

Keyifli Okumalar Dileriz

Binlerce kategoride milyonlarca PDF e-kitap, ders kitapları, dergiler ve romanlara platformumuz üzerinden ücretsiz ulaşabilirsiniz.

RESMİ WEB SİTEMİZ

<https://rantey.org>

Yedek ve Duyuru Kanallarımız

Sitemize erişim engeli gelmesi veya adres değişikliği durumunda aşağıdaki kanallardan güncel giriş adresine erişebilirsiniz:

- Telegram: <https://t.me/birkitapbir>
- WhatsApp Kanalımız : <https://whatsapp.com/channel/0029VbDHv8uE50Us4lvMoc0Y>

SENESEN

Yordam
Kitap

%



Yordam Kitap

Ümit Şenesen

1944'te Bursa'da doğdu. 1965'te İstanbul İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi'ni, 1966'da İstanbul Üniversitesi İşletme İktisadı Enstitüsü'nü bitirdi. 1971'de London School of Economics'ten Muhasebe ve Finansman dalında yüksek lisans derecesini aldıktan sonra İstanbul Teknik Üniversitesi'nde asistan oldu. 2011'de yaş haddinden emekli edilene kadar orada çalıştı. 1974'te Londra Üniversitesi Queen Mary College'da İktisat yüksek lisansı yaptı. 1975'te İstanbul Üniversitesi'nden doktor unvanını aldı. 1981'de doçent, 1989'da profesör oldu. İTÜ dışında çeşitli yıllarda Mimar Sinan, Boğaziçi, Doğu Akdeniz, İstanbul Bilgi, Kadir Has, Işık Üniversitelerinde lisans, yüksek lisans, doktora dersleri verdi, tezler yönetti. British Council bursu ile 1986'da Warwick, 1995'te Nottingham Üniversitelerinde bulundu.

Çeşitli uluslararası ve ulusal dergilerde çok sayıda makalesi yayımlandı. *Riskli Yatırım Önerilerinin Değerlendirilmesi*; *Betimleyici, Sorgulayıcı İstatistik*; *Türkiye Ekonomisi İçin Bir Ekonometrik Model Denemesi* (ortak yazarlı); *İstatistik: Sayıların Arkasını Anlamak* kitaplarının yazarıdır.

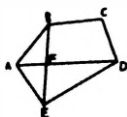
Yordam Kitap'tan çıkan çevirileri: *Malların Mallarla Üretimi* (P. Sraffa); *Yeni Başlayanlar İçin Kapital* (M. Wayne); *Çin'in Yirminci Yüzyılı* (Wang Hui); *Lenin* (G. Zlobin – E. Vitkovski) (Cemre Şenesen ile); *Küresel Kapitalizmin Oluşturulması* (L. Panitch – S. Gindin); *Newton'ın Principia'sının Toplumsal ve İktisadi Temelleri* (B. Hessen); *Friedrich Engels* (T. Carver).



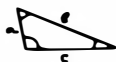
GENÇLERLE
BAŞ BAŞA



SAYILARI SEVELİM,
SAYALIM



ÜMİT ŞENESEN



Yordam Kitap: 407 • Gençlerle Baş Başa: Sayıları Sevelim, Sayalım
Ümit Şenesen • ISBN 978-605-172-512-3 • Kitap Editörü: Elif Aksu Kaya
Kapak ve İç Tasarım: Savaş Çekiç • Birinci Basım: Kasım 2021
© Ümit Şenesen, 2021; © Yordam Kitap, 2021

Yordam Kitap Basın ve Yayın Tic. Ltd. Şti. (Sertifika No: 44790)
Çatalçeşme Sokağı Gendaş Han No: 19 Kat: 3 34110 Cağaloğlu - İstanbul
Tel: 0212 528 19 10 • W: www.yordamkitap.com • E: info@yordamkitap.com
www.facebook.com/YordamKitap • www.twitter.com/YordamKitap
www.instagram.com/yordamkitap

Baskı: Pasifik Ofset (Sertifika No: 44451)
Cihangir Mah. Güvercin Cad. No: 3/1
Baha İş Merkezi A Blok Kat: 2
34310 Haramidere / İstanbul
Tel: 0212 412 17 77



Gençlerle Baş Başa
Sayıları Sevelim, Sayalım



Yordam Kitap

Teşekkür

Bu kitabın oluşmasında çok kişinin emeği var. Öğretim üyeliği yıllarımda sorularıyla beni düşünmeye yönlendiren bütün öğrencilerime, bu kitabın ilk beş on sayfasını gönderdiğimde beni kırmayarak okuyup görüş bildiren eşe dosta, ilk taslağı okuyup güzel yorumlar yazan lise öğrencisi Ayda Erol'a, bu kitabı yazmam için beni yüreklendiren Hayri Erdoğan'a, her zamanki dizgi ustalığını konuşturan Gönül Göner'e, titiz ve özenli çalışmalarlarıyla harika bir editörlük örneği veren Elif Aksu Kaya ve Yeşim Dinçer'e, yazma aşamasında çok yerinde öneriler yapan eşim Gülay ile oğlum Cemre'ye ve taslağı gözden geçirerek daha anlaşılır kılmak için matematik öğretim üyesi deneyimlerini harika önerilerle taçlandıran Ziya Soyuçok'a minnettarım. Hepsi sağ olsun.

Sayıların 4G'sinden söz ediyorsunuz. Nedir bu 4G, nereden çıktı?

Tamamen benim uydurmam arkadaşlar: Sayıların Gazabı, Sayıların Gizemi, Sayıların Güzelliği, Sayıların Gücü diye sayabilirim. İsterseniz buna 5G de diyebiliriz, Sayıların Gerekliliği. Bu dünyada sayılar olmadan yaşayamayacağımızı hepimiz biliyoruz. İklim krizi konusundaki yayınlara bakın; sayıları anlamadan bu krizi anlayamayız. Burada konuşacağımız her şey sayıların gerekliğini açıklamaya yönelik olacak.

Sayıların gazabından başlayalım. Her yandan sayıların kuşatması altındayız. Evimizin kapı numarasını, doğum tarihimizi, telefon numaramızı, TC kimlik numaramızı ezbere biliriz. Girdiğimiz kimbilir kaç sınavdan aldığımız notları, istediğimiz okula ya da bölüme girmek için almamız gereken puanları, her yıl yenilenen asgari ücreti, aldığımız harçlığı ya da ücreti düşünelim. Kredi kartı borcumuzu, ödeme yapamayacaksak katlanmak zorunda kalacağımız faiz oranını, gençler arasındaki işsizlik düzeyini, gıda fiyatlarının yükseliş hızını, üstüne bir de 2020'den beri süren şu son salgın boyunca her akşam Sağlık Bakanlığı'nın açıkladığı sayıları ekleyince bitmek bilmez sayıların gazabı.

Büyüme oranı düştü, enflasyon hızlandı, geniş tanımlı işsizlik şu kadar arttı, dolar bu kadar yükseldi, cari açık bilmem kaç milyar doları geçti, vergi borcunu ödeyemeyip icra takibine uğrayan kişi sayısı rekor kırdı, gelir dağılımı eşitlikten uzaklaşıyor. İşte karabasana benzeyen bu sayı yağmuru, dünya iktisadının halk üzerindeki gazabıdır. Yaratılan etki iki yönlüdür: Birincisi, bu sayıların yansıttığı gerçeklerin bize çektirdiği, ileride de çektirebileceği azap; ikincisi, bu sayıların ne anlama geldiğini tam olarak anlayamamanın doğurduğu azap. Bu söyleşiden sonra ilkinden kurtulamayacaksınız belki ama hiç olmazsa ikincisi azalabilir diye umuyorum. Siz de hazırsanız başlayalım mı?

Başlayalım hocam, sayıların gizemi derken ne kastediyorsunuz?

Şu sorularla başlayalım: Bir yılda neden 12 ay var? Bir gün neden 24 saatten oluşuyor? 60 dakika neden bir saat ediyor? Bu sayıların arasındaki ortaklığı, hani ilkokulda EBOB (en büyük ortak bölen) ya da OBEB (ortak bölenlerin en büyüğü) diye öğretilen şeyi görebiliyor musunuz? Evet, haklısınız; hepsi 12'nin katları! Peki neden? Yaşamımızda kullandığımız sayıların neredeyse hepsi 10'lu sayı sistemine dayanırken bu 12'li sayı sistemi de neyin nesi? Bir düzine yumurta da 12 tane. Bir günde on ikişer saatlik iki dilim var. Tam aç 360 derece, dünya üzerindeki boylam sayısı da 360, yani bunlar da 60'ın, dolayısıyla 12'nin katı. Batı müziğinde bir oktavlık ses aralığı da 12 parçaya bölünmüş. Bütün bunlar gizemli mi, değil mi?

Gizemli gibi görünse de değil. Fransa’da yaşayan, Kuzey Afrika kökenli bir Yahudi olan Georges Ifrah tek tanrılı üç dini de yakından bilen bir matematikçidir. Onun yazdığı *Rakamların Evrensel Tarihi* kitabının ilk cildi olan *Bir Gölgenin Peşinde*’de, hem bu dinlerde hem onlardan önceki çeşitli toplumlarda ortak bir uygulama olan tespih çekmenin, yaygın bir sayı sayma işlemi olduğu belirtilmiş.¹ Bunu ilk okuduğumda, tespihini arayıp da bulamayan anneannemin, sağ elinin başparmağını, aynı elindeki öbür dört parmağın boğumlarına değdirmek sayması gözümde canlandı. Dört parmağın her birinde üç boğum var, demek ki dört parmak tamamlanınca 12 sayısına varılıyor. Onlu sayı sisteminin on parmağımız olmasından kaynaklandığını biliyoruz. On ikili sayı sistemi de kimbilir kaç bin yıl önce yine parmakla sayı saymadan doğmuş. Benzeri bir bilgi Caleb Everett’in *Sayılar ve Türümüze Katkıları* adlı kitabında da yer almış.

Bunu anladım ama 60’ın da 360’ın da buradan türediğini nereden biliyoruz?

12’ye kadar sayma işlemi her tamamlandığında sol elin bir parmağı kapatılırsa, bu işlem beş parmak kapatılınca kadar sürdüğünde $5 \times 12 = 60$ sayısına varılır. Böylece bir saati 60 dakikaya, bir dakikayı 60 saniyeye bölmemizin nedeni de anlaşılmış olur. Eşkenar üçgenin iç açılarının her biri 60° , iç açılarının toplamı

1 Not almanıza gerek yok, bu tür kaynakların hepsini konuşmamızın sonunda yazılı olarak vereceğim.

da 180° 'dir. Bir üçgeni tabanına dokunmadan, öbür iki kenarı tepedeki köşeden birbirinden ayırıp iki yandan tabana doğru yatırın, ikisi de tabanın doğrusal uzantısı olduğunda doğru açı elde edersiniz, bu da 180° eder. Bu işlemi sürdürerek kenarları birbirinin üstüne getirip tek kenar görünümüne getirirseniz 360° 'lik tam açığa ulaşırsınız.

Doğu dillerinde saniyenin altmışta biri olan “salise” de var. Saniye ve salise, Arapçada ikinci ve üçüncü demektir. İngilizcede saniye karşılığı “second” kullanılıyor, o da ikinci demek ama bilebildiğim kadarıyla salisenin karşılığı yok. Sözlük saniye için *split-second* diyor, yani göz açıp kapayıncaya kadar geçen an. Şimdilerde zamanın çok hassas ölçüldüğü sporlarda, saniyenin altmışta biri değil, yüzde biri kullanılıyor. Sözelimi atletizmde 100 metre dünya rekoru, erkeklerde 2009'da Usain Bolt tarafından kırılmış, 9,58 saniye; kadınlarda çok daha eski, 1988'de Florence Griffith-Joyner aynı mesafeyi 10,49 saniyede koşmuş. Bilim alanında ise çok daha kısa süreler, sözelimi saniyenin milyarda biri olan *nanosaniye* bile sözkonusu.

Bir ikizkenar üçgen düşünün, bir açısı dik açı olsun. Öbür açılarının her biri 45° 'dir. Böyle üçgenlerden iki tane alın. İki üçgeni, dik açının karşısındaki kenarlarını birbirine bitiştirerek yan yana getirin. Elde ettiğiniz dörtgen bir karedir. Bunun iki açısı üçgenlerin dik açılarından başka bir şey değildir. Öbür iki köşe de üçgenlerin 45° 'lik birer açısının toplamı olduğundan bunlar da 90° 'dir. Karenin iç açılarının toplamı da 360° eder.

Ayları, dakikaları anlattınız da hafta için bir şey söylemediniz. O niye 7 gün?

Evet, bir hafta neden yedi gün? Ne zamandan beridir insanlar yedi günde bir başa dönüyorlar? Önce şunu açıklayım size: “Hafta” sözcüğü Farsçada yedi anlamına gelen *hafte*’den gelir. Ayrıca Ortadoğu dillerinin hemen hepsinde gün adları, birinci gün, ikinci gün, ..., yedinci gün gibi sıra sayılarıyla belirtilmektedir. Bizdeki çarşamba, perşembenin de Farsça *çahârşanbe*, *pençşanbe* (dördüncü gün, beşinci gün) sözcüklerinden geldiğini söylersem inanır mısınız? İnanmayan, tavla oyununda birden altıya kadar olan sayıların *yek*, *dü*, *se*, *çar*, *penç*, *şeş* diye sayıldığını, bunların da Farsça olduğunu kolayca doğrulayabilir.

Az önceki soruda yerden göğe kadar haklısınız. Hafta neden yedi gün? Üstelik 28 çeken Şubat dışında hiçbir ayın gün sayısı yedinin katı değil! Gerçi sonradan buna bir kılıf bulunmuş, Tanrı’nın dünyayı altı günde yaratıp yedinci gün dinlendiği söylenmiştir.

İş bununla kalmıyor, Mehmet Akif “Yedi kandilli Süreyya’yı uzatsam oradan” derken, Nâzım “Yedi tepeli şehrimde bıraktım gonca gülümü” diye yakınıyor! Dünyanın çok eski büyük şehirlerinden Roma’nın da yedi tepe üzerine kurulduğu söylenir. İstanbul’un Yedikule semtini unutmayalım. Dünyanın yedi harikası, yerin yedi kat dibi, göğün yedi katı, gökkuşağının yedi rengi, yedi müzik notası, yedi denizlere açılan donanmalar da epeyce eski. Ya söylencelerde geçen yedi uyura (eshab-ı kehf), Atlas’ın yedi kızına, Niobe’nin yedi oğ-

luyla yedi kızına, *Simbadname*'deki yedi bilgeye ne demeli? Anadolu'daki en eski yedi kilise, her yıl yedi ünlü Arap şairinin yedi kasidesinin *Yedi Askı* adıyla duvarlara asılması, edebiyatımızdaki *Yedi Meşaleciler*, *Pamuk Prenses* masalındaki yedi cüce, müzikli oyunumuz *Yedi Kocalı Hürmüz*, Bertolt Brecht ile Kurt Weill'in *Yedi Ölümcül Günah* adlı müzikli oyunu (filmi de çekildi), Ian Fleming'in yarattığı *007 James Bond*, özgün adı *SE7EN* diye yazılan David Fincher'ın *7EDİ* adlı filmi, Ingmar Bergman'ın yönettiği *Yedinci Mühür*, Michael Haneke'nin filmi *Yedinci Kıta*, bir zamanlar petrol pazarını elinde tutan *Yedi Kız Kardeş* lakaplı yedi şirket... Say say bitmez, bu kadar çok örnek yediden yetmiş yediye kadar hepimizin aklında neden yer etmiş acaba? Falcılara pek aldırmam ama yedi sayısını en çok dillerine dolayan da onlar.

İyi de, hâlâ yedi günlük hafta sorusunu yanıtlamadınız!

O soruya geleceğim Ece ama yedi ile ilgili bir şey daha aktarayım. Derslerimde rassal sayı seçmenin ne anlama geldiğini anlatırken küçük denemeler yapar, “kafadan atmayla” rassallık sağlanamayacağını göstermeye çalışırım. Bu konuyu ele aldığım hafta derse geç giren bir öğrenci olursa onu durdurup “Hemen bir rakam söyle!” deyince, yanıt neredeyse her seferinde “7” diye gelir. “Sayı” değil “rakam” derim çünkü sayı desem 9’dan büyük bir sayı da söylenebilir, oysa rakam deyince yalnızca 0’dan 9’a kadar olan sayılar söz konusudur.

Hocam, rassal sayı seçmek ne demek?

Bu soruyu unutma Viktor. Şu söyleyeceklerimi bitirince yanıt vereyim, olur mu? O gün derse geç giren olmazsa bütün öğrencilerden kalem kâğıt çıkarmalarını, hiç vakit geçirmeden bir rakam yazmalarını istediğim de olur. Her defasında büyük bir çoğunluğun 7 yazdığına, bu deneyleri yaşayan öğrencilerim tanıktır. Bu 7 sayısında gerçekten sihirli bir yan mı var? İnternette biraz araştırırsanız, 7 sayısının dinlerdeki çağrışımlarından ya da yıldız falının yediye yüklediği anlamlardan inanamayacağınız kadar çok söz edildiğini görürsünüz. Müzik ve edebiyat ile sayılar arasındaki ilişki de çok eski çağlardan beri biliniyor. Eflatun (ya da Platon) tarafından kurulan akademide matematik, edebiyat, müzik birlikte okutulurdu. Nota sayısının 7 olduğunu anımsayın. Türk edebiyatındaki hece veznini şöyle bir düşünün. Bütün ölçüler duraklara ayrıldığında hiçbir aralıkta hece sayısı yediyi geçmez. Yalnızca 14 heceli dizelerde tam ortada bir durak vardır, yani heceler 7-7 diye ikiye ayrılır. Bunlar şarkının, şiirin ezberlenmesini, unutulmamasını sağlayan kolaylıklar olabilir mi?

Bütün bunların gizemli olmadığını bilişsel bilimin (*cognitive science*) kurucusu George A. Miller'dan öğreniyoruz. "Sihirli sayı yedi" başlıklı çok ünlü bilimsel yazısında belirttiğine göre, ortalama bir insanın günlük yaşamda kullandığı kısa belleği 7 ile sınırlıdır. Bu sınırlama altında iş gören atalarımızın bu yüzden 7 günlük döngüsel bir zaman dilimini benimsemiş ol-

maları sizce de akla yakın değil mi? Telefon numaralarını bitişik yazmayıp 0212 528 1910 diye üç ya da dört rakam içeren öbeklere ayırmamızın nedeni de burada yatıyor olmasın!

“Evi binanın yedinci katında, işi gökdelenin eksi yedinci katındaydı. İkisinin arası otomobille yaklaşık yedi dakikaydı.”

Hakan Bıçakçı, *Doğa Tarihi*, İletişim, 2014, s. 26.

Hiç mi gizemli sayı yok?

Alın size bir örnek. Yapmanız gereken şu: Bütün basamakları aynı olmayan 4 basamaklı bir sayı seçin. Basamakları bir kez büyükten küçüğe, bir kez de küçükten büyüğe doğru sıralayın. Bulduğunuz iki sayının farkını alın. 6174’ten farklı bir sayı çıktıysa aynı işlemi yeniden uygulayın. En çok 7 denemede kesinlikle 6174’e ulaşırsınız. Aynı işlemi bu sayıya uygularsanız yine 6174 çıkar. Örnek olarak benim okul numaram 1297 sayısını alalım. Basamakları büyükten küçüğe sıralayınca 9721, küçükten büyüğe sıralayınca 1279 bulunuyor. Bunların farkını alıp aynı işlemleri yineleyelim:

$$9721 - 1279 = 8442 \rightarrow 8442 - 2448 = 5994 \rightarrow 9954 - 4599 = 5355$$

$$5553 - 3555 = 1998 \rightarrow 9981 - 1899 = 8082 \rightarrow 8820 - 0288 = 8532$$

$$8532 - 2358 = 6174 \rightarrow 7641 - 1467 = 6174$$

7 denemede 6174’ü bulduk. Başka örnekleri de siz deneyin. En çok yedi deneme sonunda 6174 bulamadıysanız, işlem hatası yapmışsınızdır, işlemlerinizi gözden geçirmenizi öneririm. 6174’ü ilk bulan Hint asıllı Dat-

tatreya Ramchandra Kaprekar (1905-1986) neyse ki bu sayıya gizemli bir anlam yüklememiştir!

Üç basamaklı sayılar arasında da böyle sabit bir sayı var. Hadi onu da deneyerek biz bulalım. Başka bir okul numaram 436 idi, onu kullanalım:

$$643 - 346 = 297 \rightarrow 972 - 279 = 693 \rightarrow 963 - 369 = 594 \rightarrow 954 - 459 = 495$$

Demek ki üç basamaklı gizemli sayı 495 imiş.

Başka böyle sayılar var mı?

Ünlü yazar Aziz Nesin'in oğlu Ali Nesin matematik profesörüdür. Onun *Matematik ve Sonsuz* kitabından öğrendiğim bir örneği sunayım size. Bir sayı tutun. Bu sayı çiftse ikiye bölün, tekse üçle çarpıp bir ekleyin. Bulduğunuz sayıya aynı kuralı uygulayın. Böyle devam edin. Bir noktadan sonra durmak zorunda kalacaksınız. Diyelim, 13 tuttunuz. Tek sayı olduğu için üçle çarpıp bir ekleyince 40 elde ederiz. Bu çifttir, yarısı 20 eder, onun yarısı 10, onun yarısı da 5'tir. Bu tek sayıyı üçle çarpıp bir ekleyince 16 bulunur. Bu çifttir, ikiye bölünce 8, yarısı 4, yarısı 2, onun yarısı 1 eder. Buradan ileri gidemeyiz. Denemeye kalsak yine 4, yine 2, yine 1 buluruz. İstedığınız bir sayıyı seçin, kaç basamaklı olursa olsun; bu kurala uyarak hep 1'e varırsınız.

Niye 13 tuttunuz hocam? 13 uğursuzdur denir.

Öyle dendiği doğrudur Ece. Kimi otellerin oda numaralarında 13 ya da sonu 13'le biten sayı olmaz. Bunun da ay takvimi-güneş takvimi farklılığından doğduğu düşünülmektedir. Ay takvimi, ayın dünya etrafındaki

turunun süresine göre düzenlenir. Güneş takvimi ise dünyanın güneş çevresindeki turunu temel alır. Ay yılındaki 12 ayın toplam gün sayısı, güneş yılının gün sayısından azdır. Aradaki fark kadar daha kısa bir 13. ay süresi olmasının böyle bir inanca yol açtığı sanılmaktadır. Yani 13 sayısının bizim yaşamımızı etkileyecek bir uğursuzluğu olamaz. Siz bu uğursuzluk söylencelerini boş verin de sayıların güzelliğine bakalım.

Altın Oran'dan söz edildiğini duymuştum, sayıların güzelliği dediğiniz bu mu yoksa?

Altın oran, sayıların güzelliğinin belki de en bilinen örneğidir Berivan. Bu oranı duymamış biri biraz araştırdığında hem bu oranın tanımını bulur hem de insanların bu oranı binlerce yıldır bildiğini, bilmek bir yana uygulamada kullandığını da görür.

Ben size bu oranı şöyle anlatayım: İki sayı alalım. Büyük olana B, küçüğüne K, ikisinin toplamına $(B + K =) T$ diyelim. Önce büyüğü küçüğe bölelim: B/K ; sonra toplamı büyük sayıya bölelim: T/B . Bu iki oranın değeri aynıysa, yani $B/K = T/B$ ise bulduğumuz sayı altın orandır. Yaklaşık 1,618 diye gösterilir. Evet, *yaklaşık* bu kadardır. Tam değeri $(1 + \sqrt{5}) / 2$ 'dir ama onun basamak sayısı sonsuza kadar uzar, hiç bitmez.

Bu oranın çeşitli bakımlardan geçerli olduğu yerlerde göz okşayan bir güzellik barındırdığı ileri sürülür. Size Fikri Akdeniz'in *Doğada, Sanatta, Mimaride ALTIN ORAN ve Fibonacci Sayıları* adlı minik kitabını önereyim. İçinde denizyıldızından kar taneciklerine, çi-

çeklerden hayvanlara, mimari yapılardan ünlü sanatçıların resimlerine, heykellerine kadar yüzden fazla fotoğraf içeren bu kitapçıkta hem altın oranla hem Fibonacci sayılarıyla ilgili bilgiler bulacaksınız. Mısır'daki Keops piramidi ile Atina'daki Panteon tapınağının, Leonardo da Vinci'nin ünlü Mona Lisa tablosunun bunlar arasında olduğu söylenebilir. Beş köşeli yıldızın da altın oran içerdiğini belirtelim.

Az önce Fibonacci sayılarından söz ettiniz. O ne demek hocam?

Önce Leonardo Fibonacci adlı İtalyan matematikçiyi tanıtayım, sayılarına sonra değiniriz. Yaklaşık 1170-1250 arasında yaşayan Fibonacci'nin çocukluğu ve ilk gençliği, babasının görevi nedeniyle Akdeniz kıyılarında geçer, Mısır, Suriye ve Yunanistan'ı dolaşır, rahipler, bilginler, tacirlerle tanışır. 1202'de yazdığı *Liber Abaci* (Hesaplama Kitabı) aracılığıyla, gençliğinde öğrendiği "Arap" rakamlarını (0, 1, 2, ..., 9) Venedikli tacirlere tanıtır. Aslında onun Araplardan öğrendiği bu rakamlar "Hint" kökenlidir. Buna az sonra döneceğim.

Bir tavşan çiftiyle başlayan üremenin belli aralıklarla kaç çifte eriştiğini belirten sayı dizisi, Fibonacci sayıları adıyla ün kazanmıştır. Matematiğin çeşitli dallarında kullanılan Fibonacci sayıları ile onlardan türetilen çeşitli sayılara ilişkin bilimsel yazılara yer veren *Fibonacci Quarterly* matematik dergisi 1963'ten beri yayımlanmaktadır. Fibonacci sayıları 0 ve 1 ile başlar; bu iki sayı toplanır, $0 + 1 = 1$ eder, bu sayıya bir önceki eklenerek

bir sonraki sayı bulunur, böyle devam edilir, $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, $3 + 2 = 5$, ... Böylece sonsuza kadar giden Fibonacci dizisi ortaya çıkar:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, ...

Bu dizinin ardışık sayılarının birbirine oranı, sayılar büyüdükçe altın orana yaklaşır. Bu diziden 5, 8, 13 ardışık sayılarını alıp şu işlemleri yapalım: $8 / 5 = 1,6$; $13 / 8 = 1,625$. Bu iki oran tam eşit değilse de birbirine yakındır. Fibonacci sayıları büyüdükçe iki oran teknik deyimle birbirine yaklaşır. Aynı dizide verilen son üç sayıyla benzer işlemler yapalım: $1597 / 987 \approx 1,618$ eder. 2584, 1597'ye bölününce de $\sim 1,618$ elde edilir. ($\approx$ işareti, iki yanındaki ifadelerin birbirine yaklaşık eşit olduğu anlamına gelir; “ $\sim$ ” işareti ise önüne konduğu sayının yuvarlatılmış yaklaşık sayı olduğunu gösterir). Bu iki bölme işleminin sonuçlarında virgülden sonraki üç basamak yuvarlatılmış olarak aynıdır. Yuvarlatmanın nasıl yapıldığını bilmeyen varsa, sormayı unutmasın.

Fibonacci Arap ya da Hint rakamlarını Batı'ya ilk getiren kişi, öyle mi?

Tam öyle değil. Batı'ya bu rakamları ilk getiren kitap *Liber Abaci* değildir. İranlı Harizmi'nin 800'lü yıllarda yazdığı *Cebir* kitabı 12. yüzyılda Latinceye çevrilmişti. Böylece bilimciler Harizmi'nin Hint kökenli olduğunu belirttiği rakamlarla tanışmıştı. Ama bu rakamlar yalnız konuyla ilgili matematikçilerce biliniyor, yaygın olarak kullanılmıyordu. Kitabın Arapça özgün adında-

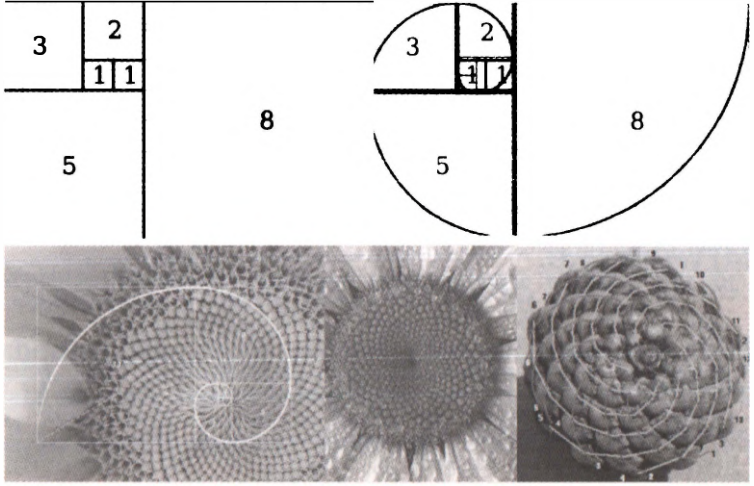
ki *El-Cebir* Batı dillerine *Algebra* diye çevrildi. Yazarın *El-Harizmi* adının okunuşu da “belli bir problemi çözmek veya belirli bir amaca ulaşmak için tasarlanan yol” anlamını kazanıp bugünkü “algoritma” sözcüğünün kökenini oluşturdu. Daha matbaanın icadına çok vardı. 13. yüzyılda çeşitli ülkelerden Venedik ve Pisa gibi canlı bilim merkezlerine gelen öğrenciler sayesinde yeni rakamlar bütün Avrupa’ya yayıldı, hesaplamada pek kolaylık sağlamayan Romen rakamlarının (I, V, X, L, C, D, M) yerine geçti.

J. Mazur’un, bu bilgileri ayrıntılı olarak okuyabileceğiniz *Matematik Sembollerinin Kısa Tarihi* adlı kitabında söylediğine göre, tavşan problemini ortaya atan ilk kişi de Fibonacci değildi: “Bu problem antik Hindistan’da ilk binyılın başlarından bu yana” biliniyordu.

Doğada Fibonacci sayılarına rastlandığını duymuştum. Doğru mu bu hocam?

Doğru Erlin. Bu sayıların öyküsü, bir tavşan üreticisinin elindeki tavşan çifti sayısına dayanır. En başta hiç tavşanı yoktur (0), yeni doğmuş bir çift tavşan alır (1). Bir dönem sonra bunlara yine yeni doğmuş bir çift daha ekler (1). 2 çift tavşanı olur. Bir dönem daha geçer, ilk çiftten bir çift tavşan doğar, tavşan sayısı 3 çifte çıkar. Bir sonraki dönemde ilk ve ikinci çift birer çift yavru doğurur, eder 5 çift. Daha sonra ilk üç çift birer çift daha doğurur. Tavşan çiftlerinin sayısı 8’e çıkar. Böyle bir çoğalma Fibonacci dizisini oluşturur.

Şu iki çizimde Fibonacci sayılarından oluşan sarmalları görebilirsiniz. Daha alttaki üç çizimde çeşitli bitkilerde bu sarmallar açıkça görülmektedir.



Üstteki iki resim, 1’den 8’e kadar olan Fibonacci sayılarıyla sarmalın nasıl çizildiğini gösterir. Daha büyük kâğıt kullanıp 13, 21, 34, sayılarıyla bu sarmalı uzatabilirsiniz. Çizimdeki kutucuklar, kenar uzunlukları Fibonacci sayılarına eşit karelerdir. Sarmal da o kutucukların çapraz köşelerinin sürekli bir eğriyle birleştirilmesinden oluşur. Bu sarmal, alt sırada soldaki resimde ayçiçeğinde, ortadakinde papatyada, sağdakinde çam kozalağında açıkça göze çarpmaktadır. Hepsinde biri saat yönünde, öbürü ters yönde iki sarmal vardır. Kozalaktaki sarmallardan saat yönünde olanlar 1’den 8’e, ters yöndekiler 1’den 13’e kadar olan sayılarla belirtilmiştir. 8 ve 13 ardışık Fibonacci sayılarıdır. Dikkat edilirse bu

sarmalların sayısı ardışık iki Fibonacci sayısına eşittir. Bu tür yapıların, bitkilerde en uygun ışık ve nem paylaşımını sağladığı ileri sürülür.

Peki hocam, sayıların gücü ne demek?

Bunu birkaç örnekle açıklayalım arkadaşlar. Önce Nâzım Hikmet'in 1962 tarihli şu şiirine göz atalım. Şiirdeki dizelerden yalnız sayı içerenleri okuyacağım size. Keşke şiirin tamamını okuyabilseydim, ama epey uzun... Sayıların gücünü bundan güzel kim anlatabilir?

NEYİ BİLDİRİR SAYILAR?

Sayılar bebeklerin kundakları

sayılar tabutları şehirlerin

dünya savaşı: 1

dünya savaşı: 2

14'ten 18'e, 39'dan 45'e 10 yıl 54 milyon ölü

45 milyon sakat

yeryüzünde yuvarlak hesap şimdilik 2,5 milyarız

% 50'miz aç

yıl 1962

62 yılında 2 avcı uçağını sofraya koysak

çevirsek ete ekmeğe şaraba salataya

40 milyon adam doyasıya yer içer

40 milyon kediye de artar ekmekten etten

2 balistik füze yakıp kül eder 150 kitaplığı daha
kurulmadan onlar

2 bombardıman uçağı 4 sağlık evini yükler yanına
bombalarının
temeli daha atılmamış 4 sağlık evini koskoca pırıl pırıl
ve yatakları röntgenleri umutlarıyla
62'de atomlu atomsuz silahlanma yarışı 120 milyar
dolar yılda

10 yılda 1200 milyar dolar
yıldızların sayısına yakın mı bilmem

yahut yuvarlak hesap 1 milyar ölü adayı

neyi bildirir sayılar
neyi bildirmeli
yaklaşan nedir bize
uzaklaşan nedir bizden.

17 Haziran 1962

Bu şiire yeniden döneceğiz.

İkinci örnek?

İkinci örnek eski bir öykü. Bu öyküde bir derviş, zengin beylerden birini satrançta yener. Bey yenilince, kâhyasına dönüp, "Bu adama ne ödül istiyorsa verin," deyip gider. Derviş kâhyaya "Şu satranç tahtasının ilk karesine bir, yanındakine iki buğday tanesi koyun, son-

ra her kareyi bir öncekinin iki katı kadar buğday tane-
siyle doldurun yeter,” der. Kâhya hesap kitap yaptıktan
sonra efendisinin huzuruna çıkıp adamın söylediklerini
aktarır. “İyi ya işte, verin gitsin,” yanıtını alınca der ki,
“Aman efendim o kadar buğday ne bizim ambarımızda
var ne de bütün ülkede...”

Satranç tahtasının gözlerine konacak buğday tanele-
rinin sayısı $1 + 2 + 4 + 8 + 16$ diye gider. Şöyle de ya-
zılabilir: $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$. Bu çok büyük bir
sayıdır. Tam 64 tane 2 sayısının birbiriyle çarpımının 1
eksigidir. Hesap makinesi ya da Excel yazılımı bu sayı-
yı kısaltıp $1,84467E+19$ diye gösteriyor. Yani bize “1’den
sonraki virgölü, 19 basamak sağa kaydır, doğru sayıyı o
zaman bulursun,” diyor. Tamamını yazmaya kalksak 20
basamak kullanmak gerekiyor. Milyonda 6, milyarda 9,
trilyonda 12, katrilyonda 15, kentilyonda 18 sıfır oldu-
ğuna göre bu sayının 18 kentilyondan büyük olduğunu
söyleyelim.

**Tamam, bu sayı çok büyük de ne kadar büyük? Ben
kavramakta zorlanıyorum.**

Bu sayının büyüklüğünü, Türkiye’nin buğday üre-
timiyle karşılaştırarak anlayalım Viktor. Matematik
kitaplarınızda verilen örnek problemlerde bir buğday
tanenin $1/25$ gram olduğu yazıyor. Demek ki o büyük
sayıyı 25’e bölsek buğday miktarını gram cinsinden bu-
luruz. Sonra bunu 1000’e bölerek kilograma, bir daha
1000’e bölerek tona çevirirsek yaklaşık 738 milyar tona
ulaşırız. Türkiye’nin 2019 buğday üretimi yaklaşık 19

milyon ton olduğuna göre, bizim tok gözlü derviş, kibirli beye bir ders vermek için olsa gerek, ülkemizin 38.835 yıllık, neredeyse 39 bin yıllık toplam üretimi kadar buğday istemiştir. Kâhya bu kadar buğdayı bulsa bile satranç tahtasına sığdırabilir mi? Ne dersiniz? Derviş de az değilmiş, ha!

Salgın hastalık bulaşmalarında da böyle hızlı artışlar görülüyormuş, doğru mu?

Evet Ceki, bulaşıcı hastalıklarda görülen artışlar da buna benzer. Virüs bulaşmış bir kimse eve ya da hastaneye kapatılmaz da bunu iki kişiye bulaştırırsa, bunların her biri ayrı ayrı ikişer kişiye aktarsa, $1 + 2 + 4 + 8$ toplama işleminin sonucu, 30 aktarıma varmadan Türkiye nüfusunu aşar, yani ülkede hastalığa yakalanmayan kalmaz. Gerçek hayatta her hastanın henüz virüs bulaşmamış iki kişi bulması gittikçe güçleşecektir ama bu soyut örnek bile sayıların dehşetli gücünü iliklerimize kadar hissettiriyor bize. Covid-19'un bulaşıcılığı konusunda bilgi almak isteyen, Ali Alpar'ın "Covid-19'un yayılma hikâyesi: Üstel artış nedir?" yazısına başvurabilir.

Bize okulda sıfır sayısının da çok önemli olduğundan söz ettiler.

İyi etmişler, sağ olsunlar. Gerçekten de öyledir. Bu konuyu gerektiği gibi anlatabilmek için sözü biraz uzatmayı göze alıyorum. Kusura bakmayın, sıkılırsanız söyleyin.

Babilliler, Mısırlılar sayıları göstermek için çivi yazısını, başka eski halklar harfleri kullandılar. Ama önce harflerin icat edilmesi gerekti. İlk Anadolu kavimlerinden Fenikelilerin birinci harfleri “alef” (𐤀) oldu. Onların dilinde bu sözcük öküz anlamına geliyordu. Bu harfin Yunancaya geçerken “alfa” olup “α” biçiminde yazılışı belki öküz başını daha iyi görmenize yardım edebilir. Aynı harf Arapçada “elif” olmuş, dikine bir çizgi (ﻉ) ile gösterilmiş. İşte bu harf, bu dillerde bir (1) sayısına dönüşmüştür. Sevan Nişanyan’ın yazdığı *Elifin Öküzü ya da Sürprizler Kitabı* bu tür eğlenceli bilgilerle doludur. Romalılar da bir, beş, on, elli, yüz, beş yüz, bin sayılarını, I, V, X, L, C, D ve M harfleriyle gösterir. Bu gösterimlerde sıfıra yer yoktur. Bu sayılarla hesap yapmak çok zordur. Eski Çin ya da Maya uygarlıkları buna çareler geliştirmiştir ama hem bunlar bugün alıştığımız sıfır kadar kullanışlı değildir, hem de açıklanması sizi sıkar. Merak eden olursa C. Everett ya da J. Mazur’un kitaplarına bakabilir.

Sıfır iki bakımdan önemlidir. İlki “yokluk” belirtir. Kümeste dört tavuk var derken “dört” yerine geçen rakam kullanılır, ama hiç horoz yok dendiğinde “hiç” yerine geçen bir rakam gerekir. İkincisi, yüz altı (106), on bin kırk üç (10.043) gibi sayıların bazı basamaklarında “hiç” olan yerleri göstermeye yarar. Daha önce sözünü ettiğimiz J. Mazur’un kitabına bakılırsa, bilinen kaynaklar içinde sıfır rakamının ilk kullanıldığı yer, Hindistanlı matematikçi Brahmagupta’nın 7. yüzyılda kaleme aldığı *Bakhshali* elyazmasıdır. Yaklaşık 780-850

yılları arasında yaşayan İranlı Harizmi onun kitabını okuyunca olağanüstü buluşu fark etmiş, kendi yazdığı *Cebir* kitabında bundan yararlanmıştır. Yazdığı kitap 12. yüzyılda Laticeye çevrilince Avrupalı matematikçiler ilk kez sıfır rakamıyla tanışmıştır.

Şiirde “yuvarlak hesap” deniyor; siz de buğday miktarını yuvarlatıp verdiniz. Bilmeyen varsa sorsun demiştiniz. Nedir bu yuvarlatma işlemi?

Yuvarlatma daha çocukken öğrendiğimiz bir yöntemdir. “Kaç yaşındasın?” sorusuna “6 yıl 3 ay 11 gün” diyen çocuk gördünüz mü hiç? “6,” belki biraz abartıp “6 buçuk,” der. Büyüdükçe buçuklar da kaybolur, herkes yaşını yuvarlatarak söyler. Ama gençken yukarı doğru yuvarlatılıp bitirilen değil, girilen yaş söylenir. Günlük hayatta bu kadarı yeterlidir. Yaşlandıkça, pardon yaş aldıkça işler tersine döner; yuvarlatma değil, küsurların budandığı kesme işlemine başvurur insanlar. Bir süre sonra da ayıp olmasın diye yaş sorulmaz.

Anlaşıldı hocam, yaşınızı sormayacağız. Ama yuvarlatma neden yapılır?

Yo, sorabilirsiniz, ben de 1944 doğumluyum derim. Yuvarlatılmış yaşımı siz bulursunuz artık. Yuvarlatma, bir sayıyı, daha kısa, daha yalın, daha anlaşılır biçimde göstermek için yapılır Berivan. Ondalık basamak sayısı sonsuza kadar uzanan sayıları yuvarlatarak göstermekten başka çaremiz yoktur zaten. Az önce sözünü ettiğimiz altın oran ϕ sayısı $\phi \approx 1,618$ yuvarlatılmış bir sayıdır. Pek ünlü bir örnek daha verelim. Dairenin çevre

uzunluğu ile çapı arasındaki oranı gösteren π sayısı da öyledir, $\pi \approx 3,1416$. Aslında düşünürsek yaşıımız da her an arttığına göre onun da ondalık basamak sayısı sonsuzdur. Ama biz buna aldırılmaz, yaşıımızı tam yıl sayımıza göre söyler ya da yazarız.

- Planlama teşkilatının saygıdeğer hesap uzmanları, Sayın Başbakanımızın isteğiyle yine ülkemizin kalkınma ve büyüme hızını hesaplamak için toplanmış bulunuyoruz...

- Ben deminki hesabımın sonucunda bir adet virgül buldum.

- Nasıl yani? Virgülün sağında ve solunda hiç rakam yok mu? Sıfır virgül sekiz olur, yedi virgül beş olur. Ama sadece virgül olması biraz garip değil mi Hikmet Bey?

- Maalesef sadece virgül çıktı efendim.

- Baari bir rakam bulsaydınız, yuvarlak hesap yükseltir bir şeyler uydururduk. Virgülü en fazla yuvarlatsak nokta haline dönüştürebiliriz ki bunun da konumuzla bir ilgisi yok.

- Naapabilirim yüz kere kontrol ettim virgül çıkıyor....

- Zamanımız yok. Birazdan Başbakan cevap isteyecek. Şöyle yüksekçe bir şey söylemek lazım yoksa feci bozulur. Hikmet Bey bulduğunuz virgülü verir misiniz? Evet, gördüğünüz gibi hesap neticesinde bulunan virgül dikkatle bakılıp daha büyütülmüş gibi tasavvur edildiğinde aynen dokuza benzemektedir. Zira virgül minyatür bir dokuz rakamı değil midir? Bütün bu bilgilerin ışığı altında memleketimizin kalkınma ve iktisaden büyüme hızı yüzde dokuzdur. Hadi şimdi daalın.

Atila Atalay, *Gırgır* dergisi

Not: *Gırgır*, 1973'ten 1990'a kadar Oğuz Aral yönetiminde yayımlanan efsanevi mizah dergisidir. Bugünkü *Leman* gibi kimi mizah dergilerinin beşiğidir.

Basamak sayısı sonsuz değil ama çok olan sayıları da genellikle yuvarlatarak yazar ya da söyleriz. Türkiye'nin yüzölçümü 783.562 km²'dir yerine 780 bin km², nüfusu 2020 sonunda 83.614.362 kişidir yerine 84 milyon kaddır dediğimizde akılda daha kolay kalır.

Yuvarlatma nasıl yapılır? Bir kuralı var mı?

Yuvarlatma kuralı kısaca şöyle: *Yuvarlatılınca kaybolacak ilk basamaktaki sayı 5'ten küçükse o sayı ile birlikte sağındaki bütün basamakları kesip atın, sol yanı olduğu gibi yazın. Yok, eğer ilk basamaktaki sayı 5'e eşit ya da 5'ten büyükse yuvarlattığınız son basamağı bir artırın.* Bilgisayarların hesaplamalarında uyduğu kural da aynen budur.

Nâzım'ın biraz önceki şiiri yazdığı yıllarda bütün ülkeler, nüfus sayımlarını beş on yıllık uzun aralıklarla yapabiliyor, sonuçları da birkaç yıl sonra açıklayabiliyordu. Nâzım'ın elinde 1950 dünya nüfusu bilgisi olmalı çünkü o tarihte dünya nüfusu 2 milyar 517 milyon 478 bin imiş. (Bu sayının da zaten yuvarlatılmış olduğu düşünebiliriz.) Nâzım da bu sayıyı 2,5 milyara yuvarlamış. Elinde 1960 verisi olsaydı herhalde 3 milyar derdi çünkü 1960 dünya nüfusu ~3.007.751.000 kişiymiş.

3 milyar 7 milyon 751 bin sayısını Türkçe bir metinde gösterirken araya noktalar koyarak 3.007.751.000 diye yazmamız gerekir. İngilizce metinlerde ise noktalar yerine virgül kullanılır. Türkçe yazım kurallarına göre virgül, tam sayıyla ondalık sayıyı ayırma işaretidir. Uygulamada bu konuda karışıklık yaşandığı görülüyor, umarım yanlış gösterimlerle birbirimizi yanıltmayız. Aslında teknoloji bu iki farklı kullanıma uyum sağlamıştır. Sözgelimi bilgisayarda hesap yaparken isteyen Türkçe, isteyen İngilizce kurallarına göre işlem yapabiliyor. Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) derlediği verileri sunarken aynı sayfada hem Türkçe hem İngilizce açıklama yapmak zorunda kaldığından bu sayıyı 3 007 751 000 diye aralarda boşluk bırakarak gösterir. Ama tamsayılarla ondalık basamakların arasına virgül koyar; 3 007,8 milyon diye yazar, biz de bu sayıyı 3 milyar 7 milyon 8 yüz bin diye okuyabiliriz.

Hepsini anladım da sayıları niye yuvarlıyoruz? Yani ne gerek var buna?

Az önce çok basamaklı sayıların akılda kalmadığını, yuvarlatılarak daha kolay hatırlandığını söylemiştim. Bu konuyla yakından ilgilenen matematikçi A. Ehrenberg'in *Data Reduction* kitabında yazdığına göre "Bir sayıyı iki basamağa indirgemek göze kolaylık sağlar". Kafadan hesap yapmayı kolaylaştırır. 16.293 ile 34.816 sayılarını alalım. Biri öbürünün kaç katıdır, hemen göremeyiz. Hatta aralarındaki farkı bulmak bile kolay olmayabilir. Bir yazıyı okurken böyle sayılar gördüğümüzde bu gibi işlemleri kafadan hızla yapmamız gerekebilir. Bu iki sayıyı 16

bin ve 35 bin diye yuvarlatınca farkın 19 bin olduğunu hemen görürüz (Aslında fark 18.523'tür). Hatta 16'nın iki katı 32 ettiğine, 35 de 32'den biraz büyük olduğuna göre, ikinci sayı ilkinin iki katından biraz fazladır bile diyebiliriz. Hesap makinesi bu oranın $\sim 2,14$ kat kadar olduğunu gösterir. Kafadan yaptığımız kolay hesap bunu hayli yakın biçimde yansıtır.

Yuvarlatma işlemi hata doğurmuyor mu?

Doğurmaz olur mu Erlin? Ama kaba hesaplamalar için bu hatanın çok önemli olmadığını az önce gördük. Hassas sonuçlar için *bütün hesaplama işlemleri bitmeden yuvarlatma yapılması doğru olmaz*. TÜİK gibi veri derleyen kurumlar bütün hesaplamaları özgün sayılarla yapar, ancak haber bülteninde kolay anlaşılmasını sağlamak için yuvarlar. Sözelimi 3 Eylül 2021 haber bülteninin başlığı şöyleydi: Tüketici fiyat endeksi (TÜFE) yıllık %19,25, aylık %1,12 arttı. Bu sayılar yuvarlatılmıştır, daha fazla basamak kullanarak sunulan ek bilgi okuyucunun işine yaramaz. Pek çok kişi bu sayıları görünce, fiyatların genel düzeyi geçen yılın Ağustos ayına göre %19'a yakın artmış diye düşünür.

Yuvarlatma konusunda pek titizsiniz hocam, bu kural genellikle yanlış mı uygulanıyor?

Hayır Ece, yuvarlatma işlemi çoğu zaman doğru yapılıyor ama yuvarlatmanın hangi aşamada yapılması gerektiği pek bilinmiyor sanırım. Kimi öğrenciler sınav telaşıyla olsa gerek, benim sınavlarımda kullanılma-

sı serbest olan hesap makinesiyle buldukları sonuçları hemen yuvarlatıp yazıyor, sonraki işlemlerde de yuvarlattıkları sayıları kullanıyorlar. Bu da yuvarlatma hatalarının birikerek yanlış kararlara yol açması tehlikesini taşıyor. Bir soruyu yanıtlamak için diyelim ki 25,54 ile 24,48'in farkını 1,96 ile çarpmak gerekiyor. Kimi öğrenciler önce bu sayıları 26, 24, 2 diye yuvarlıyor, sonra $(26 - 24) \times 2 = 4$ sonucunu buluyor. Oysa doğru yanıt, $25,54 - 24,48 = 1,06$ olduğundan $1,06 \times 1,96 = 2,08$ yani 2'den biraz büyük.

Hocam, ha 2 ha 4, aradaki fark çok az değil mi?

Bu, 2 ya da 4'ün ne anlama geldiğine bağlı. Bana bunu soran öğrenciye “madem 2 buldun, ne karar vereceksin?” diye soruyorum. Öğrenci bu sonuçtan nasıl yararlanacağını biliyorsa zaten bu farkı küçümsemez. Bilmiyorsa, o zaman ben de ona şu soruyu sorarım: “5 üzerinden alacağın sınav notunun 2 ya da 4 olması fark eder mi?”

Peki, yuvarlatma yerine uzun sayıları kesip sağda kalanları atsak olmaz mı?

Durum bunu gerektiriyorsa neden olmasın? Ama ölçü birimi değişikliğine dikkat edin. TL ile ifade edilen bir tutarın sağdan üç basamağı yuvarlatılırsa ya da düpedüz silinirse yeni sayının bin TL olduğunu belirtmeyi unutmayın.

Az önceki dünya nüfusunu gösteren 7,883 milyar sayısını, atılan bölümün ilk basamağı 5'ten küçük mü büyük mü diye bakmadan 7,8 milyar diye kırparsak, ne olur?

Bu sayının kırıldığını bilirsek, dünya nüfusu 7,8 ile 7,9 milyar arasındaymış diye doğru bir yorum yapabiliriz. Ama 7,8'i yuvarlatılmış gibi algıarsak, dünya nüfusunun 7,75 ile 7,85 milyar arasında olduğunu düşünürüz, oysa gerçek sayı bu aralığın dışındadır.

Yuvarlatmayı hepimiz anladık sanıyorum. Rassal sayı çekmekten söz edecektiniz!

Haklısınız. Bulunduğunuz kentin görece merkezi bir yerinde elinde birtakım kâğıtlarla size yaklaşıp “Birkaç sorumuza yanıt verir misiniz?” diye soran oldu mu hiç? Eğer böyle bir durumla karşılaştıysanız bir kamuoyu araştırması yapılmakta olduğunu anlamışsınızdır. Araştırma konusu her ne ise, görüşü sorulabilecek çok sayıda kişi “anakütle” ya da “araştırma evreni” denilen kavramı oluşturur. Sizin gibi görüşü sorulan sınırlı sayıda kişi de bunun, “örneklem” adı verilen bir kümesidir. Ama sizin seçildiğiniz bu örneklem rassal mıdır acaba? Kesinlikle değildir. O gün yolu oraya düşmeyen büyük çoğunluğun örnekleme seçilme şansı yoktur. Dolayısıyla seçme işlemi yalnız o sırada oradan geçenler arasından yapılmıştır. Hatta daha da ileri giderek, “Oradan geçen herkese eşit şans tanınmış mıdır?” diye sorabiliriz Bu bile kuşkuludur. Araştırmayı yapmakla görevli kişi, yalpalayarak yürüyen bir sarhoşu ya da o sırada ağlayan çocuğunu oyalamaya çalışan birini bu iş için uygun bulmayabilir. Bu da seçimin rassal olmasını engeller.

Kamuoyu araştırmasının konusu, yaklaşan seçimlerde seçmenin hangi partiye ne oranda oy vereceğini

kestirmek olsun. Burada önemli olan, seçilen örnek-
lemin, seçmen kütlesini iyi temsil etmesidir. Başka bir
deyişle amaç, seçilen örneklemdaki oy dağılımının, se-
çim sonucunu aynen olmasa da, dar bir aralıkta doğru
kestirmesidir. Eğer örneklem rassal seçilmezse sonucu
doğru yansıtması beklenemez. Bu nedenle rassal seçim
yapmak gerçekten çok önemlidir.

**Araya girip bir şey sorayım: Dar aralıktan söz eder-
ken ne demek istiyorsunuz?**

Çok güzel bir soru Ceci ama bunun ayrıntısına gi-
rersek bu konuşma İstatistik ya da Araştırma Yöntemle-
ri dersine döner. Böyle bir ders alırsanız ayrıntılar size
anlatılacaktır. Orada hem tahmin aralığını hem de bu-
nunla yakından bağlantılı güven düzeyi kavramlarını
tanırsınız. Hangi tahmin aralığı ve güven düzeyi için
ne büyüklükte örneklem seçilmesi gerektiğini hesapla-
mayı bile öğrenebilirsiniz. Ben şu kadarını söyleyeyim,
dar aralık derken, bir partinin önümüzdeki seçimlerde
alacağı oyların en az ve en çok ne kadar olacağını bul-
maktan söz ediyorum. İşini ciddiye alan araştırma ku-
rumları buldukları sonucu, artı-eksi yüzde birkaç puan
aralığında verir.

**Tamam da hiç olmazsa bunların neden önemli ol-
duğunu söyleyemez misiniz?**

Siz tahmininizde elbette hata payınızı daraltmak
istersiniz ama bunun için örnekleminizi büyötmek zo-
runda kalırsınız, bu da araştırmanızın maliyetini arttı-

rır. Tekrar edeyim, örnekleminiz rassal değilse ne kadar büyük örneklem alırsanız alın hata payınızı önceden hesaplayamazsınız.

Rassal örnekleme dediğiniz rasgele örnekleme mi?

“Rassal” yerine “rasgele” diyenler de var ama bunun yanıltmaya yol açabileceğini belirtelim. Rasgele deyimi-ni, çoğunlukla avcılar, balıkçılar birbirlerine şans dilemek için kullanır. Oysa bize doğru bilgi edinmek için güvenilir bir yöntem gerekiyor. Bu yüzden kullanacağımız yönteme “rastlantısal” ya da bunun kısaltılmışı olan “rassal” örnekleme dememiz daha uygun olur. Dikkat ettiyseniz, seçme işlemine “örnekleme” diyoruz, anakütle içinden seçtiğimiz kümeye ise “örneklem” adını veriyoruz.

Rassal örneklem seçmenin iki temel özelliğinden biri, anakütledeki her birimin (bu örnekte her seçmenin) örnekleme girme şansının eşit olması, öbürü de her seçmenin ötekilerden bağımsız seçilmesidir. Yani rassal olarak bir adres seçip o adresteki bütün seçmenleri örnekleme katmamız doğru olmaz. Çünkü bu durumda aynı adresteki seçmenler birbirinden bağımsız seçilmiş sayılmaz, bu da tahminin çarpıtılmasına yol açabilir.

Şunu biraz basitleştirebilir misiniz? Ben anlamadım.

Peki, şöyle söyleyeyim o halde. Eskiden yılbaşı geceleri evde oynanan tombala, basit bir rassal sayı çekme işlemidir. Aslında yazı-tura, tavla, iskambil oyunları da, temelinde rassal çekim olan oyunlardır. İyi karıştırılmış

tombala pulları ya da iskambil kâğıtlarının, hilesiz paranın, “zar tutmadan” atılan zarın rassallığı sağladığı düşünülür. Önemli olan, bozuk paranın her iki yüzüne, zarın altı yüzünden her birine, her tombala puluna, her iskambil kâğıdına eşit şans tanımaktır. Çeyrek yüzyıl kadar önce Kıbrıs’ta bir noterin kol çevirerek çalıştırdığı rassal sayı makinesi kullandığını görmüştüm. Ortaklaşa kurulan sitelerde hangi evin hangi ortağa verileceğini belirlemede işe yarıyordu. Günümüzde rassallık iki yolla sağlanmaya çalışılır: Ya yılbaşı geceleri televizyonda gösterilen çekilişlerdeki gibi özel tasarlanmış bir düzene kullanılır ya da rassal sayı türetmek için özel olarak kodlanmış programlar bilgisayara yüklenir.

Uygulamada istenen rassallık sağlanabiliyor mu?

Birkaç gerçek yaşam örneği vereyim. ABD’de 1936 başkanlık seçimleri yaklaşıyordu. Büyük bunalımın sekizinci yılına girilmişti. Demokrat Parti adayı Franklin Roosevelt, *Yeni Düzen (New Deal)* adı altında, yaşlıların, engellilerin sosyal güvenlik kalkanağıyla korunması, işsizlik yardımı ödenmesi gibi önlemleri savunuyor, düşük gelirli kesimlerin desteğini istiyordu. Cumhuriyetçi Parti’nin adayı Alfred Landon, bu işlerin etkin yürütülmediğini, vergi ödeyenlerin parasının çarçur edildiğini ileri sürüyordu.

O sıralarda adından çok söz edilen *Literary Digest* adlı dergi, 1916’dan beri yapılan seçimlerde sonuçları doğru kestirmekle ün yapmıştı. Bu seçimler için oy tercihini öğrendiği kişi sayısı bütün eyaletlerden toplam 2,4

milyon kadardı. Dergi, Landon'un seçimi %57 oy oranıyla kazanacağını açıkladı. Buna karşılık, George Gallup'ın bir yıl önce kurduğu araştırma şirketi, rassal seçtiği 50.000 kişilik anket sonucunda seçimi Roosevelt'in kazanacağını duyurdu. Seçimin sonucu şöyle oldu: %60,8 Roosevelt, %36,5 Landon. Bu tarihten sonra Gallup araştırma kuruluşu dünya çapında ün kazandı.

Derginin örnekleme daha büyük olduğu halde sonucu tutturamamış! Neden?

Derginin, ülkedeki bütün telefon rehberlerinden (gençler bilmeyebilir, eskiden her kentte telefon rehberi adlı kalın bir kitap olur, telefonu olan herkesin adı, adresi onun içinde yer alırdı), edebî ya da siyasi dergilerin abonelerinden, çeşitli sosyal kulüp ve derneklerin üyelerinden oluşan 10 milyon dolayında adres içeren bir havuzu vardı. Dergi, bunların her birine (evet, her birine) oy pusulasına benzer bir kâğıt göndermiş, buna kime oy vereceklerini işaretleyip geri yollamalarını istemişti. 2,4 milyon kişi de bu çağrıya uymuştu. Öteki araştırma kuruluşu Gallup ise 50.000 kişiyi rassal seçmiş, her biriyle yüz yüze ya da telefonla konuşarak oylarını öğrenmişti.

Örneklem seçiminde derginin rassal örneklem seçimi yapmaması, bu kadar hatalı bir kestirime yol açan en önemli nedendir. O tarihlerde telefona sahip, edebî ya da siyasi dergi okuyan, sosyal derneklere ya da kulüplere üye olabilen kimseler çoğunlukla üst düzey gelir grubunda yer alırdı. Dolayısıyla dergi farkına varmadan bütün seçmen-

ler arasından değil, büyük ölçüde üst gelir grubu içinden örneklem çekmişti. Buna ek olarak görüşü sorulan 10 milyon kişiden 2,4 milyonu yani her 100 kişiden ancak 24'ü yanıt vermişti. Yanıta gerek duymayanların oranı dörtte üçten çoktu. O iktisadi bunalım döneminde kimlerin yanıt vermekle uğraşmayacağını düşünebilirsiniz.

Böyle başka örnek var mı hocam?

Olmaz olur mu? 1970'te ABD'de 1950 doğumlu gençlerden kimlerin Vietnam'a savaşıma gönderileceğini belirleyecek ad çekme işlemi, canlı TV yayınında isteyen herkesin seyredebileceği biçimde yapıldı. Bu işlemin kapalı kapılar ardında yapılmasının kayırma yapıldığı iddialarına yol açmasından çekinilmişti. Genelkurmay başkanlığından üst rütbeli iki subay, kameralar önünde, 1 Ocak'tan başlayıp 31 Aralık'a kadar olan 366 günün (1950'de Şubat 29 gündü) her birini ayrı ayrı küçük kâğıtlara yazıp birer minik kapsüle koyarak büyük bir cam kabın içine attılar. Karıştırdıktan sonra bir kapsülü çekip içinde yazılı günü okudular. Diyelim 4 Kasım çıktı. 4 Kasım 1950 doğumlu gençler Vietnam'a gidecekler listesine yazıldı. 1950 yılında her gün doğan kişi sayısı tam olarak biliniyordu. Gönderilecek asker sayısı tamamlanana kadar çekimler sürdü. Giden gitti, kimisi dönemedi, kimisi sakat kaldı, sağ salım dönenlerden bir bölümü kafayı sıyırdı. Sonradan hangi günlerin çekimde çıktığını inceleyen istatistikçiler çekimin rassal olmadığını, gidenlerin ağırlıklı olarak son aylarda doğanlar olduğunu saptadı. Evet, doğru tahmin ettiniz, kapsüller iyi ka-

rıştırılmamış, ilk aylar altta kalmış, kurada çıkmamıştı. Ocak 1950 doğumlu gençlerden hiçbiri Vietnam'a gitmemişti. Ertesi yıl bu iş için bilgisayardan yararlanıldı.

Türkiye'den verebileceğiniz örnek yok mu?

2007 sonlarında iki ayrı araştırma kurumu (KONDA ve TESEV), kadınlar arasındaki türban oranlarını birbirinden çok farklı gösteriyor, üstelik biri bu oranın son yıllarda düştüğünü, öbürü dört katına çıktığını belirtiyordu. Ciddi bir tartışma çıktı. Yorumcuların büyük bölümü kendi görüşlerine uyan sonucu beğeniyor, ötekini yanlış olduğunu söylüyordu. Seçim tahmininde gerçek sonuç sonradan ortaya çıkar. Ama bu örnekte kesin bilgiye ulaşamadığından hangi kuruluşun bulgularının gerçeğe daha yakın olduğu anlaşılamadı.

Türkiye'den bir başka örnek daha vereyim. 16 Nisan 2017 anayasa referandumu öncesi iki araştırma kurumundan GENAR "Evet" oy oranını %55, THEMİS %42,4 olarak tahmin etti. Yani biri yeni anayasanın %5 puan farkıyla kabul edileceğini, öbürü %7,8 puan farkıyla reddedileceğini bekliyordu. Sonuçta Evet %51,41 oldu. Yeni anayasa halkoyunda sadece %1,41 puan farkıyla onaylanmıştı. Gerçek durumun %50'ye yakın olduğu bu gibi örneklerde önceden doğru kestirim yapmak çok zordur. Her iki kurumun da aynı güven düzeyinde çalıştığı, ikisinin de $\pm$ %3 hata payı öngördüğünü varsayarsak, pek de başarılı oldukları söylenemez çünkü %52-58 ve %39,4-45,4 olan tahmin aralıklarının ikisi de gerçek sonucu (%51,14) içermiyordu.

İki araştırmanın da aynı günlerde yapılması, ikisinde de kararsızlar ile oy kullanmayacakların payının benzer olması gibi koşullardan söz edildiğini duymuştum. Bunlar neden, ne kadar önemli?

Seçim günü yaklaştıkça seçmenler hangi partiye oy verecekleri konusundaki kararlarını değiştirebilir, kararsızlar bir karara varabilir, oy kullanmayacaklarını düşünenler fikrini değiştirebilir. Bu değişiklik elbette iki yöne doğru da olabilir. Yani böyle seçmenlerin sayısı artabileceği gibi azalabilir de. Eğer iki araştırma aynı zaman diliminde yapılırsa bu konulardaki fiili durum her iki araştırma için de aynı olur. Yani iki kuruluş da aynı resme bakar. Araştırmalar farklı tarihlerde yapılırsa baktıkları resim değişebilir. Seçim tarihi yaklaştıkça tahminlerin doğruluğunun artacağı düşünülür.

Peki, bu araştırma kuruluşları rassal örnekleme nasıl seçer?

Bu başlı başına bir uzmanlık konusudur. Burada ele alınamayacak ölçüde geniş kapsamlıdır. Merak edenlere, biraz daha ayrıntılı bilgi edinmeleri için bir kaynak önereyim:

www.tuik.gov.tr/Kurumsal/Kaliteli_Bir_Arastirmanin_El_Kitabi

Ben bir şey sorabilir miyim? Sayılarla ölçme ne demek?

Sayılarla ölçmeye çalıştığımız şey ilgilendiğimiz konunun özüdür Viktor. Ölçeceğimiz şeyi doğru tanımlamazsak ölçme işi doğru olmayabilir. Bilmece gibi

oldu, kusura bakmayın. Diyelim ki kendi ağırlığınızı ölçmek için tartılmak istiyorsunuz. Kendi ağırlığınızı nasıl tanımlıyorsunuz? Tartılırken ayakkabınızı çıkaracak mısınız? Paltonuzu? Öbür giysilerinizi? Yemekten önce mi tartılırsınız, sonra mı? Bunlara karar verdikten sonra her tartıldığınızda aynı koşullarda ölçüm yapmalısınız. Öyleyse, her neyi ölçecekseniz, önce onun *amaca uygun tanımlanması* gerekir. Milli gelir, işsizlik oranı, günlük Covid-19 vaka sayısı, depremin şiddeti, ozon tabakasının kalınlığı gibi terimlerin herkes tarafından doğru anlaşılmasını sağlayacak tanımlar gereklidir.

Bir gün Nasreddin Hoca'ya sormuşlar: “Efendi! Sen bilirsin, şu dünyanın tam ortası neresidir?” Hoca sol ayağının bastığı yeri göstermiş: “İşte tam burası.” Gülüşmüşler: “Eğlenme! Merak ettik de soruyoruz!” “Eğlenmiyorum,” demiş Hoca. “İnanmıyorsanız ölçün.”

Memet Fuat, *Nasrettin Hoca Fıkraları*
T. İş Bankası, 2002, s. 122.

Bunu örneklerle açıklayabilir misiniz?

Covid-19 örneğini alalım. Sağlık Bakanlığı 11 Mart 2020'den başlayarak vaka sayısını her gün açıklıyordu. Çoğu insan bunu testi + çıkmış kişi sayısı sanıyordu. Dokuz ay böyle geçti. Günlük “vaka” sayısı 9 Aralık'ta 6.213 olarak açıklanmıştı, 10 Aralık'ta 31.712 diye verilince ortalık karıştı. O gün açıklanan “hasta” sayısı ise 5.918 idi. Daha sonra anlaşıldı ki, “vaka” diye duyuru-

lan sayılar meğer “hasta”ları, yani test sonucu + çıkınca hastaneye yatırılanları gösteriyormuş, “vaka” sayıları ise hastaneye yatmasına gerek duyulmayanları da içerecek biçimde tanımlanmalıymış. Aralık ayına kadar ülkemizde ne kadar az vaka var diye sevinliyorduk. Meğer onlar hastaneye yatanları gösteriyormuş, vaka sayısı ise sandığımızın beş katı kadarmış.

İkinci bir örnek olarak işsizliği ele alalım. Bu konuda “işsizlik oranı” ve “geniş tanımlı işsizlik oranı” denen iki kavram, birbirinden farklı sonuç vermektedir. İkisi arasındaki fark, geniş tanımın iş bulmaktan umudunu kesmiş, bu yüzden iş aramaktan vazgeçmiş kimseleri de içermesinden kaynaklanır.

Ölçmenin tanımı kadar, ölçme aleti de önemli değil mi?

Hem de nasıl! Banyonuzdaki baskül *doğru* tartıyor mu? Yani gösterdiği sayı, sizin kilonuz için *geçerli* mi? Ne kadar *hassas*? Yani *hata payı* ne kadar? Doğru (geçerli) ölçme ile hassas (az hatalı) ölçme aynı şey değil! En çok artı-eksi 50 gram farklı tartan bir baskül insan ağırlığı için yeterli hassaslıkta sayılabilir ama her seferinde iki kilo eksik gösteriyorsa, ne kadar hassas olursa olsun, doğru tartmıyordur ya da verdiği sonuç geçerli değildir. Sözelimi kişi başına gelir çok hassas ölçülebilir ama gelir dağılımı çarpıksa, bu ölçü de gelir düzeyini olduğundan yüksek gösterir. Şimdilik bu kadarını belirteyim ama isterseniz daha sonra bu konuyu ayrıntılı konuşabiliriz.

Ölçü birimi de sorun yaratabilir sanıyorum, yanlış mıdır?

Çok haklısın Viktor, ölçü biriminin de farkında olmalıyız. Bizde ağırlık ölçerken hep kg, ton kullanılıyor ama kimi ülkelerde başka ağırlık birimleri de var. “E, o kadarını da biliyoruz,” demeyin sakın, çünkü şurada olduğu gibi bilmeyenler çıkabiliyor. Sesten hızlı giden ilk yolcu uçağı *Concorde*’u hiç duydunuz mu? 1973-2003 arasında uzun hatlarda yolcu taşırdı. Britanya-Fransa ortak yapımıydı. İlk aşamada çeşitli bölümlerin tasarımı iki ülke arasında paylaşılmıştı. Bir süre sonra birbirlerinin çizimlerini gören taraflar pek de küçük olmayan bir şok yaşadı. Fransızlar ölçümlerde metrik sistemi kullanırken Britanyalılar kendi yarda ve inçlerinden şaşmamıştı. Neyse ki fazla geç kalınmadan fark edildi de sorun ortadan kalktı.

Ama işlerin yolunda gitmediği başka bir örnek üzücü bir sonla bitmişti. Britanya’nın çeşitli alanlarda metrik sisteme geçtiği ilk yıllarda bir hastanede hastaya verilecek ilacın dozu, mililitre (*ml*) yerine yanlışlıkla santilitre (*cl*) olarak kaydedilince ne yazık ki hasta yaşama veda etti.

Para birimiyle yapılan ölçümlerde de hep titizleniyorsunuz, bunu biraz açar mısınız?

İyi ki hatırlattınız. İçinde parasal tutar geçen bir yazı okurken bu sayının hangi para birimiyle (TL, ABD doları, Kanada doları, avro, sterlin, yen, yuan, rupi, pezo, riyal, ...) ölçüldüğüne dikkat etmek gerekir. Bu yetmez,

cari fiyatlarla mı, sabit fiyatlarla mı ölçülmüştür? Sabit fiyatlar kullanılmışsa hangi yıl temel alınmıştır? Bu sorulara verilecek yanıtlara göre sayılar çok farklı olabilir, dolayısıyla da bizi yanlış yoruma yönlendirebilir. Diyelim TL ile ölçülmüş gelir ABD dolarına çevrilmişse bu işlem hangi tarihteki kur üzerinden yapılmıştır? Sayılarla ilgilenirken bu gibi soruları kendinize de sorun. Yanıtları üzerinde düşünün. Sağduyunuza başvurun. Ne yapmak, neyi öğrenmek, ne konuda karar vermek istiyorsanız seçimlerinizi ona göre yapın.

Sabit fiyatlarla ya da cari fiyatlarla ne demek? Ben anlamadım.

Haklısın Erlin, şöyle açıklayabilirim. Beslenme uzmanları, ana-baba ile iki çocuktan oluşan bir ailenin bir haftada tüketeceği zorunlu besin maddelerinin miktarlarını belirlemiş olsun. Peş peşe iki hafta ailenin bu besinlere ödediği haftalık para tutarlarını hesaplayalım. Fiyat düzeyi aynı kalmışsa iki toplam eşit olur. Ama ödenen toplam tutar değişmişse, miktarlar aynı olduğuna göre, fiyatlar değişmiş demektir. Yeni fiyatlarla toplam tutar için “cari fiyatlarla” deyimini kullanılır. İlk haftanın fiyatlarıyla hesaplanan toplam, “sabit fiyatlarla” bulunmuş olur. İki toplam arasındaki fark enflasyondan kaynaklanır. Bu farkın ilk hafta toplamına oranı da “enflasyon oranı”dır.

Tabii bu tür başka karşılaştırmalarda hangi para biriminin kullanılacağı da önemlidir. Ülkede üretilen bütün nihai mal ve hizmetlerin parasal değerine

Türkiye'nin gayrisafi yurtiçi hâsılası (GSYH) denir. Bunun değeri TL ile ya da başka bir para birimi, sözgelimi dolar ile de ölçülebilir. TÜİK'in hesaplamalarına göre Türkiye'nin GSYH tutarı 2019'dan 2020'ye Türk parasıyla %17'ye yakın artmışken, Amerikan dolarıyla %6'ya yakın düşüş göstermiştir. Bu da Türk lirasının sözkonusu dönemde dolar karşısında hayli değer kaybettiği anlamına gelir.

Ölçebildiğini ölç, ölçemediğini ölçülebilir kıl.

Galileo Galilei

Bir sayı kümesini incelerken kullanılacak genel bir çerçeve var mı hocam? Yoksa veri türüne göre farklı mı yaklaşacağız?

Farkında mısınız, güzel sorular gelmeye başladı. Anlaşılan konuyu sevdiniz, ciddiye de alıyorsunuz. Bu da benim hoşuma gitmedi desem yalan olur. Veriler belli bir zaman diliminde yalnız o dönem için derlenebilir ya da zaman içinde sürekli olarak toplanabilir. Bunlardan ilkinde *yatay-kesit verisi*, ikinciye *zaman serisi* denir. Belli bir haftada 81 ilimizdeki Covid-19 vaka sayıları ilkinin, belli bir ilde haftalar boyunca kaydedilen vaka sayıları ise ikincinin örneğidir. Bu iki tür verinin bir araya getirilmesine, yani bütün illerde haftalar boyunca görülen vaka sayılarına da *karma* ya da *panel veri* adı verilir. Birkaç örnek daha ister misiniz?

Son genel seçime katılan her bir partinin aldığı oy oranları (yatay-kesit), 1946'dan bu yana bütün milletve-

kili seçimlerinin her birinde belli bir partinin aldığı oy oranları (zaman serisi), bu seçimlerin her birinde her bir partinin aldığı oy oranları (karma).

Takım sporlarından birinde o lige katılan takımların herhangi bir sezon sonunda kaçınıcı sırada yer aldığı (yatay-kesit), sizin takımınızın o sezon boyunca her hafta kaçınıcı sırada olduğu (zaman serisi), bütün takımların o sezonun her bir haftasında kaçınıcı sırada olduğu (karma).

Dünya ülkelerinin milyon \$ cinsinden son aydaki dış ticaret açıkları ya da fazlaları (yatay-kesit), Türkiye'nin son yirmi yıldır aylık dış ticaret açığı (zaman serisi), dünya ülkelerinin son yirmi yıldır aylık dış ticaret açıkları ya da fazlaları (karma).

Yani inceleme yönteminin veri türlerine göre değişebileceğini mi söylemek istiyorsunuz?

Evet, aynen bunu söylemek istiyorum. Herhangi bir yatay-kesit veri kümesinin dağılımı incelenerek, o konuda işe yarar bilgiler sağlanabilir. Zaman boyutunda sıralanan verilerde iki tarih arasındaki genel eğilim ve ardışık dönemler arası farklar önem kazanır. Bu tür verilerin derlenme aralıkları saat, gün, hafta, ay, üç-ay, yıl vb. olabilir. Ölçüm yıldan kısa aralıklarla yapılmışsa, veriler üzerinde mevsimin etkisi var mı diye bakılır. Varsa, bu etkinin yönü ve büyüklüğü de incelenebilir. Karma veriler hem yatay-kesit hem zaman serisi özelliklerini ortaya çıkaracak yöntemlerle ele alınır.

Bunların ayrıntılarına girmeyeceksiniz umarım.

Yok, hayır girmeyeceğim. Ama ölçmenin çeşitli düzeyleri olduğunu vurgulamak isterim. En basit ölçme düzeyi, bir şeyleri belli bir özelliğin türlerine göre öbeklere ayırmaktır. Buna *Ad Ölçeği* diyoruz. Burada öbekler kendi aralarında istenildiği gibi sıralanabilir. Hangi okula gidiyorsun? Hangi müzik türünü seviyorsun? Sonra *Sıra Ölçeği* gelir, bu kez öbeklerin arasında belli bir sıra vardır Kaçınıcı sınıftasın? Şu ürünü bir dene bakalım, ne kadar beğeneceksin? Bir üst düzeyde ölçüm *Eş-aralık Ölçeği* ile yapılır. Bir adım daha ileri gidilmiş, ölçüler arasına eşit uzaklıklar konmuştur. Hangi yılda doğdun? Ateşini ölçelim, bakalım kaç derece? *Oran Ölçeği* en üst düzeyde ölçüm yapar. Boyun kaç? Kaç kilosun? Yol kaç km?

Nâzım'ın şiirinde sayıların yer aldığı kimi dizelere bir kez daha göz atalım. İnanılabilir gibi değil ama uygulamada kullanılan bu dört ölçme düzeyinin dördü de şu dizelerde yer almıştır.

dünya savaşı: 1

dünya savaşı: 2

14'ten 18'e, 39'dan 45'e 10 yıl 54 milyon ölü

45 milyon sakat

yeryüzünde yuvarlak hesap şimdilik 2,5 milyarız

% 50'miz aç

62'de atomlu atomsuz silahlanma yarışı 120 milyar dolar yılda

10 yılda 1200 milyar dolar

Burada hangi sayı hangi ölçekte ölçülmüş?

Her birini örnekle gösterelim. Önce ortadaki iki dizeyi alalım. Burada dünya nüfusu, aç-tok diye ikiye ayrılmıştır. Bu ayırım herhangi bir sayısal ölçmeye dayanmayıp adla belirtildiği için *Ad Ölçeği* kullanılmış diyoruz. Şiirde geçen “54 milyon ölü / 45 milyon sakat” dizeleri de savaşın insan yaşamı üzerindeki zararlı etkilerine göre bu ölçekle gruplanmıştır. “Sağlam kalanlar” diye üçüncü bir ayırım daha düşünülebilir ama o savaşları sakat kalmadan atlatabilenler ne kadar sağlam sayılabilirse!

Nâzım’ın “dünya savaşı 1 / dünya savaşı 2” dediği şey Birinci ve İkinci Dünya savaşıdır. Zaman içinde sıraya dizilmişlerdir. Bu sayılar *Sıra Ölçeği* ile ölçülmüştür.

Peki, öteki ölçekler?

“14’ten 18’e, 39’dan 45’e” dizesi yıllardan söz eder. 1914-1918 ve 1939-1945 arasını kasteder. Yıl sayıları *Eş-Aralık Ölçeği*ndedir. Art arda her iki yılbaşı arasında eşit uzaklık vardır. Şimdi siz her yıl eşit değil diye karşı çıkarsınız, doğrudur ama hemen her zaman bunlar eşitmiş gibi davranırız. Başlangıç ve bitiş yıllarının farkını alarak savaş sürelerini hesaplayabiliriz. Ama bu yıl sayılarını toplamak, birbirine oranlamak bir anlam ifade etmez.

Şiirin son dizelerindeki 120 ve 1200 milyar dolar *Oran Ölçeği*yle ölçülmüştür. Bunlar toplanabilir; biri ötekine bölünerek 10 katıdır denebilir.

Bunları biraz açar mısınız?

Ad ölçeğiyle başlayalım. Kişiler, eşya, bitkiler, olaylar, bölgeler, gelirler, trafik kazaları gibi akla gelebilecek her olguyu belli özelliklerine göre öbeklere, kümelere, sınıflara, gruplara ayırma bir tür ad vererek ölçme işidir. Her gözlem sadece bir grupta yer almalı ve mutlaka bir gruba girmeli, açıkta kalmamalıdır. Her bir kümenin adı, ilgili özelliğin alabileceği değişik değerleri yansıtır. Çalışan kişiler, konumlarına göre mavi, gri, beyaz yakalı işçi, serbest meslek sahibi, işyeri sahibi, işveren diye ayrılabilir. Ayırımların türü ve sayısı çözümlemenin amacına göre değişebilir. Sözelimi işçi sınıfı-kapitalist sınıf ayrımı Marksist bir kavramdır. İnsanlar, medeni durumlarına göre evlenmemiş, evli, dul, boşanmış gibi kümelere ya da işgücüne katılmayan, çalışan, iş arayan, iş aramaktan vazgeçmiş olanlar gibi kümelere de bölünebilir. Kullanımda olan akıllı telefonlar markalarına göre nasıl dağılmıştır? Salgın günlerinde Covid-19 testi yaptırdın mı, yaptırmadın mı, yaptırdıysan sonuç + mı çıktı – mi, aşı oldun mu olmadın mı hep ad ölçeğiyle yapılan sorgulamalardır.

Tamam, anladık, bunlar saymakla bitmez. Ama bunun sayılarla ilgisi ne?

Kusura bakmayın, kaptırıp gitmişim. Bu ayırımlar sayılarla ölçülmeyen özelliklere bakılarak yapılır ama her gruba giren gözlem sayısı bilinir. Nâzım'ın şiirindeki “54 milyon ile 45 milyon” ölenlerle sakat kalanların *sıklık sayılarıdır* (bunlara *frekans* da denir). Bu ölçekte

yalnız bu tür sayılar vardır, yapılabilen sayısal işlemlerde de yalnız sıklık sayıları kullanılır. Bunların toplam içindeki payları hesaplanabilir. Nâzım'ın “% 50'si aç” deyişi bunun bir örneğidir. Bu sayılar karşılaştırılarak birtakım yargılara varılabilir. 2011 *Occupy Wall Street* (Wall Street İşgali) hareketinin “*We are the 99%*” (O %99 biziz) sloganı tam da bu karşılaştırmayı yapar. Sıklık sayısı en kalabalık olan değere *en-sık-değer* denir. Cumhurbaşkanı ya da belediye başkanı seçimlerinde seçimi kazanan adayın oy sayısı, herkesin bildiği bir *en-sık-değer* örneğidir.

Covid-19 salgını sırasında Şubat 2021'de açıklanmaya başlanan “illere göre (nüfusun yüz binde biri cinsinden) haftalık vaka oranları” da ad ölçeğindeki *görelî sıklık sayılarına* örnektir. Yalnız bunlar tekil kişi sayılarıyla değil, illerin 18 yaş üstü toplam nüfusuna bölünerek bulunan oranlardır. Burada il adları yerine il plaka numaraları da verilebilir ama bu plaka sayıları ad işlevi görmekten ileri gitmez, yani bunlarla herhangi bir aritmetik işlem yapılmaz. Sporcuların sırt ya da göğüs numaralarıyla da hiçbir işlem yapılmadığını biliyoruz. İkili ayırmalarda, sözgelimi yukarıdaki dizelerde, açlar 0, toklar 1 ile gösterilebilir. Böylece *yapay* (ya da *kukla*) bir değişken yaratılır. Bu sayılar işlemlerde kolaylık sağlar ama bunlar kümelere verilen birer addan başka bir şey değildir.

Siz şimdi bütün bu ölçekleri tek tek anlatırsınız değil mi?

Hayrola, sıkıcı mı geldi? Eğer öyleyse anlatmam ama dinlemek isterseniz işinize yarayan şeyler söyleyebilirim sanıyorum. Beğenmezseniz hemen konuyu değiştirebiliriz. Dinlemek istediğinize eminseniz başlayalım.

Başlayalım bakalım hocam.

Ad Ölçeği ile ölçmede “doğal bir sıralama yok” vurgulamasına dikkat etmişsinizdir. Bu düzeyde ölçme, öbeklerin her birini sadece ad vererek öbürlerinden ayırır, yalnızca farklılıklarını vurgular. Bu grupların sıralanmaları bir kurala bağlı değildir.

Ben yine de örnek vermenizi rica ediyorum.

Sözgelimi futbolseverleri tuttukları takımlara göre gruplayan şu araştırmaya bir göz atalım: www.haber-turk.com/spor/futbol/haber/1210919-turkiyenin-en-kapsamli-taraftar-arastirmasi

2016’da yapılan bu araştırmada 81 ilden 2.145 katılımcıya hangi takımı tuttuğu sorulmuş, alınan yanıtlara göre çeşitli takım taraftarlarının sayısı belirlenmiş, bunların toplam içindeki payları hesaplanmıştır. Takımlar arasında tek bir doğal sıralama yoktur. İsteyen takımları adlarına göre abece sırasına koyar, isteyen son sezondaki başarılarına göre sıralar, isteyen taraftar oranının büyüklüğüne göre sıraya dizer.

Bu oranları bildiğinizde, sizin takımın rakip takımlara göre ne kadar önde ya da arkada olduğunu bulabi-

lirsiniz. Aradaki farkı yüzde cinsinden belirleyebilirsiniz. Daha önceki ya da sonraki yıllarda yapılmış benzer araştırmalar bulursanız, zaman serisi verilerine bakarak durumun değişip değişmediğini, değiştiyse ne yönde ne kadar değiştiğini izleyebilirsiniz.

Niye denekleri iki ya da daha çok özelliğe göre değil de tek bir özelliğe göre ayırıyoruz?

Harika bir soru Berivan. Elbette dediğin gibi yapabiliriz. Taraftar araştırmasındaki kişilere yaşları, eğitim düzeyleri gibi başka sorular da sorulmuş, her takımın taraftarının bu özelliklere göre dağılımları da saptanmıştır. Böylece elde edilen verilerle, her takım taraftarının yaş ya da eğitim düzeyi dağılımları da ortaya çıkarılabilir. Takımlar arasında bu özellikler bakımından benzerlik ya da farklılıklar belirlenebilir.

Covid-19 testini yaptıranları, “aşı olanlar-olmayanlar” ve “test sonucu + ya da – çıkanlar” diye iki ayrı özelliğe göre dörde ayırabiliriz. Dört grubun sıklık sayılarından yararlanarak aşı olmanın Covid-19’a karşı ne ölçüde koruyuculuk sağladığını anlayabilir, böylece aşı olanın olmayanlara göre ne kadar korunduğunu, bir başka deyişle aşının etkililiğini belirleyebiliriz.

Ad ölçeğiyle ölçülen değişkenlerin sıklık sayılarından anlamlı sonuçlar çıkarılamaz mı?

Çıkarılır tabii, sayıların burnunu sokmadığı yer yoktur. Bu ölçümlerde ortalama büyüklükler hesaplanamaz. Aç ile tokun, ölenle sakat kalanın, sizin favori

film yıldızınızla benimkinin ya da işçi ile kapitalistin ortalaması ne olabilir ki? Bu yüzden böyle değişkenler çözümlenirken ortalamadan hiç söz edilmez.

Böyle bir örnek verebilir misiniz?

Covid-19'a karşı geliştirilen bir aşının ne kadar etkili olduğunun hesaplarken böyle bir örnek kullanabiliriz. Bir aşının koruyucu etkisini anlayabilmek için *dene- timli deney* yapılması gerekir. Covid-19 salgını sırasında Sağlık Bakanlığı bilim kurulu üyesi Prof. Dr. Serhat Ünal'ın Aralık 2020'de açıkladığına göre böyle bir deney düzenlenmiş, aşının uygulanacağı gönüllülerden sağlıklı olanlar seçilip bir bölümüne gerçek aşı, bir bölümüne yalancı aşı (*placebo*) uygulanmıştır. Kime hangi aşının uygulanacağı rassal olarak belirlenmiş, ama kime hangi tür aşı yapıldığı kimseye açıklanmamıştır.

Denetimli deney tam bir körler-sağırılar ortamı gibi mi?

Aynen öyle, zaten buna İngilizcede “*double-blind*” (çifte-kör) nitelemesi yakıştırılır. Denetimli deneylerde gerçek ve yalancı aşılarından hangisinin kullanıldığını ne aşı olan bilir, ne aşığı yapan.

Testler tamamlanınca + çıkanların sayısını, toplam gönüllü sayısına bölersek bir oran buluruz. Şimdi gerçek ve yalancı aşı olanlar için bu oranları ayrı ayrı hesaplayıp karşılaştıralım. Bu oranlar eşitse, iki yüzdenin birbirine oranı 1 çıkar; gerçek aşının koruyuculuk bakımından yalancıdan hiç farkı olmadığı görülür. Ama virüse yakalananların oranı, gerçek aşı olanlar içinde düşük, ötekilerde

yüksek çıkarsa aşının koruyucu olduğu anlaşılır. Gerçek aşıda + çıkma yüzdesini, yalancı aşıdaki yüzdeye bölelim. 1'in altında olmasını beklediğimiz bu sayı sifıra ne kadar yakınsa, başka bir deyişle 1'den ne kadar uzaksa, gerçek aşının virüsten koruma etkisi de o kadar yüksektir.

Peki, bilim kurulu bu oranları kaç bulmuş?

Bilim kurulu üyesinin 2020 Aralık sonlarında açıkladığı verilere göre 1.322 gönüllüden rassal seçilmiş 752'sine gerçek, geri kalan 570'ine de yalancı aşı uygulanmıştır. Aradan en az iki hafta geçtikten sonra her birine test yapılmış, 29 kişinin test sonucu + çıkmıştır.

Yani 29'u 1.322'ye bölerek virüsün toplumda bulaşma oranını buluruz, değil mi?

Düşünme yönteminiz doğru. Ancak ufak ama önemli bir ayrıntı var. Bu oran toplumdaki değil, denekler arasındaki bulaşma oranıdır; bütün toplumdaki bulaşma oranını iki nedenle doğru yansıtmaz. Birincisi, bu denekler gönüllü olmuş, yani rassal seçilmemiştir. İkincisi, gönüllülerden sağlıklı olmayanlar deneye alınmamıştır. Dolayısıyla deneklerin toplumun geri kalanından daha sağlıklı oldukları düşünülebilir. Bu yüzden bu deneydeki bulaşma oranı, bütün toplumda geçerli olan oranın altındadır diyebiliriz.

Peki, bu deneyde aşının koruyucu gücü ya da etkililiği ne kadar?

Şöyle düşünelim. Deneye katılan bütün gönüllüler arasında virüs bulaşma oranı $29 / 1.322 \approx \%2$ yani yak-

laşık %2 kadar. Gerçek aşının yalancı aşından hiç farkı olmasaydı her iki grupta da bulaşma oranı %2 kadar olurdu. Bir bakalım acaba öyle mi, değil mi? Aynı değilse gerçek aşının koruyucu etkisi ötekine göre ne kadar daha yüksek? Asıl bulmak istediğimiz bu!

Test sonucu + çıkan 29 kişiden 3'ü gerçek, 26'sı yalancı aşı olanlardır. Test sonucu + çıkanlar:

Gerçek aşı olanlarda: $3 / 752 \approx \%0,4$ (~binde 4)

Yalancı aşı olanlarda: $26 / 570 \approx \%4,6$ (~binde 46)

Gerçek aşı olan her bin kişiden 4'ü, yalancı aşı olan her bin kişiden 46'sı virüse yakalanmış. Gerçek aşıda bulaşma oranı epeyce düşük, demek ki aşının koruyucu etkisi var. Ama ne kadar? Gerçek aşıyla yalancı aşının koruyucu güçleri farksız olsaydı, bu sütundaki iki oranın %2 dolayında birbirine yakın olması gerekirdi, başka bir deyişle iki oran birbirine bölününce sonucun 1'e yakın çıkması beklenirdi. Bulduğumuz sayılarla bölme işlemini yaparsak bu oran, $4 / 46 \approx \%8,7$ kadardır. Öyleyse gerçek aşı olanlar arasında virüsü kapalı kişi sayısı, yalancı aşı olup da virüs kapalıların yüzde 9'undan azmış. Bu demektir ki $\%100 - \%9 = \%91$. Böylece gerçek aşının koruyucu etkililiğini %91 dolayında bulduk.

Profesörün adını unuttum, onun bulduğu oranı biliyor muyuz?

Bilim kurulundan Prof. Ünal aşının *etkililik oranını* %91,25 olarak duyurmuştu. Ben aynı işlemi bir kez de yuvarlatılmamış sayılarla yaptığımda %91,25'e çok ya-

kın bir sayı buldum. Anlaşılan burada yuvarlatma hatası pek önemli değilmiş.

Şimdi bu örneğimizde bir şeye dikkatinizi çekmek isterim. Ad ölçeğinin sıklık sayılarına uygulanmış bu çözümleme yöntemi gerçekten etkileyicidir. Yalnız bir noktanın altını çizeyim. Bu sonuç, hekimlerin deyişiyle “ikinci evre” sonucudur. Aşının geliştirildiği ilk evrede az sayıda denekle ciddi yan etkiler araştırılır. Aşının yaygın uygulanmaya başlandığı üçüncü evrede ise koruyucu etkisinin daha düşük bir değere doğru kayması kaçınılmaz. Gerçekten de Hacettepe Üniversitesi Mart 2021 başlarında, aynı aşının 3. evre etkililiğinin %83,5 olduğunu açıkladı. Bu oranın hafif rahatsızları içerecek biçimde hesaplandığı, aşının hastaneye yatışı engelleme gücünün %100 olduğu bildirildi.

Sizde sayılara aşırı bir hayranlık var gibi geliyor bana hocam, yanılıyor muyum?

İyi ölçülmüş, ne anlama geldiği iyi anlaşılmış sayılar herkeste hayranlık uyandırır arkadaşlar. Sayılara iyi davranırsanız, gelir elinizden yem bile yerler; işkence yapmadan onları konuşturmayı bilerseniz, sizinle konuşurlar. Biliyorum, şimdi sayılara işkence yapmak da ne demek diye sorarsınız. Onlara söyleyemeyeceklerini zorla söyletmek demek. Denetimli deneyi anlatırken test sonuçlarından %2 kadarının + çıktığını konuşmuştuk. Bunu toplum içindeki bulaşma oranıymış gibi yorumlamak sayılara işkence etmenin bir örneği olarak sunulabilir. Yine aynı deneyden başka bir örnek vere-

lim. Gönüllüleri gerçek ve yalancı aşı gruplarına ayırırken rassal değil de gelişigüzel seçim yapar da çıkacak sonuçları aşının koruyucu etkisini hesaplama da kullanırsanız, burada da sayılara söyleyemeyecekleri şeyleri zorla söyletmiş olursunuz. İşte bu da sayılara işkence yapmak anlamına gelir.

Darrell Huff *İstatistikle Nasıl Yalan Söylenir* adlı kitabında şu örneği veriyor: ABD metrik sisteme geçme kararı alınca Gallup araştırma şirketi rassal seçilmiş bir örnekleme “üniversite mezunu kadın ve erkeklerin yüzde 33’ünün metrik sistemin adını bile duymamış olduğunu öğrendi. Sonra bir pazar gazetesi okurlarının yüzde 98’inin metrik sistemi bildiğini açıkladı. Okurlarının genel ortalama göre ‘ne kadar daha bilgili’ olduklarıyla övündü... Gazete kuponlar yayımlamış ve okurlarından bunları kesip doldurarak postalamalarını istemişti.” Gazetenin seçtiği örneklem rassal değildi, bulunan sayılar işkence altında zorla konuşturulmuştu.

Yine aynı kitaptan başka bir alıntı:

Hindistan’a yeni gelmiş hevesli genç bir Britanyalı memura, yaşlı bir yargıç şunu söyler: “Biraz yaşlanınca Hint istatistiklerini bu kadar güvenle kullanamayacaksın. Hükümet bu sayı yığınınını fazla önemser, onları derler, toplar, *n*’inci kuvvetlerini alır, küp köklerini bulur, harika çizimler yapar. Ama en başta, bu sayıları köy korucusunun canı nasıl isterse öyle yazdığını hiç aklından çıkarmayasın.”

Bu %91,25 koruyuculuk düzeyinin genel toplum için de geçerli olduğunu söyleyemeyiz gibi geliyor bana, doğru mu?

Evet, doğru anlamışsın Ceki çünkü örneklem rassal seçilmemiş. Bu sonuç ancak sağlıklı ve aşı deneyine gönüllü katılanlar için geçerli olabilir. Denekler rassal seçilmemişse, deneyden elde ettiğiniz sayılar asıl ilgilendiğimiz topluluğa ilişkin bilgi vermez, veremez, çünkü bu bilgi onlarda yoktur. Eğer seçilen denekler, teknik deyimle, *rassal seçilmiş örneklem* değilse, anakütleyi şu ya da bu yönde yanlış yansıtabilir. Bu örnekteki anakütle nedir? Önce bunu belirlemek gerekir. Ülkede yaşayan herkes mi? Virüsün çocuklara pek bulaşmadığı doğruysa, belli bir yaşın üstündeki herkes mi? İşte örneklem, bu anakütlenin konuyla ilgili özelliklerini yansıtacak biçimde seçilmelidir. Bu örnekte virüsün bulaşma oranını etkileyebilecek etmenleri de düşünmeniz gerekir. Yaş, cinsiyet, kronik rahatsızlık vb. özellikler bulaşma oranında değişiklik yaratabilecek gibiyse, örnekleme seçeceğiniz kişiler arasında bu özelliği taşıyan kişi oranlarının, toplum içindeki oranlarla olabildiğince yakın olması gerekir. Ancak o zaman sayılar size genel topluluk hakkında doğruya yakın bilgi verebilir.

Peki ama ikinci aşamada hangi aşının uygulandığı deneklerden neden saklanıyor?

Anlatayım. Gerçek aşı olduğunu bilen denek yaşamında daha pervasız davranırken, ötekiler daha korumacı davranabilir. Bu da bulaşma oranını etkileyen bir neden oluşturur. Aşı türü dışında başka bir neden koruyuculuk oranını değiştirmemelidir. Bu bilginin aşığı uy-

gulayanlardan saklanması nereden ise istemeden de olsa ağızlarından kaçırma riskini ortadan kaldırmaktır.

Burada Sinovac aşısının etkililiğinden söz ediyorsunuz değil mi?

Evet, o tarihte Türkiye’de başka aşı yoktu. Daha sonra Dünya Sağlık Örgütü (WHO), değişime uğrayan virüs karşısında BionTech aşısının daha etkili olduğunu açıkladı. Merak edenler, www.who.int bağlantısından BionTech aşısının etkililiği konusunda istediği bilgilere ulaşabilir.

Bu örnekte %91,25 bulunca aşının koruyucu etkisi yüksek dedik. Bu sayı için herhangi bir alt sınır konabilir mi? O sınırın altına inilince, etki pek de yüksek değilmiş diyebilir miyiz?

Bu soruyu çok beğendim. Ben de bu konuya girmeyi düşünüyordum ama sizi sıkar mıyım acaba diye içim rahat değildi. Sorduğunuza göre anlatayım bari. Test sonucu + çıkan 29 kişi var. Bu 29 kişi, kuramsal olarak, gerçek ve yalancı aşı olanlar arasında 0-29, 1-28, 2-27, ..., 28-1, 29-0 gibi değişik biçimlerde ortaya çıkabilirdi. Gerçek aşı olanlardan hiç kimsenin test sonucu + çıkmazsa, aşının koruyuculuğu %100’dür. + sayısı 1, 2, 3 diye büyüdükçe aşının koruyuculuğu azalır. Az önce 3 tane + test sonucu için yaptığımız hesapta aşının koruma gücünü %91,25 bulmuştuk. Şimdi 3 yerine 0’dan başlayıp 1, 2, 3, ... sayılarını koyarak yeniden yaparsak, şu sonuçları buluruz:

Gerçek aşıda

+ test sayısı:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	16	16,5
Koruma (%):	100	97,3	94,4	91,25	87,9	84,2	80,2	75,9	71,1	6,7	0

Demek ki gerçek aşı olanlardan yalnız 1 kişinin test sonucu + çıksaydı koruyuculuk %97,3'e; 2 kişide %94,4'e düşecekti. 3'te %91,25 olduğunu daha önce bulmuştuk; 4'te koruma gücü ise %87,9'a düşüyor. Sonraki + sayılarında koruma gücü düşmeyi sürdürüyor, 16'da ancak %6,7 olabiliyor. 16,5'te ise koruyuculuk diye bir şey kalmıyor; ha yalancı aşı, ha gerçek aşı, ikisi de hiçbir koruyucu güç taşımıyor. Daha büyük sayılarda koruma oranı eksi işaret alıyor. Bilim kurulunun deneyinde çıkan 3 sayısı bu sıralamanın neresinde? Elbette hayli güçlü bir koruyuculuk düzeyindedir. + sayısı 8'e yükselse bile koruma oranı %71'in üstündedir. Kısacası 3 tane + test sonucu, 0, 1, 2 kadar olmasa da öbür bütün sonuçlardan daha iyidir.

Yukarıda değinilmeyen şu bilgiyi de vereyim, aşının koruyuculuk gücüne olan güveninizin sınırını kendiniz belirleyin. Gerçek aşı olanlardan 11 kişinin test sonucu + çıkarsa aşının koruma gücü %54'e, 12 kişide %46'ya kadar düşüyor. Dileyen bu sınırı 16'ya kadar bile götürebilir. Çünkü o durumda bile aşı olma tercihi, olmamaktan azıcık da olsa daha üstündür.

İnsanları tamsayılarla değil de 16,5 gibi buçuklu sayılarla göstermek saçma değil mi?

İlk bakışta saçma ama şöyle düşünün: Gerçek aşının koruyuculuk etkisinin, yalancı aşınıninkine eşit olması

için, iki aşı türünde de testi + çıkanlar oranınının ~%2 olması gerektiğini bulmuştuk. Bu eşitliği hassas olarak sağlamak için, testi + çıkan 29 kişiyi gerçek ve yalancı aşıllılar arasında 16,49722 ve 12,50378 diye ayırmamız gerekirdi. Yine de insaflı (!) davranıp bu sayıları 16,5 ve 12,5 diye yuvarlatarak bir insanı bu derece hassas parçalamadığımız bile söylenebilir.

Britanya'da 1840'lardan 2000'li yıllara kadar yayımlanan ünlü bir mizah dergisi vardı. *Punch* (Yumruk) adlı bu dergide 1970'lerde şu anlamda bir cümle yayımlanmıştı: Son istatistiklere göre Birleşik Krallık'ta aile başına çocuk sayısı 1,76'dır. Biraz gayret edin de şunu 2'ye çıkaralım.

Tek bir deneyle %90'dan yüksek koruyucu güç olduğunu gördük. Peki, başka deneyler yapsak yine aynı etki düzeyini bulamazdık herhalde değil mi?

Burada izin verin, soruyu biraz değiştireyim. Gerçek aşının da yalancı aşı gibi hiçbir koruyucu gücü olmaması durumunda, böyle deneylerde hep aynı düzeyde bir etkililik bulabilir miydik? Bu soru Karl Pearson sayesinde 1900 yılından beri yanıtlanabiliyor. Onun geliştirdiği, burada ayrıntısına girmeyeceğim, *Ki-kare* (χ^2) yönteminden yararlanıp böyle bir sayı bulmanın olasılığı hesaplanabiliyor. Gerçek aşının koruyucu gücünün hiç olmadığını düşünelim. Bilim kurulu bu deneyi aynı sayıda gönüllüyle, aynı kurallarla ama farklı kişilerle yinelesin. Ben sizin için bu hesabı yaptım. Aşamaları anlatmadan sonucu söyleyeceğim. Gerçek

aşının hiçbir koruyucu gücü olmadığını varsayalım. Bu deney çok kez yenilense, 3 ya da daha az + sonuç çıkma olasılığı yüz binde 1'den bile küçüktür. Umarım kafanızda aşının koruyucu gücüne ilişkin bir fikir oluşmuştur.

Karl Pearson (1857-1936) ilginç bir bilimcidir. Cambridge Üniversitesi'nde matematik bölümünü bitirince Almanya'ya gidip ünlü hocalardan, Heidelberg Üniversitesi'nde fizik, metafizik, Berlin Üniversitesi'nde fizyoloji, Roma hukuku, Alman edebiyatı, sosyalizm konularında dersler aldı. İngiltere'ye döndüğünde çeşitli yerlerde fizik, Martin Luther, Ferdinand Lassalle, Karl Marx üzerine konuşmalar yaptı. Londra Üniversitesi'nde matematik dersleri vermeye başladı, orada matematik profesörü oldu. Matematik istatistiğin kurucusu sayılır.

Sıra ölçeğine geçmeden önce biraz ara verip derin bir soluk alabilir miyiz?

İyi olur. Bu arada size bir fıkra anlatayım. Bir genç bir partiye katılmış, siyasi parti değil canım, bildiğiniz parti işte. Kendisini oraya bir arkadaşı götürdüğü için katılanların çoğunu tanıımıyormuş. Bir ara bir genç kalkıp “82” diye bağırmış, hepsi gülmüşler. Bizimki ne olduğunu anlamamış, başka biri kalkıp yüksek sesle “37” demiş. Yine herkes gülüşmüş. Bunun üzerine kendisini oraya götüren arkadaşına “Ne oluyor?” diye sormuş. “Bunlar uzun süredir tanışır. Bildikleri fıkraları yazıp hepsine birer numara vermişler. Şimdi biri kalkıp bir

numara söyleyince hepsi o fıkrayı hatırlayıp gülüyor,” yanıtını almış. Bizim genç de kendini göstermek istemiş, kalkıp “53” diye seslenmiş ama kimse gülmemiş. Arkadaşına neden gülmediklerini sormuş. “Fıkra anlatmadan anlatmaya fark var. Senin anlatmanı beğenmediler,” yanıtını almış.

Gülmediğinize göre ben de iyi anlatamadım demek ki. Neyse ara bittiyse devam edelim.

Şimdi sıra, sıra ölçeğine geldi anlaşılan! Yanılıyor muyum?

Evet Viktor, öyle. *Sıra Ölçeği*, gözlemleri yine gruplara ayırmaya dayanır ama bu kez gruplar arasında doğal bir sıra vardır. Nâzım’ın “dünya savaşı: 1, dünya savaşı: 2” demesi bunun bir örneğidir. Dünya savaşları 1. ve 2. diye sıralanmıştır. Sözelimi bir lisede birinci, ikinci, üçüncü, dördüncü sınıf öğrencilerinin kaçar kişi olduğunu bulmak bu düzeyde bir ölçümdür. Bir ülkenin olimpiyatlarda aldığı madalyaları altın, gümüş, bronz diye ayrı ayrı saymak da bir başka örnektir. Yaşam memnuniyeti araştırmalarında insanlardan “Çok mutluyum, Mutluyum, Ne mutluyum ne mutsuz, Mutsuzum, Çok mutsuzum” şıklarından birini seçmeleri istenebilir. Türkiye nüfusunu, bitirdiği son okula göre, hiç okul bitirmeyenler, ilkokul, ortaokul, lise, yükseköğrenim, lisansüstü mezunları diye ayırmak da örnekler arasında sayılabilir.

Sıra ölçeğiyle ölçülen verilerle neler yapabiliriz?

Ad ölçeğinde kullandığımız her inceleme yöntemi bu ölçekte de geçerlidir. Yani burada da her gruba düşen birimlerin sayısı (sıklık sayıları), bunların toplam içindeki payları (görelî sıklık) hesaplayabiliriz. Hangi grubun en kalabalık olduğu (en-sık-değer) bulabiliriz. Her memnuniyet derecesinde kaç kişi olduğuna ya da bunların toplam içindeki payına bakarak o ülkedeki insanların mutluluk düzeylerine ilişkin bir fikir sahibi olabiliriz. Burada memnuniyet derecelerine göre sıraya dizilenleri tam ortadan iki eşit parçaya ayıralım. O noktadaki mutluluk düzeyine *Ortanca* diyelim. Örneklem giren toplam kişilerin yarısı en çok bu düzeyde, öbür yarısı da en az bu düzeyde mutludur. Bu değer bize toplumdaki mutluluk düzeyine ilişkin fikir verir. Örneklemdeki kişileri, söze- limi erkek-kadın diye ayırıp her bir grup için ayrı birer ortanca bulursak, erkekler ile kadınların ortanca mutluluk düzeylerini karşılaştırabiliriz. Birden çok ülkede düzenlenen anket sonuçlarına bakarak hangi ülkelerde insanların daha mutlu ya da daha mutsuz olduğunu anlayabiliriz. Aynı ülkeler kişi başına gelirlerine göre belli gelir düzeylerinden oluşan gruplara ayrılırsa, o ülkede gelir düzeyi ile mutluluk arasında bir ilişki olup olmadığı araştırılabilir. Başka türlü söylersek “para beraberinde mutluluk getirir mi?” sorusuna da yanıt aranabilir. Eğitim düzeylerine göre öbeklere ayırdığımız kişileri bir de gelir düzeylerine göre gruplara bölssek, eğitimin gelir üzerinde herhangi bir etkisi olup olmadığını inceleyebiliriz.

Her zamanki gibi bir örnek rica ediyoruz.

Belli bir ürünü (bu yeni bir giysi olabileceği gibi yeni bir müzik videosu da olabilir) deneyen kimselere Berbat-Kötü-Ne iyi ne kötü-İyi-Harika şıklarından birini işaretlemeleri söylenebilir. Bu örneklerdeki şıklar birer sayı ile gösterilmemiş olsalar bile aslında belli bir sıraya uyarlar. Öyleyse burada sıra ölçeği kullanılmış demektir. Ürün deneme örneğinde şıklara 1'den 5'e kadar sayılar verilebilir. Berbat = 1, Harika = 5 değerini alabilir ama bu sayılar hesaplama işlemlerinde kullanılmamalıdır. Bir olimpiyat yarışmasında birinci olana altın madalya verilir ama ürün örneğinde Berbat = 1, en yüksek değil, en düşük düzeydir. Demem o ki sayıların kendileri herhangi bir üstünlük yansıtmaz, değişik durumlarda en üst ya da en alt sıraya birinci denebilir. Kısaca, ürün deneme örneğinde ortalama beğeni düzeyi hesaplanamaz.

Ama nasıl olur, böyle bazı araştırmalarda “ürünün ortalama beğenilme düzeyi 3,47” gibi şeyler görülüyor. Bunu yapmak yanlış mı?

Evet, yanlış çünkü gerçekte böyle sayısal değerler yok; bu sayılar sadece belli özelliğe sahip kümelerin sıralanmadaki yerini gösteriyor. Ayrıca bu sayıyı arttırabilirsiniz, kimi araştırmacılar aynı ürün için 1-5 arasını değil, 1-7, 1-10, hatta 1-100 arasını bile kullanabiliyor. Bunlardan hangisinin kullanıldığına bağlı olarak farklı sonuçlar hesaplanacağı açık. Şunu düşünün: Bir ülke olimpiyatlarda belli sayılarda altın, gümüş, bronz madalya alsa, ortalama madalyadan söz edilebilir mi?

Ortalama mdalya ne demek? Altın, gümüş, bronzun herhangi bir alaşımı mı? Kısacası verileri fazla sıkıştırmayalım, onlara yalan yanlış şeyler söyletmeyelim.

Rica etsem, gerçek yaşamdan alınmış sayılarla bir örnek verir misiniz?

İşte size bir örnek: Hacettepe Üniversitesi'nde 2018'de yapılan bir araştırmaya göre Türkiye'de kadın ve erkeklerin tamamladıkları en yüksek eğitim düzeyine göre dağılımları görece sıklık sayılarıyla (% cinsinden) gösterilmiştir.

Türkiye'de kadın ve erkeklerin bitirilen okula göre dağılımı					
	Okul bitirmemiş	İlkokul	Ortaokul	Lise ve üstü	Toplam
Kadın	25	34	15	26	100
Erkek	14	33	21	33	100

Yuvarlatma nedeniyle toplam 100 etmeyebilir.

Bu çizelge bize Türkiye'deki kadınlarla erkeklerin 2018'deki eğitim düzeylerini karşılaştırma olanağını verir. Genel olarak konuşursak erkeklerin eğitim düzeyi kadınlardan yüksektir. Ölçülen en alt eğitim düzeyi olan hiç okul bitirmemişler, kadınlar arasında %25, erkeklerde %14'tür. İlkokul bitirenler için iki oran hemen hemen eşittir, yaklaşık üçte bir kadardır. Aynı karşılaştırmayı hem ortaokul hem lise ve üstü okul bitirenler için yaparsak, kadınların %15 ve %26 oranlarıyla erkeklerin %21 ve %33 oranlarının gerisinde kaldığını görürüz.

Hiç okul bitirmeyenlerin oranı bana biraz yüksek gibi geldi. Ne dersiniz?

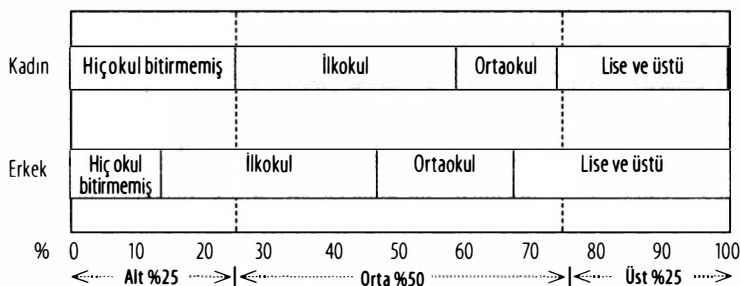
Bravo, ilk baktığımda bana da öyle gelmişti. Araştırma raporunu biraz karıştırınca sözkonusu verilerin 6 yaş ve üstündekilerden derlendiğini öğrendim. Buradan ölçülecek olgunun tanımının ne kadar önemli olduğunu görüyorsunuz. Bu veriler 15 yaş ve üstündekilerden toplansaydı, hiç okul bitirmemişler oranının hayli düşeceği, öteki oranların da yükseleceği söylenebilir. Bu değerleri başka yıllarla ya da başka ülkelerle karşılaştırmak gerekirse, o istatistiklerin hangi yaş üstündekilerden elde edildiğine dikkat etmek gerektiği açıktır.

Kadın-erkek eğitim düzeyleri karşılaştırılarak başka neler söylenebilir?

Her düzeyin yüzde değerlerini soldan sağa doğru toplayarak gidelim. %50 oranına nerede ulaştığımıza bakalım. Kadınlarda $25 + 34 = 59$, elliye eriştik; ilkokul mezunları düzeyindeyiz. Erkeklerde $14 + 33 = 47$ elliden küçük; $47 + 21 = 69$, elliye geçtik; bu kez ortaokul mezunlarına vardığımızı görürüz. Bu demektir ki kadınların az eğitilmiş yarısı en çok ilkokul mezunu, erkeklerin az eğitilmiş yarısı da en çok ortaokul mezunudur. Teknik deyimle *Ortanca* düzey kadınlarda ilkokul, erkeklerde ortaokul mezunudur. Ortancanın sağ tarafından söz ederken de kadınların daha eğitilmiş öbür yarısının en az ilkokul mezunu olduğu söylenebilir; erkeklerin daha eğitilmiş öbür yarısı da en az ortaokul mezunudur. Bu söylenenleri şöyle bir çizimle gösterebiliriz. %50 hizasında dikine çizilmiş kesikli çizgi ortanca değerin konumunu belirtir. Bu çizginin kadınlarda

ilkokul, erkeklerde ortaokul mezunları bölümünden geçtiğini görebiliyoruz.

Türkiye’de kadın ve erkeklerin bitirilen okula göre dağılımı, % (2018)



Bu çizimde iki dik kesikli çizgi daha var. Bunlar ne gösteriyor?

Dikkatinize hayranım. Çizimde biri %25’in, öbürü %75’in hizasında iki dik çizgi daha var. Bunların, ortancanın alt ve üst yanlarını iki eşit parçaya böldüğünü görebilirsiniz. Soldaki %25 çizgisi, kadınlarda hiç okul bitirmemişlerle ilkokul mezunlarının bitiştiği yerden geçiyor. Bu demektir ki kadınların dörtte biri hiç okul bitirmemiş, kalan dörtte üçü de en az ilkokul bitirmiş. Erkeklerin alt dörtte birlik bölümü ise hiç okul bitirmemişlere ilkokul mezunlarının bir bölümünün katılmasından oluşuyor. Üst dörtte birlik bölüm kadınlarda da erkeklerde de lise ve üstü mezunlarını göstermektedir. Bu noktalara *dörde-bölen* adı verilir.

Bu iki dörde-bölenin arasındaki uzaklığa *dörde-bölenler aralığı* denir. $75 - 25 = 50$ olduğuna göre bu bölge, verilerin iki uçtaki %25’lik bölümleri atılınca or-

tada kalan %50'lik aralığı belirtir. Çizimin en altında Orta %50 diye gösterilmiştir. Örneğimizde kadınlarda ortadaki %50'lik bölgenin bütün ilkokul ve ortaokul mezunlarıyla az sayıda lise mezununu kapsadığı anlaşılıyor. Erkekler için bu bakımdan durum şöyle: İlkokul mezunlarının büyükçe bir bölümü, ortaokul mezunlarının tamamı ve lise mezunlarının yarısından az bir bölümü bu aralıkta yer alıyor.

Bazı kimseler *dörde-bölen* yerine *çeyrek* ya da *dörttebirlik* gibi terimler kullanıyor. Bunlar yanıltıcı olabilir. Çeyrek ekmek deyince bir ekmeğin dörtte biri anlaşılır. Çeyrek altın, tam altının dörtte biridir. Yılın ilk çeyreği Ocak, Şubat, Mart aylarını kapsar. Demek ki çeyrek deyince bir bütünün eşit dört parçasından birini anlıyoruz. Oysa *dörde-bölen*ler, dört parçadan birini değil, bütünün dört eşit parçaya ayrıldığı düzeyleri gösterir. Bu terimlerin doğru tanımları için Türkiye Bilimler Akademisi'nin *Türkçe Bilim Terimleri Sözlüğü*'ne bakabilirsiniz.

Eş-aralık ölçeğine geldik sanırım. Bunun önceki ölçeklerden farkı nedir?

Şimdi de yine Nâzım'ın şiirine dönüp “14'ten 18'e, 39'dan 45'e 10 yıl” denen yeri alalım. Bu sayılar 1914-1918 ve 1939-1945 yılları anlamında kullanılmıştır. Burada ölçme işi, her yıl eşit uzunlukta kabul edildiğinden, eş-aralık ölçeği ile yapılmıştır. Herhangi iki yıl arasındaki farkın kaç yıl olduğu hesaplanabilir. Böylece ilk dünya savaşının 1918 – 1914 $\approx$ 4 yıl, ikincisinin 1945 – 1939 $\approx$ 6 yıl sürdüğü bulunabilir. Başlangıç ve bitiş ayları

(hatta günleri) belirtilseydi bu süreleri daha hassas hesaplayabilirdik. Nâzım bu savaş yıllarını toplayarak “10 yıl”ı bulmuş. Bulunan iki farkı oranlarsak ikinci savaşın birinciden yüzde elli daha uzun sürdüğünü söylenebiliriz. İki savaş arasındaki barış süresi $1939 - 1918 \approx 21$ yıldır. Yıl gösteren sayıların farkını almak anlamlıdır ama bunların birbiriyle toplanması, çarpılması ya da bölünmesi düşünülemez. Herhangi iki tarih arasındaki fark kullanılarak bazı sonuçlar çıkarılabilir. 1914-1945 arasındaki ~31 yıllık sürenin üçte birine yakın olan ~10 yılı savaşa harcanmış, üçte ikisinden biraz fazlası barış içinde geçmiştir.

Ayları gösteren 1’den 12’ye kadar sayıların, saatleri gösteren 1’den 12’ye ya da 24’e kadar sayıların, dakikaları gösteren 1’den 60’a kadar sayıların hepsi bu ölçekte ölçülmüştür. Bu sayılar için doğal bir sıfır noktası yoktur. Değişik takvimler sıfır değerini farklı yıllara vermiştir. Saatlerde 0 gece yarısını göstermiş, başka bir anı da gösterebilirdi. Bu yüzden eş-aralık ölçeğindeki sayılar arasında yalnızca çıkarma işleminin sonucu bir anlam taşır. İki sayının eksen üzerindeki konumları arasında yer alan eş-aralıkların kaç tane olduğunu sayarak, bu iki sayının farkını hesaplayabiliriz. Ama öbür işlemler için sayı eksen üzerinde doğal bir sıfır noktasının bulunması zorunludur. 1923 ile 1453 arasında 470 yıl vardır ama ikisinin toplamı olan 3376 bir anlam taşımaz. 1923, 1453 sayıları, Miladi takvimdeki sıfır noktasına göre değer ifade eder.

Bizim kullandığımızdan başka takvimler konusunu biraz açar mısınız?

Türkiye’de cumhuriyetin kuruluşu ile Fatih’in İstanbul’u aldığı yıllar, sıfır noktası farklı olan Rumi ya da Hicri takvimlerde 1923 ve 1453 ile değil, farklı sayılarla gösterilir. Üstelik Hicri takvimde zaman birimi güneş yılı değil ay yılıdır. Güneş yılı ~365 gün, ay yılı ~354 gün olduğu için bu iki takvimin yıl uzunlukları arasında ~11 gün fark vardır. Rumi takvimdeki yıl sayılarının farkı alınırsa yine 470 “güneş yılı” çıkar çünkü Rumi ve Miladi takvimlerin yıl uzunlukları aynıdır. Ama Hicri takvime göre hesaplanan ay yılı cinsinden fark daha fazladır (~485 ay yılı). Miladi takvimdeki 1923-1453 yılları arasındaki gün sayısı öbür iki takvimde de aynıdır.

Eş-aralık ölçeği, zaman dışında başka bir alanda kullanılır mı?

Doğal bir sıfır noktasının olmadığı başka alanlar da vardır. Bunlara bir örnek gösterin desem... Bulamayanları fazla üzmeden hemen bir örnek vereyim. Sıcaklık ölçümleri. Dün hava sıcaklığı 6°C iken bugün ısınıp 9°C olsa, hava sıcaklığı iki sayının farkını alıp 3°C arttı diyebiliriz ama %50 arttı diyemeyiz. Sayıların farklarını dört işlemde de kullanabiliriz. Diyelim on gün sonra sıcaklık artıp 21°C olsa bugüne göre fark $21 - 9 = 12^{\circ}\text{C}$ olur. 12°C fark da 3°C farkın dört katıdır diyebiliriz.

Pek anlamadım, niye sıcaklık %50 arttı diyemiyoruz?

Bunu sormakta haklısın Ece çünkü sayıları birbirine oranlamaya alışkınız. Ama sayıların arkasındaki şeyler buunla uyumlu mu diye bakmamız gerekir. 9 kg ile 6 kg arasındaki oran bir buçuktur. İki nesneyi kg ile değil de okkayla, poundla ölçsek oran hep 1,5 katı çıkar. Ama sıcaklıkta da öyle mi acaba? Sıcaklıkları C (selsiyus) yerine F (fahrenheit) ile ölçsek 1,5'i bulamayız. Neden? Çünkü C ile yapılan ölçümlerin sıcaklık eksenindeki sıfır noktası, F ile yapılanların sıfır noktasıyla aynı yerde değildir. Çünkü bunlarda sıfır sayıları hiç sıcaklık yok anlamına gelmez. Oysa sıfır kg, sıfır okka, sıfır pound hep hiç ağırlık olmadığını gösterir. İki sayıyı toplarken, çarparken, birbirine bölerken bunların sıfır noktasına olan uzaklıklarını kullanırız. Böyle ortak bir sıfır noktası yoksa bu işlemler anlamlı sonuçlar veremez.

Her yıl yapılan üniversite giriş sınavlarında öğrencilere bildirilen puanlar, onların sınavda aldığı ham puanlar değildir. Yanlış yanıtlar puan kaybına yol açtığından, kimi öğrencilerin puanı eksi bile çıkabilir. O yüzden her yıl ham puanlar, belli bir yöntemle değiştirilip kimseye eksi puan verilemeyecek biçimde yeniden hesaplanır. Dolayısıyla notların sıfır noktası iki farklı yılda aynı olmayabilir. Bu da şu anlama gelir, farklı yıllarda sınava giren iki öğrencinin notu birbiriyle karşılaştırılamaz. Ham puanlar, duyurulan puanlara dönüştürülürken kullanılan yöntem gereği, hem sıfır noktasının yeri değişmiş, hem de birim puan önceki yıla göre farklı şeyi ölçmüş olabilir.

Peki, eş-aralık ölçeğiyle ölçülmüş verilerle neler yapabiliriz?

Önceki ölçeklerdekilere ek olarak *Ortalamayı* bulabilir, verilerin alt ve üst sınırları arasındaki fark göstergelerini hesaplayabiliriz. Sözelimi 30 günün hava sıcaklıklarını toplayıp 30'a bölerek aylık *ortalama* hava sıcaklığını bulmak olanaklıdır. Bulunan sıcaklık o ayın bütün günlerindeki sıcaklıkların ortalamasıdır.

Bir ay içindeki en yüksek ve en düşük günlerin sıcaklık farkı, o ayın hava sıcaklığının oynaklığı hakkında bir fikir verir. Bu sayılara bakarak sözelimi Mart ayında sıcaklığın, Ocak ya da Ağustos'tan daha oynak olduğunu söyleyebiliriz.

Bu oynaklık ölçüsü uç değere çok bağlı değil mi? Çok soğuk ya da çok sıcak tek bir gün bütün ayın oynaklığını büyük ölçüde belirlemez mi?

Doğrusu, dikkatli dinliyor olmalısınız. Çok haklı bir soru. Bütün Mart boyunca hava sıcaklığı günlük 10-15°C arasında değişirken tek bir gün 22°C'ye fırlasa oynaklık baştaki 5°C yerine $22 - 10 = 12^\circ\text{C}$ olur ya da ani bir kar yağışıyla -2°C 'ye düşse, oynaklık da $15 - (-2) = 17^\circ\text{C}$ olur. Bu yüzden böyle aşırı yüksek ya da aşırı düşük değerler varken bu göstergeyi kullanmak sakıncalı olabilir.

Onun yerine *dörde-bölenler aralığı* (DA) daha kullanışlı görülebilir. Ay içindeki günlerin hava sıcaklıklarını *büyüklik sırasına* dizsek, 31 günlük bir ayda 16. sırada yer alan günün sıcaklığı ortancayı verir. 30 günlük bir

ayda bu değer, sıcaklık sıralamasında 15. ve 16. günlerin arasındır. O günden daha serin 15, daha sıcak 15 gün vardır. Bu iki yarıyı yeniden tam ortadan ikiye bölelim. Alt uçtan sekizinci günün sıcaklığına *alt dörde-bölen* (D_1) diyelim. Benzer biçimde üstten sekizinci günün sıcaklığına da *üst dörde-bölen* (D_3) diyelim. Bu iki dörde-bölenin farkı DA olur. Olası çok sıcak ya da çok soğuk günler bu aralığın dışında kaldığından bu aralığın genişliğini etkileyemezler. Yani bu göstergeler, uç değerlere karşı korunaklıdır. Alt ve üst dörde-bölenler

Mart için $D_1 = 1, D_3 = 7^\circ\text{C}$ ise $DA = 7 - 1 = 6^\circ\text{C}$,

Nisan için $D_1 = 4, D_3 = 12^\circ\text{C}$ ise $DA = 12 - 4 = 8^\circ\text{C}$

olur. Yani her bir ayın en sıcak $\frac{1}{4}$ ve en soğuk $\frac{1}{4}$ gününü dışarıda bırakıp ortadaki günlerin hava sıcaklığındaki oynaklığın Mart ayında Şubat'a göre %25 arttığı söylenebilir.

Oran ölçeğini de anlatacak mısınız? Bu sonuncusudur umarım!

Sıkılmakta haklısınız ama bunları kavramadan ilerleyemezdik. Son ölçme düzeyimiz *Oran Ölçeği*dir. En çok kullandığımız ölçek belki de de budur. Uzunluk, ağırlık, alan, hacim, hız, gelir, servet, hep bu düzeyde ölçülür. Bunların hepsinde doğal sıfır noktası vardır. Geometride noktayı boyutsuz diye tanımlamıyor muyuz? Bir insanın bankada hiç parası yoksa paranın \$ ile mi TL ile mi ölçüldüğü fark etmez. Bir istasyonda duran trenin hızı, ister km ile ister mil ile ölçülsün hep sıfırdır.

Bu ölçü düzeyindeki verilerle neler yapılabilir?

Zorla konuşturmak dışında her işlemi yapabilirsiniz. Dört işleme ek olarak kök alma, üs alma, logaritma, türev, tümlev (integral), dönüştürme,

Hocam bizi korkutma!

Sizi çok korkutmuşlar anlaşılan. Matematiği pek sevmeyen bir matematik öğretmeniniz olduysa, korkunuz bundan kaynaklanıyor olabilir. Bir zamanlar tanıdığım bir İngiliz, matematik öğretmeniyken öğrencilerin matematiği pek sevmediğini görmüş. Nedenini anlamak için mesleği bırakıp psikoloji okumuş. “Bir öğrenci matematikten korkuyorsa kabahat öğretmendedir,” derdi. Eğer haklıysa, öğretmenin matematiği sevmemesi de onun öğretmenin kabahati sayılmalı değil mi? ABD’de Lehigh Üniversitesi’nde matematik hocası olan Jerry P. King, *Matematik Sanatı* kitabında bir matematik öğretmeninden söz ederken “Matematiği sevmiyordu, matematiği anlamıyordu, matematiğin önemli olduğuna inanmıyordu,” demektedir.

Merak etmeyin, dört işlem dışına çıkmayacağım. Gerçek hayatta bunların hepsini farkında olmadan kullanıyoruz. Bir sayının karesini almak için ne yaptığınızı düşünün, sayıyı kendisiyle çarpıyorsunuz. 5 kere 5 ne eder? 25. Karekök alırken bunun tersini yapıyorsunuz. Hangi sayı kendisiyle çarpılınca 25 eder, diye soruyorsunuz. Yanıt 5 olduğuna göre $\sqrt{25} = 5$ ’tir diyorsunuz.

Bu ne işimize yarayacak ki?

Şöyle bir örnekle açıklayayım: Bankaların borcunuza uyguladığı faiz hesaplaması da böyle bir işlemdir. 2021 Nisan ayı başında Merkez Bankası gecikme faiz oranını aylık %2,19 olarak saptamıştır. Borç alan ödemekte gecikme yaşarsa, gecikme boyunca her ay, o anki borcunun %2,19'u kadar faiz ödemek zorunda kalacaktır. Bugün alınan 100 TL borç bir ay sonra 2,19 TL faiz ödemesi gerektirir. Hesabımızı 1 liralık borç üzerinden yaparsak ay sonunda ödeyeceğimiz para 1,0219 TL olacak demektir. Başlangıç borcumuz kaç lira olursa olsun bu sayıyla çarptığımızda ay sonu toplam borcumuzu buluruz:

$$\begin{aligned}\text{İlk ay sonu toplam borç} &= \text{İlk borç} + \text{faiz} \\ &= \text{İlk borç} + \text{İlk borç} \times 0,0219 \\ &= \text{İlk borç} \times (1 + 0,0219) \\ &= \text{İlk borç} \times 1,0219\end{aligned}$$

Peki, iki ay boyunca ödenmeyen borcun toplam faizi sizce ne kadar olur?

100 TL borç aldıysam, ilk ay faizi olan 2,19 liranın iki katı faiz ödemeyecek miyim? Bir dakika bekleyin lütfen, 2 çarpı 2,19 TL eşittir 4,38 TL. Tamam mı?

Ne yazık ki tamam değil, eksik çünkü banka, kapitalist sistemin doğası gereği, ödünç verdiği paranın faizinden de faiz almak ister. İkinci ay sonundaki borcunuzu, ilk ay faizini de içeren yeni borç tutarı üzerinden hesaplar.

2. ay sonu toplam borç = İlk ay sonu toplam borç x 1,0219

$$= \text{İlk borç} \times 1,0219 \times 1,0219$$

$$= \text{İlk borç} \times (1,0219)^2$$

$$= \text{İlk borç} \times 1,04427961$$

İkinci ay sonunda ödenecek faizin, ilk ay faizinin iki katı olacağını sanıyordum. Faiz oranının iki katını değil de, (1 + faiz) değerinin karesini mi kullanacağız yani?

İki kez faiz işlemişse aynen öyle. 100.000 TL borç alınsaydı borç ne kadar olurdu?

$$100.000 \times 1,04427961 = 104.427,96 \text{ TL.}$$

Siz 100.000 TL borç için $2.190 \times 2 = 4.380$ TL faiz ödemeyi beklerken banka 4.427,96 TL ister. İki ayda borcunuz toplam bu kadar artmıştır. Bir de borcunuzu ancak bir yıl sonra ödeyebildiğinizi düşünün. Ödemeniz gereken toplam borç ne kadar olacaktır dersiniz? Hesaplayalım bakalım.

$$\text{Yıl sonu toplam borç} = \text{İlk borç} \times (1,0219)^{12}$$

$$= \text{İlk borç} \times 1,296883$$

$$= 129.688,30 \text{ TL}$$

Yani ödeyeceğiniz faiz neredeyse 30.000 TL olacaktır. Yıllık faiz oranı %2,19'un 12 katı olan %26,28 değil, üstel hesaplamadan bulduğumuz $\%29,6883 \approx \%30$ olur. Aman dikkat, borcumuzu geciktirmeyelim lütfen!

Ben bankadan kredi almıyorum ki, bana ne bunlardan diyen çıkar mı acaba?

Doğru Erlin, borç almayan bunlarla niye ilgilensin? Ama ileride böyle bir isteğiniz olabilir. O zaman belki bu konuşulanları hatırlarsınız! Ya da bir yakınınız kredi alabilir, o da sizin gibi faiz hesabından sıkılan biriye ona yardımcı olabilir, vade sonunda ödemek zorunda kalacağı yükün ne kadar olacağını ona önceden anlatabilirsiniz.

Ben soruyu değiştireyim. Başka örnek verecek misiniz?

Bakalım bu örnek ilginizi çekecek mi? 30 Ekim 2020’de İzmir yakınlarında deprem oldu. Bu depremin şiddetini Afet ve Acil Durum (AFAD) Başkanlığı 6,6; Boğaziçi Üniversitesi’ne bağlı Kandilli Rasathanesi (KR) 6,9; Avrupa-Akdeniz Sismoloji Merkezi (AASM) 7,0 olarak açıkladı. Bunlar depremin şiddetini ölçen Richter ölçeğinin göstergeleridir; depremin serbest bıraktığı enerji miktarını gösteren sayının 10 tabanına göre logaritması alınarak bulunur. Bunlardan 7 olanı alalım. 10^7 , 10 sayısının 7 kez kendisiyle çarpımıdır, yani 1’in ardına 7 tane 0 eklersek 10 milyon eder. Demek ki Richter ölçeğinde 7 sayısı, 10^7 ’nin 10 tabanına göre logaritmasıymış. Öyleyse 6,6 ve 6,9 hangi sayıların logaritmalarıdır? Üç kuruma göre serbest kalan enerji miktarları:

$$\text{AASM } 10^7 = 10.000.000 \quad \text{KR } 10^{6,9} \approx 7.943.000$$

$$\text{AFAD } 10^{6,6} \approx 3.981.000$$

Öbür iki ölçümü AFAD’inkiyle karşılaştıralım:

$$10^7 / 10^{6,6} \approx 10.000.000 / 3.981.000 \approx 2,51$$

$$10^{6,9} / 10^{6,6} \approx 7.943.000 / 3.981.000 \approx 2,0$$

Demek ki Avrupa-Akdeniz Sismoloji Merkezi'nin ve Kandilli'nin bulduğu deprem şiddetleri, AFAD'ın açıkladığının sırasıyla 2,5 ve 2 katı kadarmış. Bu kadar farklı bir ölçümün nedenleri konusunda kamuoyu hâlâ bilgilendirilmiş değil.

Charles Francis Richter (1900-1985), Amerikalı fizikçi ve deprembilimci. Richter ölçeği, bir depremin serbest bıraktığı enerji miktarını Newton-metre veya Joule cinsinden ölçer.

Türev, mürev dediniz; bunları da anlatmazsınız umarım!

Peki, türevi anlatmayım çünkü hepiniz biliyorsunuz ama kullanmadığınız için bilmediğinizi sanıyorsunuz. Onun yerine gençliğimden bir anıyı paylaşayım. Yıllar önce üç arkadaş İnegöl'e yakın bir köye ilk kez gitmek üzere Bursa'dan yola çıktık. İnegöl'de otobüsten inince köye gidecek minibüsü kaçırdığımızı öğrendik. Çaresiz yaya olarak yola koyulduk. Epeyce yürüdükten sonra karşıdan gelen birine rastladık. Köyün adını söyleyip oraya ne kadar zamanda varabileceğimizi sorduk. Adam bize “Hele bir yürüyün bakalım,” dedi. Biz biraz yürüdükten sonra arkamızdan seslenip “Bir saate kalmaz varırsınız,” dedi. Ne dersiniz, o amca belki türev sözcüğünü hiç duymamıştı ama nasıl kullanılacağını biliyormuş, değil mi? Bizim yürüyüş hızımıza bakarak varacağımız zamanı kestirebilmişti.

Ben konuyu değiştireyim hocam. Ortanca ile ortalamamanın ne farkı var?

Eğer veri kümesinin değerleri ortalamamanın iki yanında benzer biçimde dağılıyorsa ikisinin pek farkı olmaz. Ama gözlemlerin çoğu ortalamadan küçükse ya da büyükse dağılım çarpık demektir; ortalama ile ortanca birbirinden çok farklı çıkabilir. Nasim Nicholas Taleb'in *Siyah Kuğu* adlı kitabından bir örneği güncelleyerek aktarayım. Rassal seçilmiş 1.000 yetişkin erkeği bir araya toplayıp tek tek tarttıktan sonra bu ağırlıkların ortanca ve ortalamasını hesaplasak, sonra dünyanın en ağır adamının kilosunu bu verilere ekleysek ortanca ve ortalama ne kadar değişir? İlk ortanca, 500-501. sıradaki kişilerin kilolarının orta noktasıyken, yeni ortanca 501. kişinin ağırlığı olur. Bu iki kişinin ağırlıkları birbirine hayli yakın olacağından ortancanın değeri, olağanüstü ağır olan bu yeni kişiden pek az etkilenir. Peki, ya ortalama? O da pek değişmez desem, inanır mısınız? Vikipedyaya göre halen hayatta olan dünyanın en ağır adamı 610 kiloymuş (https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_heaviest_people). Bu kişinin eklenmesiyle toplam ağırlık 610 kilo artar, bunun da ortalama üzerindeki etkisi 610 gramdan azdır. İlk ortalama 61 kilodan yüksekse ki yetişkin erkeklerde herhalde öyledir, ortalamadaki artış %1'den bile küçüktür. Göz ardı edilebilecek bir fark! Bunun nedeni insanların kilolarının ortalamamanın altında ve üstünde bakışık (simetrik) dağılmasıdır.

Ortalamadaki artışı nasıl bulduğunuzu anlattım.

Ortalamayı kişilerin toplam ağırlığını kişi sayısına bölerek bulduğumuzu biliyorsunuz. 610 kiloluk birinin toplama katılması toplam ağırlığı 610 kilo yükseltir. Bu artışın yeni ortalama üzerindeki etkisi, $610 \text{ kg} / 1.001 \text{ kişi} \approx 609,4 \text{ gram}$ çıkar; bu da ortalamadaki artışı gösterir.

Bakışık dağılımlardaki durumu anladım ama çarpık dağılımlarda ne oluyor?

Şimdi de aynı kişilerin mal varlıklarının değerlerini öğrenip bu dağılımın ortalaması ile ortancasını hesaplayalım. Sonra dünyanın en zengin kişisini bunlara ekleysek ne görürüz? Ortanca yine yerinde sayar ama ya ortalama? *Forbes*'in Nisan 2021 açıklamasına göre dünyanın en zengini Jeff Bezos'un serveti 177 milyar \$ kadardır (www.forbes.com/billionaires). Rassal seçilmiş 1.000 kişinin servetinin toplamına, Bezos'un katılımıyla 177 milyar \$ eklersek, ortalama belki yüz katından fazlaya yükselir, daha doğrusu füze gibi yukarı fırlar.

Verilerin dağılımı çarpıksa ortalama durumu yanlış yansıtır mı demek istiyorsunuz?

Aynen öyle Viktor. Gelir ya da servet dağılımı her ülkede çarpıktır ama Jeff Bezos gibilerin içinde yer aldığı dağılımlar daha çarpıktır. Az sayıda olağanüstü zengin varlığı, Bezos örneğinde görüldüğü gibi, ortalamayı olağanüstü yükseltir ama ortanca pek az değişir. Çok fazla sayıda insan ortalamanın altında kalır. O yüzden

çarpık dağılımlarda ortalama, en azından bildiğimiz anlamda ortalama hesaplamak sakıncalıdır. Çok yaygın kullanılan kişi başına gelir göstergesi de ülke nüfusunun gelir düzeyini olduğundan yüksek yansıtır. TÜİK'in 15 Haziran 2021'de yayımladığı haber bülteninde açıkladığı 2018'in ortalama ve ortanca gelirleri sırasıyla 28.522 ve 21.584 liradır. 2019'da bu değerler, yine sırasıyla, 33.428 ve 24.789 TL olmuştur. 2018'de 7 bin liraya yakın olan ortanca-ortalama farkı, 2019'da 8.600 lirayı aşmıştır. Bu fark 2018'de ortanca gelirin %33'ü kadarken ertesi yıl %35'e yaklaşmıştır. Demek ki gelir dağılımının ortalaması, ülkenin kişi başına gelirini hayli abartarak göstermektedir.

Londra Üniversitesi öğretim üyelerinden John Weeks, 17 Ekim 2011'de *Social Europe Journal*'da yayımlanan yazısında, *Wall Street* gazetesinin bir haberine değiniyordu. Bu habere göre ABD'de ortalama gelir 2010'da neredeyse %1 artmıştı. Böylece 2008 iktisadi bunalımının atlatıldığı müjdesi veriliyordu. J. Weeks aynı dönemde ortanca gelirin %2,3 düştüğünü belirtiyor, bunalımdan henüz çıkılamadığı görüşünü açıklıyordu. Her iki yüzde değişme de aynı yılda gerçekleşmişti. Bu iktisadi bunalım döneminde yüksek gelirlilerin payı artmış, düşük gelirlilerinki azalmış, bu da ortalamayı yükseltmiş ama toplumun çoğunluğunun geliri düştüğünden ortanca gelir de azalmıştı. Kapitalizmin geçerli olduğu toplumlarda her iktisadi bunalımın yükü yoksulların sırtına yüklenir.

Türkiye’deki gelir dağılımından başka örnekler verebilir misiniz?

Buyurun bakalım. Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK), önce hanehalklarını gelirlerine göre *en düşük-ten en büyüğe doğru* sıralar, sonra bunu, her birinin payı %20 olacak biçimde beş dilime ayırır. Her dilimdeki hanehalklarının toplam gelirden aldığı payları açıklar. Başka bir deyişle burada dörde-bölenleri değil, beşebölenleri hesaplar. Bu dilimlerin alt ve üst sınırları bülte-nde yer almıyor ama her dilimin gelirden aldığı pay belirtilmiştir.

Hanehalkı ne demek? Aileden farkı ne?

Hanehalkı, aile kavramına yakınsa da aynı anlama gelmez. TÜİK’in tanımına göre “hanehalkı, aralarında akrabalık bağı bulunsun ya da bulunmasın aynı konutta ikamet eden, temel ihtiyaçlarını birlikte karşılayan bir veya birden fazla kişinin oluşturduğu topluluktur.”

Şimdi yeniden konumuza dönelim. TÜİK’in 15 Haziran 2021 tarihli haber bülteni az önce söz ettiğimiz gelir paylarını göstermektedir. Bu haber bültenindeki son iki yılın verilerini birlikte yorumlayalım. Ama önce bir noktayı açıklamama izin verin. Bu veriler 2020’de toplanırken 2019 yılına ilişkin gelirler sorulur. Dolayısıyla bülte-ndeki bilgiler aslında iki yıl önceye ilişkindir. Bülteni aktaran basın yayın organları bu ayrıntıyı nedense dile getirmez, 2021’de açıklanan en son verileri 2020’ye ilişkinmiş gibi gösterir.

Türkiye hanehalklarının beş eşit diliminin toplam gelirden aldığı paylar (2018-2019)

Hanehalkı dilimi	Alt %20	2. %20	3. %20	4. %20	Üst %20	Toplam
2018 Gelir payı	6,2	10,9	15,2	21,4	46,7	100
2019 Gelir payı	5,9	10,6	14,9	21,1	47,5	100

Yuvarlatma nedeniyle toplam 100 etmeyebilir.

Bu sayılara bakınca ilk göze çarpan, son bir yıl içinde düşük gelirli dört dilimin payı azalırken en yüksek gelir diliminin payının artmış olmasıdır. Yani sözkonusu dönemde en yüksek gelirliiler daha da zenginleşirken, halkın çok büyük bir bölümü değişik derecelerde yoksullaşmıştır. Her dilimin altındaki iki sayı arasındaki değişimin yüzdesini bulursak, yoksullaşma oranı en fazla düşük gelirliilerde ortaya çıktığı görülür: ~%4,8. Sonraki dilimlerde gelir payları sırasıyla ~%2,8; ~%2,0 ve ~%1,4 azalmış, en üst dilimde ise ~%1,7 artış göstermiştir. Yani Türkiye’de gelir dağılımındaki bozulma Covid-19 salgınından önce başlamıştır, diyebiliriz.

Bir dakika, ben anlamadım. Gelir TL cinsinden olduğuna göre burada sıra ölçeğinden mi söz ediyoruz?

Bu soruyu sormakta haklısınız. Gelirin, oran ölçeğinde ölçüldüğü doğrudur. Her dilimdeki hanehalkı elde ettiği gelire göre sıralanmıştır. Sonra toplam hanehalkları, her birinin sıklık sayıları eşit olacak biçimde beş dilime ayrılmıştır. Dilimlerin alt ve üst sınırlarının bültende yer almadığını söylemiştim. Bu sınırların TL değerlerini bilmediğimiz için en yüksek en düşük dilim gibi sıra ölçeğine benzer ifadeler kullanıyoruz.

Bültende verilen bilgilerden ortalama hesaplayamıyoruz ama bu örnekte bunun nedeni gelirin sıra ölçeğinde ölçülmesi değil, oran ölçeğinde ölçüldüğü halde sıra ölçeği terimleriyle ifade edilmesidir.

Gelir dağılımı eşit(siz)liğinin basit bir göstergesi yok mu?

En bilinen üç göstergenin hepsi az önce sözünü ettiğimiz türden dilimlerin gelir payları kullanılarak hesaplanır. Haber bültenlerinde TÜİK bunları P80/P20, P90/P10 ve Gini katsayısı diye adlandırır. P80/P20 en yüksek %20'lik dilimin gelir payının en alt dilimin payının kaç katı olduğunu gösterir. Hanehalkları %20'lik 5 dilim yerine %10'luk 10 dilime ayrılır da en üst dilimin gelir payı, en alt dilimin payına bölünürse bu kez P90/P10 göstergesi elde edilir. Son olarak Gini katsayısı, bu kez, hanehalkı dilimlerinin gelir payları kullanılarak (burada ayrıntısına girmeyeceğimiz) çok farklı bir yoldan hesaplanır. Değeri 0-1 aralığında değişir. Bu katsayı sıfıra ne kadar yakınsa gelir de eşitliğe o kadar yakındır; 1'e doğru gittikçe de gelir dağılımı bozuluyor demektir. TÜİK'in 2018-2019 yıllarında bu üç gösterge için bulunduğu değerlere bir göz atarsak gelir dağılımımızın son yıllardaki durumunu öğrenebiliriz.

Yıl	P80/P20	P90/P10	Gini katsayısı
2018	7,4	13,0	0,395
2019	8,0	14,6	0,410

Önce ilk iki göstergeye bakalım. 2018'de en yüksek %20 dilimindekiler en alttakilerin 7,4 katı gelir elde

ederken, 2019'da bu sayı 8,0 katına çıkmış görünüyor. Benzer gelişme %10'luk dilimler için 13,0 katından 14,6 katına çıkmıştır. Her ikisi de gelir dağılımımızda 2019'da bozulmaya işaret eder. Gini katsayısı da benzer bir sonuç gösterir. 0,395'ten 0,410'a çıkmış, gelir eşitsizliği artmıştır. Bütün göstergeler 2019 gelir dağılımının 2018'den daha bozuk olduğunda sözbirliği etmektedir.

Gini katsayısına adını veren Corrado Gini (1884-1965) hukuka ek olarak matematik, iktisat, dirimbilim (biyoloji) ile de ilgilenmiş bir bilimcidir.

Gelir dağılımı eşitsizliğinin göstergelerini bitirdik herhalde, değil mi?

Henüz değil. Bir veri kümesindeki sayılardan hesaplanan ortalama ve ortanca değerlerinin farkı da bir çarpıklık göstergesi olarak kullanılabilir. İki değer arasındaki farkın büyüklüğü gelir dağılımındaki eşitsizliği yansıtır. Bunlar birbirine eşitse dağılımda çarpıklık yoktur. Ortalama ile ortancanın arası açıldıkça eşitsizlik de artar. TÜİK'in aynı haber bülteninde 2018 ve 2019 yılları için açıkladığı ortalama ve ortanca gelir değerleri ile bunlar arasındaki farklar (TL cinsinden) şöyle verilmiştir:

Yıl	Ortalama	Ortanca	Fark
2018	28.522	21.584	6.938
2019	33.428	24.789	8.639

2019'da ortalama ile ortancanın arası açılınca gelir dağılımındaki eşitsizlik de artmıştır.

Jan Pen gelir dağılımını “Cücelerin (ve birkaç Devlin) Geçit Töreni”ne benzetir. Bir saat süren tören yürüyüşüne katılan insanların boyu, kazandığı gelirle orantılıdır. Bu töreni gözünüzde bilimkurgu filmi gibi canlandırın. Önce karınca boyunda, daha sonra parmak kadar kişiler görünür, yavaş yavaş boylar uzamaya başlar ama insanlar hâlâ 20-30 cm kadardır. Yarım saat sonra boylar ilkokul çocuklarının boyuna erişir. 50. dakika yaklaşırken ortalama boydaki insanlar belirir. Son dakikalarda boylar hızla uzar, normal insanın birkaç katına çıkar. Son saniyelerde de başı bulutlarda devler geçer, tören biter.

Jan Pen, *Income Distribution* (Gelir Dağılımı),
Penguin, 1971, s. 48-58

Bu konu bana büyükanneimin bir fıkrasını anımsattı, anlatabilir miyim? Hem konuyla ilgili, hem biraz nefes alır, güleriz.

Buyurun anlatın.

Bir gün Nasreddin Hoca’yla aynı köyde yaşayan üç kardeş koca bir çuval dolusu cevizle çıkagelmiş, “Hocam, biz bu cevizleri kendi aramızda bölüşemedik. Sana zahmet şunları bize paylaştırıver,” demişler. Hoca sormuş: “Allah hakkı mı olsun, kul hakkı mı?” “Elbette Allah hakkı olsun, kimseye hak geçmesin.” Hoca cevizin yarıya yakınını birine, kalanın büyükçe bir bölümünü ikinciye, son kalanları da ötekine vermiş. Kardeşler bu işi hiç beğenmemiş, “Bu nasıl paylaşırma Hoca?” demişler. “E, kul hakkı deseydiniz hepimize eşit üleştirirdim. Siz böyle istediniz.”

Herkes pek güldüğüne göre arkadaşınızın benden daha iyi fıkra anlattığı kesin. Şimdi konuya dönelim. Bir sayı kümesinde ortalamanın nasıl hesaplandığını hepimiz bilirsiniz. En azından bir sınavdan sonra sınıfın ortalama notu açıklandığında bunun ne anlama geldiğini, bir önceki sınava göre notun düşmüş mü yükselmiş mi olduğunu anlarsınız. Ortalama, bir sayı kümesinin aşağı yukarı ne düzeyde olduğunu gösterir, hesabı da gayet kolaydır. Bir sınavın not ortalamasının nasıl hesaplandığını bilmeyen yoktur. Önce notları toplar, kaç öğrencinin sınava girdiğine bakar, notların toplamını öğrenci sayısına bölersiniz. İş biter.

“Ortalama kaç? Çoğu kimse bir sürü sayıyla karşılaştığında hemen bu soruya sığırır? Bu kişiler ortalamalara ilişkin her şeyi biliyor olmaktan pek hoşlanır; özellikle de öyle süslü püslü aritmetiğe gerek kalmadan ortalamaların kolayca hesaplanabildiğini bilirler. Ortalamaları herkes anlar ama kullanmaya gelince iş değişir!”

W. J. Reichmann, *Use and Abuse of Statistics*
(İstatistiğin Kullanımı ve Kötüye Kullanımı)
Penguin, 1961 (10. baskı 1978), s. 54.

Jerry P. King *Matematik Sanatı* adlı kitabında şöyle bir öykü anlatır: Dünyanın en ünlü matematikçilerinden Gauss (1777-1855) sekiz yaşında öğrenciyken bir gün öğretmen sınıftan 1’den 100’e kadar olan tamsayıların toplamını bulmalarını istemiş. Çocuklar $1 + 2 = 3$, $3 + 3 = 6$, $6 + 4 = 10$, ... diye hesaplamaya koyulmuş. Gauss başka bir şeye dikkat etmiş:

$$1 + 100 = 101; 2 + 99 = 101; 3 + 98 = 101; \dots$$

$$49 + 52 = 101; 50 + 51 = 101$$

Bu toplamlar hep 101 ediyor. Bu sayı çiftlerinden 50 tane olduğuna göre toplam $50 \times 101 = 5050$ eder, demiş. Ben de sizden 1'den 100'e kadar sayıların ortalama ve ortancasını bulmanızı istiyorum. Bir iki dakika düşünün, hemen bulabilir misiniz acaba? Evet, haklısınız ortalama $5050 / 100 = 50,5$; ortanca $(50 + 51) / 2 = 50,5$. İkisi de eşit çünkü bu sayılar bakışık dağılıyor.

Bu iş hep bu kadar basit mi? Kesin başka zorlukları vardır. Bir örnek verir misiniz?

TÜİK 81 ili 26 bölgeye ayırarak her bölgenin işsizlik yüzdelerini yayımlamaktadır. 2020 yılı verilerine göre bu bölgelerden 15+ yaş grubu içinde en yüksek ve en düşük işsizlik oranlarına sahip üçer bölge örnek olarak verilmiştir:

1 Mardin, Batman, Şırnak, Siirt	%33,5
2 Van, Muş, Bitlis, Hakkâri	23,6
3 Şanlıurfa, Diyarbakır	20,1
...	
24 Konya, Karaman	% 8,0
25 Balıkesir, Çanakkale	7,8
26 Kastamonu, Çankırı, Sinop	6,6

Öbür 20 bölgenin işsizlik oranları bunlar arasındadır. 26 bölgenin işsizlik oranlarının ortalamasını hesaplamak için hepsini toplayıp 26'ya bölelim...

Bu oranların ortalamasını böyle bulabilir miyiz ki?

Çok haklısın, ben de bakalım hanginiz soracak diyordum. Böyle bulacağımız sayı niye ülke ortalaması değil? Nedenini de şöyle açıklayayım: Bir dönemde aldığınız bütün derslerin not ortalamasını nasıl hesaplıyorsunuz? Her dersin notunu toplar ders sayısına bölerim, diyorsanız, bu ancak bütün derslerin ağırlığı aynıysa doğru olur. Ama ya ağırlıklar farklıysa? O zaman bu ağırlıkların da ortalama hesabında rol oynaması gerekmez mi? Her dersin notunu o dersin ağırlığıyla çarptıktan sonra hepsini toplarız, bulduğumuz toplamı ağırlıklar toplamına böleriz. Peki, nedir bu ağırlıklar? Genellikle her dersin haftalık ders saatidir. Sözü edilen işsizlik oranları da hesaplanırken o bölgedeki işsiz sayısı 15+ yaş grubundaki nüfusa bölünerek bulunmuştur. Ama her bölgede bu kesrin paydasındaki sayı farklıdır. TÜİK bölgelerden derlediği işsizlik verilerini bir araya getirerek Türkiye için toplam işsiz sayısını bulmakta, sonra da bunu ülke çapında 15+ yaş grubundaki kişi sayısına bölerek işsizlik oranını elde etmektedir. Bu sayı az önce sözünü ettiğimiz ülke çapındaki işsizlik oranı olup %10,6 kadardır.

Peki, ortancayı nasıl bulacağız?

Ortancayı bulmak için TÜİK verilerine bakalım. 26 bölge için ortanca 13. ve 14. sıralardaki bölgelerin arasındadır:

13 Kırıkkale, Aksaray, Niğde, Nevşehir, Kırşehir	%12,0
14 Ağrı, Kars, Iğdır, Ardahan	%11,4

Demek ki ortanca %11,4 ile %12,0'nin arasındır. İkinin orta noktası %11,7'dir. Demek ki ortalama %10,6 iken ortanca %11,7'dir. Burada da belli bir çarpıklıktan söz edilebilir. Yani yüksek oranda işsizlik gösteren az sayıda bölge vardır. Gerçekten de %30'dan yüksek işsizlik oranı tek bir bölgede (Mardin, Batman, Şırnak, Siirt) görülürken, %20-30 arasında iki bölgeye (Van, Muş, Bitlis, Hakkâri ile Şanlıurfa, Diyarbakır) rastlanmaktadır. Bu üç bölgedeki 10 ilin hepsi Doğu ve Güneydoğu Anadolu'dadır. Geri kalan 23 bölgeden 13'ünde işsizlik oranı %10-20 arasında, öbür 10 bölgede de %10'un altındadır. İşsizliğin hangi bölgelerde daha yüksek olduğuna bakarsak Türkiye'nin önemli sorunlarından birinin bölgesel eşitsizlik olduğuna ilişkin ipuçlarını yakalayabiliriz.

“Her kuşun eti yenmez” atasözüne benzeterek söylersek, her sayı kümesinin gözü kapalı ortalaması alınmaz. Önümüzdeki işi sağduyu ile ele alıp düşündüğümüz işlemi yapıp yapamayacağımıza öyle karar verelim. Kısacası, verilere işkence etmeyelim. Burada ağırlıkları hesaba katma gereği anlaşılmıştır umarım. Bu yolla hesaplanan ortalamaya *ağırlıklı* ya da *tartılı ortalama* deniyor.

Siz şimdi başka ortalama türleri de çıkarırsınız başımıza, eminim.

İyisi mi ben size bir soru sorayım. Bunu yanıtlamak için başka bir ortalama türüne gerek var mı, siz karar verin. TÜİK'e göre Türkiye'nin nüfusu 2017-2020 arasında şöyle değişmiş:

2017: 80.810.525 2018: 82.003.882 2019: 83.154.997 2020: 83.614.362

2017-2020 arasındaki üç yılda ortalama nüfus artışı binde kaçtır? Her yılın bir önceki yıla göre artış oranlarını hesaplasak, sonra bunları toplayıp üçe bölssek olur mu?

Siz bizi sınıyor musunuz acaba? Bu oranlar sabit bir sayıya göre değil, her yıl değişen nüfusa göre hesaplanmıştır, yani tartıları eşit değildir. Bu işlem yanlış olmaz mı?

Evet, sizi sınıyordum. Neyse dikkatle dinleyenler de varmış içinizde. Bu yola yanlış diyorsanız ne yapmamız gerekir?

Bu oranları bir önceki yıla göre değil de hep ilk yıla göre hesaplasak olur mu?

O zaman üç tane artış oranı bulacağız. Bunların mı ortalamasını alacağız? Yok, o da olmaz. Çünkü ikinci ve üçüncü yıllar için bulduğumuz oranlar tek bir yıla ait değil; bunlar iki ve üç yıllık birikimli oranlar. Bunları toplamak elmalarla armutları toplamak gibi olur.

Peki, ne yapacağız o zaman?

Faiz hesabımızda yaptığımız işlemleri düşünelim. İlk dönem değerini “1 + faiz oranı” ile çarpıp faiz dahil toplam borcu buluyorduk. Burada da öyle bir sabit büyüme oranı bulmalıyız ki bunu 2017 nüfusuyla peş peşe üç kere çarptığımızda 2020 nüfusunu versin. Ama önce her yılın büyüme oranlarının farklı olduğunu dikkate alarak yıllık büyüme oranlarının her birine x_1 , x_2 ,

x_3 diyelim. İşte biz bu üç büyüme oranının ortalamasını arıyoruz, bunların ortalamasını da x 'in üstüne bir çizgi koyarak belirtelim.

$$80.810.525 \times (1+x_1) \times (1+x_2) \times (1+x_3) = 83.614.362$$

$$80.810.525 \times (1+\bar{x}) \times (1+\bar{x}) \times (1+\bar{x}) = 83.614.362$$

Bu $\bar{x}$ değerini bulursak üç değişik büyüme oranı yerine bu değeri koyduğumuzda ikinci eşitlik de sağlanacak demektir. Son eşitliğin iki yanını da 2017 nüfusuna bölelim.

$$(1+\bar{x}) \times (1+\bar{x}) \times (1+\bar{x}) = 83.614.362 / 80.810.525$$

Bunu yapmamızın nedeni şu: 2020 yılının nüfusunu 2017 nüfusuna bölünce nüfusun üç yılda kaç katına çıktığını buluyoruz: $83.614.362 / 80.810.525 = 1,034696 \approx 1,035$. Demek ki nüfusumuz üç yılda yaklaşık %3,5 büyümüş. Üç yıllık bu büyümeyi sağlayan yıllık sabit ortalama büyüme hızını artık şöyle hesaplayabiliriz:

$$(1+\bar{x}) \times (1+\bar{x}) \times (1+\bar{x}) = (1+\bar{x})^3 = 1,034696$$

$1+\bar{x} = \sqrt[3]{1,034696} = 1,011434$. Bundan 1 çıkarırsak ortalama artış oranını buluruz. $\bar{x} \approx 0,0114$. Demek ki 2017-2020 arasında nüfusumuzun ortalama yıllık artış hızı ~% 1,14 kadarmış.

Sonunda küp kökü de işin içine soktunuz.

Niye yakınıyorsunuz? Aslına bu iş, dört işlemde biri olan çarpmanın tersidir. Bir sayının küp kökü şu sorunun yanıtıdır: Hangi sayı (örneğinizde $1+\bar{x}$) kendisiyle art arda iki kez çarpıldığında küp kökünü aradığımız sayıyı verir? Yani hâlâ sözümü tutuyorum dersem pek de yalan söylemiş sayılmam. Korkmayın, bu iş o kadar

kolay ki! Bu durumda ya hesap makinesi kullanırsınız ya da bilgisayar, olur biter. Yeter ki neyi neden öyle hesapladığınızı bilin. Üstelik size belki de inanmayacağınız bir şey söyleyeyeyim de konuyu kapatalım. Üçüncü kuvvetten terimlerle işlem yapmak, küp kök almak, üçüncü dereceden denklemleri çözmek neredeyse bin yıldır biliniyor. O zamanlar yazılan kitaplarda bile var. Hem o çağda ne hesap makinesi biliniyor ne bilgisayar; bütün hesaplar yalnızca kâğıt kalem kullanılarak yapılıyor.

Buraya kadar anlattıklarınızı anladığımı sanıyorum. Ama benim aklıma takılan başka bir soru var. Matematikte bilinmeyen bir büyüklük için başka bir harf değil de neden x kullanılıyor?

İlginç bir soru Berivan. Bunun öyküsünü de Amin Maalouf'un *Semerkant* adlı romanından okuyalım: "Ömer bu konuşmayı izleyen aylarda, küp denklemleri ile ilgili ciddi bir eser yazmaya koyuldu. Bu cebirsel denklemin bilinmeyenine, Arapça *şey* diyordu. İspanyolca yapıtlarda *xay* diye yazılıp *şey* diye okunan bu sözcük zamanla tek harfe indirilip bilinmeyi göstermekte kullanılan evrensel x harfine dönüşecekti." Yazarın Ömer dediği kişi kim biliyor musunuz? Ünlü İranlı şair Ömer Hayyam (1048-1131). Hayyam, yaşadığı çağın parlak bir matematikçisidir. Az önce sözünü ettiğim üçüncü dereceden denklem çözümlerine yer veren kitabın yazarı da odur. Bu arada eski futbolcu, şimdilerde teknik direktörlük yapan İspanyol Xavi'yi hatırlatayım size. Onun adı da Şevi diye okunuyor.

Şu son yaptıklarımızı bir toparlar mısınız?

Peş peşe üç döneme ilişkin farklı artış oranlarının ortalamasını hesapladık. Ama bunları toplayıp üçe bölmek yanlış olduğunu gördük. Demek değişim oranlarıyla ortalama hesabı böyle yapılmıyormuş, dedik. Akıl yürütüp değişim oranlarını toplamak yerine, “1 + değişim oranı” değerlerini çarpmamız gerektiğini anladık. Sonra da çarpım sonucunun 3’ncü dereceden kökünü almalıydık. Bunları uygulayıp sağlamasını da yapınca ortalama değişim oranını doğru bulduğumuz kanısına vardık. Önce toplayıp sonra bölme yoluyla bulunan *aritmetik ortalama* yerine önce çarpıp sonra bunun kökünü alarak *geometrik ortalama* hesapladınız farkında mısınız?

Mösyö Jourdain: Peki konuşulan şey nedir?

Felsefe Öğretmeni: Düzyazı.

Mösyö Jourdain: Yani ben, “Nicole terliklerimi getir, gecelik başlığımı ver,” desem, bu düzyazı olur mu?

Felsefe Öğretmeni: Evet, efendim.

Mösyö Jourdain: Demek kırk yıldır farkında olmadan düzyazı konuşuyormuşum; bunu öğrettiğiniz için teşekkür ederim.

Molière, *Kibarlık Budalası* adlı oyundan

Geometrik ortalamanın kullanılabileceği başka alanlar da var mı peki?

Olmaz mı? Bu örnekteki gibi zaman içinde peş peşe değişim oranları birbiri üstüne binip üstel (ya da geo-

metrik) artış oluşturduğu durumlarda kullanılması gereken ortalama, geometrik ortalamadır. Daha önce sözünü ettiğimiz gayrisafi yurtiçi hâsılanın (GSYH) son yıllardaki değişiminin yıllık ortalaması kaçtır? Yani her yıl bir önceki yıla göre ortalama yüzde kaç artmıştır? Tüketici fiyat endeksinin 2020 yılında aylık ortalama artışı, yani bir önceki aya göre artışların ortalaması yüzde kaçtır? Bu soruların yanıtı hep geometrik ortalamayla bulunur. Geciken borcumuza uygulanan faiz oranı da bir geometrik ortalamadır.

Soran olursa bu büyüme hızlarının logaritmayla ilişkisini de anlatırım. Hatta orada durmam, nüfus gibi, fiyat gibi, virüs bulaşması gibi her saniye, her an değişen büyüklüklerde anlık değişim oranının bile dört işlem-den başka bir şey gerektirmediğini örneklerle gösterebilirim. Yeter ki siz merak edip sorun.

Bu artış oranlarından kimileri “eksi” olsa bile geometrik ortalama kullanılabilir mi?

Bu soruyu çok beğendim. Güncel bir örnekle yanıt vermek isterim. 1 Eylül 2021’de TÜİK, 2021’in ikinci çeyreği (Nisan-Haziran) sonunda GSYH’nin, 2020’nin aynı dönemine göre %21,7 arttığını açıkladı. Kimi yayın organları bunu tarihte görülmemiş bir başarı olarak tanıttı. Acaba öyle midir? Ne dersiniz, bir bakalım mı? Önce TÜİK’in son üç yılın ikinci çeyrekleri için verdiği GSYH değişim oranlarını görelim:

2019: -%1,6 2020: -%10,4 2021: %21,7

İlk iki yıldaki küçülmelerin ardından bu “eşi görülmemiş (!)” büyümenin yarattığı üç yıllık toplam artış oranını (yıllık oranların önündeki işaretlere dikkat ederek) bulalım:

$$(1 - 0,016) \times (1 - 0,104) \times (1 + 0,217) = 0,984 \times 0,896 \times 1,217 \approx 1,0729851$$

Bunun yıllık ortalaması $\sqrt[3]{1,072985} \approx 1,0237594$. Demek ki son üç yılın toplam büyümesi %7,3 kadardır; 2018 Ocak-Nisan döneminden 2021’in aynı dönemine kadar yıllık ortalama artış %2,4’ün altındadır. Türkiye için hiç de abartılacak bir büyüme değil. Yıllık %2,4 büyümeyle övünülemez sanırım.

Üstelik aynı dönemde gelir türleri arasındaki dağılımda da bozulma görülüyor. Yine TÜİK’in verilerine göre 2020’nin ikinci çeyreğinde “işgücü ödemeleri” (siz bunu işçilere yapılan ödemeler diye okuyun) GSYH’nin %37,0’si iken 2021’in aynı çeyreğinde GSYH’nin %32,9’una inmiştir. Peki, bu payı kimler kapmıştır diye baktığımızda da “net işletme artığı, karma gelir” (siz bunu işverenin kârı ve kendi işlerinde çalışanların geliri diye anlayın) payı aynı dönemde %42,8’den %49,8’e çıkmıştır. Kısacası TÜİK’in haber bülteni işçilerin geçen yıla göre daha fazla sömürüldüğünü söylemektedir.

Ben bir soru sorayım o zaman. Asgari ücret belli aralıklarla artıyor. Bu artışın ne kadar olacağına nasıl karar veriliyor?

Asgari ücret, bir işçiye ödenebilecek en düşük yasal ücret demek. Bundan daha düşük ücret ödenme-

si yasaktır. Bu ücretin düzeyi her 6 ayda bir yeniden saptanıyor. Bu belirleme sürecinde TÜİK'in hesapladığı Tüketici Fiyatları Endeksi (TÜFE) temel alınıyor. TÜFE, tüketicilerin en çok kullandığı mal ve hizmetlerin fiyatlarındaki değişmeyi yansıtıyor. Bu fiyatlar 6 ay boyunca hiç artmasa, sadece asgari ücretin arttırılarak ödendiği gün bir seferde yükselse, asgari ücretli enflasyona pek ezdirilmedi diyebilirdik. Ama gerçek hayatta öyle olmuyor, fiyatlar durmadan değişiyor, asgari ücretliler harcamalarını altı ay boyunca hep değişen fiyatlarla yapıyor. Fiyatlar genellikle az ya da çok yükseldiğinden aynı tüketim mallarına her alışverişte biraz daha çok para ödüyor. Altıncı ay sonunda TÜFE bize fiyatlardaki artışın ne kadar olduğunu söylüyor. Asgari ücret hemen o gün kararlaştırılıp o gün zamlı ödense bile son altı ayın kayıplarını karşılayamıyor. Bir de bunun her yıl iki kez yinelandığını düşünün. Asgari ücretlilerin (daha genel olarak bütün ücretli emekçilerin) enflasyondan doğan kayıpları yıllar boyunca geometrik artışla birike birike büyüyor. Oysa TÜFE her ay ölçüldüğüne göre, asgari ücret de her ay otomatik olarak TÜFE'deki artış kadar artsa ve yeni ücret hemen ödenmeye başlansa, asgari ücretli enflasyona ezdirilmekten tam olarak kurtarılamasa da biraz daha iyi durumda olabilir.

Aritmetik ortalamadan sonra başımıza bir de geometrik ortalama çıkardınız. Başka ortalamalar da var mı bilmemiz gereken?

Gözünüzü korkutmayayım ama özel durumlarda kullanılan *kareli ortalama*, *kübik ortalama*, gibi çok sayıda ortalama var. Burada ayrıntısına girmeden şu kadarını belirteyim. İstatistikte standart sapma, standart hata gibi kavramları duymuş olanlarınız vardır belki. Bunlar birer kareli ortalama değildir.

Ben size bunları değil de gündelik yaşamda kullandığımız başka bir ortalama anlatayım. Diyelim bulunduğunuz şehirden komşu bir şehre sabah erkenden gidip akşam aynı yoldan döndünüz. Sabahki yolculuk için hesapladığınız ortalama hızınız 90 km/saat çıktı. Dönüş yolunda trafiğe yakalandığınız için ortalama hızınız düştü, 60 km/saat oldu. Gidiş-dönüş ortalama hızınızı $(90 + 60)/2$ diye hesaplasanız, 75 km/saat bulursunuz. Bu yanlıştır.

Neden hocam? İki farklı hızı toplayıp ikiye bölüyoruz. Niye yanlış olsun?

Herhangi iki il arasındaki uzaklığı örnek olarak alıp gidiş-dönüş ortalama hızınızı bulun. 75 km/saat olmadığını kendiniz görebilirsiniz. Yanlışlığın nedeni başka bir soruyu yanıtlıyor olmanız. Eğer size “Bir saat boyunca 90 km ortalama hızla gitseniz, sonraki bir saat boyunca da 60 km hızla gitseniz ortalama hızınız kaç km olurdu?” diye sorulsaydı, 75 km/saat yanıtınız doğru olurdu.

İlkokulda öğrendiğimiz bir eşitlik var: $Hız = Yol/Zaman$. Bu eşitlikte *Yol* kesrin payında, *Zaman* ise paydasında. Siz de zaten buna uyarak $(90 + 60)/2 = 75$ km/saat

hesabını yaptınız. Ama dikkat edin, bu hesaplamada iki aşamada da süre 1 saat olarak sabitlenmişti; iki saat süren yolculuğun iki parçasındaki yol uzunluğu ise 90 ve 60 km olarak değişiyordu. Oysa sizin iki şehir arasındaki yolculuğunuzda yol uzunluğu sabit, gidişte de dönüşte de aynı yolu kullanıyorsunuz. Paydadaki *Zaman* ise sabit kalmıyor; giderken daha kısa, dönerken daha uzun. İşte bu yüzden ortalama hızı doğru bulamadınız.

Peki, ne yapmamız gerekiyordu?

Problemimizde yol sabit, zaman da değişken. $Hız = Yol/Zaman$ formülünü kullanamıyoruz. İki yanın da tersini alarak, formülü $1/Hız = Zaman/Yol$ şeklinde yazabiliriz. İşimize yarayan eşitlik işte bu. Çünkü, problemimiz için artık payda sabit, pay değişken olur. Demek ki hızın tersi olan $1/Hız$ kavramını kullanmalısınız. Eşitliğin sağında $Zaman/Yol$ bulunduğundan, bu oranla ilgilenmeliyiz. Şimdi bakalım, 1 km mesafeyi gidişte $1/90$ saatte, dönüşte $1/60$ saatte aldınız. Saat yerine dakikayı tercih ederseniz, 1 km yolu gidişte $60/90 = 2/3$ dakikada, dönüşte $60/60 = 1$ dakikada aldım da diyebilirsiniz. Öyleyse bu gidiş-dönüş sırasında, $2/3 + 1 = 5/3$ dakikada 2 km yol almışsınız. 1 km yolu, bunun yarısı kadar sürede alabileceğinize göre bu süre $(5/3)/2 = 5/6$ dakikadır. Demek ki 1 km yol için gereken ortalama zaman, $1/Hız = 5/6$ dakika imiş. Bunun tersi olan $6/5$ km 1 dakikada alınan ortalama yol, ortalama *Hız*'dır. Gidiş-dönüş bütün yolculuk boyunca 1 dakikada ortalama $6/5$ km = 1,2 km yol almışsınız; bu da saatte $60 \times 1,2 = 72$ km

yol eder. Demek ki gidiş-dönüş ortalama hızınız 72 km/saat olmuş. Elde edilen bu ortalamaya *Harmonik Ortalama* denmesi, bu ortalamanın müzikle ilgisini gösterir.

Toplam yolu toplam süreye bölsek gidiş-dönüş ortalama hızı bulabilirdik. Niye işi zorlaştırıyoruz ki?

Çok doğru Erlin ama ne yolun uzunluğunu biliyoruz ne de yolculuk süresini. Bu yüzden 1 km yolun ne kadar sürede alındığıyla ilgilendik. Yol kaç km olursa olsun, ortalama hız hep aynı çıkar. Şimdi yol uzunluğunu, yolculuk süresini bilmeden de ortalama hızı hesaplamayı öğrendiniz sanırım.

Peki, bir tek hız problemlerinde mi kullanılır bu harmonik ortalama?

Elimizdeki sayıların tersi anlamlı olduğu sürece bu yöntemi her zaman kullanabiliriz. Bir örnek vereyim isterseniz.

TÜİK verilerine göre Türkiye’de 2018’de 1000 kişi başına düşen hastane yatağı sayısı 2,83’tür. Bunun tersi nedir? Yatak başına düşen kişi sayısı, $1000/2,83 = \sim 353$ kişi. Bu iki ortalamadan birini aritmetik ortalama olarak alırsanız, öbürü daima harmonik ortalama, biri öbürünün tersi alınarak bulunabilir. Yine aynı kaynağa göre 2018’de hekim başına hasta başvuru sayısı 5.110 kişidir. Bunu tersine çevirirsek $1/5.110 \approx 0,00019$ ile başlayan bir sayı çıkar. Bu dört sıfırdan kurtulmak için, hasta başvurusu sayısını dört sıfırlı alalım. 1 yerine 10.000’i kullanarak hekim sayısını bulalım: $10.000/5.110 \approx 1,957$

≈ 2 ; demek ki her on bin hasta başvurusuna ortalama 2 hekim düşmektedir. İsteyen 100.000 hasta başvurusu başına $\approx 19,57 \approx 20$ hekim de diyebilir. Gördüğünüz gibi yatak sayısını, hekim sayısını, nüfusu, toplam başvuru sayısını bilmeden bütün bunları hesaplayabiliyoruz.

Başka örnek de verebilir misiniz?

Bir örnek daha vereyim. Bu da Marksist kavramlarla ilgili olsun. M. Wayne'nin *Yeni Başlayanlar için Kapital* kitabının 74-75. sayfalarında şöyle bir bölüm yer alır:

Marx değer, emek gücünü ya da emeğin yaptığı malları üretmek için toplumsal olarak gerekli ortalama zaman olduğunu vurgular. Toplumsal ortalama önemlidir çünkü bu, rekabetin toplumu, verili bir dizi toplumsal koşul altında bir şey yapmak için harcanan ortalama zamana doğru yönlendirdiği bir düzenektir.

Diyelim ki:

10 işçiden oluşan A takımı bir meta yapmak için 2 saat harcıyor.

10 işçiden oluşan B takımı aynı meta için 3 saat harcıyor.

10 işçiden oluşan C takımı aynı meta için 4 saat harcıyor.

Öyleyse ortalama 3 saattir.

Bu ortalama her takımın yalnız birer tane meta üretmesi durumu için bulunmuştur. (Bu arada *meta*, ticarete konu olan, alınıp satılan mal demektir.) Ama seri üre-

timde, meta başına ortalama süre biraz değişir. Dikkat ettiyseniz bu üretim hızının hesaplanması işidir. Öyleyse üç hızın terslerini, yani her takımın bir saatte ürettiği meta sayılarını toplayalım:

$$1/2 + 1/3 + 1/4 \approx 0,5 + 0,333 + 0,25 \approx 1,083 \text{ meta/saat.}$$

3 takım birer saatten 3 saat harcadığına göre üretilen bu miktarı 3'e bölelim:

$$1,0833 / 3 \approx 0,361 \text{ meta/saat. Ters: } 1 / 0,361 \approx 2,77 \text{ saat/meta.}$$

Yani bir birim meta üretimi için gereken ortalama süre ~2 saat 46 dakikadır.

Nasıl bu kadar emin olabiliyorsunuz?

Peki, bir örnek üzerinde deneme yapalım. Her takım haftada 48 saat çalışsa, çalışılan toplam süre $48 \times 3 = 144$ saat olur. Bu sürede her takımın üretim miktarını bulalım:

$$\text{A: } 48/2 = 24 \text{ meta} \quad \text{B takımını } 48/3 = 16 \text{ meta}$$

$$\text{C takımını } 48/4 = 12 \text{ meta}$$

Toplam üretim $24 + 16 + 12 = 52$ meta eder. 52 birim meta üretimi için 144 saat harcandığına göre 1 saatte $52 / 144 \approx 0,361$ meta üretilir. Bunun tersi de bir birim meta için gerekli süredir: $1 / 0,361 \approx 2,77$ saat ≈ 2 saat 46 dakika. Seri üretimde değer, 3 saatlik emek gücüne değil, bulduğumuz süre kadar emek gücüne eşittir. 48 saat yerine kaç saat koyarsanız koyun ortalama süre hep aynı çıkar.

Teşekkür ederiz hocam, harmonik ortalamayı da anladık.

İlk söze başlarken 5G'den sonuncusuna “sayıların gerekliliği” demiştik. Umarım bu gerekliliği anlatabilmişimdir. Şunu unutmayın, sayılar rakamlardan oluşur ama onlardan ibaret değildir; her birinin kendine özgü anlamı vardır. Bu anlamı ortaya çıkarmak için en önemli ipucu elinizdeki sayının neyi, ne kadar iyi ölçtüğüdür. Sayılardan korkmayın, onları anlamaya çalışın, onlarla konuşun. Merak ettiğiniz konularda anlamlı sorular sorun, size anlamlı yanıtlar vereceklerdir. Onlara olmadık anlamlar yüklemeyin. Söyleyemeyecekleri şeyleri zorlayarak söyletmeye çalışmayın. Size gösterilen sayılara bakarken sağduyunuzu kullanın, gerçek yaşamdan kopmayın, onlara gerçek anlamlarını düşünerek yaklaşın. Sayılar size iyi gelecektir, onları sayın, sevin.

Hoşça kalın, sağlıklı kalın, esen kalın.

“Günümüzün en üretken ve uçuk matematikçisi Paul Erdős, hayatı boyunca sayıları çalışmak için –oturacak bir ev de dahil olmak üzere– tüm dünyevi konforundan vazgeçti. En basit günlük işleri yapmayı beceremese de, akıl almaz bir düşünce gücüne sahipti.”

Paul Hoffman, *Yalnızca Sayıları Seven Adam*,
1999, arka kapak yazısı.

Konuřmamızda Sözü Edilen Kaynaklar:

Ali Alpar, “Covid-19’un yayılma hikâyesi: Üstel artış nedir?” M. Sa-
bancıoğlu, D. Üçer Şaylan (der.) *Meraklısına Bilim 2020* içinde,
s.240-243.

Ali Nesin, *Matematik ve Sonsuz*, Bilgi Üniversitesi Yayınları, 2001.

Ali Nesin’in aynı dizide hepsi 2001 ya da 2002 baskılı başka benzer
kitapları da var: *Matematik ve Doğa*, *Matematik ve Korku*, *Mate-
matik ve Oyun*. *Önermeler Mantığı*, *Develerle Eşekler*.

Amin Maalouf, *Semerkant* çev. Esin Talû Çelikkan, YKY, 1993 (20. b.
2001) s. 34 (*Samarcande*, J. C. Latte, 1988).

Andrew Ehrenberg, *Data Reduction* (Veri Kısaltma), John Wiley, 1975,
tıpkıbasım 1981, 2000. www.empgens.com

Caleb Everett, *Sayılar ve Türümüze Katkıları*, Kolektif Kitap, 2021
(*Numbers and The Making of Us*, Harvard University Press, 2017).

Darrell Huff “İstatistikle Nasıl Yalan Söylenir” Sarmal Yayınevi, 1995,
s. 11-12.

Fikri Akdeniz, *Doğada, Sanatta, Mimaride ALTIN ORAN ve Fibonacci
Sayıları*, Nobel Kitabevi, 2007.

George A. Miller, “The magical number seven, plus or minus two:
some limits on our capacity for processing information” (Sihirli
sayı yedi, artı-eksi iki: bilgi işleme kapasitemizin kimi sınırları)
Psychological Review, c. 63, sayı 2, Mart 1956, s. 81-97.

Bkz. [https://pure.mpg.de/rest/items/item_2364276_4/component/
file_2364275/content](https://pure.mpg.de/rest/items/item_2364276_4/component/file_2364275/content)

Georges Ifrah, *Rakamların Evrensel Tarihi* (9 cilt) çev. Kurtuluş Din-
çer, TÜBİTAK, 1995-2002 (*Histoire Universelle des Chiffres*, Editi-
ons Robert Laffort, 1994; *The Universal History of Numbers*, İngi-
lizceye çev. David Bellos, E. F. Harding, Sophie Wood, Ian Monk,

The Harvil Press, 1998.

I *Bir Gölgenin Peşinde*, 1995

II *Çakıl Taşlarından Babil Kulesine*, 1996

III *Akdeniz Kıyılarında Hesap*, 1996

IV *Uzak Doğu'dan Maya Ülkesine Bir, İki, Üç...*, 1996

V *Sıfırın Gücü*, 1997

VI *Hint Uygarlığının Sayısal Simgeler Sözlüğü*, 1998

VII *İslam Dünyasında Hint Rakamları*, 1998

VIII *Hesabın Destanı*, 2000

IX *Bilgisayar Ne Sayar*, 2002

Hacettepe Üniversitesi Nüfus Etütleri Enstitüsü, *2018 Türkiye Nüfus ve Sağlık Araştırması*, 2019.

Hakan Bıçakçı, *Doğa Tarihi*, İletişim, 2014, s. 26

Jan Pen, *Income Distribution* (Gelir Dağılımı), Penguin, 1971, s. 48-58.

Jerry P. King, *Matematik Sanatı*, çev. Nermin Arık, TÜBİTAK 1997 (3. basım 1998), s. 36-37.

Joseph Mazur, *Matematik Sembollerinin Kısa Tarihi*, çev. Barış Gönülşen, T. İş Bankası, 2016 (*Enlightening Symbols: A Short History of Mathematical Notations and Its Hiding Powers*, Princeton University Press, 2016).

Memet Fuat, *Nasrettin Hoca Fıkraları*, T. İş Bankası, 2002.

Mike Wayne, *Yeni Başlayanlar için Kapital*, çev. Ümit Şenesen, Yordam Kitap, 2021, s. 74-75 (*Marx's Das Capital for Beginners*, Steerforth Press, 2012).

Nasim Nicholas Taleb, *Siyah Kuğu: Olasılıksız Görünenin Etkisi*, Çev. Nazan Arbias, Varlık Yayınları, 2008. (*The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable*, Random House, 2007, anlattığım örnek s.22-23'ten güncellenmiştir.)

Nâzım Hikmet, "Neyi anlatır sayılar", *Bütün Şiirleri*, YKY, 2007, s. 1822-1825.

Paul Hoffman, *Yalnızca Sayıları Seven Adam*, çev. Derya Kömürçü, Sistem Yayıncılık, 1999 (*The Man Who Loved Only Numbers*, Hyperion, 1998).

- Sevan Nişanyan, *Elifin Öküzü ya da Sürprizler Kitabı*, Everest Yayınları, 2017.
- Türkiye Bilimler Akademisi (TÜBA), *Türkçe Bilim Terimleri Sözlüğü: Sosyal Bilimler*, 2011.
- Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK), *Kaliteli Bir Araştırmanın El Kitabı*, 2014.
- W. J. Reichmann, *Use and Abuse of Statistics* (İstatistiğin Kullanımı ve Kötüye Kullanımı) Penguen, 1961 (10. tıpkıbasım 1978), s. 54.
- www.forbes.com/billionaires (en zenginler).
- www.haberturk.com/spor/futbol/haber/1210919-turkiyenin-en-kapsamli-taraftar-arastirmasi
- www.tuik.gov.tr/Kurumsal/Kaliteli_Bir_Arastirmanin_El_Kitabi
- www.who.int (Dünya Sağlık Örgütü).
- www.worldometers.info (Dünya nüfusuna ilişkin anlık bilgiler).
- https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_heaviest_people (en ağır insanlar).

Terimler dizini

1. dörde-bölen (1^{st} quartile) bkz. alt dörde-bölen

2. dördebölen (2^{nd} quartile) bkz. ortanca

3. dörde-bölen (3^{rd} quartile) bkz. üst dörde-bölen

ad ölçeği (*nominal scale*): gözlem değerlerinin belli özelliklerine göre ad vererek kümelere ayıran ölçek.

ağırlıklı ortalama (*weighted mean*): gözlem değerlerinin ağırlıklar ya da tablolarla çarpılarak toplamının ağırlıklar toplamına bölünerek bulunduğu ortalama.

anakütle (*population*): hakkında bilgi edinilmek istenen kişiler, nesneler, olaylar, olgular topluluğunun tamamı, evren

alt dörde-bölen (*lower quartile*): büyüklük sırasına dizilmiş veri kümesini $\frac{1}{4}$ 'ü altta, $\frac{3}{4}$ 'ü üstte kalacak biçimde bölen değer, 1. dörde-bölen (1^{st} quartile), D_a ya da D_1

aralık (*range*): veri kümesindeki en yüksek ve en düşük değerlerin farkı

aritmetik ortalama (*arithmetic mean*): gözlem değerlerinin toplanıp gözlem sayısına bölünmesiyle bulunan ortalama

berk gösterge (*robust indicator*): veri kümesindeki aşırı değerlerden etkilenmeyen gösterge.

beşli-özet (*five-point-summary*): en küçük değer, alt dörde-bölen, ortanca, üst dörde-bölen ve en yüksek değerden oluşan beş göstergenin birlikte gösterimi

bilişsel bilim (*cognitive science*): akli ve aklın işleyişini anlayabilmek için çeşitli bilim dallarından araştırmacıların birlikte çalıştığı bilim dalı.

bölenler (*quantiles*): büyüklük sırasına dizilmiş veri kümesini belli sayıda eşit dilimlere ayıran değerler

çapraz çizelge (*contingency table*): satır ve sütunlardan oluşan iki yönlü çizelge

dörde-bölenler (*quartiles*): doğal bir sıraya dizilmiş veri kümesindeki gözlemleri dört eşit dilime ayıran üç değer, bkz. alt dörde-bölen, ortanca, üst dörde-bölen

dörde-bölenler aralığı (*interquartile range*): üst ve alt dörde-bölenlerin farkı

en-sık-değer (*mode*): veri kümesinde en çok tekrarlanan, sıklık sayısı en yüksek değer

eş-aralık ölçeği (*interval scale*): kişileri, nesneleri, olayları, olguları belli özelliklerine göre doğal biçimde sıralayarak eşit aralıklı birimlerle ölçen, bu ölçümleri doğal sıfır noktası içermeyen sayılarla belirten ölçme düzeyi

evren: bkz. anakütle

geometrik ortalama (*geometric mean*): zaman içinde eşit sürelerdeki peş peşe n tane değişim oranının çarpılıp çarpım sonucunun n 'nci dereceden kökünün alınmasıyla bulunan ortalama.

hanehalkı (*household*): aralarında akrabalık bağı bulunsun ya da bulunmasın aynı konutta ikamet eden, temel ihtiyaçlarını birlikte karşılayan bir veya birden fazla kişinin oluşturduğu topluluk (TÜİK tanımı)

harmonik ortalama (*harmonic mean*): gözlem değerlerinin terslerinin alınması, bunların ortalamasının hesaplanması, elde edilen sonucun yeniden tersine çevrilmesiyle bulunan ortalama

kareli ortalama (*quadratic mean*): n tane gözlem değerlerinin karelerinin alınması, bunların ortalamasının hesaplanması, elde edilen sonucun n 'nci kuvvetten kökünün alınmasıyla bulunan ortalama

oran ölçeği (*ratio scale*): kişileri, nesneleri, olayları, olguları belli özelliklerine göre eşit-aralıklı birimlerle ölçen, bu ölçümleri doğal sıfır noktası içeren sayılarla belirten ölçüm düzeyi

ortalama (*mean*): veri kümesinin ortalama düzeyini temsil eden değer. *bkz. aritmetik ortalama, ağırlıklı (ya da tartılı) ortalama, geometrik ortalama, harmonik (tersine) ortalama, kareli ortalama*

ortanca (*median*): doğal bir sıraya dizilmiş veri kümesindeki gözlemleri tam ortadan iki eşit parçaya bölen değer, 2. dördebölen (*2nd quartile*)

örneklem (*sample*): ana-kütleden seçilen altküme

örnekleme (*sampling*): ana-kütleden alt küme seçme işi

rassal örnekleme (*random sampling*): anakütledeki kişilerin, nesnelerin, olayların, olguların her birine eşit şans tanıyıp, her birini ötekilerden bağımsız olarak seçme

sıra ölçeği (*ordinal scale*): kişileri, nesneleri, olayları, olguları belli özelliklerine göre doğal biçimde sıralayan ama bunlara sayısal değer vermeyen ölçek

tartılı ortalama: *bkz. ağırlıklı ortalama*

üst dörde-bölen (*upper quartile*): büyüklük sırasına dizilmiş veri kümesindeki gözlemleri $3\frac{1}{4}$ 'ü altta, $\frac{1}{4}$ 'ü üstte kalacak biçimde bölen değer, 3. dördebölen (*3rd quartile*), D_u ya da D_3

yatay-kesit verileri (*cross-section data*): zaman içinde belli bir noktada derlenen veriler

yayılım (*spread*): veri kümesinin en yüksek ve en düşük değerleri arasındaki fark

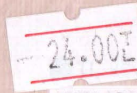
zaman serisi verileri (*time series data*): zaman içinde belli aralıklarla yeniden derlenen veriler

Bu dünyada sayılar olmadan yaşayamayacağımızı hepimiz biliyoruz. Doğum tarihimizden kimlik numaramıza, sınav notlarımızdan maaşımıza, gıda fiyatlarından seçim sonuçlarına, kredi kartı borcumuzdan aşı etkililik oranlarına, her yandan sayıların çevrelediği bir yaşamımız var.

Uzun akademik yaşamını sayılar üzerine kuran, istatistik alanında Türkçeye önemli eserler kazandıran Ümit Şenesen, bu küçük kitapta öğrencileriyle söyleşerek sayıların 5G'sini anlatıyor bize: Sayıların Gazabı, Sayıların Gizemi, Sayıların Güzelliği, Sayıların Gücü ve Sayıların Gerekliliği.

Bir yılda neden 12 ay, bir haftada 7 gün, bir günde 24 saat, bir saatte 60 dakika var? Gizemli sayı diye bir şey var mı? Altın oran nedir? Bulaşıcı hastalıklarda görülen hızlı artış nasıl oluyor? Sayıları yuvarlamak ne demek? Bir araştırmamanın verilerine nasıl bakmalıyız? Sayıları konuşturmak mümkün mü? Sayılara işkence yapmak ne demek?

"Sayılar rakamlardan oluşur ama onlardan ibaret değildir; her birinin kendine özgü anlamı vardır," diyen Ümit Şenesen'in öğrencileriyle bu renkli, akıcı sohbeti, istatistikle ilgilenen üniversite öğrencileri için âdeta bir el kitabı olmasının yanı sıra, sayıların anlamını kavramak isteyen herkesin keyifle okuyacağı bir içerik sunuyor.



den muafır

ISBN 978-605-172-512-3



Yordam Kitap

YordamKitap YordamKitap YordamKitap