlasıyla takıntılıydı. Tek sayıların erkek ve iyi; çift sayıların ise –biraz da önyargılı olarak– dişi ve kötü olduğuna inanırlardı. Birinci dişi sayı olan 2 ve birinci erkek sayı olan 3'ün toplamından oluşan 5 sayısının onlar için özel bir cazibesi vardı. (Zaten 1 sayısı onlar için bir sayı değil, bütün sayıların kaynağıydı ve ilahi bir anlamı vardı.) Dolayısıyla Pisagorcular için 5 sayısı aşkın ve evliliğin sembolüydü ve zaten kardeşliklerinin simgesi olarak da bir pentagram –yani beş köşeli yıldız (Resim 63)– kullanıyorlardı. İşte size altın oranın ilk ortaya çıktığı yer. Nizami bir pentagramda, her bir üçgen kenarının tabana olan oranı (yani Resim 63'teki a/b oranı) tam olarak altın oranı verir.



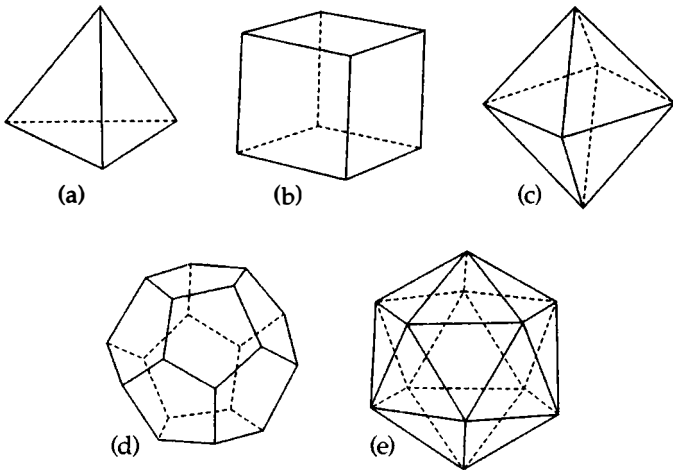
Resim 63

Benzer şekilde, nizami bir beşgenin içine çizeceğiniz herhangi bir diyagonalin kenarlardan herhangi birine olan oranı (yani Resim 64'teki c/d oranı) yine altın orana eşittir. Aslında (Antik Yunanlıların geometrik şekiller oluştururken sık sık yaptığı gibi) bir cetvel ve pergel kullanarak bir beşgen oluşturmak için, bir doğruyu altın oranla bölmek gerekir.



Resim 64

Platon, altın oranın efsanevi anlamına bir boyut daha eklemiştir. Antik Yunanlılar, evrendeki her şeyin dört öğeden oluştuğuna inanıyordu: toprak, ateş, hava ve su. Platon, *Timaeus* adlı eserinde maddenin yapısını açıklarken, günümüzde yine onun adıyla, yani *platonik hacimler* olarak bilinen beş nizami form kullanılmıştı (Resim 65). Küp, tetrahedron (dört yüzlü), oktahedron (sekiz yüzlü), dodekahedron (on iki yüzlü) ve ikosahedron (yirmi yüzlü) adlı şekillerden oluşan bu köşeli ve üçboyutlu formlar, bütün yüzeyleri birbirine eşit olan yegâne düzgün çokgenlerdi. Ve her biri bir kürenin içine oturtulabilirdi. Platon, bu platonik hacimlerin dört tanesini dört öğeyle özdeşleştirmişti. Örneğin, toprak dengeli küple, her şeyin içine işleyen ateş tetrahedronla, hava oktahedronla, su ise ikosahedronla özdeşleştirilmişti. Dodekahedron (Resim 65d) hakkında ise şöyle yazmıştı Platon: “Geriye kalan beşinci figüre gelince, Tanrı onu her şeye nakşetmiş.” Yani dodekahedron evrenin tamamını temsil ediyordu. Dikkat ettiyseniz, on iki “beşgen” yüzeyden oluşan dodekahedronun her bir tarafı altın oranla bezenmiştir. Hem hacim, hem de alan ölçüsü altın oranın basit fonksiyonları olarak ifade edilebilir (aynı şey ikosahedron için de geçerlidir).



Resim 65

Yani tarihten anlaşılan o ki, Pisagorcular ve takipçileri, deneme-yanılma yöntemiyle kendileri için evrenin tamamını ya da aşk gibi önemli kavramları temsil eden geometrik birtakım şekiller oluşturmanın yollarını *keşfetmişler*. O halde onların ve (bu geleneği belgeleyen) Öklid'in, bu şekillerden yola çıkarak altın oran diye bir kavram *icat* etmesine şaşmamak gerek. Herhangi bir başka oranın aksine, 1,618... sayısı tarihten bu yana sürekli yoğun araştırmalara konu olmuştur, öyle ki bugün bile en olmadık yerlerde karşımıza çıkmaya devam eder. Örneğin, Öklid'den iki bin yıl sonra Alman astronom Johannes Kepler, bu sayının mucizevi bir şekilde *Fibonacci dizisi* olarak bilinen sayı dizisinde de kendini gösterdiğini *keşfetmiştir*. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ... diye devam eden Fibonacci dizisi, üçüncü sayıdan itibaren her sayının önceki iki sayının toplamından oluştuğu bir sayı dizisidir (örn. $2 = 1 + 1$; $3 = 1 + 2$; $5 = 2 + 3$ gibi). Dizideki her sayıyı hemen öncesindeki sayıya böldüğünüzde (örn. $144 \div 89$; $233 \div 144$; ...), sonuçlar dalgalanma gösterse de, dizinin ileriki sayılarında giderek altın orana yaklaşır. Örneğin, altıncı basamağa yuvarladığımız sonuçlar şöyledir: $144 \div 89 = 1,617978$; $233 \div 144 = 1,618056$; $377 \div 233 = 1,618026$ ve bu böyle devam eder.

Daha modern çağlarda, Fibonacci dizisine ve elbette beraberiindeki altın orana, bazı bitkilerin yaprak dizilişinde ve bazı alüminyum alaşımlarının yapısında bile rastlanmıştır.

Peki, öyleyse Öklid'in altın oran kavramını neden bir icat olarak ele alıyorum? Öklid'in yaratıcı dehası bu oranı öne çıkardığı ve tüm matematikçilerin dikkatini ona çektiği için. Örneğin, altın oran kavramının icat edilmediği Çin'de, matematik literatürü bundan tek kelime bahsetmez. Yine kavramın icat edilmediği Hindistan'da ise, sadece birkaç önemsiz trigonometri teoreminde yüzeysel olarak bahsi geçer.

"Matematik bir keşif mi, icat mı?" sorusunun aslında yanlış bir soru olduğunu gösteren daha birçok örnek var. *Matematiğimiz keşif ve icatların bir karışımıdır*. Öklid geometrisinin aksiyomları kavram olarak bir icattı, tıpkı satranç kurallarının bir icat olması gibi. Ve bu aksiyomları destekleyen başka kavramlar icat edilmişti: üçgenler, paralelkenarlar, elipsler, altın oran gibi. Oysa Öklid

geometrisinin teoremleri kesinlikle birer keşifti; çünkü onlar farklı kavramları birbirine bağlayan yollardı. Bazı durumlarda, teoremleri üreten ispatlar olmuştu – matematikçiler ispat edebildikleri şeylerden yola çıkarak teoremlere ulaşmışlardı. Bazı durumlarda ise tam tersi olmuş ve tıpkı Arşimet’in *Metot* adlı eserinde anlattığı gibi, önce ilgilerini çeken bir soruya cevap bulmuş, sonra ispata ulaşmışlardı.

Kavramlar tipik icatlardı. Örneğin asal sayılar *kavramı* bir icattı, ama asal sayılarla ilgili tüm teoremler birer keşifti. Antik Babil, Mısır ve Çin matematikte çok ileri olmalarına rağmen, onların matematikçileri asal sayı kavramını icat etmemişti. O halde onların asal sayıları *keşfetmediklerini* söyleyebilir miyiz? Kanun haline getirilmiş yazılı tek satır anayasası bulunmayan İngiltere’nin, “anayasa”yı keşfetmediğini ne kadar söyleyebilirsek, bunu da o kadar söyleyebiliriz. Tıpkı bir ülkenin anayasa olmadan da hayatta kalabilmesi gibi, matematik de asal sayılar kavramı olmadan gelişebilirdi. Ve zaten öyle de olmuştu!

Peki, Yunanlıların aksiyomlar ya da asal sayılar gibi kavramları neden icat ettiklerini biliyor muyuz? Emin olmasak da, bunun evrenin temel bileşenlerini, ya da kaynağını keşfetmeye yönelik çabalarının bir sonucu olduğunu tahmin edebiliriz. Atomlar nasıl ki maddenin yapıtaşlarıysa, asal sayılar da onların gözünde sayıların temelini oluşturan yapıtaşlarıydı. Benzer şekilde, aksiyomlar da tüm geometrik gerçeklerin kaynağıydı. Dodekahedron tüm kozmosu temsil ediyordu ve bu sembolü var eden kavram altın orandı.

Gördüğünüz gibi bu tartışma aslında matematiğin çok ilginç bir başka yönünü daha gözler önüne seriyor – matematik aynı zamanda insan kültürünün de bir parçası. Örneğin, Yunanlılar aksiyom metodunu keş fedince, Avrupa’daki diğer matematikçiler de modaya uyup aynı felsefe ve yöntemleri uygulamaya başlamıştı. Antropolog Leslie A. White (1900-1975), matematiğin bu kültürel yönünü bir keresinde şöyle ifade etmişti: “Eğer Newton bir Güney Afrika kabilesinde yetişmiş olsaydı, bir kabile üyesi gibi hesap yapacaktı.” Matematiğin bu kültürel yönü muhtemelen pek çok matematiksel keşfin (örn. düğüm sabitlerinin) ve hat-

ta bazı önemli icatların (örn. kalkülüsün) arkasında, aynı anda birbirinden bağımsız olarak çalışan birkaç matematikçinin bir-den bulunmasının da sebebi olsa gerek.

Matematikçe Biliyor musunuz?

Bir önceki bölümde, nasıl ki bir sözcüğün anlamı varsa, bir sayının da soyut kavramı olduğundan bahsettik. Öyleyse matematik bir tür dil olabilir mi acaba? Matematiksel mantık ve dilbilimden elde ettiğimiz bilgiler, bir bakıma öyle olduğunu gösteriyor. Boole, Frege, Peano, Russell, Whitehead, Gödel ve onların günümüz takipçileri (özellikle de dil felsefesi, anlambilim ve dilbilimde), gramer ve mantığın sembolik mantık cebiriyle yakından ilgili olduğunu göstermiştir. Peki, öyleyse, neden 6.500'den fazla dil varken sadece tek bir matematik var? Aslında farklı dediğimiz tüm dillerin temelinde de ortak birçok özellik var. Örneğin Amerikalı dilbilimci Charles F. Hockett (1916-2000), 1960'larda şuna dikkat çekti: Tüm dillerin yeni sözcük ve deyim ediniminde kullandığı kendine özgü yöntemleri vardır (örneğin, "laptop", "ana sayfa", "bilgisayar" gibi sözcüklerin dilinize nasıl girdiğini düşünün). Yine benzer şekilde, tüm insan dillerinde soyut kavramlar var (örneğin, "sürrealizm"; "yokluk"; "büyüklük"), olumsuzluk ekleri var (-me / -ma), şart kipi var (-se / -sa). Tüm dillerin ortak özelliklerinden belki de en önemli ikisi, *açık-uçlu* ve *güdümsüz* olmalarıdır. İlk özellik, daha önce hiç duyulmamış cümleler kurabilme ve onları anlama kabiliyetidir. Örneğin, kolayca şöyle bir cümle kurabilirim: "Hoover Barajı'nı çikletle tamir edemezsiniz." Böyle bir cümleyi daha önce hiç duymamış olsanız bile, anlamakta zorluk çekmezsiniz. Güdümsüz olma özelliği ise, herhangi bir etkiye nasıl tepki vereceğinizi, hatta tepki verip vermemeyi bile seçme özgürlüğünüzdür. Örneğin, şarkıcı/söz yazarı Carole King'in şarkısında sorduğu "Beni yarın da sevecek misin?" sorusuna verilecek cevap aşağıdakilerden herhangi biri olabilir: "Yarın hayatta olur muyum bilinmez."; "Kesinlikle evet."; "Seni bugün bile sevmiyorum ki."; "Köpeğimi sevdiğim kadar değil."; "Bu senin en iyi şarkın." Hatta, "Bu sene Avustralya Açık Tenis Turnuvası'nı kim kazanacak merak ediyorum," bile diyebi-

lirsiniz. Eğer fark ettiyseniz, bütün bu özellikler (örn. soyut kavramlar, olumsuzlama, açık-uçluluk ve evrimleşme) aynı zamanda matematiğin de özellikleri.

Daha önce belirttiğim gibi, Lakoff ve Núñez matematikte metaforlara önemli bir rol yüklüyor. Bilişsel bilimciler, tüm insan dillerinin neredeyse her şeyin ifadesinde metaforlardan faydalandığını iddia ediyor. Hatta daha da önemlisi, ünlü dilbilimci Noam Chomsky 1957’de *Sentaktik Yapılar* adlı devrim yaratan eserini yayımladığından beri, dilbilim çalışmalarının çoğu *evrensel gramer* kavramına –yani bütün dillerin ortak prensiplerine– odaklanıyor. Kısacası, “çeşitliliğin Babil Kulesi” zannettiğimiz dil meselesinin altında, belki de sürpriz bir yapısal benzerlik yatıyor. Zaten öyle olmasa, bir dilden diğerine çeviri yapan sözcükler belki de hiç işe yaramazdı.

Yine de, matematiğin hem *konu* hem de kullandığı *semboller* bakımından neden bu kadar sabit olduğunu, yani değişkenlik göstermediğini merak edebilirsiniz. Sorunun matematiğin konusuyla ilgili bölümü özellikle merak uyandırıyor. Birçok matematikçi, bizim bildiğimiz matematiğin aslında Antik Babil, Mısır ve Yunanlıların mirası olan *temel geometri* ve *aritmetik* dallarından geliştiği konusunda hemfikir. Fakat matematiğin başlangıcında bu iki disiplinin olması gerçekten kaçınılmaz mıydı? Başka bir matematik alanı olamaz mıydı? Bilgisayar mühendisi Stephen Wolfram *Yeni Bir Bilim* adlı müthiş kitabında ille de öyle olması gerekmediğini iddia ediyor. Wolfram, kısa bilgisayar programları gibi işlev gören basit bir dizi kuraldan başlayarak çok farklı bir matematik türü geliştirmenin nasıl mümkün olabileceğini gösteriyor. Wolfram’a göre, son üç yüz yıldır bilime hâkim olan diferansiyel denklemler yerine, *hücresel otomata* adıyla bilinen bu bilgisayar programları (en azından prensipte) tabiat olaylarını modellemeye yarayan temel araçlar olarak kullanılabilir. Peki, öyleyse antik medeniyetleri “bizim” matematiğimizi keşfedip yaratmaya iten şey neydi? Emin değilim, ama bunun insanın algısal özellikleriyle ilgili olabileceğini düşünüyorum. İnsanların köşeleri, düz çizgileri ve yumuşak eğrileri algılama konusunda sanki özel bir yeteneği var. Örneğin, sadece çıplak gözle bakarak bir

doğrunun dümdüz olup olmadığını ayırt etmekte ne kadar becerikliyiz öyle değil mi? Bir daire ile hafiften eliptik bir şekil arasındaki farkı da kolayca görebiliyoruz. Bütün bu algısal kabiliyetler, insanın dünyayla olan deneyimini şekillendirmiş ve dolayısıyla da sayılabilen cisimlere (aritmetik) ve geometrik şekillere (Öklid geometrisi) dayanan bir matematiğe yol açmış olabilir.

Tüm dünyada aynı matematik sembollerinin kullanılması ise muhtemelen “Microsoft Windows etkisi” dediğimiz şeyin bir sonucu olsa gerek. Örneğin, günümüzde tüm dünya Microsoft işlemcilerini kullanıyorsa, bu kaçınılmaz olduğu için değil, sadece bir sistem piyasaya bir kez hâkim olunca, iletişimde kolaylık amacıyla herkes mevcut olanı adapte ettiği için. İşte aynı şekilde, Batı’da kullanılan sembol ve işaretler tüm dünya matematiğinde kullanılmaya başlanmış ve bu da değişkenliğin önüne geçmiş olmalı.

Evet, şimdi gelelim konunun bir başka boyutuna. “Keşif mi, icat mı?” sorusuna ilginç bir bakış açısı getiren iki alan daha var: astronomi ve astrofizik. Güneş Sistemi dışındaki gezegenlerle ilgili son çalışmalar, yıldızların yüzde beşinin yörüngesinde (tıpkı bizim Güneş Sistemi’mizdeki Jüpiter gibi) en az bir dev gezegen bulunduğunu gösteriyor. Ve bu oran tüm Samanyolu Galaksisi’nde neredeyse aynı. Dünya benzeri gezegenlerin kesin oranı henüz bilinmese de, büyük ihtimalle galakside bizimki gibi milyarlarca gezegen var. Bu “dünya”ların sadece küçük (ama göz ardı edilemeyecek) bir bölümü, kendi güneşlerinin etrafındaki *yaşama elverişli* kuşakta (yani gezegen yüzeyinde sıvı su bulunmasına imkân tanıyan bir yörüngede) olsa, bu gezegenlerin yüzeyinde canlı yaşam formlarının ve dahası, zeki yaşam formlarının olma ihtimali de sıfır değildir. İletişim kurabileceğimiz başka bir zeki yaşam formu keşfettiğimizi düşünsenize! Bu medeniyetin kozmosu açıklamak için geliştirdiği yöntemler hakkında müthiş bilgiler edinebilirdik. Yaşamın başlangıcını ve evrimini anlama yönünde hayal bile edemeyeceğimiz gelişmeler kaydetmekle kalmaz, kendi mantık sistemimizi bizden çok daha ileri seviyede olması muhtemel varlıkların mantık sistemleriyle karşılaştırdık.

Daha yaratıcı bazı kozmoloji senaryoları (ki bunlardan biri de *sonsuz genişleme* senaryosudur), çoklu evren teorisi üzerinde durur. Birden fazla evren olabileceğini söyleyen bu teoriye göre, bu evrenler farklı tabiat sabitlerine (örneğin farklı kuvvetlerin hüküm sürdüğü bir sisteme, ya da farklı kütle oranlarına sahip atom-altı parçacıklara) sahip olabilir; hatta ve hatta tamamen farklı tabiat kanunlarının hükümü altında bile olabilir. Astrofizikçi Max Tegmark, olası her matematiksel yapıya karşılık gelen bir evren olabileceğini iddia ediyor. Eğer bu doğru olsaydı, “Evren matematiğin *ta kendisidir*,” diyen bakış açısının epey abartılı bir versiyonu olurdu – ve bu matematikle ifade edilebilen sadece bir dünya olmadığı, bir sürü dünya olduğu anlamına gelirdi. Fakat ne yazık ki ispatlanması şimdilik mümkün görünmeyen bu radikal teori ortalama değer, yani *normallik* ilkesiyle de çelişiyor. 5. Bölüm’de anlattığım gibi, sokaktan gelişigüzel birini seçseniz, bu kişinin boyu yüzde 95 ihtimalle ortalama boy uzunluğuna yakın bir değerde olacaktır. Aynı şey evrenlerin özellikleri için de geçerli olmalıdır. Fakat farklı ve olası matematiksel yapıların sayısı arttıkça, zorlukları da beraberinde artar. Ve bu da en “ortalama” (yani standarda en yakın) matematiksel yapının inanılmaz derecede karmaşık olması anlamına gelir. Fakat bu bizim matematiğimizin ve evren teorilerimizin göreceli basitliğiyle çelişiyor ve evrenimizin tipik olması gerektiği yönündeki doğal beklentimizi örseliyor.

Wigner’in Muamması

“Matematik bir keşif mi, yoksa icat mı?” sorusu, yanlış bir sorudur. Çünkü cevabın ikisi birden olamayacağını ima eder. Fakat ben matematiğin kısmen keşif, kısmen icat olduğuna inanıyorum. İnsanlar matematiksel kavramları icat ederler ve sonra da bu kavramlar arasındaki ilişkileri keşfederler. Deneyssel bazı keşifler elbette kavramlardan önce gelmiştir, ama kavramlar hiç şüphesiz daha fazla teoremin geliştirilmesi için itici bir güç olmuşlardır. Bu arada, Amerikalı Hilary Putnam gibi bazı matematik düşünürlerinin *realizm* adında orta bir yol seçtiklerini söylemeliyim. Bu düşünürler, matematiksel dilin nesnelliğine inanıyor. Onlara

göre, matematiksel cümleler ya yanlıştır ya da doğrudur ve onları yanlış ya da doğru yapan şey insanların dışındadır. Fakat bu görüşü savunanlar, Platoncuların yaptığı gibi kendilerini matematiksel unsurların varlığına adamazlar. Gördüğünüz gibi pek çok görüş var. Peki, bu görüşlerden herhangi biri Wigner'ın "akıl almaz etkinlik" diye nitelediği mucizeye tatminkâr bir açıklama getirebiliyor mu?

Önce çağdaş düşünürlerin önerdiği bazı potansiyel cevapların üstünden geçelim. Örneğin, bakın, Nobel Fizik Ödülü sahibi David Gross ne demiş:

Yaratıcı matematikçiler arasında son derece yaygın olan bakış açısına göre, çalışmalar sonucunda ulaşılan matematik bilgisi insan zekâsının yarattığı suni bir eser değil. Onlara göre matematik, en az fizikçilerin gerçek dünyayı tanımlamak için yarattıkları yapılar kadar gerçek bir doğallık arz ediyor. Başka bir deyişle, matematikçiler matematiği icat etmiyor, keşfediyor. Eğer bu doğruysa, cevap bulmaya çalıştığımız gizemlerden bazıları [matematiğin akıl almaz etkinliğinden bahsediyor] gizemli olmaktan çıkabilir. Eğer matematik doğal dünyanın gerçek bir parçasıysa ve kuramsal fiziğin kavramları kadar gerçekse, o zaman gerçek dünyayı analiz etmekte bu kadar başarılı olmasına da şaşmamak gerekir.

Gross'un benimsediği bakış açısı iki uç noktanın arasında bir yerlerde kalıyor: Yani Platoncu bakış açısıyla, "Evren matematiğin *ta kendisidir*," diyen bakış açısının ortasında bir yerlerde, ama Platoncu görüşe biraz daha yakın. Fakat "matematik bir keşiftir" iddiasını felsefi açıdan desteklemek zor. Dahası, Platonculuk matematiğin 8. Bölüm'de açıkladığım sıra dışı doğruluğunu tam olarak izah edemiyor. Ve bu Gross'un da hak verdiği bir nokta.

Matematiğin doğası hakkındaki görüşlerinden geniş ölçüde yararlandığım Sör Michael Atiyah ise şöyle diyor:

Beynimizin evrimsel gelişimi göz önüne alındığında, matematiğin tabiat ve fizik ilimlerinde gösterdiği gizemli

başarı en azından kısmen açıklanmış olur. Beynimiz etrafındaki fiziksel dünyayla başa çıkabilmek için evrimleşmiştir. Dolayısıyla amacına hizmet edecek bir dil, yani matematiği geliştirmiş olmasına şaşmamak gerekir.

Bu bakış açısı bilişsel bilimcilerin teorilerine çok benzer. Fakat Atiyah bu açıklamanın yetersiz kaldığı bazı noktalar olduğunu da kabul eder – örneğin matematik, fiziksel dünyanın anlaşılması daha zor olan soyut birtakım yönlerini tanımlamakta nasıl bu kadar başarılı olabiliyor? Bu açıklamanın en yetersiz kaldığı nokta ise, matematiğin “pasif” etkinliği konusuna hiçbir açıklama getirmemesidir. Soyut birtakım matematiksel kavramlar, ortaya atıldıkları tarihten çok sonra faydalı uygulama alanları bulabilmektedir. Atiyah şöyle der: “Şüpheciler hemen şunu söyleyecektir: Yaşam mücadelesi sadece insani boyutlardaki fiziksel olgularla uğraşmayı gerektirir. Oysa matematik, küçük bir atom parçasından galaksilere kadar her türlü boyuttaki problemle başa çıkabilir.” Atiyah’ın bu gizeme getirebildiği tek açıklama şudur: “Belki de cevap, dünyanın farklı ölçekteki katmanları arasında bir asansör kolaylığıyla inip çıkmamızı sağlayan şey, matematiğin soyut ve hiyerarşik yapısıdır.”

Amerikalı matematikçi ve bilgisayar mühendisi Richard Hamming (1915-1998), 1980’de matematiğin mucizevi etkinliğine ilişkin oldukça kapsamlı ve ilginç bir yaklaşım getirmişti. Öncelikle matematiğin doğasına değinen Hamming, “Matematik insan elinden çıkmadır ve dolayısıyla onun tarafından sürekli olarak değiştirilmeye uygundur,” demişti. Ve sonra da matematiğin akıl almaz etkinliğini açıklamaya yönelik dört potansiyel *sebepleri* sürmüştü: (1) seçim etkileri (2) matematiksel araçların gelişimi (3) matematiğin sınırlı açıklama gücü (4) insanların evrimi.

Seçim etkileri, bir deneyin sonuçlarını etkileyerek hatalı çıkarımlar yapılmasına yol açan etkenlerdir. Deneyde kullanılan alet, ya da veri toplama yönteminiz, elde ettiğiniz sonuçların hatalı olmasına yol açabilir. Örneğin, bir diyet programının başarısını ölçmek amacıyla yapılan bir araştırmada, eğer araştırmacı diyeti bırakanları sonuca dahil etmezse, elde edilen sonuç

önyargılı olacaktır. Çünkü diyeti bırakanlar, muhtemelen diyetin olumlu sonuç vermediği kişilerdir. Başka bir deyişle, Hamming en azından bazı durumlarda, “elde edilen sonuçların gerçek dünyadan değil, kullandığımız matematiksel yöntemlerden kaynaklanabileceğini... yani gördüğümüzü sandığımız pek çok şeyin aslında gözümüze taktığımız gözlüklerden kaynaklandığını” iddia eder. Örneğin, üçboyutlu düzlemde, karşılıklı iki noktadan çıkan (ve enerjisini koruyan) her kuvvetin, ters-kare kanununa göre hareket etmesi gerektiği kanıtlanabilir. Ve dolayısıyla, Newton’ın kütle çekim yasasının işlerliği şaşırtıcı olmamalıdır. Hamming’in haklı olduğu bir nokta olabilir, ama yine de seçim etkileri bazı teorilerin olağanüstü hassasiyetle doğru sonuçlar vermesini açıklayamaz.

Hamming’in ikinci potansiyel açıklaması, insanların seçiciliği üzerine kuruludur. Ona göre, insanlar matematiği, zaten belli durumlara uyacak ve ihtiyaçlarına cevap verecek şekilde geliştirirler. O yüzden de matematiğin madde dünyasına gösterdiği uyuma şaşmamak gerekir. Başka bir deyişle, aslında karşı karşıya olduğumuz şey matematiksel kavramların “evrimi ve doğal bir seleksiyonudur” – yani insanlar bir sürü matematiksel kavram icat ederler ve sonra da bunların içinden uyumlu olanları seçerler. Aslında ben de yıllarca bu fikre inanmış ve bunun doğru bir açıklama olduğunu düşünmüştüm. Benzer bir açıklamayı *Ötesi Olmayan Kuram Düşleri* adlı kitabında, Nobel Fizik Ödülü sahibi Steven Weinberg de yapmıştı. Peki, bu gerçekten Wigner’in dile getirdiği muammanın, yani matematiğin akıl almaz etkinliğinin açıklaması olabilir mi? Böyle bir seleksiyonun ve matematiksel evrimin gerçekleştiğine hiç şüphe yok. Çeşitli matematiksel teori ve yöntemler arasından sadece işe yarayanları seçen bilim insanları, bunları güncelleyip geliştirmekte ya da vakti gelince daha iyileriyle değiştirmekte asla treddüt etmezler. Fakat diyelim ki bu fikri kabul ettik. Diyelim ki, insanoğlu sadece kendi işine yarayan teorileri seçiyor. Öyleyse, matematik teorilerinin tüm evreni açıklayabilmesini nasıl açıklayacağız?

Hamming’in ileri sürdüğü üçüncü nokta, matematiğin etkinliğiyle ilgili izlenimimizin aslında bir yanılgı olabileceğini iddia

eder. Ne de olsa, dünyada matematiğin açıklayamadığı pek çok şey vardır. Örneğin matematikçi İsrail Moseevich Gelfand'ın şu sözü, bu görüşü destekler niteliktedir: "Matematiğin fizikteki akıl almaz etkinliğinden daha akıl almaz bir şey varsa, o da matematiğin biyolojideki akıl almaz yetersizliğidir." Gerçi bu iddianın Wigner'in dile getirdiği muammaya tek başına cevap olabilmesi zor. Evet, matematik her şeye çözüm getiremiyor belki ve *Otos-topçunun Galaksi Rehberi* adlı kitaptakinin aksine, hayatın, evrenin ve her şeyin cevabının kırk iki olduğunu söyleyip işin içinden çıkamıyoruz tabii ki. Yine de, matematiğin insanı şaşırtacak ve bir açıklama gerektirecek kadar çok sayıda olguya çözüm olduğu kesin. Dahası, matematikle açıklanabilen olay ve durumların sayısı her geçen gün artmakta.

Hamming'in ileri sürdüğü dördüncü nokta, aslında Atiyah'ın savunduğu görüşe çok benziyor: "Darwin'in evrim teorisinde doğal seleksiyon, rakip yaşam formları arasından en iyilerinin hayatta kalmasını sağlar – "en iyi" ile kastedilen, hayatta kalmak ve üremek için en uygun olanıdır."

Apple için Macintosh projesini başlatan bilgisayar mühendisi Jef Raskin (1943-2005), mantığın rolünü vurgulayarak benzer bir görüş dile getirmişti:

İnsan mantığı bize fiziksel dünyanın bir getirisiidir ve dolayısıyla da onunla tutarlıdır. Matematiğin kaynağı mantıktır. Ve zaten matematiğin fiziksel dünyayla tutarlı olmasının sebebi de budur. Yani bunun gizemli ya da şaşılabilecek bir yanı yoktur – yine de, her şeyi daha iyi anlıyor olsak bile, olayların işleyişi karşısındaki hayret duygumuzu kaybetmemeliyiz.

Fakat Hamming, Raskin kadar emin değildi:

Bilim çağının 4000 yıl olduğunu varsayarsak, taş çatlasa 200 kuşak eder. Küçük rastlantısal varyasyonlar gibi evrimsel etkileri de göz önüne alırsak, evrim matematiğin akıl almaz etkinliğini açıklamakta son derece yetersiz kalır.

Raskin, matematiğin temellerinin çok uzun zaman önce, hatta muhtemelen milyonlarca kuşak öncesindeki atalarımızda bile var olduğunu iddia eder. Fakat ben bu iddianın fazla ikna edici olduğunu söyleyemem. Mantık, atalarımızın beyinlerinin derinliklerinde var olmuş olsa bile, bu yetenek nasıl oluyor da atom-altı dünyanın kuantum mekaniği gibi inanılmaz hassasiyette teoriler üretebiliyor?

İşin ilginç yanı, Hamming makalesini şu itirafla bitiriyor: "Matematiğin akıl almaz etkinliğini izah etmek için ileri sürdüğüm açıklamaların tamamını üst üste koysam bile, izah etmeye çalıştığım şeyi açıklamaya yetmiyor."

Öyleyse matematiğin gizemli etkinliğini açıklamakta bir arpa boyu yol kat edemeden mi bitireceğiz?

Pes etmeden önce, Wigner'in dile getirdiği mucizenin özünü *bilimsel metodun* imbiğinden süzerek anlamaya çalışalım. Bilim insanları doğa hakkındaki gerçeklere önce bir dizi deney ve gözlem vasıtasıyla ulaşır. Ve o gerçeklerden yola çıkarak, söz konusu olgunun sözel modellerini oluşturmaya çalışırlar (örneğin, yeryüzü elmaları kendine doğru çeker, çarpışan atom-altı parçacıklar başka parçacıkların oluşmasına yol açabilir; evren genişlemektedir gibi). Bilimin pek çok dalında, yeni oluşan teoriler bile matematiksel olmayabilir. Sözel teorilerin en iyi örneklerinden biri Darwin'in evrim teorisidir. Doğal seleksiyon, matematiksel bir teori üzerine kurulu olmasa bile, türlerin kökenini açıklığa kavuşturmaktaki başarısı olağanüstüdür. Oysa temel fizikteki bir sonraki adım, genellikle nicel, yani matematiksel teoriler oluşturmaktır (örneğin, genel görelilik, kuantum elektrodinamik; sicim kuramı vs. gibi). Son aşamada ise, araştırmacılar bu matematiksel modelleri kullanarak yeni olgular, yeni parçacıklar, yani daha önce hiç denenmemiş deney ve gözlemlerin sonuçlarını tahmin etmeye çalışırlar. İşte Wigner ve Einstein'ı hayrete düşüren şey, bu son iki aşamanın inanılmaz başarısıydı. Fizikçiler nasıl oluyor da her seferinde, deney ve gözlem sonuçlarını açıklamakla kalmayan, bir de üstüne üstlük tamamen yeni bulgu ve tahminlere yol açan matematiksel gereçler bulabiliyorlardı?

Bu soruyu matematikçi Reuben Hersh'ten ödünç aldığım güzel bir örnekle cevaplamaya çalışacağım. Hersh, matematikte (ve aslında kuramsal fizikte) bu tür problemleri çözümlmek için en sık kullanılan yöntemin, daima olası en *basit* olguyu incelemek olduğunu söyler. O halde biz de olabilecek en basit deneyle işe koyulalım. Ve içi gözükmeyen bir vazoya çakıltaşları koyalım. Diyelim ki, önce dört beyaz çakıltaşı ve sonra yedi adet siyah çakıltaşı koyduk. İşte insanoğlu tarihin bir noktasında, bir sebepten dolayı, herhangi bir renkteki bir çakıltaşı kümesini soyut bir kavramla –yani bir doğal sayıyla– ifade edebileceğini öğrenmişti. Yani dört çakıltaşını ifade etmek için 4 sayısını (ya da IIII ya da IV, ya da o günkü sembol neyse, onu) kullanıyordu. Yedi adet siyah çakıltaşını ise 7 sayısı ile ifade ediyordu. İnsanoğlu deneyimlerinden yola çıkarak yine bir başka kavramın –yani aritmetik toplamının– fiziksel toplama eyleminin yerine geçebileceğini keşfetti. Başka bir deyişle, $4 + 7$ olarak ifade ettiğimiz soyut işlemin sonucu, vazonun içindeki toplam çakıltaşı sayısını hatasız olarak veriyordu. Peki, bütün bunların anlamı ne? Anlamı şu: İnsanoğlu, bu türden *her* deneyimin sonucunu doğru olarak tahmin edebilen inanılmaz bir matematik yöntemi geliştirmişti! Aslında bu yöntem görüldüğü kadar basit değildi; örneğin aynı yöntemi su damlalarına uyguladığınızda, işe yaramıyordu. Bir vazonun içine dört su damlası, ardından da yedi su damlası koyarsanız, on bir ayrı su damlası elde etmezsiniz. Sıvılarla (ya da gazlarla) yapılan toplama işlemleri için insanoğlu (ağırlık gibi) tamamen farklı kavramlar geliştirmek zorunda kalmış ve her bir su damlası ya da gaz hacmini farklı miktar ölçüleriyle tartması gerektiğini fark etmiştir.

Bunun anlamı açıktır. Matematiksel yöntemler keyfi olarak değil, alakalı deney ve gözlemlerin sonuçlarını doğru tahmin edebilme yetenekleri doğrultusunda seçilmişlerdi. En azından bu basit örnekte, seçilen yöntemin başarısı garantiydi. İnsanoğlu doğru matematiğin hangisi olacağını önceden tahmin etmek zorunda kalmadı. Çünkü tabiat ona, neyin işe yarayacağını belirlemek için deneme-yanılma gibi bir lütuf bahşetmişti. Ayrıca her

koşulda aynı yöntemle bağlı kalmak gibi bir zorunluluk da yoktu. Bazen bir problemi çözmek için uygun bir matematik formülü yoksa, (tıpkı Newton'ın kalkülüsü icat etmesi ya da modern matematiğin, sicim kuramı çerçevesinde çeşitli topolojik ve geometrik fikirler geliştirmesi gibi) birinin onu icat etmesi gerekmişti. Bazen de, gereken formül çoktan bulunmuş olsa bile, birinin onu fark etmesi ve sandıktan çıkarıp doğru problemle eşleştirmesi gerekmişti (tıpkı Einstein'ın Riemann geometrisini kullanması, ya da parçacık fizikçilerinin grup teorisinden faydalanması gibi). Kısacası insanoğlu, kasıp kavuran bir merak duygusu, asla pes etmeyen bir inat, yaratıcı bir hayal gücü ve müthiş bir kararlılıkla, etrafındaki fiziksel dünyayı tanımlamasını sağlayacak uygun matematik formları geliştirmişti.

Matematiğin "pasif" etkinliği için hayati önem taşıyan en önemli özelliklerden biri de, bulunan formül ya da yöntemlerin gerçekliğini korumasıydı. Düşünsenize, Öklid geometrisi, MÖ 300'de ne kadar doğruysa, bugün de o kadar doğru! Evet, belki bugün, Öklid aksiyomlarının o kadar da kaçınılmaz ya da mutlak gerçekler olmadıklarını, daha çok insanın algılayabildiği mekânsal boyutlar için geçerli olduğunu biliyoruz. Yine de, insanın kendi sınırlı dünyası için, bu teoremlerin bütünüyle doğru olduğunu ve sonraki teoremlerle bire bir örtüştüğünü de biliyoruz. Başka bir deyişle, matematik zaman içinde dallanıp budaklanarak büyümeye devam etse de, her branş kendi içinde doğruluğunu korumaya devam ediyor (örneğin Öklid geometrisinden başka geometriler bulunmuş olması, Öklid geometrisini yanlış kılmıyor, sadece alternatif bir geometri yapıyor). Kısacası, bulunan her kavram ya da formül, matematiğin daimi cephaneliğine katılıyor. Zaten bilim insanlarının herhangi bir zamanda herhangi bir problem için uygun matematik yöntemleri bulabilmesini sağlayan da, bu ölümsüz cephanelik!

Yine de vazodaki çakıtaşları örneği, Wigner'in dile getirdiği mucizenin iki yönünü açıklayamıyor. Birincisi, nasıl oluyor da bazen bir teori, kullandığımız yöntemlerin ya da gözlemlerin ötesinde bir doğruluk arz edebiliyor? Örneğin çakıtaşı deneyinde

böyle bir durum yok, çünkü öngörülen sonucun doğruluğu, toplama işlemini doğuran deneylerin doğruluğu ile doğru orantılı. Fakat örneğin Newton'ın kütle çekim teorisinde, teorinin öngördüğü sonuçlar, teoriyi doğuran gözlem sonuçlarından bile daha doğru! Neden? Sanırım Newton teorisinin tarihçesine kısaca göz atarsak, bazı ipuçları yakalayabiliriz.

Ptolemaios'un Dünya-merkezli evren modelinin saltanatı yaklaşık on beş asır sürdü. Bu model, evrensel olmaktan uzaktı –çünkü her gezegenin hareketini ayrı ayrı ele alıyordu– ve (kuvvetler ya da hız gibi) fiziksel sebeplerden ise hiç bahsetmiyordu. Ama sonuçta, modelin doğruluğu, o zamanın gözlem koşullarının hassasiyeti ile doğru orantılıydı. Sonra Nicolaus Kopernik (1473-1543), 1543'te Güneş-merkezli modelini yayımladı. Ve Galileo ise, teoriyi destekleyecek ispatları bularak bu modeli sağlam temeller üzerine oturttu. Ayrıca Galileo, devinim yasalarının temellerini de atmıştı. Fakat gözlemlerden yola çıkarak gezegen hareketlerinin ilk matematiksel yasalarını formüle eden kişi Kepler'di. Kepler, astronom Tycho Brahe'den kalan zengin mirası kullanarak Mars'ın yörüngesini belirlemeye çalışmıştı. Hatta yüzlerce sayfadan oluşan hesaplamalarını "Mars'la savaşım" diye nitelemişti. İki problem dışında, tüm gözlemler dairesel bir yörüngeye işaret ediyordu. Yine de ulaştığı çözüm Kepler'i tatmin etmemişti. Ve Kepler daha sonraları düşünme sistemini şöyle tasvir edecekti: "Şu sekiz dakikalık süreyi görmezden gelebileceğimize inansaydım [yörüngedeki sekiz dakikalık kavisten bahsediyor; bir dolunay çapının dörtte biri kadarlık bir kavis], hipotezimi ona göre, alelacele yazmış olacaktım. Ama görmezden gelmem mümkün olmadığı için, bugün o sekiz dakika, astronomide büyük bir devrimin başlangıcı oldu." Kepler'in bu titizliğinin sonuçları gerçekten de çarpıcıydı. Kepler, gezegen yörüngelerinin dairesel değil, eliptik olduğunu anlamış ve iki ek yasa daha formüle etmişti. Ve bu matematiksel yasalar *tüm* gezegenler için geçerliydi. Bu yasalar Newton'ın devinim yasalarıyla birleşince, Newton'ın evrensel kütle çekim kanununun temelini oluşturmuştu. Eğer hatırlarsanız, bu arada Descartes bir girdaplar teorisi ortaya atmıştı. Bu

teoriye göre, dairesel hareket eden parçacıkların oluşturduğu girdaplar, gezegenleri Güneş'in etrafında döndürüyordu. Gerçi bu teori, Newton ondaki tutarsızlığı göstermeden önce de fazla yol kat edememişti, çünkü Descartes girdaplarını tanımlayacak sistemli bir matematik formülü geliştirmemişti.

Peki, bu kısa tarih özeti bize ne anlatıyor? Newton'ın kütle çekim yasasının bir dâhinin elinden çıktığına hiç şüphe yok. Fakat bu dâhi, çalışmalarını tüm dünyadan soyutlanmış bir fanusun içinde yapmıyordu herhalde. Ondan önceki bilim insanları tarafından atılmış bazı temeller vardı. 4. Bölüm'de bahsettiğim gibi, mimar Christopher Wren ve fizikçi Robert Hooke gibi, Newton'dan çok daha önemsiz matematikçiler bile, birbirinden habersiz olarak ters-kare çekim yasasına ulaşmıştı. Newton'ın dehası ise tüm bunları bütünsel bir teori altında birleştirebilmesi ve teorisinin sonuçlarını kanıtlayacak matematiksel bir ispatta ısrar etmesinden kaynaklanıyordu. Peki, Newton'ın teorisi nasıl bu kadar doğru sonuç verebilmişti? Bir sebebi, Newton'ın en temel sorunu hedef almasıydı – birbirinin çekim alanındaki iki cismin maruz kaldığı kuvvetlere ve bunun sonucundaki harekete odaklanmıştı. Meseleyi karmaşık hale getirecek diğer faktörleri işin içine dahil etmemişti. Newton'ın ulaştığı kati çözüm sadece ve sadece bu problem içindi. Ve dolayısıyla da temeldeki teori hassas bir doğruluk arz ediyordu. Ama uzantıları elbette sürekli olarak rafine edilecekti. Çünkü Güneş Sistemi sonuçta sadece iki cisimden oluşmuyordu. Diğer gezegenlerin etkileri işin içine dahil edildiğinde, (yine ters-kare kanununa göre olsa bile) yörüngeler artık basit elipsler olmaktan çıkıyordu. Örneğin, Dünya yörüngesinin uzaydaki oryantasyonunun çok yavaş da olsa değişikliğe uğradığı saptanmıştır. *Devinme* adı verilen bu değişim, dönen bir topacın eksen hareketine benzer. Aslında modern araştırmalar, Laplace'ın tahminlerinin aksine, gezegen yörüngelerinin en sonunda kaotik bir yapıya bile bürünebileceğini göstermiştir. Elbette Newton'ın çekirdek kuramının yerini daha sonra Einstein'ın daha kapsamlı genel görelilik kuramı almıştır. Ve bu kuramın ortaya çıkışı da bir o kadar sancılı olmuş, sürüyle yanlış başlangıç

ve kıl payı hataların ardından sonuca ulaşılmıştır. Yani bir teorianın doğruluğu önceden tahmin edilemez. Ne demişler? Çorbanın tadı yemeden anlaşılmaz – dolayısıyla istenen doğruluk elde edilene dek, insanoğlu teoriler üzerinde düzeltme ve iyileştirmeler yapmaya devam eder. Zaten tek atışta hedefi on ikiden vuran ender bazı teorilerin gözümüze teori gibi değil, mucize gibi görünmesi de bu yüzdendir.

İnsanoğlunun temel birtakım tabiat kanunları bulmak için verdiği uğraş aslında boşuna değildir. Çünkü tabiat bize bir konuda kesinlikle torpil geçmiştir: Tabiata hükmeden yasalar dar kalıplı yerel içtüzükler değil, *evrensel* kanunlardır. Yeryüzündeki bir hidrojen atomunun davranışıyla, Samanyolu'nun diğer ucunda, hatta on milyar ışık yılı uzaklıktaki bir galakside bulunan bir hidrojen atomunun davranışı tamamen aynıdır. Ve bu her zaman, başımızı çevirdiğimiz her yerde geçerlidir. Matematikçiler ve fizikçiler zamandan ve mekândan muaf olan bu tür özellikleri tanımlamak için bir matematik terimi icat etmiştir. *Simetrik* olarak tanımlanan bu özellikler, çevre koşullarından, zamandan ve mekândan bağımsızdırlar. Evrende bu tür simetriler olmasaydı, tabiattaki o muazzam tasarıma damgasını vuran şifreleri çözmek bizim için bir hayal bile olamazdı. Çünkü yapılan her deneyin, evrenin her noktası için yeniden ayrı ayrı yapılması ve sürekli tekrar edilmesi gerekirdi (tabii böyle bir evrende yaşam oluşabilirse!) Matematiksel teoriler açısından, kozmosun bize torpili sayılabilecek bir diğer özelliği ise "lokalite"dir. Bu bizim temel parçacıklar arasındaki en basit ilişkinin tanımından yola çıkarak tıpkı bir yapboz gibi "büyük resmi" oluşturma kabiliyetimizi ifade eder.

Şimdi gelelim Wigner muammasındaki son meseleye: Bir matematik teorisinin gerekliliğinin ispatı nedir? Başka bir deyişle, örneğin neden bir genel görelilik kuramımız var? Matematiksel bir görelilik kuramı *olmasa* olmaz mıydı?

Cevap zannettiğinizden de basit. Aslında böyle bir ispat yok! Evrende öyle olgular var ki, onlar hakkında tahminler yapmak ya da teoriler üretmek, prensipte bile mümkün değil. Bu tür be-

lirsiz olgulara örnek olarak *kaos* üreten çeşitli dinamik sistemleri gösterebiliriz. Bunlar öyle sistemler ki, başlangıç koşullarındaki en ufak bir değişiklik tamamen farklı sonuçlar doğurabilir. Belirsiz davranışlar sergileyen şeylere birçok örnek verebiliriz: borsa, Rocky Dağları'nın zirvesindeki hava hareketleri, bir rulet çarkında zıplayan top, sigaradan yükselen duman ve hatta Güneş Sistemi'ndeki gezegenlerin yörüngeleri bile! Matematikçilerin bu tür problemlere cevap olabilecek yaratıcı formüller geliştiremediğini sanmayın. Ama kararlılık arz eden kuramsal bir teori olmadığı kesin. Zaten olasılık ve istatistik gibi alanlar, koyduğumuzdan daha fazlasını üretebilen bir teorimizin olmadığı durumlar için var. Örneğin, *bilişimsel karmaşa* denilen bir kavram, pratik algoritmayla problem çözebilme kabiliyetimizin sınırlarını çiziyor. Gödel'in eksiklik kuramları ise, matematiğin kendi içindeki kusurlarını belirliyor. Yani matematik bazı tanımlarda, özellikle de temel bilimlerdeki tanımlarda gerçekten çok başarılı, ama evrenimizi bütün boyutlarıyla tanımlayabildiği söylenemez. Zaten bilim insanları, hangi konu üzerinde çalışacaklarını seçerken bile, matematiksel olarak ele alınmaya müsait olanları seçmeye özen gösteriyor.

Peki, matematiğin akıl almaz etkinliğinin gizemini çözmeyi başardık mı? Elimden geleni yaptığımı sanıyorum, ama bu kitapta dile getirdiğim argümanların herkesi tatmin etmeyeceğinden eminim. O yüzden son sözü Bertrand Russell'a bırakıyorum. Bakın *Felsefenin Problemleri* adlı eserinde Russell ne demiş:

Felsefenin değeri üzerine yaptığımız tartışmayı özetleyecek olursak; hiçbir cevabın doğruluğundan emin olunamayacağı için, felsefenin amacı, sorulara kati yanıtlar bulmak değil, sorular vasıtasıyla düşünmeye sevk etmektir! Çünkü bu sorular bakış açımızı genişletir, entelektüel hayal gücümüzü zenginleştirir ve zihnimizi düşünmeye kapatan dogmatik oluşumu engeller; ama hepsinden önemlisi, evrenin büyüklüğünü irdeleyen felsefe sayesinde, zihin de sınırlarını aşar ve evrenle bütünleşecek kapasiteye ulaşır.

NOTLAR

1. Bölüm. Mucize

Sayfa

- 11 *İngiliz fizikçi James Jeans bir keresinde şöyle demişti:* Jeans 1930.
- 12 *Einstein'ın bir keresinde sorduğu gibi:* Einstein 1934.
- 12 *Hobbes, geometriyi bilginin temel yapıtaşı ilan etmişti:* Hobbes 1651.
- 13 *Penrose'a göre üç farklı "dünya" var:* Penrose, bu üç dünyayı *Emperor's New Mind* ve *Road to Reality* adlı kitaplarında çok güzel irdeler.
- 13 *Nobel Fizik Ödülü sahibi Eugene Wigner:* Wigner 1960. Kitapta bu konuya pek çok kez döneceğiz.
- 15 *Hardy, soyut matematik çalışmalarıyla öylesine gurur duyardı ki:* Hardy 1940.
- 15 *Hardy-Weinberg yasası olarak yeniden hayat buldu:* Bu yasayla ilgili daha fazla bilgi için örneğin Hedrick'e (2004) bakabilirsiniz.
- 16 *İngiliz matematikçi Clifford Cocks:* Cocks, RSA şifreleme algoritmasını 1973'te icat etmişti. Fakat icat gizli tutulmuştu. Algoritma birkaç yıl sonra MIT'deki bağımsız bir çalışmada, R. Rivest, A. Shamir ve L. Adleman tarafından bulundu (bkz. Rivest, Shamir ve Adleman 1978).
- 16 *Dünyadaki bütün simetrisi:* Simetri, Grup Teorisi ve bu ikisinin tarihi *The Equation That Couldn't Be Solved* (Livio, 2005), Stewart 2007, Ronan 2006 ve Du Sautoy 2008'de de bulunabilir.
- 17 *Sürekli aynı rakamı elde ettiğini gördü:* Kaos Teorisi'nin harika bir tanımını Gleick 1987'de bulabilirsiniz.
- 18 *Black-Scholes opsiyon fiyatlandırma modeli:* Black and Scholes 1973.
- 19 *Seyyar satıcı problemi:* Problemin ve çözümlerinin teknik ama güzel bir tanımını Applegate et al. 2007'den okuyabilirsiniz.
- 21 *Gayet açık bir şekilde şöyle dile getirmişti:* Changeux and Connes 1995.
- 22 *Görüşünü esprili bir dille şöyle dile getirmişti:* Gardner 2003.
- 22 *Connes'ün fikirlerini içeren bir kitabı eleştirirken şöyle demiştir:* Atiyah 1995.
- 24 *Jean-Pierre Changeux ise bu durumu şu kelimelerle ifade ediyor:* Changeux and Connes 1995.
- 24 *Zavallı kızcağız şikâyetini şöyle dile getirmişti:* Marjory Fleming'in kısa biyografisi için, Wallechinsky ve Wallace'tan faydalanabilirsiniz (1975-1981).
- 25 *Ian Stewart'ın bir keresinde dediği gibi:* Stewart 2004.

2. Bölüm. Mistikler: Numerolog ve Filozof

- 26 *Descartes, bu değişimin baş mimarlarından biridir: 4. Bölüm’de, Descartes’ın katkılarıyla ilgili daha detaylı bilgi bulabilirsiniz.*
- 27 *Gerçekliğinden kuşku duyulmayan: Descartes 1644.*
- 27 *“Felsefe” sözcüğünün isim babası: İamblikhos (MS 300), Guthrie 1987.*
- 27 *Pisagor’un hayatını anlatan üç adet detaylı biyografi: Laertius (MS 250), Porphyry (MS 270), İamblikhos (MS 300).*
- 28 *Sonuç olarak Aristo bile “Pisagorcular” demeyi uygun görmüştür: Aristo (MÖ 350); Burkert, 1972.*
- 28 *Yunanlı tarihçi Herodot: Herodot (MÖ 440).*
- 28 *Empedokles hayranlığını şöyle dile getirmiştir: Porphyry (MS 270).*
- 29 *Örneğin monad (yani 1 sayısı): Daha detaylı bir inceleme için bkz. Strohmeier ve Westbrook 1999.*
- 29 *İngiliz felsefe tarihçisi Thomas Stanley: Stanley 1687.*
- 29 *Aslında insanın sayıları büyüleyici bulması: Sayıların özellikleriyle ilgili daha detaylı bir inceleme için bkz. Wells 1986.*
- 30 *Pisagor, adamın tekinden sayı saymasını ister: Heath 1921.*
- 31 *Sahip olduğumuz tüm bilgeliliğin membar: İamblikhos (MS 300), Guthrie 1987.*
- 31 *Çünkü iki tele aynı anda vurulduğunda: Strohmeier ve Westbrook 1999; Stanley 1687.*
- 33 *“Gnomon” sözcüğü: T. L. Heath terimin detaylı tanımını verir ve farklı zamanlarda ne anlama geldiğini anlatır (Heath 1921). Smyrna’lı (İzmir) Theon (MS 130) da terimi kullanmıştır.*
- 36 *Antik dönem tarihine baktığımızda: Proklos bu konudaki kendi düşünce-sinden bahsetmez.*
- 36 *Hiç şüphesiz bu yapılardan haberdardı: Renon ve Felliozat 1947, van der Waerden 1983.*
- 37 *Karşıtlar tablosunda ifade edilen temel felsefe: Bu kozmolojik inanca göre, gerçeğin temeli, sınırsız olduğu varsayılan Madde’nin sınırlı kabul edilen Form’la şekillenmesidir.*
- 37 *Aptallar İçin Felsefe: Morris 1999.*
- 37 *Pisagor hakkında günümüze kalmış en eski hikâye: Joost-Gaugier 2006.*
- 38 *Bu kitabın ana temasını oluşturan soruların perspektifinden: Pisagorcuların katkıları üzerine daha detaylı bilgi için bkz. Huffman 1999, Riedweg 2005, Joost-Gaugier 2006 ve Stanford Felsefe Ansiklopedisi’nden Huffman 2006.*
- 40 *Pisagorculardan biri: Fritz 1945.*
- 40 *“Sayılabilen” ve “sayılamayan” sonsuz kümelerin keşfine: Daha detaylı bilgi için bkz. Aczel 2000, Barrow 2005, Devlin 2000, Rucker 1995, Wallace 2003.*
- 40 *Filozof İamblikhos şöyle anlatır: İamblikhos (MS 300).*
- 41 *Aslında onların gözünde Tanrı matematikçi değildi: Bkz. Netz 2005.*
- 42 *Tüm Batı felsefesi Platon’a düşülmüş dipnotlardan ibarettir: Whitehead 1929.*

- 42 *Bu amansız takipçisi kimdi: Platon ve fikirleri hakkında yüzlerce makale bulmak mümkündür. Faydalı bulduğum birkaçı: Genel olarak Platon'u konu alanlar: Hamilton ve Cairns 1961, Havelock 1963, Gosling 1973, Ross 1951, Kraut 1992. Matematik konulu olanlar: Heath 1921, Cherniss 1951, Mueller 1991, Fowler 1999, Herz-Fischler 1998.*
- 43 *İmparator Julianus'un bir hitabesinde: Hitabe MS 362'de yazılmıştır, ama mezar taşının üzerindeki yazılarla ilgili ayrıntılı bilgi içermez. Mezar taşındaki yazıyla ilgili bilgi Aelius Aristides'in bir metnindeki dipnotla ortaya çıkmıştır. Bu notun dördüncü yüzyılda Sopatros tarafından yazıldığı düşünülüyor. Daha detaylı bilgi için bkz. Fowler 1999.*
- 44 *Hayal kırıklığına uğramıştım: Sonuç vermeyen arkeolojik keşiflerle ilgili bkz. Glucker 1978.*
- 45 *Birinci yüzyıl düşünürlerinden, tarihçi Philodemus: Cherniss 1945, Mekler 1902.*
- 45 *Matematikçi Proklos ise şöyle demişti: Cherniss 1945, Proklos MS 450.*
- 46 *İktidar, iktidara düşkün olmayan: Platon MÖ 360.*
- 46 *Sayıların ilmi, medeni hayatın her alanında: Washington 1788.*
- 47 *Mağaranın duvarlarına yansıyan gölgelerden: Bu alegori hakkında daha detaylı bilgi için bkz. Stewart 1905.*
- 49 *Platon'un görüşleri, genel felsefede: Platonculuk ve onun matematik felsefesindeki yeri hakkında daha detaylı bilgi için bkz. Tiles 1996, Mueller 1992, White 1992, Russell 1945, Tait 1996. Daha popüler metinler için bkz. Davis ve Hersh 1981, Barrow 1992.*
- 50 *Matematik neredeyse ilahi kudretle özdeş gibidir: Daha detaylı bilgi için bkz. Mueller 2005.*
- 50 *Ona göre astronominin asıl amacı: Platon'un astronomi ve gezegen hareketleriyle ilgili fikirlerine Devlet, Timaeus ve Yasalar adlı eserlerinde rastlanır. Bkz. Vlostos 1975, Mueller 1992.*
- 52 *Petros Dayı ve Goldbach Hipotezi adlı kitabın tanıtımını yapmak: A. K. Doxiadis (2000).*
- 52 *Catalan varsayımı: Bkz. Ribenoim 1994.*
- 53 *Bazı matematikçiler, düşünürler, bilişsel bilimciler: Bu konuyu 9. Bölüm'de ayrıntılı olarak işleyeceğiz.*
- 53 *Kâhinlere göre: Bell 1940.*

3. Bölüm. Büyücüler: Usta ve İsyankâr

- 55 *Bazı varlıklar doğuştandır: Aristo MÖ 330, Koyré 1978.*
- 56 *Yürüttüğü zekice mantık sayesinde: Galileo 1589-1592.*
- 57 *Aristo mantığı olarak bilinen bu yöntem: Bu konu 7. Bölüm'de ayrıntılı olarak işlenecektir.*
- 58 *Matematik tarihçisi Eric Temple Bell: Bell 1937.*
- 59 *Herakleides tarafından yazılmış olan: Matematikçi Eutocius'un (MS 480-540) yazdığı Bir Dairenin Ölçümü adlı kitabın eleştirisinde yer alır.*

- 59 *Marcellus'un askeri başarıları*: Plutarkhos MS 75.
- 60 *Arşimet, Siracusa'da doğmuştu*: Arşimet'in doğum tarihi, on ikinci yüzyıl Bizans yazarı Johannes Tzetzes'in *Chiliades* adlı eserinde geçer.
- 60 *Bir süre İskenderiye'de kalıp*: Detaylı bilgi için bkz. Dijksterhuis 1957.
- 61 *Problemin çözümü aklına gelivermiş*: Romalı mimar Marcus Vitruvius Pollio (MÖ birinci yüzyıl) bu hikâyeyi *De Architectura* adlı tezinde anlatır.
- 61 *John F. Kennedy tarafından kullanılmış*: Thomas Jefferson'ın 1814'te M. Correa de Serra'ya yazdığı mektupta geçer. Lord Byron ise *Don Juan* adlı eserinde Arşimet'ten alıntı yapar. JFK, bu sözü 3 Kasım 1960 tarihli bir seçim kampanyası konuşmasında kullanmıştır. Mark Twain ise 1887 tarihli "Arşimet" adlı makalesinde kullanmıştır.
- 63 *Dev büyüteçlerle Roma gemilerinin üzerine güneş ışığı düşürmesi*: Bir grup MIT öğrencisi Ekim 2005'te ayna kullanarak gemi yakma deneyi yapmış ve tatminkâr bir sonuç elde edememiştir. 2002'de Almanya'da yapılan benzer bir deneyde, 500 ayna kullanılmış ve geminin yelkenleri gerçekten de yanmıştır. Bu konuyla ilgili daha fazla bilgiyi Michael Lahanas'ın web sitesinde bulabilirsiniz.
- 163 *Bir söylentiye göre*: Bu sözler Johannes Tzetzes'in *Chiliades* adlı eserinde geçer. Bkz. Dijksterhuis 1957. Ayrıca Plutarkhos da bundan bahseder.
- 64 *İngiliz matematikçi ve düşünür*: Whitehead 1911.
- 65 *Arşimet'in başarı repertuarı*: Bkz. *The Work of Archimedes* (Heath 1897). Diğer önemli kaynaklar: Dijksterhuis 1957 ve Hawking 2005.
- 66 *Kral Gelon, kum taneciklerinin*: Heath 1897.
- 68 *Aslında bu keşfin hikâyesi*: Arşimet parşömeninin hikâyesi için bkz. Netz ve Noel 2007.
- 69 *Dokuzuncu ve onuncu yüzyıllar*: Muhtemelen MS 975.
- 69 *Hattat İoannes Myronas*: Netz ve Noel 2007.
- 72 *Ve ben de parşömeni inceleyen ekiple tanışma*: Projeden sorumlu Will Noel bir toplantı organize etmiş ve William Christens-Barry, Roger Easton ve Keith Knox ile görüşmemi sağlamıştır.
- 73 *Bu teorilerin ispatlarını bu kitapla sana gönderiyorum*: Dijksterhuis 1957.
- 74 *Diğer başarıları da integral ve diferansiyel hesaplarının temelini*: Kalkülüsün anlamı ve önemi üzerine güzel bir çalışma okumak isterseniz bkz. Berlinski 1996.
- 76 *Yunanlı matematikçi Geminus*: Heath 1921.
- 76 *Arşimet, bu buluşunu o kadar sevmiştir ki*: Plutarkhos MS 75.
- 76 *Cicero, Arşimet'in mezarını nasıl aradığını şu çarpıcı sözlerle anlatır*: Cicero MÖ birinci yüzyıl. Bkz. Jaeger, 2002.
- 78 *Galileo Galilei Pisa'da doğdu*: Galileo'nun kaynak kitap niteliğindeki modern biyografilerinden biri, S. Drake'in *Galileo at Work* (1978) adlı kitabıdır. Daha popüler bir anlatımı ise, J. Reston'un *Galileo: A Life* (1994) adlı kitabında bulabilirsiniz. Ayrıca bkz. Van Helden ve Burr 1995. Galileo'nun tüm eserleri için bkz. Favaro (İtalyanca) [1890-1909].
- 78 *Onun eserlerini okuyanlar*: *The Little Balance* (Küçük Denge), Galilei 1586.

- 79 *Ahşap, kurşundan daha hızlı hareket eder:* Galileo 1589-1592. Galileo'nun düşen cisimlerle ilgili doğru fikirleri için bkz. Fropa ve Marenzana 1998 (McManus'un 2006 tarihli çevirisiyle).
- 79 *Vincenzio Viviani tarafından bir parça saptırılmıştı:* Galileo'nun yöntem ve düşünce tarzı için bkz. Shea 1972 ve Machamer 1998.
- 79 *Bilimin en temel prensiplerinden bile habersiz:* Galileo 1589-1592. Galileo *De Motu* adlı eserinde Aristo'yu acımasızca eleştirir.
- 80 *Virginia, Livia ve Vincenzo:* Daha sonra Marie Celeste adıyla nam salan Virginia'nın yaşam hikâyesi Dava Sobel'in *Galileo's Daughter* (Galileo'nın Kızı) adlı kitabında yer alır (Sobel 1999).
- 81 *Yaklaşık 10 ay önce:* Galilei 1610. Teleskopun icadıyla sonuçlanan çalışmaların tarihçesi için bkz. Reeves 2008.
- 82 *Bilim tarihi uzmanı Noel Swerdlow:* Swerdlow 1998. Galileo'nun teleskopla yaptığı tüm keşiflerin ayrıntılı anlatımı için bkz. Shea 1972, Drake 1990.
- 82 *Teleskopunu Ay'a:* Galileo'nun keşiflerini ve teleskopun genel tarihçesini anlatan popüler kitaplardan biri için bkz. Panek 1998.
- 83 *Jüpiter uydularının keşfi:* Galileo'nun Kopernikçiliği için bkz. Shea 1998, Swerdlow 1998.
- 85 *Galileo, oyuncu bir ruhla Kepler'e:* Mektubun kendisi aslında Prag'daki Toscana büyükelçisine gönderilmiştir. Ve bu anagram mektubun içine, Kepler'e verilmek üzere konmuştur.
- 85 *Fakat Kepler, Galileo'nun ne demek istediğini:* Kepler, Galileo'ya, "Umarım bizi fazla şüphede bırakmazsın, çünkü karşında gerçek Almanlar var," diye yazmıştır. Caspar 1993.
- 87 *Scheiner, lekelerin doğrudan Güneş yüzeyinde:* Ayrıntılar için bkz. Shea 1972.
- 88 *İskoçyalı şair Thomas Seggett:* Orijinali Latince'dir. Seggett, Padua'da Galileo'nun okul arkadaşıydı. Bu epigramdan Favaro'nun *Le Opere* adlı eserinde bahsedilir. Teleskopla ilgili şiirler için bkz. Nicolson'un *Modern Filoloji* (1935) adlı eseri tavsiye edilir.
- 88 *İngiliz diplomat Sör Henry Wotton:* Curzon 2004.
- 89 *İşte Aristocu Giorgio Coresio'nun yazdıkları:* Coresio 1612. Ayrıca bkz. Shea 1972.
- 89 *Pisa'lı düşünür Vincenzo di Grazia:* Di Grazia'nın *Considerazioni* (1612) adlı eserinden. Favaro'nun *Opere di Galileo* adlı eserinde tekrar basılmıştır.
- 90 *Hidrostatik tezinin taslağı:* Bkz. Shea 1972.
- 91 *Sabit gökyüzü inancı:* Güneş lekeleri hakkındaki fikir ayrılığının daha detaylı anlatımı için bkz. Van Helden 1996, Swerdlow 1998, Shea 1972.
- 92 *Düşüncelerini dile getirdiği Deneyci adlı eseri:* Galilei 1623.
- 92 *Galileo'nun öğrencisi:* Galileo'nun tüm eserlerinin editörlüğünü yapmış olan Antonio Favaro, Guiducci'nin taslağının büyük bir kısmının Galileo'nun elyazısıyla yazılmış olduğunu fark etmiştir.
- 93 *Diyeğim ki hocam Grassi:* Grassi 1619.

- 93 *Anlaşılan o ki, Sarsi bilim üretmek için:* Galilei 1623.
 94 *İki Yeni Bilim Üzerine Diyaloglar:* Galilei 1638.
 96 *Kilise'nin Galileo'ya olan itirazı:* Galileo'nun bilimle Kutsal Kitap'ın ilişkisi hakkındaki fikirleri için bkz. Feldberg 1995, McMullin 1998.
 97 *Castelli'ye yazdığı uzun mektupta:* Ayrıca bkz. Von Gebler 1879.
 97 *Bariz şekilde ters düşüyordu:* Vawter 1972.
 99 *Galileo fikirlerini tarihteki:* Daha detaylı bilgi için bkz. Redondi 1998.
 99 *İki Büyük Dünya Sistemi Üzerine Diyaloglar:* Galilei 1632.
 100 *Kutsal Papalık'ın huzurunda seni ömür boyu:* De Santillana 1955.
 100 *Siz muhterem kardinaller ve inançlı tüm Hristiyanların:* De Santillana 1955.
 101 *Samimi bir Hristiyan olan Galileo'nun:* Beltrán Mari 1994. Ayrıca bkz. Frova ve Marenzana 1998.

4. Bölüm. Büyücüler: Şüpheci ve Dev

- 104 *Bugüne dek atılmış en büyük adım:* Bkz. Sedgwick ve Tyler.
 104 *René Descartes, 31 Mart 1596'da:* Descartes'ın pek çok biyografisi bulunur. En klasiği Baillet'inkidir (1691). Faydalı bulduğum diğer kitaplar, Vrooman 1970 ve daha yakın tarihli Rodis-Lewis (1998) çalışmasıdır. Bell de, kısa ama güzel bir özetini sunar. Ayrıca, Finkel 1898, Watson 2002 ve Grayling 2005 çalışmaları da ilginçtir.
 105 *Yanından geçen ilk kişiye:* Descartes'ın, Beeckman'la o gün tanıştığından hiç şüphe olmasa da, Beeckman kendi günlüğünde ilanla duyurulan bir problemten bahsetmez.
 105 *Descartes'ın fizik-matematik çalışmaları üzerindeki etkisi:* Bkz. Gaukroger 2002.
 105 *Descartes üç rüya gördü:* Descartes'ın biyografi yazarlarının pek çoğu, bu gecenin Neuberg şehrindeki Ulm kasabasında geçtiğini söyler. Ayrıca Descartes'ın kendisi de bu hikâyeden bahsetmiştir. Bu üç rüya ve yorumları hakkında ayrıntılı bilgi için bkz. Grayling 2005 ve Cole 1992.
 108 *Descartes'ın bir arkadaşına yazdığı gibi:* Bu mektup Fransa'nın İsveç Büyükelçisi Pierre Chanut'a yazılmıştır. Chanut'un kendisi de amatör bir filozoftu. Adam ve Tannery 1897-1910.
 109 *Descartes İsveç'te gömüldü:* İlk Nord-Malmoe Mezarlığı'na gömülmüştür. Cenazesi Fransa'ya götürüldükten sonra, bazı parçaların ve özellikle de kafatasının İsveç'te kaldığı söylenir (Adam ve Tannery). Fransa'da cenaze ilkin Sainte-Geneviève Manastırı'na gömülmüş, sonra Petits-Augustines Manastırı'na nakledilmiştir. Ve son olarak da Saint-Germain-des-Prés Katedrali'ne taşınmıştır. Burası günümüzde Saint-Benoit Kilisesi olarak bilinir.
 109 *Descartes'ı çağdaş yapan şey ise:* Başka bir bakış açısı için bkz. Balz 1952.
 109 *Descartes matematikteki yöntem ve mantıksal sürecin:* Descartes'ın tüm eserlerini bir araya toplayan kaynak kitap niteliğindeki en önemli eser Adam ve Tannery'ye aittir (1897-1910). Alıntılarımın çoğunu bu kaynaktan yaptım.

- 110 *Descartes'ın kapıldığı bu şüphe seli*: Descartes felsefesine giriş niteliğindeki en iyi eserlerden biri Cottingham'inkidir (1986). Kartezyen şüphecilik için bkz. Wolterstroff 1999, Ricoeur 1996, Sorell 2005, Curley 1993 ve Beyssade 1993.
- 112 *106 sayfalık La Géométrie (Geometri) ekinde özetlemişti*: Descartes 1637. Kitabın tam çevirilerinden biri P. J. Olscamp'ın 1965 baskısıdır.
- 113 *Descartes geometrik bir eğriyi cebirsel bir denklemle*: Descartes'ın matematik alanındaki başarılarını en güzel özetleyen kitaplardan biri Rouse Ball'un 1908 tarihli çalışmasıdır. Daha popüler bir eser için bkz. Aczel 2005.
- 115 *Kozmoloji ve fizik üzerine çalışmış*: Descartes'ın tabiat kanunlarının varlığına duyduğu inancı yansıtan en güzel belge Mayıs 1632'de Mersenne'ye yazdığı mektuptur.
- 116 *Yasalardan iki tanesi Newton'ın*: Adam ve Tannery 1897-1910. Ayrıca bkz. Miller and Miller 1983. Descartes fiziği için bkz. Garber 1992. Descartes'ın tabiat felsefesiyle ilgili daha genel bir tanım için bkz. Keeling 1968.
- 119 *Newton'ın Westminster Kilisesi'ndeki mezarı*: Bu anıt 1731'de yapılmıştır. Heykelde dirseğini eserlerine dayamış olan Newton'ın haricinde, Newton'ın önemli keşiflerinin sembollerini taşıyan gençler görülür.
- 120 *Fakat aslında belki de Newton bu sözü*: Newton'ın bu sözü hakaret amacıyla söyleyip söylemediğini kesin olarak bilmek mümkün değil. Bu arada R. K. Merton, "devlerin omuzları üzerinde" deyiminin Newton'ın zamanında çok yaygın olarak kullanıldığını bulmuştur (Merton 1993).
- 120 *Newton, 5 Şubat 1676 tarihli mektubunda*: Newton'ın bütün bu yazışmaları, Turnbull, Scott, Hall ve Tilling tarafından bir araya toplanmıştır (1959-1977).
- 120 *İki bilimadamı arasındaki düşmanlık*: Newton'ın bazı biyografileri bu düşmanlık hikâyesini ayrıntılı olarak anlatır. Westfall 1983, Hall 1992, Gleick 2003.
- 120 *Önsezi, varsayım ve spekülasyonlardan ibaret*: Hooke 1674 tarihli bir makalesinde kütle çekim kuvvetiyle ilgili son derece doğru tahminlerde bulunmuştur. Fakat bunları matematiksel olarak tanımlayamamıştır.
- 122 *Bu çalışmayı felsefenin matematiksel ilkeleri olarak öneriyoruz*: Newton'ın *Principia*'sının birkaç çok başarılı çevirisi vardır: Motte 1729, Cohen ve Whitman 1999. En ulaşılabilir olanı faydalı notların eşlik ettiği 1995 tarihli Chandrasekhar'ın çalışmasıdır. Kütle çekim yasası ve tarihçesinin daha detaylı çalışmaları için bkz. Girifalco 2008, Greene 2004, Hawking 2007 ve Penrose 2004.
- 122 *Çok daha deney ağırlıklı bir kitap*: Newton 1730.
- 123 *Sör Isaac Newton'ın Yaşamöyküsü*: Stukeley 1752. Biyografilerin yanı sıra, Newton'ın ya da akrabalarının hayatından kesitler sunan küçük kitapçıklar da bulunur. Bunların arasında en önemlileri: De Morgan 1885 ve Craig 1946.

- 124 1666 tarihli bu elma hikâyesi gerçek miydi: David Brewster 1831 tarihli Newton biyografisinde meşhur elma ağacının 1827’de rüzgâr sebebiyle devrildiğini, sonrasında ise ağacından sandalye yapıldığını yazmıştır.
- 124 Her şey muhtemelen Newton’ın gençlik günlerinde: Newton’ın matematik çalışmalarıyla ilgili detaylı bilgi için bkz. Hall 1992.
- 125 Ve aynı yıl [1666] Ay’ı yörüngede tutan çekim kuvvetini düşünmeye başladım: Bu anı Portsmouth Koleksiyonu’nda bulunur. Newton’ın ters-kare kanununu veba yıllarında akıl ettiğini gösteren başka belgeler de mevcuttur. Örneğin: Whiston 1753.
- 126 Sonra, pek bilinmeyen sebeplerden ötürü: Newton’ın kütle çekim yasasını açıklamadaki gecikmesinin sebepleri için bkz. Cajori 1928 ve Cohen 1982.
- 127 1684’te Dr. Halley, Newton’ı Cambridge’de ziyaret etti: De Moivre burada Newton’ın ona anlattıklarını aktarıyor.
- 129 Hatta sırf bu yüzden kütle çekimiyle ilgili çalışmalarına: Cohen 1992.
- 130 Glaisher yaptığı konuşmada şöyle demişti: Glaisher 1888.
- 133 Newton içinse, dünyanın varlığı: 1936’da Sotheby’s’den satın alınan ve 2007’de Kudüs’te sergilenen 1700 başlarından kalma bir taslakta, Newton’ın Kitabı Mukaddes’ten Daniel kitabını kullanarak kıyamet tarihini tahmin etmeye yönelik hesapları yer alır. Merak ettiyseniz hemen söyleyeyim: Newton dünyanın sonunun 2060’tan önce gelmesi için hiçbir sebep görmediğini yazmıştır.
- 133 Tanrı’yı ispatlamaya çalışan bütün bu teorilerin geçerliliği: Bu tartışmaların yakın tarihli incelemeleri için bkz. Dennett 2006, Dawkins 2006 ve Paulos 2008.
- 135 Fakat bu türden mantık manevraları: Bkz. Dennett 2006, Dawkins 2006 ve Paulos 2008.

5. Bölüm. İstatistikçiler ve Olasılıkçılar: Belirsizliğin Bilimi

- 137 Newton ve Leibniz’e borçlu olduğumuz kalkülüs: Kalkülüs hakkında detaylı bilgi için bkz. Berlinski 1996, Kline 1967 ve Bell 1951. Biraz daha teknik olmakla birlikte Kline (1972) müthiş bir kaynaktır.
- 138 Efsanevi Bernoulli ailesinin üyeleriymiş: Bu ailenin diğer başarıları için bkz. Maor 1994, Dunham 1994. Ayrıca Basel Üniversitesi’nin web sayfasında “Bernoulli-Edition” (Almanca). (<http://www.ub.unibas.ch/spez/bernoulli.htm>). İngilizce kaynak için bkz. http://www.springer.com/cda/content/document/cda_download_document/bernoulli2005web.Pdf?SGWID=0-0-45-169442-2.
- 138 Aile içi düşmanlıklarıyla da ünlüydü: Bkz. Hellmann 2006.

- 139 *Zincir eğrisi problemi*: Problem ve Huygen'in çözümü hakkında bilgi için bkz. Bukowski 2008. Bernoulli, Leibniz ve Huygens'in çözümleri için bkz. Truesdell 1960.
- 140 *Bu problemi ağabeyimin öne sürdüğünü söylüyorsunuz*: Truesdell 1960.
- 142 *Olasılık Hakkında Felsefi Denemeler*: Laplace 1814 (çeviri: Truscot ve Emory 1902).
- 145 *John Graunt'un (1620-1674) işi tuhaftıyecilikti*: Graunt'un hayatı ve çalışmaları hakkında detaylı bilgi için bkz. Hald 1990, Cohen 2006, Graunt 1662.
- 149 *İşte bu kayıtlardan faydalanan Halley*: Bkz. Newman 1956.
- 150 *Jakob Bernoulli aynı sorunu nasıl tanımlamış*: Newman'dan alıntı (1956). Ayrıca bu çalışmanın özeti Todhunter'de (1865) yer alır.
- 152 *Adolphe Quetelet, 22 Şubat 1796'da*: Quetelet hakkında iki müthiş kitap: Hankins 1908 ve Lottin 1912. Daha kısa ama öz bilgi için bkz. Stigler 1997, Krüger 1987 ve Cohen 1828.
- 153 *Şans – genellikle suiistimal edilen o gizemli sözcük*: Quetelet 1828.
- 154 *Tabiatın üretmeye çalıştığı şeyin*: Bkz. Quetelet'in anıları.
- 156 *Korelasyon katsayısını borçlu olduğumuz kişi*: Galton ve Pearson'ın çalışmaları hakkında detaylı bilgi için bkz. Kaplan ve Kaplan 2006.
- 158 *Ciddi anlamdaki ilk olasılık çalışmaları*: Olasılık, tarihçesi ve faydaları hakkında kapsamlı ve yakın tarihli kaynak için bkz. Aczel 2004, Kaplan ve Kaplan 2006, Connor 2006, Burger ve Starbird 2005 ve Tabak 2004.
- 158 *29 Temmuz 1654 tarihli bir mektupta*: Todhunter 1865, Hald 1990.
- 159 *Olasılık kuramının özünü oluşturan gerçekler*: Olasılık kuramının önemli ilkeleri için bkz. Kline 1967.
- 159 *Olasılık kuramı çok sayıdaki denemenin toplam sonucu*: Olasılık kuramının gerçek yaşam durumlarına sağladığı uyum için bkz. Rosenthal 2006.
- 161 *Olasılığı genetikte tanıştıran kişi*: Müthiş bir biyografi için bkz. Orel 1996.
- 163 *Mendel, "Bitki Melezlemesi Üzerine Deneyler" adlı tezini*: Mendel 1865. İngilizce çevirisi için R. B. Blumberg'in hazırladığı web sitesinden faydalanabilirsiniz: <http://www.mendelweb.org>.
- 163 *Sonuçların doğruluğu hakkında bazı şüpheler*: Bkz. Fisher 1936.
- 163 *Önemli İngiliz istatistikçi Ronald Aylmer Fisher*: Çalışmaları hakkında kısa bilgi için bkz. Tabak 2004.
- 166 *Ars Conjectandi (Varsayım Sanatı) adlı kitabında*: Mükemmel bir çevirisi için bkz. Bernoulli 1713.
- 167 *Bernoulli daha sonra bir örnek vererek*: Newman 1956.
- 168 *Çok anlamlı bir makale yazmıştı*: Newman 1956.
- 170 *Çözümleyici; ya da İnançsız Bir Matematikçiye Seslenen Bir Söylem* adlı kitapçığında: George Berkeley 1734. Web'de David Wilkins tarafından edit edilmiş bir versiyonu mevcuttur.

6. Bölüm. Geometriciler: Gelecek Şoku

- 171 *Gelecek Şoku*: Toffler 1970.
- 172 *Hume iki tür "gerçek" olduğunu söylemişti*: Hume 1748.
- 173 *Kant, ne bildiğimizi değil, bildiklerimizi nasıl bildiğimizi sorgulamıştı*: Genel kavramlarla ilgili referans olarak bkz. Höffe 1994 ve Kuehn 2001 ve matematikteki uygulamasına örnek olarak bkz. Trudeau 1987.
- 173 *Uzam, dış deneyimlerden elde ettiğimiz*: Kant 1781.
- 174 *Öklid'in ilk dört aksiyomu*: Öklid ve Öklid-dışı geometrilere giriş amaçlı kaynak olarak bkz. Greenberg 1974.
- 175 *İlk yirmi sekiz önermenin ispatında*: Trudeau 1987.
- 175 *Bu araştırmalardan bazıları*: Öklid-dışı geometrilerin doğmasına yol açan araştırmaların tamamı için bkz. Bonola 1955.
- 176 *Tez yayımlayan ilk kişi*: George Bruce Halsted'in 1891 tarihli Lobaçevski çevirisini Bonola'nın 1955 tarihli çalışmasında bulmak mümkün.
- 177 *Genç Macar matematikçi János Bolyai*: Biyografi ve çalışmaları hakkında bilgi için bkz. Gray 2004.
- 178 *Metnin adı Mekânın Mutlak Bilimi'ydi*: Latince orijinali ve George Bruce Halsted'in İngilizce çevirisini Gray'in 2004 tarihli çalışmasında bulmak mümkün.
- 180 *Öklid-dışı geometriye epey bir kafa yorduğundan hiç şüphe yok*: Bu hikâyenin tamamını Gauss'un penceresinden ele alınmış olarak okumak için bkz. Dunnington 1955. Ayrıca Lobaçevski ve Bolyai'nin öncelik iddiaları hakkında bilgi için bkz. Kline 1972. Ayrıca Gauss'un Öklid-dışı geometrilerle ilgili bazı yazışmaları için bkz. Ewald 1996.
- 181 *Göttingen'de yaptığı müthiş konuşmada*: Konuşmanın İngilizce çevirisi ve birtakım aydınlatıcı notlar için bkz. Pesic 2007.
- 183 *Poincaré'nin görüşleri*: Poincaré 1891.
- 186 *Ars Magna'nın birinci bölümünde*: Cardano 1545.
- 186 *Bir başka önemli kitabı olan Cebir Üzerine Tez*: Wallis 1685. Wallis'in biyografisi ve detaylı çalışmaları hakkında bilgi için bkz. Rouse Ball 1908.
- 187 *Fikir ve düşünceler değişmeye başladı*: Kısa bir tarihçe için bkz. Cajori 1926.
- 187 *"Boyut" adlı bir makalede*: Bu makale Diderot'un *Encyclopédie*'sinde var. Alıntı: Archibald 1914.
- 187 *1797'de şu iddialı söylemde bulunmuştu*: Lagrange 1797.
- 188 *Hermann Günther Grassmann*: Biyografisi ve detaylı çalışmaları hakkında bilgi için bkz. Petsche 2006 (Almanca). Kısa özet için bkz. O'Connor ve Robertson 2005.
- 189 *Grassmann'ı kendi geometrik cebir teorisine*: Lineer cebirle ilgili çalışmaları için bkz. Fearnley-Sander 1979 ve 1982.

- 190 1860'larda *n-boyutlu geometriler*: Giriş amaçlı okuma için bkz. Sommer-ville 1929.
- 190 "Bağımsızlık beyannamesi" ile ilan etmişti: Metnin tamamı için bkz. Ewald 1996.
- 190 Cebirci Richard Dedekind: Metnin tamamı için bkz. Ewald 1996.
- 191 Fransız matematikçi Charles Hermite: Stieltjer'in Hermite'e gönderdiği ilk mektup 8 Kasım 1882 tarihlidir. İki matematikçi arasındaki yazışmalar toplam 432 mektuptan oluşur. Bu yazışmalar için bkz. Hermite 1905. Kitaba dahil ettiğim paragrafın çevirisi bana aittir.
- 192 Matematikçiler çok sayıda farklı geometri sistemi geliştirdi: Konuşma metni için bkz. O'Connor ve Robertson 2007.

7. Bölüm. Mantıkçılar: Düşünmek ve Mantık Yürütmek

- 193 Köyün birinde bir berber varmış: Berber paradoksu hakkında daha detaylı bilgi için bkz. Quine 1966, Rescher 2001 ve Sorensen 2003.
- 194 Bakın Russell bu ilişkiyi nasıl tasvir etmiş: Russell'ın mantık hakkındaki fikirleriyle ilgili popüler söylemlerinden biri.
- 195 Konunun eksik kalmaması için şunu da ekleyelim: Brouwer'ın sezgiciliğe dayanan programı için bkz. Van Stegt 1998, Barrow 1992. Formalizm ile sezgicilik arasındaki tartışma için bkz. Hellmann 2006.
- 195 Matematiksel bir önermenin anlamı: Dummett 1978.
- 195 Mantık, kavramlarla önermeler arasındaki ilişkiyle ilgilenir: Mantığa giriş niteliğinde kaynak için bkz. Bennett 2004. Daha teknik bir kaynak için bkz. Quine 1982. Mantık tarihi özeti için bkz. Czeslaw Lejewski (*Encyclopaedia Britannica*, 15. baskı).
- 197 De Morgan, matematik, matematik tarihi ve felsefe: Hayatı ve çalışmaları hakkında kısa bilgi için bkz. Ewald 1996.
- 199 Mantığın Matematiksel Analizi adlı eserinde: Boole 1847.
- 199 George Boole (*Resim 47*), 2 Kasım 1815: Detaylı bir biyografi için bkz. MacHale 1985.
- 202 Bu çalışmanın [Düşüncenin Kanunları'nın] amacı: Boole 1854.
- 204 Her ne kadar emin görünse de: Boole, Tanrı'nın varlığına duyulan inancın kanıta değil inanca dayalı olmasının daha iyi olduğunu belirtmişti.
- 205 Frege mantıkta devrim yaratan ilk eserini 1879'da: Frege 1879. Bu eser, mantık tarihinin en önemli çalışmalarından biridir.
- 206 Aritmetiğin Temelleri adlı eserinde Frege şöyle yazmıştı: Frege 1893, 1903.
- 206 Frege'nin mantık aksiyomları genellikle: Frege'nin fikirleri hakkında bilgi için bkz. Resnik 1980, Demopoulos ve Clark 2005, Zalta 2005 ve 2007 ve Boolos 1985. Matematiksel mantık için bkz. DeLong 1970.
- 207 Bütün doğal sayıları ise uzantılar olarak betimlemişti: Frege 1884.

- 201 Peki ya “kendini içermeyen kümeler” kümesi: Russell’ın bu paradoksu için bkz. Boolos 1999, Clark 2002, Sainsbury 1988, Irvine 2003.
- 211 Üç ciltlik bir çalışmaya imza attı: *Principia Mathematica* (Matematiğin İlkeleri): Whitehead ve Russell 1910. *Principia*’nın içeriği hakkında aydınlatıcı bilgi için bkz. Russell 1919.
- 212 *Principia*’da Russell ve Whitehead: Russell ve Frege’nin fikirleri hakkında bilgi için bkz. Beaney 2003. Russell mantığı için bkz. Shapiro 2000 ve Godwyn ve Irvine 2003.
- 213 Russell bir tipler kuramı önermişti: Urquhart 2003.
- 213 Russell’ın tipler kuramı: Aslında Russell’ın tipler kuramı çoğu matematikçinin gözünden düşmüştür. Fakat benzer bir yapı bilgisayar programcılığında yeni bir uygulama alanı bulmuştur. Bkz. Mitchell 1990.
- 214 Alman matematikçi Ernst Zermelo: Katkıları hakkında detaylı bilgi için bkz. Ewald 1996.
- 214 Zermelo’nun teorisi 1922’de İsrailli matematikçi Abraham Fraenkel: Zermelo, Fraenkel ve mantıkçı Thoralf Skolem’in orijinal çalışmalarının çevirisi için bkz. Heijenoort 1967. Kümelere ve Zermelo-Fraenkel aksiyomlarına giriş için bkz. Devlin 1993.
- 214 Seçim aksiyomu şöyle diyordu: Detaylı bilgi için bkz. Moore 1982.
- 215 Süreklilik hipotezi adıyla bilinen: Woodin 2001.
- 216 Amerikalı matematikçi Paul Cohen: Cohen 1966.
- 217 Matematik, anlamdan soyutlanmış formüllerden oluşuyordu: Hilbert programı hakkında detaylı bilgi için bkz. Sieg 1988. Ayrıca bkz. Shapiro 2000.
- 217 Teorimin amacı matematiksel çıkarım yöntemlerinin: Hilbert bu konuşmayı Eylül 1922’de Leipzig’de yaptı. Konuşma metni için bkz. Ewald 1922.
- 218 Hilbert’in formalist (biçimselci) takipçilerine göre: Formalizm hakkında detaylı bilgi için bkz. Detlefsen 2005.
- 218 Yirminci yüzyılın en büyük filozofu: Detaylı biyografi için bkz. R. Monk 1990.
- 218 Matematiğin doğasıyla ilgili şüpheleriniz varsa: Waismann 1979.
- 218 Kurt Gödel (Resim 53), 28 Nisan 1906’da: Yakın zamanlı biyografisi için bkz. Goldstein 2005. Standart biyografi için bkz. Dawson 1997.
- 219 Eksiklik kuramlarını yayımladı: Gödel’in kuramları, bu kuramların anlamları ve diğer branşlarla bağlantıları üzerine nefis birkaç kaynak: Hofstadter 1979, Nagel ve Newman 1959 ve Franzén 2005.
- 220 Tam olarak duyularımızla algılayamasak da: Gödel 1947.
- 220 Gödel’in kişiliği de en az teorileri kadar karmaşıktı: Gödel’in felsefi fikirleri hakkında detaylı bilgi için bkz. Wang 1996.
- 221 Gödel 1946’da Amerikan vatandaşı olacaktı: Morgenstern 1971.
- 225 Elimizdeki tek şey matematik diliyle ifade edilen: Bkz. Wright 1997 ve Tennant 1997.

8. Bölüm. Akıl Almaz Etkinlik

- 227 *Bazı düğümlerin oldukça ilginç isimleri vardır: Düğüm atmak üzerine ilginç bir kaynak: Ashley 1944.*
- 227 *Matematikteki düğümler kuramı: Vandermonde 1771. Düğümler Kuramı'nın tarihçesi üzerine mükemmel bir kaynak: Przytycki 1992. Teoriye giriş: Adams 1994. Popüler kitaplar: Neuwirth 1979, Peterson 1988 ve Menasco ve Rudolph 1995.*
- 228 *Thomson, maddenin temel yapıtaşı olan atomlarla: Detaylı kaynak için bkz. Sossinsky 2002 ve Atiyah 1990.*
- 230 *Tait, sınıflandırma işine zor yoldan başlamıştı: Tait 1898, Sossinsky 2002. Kısa bir Tait biyografisi için bkz. O'Connor ve Robertson 2003.*
- 231 *Maxwell, onun için de şu küçük dörtlüğü yazmıştı: Knott 1911.*
- 231 *Nebraska Üniversitesi'nden Profesör Charles Newton Little: Little 1899.*
- 232 *Topoloji öyle bir matematik dalıdır ki: Topoloji üzerine teknik ama giriş nitelikli bir kaynak için bkz. Messer ve Straffin 2006.*
- 232 *New York'lu avukat ve matematikçi: Perko 1974.*
- 233 *1928'de Amerikalı matematikçi James Waddell Alexander: Alexander 1928.*
- 234 *Üretken İngiliz asıllı Amerikalı matematikçi: Conway 1970.*
- 235 *Ve işte o bağlantının incelenmesi sonucunda: Jones 1985.*
- 237 *Çeşitli bilim dallarında: Örneğin matematikçi Louis Kauffman, Jones polinomuyla istatistiksel fizik arasında bir bağ olduğunu kanıtlamıştır. Fizikteki uygulamaları için bkz. Kauffman 2001.*
- 239 *Bu çözme ve çözümler işleminden sorumlu olan araçlar, enzimlerdir: Düğümler kuramı ve enzimlerin davranışları üzerine mükemmel bir kaynak için bkz. Summers 1995. Ayrıca bkz. Wasserman ve Cozzarelli 1986.*
- 240 *Şu an için ellerindeki en iyi aday da sicim kuramı: Sicim Kuramı, başarıları ve problemleri üzerine kaynak için bkz. Greene 1999, Randall 2005, Krauss 2005 ve Smolin 2006. Teknik bilgi için bkz. Zweibach 2004.*
- 241 *Sicim teorisyenleri Hiroshi Ooguri ve Cumrun Vafa: Ooguri ve Vafa 2000.*
- 241 *Sürpriz bir bağ kurmuştu: Witten 1989.*
- 241 *Tamamen matematiksel olarak: Atiyah 1989. Daha geniş bir perspektif için bkz. Atiyah 1990.*
- 243 *Eric Adelberger, Daniel Kapner ve beraberindeki bilim insanları: Kapner et al. 2007.*
- 243 *Einstein'in çok güçlü bir sebebi vardı: Özel ve genel görelilik kuramları üzerine çok fazla kaynak vardır. Burada sadece en sevdiğimi not edeceğim: Davies 2001, Deutsch 1997, Ferris 1997, Gott 2001, Greene 2004, Hawking ve Penrose 1996, Kaku 2004, Penrose 2004, Rees 1997, Smolin 2001. Einstein'ın kendisi ve fikirleri hakkında yakın tarihli mükemmel bir kaynak kitap için bkz. Isaacson 2007. Ayrıca bkz. Bodanis 2000, Lightman 1993, Overbye 2000 ve Pais 1982. Toplu tezleri için bkz. Hawking 2007.*

- 247 *Yapılan en son test*: Kramer et al. 2006.
 248 *Harvard Üniversitesi'nden bir grup fizikçi*: Odom et al. 2006.
 249 *1960'ların sonunda ise fizikçi Steven Weinberg, Sheldon Glashow ve Abdus Salam*: Daha detaylı bilgi için bkz. Weinberg 1993.

9. Bölüm. İnsan Zekâsı, Matematik ve Evren

- 250 *Matematikçi Philip Davis ve Reuben Hersh*: Davis ve Hersh 1981.
 251 *Platoncu görüşün en iddialı temsilcilerinden G. H. Hardy*: Hardy 1940.
 251 *Matematik ve Hayal Gücü* adlı kitaplarında tam tersi görüşü savunmuştur: Kasner ve Newman 1989.
 253 *Matematiğin insanlardan bağımsız bir varlığı olduğuna inananlar*: Matematiğin doğası üzerine en iyi popüler kaynaklardan biri için bkz. Barrow 1992. Ayrıca daha teknik bir kaynak için bkz. Kline 1972.
 253 *Halis Platoncular ve onların bazı felsefi kusurlarından*: Daha detaylı bir kaynak için bkz. Barrow 1992.
 253 *Tegmark, "Matematik, içinde bulunduğumuz evreni sadece tanımlamakla kalmaz, evrenin ta kendisidir,"* der: Tegmark 2007.
 254 *Benzer bir iddiaya cevap verirken söylediği gibi*: Changeux ve Connes 1995.
 255 *1997 tarihli Sayı Algısı* adlı kitabında: Dehaene et al. 2006.
 255 *Dehaene ve ekibi*: Dehaene et al. 2006.
 255 *Fakat tüm bilişsel bilimcilerin bu yorumla*: Örneğin, Holden 2006.
 256 *Jean-Pierre Changeux şu tespitte bulunmuş*: Changeux ve Connes 1995.
 256 *En iddialı yorumlardan biri*: Lakoff ve Núñez 2000.
 257 *Nörobilimciler insan beyninde*: Ramachandran ve Blakeslee 1999.
 257 *Nörobiyolog Rosemary Varley*: Varley et al. 2005; Klessinger et al. 2007.
 258 *Bakın Atiyah ne demiş*: Atiyah 1995.
 259 *On dokuzuncu yüzyıldan beri*: Altın oran konusu, tarihçesi ve özellikleriyle ilgili daha detaylı bilgi için bkz. Livio 2002. Ayrıca bkz. Herz-Fischler 1998.
 263 *Asal sayılar kavramı bir icattı*: Hersh'te (2000) yer alan "Yehuda Rav" makalesi.
 263 *Antropolog Leslie A. White*: White 1947.
 264 *1960'larda şuna dikkat çekti*: Hockett 1960.
 264 *İlk özellik, daha önce hiç duyulmamış*: Dil ve beyin üzerine daha detaylı kaynak için bkz. Obler ve Gjerlow 1999.
 265 *Aynı zamanda matematiğin de özellikleri*: Dil ve matematik arasındaki benzerlikler için bkz. Sarukai 2005 ve Atiyah 1994.
 265 *Ünlü dilbilimci Noam Chomsky*: Chomsky 1957. Dilbilim üzerine başka kaynak için bkz. Aronoff ve Rees-Miller 2001. İlginç bir bakış açısı için bkz. Pinker 1994.
 265 *Bilgisayar mühendisi Stephen Wolfram*: Wolfram 2002.

- 267 *Astrofizikçi Max Tegmark*: Tegmark, dört çeşit paralel evren bulunduğunu söyler. Ayrıntılar için bkz. Tegmark 2004, 2007.
- 267 *Ortalama değer, yani normallik ilkesiyle de çelişiyor*: Detaylı kaynak için bkz. Vilenkin 2006.
- 268 *Realizm adında orta bir yol*: Putnam 1975.
- 268 *Önce çağdaş düşünürlerin önerdiği*: Bu konuda öne sürülmüş başka fikirler de mevcut. Örneğin, bkz. Steiner 2005.
- 268 *Nobel Fizik Ödülü sahibi David Gross ne demiş*: Gross 1988. Matematikle fizik arasındaki ilişki üzerine detaylı kaynak için bkz. Vafa 2000.
- 269 *Sör Michael Atiyah ise şöyle diyor*: Atiyah 1995. Ayrıca bkz. Atiyah 1993.
- 269 *Amerikalı matematikçi ve bilgisayar mühendisi Richard Hamming*: Hamming 1980.
- 270 *Benzer bir açıklamayı*: Weinberg 1993.
- 271 *Gelfand'ın şu sözü*: Borovik 2006.
- 271 *Bilgisayar mühendisi Jef Raskin*: Raskin 1998.
- 273 *Hersh, matematikte (ve aslında kuramsal fizikte)*: Hersh in Hersh 2000.
- 275 *Kepler, astronom Tycho Brahe'den kalan zengin mirası*: Kepler'in kendi kitapları, Kepler adıyla 1981 ve 1997'de basılmıştır. Bilim tarihi açısından ilginç kitaplardır. Ayrıca Kepler biyografisi için bkz. Caspar 1993 ve Gingerich 1973.
- 277 *Gezegen yörüngelerinin en sonunda*: bkz. Lecar et al. 2001.
- 278 *Cevap zannettiğinizden de basit*: Matematiğin faydaları üzerine ilginç bir kitap için bkz. Raymond 2005. Ayrıca Wigner muamması hakkında daha fazla görüş için bkz. Wilczek 2006, 2007.
- 278 *Felsefenin Problemleri adlı eserinde Russell ne demiş*: Russell 1912.



KAYNAKÇA

Aczel, A. D. 2000. *The Mystery of the Aleph: Mathematics, the Kabbalah, and the Search for Infinity* (New York: Four Walls Eight Windows).

Aczel, A. D. 2004. *Chance: A Guide to Gambling, Love, the Stock Market, and Just About Everything Else* (New York: Thunder's Mouth Press).

Aczel, A. D. 2000. *Descartes' Secret Notebook* (New York: Broadway Books).

Adam, C., and Tannery, P., eds. 1897-1910. *Oeuvres des Descartes*. Yeni baskı 1964-1976 (Paris: Vrin/CNRS). En kapsamlı İngilizce çevirisi: Cottingham, J., Stoothoff, R. ve Murdoch, D., eds. 1985. *The Philosophical Writing of Descartes* (Cambridge: Cambridge University Press).

Adams, C. 1994. *The Knot Book: An Elementary Introduction to the Mathematical Theory of Knots* (New York: W. H. Freeman).

Alexander, J. W. 1928. *Transactions of the American Mathematical Society*, 30, 375.

Applegate, G. L., Bixby, R. E., Chvátal, V. ve Cook, W. J. 2007. *The Traveling Salesman Problem* (Seyyar Satıcı Problemi), (Princeton: Princeton University Press).

Archibald, R. C. 1914. *American Mathematical Society Bulletin*, 20 409.

Aristo. MÖ 350 civarı. *Metafizik*. Kaynak: Barnes, J., ed. 1984 *The Complete Works of Aristotle* (Princeton: Princeton University Press).

Aristo. MÖ 330. *Fizik*. Çeviri: R. P. Hardie ve R. K. Gaye. http://people.bu.edu/wwildman/WeirdWildWeb/courses/wphil/readings/wphil_rdg07_physics_entire.htm (halka açık İngilizce çevirisi).

Aristo. MÖ 330. *Fizik*. Çeviri: P. H. Wickstead ve F. M. Cornfold, 1960 (Londra: Heinemann).

Aronoff, M. ve Rees-Miller, J. 2001. *The Handbook of Linguistics* (Oxford: Blackwell Publishing).

Ashley, C. W. 1944. *The Ashley Book of Knots* (New York: Doubleday).

Atiyah, M. 1989. *Publications Mathématiques de l'Inst. Des Hautes Etudes Scientifiques*, Paris, 68, 175.

Atiyah, M. 1990. *The Geometry and Physics of Knots* (Cambridge: Cambridge University Press).

Atiyah, M. 1993. *Proceedings of the American Philosophical Society*, 137 (4), 517.

Atiyah, M. 1994. *Supplement to Royal Society News*, 7, (12), (i).

- Atiyah, M. 1995. *Times Higher Education Supplement*, 29 Eylül.
- Baillet, A. 1691. *La Vie de M. Des-Cartes* (Paris: Daniel Horthemels).
- Balz, A. G. A. 1952. *Descartes and the Modern Mind* (New Haven: Yale University Press).
- Barrow, J. D. 1992. *Pi in the Sky: Counting, Thinking, and Being* (Oxford: Clarendon Press).
- Barrow, J. D. 2005. *The Infinite Book: A Short Guide to the Boundless, Timeless and Endless* (New York: Pantheon).
- Beaney, M. 2003. Griffin, N., ed. *The Cambridge Companion to Bertrand Russell* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Bell. E. T. 1937. *Men of Mathematics: The Lives and Achievements of the Great Mathematicians from Zeno to Poincaré* (New York: Touchstone).
- Bell. E. T. 1940. *The Development of Mathematics* (New York: McGraw-Hill).
- Bell. E. T. 1951. *Mathematics: Queen and Servant of Science* (New York: McGraw-Hill).
- Beltrán Mari, A. 1994. "Introduction." Galilei, G. *Diálogo Sobre los Dos Máximos Sistemas del Mundo* (Madrid: Alianza Editorial).
- Bennett, D. 2004. *Logic Made Easy: How to Know When Language Deceives You* (New York: W. W. Norton).
- Berkeley, G. 1734. "The Analyst: or a Discourse Addressed to an Infidel Mathematician, D. R. Wilkins, ed. <http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Berkeley/Analyst/Analyst.html>.
- Berlinski, D. 1996. *A Tour of the Calculus* (New York: Pantheon Books).
- Bernoulli, J. 1713. *The Art of Conjecturing [Ars Conjectandi]*. Çeviri: E. D. Sylla, 2006. (Baltimore: Johns Hopkins University Press).
- Bernoulli, J. 1713. *Ars Conjectandi* (Basel: Tharnisiorum).
- Beyssade, M. 1993. "The Cogito." Voss, S., ed. *Essays on the Philosophy and Science of René Descartes* (Oxford: Oxford University Press).
- Black, F. ve Scholes, M. 1973. *Journal of Political Economy*, 81 (3), 637.
- Bodanis, D. 2000. *E = mc²: A Biography of the World's Most Famous Equation* (New York: Walker).
- Bonola, R. 1995. *Non-Euclidean Geometry*. Çeviri: H. S. Carshaw (New York: Dover Publications). 1912 tarihli çevirinin yeni baskısı (Chicago: Open Court Publishing Company).
- Boole, G. 1847. *The Mathematical Analysis of Logic, Being an Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning*. Ewald, W. 1996. *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics* (Oxford: Clarendon Press).
- Boole, G. 1854. *An Investigation of the Laws of Thought on Which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities* (Londra: Macmillan). Yeni baskı, 1958. (Mineola, N. Y.: Dover Publications).
- Boolos, G. 1985. *Mind*, 94, 331.
- Boolos, G. 1999. *Logic, Logic, Logic* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press).

- Borovik, A. 2006. *Mathematics under the Microscope*. <http://www.maths.manchester.ac.uk/%7Eavb/micromathematics/downloads>.
- Brewster, D. 1831. *The Life of Sir Isaac Newton* (Londra: John Murray, Albemarle Street).
- Bukowski, J. 2008. *The College Mathematics Journal*, 39 (1), 2.
- Burger, E. B. ve Starbird, M. 2005. *Coincidences, Chaos, and All That Math Jazz: Making Light of Weighty Ideas* (New York: W. W. Norton).
- Burkert, W. 1972. *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press).
- Cajori, F. 1926. *The American Mathematical Monthly*, 33 (8), 937.
- Cajori, F. 1928. In the History of Science Society. *Sir Isaac Newton 1727-1927: A Bicentenary Evaluation of his Work* (Baltimore: The Williams & Wilkins Company).
- Cardano, G. 1545. *Artis Magnae, sive de regulis algebrae*. Bu kitap *The Great Art or the Rules of Algebra* başlığı ile 1968'de yeniden basılmıştır. Çeviri ve edit: T. R. Witmer (Cambridge, Mass.: MIT Press).
- Caspar, M. 1993. *Kepler*. Çeviri: C. D. Hellman (Mineola, New York: Dover Publications).
- Chandrasekhar, S. 1995. *Newton's "Principia" for the Common Reader* (Oxford: Clarendon Press).
- Changeux, J. P. ve Connes, A. 1995. *Conversations on Mind, Matter, and Arithmetics* (Princeton: Princeton University Press).
- Cherniss, H. 1945. *The Riddle of the Early Academy* (Berkeley: University of California Press). Yeni baskı, 1980 (New York: Garland).
- Cherniss, H. 1951. *Review of Metaphysics*, 4, 395.
- Chomsky, N. 1957. *Syntactic Structures* (The Hague: Mouton & Co.).
- Cicero. MÖ birinci yüzyıl. *Discussion at the Tusculum* [*Tusculan Disputations* adıyla da bilinir]. Grant, M. Çeviri: 1971. *Cicero: On the Good Life* (Londra: Penguin Classics).
- Clark, M. 2002. *Paradoxes from A to Z* (Londra: Routledge).
- Clarke, D. M. 1992. Cottingham, J., ed. *The Cambridge Companion to Descartes* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Cohen, I. B. 1982. Bechler, Z., ed. *Contemporary Newtonian Research* (Dordrecht: Reidel).
- Cohen, I. B. 2006. *The Triumph of Numbers* (New York: W. W. Norton & Company).
- Cole, J. R. 1992. *The Olympian Dreams and Youthful Rebellion of René Descartes* (Champaign: University of Illinois Press).
- Connor, J. A. 2006. *Pascal's Wager: The Man Who Played Dice with God* (New York: Harper Collins).
- Conway, J. H. 1970. Leech, J., ed. *Computational Problems in Abstract Algebra* (Oxford: Pergamon Press).
- Coresio, G. 1612. *Operetta intorno al galleggiare de'corpi solidi*. Yeni baskı Favaro, A. 1968. *Le Opere di Galileo Galilei*. Edizione Nazionale (Florence: Barbera).

- Cottingham, J. 1986. *Descartes* (Oxford: Blackwell).
- Craig, Sir J. 1946. *Newton at the Mint* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Curley, E. 1993. Voss, S., ed. *Essays on the Philosophy and Science of René Descartes* (Oxford: Oxford University Press).
- Curzon, G. 2004. *Wotton and His Words: Spying, Science and Venetian Intrigues* (Philadelphia: Xlibris Corporation).
- Davies, P. 2001. *How to Build a Time Machine* (New York: Allen Lane).
- Davis, P. J. ve Hersh, R. 1981. *The Mathematical Experience* (Boston: Birkhäuser). Yeni baskı, 1998 (Boston: Mariner Books).
- Dawkins, R. 2006. *The God Delusion* (New York: Houghton Mifflin Company).
- Dawson, J. 1997. *Logical Dilemmas: The Life and Work of Kurt Gödel* (Natick, Mass.: A. K. Peters).
- Dehaene, S. 1997. *The Number Sense* (Oxford: Oxford University Press).
- Dehaene, S., Izard, V., Pica, P. ve Spelke, E. 2006. *Science*, 311, 381.
- DeLong, H. 1970. *A Profile of Mathematical Logic* (Reading, Mass.: Addison-Wesley). Yeni baskı, 2004 (Mineola, NY: Dover Publications).
- Demopoulos, W. ve Clark, P. 2005. Shapiro, S., ed. *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic* (Oxford: Oxford University Press).
- De Morgan, A. 1885. *Newton: His Friend: and His Niece* (Londra: Elliot Stock).
- Dennett, D. C. 2006. *Breaking the Spell: Religion as a Natural Phenomenon* (New York: Viking).
- De Santillana, G. 1955. *The Crime of Galileo* (Chicago: University of Chicago Press).
- Descartes, R. 1637. *Discourse on Method, Optics, Geometry, and Meteorology*. Çeviri: P. J. Olscamp, 1965 (Indianapolis: The Bobbs-Merrill Company).
- Descartes, R. 1637. *The Geometry of René Descartes*. Çeviri: D. E. Smith ve M. L. Latham, 1954 (Mineola, NY: Dover Publications).
- Descartes, R. 1644. *Principles of Philosophy*, II: 64 Cottingham, J., Stoothoff, R. ve Murdoch, D., eds. 1985. *Philosophical Works of Descartes* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Descartes, R. 1637-1644. *The Philosophy of Descartes: Containing the Method, Meditations, and Other Works*. Çeviri: J. Veitch, 1901 (New York: Tudor Publishing).
- Detlefsen, M. 2005. Shapiro, S., ed. *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic* (Oxford: Oxford University Press).
- Deutsch, D. 1997. *The Fabric of Reality* (New York: Allen Lane).
- Devlin, K. 1993. *The Joy of Sets: Fundamentals of Contemporary Set Theory*, ikinci baskı (New York: Springer-Verlag).

Devlin, K. 2000. *The Math Gene: How Mathematical Thinking Evolved and Why Numbers Are Like Gossip* (New York: Basic Books).

Dijksterhuis, E. J. 1957. *Archimedes* (New York: The Humanities Press).

Doxiadis, A. K. 2000. *Uncle Petros and Goldbach's Conjecture* (New York: Bloomsbury).

Drake, S. 1978. *Galileo at Work: His Scientific Biography* (Chicago: University of Chicago Press).

Drake, S. 1990. *Galileo: Pioneer Scientist* (Toronto: University of Toronto Press).

Dummett, M. 1978. *Truth and Other Enigmas* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press).

Dunham, W. 1994. *The Mathematical Universe: An Alphabetical Journey through the Great Proofs, Problems and Personalities* (New York: John Wiley & Sons).

Dunnington, G. W. 1955. *Carl Friedrich Gauss: Titan of Science* (New York: Hafner Publishing).

Du Sautoy, M. 2008. *Symmetry: A Journey into the Patterns of Nature* (New York: Harper Collins).

Einstein, A. 1934. "Geometrie und Erfahrung." *Mein Weltbild* (Frankfurt am Main: Ullstein Materialian).

Ewald, W. 1996. *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics* (Oxford: Clarendon Press).

Favaro, A. Ed. 1890-1909. *Le Opere di Galileo Galilei*, Edizione Nazionale (Florence: Barbera). Birçok yeni baskısı mevcuttur. Son baskısı, 1964-1966. İnternette ulaşılabilir. <http://www.imss.fi.it/istituto/index.html>.

Fearnley-Sander, D. 1979. *The American Mathematical Monthly*, 86 (10), 809.

Fearnley-Sander, D. 1982. *The American Mathematical Monthly*, 89 (3), 161.

Feldberg, R. 1995. *Galileo and the Church: Political Inquisition or Critical Dialogue* (Cambridge: Cambridge University Press).

Ferris, T. 1997. *The Whole Shebang* (New York: Simon & Schuster).

Finkel, B. F. 1898. "Biography: Rene Descartes." *American Mathematical Monthly*, 5 (8-9), 191.

Fisher, R. A. 1936. *Annals of Science*, 1, 115.

Fisher, R. A. 1956. Newman, J. R., ed. *The World of Mathematics* (New York: Simon & Schuster).

Fowler, D. 1999. *The Mathematics of Plato's Academy* (Oxford: Clarendon Press).

Franzén, T. 2005. *Gödel's Theorem: An Incomplete Guide to Its Use and Abuse* (Wellesley, Mass.: A. K. Peters).

Frege, G. 1879. *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* (Halle, Almanya: L. Nebert). Çeviri: S. Bauer-Mengelberg (Heijenoort, J., ed. 1967). *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press).

Frege, G. 1884. *Der Grundlagen der Arithmetik* (Breslau: Koebner). Çeviri: J. L. Austin, 1974. *The Foundations of Arithmetic* (Oxford: Basil Blackwell).

Frege, G. 1893. *Grundgesetze der Arithmetik*, bond I (Jena: Verlag Hermann Pohle). 1964'te kısmi olarak İngilizceye çevrildi: Furth, M., ed. *The Basic Laws of Arithmetic* (Berkeley: University of California).

Frege, G. 1903. *Grundgesetze der Arithmetik*, bond II (Jena: Verlag Hermann Pohle).

Fritz, K. Von. 1945. "The Discovery of Incommensurability by Hippo-sus of Metapontum." *Annals of Mathematics*, 46, 242.

Frova, A. ve Marenzana, M. 1998. *Thus Spoke Galileo: The Great Scientist's Ideas and Their Relevance to the Present Day*. Çeviri: J. McManus, 2006 (Oxford: Oxford University Press).

Galilei, G. 1586. *The Little Balance*. Çeviri: L. Fermi and G. Bernardini (New York: Basic Books). Çeviri: Favaro, A., ed. 1890-1909. *Le Opere di Galileo Galilei* (Florence: G. Barbera).

Galilei, G. 1600 civarı. *On Mechanics*. Çeviri: S. Drake, 1960 (Madison: University of Wisconsin Press).

Galilei, G. 1600 civarı. *On Motion*. Çeviri: I. E. Drabkin, 1960. (Madison: University of Wisconsin Press).

Galilei, G. 1610. *Sidereal Nuncius ya da The Sidereal Messenger*. Çeviri: A. Van Helden, 1989 (Chicago: University of Chicago Press).

Galilei, G. 1610. *The Sidereal Messenger [Sidereal Nuncius]*. Drake, S., 1983. *Telescopes, Tides and Tactics* (Chicago: University of Chicago Press).

Galilei, G. 1623. *The Assayer [Il Saggiatore]*. *The Controversy on the Comets of 1618*. Çeviri: S. Drake ve C. D. O'Malley, 1960 (Philadelphia: University of Pennsylvania Press).

Galilei, G. 1632. *Dialogue Concerning the Two Chief World Systems*. Çeviri: S. Drake, 1967 (Berkeley: University of California Press).

Galilei, G. 1638. *Discourses on the Two New Sciences*. Çeviri: S. Drake, 1974 (Madison: University of Wisconsin Press).

Garber, D. 1992. Cottingham, J., ed. *The Cambridge Companion to Descartes* (Cambridge: Cambridge University Press).

Gardner, M. 2003. *Are Universes Thicker than Blackberries?* (New York: W. W. Norton).

Gaukroger, S. 1992. Cottingham, J., ed. *The Cambridge Companion to Descartes* (Cambridge: Cambridge University Press).

Gaukroger, S. 2002. *Descartes's System of Natural Philosophy* (Cambridge: Cambridge University Press).

Gingerich, O. 1973. "Kepler, Johannes." Gillespie, C. C., ed. *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 7 (New York: Scribners).

Girifalco, L. A. 2008. *The Universal Force* (Oxford: Oxford University Press).

Glaisher, J. W. L. 1888. *Bicentenary Address, Cambridge Chronicle*, 20 Nisan, 1888.

Gleick, J. 1987. *Chaos: Making a New Science* (New York: Viking).

Gleick, J. 2003. *Isaac Newton* (New York: Vintage Books).

Glucker, J. 1978. *Antiochus and the Late Academy*, hypomnemata 56 (Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht).

Gödel, K. 1947. Benaceroff, P. ve Putnam, H., ed. 1983. *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, ikinci baskı (Cambridge: Cambridge University Press).

Godwin, M. ve Irvine, A. D. 2003. Griffin, N., ed. *The Cambridge Companion to Bertrand Russell* (Cambridge: Cambridge University Press).

Goldstein, R. 2005. *Incompleteness: The Proof and Paradox of Kurt Gödel* (New York: W. W. Norton).

Gosling, J. C. B. 1973. *Plato* (Londra: Routledge & Kegan Paul).

Gott, J. R. 2001. *Time Travel in Einstein's Universe* (Boston: Houghton Mifflin).

Grassi, O. 1619. *Libra Astronomica ac Philosophica*. Çeviri: S. Drake ve C. D. O'Malley, 1960. *The Controversy on the Comets of 1618* (Philadelphia: University of Pennsylvania Press).

Graunt, J. 1662. *Natural and Political Observations Mentioned in a Following Index, and Made Upon the Bills of Mortality* (Londra: Tho. Roycroft).

Gray, J. J. 2004. *János Bolyai, Non Euclidean Geometry, and the Nature of Space* (Cambridge, Mass.: Burndy Library).

Grayling, A. C. 2005. *Descartes: The Life and Times of a Genius* (New York: Walker & Company).

Greenberg, M. J. 1974. *Euclidean and Non-Euclidean Geometries: Development and History*, 3. baskı (New York: W. H. Freeman and Company).

Greene, B. 1999. *The Elegant Universe: Superstrings, Hidden Dimensions, and the Quest for the Ultimate Theory* (New York: W. W. Norton).

Greene, B. 2004. *The Fabric of the Cosmos: Space, Time, and the Texture of Reality* (New York: Alfred A. Knopf).

Gross, D. 1988. *Proceedings of the National Academy of Sciences (USA)*, 85, 8371.

Guthrie, K. S. 1987. *The Pythagorean Sourcebook and Library: An Anthology of Ancient Writings which Relate to Pythagoras and Pythagorean Philosophy* (Grand Rapids, Mich.: Phanes Press).

Hald, A. 1990. *A History of Probability and Statistics and Their Applications Before 1750* (New York: John Wiley & Sons).

Hall, A. R. 1992. *Isaac Newton: Adventurer in Thought* (Oxford: Blackwell). Yeni baskı 1996 (Cambridge: Cambridge University Press).

Hamilton, E. ve Cairns, H., eds. 1961. *The Collected Dialogues of Plato* (New York: Pantheon).

- Hamming, R. W. 1980. *The American Mathematical Monthly*, 87 (2), 81.
- Hankins, F. H. 1908. *Adolphe Quetelet as Statistician* (New York: Columbia University). İnternette de mevcut (R. E.Wylls – <http://www.gslis.utexas.edu/~wylls/QueteletResources/index.html>).
- Hardy, G. H. 1940. *A Mathematician's Apology* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Havelock, E. 1963. *Preface to Plato* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press).
- Hawking, S., ed.2007. *A Stubbornly Persistent Illusion: The Essential Scientific Writings of Albert Einstein* (Philadelphia: Running Press).
- Hawking, S. ve Penrose, R. 1996. *The Nature of Space and Time* (Princeton: Princeton University Press).
- Heath, T. L. 1897. *The Works of Archimedes* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Heath, T. L. 1921. *A History of Greek Mathematics* (Oxford: Clarendon Press). Yeni baskı 1981 (New York: Dover Publications).
- Hedrick, P. W. 2004. *Genetics of Populations* (Sudbury, Mass.: Jones & Bartlett).
- Heiberg, J. L., ed. 1919-1915. *Archimedes Opera Omnio cum Commentariis Eutocii* (Leipzig); metin Yunancadan Latinceye çevrilmiştir.
- Hellman, H. 2006. *Great Feuds in Mathematics: Ten of the Liveliest Disputes Ever* (Hoboken, N. J.: John Wiley & Sons).
- Hermite, C. 1905. *Correspondence d'Hermite et de Stieltjes* (Paris: Gauthier-Villars).
- Herodot. MÖ 440. *The History*, 3. kitap. Çeviri: D. Greve, 1988 (Chicago: Univeristy of Chicago Press).
- Hersh, R. 2000. *18 Unconventional Essays on the Nature of Mathematics* (New York: Springer).
- Herz-Fischler, R. 1998. *A Mathematical History of the Golden Number* (Mineola, NY: Dover Publications).
- Hobbes, T. 1651. *Leviathan*. Yeni baskı, 1982 (New York: Penguin Classics).
- Hockett, C. F. 1960. *Scientific American*, 203 (Eylül), 88.
- Höffe, O. 1994. Immanuel Kant. Çeviri: M. Farrier (Albany: NY: SUNY Press).
- Hofstadter, D. 1979. *Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid* (New York: Basic Books).
- Holden, C. 2006. *Science*, 311, 317.
- Huffman, C. A. 1999. Long A. A., ed. *The Cambridge Companion to Early Greek Philosophy* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Huffman, C. A. 2006. "Pythagoras." *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. <http://plato.stanford.edu/entries/pythagoras>.

Hume, D. 1748. *An Enquiry Concerning Human Understanding*. Yeni baskı, 2000: *The Clarendon Edition of the Works of David Hume*, edit: T. L. Beauchamp (Oxford: Oxford University Press).

İamblikhos, MS 300 civarı. *Iamblikhos' Life of Pythagoras*. Çeviri: T. Taylor, 1986 (Rochester, Vt.: Inner Traditions).

İamblikhos, MS 300 civarı. *On the Pythagorean Life*. Çeviri: J. Dillon ve J. Hershbell (Atlanta: Scholar Press).

Irvine, A. D. 2003. "Russell's Paradox." *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. <http://plato.stanford.edu/entries/russell-paradox>.

Isaacson, W. 2007. *Einstein: His Life and Universe* (New York: Simon & Schuster)

Jaeger, M. 2002. *The Journal of Roman Studies*, 92, 49.

Jeans, J. 1930. *The Mysterious Universe* (Cambridge: Cambridge University Press).

Jones, V. F. R. 1985. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 12, 103.

Joost-Gaugier, C. L. 2006. *Measuring Heaven: Pythagoras and His Influence on Thought and Art in Antiquity and the Middle Ages* (Ithaca: Cornell University Press).

Kaku, M. 2004. *Einstein's Cosmos* (New York: Atlas Books).

Kant, I. 1781. *Critique of Pure Reason*. İngilizce çevirilerinden biri: Müller, F. M. 1881. *Immanuel Kant's Critique of Pure Reason* (Londra: Macmillan).

Kaplan, M. ve Kaplan, E. 2006. *Chances Are: Adventures in Probability* (New York: Viking).

Kapner, D. J., Cook, T. S., Adelberger, E. G., Gundlach, J. H., Heckel, B. R., Hoyle, C. D. ve Swanson, H. E. 2007. *Physical Review Letters*, 98, 021101.

Kasner, E. ve Newman, J. R. 1989. *Mathematics and the Imagination* (Redmond, Wash.: Tempus Books).

Kauffman, L. H. 2001. *Knots and Physics*, 3. baskı (Singapore: World Scientific).

Keeling, S. V. 1968. *Descartes* (Oxford: Oxford University Press).

Kepler, J. 1981. *Mysterium Cosmographicum* (New York: Abaris Books).

Kepler, J. 1997. *The Harmony of the World* (Philadelphia: American Philosophical Society).

Klessinger, N., Szczerbinski, M. ve Varley, R. 2007. *Neuropsychologia*, 45, 1642.

Kline, M. 1967. *Mathematics for Liberal Arts* (Reading, Mass.: Addison-Wesley). Yeni baskı, 1985: *Mathematics for Nonmathematician* (New York: Dover Publications).

Kline, M. 1972. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times* (Oxford: Oxford University Press).

Knott, C. G. 1911. *Life and Scientific Work of Peter Guthrie Tait* (Cambridge: Cambridge University Press).

- Koyré, A. 1978. *Galileo Studies*. Çeviri: J. Mepham (Atlantic Highlands, N. J.: Humanities Press).
- Kramer, M., Stairs, I. H., Mancehster, R. N., et al. 2006. *Science*, 314 (5796), 97.
- Krauss, L. 2005. *Hiding in the Mirror: The Mysterious Allure of Extra Dimensions, from Plato to String Theory and Beyond* (New York: Viking Penguin).
- Kraut, R. 1992. *The Cambridge Companion to Plato* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Krüger, L. 1987. Krüger, L., Daston, L. J. ve Heidelberger, M., eds. *The Probabilistic Revolution* (Cambridge, Mass.: The MIT Press).
- Kuehn, M. 2001. *Kant: A Biography* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Laertius, D. MS 250 civarı. *Lives of Eminent Philosophers*. Çeviri: R. D. Hicks, 1925 (Cambridge, Mass.: Harvard University Press).
- Lagrange, J. 1797. *Théorie des Fonctions Analytiques* (Paris: Imprimerie de la Republique).
- Lahanas, M. "Archimedes and His Burning Mirrors." www.mlahanas.de/Greeks/Mirrors.htm.
- Lakoff, G. ve Núñez, R. E. 2000. *Where Mathematics Comes From* (New York: Basic Books).
- Laplace, P. S., Marquis de. 1814. *A Philosophical Essay on Probabilities*. Çeviri: F. W. Truscot ve F. L. Emory, 1902 (New York: John Wiley & Sons). Yeni baskı 1995 (Mineola, N. Y.: Dover).
- Lecar, M., Franklin, F. A., Holman, M. J. ve Murray, N. W. 2001. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 39, 581.
- Lightman, A. 1993. *Einstein's Dreams* (New York: Pantheon Books).
- Little, C. N. 1899. *Transaction of the Royal Societ of Edinburgh*, 39 (bölüm III), 771.
- Livio, M. 2002. *The Golden Ratio: The Story of Phi, the World's Most Astonishing Number* (New York: Broadway Books).
- Livio, M. 2005. *The Equation That Coluldn't Be Solved* (New York: Simon & Schuster).
- Lottin, J. 1912. *Quetelet: Staticien et Sociologue* (Louvain: Institut Supérieur de Philosophie).
- MacHale, D. 1985. *George Boole: His Life and Work* (Dublin: Boole Press Limited).
- Machamer, P. 1998. Machamer, P., ed. *The Cambridge Companion to Galileo* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Manning, H. P. 1914. *Geometry of Four Dimensions* (Londra: Macmillan). Yeni baskı 1956 (New York: Dover Publications).
- Maor, E. 1994. *e: The Story of a Number* (Princeton: Princeton University Press).

McMullin, E. 1998. Machamer, P., ed. *The Cambridge Companion to Galileo* (Cambridge: Cambridge University Press).

Mekler, S., ed. 1902. *Academicorum Philosophorum Index Herculanensis* (Berlin: Weidmann).

Menasco, W. ve Rudolph, L. 1995. *American Scientist*, 83 (Ocak-Şubat) 38.

Mendel, G. 1865. "Experiments in Plant Hybridization", <http://www.mendelweb.org/Mendel.plain.html>.

Merton, R. K. 1993. *On the Shoulders of Giants: A Shandean Postscript* (Chicago: Chicago University Press).

Messer, R. ve Straffin, P. 2006. *Topology Now* (Washington DC: Mathematical Association of America).

Miller, V. R. ve Miller, R. P., eds. 1983. *Descartes, Principles of Philosophy* (Dordrecht: Reidel).

Mitchell, J. C. 1990. Kaynak: van Leeuwen, J., *Handbook of Theoretical Computer Science* (Cambridge, Mass.: MIT Press).

Monk, R. 1990. *Ludwig Wittgenstein: The Duty of Genius* (Londra: Jonathan Cape).

Moore, G. H. 1982. *Zermelo's Axiom of Choice: Its Origins, Development and Influence* (New York: Springer-Verlag).

Morgenstern, O. 1971. "Memorandum from Mathematica." Konu: Kurt Gödel'in Amerikan Vatandaşlığına Geçiş Hikâyesi. Institute for Advanced Study, Princeton, NJ.

Morris, T. 1999. *Philosophy for Dummies* (Foster City, Calif.: IDG Books).

Motte, A. 1729. *Sir Isaac Newton's Mathematical Principles of Natural Philosophy and His System of the World*. Edit: F. Cajori, 1947. (Berkeley: University of California Press.) Ayrıca: Newton, I. 1995. *The Principia* (New York: Prometheus Books).

Mueller, I. 1991. Kaynak: Bowen, A., ed. *Science and Philosophy in Classical Greece* (Londra: Garland).

Mueller, I. 1992. Kaynak: Kraut, R., ed. *The Cambridge Companion to Plato* (Cambridge: Cambridge University Press).

Mueller, I. 2005. Kaynak: Koestier, T. ve Bergmans, L., eds. *Mathematics and the Divine: A Historical Study* (Amsterdam: Elsevier).

Nagel, E. ve Newman, J. 1959. *Gödel's Proof* (New York: Routledge & Kegan Paul). Yeni baskı, 2001 (New York: New York University Press).

Netz, R. 2005., Kaynak: Koestier, T. ve Bergmans, L., eds. *Mathematics and the Divine: A Historical Study* (Amsterdam: Elsevier).

Netz, R. ve Noel, W. 2007. *The Archimedes Codex: How a Medieval Prayer Book Is Revealing the True Genius of Antiquity's Greatest Scientist* (Philadelphia: Da Capo Press).

Neuwirth, L. 1979. *Scientific American*, 240 (Haziran), 110.

Newman, J. R. 1956. *The World of Mathematics* (New York: Simon & Schuster).

- Newton, Sir I. 1729. *Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Çeviri: I. B. Cohen ve A. Whitman, 1999 (Berkeley: University of California Press).
- Newton, Sir I. 1730. *Opticks, or A Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light*, 4. baskı (Londra: G. Bell). Yeni baskı 1952 (New York: Dover Publications).
- Nicolson, M. 1935. *Modern Philology*, 32 (3), 233.
- Obler, L. K. ve Gjerlow, K. 1999. *Language and the Brain* (Cambridge: Cambridge University Press).
- O'Connor, J. J. ve Robertson, E. F. 2003. "Peter Guthrie Tait." <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Tait.html>.
- O'Connor, J. J. ve Robertson, E. F. 2005. "Herman Günter Grassmann." <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Grassmann.html>.
- O'Connor, J. J. ve Robertson, E. F. 2007. "G. H. Hardy Addresses the British Association in 1922, part 1." http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Extras/BA_1922_1.html.
- Odom, B., Hanneke, D., D'Urso, B. ve Gabrielse, G. 2006. *Physical Review Letters*, 97, 030801.
- Ooguri, H. ve Vafa, C. 2000. *Nuclear Physics B*, 577, 419.
- Orel, V. 1996. *Gregor Mendel: The First Geneticist* (New York: Oxford New York Press).
- Overbye, D. 2000. *Einstein in Love: A Scientific Romance* (New York: Viking).
- Pais, A. 1982. *Subtle Is the Lord: The Science and Life of Albert Einstein* (Oxford: Oxford University Press).
- Panek, R. 1998. *Seeing and Believing: How the Telescope Opened Our Eyes and Minds to the Heavens* (New York: Viking).
- Paulos, J. A. 2008. *Irreligion: A Mathematician Explains Why the Arguments for God Just Don't Add Up* (New York: Hill and Wang).
- Penrose, R. 1989. *The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics* (Oxford: Oxford University Press).
- Penrose, R. 2004. *The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe* (Londra: Jonathan Cape).
- Perko, K. A., Jr. 1974. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 45, 262.
- Pesic, P. 2007. *Beyond Geometry: Classic Papers From Riemann to Einstein* (Mineola, NY: Dover Publications).
- Peterson, I. 1988. *The Mathematical Tourist: Snapshots of Modern Mathematics* (New York: W. H. Freeman and Company).
- Petsche, J.-J. 2006. *Grassmann* (Basel: Birkhäuser Verlag).
- Pinker, S. 1994. *The Language Instinct* (New York: William Marrow and Company).

Platon. MÖ 360 civarı. *The Republic*. Çeviri: A. Bloom, 1968 (New York: Basic Books).

Plutarkhos. MS 75 civarı. "Marcellus." Çeviri: J. Dryden. Kaynak: Clough, A. H., ed. 1992. *Plutarch's Lives* (New York: Modern Library).

Poincaré, H. 1891. *Revue Générale Sceinces Pures et Appliquées* 2, 769. İngilizce baskısı (Pesci, P., 2007): *Beyond Geometry*.

Porphyrus. MS 270 civarı. *Life of Pythagoras*. Kaynak: Hadas, M. ve Smith, M., eds. 1965. *Heroes and Gods* (New York: Harper and Row).

Proklos. MS 450 civarı. *Proklos: A Commentary on the First Book of Euclid's "Elements"*. Çeviri: G. Morrow, 1970 (Princeton: Princeton University Press).

Przytycki, J. H. 1992. *Aportaciones Matemáticas Comunicaciones*, 11, 173.

Putnam, H. 1975. *Mathematics, Matter and Method: Philosophical Papers*, vol. 1 (Cambridge: Cambridge University Press).

Quetelet, L. A. J. 1828. *Instructions Populaires sur le Calcul des Probabilités* (Brüksel: H. Tarbier & M. Hayez).

Quine, W. V. O. 1966. *The Ways of Paradox and Other Essays* (New York: Random House).

Quine, W. V. O. 1982. *Methods of Logic*, 4. baskı (Cambridge, Mass.: Harvard University Press).

Radelet-de Grave, P., ed. 2005. "Bernoulli Edition." <http://www.ub.unibas.ch/spez/bernoulli.htm>.

Ramachandran, V. S. ve Blakeslee, S. 1999. *Phantoms of the Brain* (New York: Quill).

Randall, L. 2005. *Warped Passages: Unraveling the Mysteries of the Universe's Hidden Dimensions* (New York: Ecco).

Raskin, J. 1998. "Effectiveness of Mathematics." http://jef.raskincenter.org/unpublished/effectiveness_mathematics.html.

Raymond, E. S. 2005. "The Utility of Mathematics." <http://www.catb.org/~esr/writings/utility-of-math>.

Redondi, P. 1998. Kaynak: Machamer, P. *The Cambridge Companion to Galileo* (Cambridge: Cambridge University Press).

Rees, M. J. 1997. *Before the Beginning* (Reading, Mass.: Addison-Wesley).

Reeves, E. 2008. *Galileo's Glassworks: The Telescope and the Mirror* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press).

Renon, L. ve Felliozat, J. 1947. *L'Inde Classique: Manuel des Etudes Indiennes* (Paris: Payot).

Rescher, N. 2001. *Paradoxes: Their Roots, Range, and Resolution* (Chicago: Open Court).

Resnik, M. D. 1980. *Frege and the Philosophy of Mathematics* (Ithaca: Cornell University Press).

Reston, J. 1994. *Galileo: A Life* (New York: Harper Collins).

Ribenboim, P. 1994. *Catalan's Conjecture* (Boston: Academic Press).

- Ricoeur, P. 1996. *Synthese*, 106, 57.
- Riedweg, C. 2005. *Pythagoras: His Life and Influence*. Çeviri: S. Rendall (Ithaca: Cornell University Press).
- Rivest, R., Shamir, A. ve Adleman, L. 1978. Communications of the Association for Computing Machinery, 21 (2), 120.
- Rodis-Lewis, G. 1998. *Descartes: His Life and Thought* (Ithaca: Cornell University Press).
- Ronan, M. 2006. *Symmetry and the Monster: The Story of One of the Greatest Quests of Mathematics* (New York: Oxford University Press).
- Rosenthal, J. S. 2006. *Struck by Lightning: The Curious World of Probabilities* (Washington DC: Joseph Henry Press).
- Ross, W. D. 1951. *Plato's Theory of Ideas* (Oxford: Clarendon Press).
- Rouse Ball, W. W. 1908. *A Short Account of the History of Mathematics*, 4. baskı. Yeni baskı, 1960 (Mineola, NY: Dover Publications).
- Rucker, R. 1995. *Infinity and the Mind: The Science and Philosophy of the Infinite* (Princeton: Princeton University Press).
- Russell, B. 1912. *The Problems of Philosophy* (Londra: Home University Library). Yeni baskı: 1997 (Oxford: Oxford University Press).
- Russell, B. 1919. *Introduction to Mathematical Philosophy* (Londra: George Allen and Unwin). Yeni baskı 1993, edit: J. Slater (Londra: Routledge). Sonrakı baskı: 2005 (New York: Barnes & Noble).
- Russell, B. 1945. *History of Western Philosophy*. Yeni baskı, 2007 (New York: Touchstone).
- Sainsbury, R. M. 1988. *Paradoxes* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Sarrukai, S. 2005. *Current Science*, 88 (3), 415.
- Schmitt, C. B. 1969. "Experience and Experiment: A Comparison of Zabarella's Views with Galileo's in *De Motu*." *Studies in the Renaissance*, 16, 80.
- Sedgwick, W. T. ve Tyler, H. W. 1917. *A Short History of Science* (New York: The Macmillan Company).
- Shapiro, S. 2000. *Thinking About Mathematics: The Philosophy of Mathematics* (Oxford: Oxford University Press).
- Shea, W. R. 1972. *Galileo's Intellectual Revolution: Middle Period, 1610-1632* (New York: Science History Publications).
- Shea, W. R. 1998. Kaynak: Machamer, P., ed. *The Cambridge Companion to Galileo* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Sieg, W. 1988. "Hilbert's Program Sixty Years Later." *Journal of Symbolic Logic*, 53, 349.
- Smolin, L. 2001. *Three Roads to Quantum Gravity* (New York: Basic Books).
- Smolin, L. 2006. *The Trouble with Physics: The Rise of String Theory, The Fall of Science, and What Comes Next* (Boston: Houghton Mifflin).

- Sobel, D. 1999. *Galileo's Daughter* (New York: Walker & Company).
- Sommerville, D. M. Y. 1929. *An Introduction to the Geometry of N-Dimensions* (Londra: Methuen).
- Sorell, T. 2005. *Descartes Reinvented* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Sorensen, R. 2003. *A Brief History of the Paradox: Philosophy and the Labyrinths of the Mind* (Oxford: Oxford University Press).
- Sossinsky, A. 2002. *Knots: Mathematics with a Twist* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press).
- Stanley, T. 1687. *The History of Philosophy*, 9. baskı, 1970 (Los Angeles: The Philosophical Research Society).
- Steiner, M. 2005. Kaynak: Shapiro, S., ed. *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic* (Oxford: Oxford University Press).
- Stewart, I. 2004. *Galois Theory* (Boca Raton, Fla.: Chapman & Hall/CRC).
- Stewart, I. 2007. *Why Beauty Is Truth: A History of Symmetry* (New York: Perseus Books).
- Stewart, J. A. 1905. *The Myths of Plato* (Londra: Macmillan and Co.).
- Stigler, S. M. 1997. Kaynak: *Académie Royale de Belgique, Bulletin de la Classe des Sciences, Mémoires*, collection 8 (3), 47.
- Strohmeier, J. ve Westbrooke, P. 1999. *Divine Harmony* (Berkeley, Calif.: Berkeley Hills Books).
- Stukeley, W. 1752. *Memoirs of Sir Isaac Newton's Life*. Yeni baskı, 1936 (Londra: Taylor and Francis).
- Summers, D. W. 1995. *Notices of the American Mathematical Society*, 42 (5), 528.
- Sverdlow, N. 1998. Kaynak: Machamer, P., ed. *The Cambridge Companion to Galileo* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Tabak, J. 2004. *Probability and Statistics: The Science of Uncertainty* (New York: Facts on File).
- Tait, P. G. 1898. Kaynak: *Scientific Papers of Peter Guthrie Tait*, vol. 1 (Cambridge: Cambridge University Press).
- Tait, W. W. 1996. Kaynak: Hart, W. D. *The Philosophy of Mathematics* (Oxford: Oxford University Press).
- Tegmark, M. 2004. Kaynak: Barrow, J. D., Davies, P. C. W. ve Harper, C. L., Jr., eds. *Science and Ultimate Reality* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Tegmark, M. 2007a. "Shut Up and Calculate", arXiv 0709.4024 [hep-th].
- Tegmark, M. 2007b. "The Mathematical Universe", arXiv 0704.0646 [gr-qc].
- Tennant, N. 1997. *The Taming of the True* (Oxford: Oxford University Press).
- Smryrna'lı Theon. MS 130 civarı. *Mathematics, Useful for Understanding Plato*. Çeviri: R. Lawlor ve D. Lawlor, 1979 (San Diego: Wizards Bookshelf).

Tiles, M. 1996. Kaynak: Bunin, N. ve Tsui-James, E. P., eds. *The Blackwell Companion to Philosophy* (Oxford: Blackwell Publishing).

Todhunter, I. 1865. *A History of the Mathematical Theory of Probability* (Cambridge: Macmillan and Co.).

Toffler, A. 1970. *Future Shock* (New York: Random House).

Trudeau, R. J. 1987. *The Non-Euclidean Revolution* (Boston: Birkhäuser).

Truesdell, C. 1960. *The Rotational Mechanics of Flexible or Elastic Bodies, 1638-1788, Leonhardi Euler Opera Omnia*, ser. II, vol. 11, part 2 (Zürich: Orell Füssli).

Turnbull, H. W., Scott, J. F., Hall, A. R. ve Tilling, L., eds. 1959-1977. *The Correspondence of Isaac Newton* (Cambridge: Cambridge University Press).

Urquhart, A. 2003. Kaynak: Griffin, N., ed. *The Cambridge Companion to Bertrand Russell* (Cambridge: Cambridge University Press).

Vafa, C. 2000. Kaynak: Arnold, V., Atiyah, M., Lax, P., ve Mazur, B., eds. *Mathematics: Frontiers and Perspectives* (Providence, R. I.: American Mathematical Society).

Vandermonde, A. T. 1771. *L'Histoire de L'Académie des Sciences avec les Memoires* (Paris: Memoires de l'Academie Royale des Sciences).

Van der Waerden, B. L. 1983. *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations* (Berlin: Springer-Verlag).

Van Heijenoort, J., ed. 1967. *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press).

Van Helden, A. 1996. *Proceedings of the American Philosophical Society*, 140, 358.

Van Helden, A. ve Burr, E. 1995. *The Galileo Project*. <http://galileo.rice.edu/index.html>.

Van Stegt, W. P. 1998. Kaynak: Mancosu, P., ed. *From Brouwer to Hilbert: The Debate on the Foundations of Mathematics in the 1920s* (Oxford: Oxford University Press).

Varley, R., Klessinger, N., Romanowski, C. ve Siegal, M. 2005. *Proceedings of the National Academy of Sciences* (USA), 102, 3519.

Vawter, B. 1972. *Biblical Inspiration* (Philadelphia: Westminster).

Vilenkin, A. 2006. *Many Worlds in One: The Search for Other Universes* (New York: Hill and Wang).

Vitruvius, M. P. MÖ birinci yüzyıl. *De Architectura*. Kaynak: Rowland, I. D. ve Howe, T. N., eds. 1999. *Ten Books on Architecture* (Cambridge: Cambridge University Press).

Vlostos, G. 1975. *Plato's Universe* (Seattle: University of Washington Press).

Von Gebler, K. 1879. *Galileo Galilei and the Roman Curia*. Çeviri: J. Sturge. Yeni baskı, 1977 (Merrick, NY: Richwood Publishing Company).

Vrooman, J. R. 1970. *René Descartes: A Biography* (New York: Putnam).

Waismann, F. 1979. *Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle: Conversations Recorded by Friedrich Waismann*. Edit. B. McGuinness; çeviri: J. Schulte ve B. McGuinness (Oxford: Basel Blackwell).

Wallace, D. F. 2003. *Everything and More: A Compact History of Infinity* (New York: W. W. Norton).

Wallechinsky, D. ve Wallace, I. 1975-1981. "Biography of Scottish Child Prodigy Marjory Fleming, part 1." <http://www.trivia-library.com/b/biography-of-Scottish-Child-Prodigy-Marjory-Fleming-part-1.htm>.

Wallis, J. 1685. *Treatise of Algebra*. Manning, H. P.'den alıntı (1914). *Geometry of Four Dimensions* (Londra: Macmillan).

Wang, H. 1996. *A Logical Journey: From Gödel to Philosophy* (Cambridge, Mass.: MIT Press).

Washington, G. 1788. Nicholas Pike'a mektup, 20 Haziran 1788. Kaynak: Fitzpatrick, J. C., ed. 1931-1944. *Writings of George Washington* (Washington DC: Government Printin Office). Kaynak: Deutsch, K. L. ve Nicgorski, W., eds. 1994. *Leo Strauss: Political Philosopher and Jewish Thinker* (Lanham: Md.: Rowman & Littlefield).

Wasserman, S. A. ve Cozzarelli, N. R. 1986. *Science*, 232, 951.

Watson, R. 2002. *Cogito, Ergo Sum: The Life of René Descartes* (Boston: David R. Godine).

Weinberg, S. 1993. *Dreams of a Final Theory* (New York: Pantheon boks).

Wells, D. 1986. *The Penguin Dictionary of Curious and Interesting Numbers* (Londra: Penguin). Yeni baskı 1997.

Westfall, R. S. 1983. *Never at Rest: A Biography of Isaac Newton* (Cambridge: Cambridge University Press).

Whiston, W. 1753. *Memoirs of the Life and Writings of Mr. William Whiston, Containing, Memoirs of Several of His Friends Also*, 2. baskı (Londra: Printed for J. Whiston and B. White).

White, L. A. 1947. *Philosophy of Science*, 14 (4), 289.

White, N. P. 1992. Kaynak: Kraut, R., ed. *The Cambridge Companion to Plato* (Cambridge: Cambridge University Press).

Whitehead, A. N. 1911. *An Introduction to Mathematics* (Londra: William & Norgate). Yeni baskı 1992 (Oxford: Oxford University Press).

Whitehead, A. N. 1929. *Process and Reality: An Essay in Cosmology*. Yeni baskı, 1978; edit: D. R. Griffin ve D. W. Sherburne (New York: Free Press).

Whitehead, A. N. ve Russell, B. 1910. *Principia Mathematica* (Cambridge: Cambridge University Press). İkinci baskı, 1927.

Wigner, E. P. 1960. *Communications in Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, no. 1. Yeni baskı: Saatz, T. L. ve Weyl, F. J., eds. 1969. *The Spirit and the Uses of the Mathematical Sciences* (New York: McGraw Hill).

Wilczek, F. 2006. *Physics Today*, 59 (Kasım), 8.

Wilczek, F. 2007. *Physics Today*, 60 (Mayıs), 8.

Witten, E. 1989. *Communications in Mathematical Physics*, 121, 351.

Wolfram, S. 2002. *A New Kind of Science* (Champaign, Ill.: Wolfram Media).

Wolterstorff, N. 1999. Kaynak: Sorell, T., ed. *Descartes* (Dartmouth: Ashgate).

Woodin, W. H. 2001a. *Notices of the American Mathematical Society*, 48 (6), 567.

Woodin, W. H. 2001a. *Notices of the American Mathematical Society*, 48 (7), 681.

Wright, C. 1997. Kaynak: Heck, R., ed. *Language, Thought, and Logic: Essays in Honour of Michael Dummett* (Oxford: Oxford University Press).

Zalta, E. N. 2005. "Gottlob Frege." *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, <http://plato.stanford.edu/entries/frege>.

Zalta, E. N. 2007. "Frege's Logic, Theorem, and Foundations for Arithmetic." *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, <http://plato.stanford.edu/entries/frege-logic/>

Zweibach, B. A. 2004. *A First Course in String Theory* (Cambridge: Cambridge University Press).

DİZİN

A

- açık-uçluluk, 265
Adelberger, Eric, 243, 299
Akademi, 43, 44, 45
akıl almaz etkinlik, 268
akıllı tasarım, 102
Aklın Yönetimi İçin Kurallar (Descartes), 111
aktif matematik, 169
Alexander polinomu, 233, 235
altın oran, 259, 262, 263
Anaksimandros, 33
analitik geometri, 112
analiz, 115, 122, 130, 137, 157, 158, 170, 178, 184, 186, 204, 268
Aquinas, Thomas, 133
Aristarkus'un Güneş-merkezli teorisi, 67
Aristo mantığı, 57, 284
Aristo, 24, 28, 32, 33, 36, 44, 55, 56, 57, 58, 79, 80, 81, 83, 89, 94, 95, 104, 197, 204, 211, 281, 284, 286, 302, 303
Aristo'nun hatalı devinim yasası, 57
Arithmetica Infinitorum (Wallis), 186
Aritmetiğin Temelleri (Grundgesetze der Arithmetik, Frege), 205
Aritmetik ortalama, 164
aritmetik, 38, 68, 172, 185, 201, 219, 255, 257, 265, 266, 273
Arnauld, Antoine, 134
Ars Conjectandi (Bernoulli), 166, 167, 293, 304
Ars Magna (Cardano), 186, 294
Arşimet parşömeni, 71, 72
Arşimet, 25, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 82, 94, 95, 178, 263, 284, 285, 343, 344
asal sayılar, 21, 263

- astronomi, 32, 38, 50, 97, 98, 123, 152, 154, 266, 283
atom modeli, 234
Ay yüzeyi, 57, 82

B

- Bana bir dayanak noktası verin, Dünya'yı yerinden oynatayım, 58, 61
Bañez, Domingo, 97
Beeckman, Isaac, 105, 139
Begriffsschrift (Kavram Yazısı, Frege), 205, 308
Bellarmine, Robert, 98
Beltrami, Eugenio, 184
Bennett, Alan, 14
berber paradoksu, 295
Berkeley, George, 170, 293
Bernard Shaw, George, 168
Bernoulli, Jakob, 138, 139, 150, 166, 292
Bérulle, Pierre de, 106
beşinci aksiyom, 174, 175
bilişimsel dilbilim, 20
bilişimsel karmaşa, 278
bilişsel bilim, 252
Birman, Joan, 235
biyoloji, 141, 240
Black-Scholes opsiyon fiyatlama modeli, 18, 19, 281
Black, Fischer, 18
Bolyai, Farkas, 177
Bolyai, János, 177, 294, 310
Boole cebiri, 201, 204
Boole, George, 197, 199, 200, 295, 315
Brewster, David, 290
Brouwer, Luitzen E. J., 195
Brown Hareketi, 19
Brunowski, Jan, 80
büyük sayılar yasası, 166
büyük sayılar, 166

C-Ç

Canterbury'li Aziz Anselmus, 135
 Cantor, Georg, 190, 209, 215
 Cardano, Gerolamo, 186
 Castelli, Benedetto, 85, 97
Castelli'ye Mektup (Galileo), 97
 Catalan varsayımı, 52, 53, 284
 Cayley, Arthur, 190
 cebir, 16, 113, 115, 125, 172, 178, 184,
 186, 188, 189, 197, 201, 204, 259, 294
 Cesi, Federico, 86
 Changeux, Jean-Pierre, 24, 254, 256,
 281, 300
characteristica universalis, 197
 Chomsky, Noam, 265, 300
 Christian Ørsted, Hans, 74
 Christopher Clavius, 79, 96
 Cicero, 76, 77, 285, 305
 cinsiyet-yaş oranı, 146
 Clarke, Samuel, 204
 Clerk Maxwell, James, 15, 231, 249
 Cocks, Clifford, 16, 280
Cogito ergo sum, 110
 Cohen, Paul, 216, 297
 Conan Doyle, Arthur, 41
 Connes, Alain, 21, 256
 Conway, John Horton, 234
 Coresio, Giorgio, 89, 287
 Cotes, Roger, 131
 çan eğrisi, 153, 155
 çelişmezlik, 24
 Çen Cingrun, 52
 çift pulsar, 245, 246, 247
 çok boyutlu geometriler, 188
 çoklu evren teorisi, 267
*Çözümleyici; ya da İnançsız Bir Ma-
 tematikçiye Seslenen Bir Söylem* (Ber-
 keley), 170, 293

D

D'Alembert, Jean, 187
 Darwin'in evrim teorisi, 171, 271,
 272

Davis, Philip, 250, 299
 De Morgan, Augustus, 197
De Motu Corporum in Gyrum (Yö-
 rüngedeki Cisimlerin Hareketi) [New-
 ton], 129
 Dedekind, Richard, 190, 295
 Defoe, Daniel, 144
 Dehaene, Stanislas, 255
Deneyci (Galileo), 92, 93, 287
 Descartes, René, 26, 52, 104, 288,
 304, 306, 307, 323, 324
 devinim, 56, 57, 79, 116, 131, 242,
 275, 276
 devinme, 277
Devlet (Platon), 46, 47, 49, 50, 283
 dış cebir, 189
 diferansiyel denklemler, 138, 265
 diferansiyel geometri, 183
 dil yeteneği, 257
 dilbilim, 16, 20, 188, 265
 din, 12, 96
 DNA, 18, 163, 237, 238, 239, 240
 dodekahedron, 261
 doğal sayılar, 13, 22, 49, 195, 205,
 215, 257, 258
 doğruluk oranı, 131, 242, 248
*Doğrusal Genişleme Kuramı: Yeni Bir
 Matematik Dalı* (Grassmann), 188
 Dummett, Michael, 9, 195, 325
 düğüm çeşitleri, 228
 düğüm sabitleri, 236, 264
 düğümler kuramı, 18, 226, 227, 230,
 233, 237, 241, 298
 düğümlerin sınıflandırılması, 232
Dünya (*Le Monde*, Descartes), 115,
 116
 Dünya-merkezli model, 80, 84
 düşünce deneyi, 74
Düşüncenin Kanunları (Boole), 201,
 202
 düzensizlik teorisi, 142
 Dyson, Freeman, 10, 248

E

eğri, 37, 65, 75, 125, 154, 176, 181, 190, 245
Einstein, Albert, 221, 243, 311, 317
eksiklik kuramları, 219, 220, 224, 278
eksiksizlik, 219
Elementler (Öklid), 36, 124, 174, 175, 259
eliptik geometri, 181
eliptik yörünge, 16, 126, 129
elma hikâyesi, 124, 290
epistemoloji, 249, 254
Euler, Leonhard, 190
"Eureka, eureka!", 61
evrensel döngü, 168
evrensel gramer, 265

F

F. Hockett, Charles, 264
Feigenbaum, Mitch, 17
felsefe, 9, 27, 28, 29, 37, 42, 43, 45, 46, 47, 73, 94, 105, 106, 107, 111, 118, 197, 199, 205, 219, 224, 249, 252, 263, 279, 282, 295
Felsefenin İlkeleri (Descartes), 107, 116, 122
Felsefenin Problemleri (Bertrand Russell), 278, 301
Fermat, Pierre de, 158
Fibonacci dizisi, 262
Fisher, Ronald Aylmer, 163, 293
Fleming, Marjory, 24, 281, 323
fonksiyonlar, 11, 49, 114, 125, 207
formalizm, 195, 216
Fraenkel, Abraham, 213, 214, 296
Franklin, Benjamin, 144
Frege mantığı, 205
Frege, Gottlob, 197, 205, 208, 325

G

Galileo Galilei, 56, 78, 92, 285, 306, 308, 309, 323

Galileo'nun keşfi, 84
Galois, Évariste, 16
Gardner, Martin, 22
Gateway Anıtı (St. Louis), 141
Gauss, Carl Friedrich, 178, 227, 308
Gelecek Şoku (Alvin Toffler), 7, 171, 293
Geminus, 76, 285
genel görelilik, 117, 240, 244, 245, 246, 247, 272, 277, 278, 299
genetik, 15, 16, 237, 238
geometri, 12, 13, 22, 33, 38, 68, 69, 79, 90, 94, 95, 100, 107, 112, 113, 115, 118, 125, 170, 171, 172, 173, 175, 176, 177, 178, 180, 181, 182, 183, 187, 188, 189, 192, 227, 252, 255, 259, 265, 274, 295
Geometrici Leo, 69
Géométrie, La (Descartes), 112, 124, 289
Gerson, Levi Ben, 52
gezegen hareketleri, 122, 126, 127
gezegenler, 13, 65, 67, 87, 116, 117, 131, 133, 244, 276
girdaplar teorisi, 116, 276
Glashow, Sheldon, 249, 299
gnomon, 33, 34, 35
Goldbach hipotezi, 51, 52
Gordion düğümü, 226
Gödel, Kurt, 10, 215, 218, 220, 297, 306, 310, 316, 344
Göklerin Mekaniği (*Mécanique Céleste*, Laplace), 141, 143
gramer, 264, 265
Grassi, Horatio, 92
Graunt, John, 145, 292
Grazia, Vincenzo di, 89, 287
Gross, David, 10, 268, 301
Grossmann, Marcel, 245
grup kuramı, 16
Guiducci, Mario, 92
Guthrie Tait, Peter, 229, 314, 317, 321
güdü, 264

Güneş Lekeleri Üzerine Mektuplar (Galileo), 87

Güneş Sistemi, 16, 67, 68, 84, 86, 87, 129, 130, 141, 142, 245, 266, 276, 278

Güneş-merkezli model, 80, 96, 98, 103, 275

Günther Grassmann, Hermann, 188, 294

H

Hall Turner, Herbert, 129

Hamilton, William, 198

Hamming, Richard, 269, 301

Hardy-Weinberg yasası, 15, 280

Harold Hardy, Godfrey, 15

hata eğrisi, 154

her şeyin kuramı, 240, 253

Hermite, Charles, 191, 295

Hersh, Reuben, 250, 273, 299

Hilbert, David, 185, 216

hiperbolik geometri, 176, 180, 181

hipotenüs, 34, 35, 39, 124

Hiroshi Ooguri, 241, 299

Hobbes, Thomas, 12

HOMFLY (HOMFLYPT) polino-
mu, 236

Hooke, Robert, 120, 121, 126, 276

Hoste, Jim, 237

Hume, David, 172, 312

Huygens, Christiaan, 139

hücreli otomata, 265

I-İ

IQ, 155, 158, 164, 165

İamblikhos, 31, 40, 281, 282, 312, 313

*İki Büyük Dünya Sistemi Üzerine Di-
yaloglar*, 99, 287

İki Yeni Bilim Üzerine Diyaloglar (Galileo), 94, 101, 287

İlk Felsefe Üzerine Düşünceler (Des-
certes), 107

indirgenabilirlik, 213

irrasyonel sayılar, 40

istatistik, 11, 114, 143, 144, 145, 148, 152, 153, 158, 163, 164, 166, 168, 278
istatistiksel mekanik, 236
izdüşümsel geometri, 183

J

Jacobi, Jacob, 185

Jeans, James, 11, 280

Jones polinomu, 235, 236, 241

Jones, Vaughan, 235

Jüpiter'in uyduları, 83

K

kalkülüs, 136, 137, 141, 170, 197, 242, 252, 291

kamuoyu yoklaması, 157

Kant, Immanuel, 173, 312, 313

kaos, 13, 17, 278

Kapner, Daniel, 243, 299

karşıtlar tablosu, 36, 37

Kartezyen Çemberi, 134

Kartezyen Koordinat Sistemi, 112

Kasner, Edward, 251

katener eğrisi, 139

Katolik Kilisesi, 69, 96, 98, 101, 135

kavis, 181, 275

kavramsal metaforlar, 257, 258

Kenneth Perko, 232

Kepler Yasası, 125

Kepler, Johannes, 38, 80, 262

Kepler'in Süpernovası, 80

Keşif mi Yoksa İcat mı?, 18

Kırk Yıl Sonra (Bennett), 14

Kirkman, Thomas Penyngton, 230

Klein, Felix, 184

Klügel, Georg, 176

Kontsevich, Maxim, 237

Kopernik, 28, 67, 80, 84, 85, 92, 93, 96, 97, 98, 99, 103, 275

korelasyon katsayısı, 156, 157

korelasyon, 156, 157

Koyré, Alexandre, 89

kozmetik karşıtlıklar, 36

kozmoji, 9, 115, 267

kozmolojik argüman, 133
 kozmos, 9, 23, 24, 75, 133, 134, 225, 253, 263, 266, 277
 Kramer, Michael, 247
 Kronecker, Leopold, 258
 Ksenophanes, 38
 kuantum alan teorisi, 241
 kuantum elektrodinamiği, 248
 kuantum grupları, 236
 kuantum mekaniği, 143, 240, 272
Kum Sayacı (Arşimet), 66, 68, 344
Kumar Alışkanlığı ve Sigortanın Fazileti (Bernard Shaw), 168, 344
 kuramsal matematik, 18, 38, 232
 kuyruklu yıldız, 92, 93, 122, 133
Küçük Denge (Galileo), 78, 286
 küme kuramı, 213, 214, 216
 kümeler cebiri, 257
 kürelerin armonisi, 38, 252
 kürenin alan formülü, 25
 küresel konumlama sistemi, 247
 kütle çekim yasası, 114, 120, 122, 123, 124, 129, 131, 143, 242, 243, 244, 245, 270, 275, 276, 290, 291

L

Lacroix, Sylvestre, 200
 Lagrange, Joseph-Louis, 115, 143
 Lakoff, George, 23, 256
 Lambert, Johann Heinrich, 176
 Laplace, Pierre-Simon de, 141
 Leonardo da Vinci, 138
 lineer cebir, 188
 Lobaçevski, 177, 180, 294
 lokalite, 277
 Lort Kelvin, 228, 231
 Ludwig Heiberg, Johan, 71
 Lukianos, 30

M

mağara benzetmesi, 47
Mantığın Matematiksel Analizi (Boole), 199, 201, 295

mantık yürütme, 40, 57, 66, 110, 133, 202
 mantıksal tutarlılık, 192
 Marcellus, Marcus Claudius, 62
 Marí, Antonio Beltrán, 101
 matematiği fizikle bağdaştırma, 191
 matematiğin temelleri, 51, 178, 183, 184, 209, 217, 255, 272
 "Matematik bir keşif mi, yoksa icat mı?", 191, 267
 matematiksel ispat, 21, 27, 40, 41, 48
 matematiksel modeller, 17, 20, 75, 76, 98, 272
 matematiksel simetri modelleri, 16, 17
 Mendel, Gregor, 161, 317
 Méré, 158
 Merton, Robert Carhart, 18
 meta-matematik, 217, 218
Metot Üzerine Konuşma (Descartes), 107, 109, 112
 Moivre, Abraham de, 127
 monad, 29, 281
 Morgenstern, Oskar, 221
 Moseevich Gelfand, İsrail, 271
 mükemmel sayılar, 29

N

n-boyutlu geometri, 188, 190
 nebula teorisi, 142
 Neumann, John von, 214, 220
 Newman, James, 251
 Newton Little, Charles, 231, 298
 Newton yasaları, 136
 Newton, Isaac, 119, 123, 290, 304, 305, 310, 311, 316, 321, 322, 324
 normal dağılım, 165
 normal eğrisi, 155, 164
 nötron yıldızı, 246
 Núñez, Rafael, 23, 256

O-Ö

- olasılık kuramı, 138, 143, 152, 158, 159, 160, 163, 165, 252
 Oliveira e Silva, Tomás, 52
 ontolojik argüman, 135
Opticks (Newton), 120, 122, 134, 316
 ortalama insan, 152, 154, 155
 Öklid geometrisi, 24, 114, 122, 169, 171, 172, 173, 174, 176, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 192, 196, 262, 263, 266, 274
 Öklid-dışı geometriler, 171, 175, 184, 192
 özel görelilik, 243, 244, 245, 247

P

- Papa II. John Paul, 101
 paradokslar, 193, 194, 208, 209, 210, 211, 213
 paralellik aksiyomu, 174
 Pardies, Ignatius, 139
 Pascal, Blaise, 105, 158
 Peano, Giuseppe, 197, 210
 Pearson, Karl, 156, 159
 Penrose, Roger, 10, 12
 pentagram, 260
Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (Newton), 121
 π sayısı, 65
 Pisagor teoremi, 34, 35, 36, 39, 48, 113, 124
 Pisagor Üçlülere, 35, 36
 Pisagor, 12, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 48, 106, 113, 124, 252, 281, 282
 Pisagorcucu sayı felsefesi, 32
 Pisagorcular, 27, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 41, 260, 262, 281
 Platon, 12, 28, 30, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 58, 74, 95, 168, 183, 185, 188, 251, 260, 261, 283, 318
 Platon'un Akademisi, 43, 44
 Platonculuk, 49, 51, 53, 54, 268, 283

- platonik hacimler, 261
 Playfair aksiyomu, 175
 Plutarkhos, 59, 60, 61, 62, 183, 284, 285, 318
 Poincaré, Henri, 183, 184
 popülasyon genetiği, 163
 pozisyon geometrisi, 227
 Preda Mihailescu, 53
Principia (Newton), 121, 122, 123, 126, 127, 129, 130, 131, 132, 133, 148, 211, 212, 213, 219, 243, 290, 296, 305, 316, 324
Principia Mathematica (Russell ve Whitehead), 211, 219
 Proklos, 36, 45, 175, 282, 283, 318
 pulsar, 245, 246, 247
 Putnam, Hilary, 268

Q

- Quetelet, Lambert-Adolphe-Jacques, 152
 Quine, Willard Van Orman, 206

R

- Randolph Scott, David, 57
 Raskin, Jef, 271, 301
 rasyonel sayılar, 40, 213
 realizm, 268
 replikasyon, 238
 Ricci, Ostilio, 78
 Riemann, Bernhard, 16, 180
 Rouse Ball, Walter William, 117
 Rönesans, 39, 51, 103, 138
 Rubbia, Carlo, 249
 Russell, Bertrand, 193, 201, 208, 211, 278, 303, 310, 322

S-Ş

- Saccheri, Girolamo, 176
Saf Aklın Eleştirisi (Kant), 173
 Sagan, Carl, 23
 Salam, Abdus, 249, 299
 Sarpi, Paolo, 81
Sayı Algısı (Dehaene), 255, 300

Scheiner, Christopher, 87, 90
 Scherk, Joel, 240
 Schläfli, Ludwig, 190
 Scholes, Myron, 18
 Schwarz, John, 240
 Schweikart, Ferdinand, 180
 seçim, 15, 157, 269, 270
 seçim aksiyomu, 214, 215, 216
 Seggett, Thomas, 88, 287
 seyyar satıcı problemi, 19
 sezgicilik, 195, 215, 295
 sicim kuramı, 13, 240, 242, 272, 274, 298
 sigorta, 145, 148, 149, 169
 Sisamlı Aristarkus, 67
 Sokrates, 28, 42, 43, 46
 sonsuz kümeler, 40, 49, 215, 216
 sosyal bilimler, 143, 148, 152, 158
 soyut matematik, 14, 15, 48, 136, 190, 226, 280
 Sör Francis Galton, 156
 Sör Henry Wotton, 88, 287
 Sör Isaac Newton'ın Yaşamöyküsü
 (William Stukeley), 123, 290
 Sör Michael Atiyah, 22, 269, 301
 Spinoza, Baruch, 172, 204
 standart sapma, 164, 165
 Stanley, Thomas, 29, 282
 Stewart, Ian, 25, 281
 Stuart Mill, John, 104, 111
 Stukeley, William, 123
 süreklilik hipotezi, 215, 216
 Swerdlow, Noel, 82, 286
 Sylvester, James, 190
 şans oyunları, 158

T

*Tabiat Felsefesinin Matematiksel İlkel-
 leri (Principia, Newton), 121, 340*
 Tait ilkeleri, 231
 takımyıldızlar, 32
 Tanrı hakkında, 132

Tanrı, 11, 12, 25, 29, 41, 50, 75, 93, 94, 96, 97, 98, 115, 117, 118, 119, 132, 133, 134, 135, 142, 143, 183, 185, 204, 258, 261, 282, 291, 296
 Tegmark, Max, 10, 253, 267, 301
 teleolojik argüman, 133
 teleskop, 82, 83, 87, 88, 103
 Temple Bell, Eric, 53, 58, 284
 ters korelasyon, 157
 ters-kare kanunu, 127, 243, 270, 276
 Tetraktis, 30, 31, 32, 33
 Thistlethwaite, Morwen, 237
 Thomson, William, 228
 Tjeldeman, Robert, 53
 Timaeus, 50, 261, 283
 tipler kuramı, 213, 296
 Tischendorf, Constantine, 70
 Toffler, Alvin, 171
 topoloji, 232, 233, 239, 241, 252, 274
 Tycho Brahe, 81, 92, 275, 301
 Tycho'nun süpernovası, 81

U-Ü

uygulamalı matematik, 191
 uzam, 32, 173, 182, 187, 199, 244
 uzantılar, 188, 207, 276, 296
 uzay-zaman, 247, 253
 uzay, 23, 31, 40, 47, 117, 137, 142, 187, 232, 245, 246, 247, 253, 276
 üç rüya, 106, 288
 üçüncü durumun imkânsızlığı, 195

V

Vafa, Cumrun, 241, 299
 van der Meer, Simon, 249
 Vandermonde, Alexandre-
 Théophile, 227
 Varley, Rosemary, 257, 300
 Venüs'ün evreleri, 84
 Viviani, Vincenzo, 79, 286
 Voltaire, 133
 von Neumann cebiri, 235

W

- Waddell Alexander, James, 233, 298
 Wallis, John, 186
 Washington, George, 46, 323
 Weeks, Jeffrey, 237
 Weinberg, Steven, 10, 249, 270, 299
 Weinberg, Wilhelm, 15
 Westminster Kilisesi, 119, 289
 Whitbread Lee Glaisher, James,
 130
 White, Leslie A., 263
 Whitehead, Alfred North, 42, 64,
 211
 Wigner, Eugene, 13, 249, 280
 Wilhelm Leibniz, Gottfried, 196
 Witten, Ed, 241
 Wittgenstein, Ludwig, 218, 315, 323
 Wolfram, Stephen, 10, 23, 265, 300
 Wren, Christopher, 127, 276

Y

- yaşam çizelgesi, 147, 148
 yazı tura, 159, 160, 162, 163, 166
 yeni doğanlardaki cinsiyet denge-
 si, 146
 yerçekimi, 18, 126
 yıldızlar, 32, 83, 87, 91, 133
Yıldızların Habercisi (Galileo), 80, 81,
 83, 84, 88
 yin&yang felsefesi, 37
*Yörüngedeki Cisimlerin Hareketi (De
 Motu, Newton)*, 129
Yüzen Cisimler Üzerine Tartışmalar
 (Galileo), 90

Z

- Zambiya, 151
 Zermelo, Ernst, 213, 214, 296
 zincir eğrisi problemi, 139

GÖRSEL KAYNAKÇA

Resim 1, 2, 6, 14, 15, 17, 19, 24, 25, 54, 55, 56, 60, 61: Ann Field.

Resim 3, 28, 31, 33, 34, 35, 36, 37, 39, 40, 41, 46, 62, 63, 64, 65: Krista Wildt.

Resim 4: © Scott Adams / United Feature Syndicate, Inc.

Resim 7, 10, 11, 16, 21, 26, 42, 43, 44, 45, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53: The Biblioteca Speciale di Matematica "Giuseppe Penao", Laura Garbolino'nun yardımlarıyla.

Resim 8, 27: Yazarın kendi katkısı.

Resim 9: Bibliothèque Nationale de France, département de la reproduction.

Resim 12: Will Noel ve Arşimet Parşömeni Projesi.

Resim 13: Roger L. Easton, Jr.

Resim 18, 20: Dr. Elliott Hinkes'in özel koleksiyonu. Johns Hopkins Üniversitesi, Milton S. Eisenhower Kütüphanesi'nin yardımıyla.

Resim 22: Roger-Viollet, Paris, Fransa.

Resim 23: Sofie Livio'nun katkısı.

Resim 29: Chicago Üniversitesi Kütüphanesi, Özel Koleksiyonlar Araştırma Merkezi, Joseph H. Schaffner.

Resim 30, 32: Milton S. Eisenhower Kütüphanesi'ndeki Özel Koleksiyonlar Bölümü, Johns Hopkins Üniversitesi.

Resim 38: Academia delle Scienze di Torino, Laura Garbolino'nun yardımlarıyla.

Resim 58: Stacey Benn.

Resim 59: Steven Wasserman'ın katkısı.

ÖZEL METİNLER

Kum Sayacı: T. L. Heath'in *Arşimet'in Eserleri* (1897) adlı kitabında yer alır. Cambridge University Press'in özel izniyle basılmıştır.

"Kumar Alışkanlığı ve Sigortanın Fazileti", J. R. Newman'ın *Matematik Dünyası*'nda vol. 3 (1956) yer alır. Simon & Schuster'in özel izniyle basılmıştır.

"Kurt Gödel'in Amerikan Vatandaşlığına Alınma Hikâyesi", Institute for Advanced Study, Princeton, N. J. ve Dorothy Morgenstern Thomas'ın özel izniyle basılmıştır. Margaret Sullivan'ın yardımlarıyla.

