

Keyifli Okumalar Dileriz

Binlerce kategoride milyonlarca PDF e-kitap, ders kitapları, dergiler ve romanlara platformumuz üzerinden ücretsiz ulaşabilirsiniz.

RESMİ WEB SİTEMİZ

<https://rantey.org>

Yedek ve Duyuru Kanallarımız

Sitemize erişim engeli gelmesi veya adres değişikliği durumunda aşağıdaki kanallardan güncel giriş adresine erişebilirsiniz:

- Telegram: <https://t.me/birkitapbir>
- WhatsApp Kanalımız : <https://whatsapp.com/channel/0029VbDHv8uE50Us4lvMoc0Y>

RASTLANTI VE KAOS

David Ruelle



TÜBİTAK

POPÜLER BİLİM KİTAPLARI

Rastlantı ve Kaos / Chance and Chaos

David Ruelle

Çeviri: Deniz Yurtören

Türkçe metnin bilimsel danışmanı: Prof. Dr. Ali Ulvi Yılmaz

© Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu, 1994

Bu yapının bütün hakları saklıdır. Yazılar ve görsel malzemeler,
izin alınmadan tümüyle veya kısmen yayımlanamaz.

*TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları'nın seçimi ve değerlendirilmesi
TÜBİTAK Yayın Komisyonu tarafından yapılmaktadır.*

ISBN 975 - 403 - 011 - 1

İlk basımı Kasım 1994'te yapılan
Rastlantı ve Kaos
bugüne kadar 50.000 adet basılmıştır.

20. Basım Aralık 2006 (5000 adet)

TÜBİTAK
Popüler Bilim Kitapları Müdürlüğü
Atatürk Bulvarı No: 221 Kavaklıdere 06100 Ankara
Tel: (312) 467 72 11 Faks: (312) 427 09 84
e-posta: kitap@tubitak.gov.tr
İnternet: kitap.tubitak.gov.tr

Semih Ofset - Ankara

Rastlantı ve Kaos

David Ruelle

ÇEVİRİ

Deniz Yurtören

TÜBİTAK POPÜLER BİLİM KİTAPLARI

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - <https://rantey.org>

İçindekiler

<i>Rastlantı</i>	1
<i>Matematik ve Fizik</i>	7
<i>Olasılıklar</i>	12
<i>Piyangolar ve Yıldız Falları</i>	18
<i>Klasik Determinizm</i>	24
<i>Oyunlar</i>	32
<i>Başlangıç Durumuna Hassas Bağlılık</i>	37
<i>Hadamard, Duhem ve Poincaré</i>	43
<i>Türbülans: Modlar</i>	49
<i>Türbülans: Garip Çekerler</i>	56
<i>Kaos: Yeni Bir Paradigma</i>	64
<i>Kaos: Sonuçlar</i>	71
<i>Ekonomi</i>	78
<i>Tarihsel Evrimler</i>	84
<i>Kuanta: Kavramsal Çerçeve</i>	90
<i>Kuanta: Durumların Sayılması</i>	96
<i>Entropi</i>	102
<i>Geri Dönülmezlik</i>	108
<i>Denge İstatistiksel Mekaniği</i>	114
<i>Kaynar Su ve Cehennemin Kapıları</i>	120
<i>Bilgi</i>	127
<i>Algoritmik Karmaşıklık</i>	133
<i>Karmaşıklık ve Gödel Teoremi</i>	140
<i>Cinsiyetin Gerçek Anlamı</i>	147
<i>Zeka</i>	152
<i>Sonsöz: Bilim</i>	159
<i>Notlar</i>	164

Önsöz

“Suam habet fortuna rationem

Petronius, “Rastlantının nedenleri vardır” der. Bu konuda şunları sorabiliriz... Ne gibi nedenler? Rastlantı nedir? Nasıl ortaya çıkar? Gelecek ne ölçüde belirsizdir? Bu soruların yanıtlarını bize fizik ve matematik bilimleri sağlamaktadır. Hernekadar bu yanıtlar oldukça alçakgönüllü ve hatta bazı durumlarda kesinlikten uzaksa da bilmeye değerdir ve kitabımızın konusunu da bunlar oluşturmaktadır.

Fizik yasaları somut gerçeklere dayanır. O halde nasıl oluyor da rastlantı evrenin tanımı içinde yer alabiliyor? İlerde göreceğiniz gibi bu durum çeşitli yollarla gerçekleşmektedir. Yine göreceğiniz üzere geleceğin belirsizlik oranı kesin çizgilerle sınırlanmıştır. Rastlantı ve belirsizlik kavramlarının çeşitli yönleri konusunda bu kitapta öne sürülen her şey genelde kabul edilmiş (ya da edilebilir) eski ve yeni bilimsel görüşlere dayanmaktadır. Özellikle kaosa ilişkin çağdaş görüşleri oldukça ayrıntılı biçimde ele aldım. Göreceğiniz gibi kesinlikle teknik bir anlatıma başvurmam ve kullandığım az sayıdaki denklemleri gözardı etseniz de fazla bir kaybınız olmayacak. Kitabımı yazarken ilke olarak okurun lise düzeyinde fizik ve matematik bilgisinden fazlasına gereksinim duymamasına özen gösterdim. Buna karşılık kitabın sonunda yer alan ve herkesin anlayabileceği bir anlatım ile daha çok meslektaşlarıma hitap eden oldukça teknik bir anlatım arasında değişen notlarda bu ilkenin biraz dışına çıktığımı kabul ediyorum.

Son olarak şunu belirtmem gerekiyor: bilim adamlarını ve bilimsel araştırmaları pek de yüceltmeyen bazı görüşlerimin meslektaşlarımdan bir bölümü tarafından hoş karşılanmayacağını biliyorum. Diğer yandan bunun için kimseden özür dilemiyorum, zira eğer bilimin amacı gerçeğe ulaşmaksa bilimin nasıl yapıldığı konusunda da gerçeğe bağlı kalmamız gerekmez mi?

Bures - sur - Yvette
1990 Yaz

Teşekkür

Bu kitabı yazarken bazı meslektaşlarımla yaptığım bilimsel tartışmaların büyük yararını gördüm. Hernekadar kendisinin sonuçta ortaya çıkan eser karşısında bir ölçüde dehşete düşmesi olasılığı varsa da özellikle Shelly Goldstein'e çok şey borçluyum. Nicolas Ruelle anlatım yönünden çok yararlı önerilerde bulundu. Arthur Wightman ve Laura Kang Ward İngiliz dilinin savunmasını kahramanca üstlendiler. Yoshisuke Ueda ve Oscar Lanford çok güzel bilgisayar çizimleri sağladılar. Ve son olarak Helga Dernois oldukça çetrefil bir taslağı daktiloya çekerken örnek bir sabır ve yılmazlık gösterdi. Hepsine teşekkür ediyorum.

I. BÖLÜM

Rastlantı

Yakın bir gelecekte süper bilgisayarlar matematikçilerle boy ölçüşebilecek ve belki de onları sonsuza dek işsizliğe mahkum edecektir. En azından, değerli meslektaşım Belçikalı matematikçi Pierre Deligne'e söylediğim buydu. Onu kızdırmak konusundaki kararlığım içinde kendisine bazı bilgisayarların daha şimdiden çok iyi satranç oynayabildiklerini anlattım ve örneğin dört renk teorisine⁽¹⁾ ilişkin kanıtın bilgisayar yardımı olmaksızın elde edilemediğini anımsattım. Bugün için bilgisayarların genelde tekrara dayanan oldukça sıkıcı (ve biraz da aptalca) işler için kullanıldığını biliyorum, ama yakın bir gelecekte çok daha yüksek düzeyde işlevsellik ve yaratıcılıkla donatılmış, insan zekasının çalışma biçimini çok daha rahatlıkla taklit edebilen ve bugünlere kıyasla çok daha hızlı ve yanılgısız çalışan bilgisayarların ortaya çıkmaması için bir neden görmüyorum. Bu gerçekleştiği zaman elli, yüz ya da en çok ikiyüz yıl içinde bilgisayarlar bilim adamlarına çalışmalarında yardımcı olmakla kalmayacak, insiyatif kullanabilen, yeni ve yararlı tanımlar getirebilen, tahmin yürütebilen ve insan zekasının sınırlarının çok ötesindeki teoremleri kanıtlayabilen araçlar haline geleceklerdir. Unutmayalım ki beynimizin geçirdiği doğal evrim bize karmaşık matematik problemlerini çözmekten çok avlanmak, yiyecek toplamak, savaşmak ve toplumsal ilişkilerimizi sürdürmek gibi alanlarda yardımcı olmaya yöneliktir.

Pierre Deligne beklenebileceği gibi matematiğin geleceği konusundaki kehanetlerimden pek hoşlanmadı. Biraz düşündükten sonra kendisi için önemli olanın başkalarından

ya da elektronik gereçlerden yardım istemeksizin tümüyle kendi başına elde edebileceği sonuçlar olduğunu, buna karşılık ancak bilgisayarla çıkarılabilecek sonuçlar ya da bir grup çalışmasının ürünü olup bir matematikçinin yalnız başına doğrulamasına olanak bulunmayan uzun matematiksel kanıtlarla ilgilenmediğini söyledi. Deligne'in burada kastettiği, basit sonlu grupların sınıflandırılmasına ilişkin ünlü bir teoremin kanıtıydı⁽²⁾. Bu kanıt çok sayıda parçadan oluşmakta ve beşbin sayfanın üstünde yer tutmaktadır.

Yukarda anlattıklarımın yola çıkarak bilimin bugünü ve geleceği konusunda kolaylıkla karamsar bir sonuca varılabilir. Kuşkusuz ki bir matematikçi tek başına bir problemi kanıtlamakta güçlük çekiyorsa diğer bilim alanlarındaki araştırmacıları daha büyük güçlükler bekliyor demektir. İster fizikçi, ister hekim olsun, bir bilim adamı verimli bir araştırma yürütebilmek için aslında pek de anlamadığı bir takım araçların yardımına başvurmak zorundadır. Herne kadar bilimin kendisi evrenselse de ona hizmet edenlerin her biri ancak kendi dalında uzmanlaşmıştır ve bu nedenle bilgisi belli sınırlar içinde kalmaktadır. Doğal olarak bilimsel araştırmaların entellektüel ve toplumsal yönleri bilimin temelini atıldığı günlerden bu yana büyük bir değişim geçirmiş bulunmaktadır. Bugün bizim bilim adamı olarak adlandırdığımız kişilere geçmişte filozof denirdi. O zamanlar bu kişiler dünyamıza ilişkin küresel bir açıklamaya ya da başka bir deyişle "nedenler ve nasıllar" konusunda sentetik bir görüşe varmaya uğraşmaktaydılar. Örneğin Isaac Newton çalışmalarını matematik, fizik, simya, teoloji ve İncil'deki kehanetlerle bağlantılı tarih araştırmaları gibi farklı alanlarda sürdürmekteydi⁽³⁾. Acaba bizler tüm bilimlerin anası olan felsefe alanındaki arayışı bir kenara mı bırakmış bulunuyoruz?

Kesinlikle hayır. Bu arayış günümüzde eskisinden çok değişik yöntemlerle sürdürülüyor da olsa tüm bilimsel araştırmaların odak noktasını oluşturmaktadır. Kitabımda sizlere bunu göstermeye çalışacağım. Dolayısıyla bu sayfalar-

da bilimin teknik yönlerine ve roketler ya da atom parçalayıcıları gibi yüksek teknoloji ürünlerine ilişkin hiç bir şey bulamayacaksınız. Tıp alanındaki büyük gelişmeler ve insanlığı bekleyen nükleer tehlikelere de değinmeyeceğim. Metafizikle ilgili bir şey de beklemeyin. Sadece onyedinci ya da onsekizinci yüzyılda yaşamış bir filozofun gözleriyle bakarak yirminci yüzyılda elde edilmiş bilimsel sonuçlar arasında bir geziye çıkacağız. Bu gezide rehberimiz tam anlamıyla *rastlantı* olacak zira izleyeceğimiz yol rastlantı kavramının araştırılmasından geçiyor.

Rastlantı, bilinmezlik, talih - bunlar biraz olumsuz kavramlar değil mi? Bu gibi sözcükler bilim adamlarından çok falcıların ilgi alanına girmiyor mu? Böyle düşünüyorsanız yanılıyorsunuz zira rastlantı konusunda bilimsel araştırmalar yapılması hiç de olanaksız değildir. Bu alandaki çalışmalar Blaise Pascal, Pierre Fermat, Christiaan Huygens ve Jacques Bernoulli gibi saygın bilim adamlarının şans oyunlarının analizine yönelik araştırmaları ile başlamıştır. Bu analiz günümüzde *olasılık hesapları* adıyla bilinen ve çok uzun bir süreden beri matematiğin yan dallarından biri olarak kabul edilen bir konunun ortaya çıkmasına yol açmıştır. Olasılık hesaplarının odak noktasını oluşturan teoriye göre, madeni bir para üstüste bir çok kez havaya atılırsa yazı (ya da tura) gelmesi oranı yüzde elliye yakın olur. Böylelikle, tek bir kez atılan paranın yazı mı tura mı geleceğinin tümüyle bilinmez oluşuna karşılık bir çok kez atılmasının vereceği sonuçlar oldukça doğru biçimde kestirebilir. Uzun bir süre içinde çok kez yinelenen bir *olaylar dizisi* ya da *geniş sistemlere* ilişkin olarak rastlantı ögesinin araştırılmasında bilinmezlikten bilinebilirliğe bu geçiş büyük önem taşır.

Yirminci yüzyılın başlarında maddenin atomlar ve moleküllerden oluştuğu görüşünü kabul etmeyen bazı fizikçi ve kimyacıların bulunmasına karşılık bilim adamlarının büyük bir bölümü bir litre havada hızla oradan oraya uçuşan ve tümüyle düzensiz bir biçimde birbirleriyle çarpışıp duran

sayısız molekülün varlığına artık inanmıştı. *Moleküler kaos* adı verilen bu kargaşa aslında küçük bir hacim içinde bir araya gelmiş bir sürü gelişigüzellik ya da rastlantıdan başka bir şey değildir. Ne denli gelişigüzellik ya da rastlantı? Bu çok yerinde sorunun yanıtını bize yaklaşık olarak 1900 yılında Avusturyalı Ludwig Boltzmann ile Amerikalı J. Willard Gibbs'in bulduğu *istatistiksel mekanik* adlı bilim dalı vermektedir. Belli bir ısıdaki bir litre hava ya da bir kilogram kurşunun rastlantısallık miktarı bir litre hava ya da bir kilogram kurşunun *entropi*'sidir. Bugün entropilerin şaşmaz biçimde saptanabilmesini sağlayan yöntemler bulunmaktadır. Bu yolla kontrol altına alınan rastlantı maddenin anlaşılmasında çok önemli bir rol oynamaktadır.

Rastlantı ya da gelişigüzelliğin fazla anlamı olmadığı kanısında mısınız? Biraz düşünürseniz bunun doğru olmadığını görürsünüz: Belli bir insan topluluğunda kan gruplarının gelişigüzel bir biçimde dağılmış olduğu doğrudur, ama kan verilmesi gerektiğinde kişinin A+ ya da 0- grubunda olmasının önem taşımadığı söylenemez. Amerikalı matematikçi Claude Shannon tarafından 1940'ların sonlarında ileri sürülen *bilgi teorisi* anlamlı iletilerin bilgi içeriğinin ölçülebilmesini sağlamıştır. İlerde de göreceğimiz gibi, bir iletinin içerdiği *ortalama* bilgi belli bir iletiler grubu içinde rastlantısallık miktarını verir.

Bunun doğal bir tanımlama olduğunu anlayabilmek için bir iletinin seçilmesiyle çeşitli olası iletiler içindeki rastlantı ögesinin ortadan kaldırıldığını bilmemizde yarar var. İstatistiksel mekanik gibi bilgi teorisi de rastlantının ölçülmesiyle ilgili olduğundan bu iki teori birbiriyle yakından bağlantılıdır.

Anlamlı iletilerden söz açılmışken bunların özellikle yamsal önem taşıyan bilgileri içeren bir türüne, genetik iletilere değinmek istiyorum. Günümüzde çok iyi bilindiği gibi hayvan ve bitki türlerinin kalıtsal özellikleri bir kuşaktan diğerine kromozomların içerdiği DNA (deoksiribonükleik asit) tarafından taşınır. DNA tüm diğer canlılar gibi bakteri

ve virüslerde de bulunmaktadır (ancak bazı virüs türlerinde DNA'nın yerini RNA - ribonükleik asit - almıştır). DNA'nın A, T, G ve C harfleriyle tanımlanan dört ayrı türe ait elementlerden oluşan uzun bir zincir olduğunu biliyoruz. Dolayısıyla kalıtımın dört harfli bir alfabe ile yazılan uzun iletilerden oluştuğu söylenebilir. Hücre bölünmesi sırasında bu iletiler her yeni hücre tarafından kopyalanır. Bu işlem sırasında mutasyon adını verdiğimiz bazı gelişigüzel yanlışlar ortaya çıkar ve böylece her yeni hücre ya da birey atalarından farklı birtakım özelliklere sahip olur. Doğal eleme bunların bazılarını seçerken geri kalan güçsüz (ya da daha az şanslı) bireyleri yok eder. Bu da yaşamın temel taşlarını oluşturan genetik iletilerin taşınmasında rastlantının ne denli rol oynadığını göstermektedir. Hernekadar yaşamın kökenleri ve türlerin evrimi gibi daha geniş kapsamlı konular bu biçimde açıklanamazsa da bunları yaratılış ve genetik bilgi aktarımı terimleri içinde ele alarak bize yol gösterecek kavramlara ve oldukça kesin sonuçlara varabiliriz.

Yaşamsal işlevlerde rastlantının oynadığı yaratıcı rolü ele almadan önce sizi diğer bazı konular arasında oldukça uzun sürecek bir geziye çıkaracağım. İstatistiksel mekaniği ve bilgi teorisini tartışacağız, türbülans ve kaostan, kuantum mekaniği ve oyunlar teorisinden söz edeceğiz, tarihsel determinizm, kara delikler, algoritmik karmaşa ve diğer bazı kavramlar üzerinde duracağız. Bu uzun gezimiz sırasında iki büyük entellektüel alan, yani matematik ve (tüm diğer doğal bilimleri de kapsayan) fizik arasındaki sınır çizgisini izleyeceğiz. Bunun yanı sıra insan zekasının herşeyin nedenini ve nasılını anlamaya yönelik kararlı (ve zaman zaman da acınası) çabalarını gözlemlemek de ilginç olacak. Rastlantı sorununun ötesinde de matematiğin tuhaflığı, fiziğin tuhaflığı ve insan zekasının tuhaflığı arasındaki ilişkilerin oluşturduğu üçgeni elimizden geldikince aydınlatmaya çalışacağız. Başlangıç olarak matematik ve fizik oyunlarının bazı kurallarını ele almak istiyorum.

II. BÖLÜM

Matematik ve Fizik

Matematik yeteneği genellikle çok erken bir yaşta ortaya çıkar. Büyük Rus matematikçisi Andrei N. Kolmogorov bu yaygın görüşe şu ilginç eklemeyi yapmıştır: Matematik yeteneğinin belirmesi ile aynı anda normal psikolojik gelişim durur. Kolmogorov buna dayanarak kendi zeka yaşının oniki olduğunu öne sürerken uzun yıllar boyunca Sovyet Bilimler Akademisinin çok güçlü ve korkulan bir üyesi olan meslektaşları İvan M. Vinogradov'ununki de sekiz olarak vermektedir. Kolmogorov'a göre Akademisyen Vinogradov'un psikolojik gelişiminin durmasına dek geçen bu sekiz yıl genelde küçük erkek çocukların kelebeklerin kanatlarını kopardığı ve kedilerin kuyruklarına boş konserve tenekeleri bağladığı dönemi kapsamaktadır.

Kolmogorov'un bu görüşüne⁽¹⁾ ters düşen örnekler aranır-sa bulunabilir ama doğruluğunu kanıtlayanlar çok daha fazladır. Tanıdığım bir matematikçinin zeka yaşı herhalde altı civarında olmalı. Bu durum kendisi için gerçek yaşamda bazı sorunlar yaratıyor - örneğin tek başına yolculuk yapmak zorunda kaldığı zaman! Bu saygıdeğer meslektaşım matematikçiler arasında kendini iyi - kötü idare ediyorsa da saldırgan fizikçilerin bulunduğu bir toplulukta uzun süre barınabileceğini pek sanmıyorum.

Matematiği bu denli özel ve diğer bilim dallarından farklı kılan nedir? Bir matematik teorisinin çıkış noktasının belli *matematiksels nesnelere* ilişkin olarak ortaya sürülen *temel kavramlar* olduğunu söyleyebiliriz (matematiksels nesne yerine sözcükler de denebilir zira bunlar aslında sözcüklerden oluşur). Bu temel kavramlardan yola çıkılarak mantık yolu

ile teorem adı verilen yeni kavramlara varılır. Matematikte kullanılan “nokta” ve “uzay” gibi sözcükler size tanıdık gelebilir ama bu alanda sezgilere fazla güvenmemek ve sadece başlangıçta verilen temel kavramlarla yetinmek çok önemlidir. Nokta ve uzay yerine sandalye ve masa da diyebilirsiniz, hatta bazı durumlarda bu çok daha uygun düşebilir. Matematikçiler bu tür çevirilere hiç karşı çıkmazlar. O halde isterseniz şöyle bir tanımlama yapalım: Matematikle uğraşmak çok sıkı kuralları olan dilbilgisi alıştırmaları yapmaya benzer. Matematikçi temel kavramlardan yola çıkarak bir dizi yeni görüş üretir - ta ki bunlardan biri çok hoşuna gidene dek. Bundan sonra diğer matematikçiler bu yeni doğmuş bebeği görmeye çağırılırlar ve hayranlık sesleri çıkartarak “Aman ne cici bir teorem” derler. Başlangıçtaki temel kavramla daha sonra ortaya çıkan görüş arasında kalan fikirler zinciri teoremin kanıtını oluşturur. Genelde bir teorem ne denli kısa ve basitse o denli uzun ve karmaşık bir kanıtla sahiptir. Aslına bakarsanız matematiği ilginç kılan da bu uzun kanıtlardır. Ayrıca kanıtın uzunluğu düşünsel yönden de büyük önem taşır. Kanıtların uzunluğu konusu ile ilerde inceleyeceğimiz algoritmik karmaşa ve Gödel teoremi⁽²⁾ birbirleriyle yakından bağlantılıdır.

Matematiksel kanıtlar uzun oldukları için bunlara varmak oldukça büyük bir çabayı gerektirir. Yapmamız gereken şey hiç yanılgıya düşmeksizin uzun işlem zincirleri oluşturmak ve bu sırada ne yaptığımızı, nereye gittiğimizi görmektir. *Görmek*, doğruyu ve yanlış, yararlıyı ve yararsızı birbirinden ayırabilmek, hangi tanımların kullanılması gerektiği ve hangi kavramların teoreminin doğal biçimde gelişmesini sağlayacağı gibi konularda sezgi sahibi olmaktır.

Matematik oyununun anlamsız ve gereksiz olduğunu sanmayın. Çeşitli matematik teorileri arasında çok sayıda bağlantılar bulunmaktadır: bir teoremin amacı bir diğerinde ifade bulabilir ve bu da bizi yeni ve verimli sonuçlara götürebilir. Matematiğin çok derinlere inen bir bütünselliği vardır. Her birinin kendi temel önerileri bulunan küme teorisi, to-

poloji ve cebir gibi ayrı ayrı teorilerin bir araya gelerek oluşturduğu bütünün de ötesinde matematik çok daha geniş anlamda bir bütündür. Matematik çok büyük bir krallıktır ve ancak onu görebilenler ona sahip olur. *Görebilenler* - matematik sezgisi ile kutsanmışlar - bu güçlerinden gurur duyar ve göremeyenlerin yanında haklı bir üstünlük duygusuna kapılırlar. Sıradan insanlar için düşündükleri, bir jet pilotunun yer personeli için ya da eskiden İngilizlerin kıta Avrupası ulusları için düşündüklerine benzer.

Matematik bir tür entellektüel yogadır - özveri, güç ve kararlılık ister. Gerçek bir matematikçi sanatına kendisinden çok şey katar. Sözcüklere dökülsün ya da dökülmesin, bilinçüstüne çıksın ya da çıkmasin, matematikçinin beyni sürekli biçimde garip kavramlar ve karmaşık bağlantılarla uğraşır (Bilinçaltının matematiksel buluşlarda rol oynaması çok sık görülen bir durumdur - Henri Poincaré bunun çok güzel bir örneğini verir)⁽³⁾. Beynin matematiksel düşünme biçiminin egemenliğine girmesi ve bu düşünme biçiminin başka hiç bir şeye benzememesi matematikçiye diğer insanlardan apayrı bir konum kazandırmıştır. Bu da Kolmogorov'un ileri sürdüğü gibi gerçek matematikçinin psikolojik gelişiminin durmasını anlaşılabilir kılmaktadır.

Peki, ya fizikçiler? Matematikçiler ve fizikçiler çoğu zaman düşman kardeşler gibidirler ve aralarındaki farkları abartmaya eğilim gösterirler. Diğer yandan Galileo'nun dediği gibi matematik fiziğin dilidir⁽⁴⁾ ve bir teorik fizikçi her zaman için bir ölçüde de matematikçidir. Bu nedenle Arşimed, Newton ve bir çok diğerlerinin buluşları her iki alanda da gerçekleşmiştir. Doğruyu söylemek gerekirse, fizik matematikle çok yakından bağlantılı ama aynı zamanda da matematikten çok farklı bir bilimdir. Şimdi bunu biraz daha açmaya çalışacağım.

Fiziğin amacı çevremizdeki dünyadan bir anlam çıkarmaktır. Bu yüzden eğer bir fizikçiyseniz aynı anda herşeyi birden anlamaya kalkışmaz, bunun yerine gerçek parçalarını tek tek incelersiniz Belli bir *gerçek parçasını* ele alarak

onu bir matematik teorisinin yardımıyla tanımlamaya çalışırsınız. Başlangıçta belli bir fenomen grubunu seçip bu grupla ilgili fizik kavramlarını saptadıktan sonra seçeceğiniz bir matematik teorisinin amaçları ile fizik kavramlarınız arasında bir bağlantı kurarsınız⁽⁵⁾ ve sonuçta ortaya bir *fizik teorisi* çıkar. Fiziksel ve matematiksel kavramlar arasında kurduğu bağlantılar ne denli ayrıntılı ve tanımladığı fenomenler grubu ne denli genişse bir fizik teorisinin o denli iyi olduğu kabul edilir, ama teorinin matematiksel bölümünün uygulanabilirliği de önemlidir. Genelde fizikçiler daha karmaşık olmasına karşın doğruluk derecesi daha yüksek olmayan matematik teorileri yerine daha basit ve amaca daha uygun olanları seçerler.

Fiziksel bir kavrama ilişkin işlevsel bir tanımlamanın tek geçerli tanımlama olmadığını bilmek işe yarar. Bu konudaki bilimiz arttıkça işlevsel tanımlamaları daha derinlemesine analiz edebiliriz ama yine de bunlar ait oldukları matematik teorisinden daha az kesinlik taşır. Örneğin kimyasal deneyler söz konusu olduğunda yeterince saf bir katalizör seçmek istersiniz ve bazen gereğinden fazla titiz davranıp tehlikeli katalitik etkileri bulunan kirleticileri çok sıkı biçimde sınır-larsınız. Ama eğer akla gelebilecek her tür kirleticinin oranını milimetrik olarak önceden saptama çabası içine girerseniz sonuçta hiç bir deney yapamazsınız. Fizikle ilgilenen herkesin eninde sonunda karşılaştığı çelişki şudur: Elle tutulur nesneler üzerindeki kontrolunuz maddesel varlığı olmayan matematiksel olgular üzerindeki kontrolunuzdan da-ha azdır. Bazıları bu durumdan öylesine tedirgin olurlar ki fizikçi olmak yerine matematikçi olmayı seçerler.

Fizik teorileri konusunda basit bir örnek olarak *zar oyunu teorisini* ele alalım. Burada anlaşılmasına çalışılan gerçek parçası zar oyunu sırasında ortaya çıkan olaylardır. Zar oyunu teorisinde *bağımsızlık* kavramı önem taşır: birbirini izleyen atışların her birinin öncekilerden tümüyle bağımsız olması gerektiğinden her atıştan önce zarlar iyice çalkalanmalıdır. Teorinin kestirimlerine bir örnek verirsek, iki zar üs-

tüste bir çok kez atıldığı takdirde sonuç her onsekiz atışta bir toplam 3 (yani 2 ve 1) olur.

Şimdi buraya kadar anlattıklarımızı özetleyelim. Bir matematik teorisi ile bir fiziksel gerçek parçasını biraraya getirdiğimiz zaman ortaya bir fizik teorisi çıkar. Çok sayıda fenomeni kapsayan çok sayıda fizik teorisi olduğu gibi belli bir fenomen için çoğu zaman birden fazla farklı teorinin üretildiğini de görürüz. Bazı durumlarda bir teoriden diğerine yaklaşık (ve genelde kontrollu olmayan) kestirim yolu ile geçilebilir. Bazen de birbiriyle uyumsuz ve hatta çelişkili görünen kavramlara dayalı farklı teoriler arasında ortaya çıkan bağlantılar ciddi kavramsal sorunlar yaratabilir. Öyle ya da böyle, sürekli biçimde bir teoriden diğerine atlamak fizik yapmanın önemli bir bölümünü oluşturmaktadır. Profesyoneller *kuantum düzeltmeleri* ya da *görecesizlik sınırına* baktıklarını söylerler, ya da ileri sürülen görüş “içeriğinden anlaşılabilir” olduğu için hiç bir şey söylemeye gerek duymazlar. Bu koşullar altında fizikçiler arasında geçen tartışmalar - tümüyle içinden çıkılmaz olmasa bile - bir ölçüde anlaşılmaz bir hal alır.

Peki, fizikçiler bu karmaşanın içinde yollarını nasıl bulurlar? Bu soruyu yanıtlamak için fiziğin içinde yaşadığımız kendine özgü evreni tanımlaması yönünden temelde bir bütünselliğe sahip bulunduğunu anımsamalıyız. Matematikğin bütünselliği farklı matematik teorileri arasındaki mantıksal bağlantılardan doğmaktadır. Buna karşılık fizik teorilerinin birbirlerine mantık yoluyla bağlanması gerekli değildir - sadece aynı fiziksel gerçeği tanımlamaları bir bütün oluşturmaları için yeterlidir. Normalde fizikçilerin tanımlamaya çalıştıkları gerçeklere ilişkin varoluşumcu kuşkuları bulunmaz. Çoğu zaman da belli bir fenomenler grubunu açıklamak için mantık yönünden birbiriyle uyuşmayan bir kaç teoriden aynı anda yararlanmak zorunda kalırlar. Böyle durumlarda bu uyumsuzluktan yakınıp dursalar da şu ya da bu teoriyi devreden çıkartacak denli ileri gitmezler - en azından tüm bilinen gerçek parçalarını içinde toplayan tek bir teori bulunmaya dek!

Son olarak bir uyarıda bulunmak istiyorum: Fiziğin önceden belirlenmiş mi, rastlantısal mı olduğu, yerel olup olmadığı vb. konulara ilişkin genel ve soyut tartışmalara hiç girmeyin. Bu gibi soruların yanıtı teoriden teoriye değiştiği gibi önceden belirlenmişlik, rastlantısallık ya da yerelliğin belli bir teoride oynadığı role de bağlıdır. Fizikle ilgili anlamlı bir tartışma her zaman için uygulamaya dayanan bir bilgi birikimini gerektirir. Buna ya daha önce kanıtlanmış bir teorinin yardımıyla sahip olacak, ya da en azından ilke olarak uygulanabilirliği bulunan bir deneye ilişkin yeterli derecede açık bir tanımlama ile kendiniz sağlayacaksınız.

III. BÖLÜM

Olasılıklar

Rastlantıya ilişkin bilimsel yorumların başlangıç noktası olasılık hesaplarıdır. Olasılık ilk bakışta basit ve açık bir kavram gibi görünse de bu onun kolaylıkla kodlandığı ve formüle edildiği anlamını taşımaz. Sezgiden bilime giden yolda dikkatle ve özenle yürümek zorundayız. Şimdi konuya daha yakından bakalım.

“Öğleden sonra yüzde doksan olasılıkla yağmur yağacak, bu nedenle şemsiyemi yanıma almalıyım.” Bir olasılığın söz-konusu olduğu bu ve benzeri ifadeler bir karar alınmasını gerektiren durumlarda sıkça kullanılır. Burada yağmur yağması olasılığı 90/100, 9/10, ya da .9’dur. Yaygın kullanımda olasılıklar yüzde sıfır ile yüzde yüz, ya da matematiksel anlatımla 0 ile 1 arasında değişir. 0 (yüzde sıfır) olasılık olanaksızlığı, 1 (yüzde yüz) olasılık ise kesinliği ifade eder. Belli bir olayın gerçekleşme olasılığı ne 0 ne de 1 ise belirsizlik sözkonusudur, ama bunun da dereceleri vardır. Örneğin gerçekleşme olasılığı 0.000001 (milyonda bir) olan bir olay normal koşullarda beklenmeyen bir olaydır.

Üstlendiğimiz bir işin başarıyla sonuçlanması önceden bilinen ya da bilinmeyen bir takım koşullara bağlıdır. Bu yüzden bilinmeyen koşulların ortaya çıkma olasılığının doğru biçimde hesaplanabilmesine yarayan *olasılıklarla ilgili bir fizik teorisi*’ne gereksinim duyarız. Fizik sözcüğünü özellikle vurgulamak isterim zira olasılıkları salt matematiksel açıdan hesaplamak yeterli değildir, ayrıca sonuçların fiziksel gerçek ile karşılaştırılması da zorunludur. Eğer matematiksel sonuçla fiziksel gerçek arasındaki bağlantıya gereken önemi vermezsek çelişkiler arasında sıkışıp kalabiliriz. Bu

nedenle, “öğleden sonra yağmur yağması olasılığı .9 dur” gibi bir yargıya varmadan önce biraz düşünmek gerekir. Bu yargının işlevsel anlamı en azından kesin değildir ve bu aşamada statüsü de kuşkuludur.

Şu ifadeyi ele alalım: “Havaya bir para atıldığı zaman yazı gelmesi olasılığı .5’tir”. Bu kestirim - en azından para atılmadan önce - mantıksal açıdan doğru gibi görünse de para yere düştüğü anda yanlış olur zira o zaman belirsizlik ortadan kalkmıştır. Paranın yazı mı tura mı geleceği hangi anda kesinlik kazanır? Klasik determinizm (önceden belirlenmişlik) teorisini kabul ettiğimizi, yani evrenin belli bir zamandaki durumunun herhangi bir diğer zamandaki durumunu belirlediğine inandığımızı düşünelim. Bu takdirde havaya attığımız paranın hangi yüzünün üstte kalacak biçimde düşeceğinin evrenin oluşumu anında belirlenmiş olduğunu kabul ediyoruz demektir. Bu durumda olasılık hesaplarını bir yana mı bırakacağız, ya da ancak klasik teorinin yerine kuantum teorisini benimseyerek mi olasılık hesaplarından bahsedebileceğiz? Hayır! Fizik böyle işlemez. Doğru yaklaşım, olasılıkları ne klasik ne de kuantum mekaniği tarafından sınırlandırılmamış biçimde ele almaktır. Ancak kavramlarımızı matematiksel ve işlemsel olarak belirledikten sonradır ki olasılıkların determinizm, kuantum mekaniği ve diğerleri ile bağlantılarını incelemek için daha uygun bir konuma gelmiş oluruz.

Olasılıklar konusunu ele alırken savunmak istediğim düşünsel yaklaşımı açıklamak istiyorum. Çeşitli fenomen (ya da daha önce kullandığım deyimle “gerçek parçası”) grupları için olasılıkları içeren idealizasyonlar vardır. Bunların ilginçliği kullanışlı olmalarından kaynaklanır: Bir parayı havaya attığımız zaman yazı ya da tura gelmesi olasılıklarının eşit olduğunu bilmek işe yarar. Aynı işlemi 20 kez tekrarladığımız zaman her defasında yazı (ya da tura) gelmesi olasılığının milyonda birden daha düşük olduğunu bilmek de yararlıdır. Olasılıkları hesaplamak bize işleri tümüyle belirsiz “rastlantı” ya bırakmaktan daha somut bir şeyler sağlar.

Şimdi de bu “bir şeyler”e mantıksal ve işlevsel açılardan daha açık tanımlar getirelim.

Olasılık hesaplarıyla (ya da genel olarak *katı bilimle*) fazla tanışıklığınız yoksa bu bölümün geri kalanı size biraz sıkıcı gelebilir. Yine de atlamadan okumanızı öneriyorum. Burada yapmak istediğim şey size bir fizik teorisi örneği vermektir - işlevsel olarak tanımlanmamış fiziksel kavramlar, bir matematik teorisi ve fiziksel kavramlar ile matematiksel kavramlar arasında kurulan bağlantıdan oluşan bir fizik teorisi. Olasılıklar teorisini ele alacağım zira fizik teorileri standartlarına göre bu oldukça basit bir teodir.

Olasılıklar teorisi, *olasılık* (“A”) = . 9 gibi “formüller” ile oynama sanatıdır. Bu formülün anlamı, “A” olayının gerçekleşme olasılığının yüzde 90 olduğudur. Matematiksel açıdan “A” belli kurallara göre istenen yöne çekilebilen bir simge dir. Fizikte ise “A”, “öğleden sonra yağmur yağması” gibi gerçek bir olayı gösterir ve işlevsel olarak tanımlanması gerekir (Örneğin, öğleden sonra bir yürüyüşe çıkmaya karar verebilirim ve eğer yağmur yağarsa bunu farkedirim: Fizikte çoğu zaman olduğu gibi bu işlevsel tanımlamada da bir oranda belirsizlik söz konusudur, zira belki yürüyüşüm sırasında bir kamyonun altında kalırım ve böylece meteoroloji konusundaki bilgeliğimin de sonu gelir.).

“A - değil” olayı da matematik açısından sadece bir başka simgedir. Fizikte ise bu “A” olayının gerçekleşmemesi anlamını taşır. Yukardaki örneğe uygulayacak olursak “A - değil”, “öğleden sonra yağmur yağmayacak” demektir.

Şimdi de “A”nın yanısıra yeni bir olay olan “B” yi ele alalım. Yine matematiksel açıdan bu bize yeni olayların tanımlanmasına yarayan simge grupları (örneğin A ya da B, A ve B gibi) sağlar. Fizik yönünden ise “B”, örneğin “öğleden sonra yağmur değil, kar yağacak” ya da “elimden düşürdüğüm ekmek diliminin yağlı yüzü altta kalacak” gibi bir anlam taşıyabilir. “A ya da B” olayı fizik bağlamında “A” gerçekleşecek, “B” gerçekleşecek, ya da hem “A” hem “B” gerçekleşecek anlamını taşır. “A ve B” olayı ise “A” ve “B”nin birlikte gerçekleşeceğini gösterir.

Şimdi de olasılıkların matematiksel anlatımını üç temel kuralla özetleyelim:

- (1) Olasılık ("A - değil") = 1 - olasılık ("A");
- (2) "A" ve "B" nin birbiriyle *çelişik* olması halinde olasılık ("A" ya da "B") = olasılık ("A") + olasılık ("B");
- (3) "A" ve "B" nin birbirinden *bağımsız* olması halinde olasılık ("A ve B") = olasılık ("A") x olasılık ("B").

Bu üç kuralı biraz sonra tekrar ele alacağız ama önce bunların *çelişik* ve *bağımsız* gibi yeni ve tanımlanmamış kavramlar içerdiğine dikkatinizi çekmek istiyorum. Bu kitap olasılıklar konusunda bilimsel bir araştırma olsaydı bu aşamada *ters*, *ve*, *ya da* ile *çelişik* ve *bağımsız* gibi matematiksel kavramların nasıl kullanılacağına ilişkin bir takım kurallara değinir ve sonsuz olay kümeleri ile ilgili bazı temel ilkeleri ortaya koyardık. Doğal olarak bunlar da önemlidir ama amacımız bu olmadığı için işin bu bölümüne girmiyoruz.

Olasılık hesaplarının matematiksel temellerini⁽¹⁾ böylece kısa ama doğru bir biçimde saptamış bulunuyoruz. Şimdi de aynı derecede önem taşıyan ikinci aşamaya, yani olasılık hesaplarının fiziksel çerçeveye oturtulmasına sıra geldi. Aslında fiziksel çerçeve yerine çeşitli fiziksel çerçeveler demek gerekiyor, zira olasılıklar birbirinden çok farklı durumlarda ortaya çıkar ve işlevsel tanımları da buna bağlı olarak değişir. Buna karşılık biz burada genel tanımlarla yetineceğiz.

Fiziksel açıdan iki olay eğer birlikte gerçekleşmeleri olanaksız ise *çelişik* olarak nitelenir. Diyelim ki olay "A" ve olay "B" sırasıyla "öğleden sonra yağmur yağacak" ve "öğleden sonra yağmur değil, kar yağacak" olsun. Bu durumda "A" ve "B" *çelişik* olaylar olduğundan yukardaki Kural 2'ye göre bunların olasılık oranlarını toplarız. Şöyle ki, yüzde 90 yağmur olasılığı + yüzde 5 kar olasılığı = yüzde 95 yağmur ya da kar olasılığı. Bu da bize yeter.

Diğer yandan, iki olay eğer birbiri ile ilişkili değilse ya da başka bir deyişle birinin gerçekleşmesi diğerinin gerçekleşmesi ya da gerçekleşmemesini etkilemiyorsa bunlar *bağımsız*

olaylardır. Örneğin “A” ve “B” olayları sırasıyla “öğleden sonra yağmur yağacak” ve “elimden düşürdüğüm ekmek diliminin yağlı yüzü altta kalacak” ise, birbiriyle hiç bir ilişkisi bulunmayan bu iki olayın bağımsız olaylar olduğunu söyleriz. Bu durumda Kural 3’ü uygulayarak bunların olasılık derecelerini çarpabiliriz: $.9$ yağmur olasılığı $\times$ $.5$ ekmek diliminin yağlı yüzünün altta gelecek biçimde düşmesi olasılığı = $.45$ her iki olayın da gerçekleşmesi olasılığı. Yani, öğleden sonra yağmur yağması olasılığı yüzde 90 ve ekmek diliminin yağlı yüzünün altta kalması olasılığı yüzde 50 olduğuna göre dışarda yağmur yağarken halıya yağ bulaşması olasılığı yüzde 45’tir⁽²⁾.

Böylece 2 ve 3 numaralı kurallarımızın işlerliğini kanıtlamış oluyoruz. Kural 1 ise sadece yağmur yağması olasılığı yüzde 90 ise yağmaması olasılığı yüzde 10’dur diyor ki buna kimsenin karşı çıkacağını sanmıyorum.

Yukarda ele aldığımız iki kavramdan biri olan bağımsızlık kavramı diğerine kıyasla biraz daha tartışmaya açıktır. Mantık ve deneyimin gösterdiğine göre bazı olaylar birbirinden bağımsız biçimde gelişse de zaman zaman beklenmedik durumlar ortaya çıkabilir. Bu nedenle bağımsız gibi görünen olaylara ilişkin olasılıkların 3 numaralı kuralımıza uyduğunu doğrulamak gerekir. Bu bağlamda işlevsel tanımlara da titizlikle uyulmalıdır. Örneğin, zar oyununda zarları iyice salladıktan sonra atmak şarttır, zira ancak o zaman her atış diğerlerinden bağımsız olacaktır.

Böylece olasılıklarla nasıl oynayabileceğimizi öğrenmiş bulunuyoruz ama henüz bunların işlevsel açıdan ne anlama geldiklerini bilmiyoruz. O halde şimdi “A”nın olasılık derecesini saptamaya çalışalım. Bunun için “A”nın gerçekleşmesini sağlayacak koşullarda çok sayıda bağımsız deney yapmak ve bu deneylerin kaçta kaçında “A”nın gerçekleştiğini görmek yeterlidir; elde ettiğimiz sonuç “A”nın olasılığıdır. (Bir matematikçi için “çok sayıda deney” sonsuza dek sürebilir). Örneğin, eğer bir parayı çok kez havaya atarsak bu atışların yaklaşık olarak yarısında yazı (ya da tura) geldiğini görürüz ki bu da $.5$ olasılık demektir.

Bu güzel işlevsel tanımlamayı elde ettikten sonra şimdi de “bugün öğleden sonra yağmur yağacak” tümcesiyle anlat-tığımız olayın olasılığını nasıl saptayabileceğimize bakalım. Aslında aramızdaki bazı su katılmadık gerçekçiler “bugün öğleden sonra”yı her biri birbirinden bağımsız biçimde bir çok kez tekrarlananın olanaksız olduğunu ve bu nedenle söz konusu olasılığın bir anlam taşımadığını ileri süreceklerdir. Buna karşılık meteorolojik koşullara ilişkin verileri kullanarak bir bilgisayar yardımıyla çok sayıda simulasyon yapmak ve bunların kaçta kaçında yağmur sonucunun çıktığını gör-mek yoluyla bu olasılığa anlam kazandırılabilir. Bu simulas-yonların yüzde 90’ında sonucun yağmur olması halinde sanı-rım en su katılmadık gerçekçiler bile evden çıkarken şemsi-yelerini alacaklardır.

IV. BÖLÜM

Piyangolar ve Yıldız Falları

Bundan önceki bölümde size temel matematiksel kuralları, işlevsel tanımlamaları ve diğer yönleriyle olasılıkları tanıttım ve siz şimdi belki bütün bunların gerçekten gerekli olup olmadığını düşünmektесiniz. Ne de olsa bunlar çok daha kısa biçimde de anlatılabilirdi, örneğin şöyle diyebilirdim: Birbiriyle çelişen olayların olasılıklarını toplarsak *ya da* olasılığını elde ederiz; birbirinden bağımsız olayların olasılıklarını çarparsak *ve* olasılığını elde ederiz; belli bir olayın çok sayıda bağımsız denemeler içinde görülme sıklığı o olayın olasılığıdır. Biraz düşününce bu kavramlar zihninizde saydamlık kazanır ve böylece konunun tartışılacak bir yanı kalmaz. Diğer yandan, çeşitli şans oyunları, piyangolar ve yıldız falları gibi şeylerin yaygınlığı göz önüne alındığında olasılıklar konusunda insanların bilimsel düşünceden ne denli farklı yaklaşımlara sahip bulunduklarını görmekteyiz.

Piyangolar toplumun daha az ayrıcalıklı kesimlerini vergilendirmenin yaygın ve kabul edilebilir bir biçimidir. Küçük bir bedel ödeyerek satın aldığınız bir piyango bileti küçük bir zengin olma umududur. Diğer yandan büyük ikramiyenin size çıkması olasılığı, sokakta yürürken başınıza bir tuğla düşmesi olasılığı gibi normal koşullarda aklınıza bile getirmeyeceğiniz denli düşük bir olasılıktır. Doğruyu söylemek gerekirse piyangodan sağlayabileceğiniz irili ufaklı kazançlar genelde uzun bir süre içinde satın aldığınız biletlere ödediğiniz parayı karşılamaz bile. Olasılık hesaplarına göre, düzenli olarak piyango bileti alıyorsanız sonuçta kaybınız kazancınızdan çok olacaktır. Kazanma şansının yüzde 10 ve en yüksek ikramiyenin bilet bedelinin 5 katı olduğu ortahal-

li bir piyangoyu ele alalım. Çok sayıdaki çekilişlerde kazanma olasılığı $1/10$ 'a yakındır ve bilet bedelinin 5 katını kazandığınız için toplam kazancınız ödediğiniz toplam bilet bedelinin yaklaşık yarısıdır. Böylece net kazancınız negatif olur, yani harcadığınız paranın yaklaşık olarak yarısını geri alamazsınız. Sonuçta ne denli çok bilet alırsanız o denli kaybınız olacaktır. Bu kural daha büyük çaptaki piyangolar için de aynı biçimde işler zira aslında tüm sistem piyangoları düzenleyen kişi ya da kuruluşların kazanç sağlaması ilkesi üzerine kurulmuştur⁽¹⁾.

Şimdi de yıldız falları konusunu ele alalım. Burada olasılık hesaplarına dayanan ve aslında bir önceki bölümde okuduğumuz 3 numaralı kuralın değişik bir biçimde formüle edilmesi ile ortaya çıkan Kural 4 geçerlidir. Yani: -

(4) “A” ve “B” bağımsızsa

Olasılık (“A”nın gerçekleşmesi durumunda “B”)=olasılık (“B”).

Diğer bir anlatımla, “A”nın gerçekleştiğini bilmek bize “B”ye ilişkin hiçbir şey söylemiyor ve ikinci olayın olasılığı (“B”) ninki ile eşit kalıyor. “A” ve “B”nin bağımsız olduklarını varsayarsak bu görüş doğru olur. (“A” ve “B” bağımsız değilse aralarında *korelasyonlar* - bağlantılar - olduğu söylenir. 4 numaralı kuralı ilgilenen okurlar için kitabın sonunda yer alan notlar bölümünde açıklamaya çalıştım⁽²⁾).

Şimdi de olasılıkların ne rol oynadığı ilk bakışta görülmeyen ve daha ilginç bir konu olan yıldız fallarına geçiyorum. Tipik bir örneği ele alalım: “Aslan burcunda doğduysanız gezegenler bu hafta sizin için çok elverişli bir konuma girecek ve hem aşkta hem de şans oyunlarında kazanacaksınız, ama eğer burcunuz Balık ise bu hafta uçakla yolculuk yapmayın, evden çıkmayın ve sağlığınıza özen gösterin”. Astronomlar ve fizikçiler, “X Aslan burcunda doğmuştur” ve “X bu hafta şans oyunlarında kazanç sağlayacak” biçiminde anlatılan iki olayın birbiri ile bağlantılı olduğunu kesinlikle kabul etmeyeceklerdir. Aynı şey, “X Balık burcunda doğmuştur” ve “X bu hafta uçağa binerse başına bir şey gelecek” biçiminde anlatılan olaylar için de söz konusudur. Gerçekten de birbiri

ile hiç bir ilgisi bulunmayan ve bu nedenle olasılıklar teorisine göre bağımsız olan iki olay için bundan daha iyi bir örnek verilemez. Dolayısıyla burada 4 numaralı kuralı uygulamalar ve X 'in Aslan ya da Balık burcunda doğmuş olmasının şans oyunlarında kazanma olasılığını etkilemeyeceğini söyleyebiliriz. Bunun gibi, Balık burcunda doğmuş bir kişinin uçakla yolculuk yapmasının diğer burçlarda doğmuş kişilere kıyasla daha tehlikeli olmadığı da açıktır. Sonuç olarak yıldız fallarının hiç bir anlamı ve yararı yoktur.

Böylece bu konuyu karara bağlayıp kapatabiliyoruz muyuz? Henüz değil, zira astrolojinin savunucuları "X Aslan burcunda doğmuştur" ve "X bu hafta şans oyunlarında kazanacak" tümcelerinin birbirinden bağımsız olayları anlattığını kabul etmeyecekler ve bize aynı zamanda astrolog olan Hipparchus, Ptolemy ve Kepler gibi ünlü astronomların bir listesini sunacaklardır. Bu durumda tartışmayı noktalamanın en iyi yolu deneysel yöntemlere başvurmaktan geçer: Yıldız falları ile gerçekler arasında bağlantı bulunduğunu kanıtlayan istatistiksel veriler bulabilir misiniz? Doğal olarak yanıt olumsuzdur ve böylece astrolojinin tümüyle uydurma olduğu anlaşılır. Diğer yandan astrolojinin bilim adamlarınca dışlanmasının bundan farklı bir nedeni bulunduğunu da eklemek gerekir: Bilim evrene ilişkin bilgimizi öyle bir biçimde değiştirmiştir ki eski çağlarda olanaksız görülmeyen bir takım bağlantılar bugün evrenin yapısı ve fizik yasalarının doğası gibi konularda bildiklerimizin ışığında kabul edilebilir olmaktan çıkmıştır. Astroloji ve yıldız falı eski çağlara aittir ve çağdaş bilim içinde yer almaları sözkonusu değildir.

Diğer yandan durumun bu denli basit olmadığını ve en azından ciddi bir tartışmayı hak ettiğini de söylemeliyim. Tüm fiziksel cisimler arasında var olan evrensel çekim gücü nedeniyle Venüs, Mars, Jüpiter ve Satürn'ün yaşı gezegenimiz üzerinde bir takım fiziksel etkileri bulunduğunu biliyoruz. Bu etkilerin oldukça önemsiz sayılabilecek ölçüde kaldığını düşünürsek bunların yaşamımızda hiç bir rol oynamadığını ileri sürebiliriz - ve işte bu noktada yanılgıya düşeriz.

Bazı fiziksel olgular (örneğin hava koşulları) dış etkenlere karşı büyük bir duyarlılık gösterir, öyle ki en küçük bir neden bir süre sonra önemli etkiler yaratabilir. Bu yüzden Venüs'ün ya da bir başka gezegenin belli bir konumda bulunmasının hava koşullarını etkileyeceği ve bu durumun gözle görülür bir takım sonuçlara yol açacağı düşünülebilir. İlerde de göreceğimiz gibi, bugün öğleden sonra yağmur yağıp yağmayacağını diğer bir çok etkenin yanı sıra Venüs'ün bir kaç hafta önceki çekimsel etkisine de bağlı olduğunu gösteren bazı belirtiler bulunmaktadır. Diğer yandan dikkatli bakacak olursak Venüs'ün hava koşullarını etkilediğine ilişkin olarak ileri sürülen tüm varsayımların aynı zamanda bizi bu etkinin tam olarak *ne* olduğunu öğrenmekten alıkoyduğunu da görürüz. Diğer bir deyişle, bugün öğleden sonra yağmur yağması ile Venüs'ün şu ya da bu konumda bulunması olasılıklar teorisinin uygulanışı bakımından birbirinden bağımsız olaylardır. Öte yandan, tüm bu söylediklerimizin mantık yönünden geçerli olmasına karşın olayın bu denli basit olduğunu düşünmek saflığına da düşmemeliyiz⁽³⁾.

Tartışmamızı sürdürüyoruz. Yıldızların ve gezegenlerin bizi olasılıklar teorisi açısından anlam taşıyan bağlantılar kurmaya götüren etkilerinin görüldüğü durumlar gerçekten var mıdır? Diyelim ki biraz “kaçık” bir astronom var ve bu astronom yaptığı Venüs gözlemlerine dayanarak kanlı cinayetler işlemekte; bu durum bize belli yıldız fallarına ilişkin ilginç bağlantılar sağlamaz mı? Ayrıca bu olmayacak bir şey de değil - Venüs'ün çevrimini dikkatle izleyen Maya'ların aynı zamanda çakmaktaşıdan yapılmış hançerlerle göğsü deşip kalbi yerinden koparmak gibi bir yöntemle insan kurban etmeye çok meraklı olduklarını da biliyoruz. Demek ki insan beyninin devreye girmesiyle ortaya çıkan bir mekanizma altında daha önce birbiri ile hiç bir ilgisi bulunmayan olaylar arasında bağlantı kurabilmektedir. O halde olayların gerçekten bağımsız olduklarından nasıl emin olabiliriz?

Günümüzde bilim adamları evrenin düzeni ve işleyişi konusunda oldukça ayrıntılı bilgilere sahiptirler. Dolayısıyla

birtakım bağlantıların varlığı ya da yokluğunu çoğunlukla kesin biçimde saptayabiliyoruz. Örneğin, kimyasal bir tepkimenin hızının safsızlıkların varlığından önemli ölçüde etkilenebileceğini, ama Ay'ın konumunun böyle bir etkisi bulunmadığını biliyoruz. Kuşkulu bir durum varsa doğrulama yöntemlerine de başvurabiliriz. İnsan zekasının normalde sözkonusu olmayan bazı bağlantıları kurabildiği doğrudur, ama bunun da sınırları olduğunu bilmekte yarar var.

“Aslan burcunda doğduysanız bu hafta içinde aşkta ve şans oyunlarında kazanç sağlayacaksınız.” Gezegenerin konumu ile yıldız falı meraklısı X 'in özel yaşamı arasındaki bağlantılara ilişkin ne söyleyebiliriz? Yukarda belirttiğimiz gibi insan beyni devreye girdiği zaman (Maya'ları ve “kaçık” astronomu anımsayın) bu tür bağlantıların kurulması olanaksız değildir. Bunun dışındaki örnekler ilgi alanımıza girmediği için üstlerinde durmayacağız. Atalarımız evreni insan beyninin ürünleri olan tanrılar, şeytanlar, cinler ve benzeri düşsel varlıklarla doldurduysa da bilim bunların tümünü silip süpürmüştür. Tanrılar öldü.... ve insanın devreye girmesi X 'in “oyunlardaki şansım” arttıramaz. Bu nedenle Aslan burcunda doğmuş olmakla bu hafta şans oyunlarından kazançlı çıkmanın birbirinden tümüyle bağımsız olaylar olduğunu kabul ediyoruz - istatistiksel bir araştırma da bunu doğrulayacaktır. Gelelim X 'in aşktaki şansına. Burada insan zekasından çok yıldız falı meraklısı X 'in fallara nedenli inandığı önem taşır. İnsan doğası öyledir ki bu hafta aşkta kazanacağımıza inanmak kendimize güvenimizi ve buna bağlı olarak da karşı cinsle ilişkilerimizde şansımızı artırabilir.

Tüm bunlardan çıkarılabilecek tek sonuç, biz insanların zaman zaman “belirti” ya da “kehanet” olarak yorumladığımız rastlantısal olaylara dayanarak mantık dışı yargılara varıyor olmamızdır. Bu davranış biçimi her zaman zararlı olmayabilir - örneğin, duvara dayalı bir merdivenin altından geçmekten kaçınmak batıl inanç olabilir ama aynı zamanda merdivenin o anda kayarak başımıza düşmesi tehlikesine

karşı alınmış bir önlemdir. Ayrıca, ilerde de göreceğimiz gibi, oyunlar teorisi bize bazen ansızın aldığımız mantık dışı bir kararın yararlı olabileceğini de söylemektedir. Doğruyu söylemek gerekirse, tüm karar ve davranışlarımızda mantık yolunu izleme yeteneğine sahip bulunduğumuzu da iddia edemeyiz.

Yine de olasılıklar konusunda edineceğimiz bilgi bizi bazı yanılgılara düşmekten alıkoyabilir. Olanakları kısıtlı insanların piyango ve şans oyunlarına yatırım yapmaları ve böylece daha yararlı biçimde kullanabilecekleri bir parayı sokağa atmaları üzücü bir durumdur. Yıldız fallarına gelince - benim de zaman zaman bunları okuduğum oluyor - uzak ülkelere yolculuklar, romantik karşılaşmalar ve uzak bir akabadan kalan büyük miraslara ilişkin kehanetleri oldukça eğlendirici bulduğumu da söylemeliyim. Fazla ciddiye alınmadıkları sürece bunların kimseye bir zararı dokunmaz. Diğer yandan bir takım iş adamlarının ya da kuruluşların şu ya da bu kişiyi işe almak konusunda burçlara danıştığını duymak doğrusu insanı kızdırıyor. Bu tür "astral" ayırimcılık saflıktan da öte, hiç hoş olmayan bir davranış biçimidir.

V. BÖLÜM

Klasik Determinizm

Zamanın akışı dünyayı algılayışımızın önemli bir bölümünü oluşturur. *Rastlantı*'nın da böyle olduğunu gördük. Bu ikisi arasında nasıl bir bağlantı bulunmaktadır? Parayı havaya atmadan önce yazı (ya da tura) gelmesi olasılığının yüzde 50 olduğunu biliyoruz. Parayı atıyoruz ve diyelim ki yazı geliyor. Sonucun böyle olacağı tam olarak hangi anda kesinlik kazanır? Bu soruyu kendimize daha önce de sorduk ve yanıtlamanın kolay olmadığını gördük. Bu noktada karşımıza birden fazla fizik teorisi ile tanımlanan bir "gerçek parçası" çıkıyor ve üstelik bu farklı teoriler arasındaki bağlantıları bulmak oldukça güç bir iş gibi görünüyor. Rastlantıyı tanımlayan olasılıklar teorisini daha önceki bölümlerde tanımış bulunuyoruz. Zaman kavramını tanımlamaya gelince işler biraz karışıyor zira bunu yapabilmemizi sağlayacak en az iki ayrı teorisinin varlığını görüyoruz: *klasik mekanik* ve *kuantum mekaniği*.

Bir an için havaya para atmayı bir yana bırakalım ve mekanik konusunu ele alalım. İster klasik ister kuantum olsun, mekaniğin amacı bize evrenin zaman içinde ne gibi bir değişimden geçtiğini açıklamaktır. Bu nedenle mekanik bilimi gezegenlerin güneşin çevresinde ya da elektronların atom çekirdeğinin çevresinde nasıl döndüğünü açıklamak zorundadır. Büyük cisimler için kusursuz sonuçlar veren klasik teori atomlar konusunda yetersiz kalır ve bu durumda kuantum teorisi bize yol gösterir. Kuantum mekaniği sayesinde daha doğru sonuçlar elde edebiliriz, ama uygulanması daha güçtür ve daha çok özen gerektirir. Diğer yandan her iki mekaniğin de ışık hızına yaklaşan hız-

lara sahip cisimlere uygulanması olanaksızdır; böyle durumlarda Einstein'ın görelilik teorisini kullanmak zorunlu olur. Bu ya özel görelilik ya da -çekim ögesi de söz konusuysa- genel görelilik olacaktır.

Bu noktada bana neden klasik ya da kuantum mekaniğiyle yetinmek zorunda olduğumuzu sorabilirsiniz. Tüm kuantum ve görelilik etkilerini de hesaba katarak *gerçek* mekaniği kullanamaz mıyız? Ne de olsa bizi ilgilendiren konu şu ya da bu klasik ya da kuantum kavramından çok gerçekte var olan biçimiyle evrenin kendisi değil mi? Şimdi bu önemli soruyu yanıtlamaya çalışalım. Herşeyden önce elimizin altında bir *gerçek mekanik* bulunmadığını kabul etmek gerekir. Benim bu satırları yazmakta olduğum şu ana dek fiziksel evren (görelilik, kuantum, atomaltı parçacıklarının özellikleri ve kütle çekim gücü) konusunda elimizdeki tüm bilgileri kapsayan genel bir teori ortaya konmuş değildir. Her fizikçi böyle bir teorinin bulunduğunu görmek ister ve belki de bu hayal bir gün gerçekleşecektir, ama bugün için bu sadece bir umuttur. Önerilen teoriler arasında birinin bir gün doğru teori olduğu ortaya çıksa bile bugün için böyle bir şey henüz söz konusu değildir; yani evrenin yapıtaşlarının kütleleri, birbirleriyle etkileşimleri ve benzeri konularda bize karşılaştırmalı erişim sağlayan bir teori yoktur. Bu durumda yapılabilecek en iyi şey olabildiğince yaklaşık bir mekaniğe başvurmaktır. Bu bölümde klasik mekaniği bu açıdan ele alacağız. Daha sonra inceleyeceğimiz kuantum mekaniğinin biraz daha somut fiziksel kavramlara dayandığını ve bu nedenle de bu mekanik ile rastlantı arasındaki ilişkinin analizinin daha karmaşık olduğunu göreceksiniz. Tüm belirtiler kuantum mekaniğine ait fiziksel kavramlara sezgi yoluyla erişilmesinin kolay olmadığını göstermektedir. Bu yüzden rastlantı ile zaman arasındaki bağlantıyı araştırmada bilinen fiziksel kavramlarıyla klasik mekaniği kullanmak daha uygun olacaktır. Yukarıda da belirttiğim gibi mekaniğin amacı evrenin zaman içindeki değişimini irdelemektir. Mekanik diğer konuların yanı sıra bizi gezegenlerin güneşin

çevresindeki dönüşü, roket güdümlü bir uzay aracının izlediği yol ya da ağdalı bir akışkanın akış özellikleri gibi konularda bilgilendirmek, ya da kısaca fiziksel sistemlerin *zaman içindeki evrimini* açıklamak zorundadır. Bunun nasıl gerçekleştirilebileceğini tam olarak kavrayan ilk bilimadamı Newton olmuştur. Newton'un kullandığından daha anlaşılır bir dille anlatırsak, bir fiziksel sistemin belli bir zamandaki *durumu*, o sistemin kütle merkezinin konum ve hızı tarafından belirlenir. Bu nedenle gezegenlerin, uzay araçlarının ya da akış halindeki ağdalı bir akışkanın içerdiği tüm noktaların konum ve hızlarını bilmek zorundayız (diğer yandan bir akışkan söz konusu olduğunda sonsuz sayıda nokta ve buna bağlı olarak göz önüne alınacak sonsuz sayıda konum ve hız bulunduğunu da belirtmeliyim).

Newton mekaniğine göre, fiziksel bir sistemin belli bir zamandaki - buna *başlangıç zamanı* diyoruz - durumunu, yani konum ve hızları biliyorsak diğer herhangi bir zamandaki durumunu da kestirebiliriz. Bunu nasıl yaparız? Burada yeni bir kavrama, yani sistemi etkileyen *kuvvet* kavramına gereksinim vardır. Belli bir sistem için kuvvet, zamanın her anında sistemin o andaki durumu tarafından tanımlanır. Örneğin iki gök cismi arasındaki çekim bu cisimlerin arasındaki uzaklığın karesiyle ters orantılıdır. Newton ayrıca bir sistemin durumunda zaman içinde oluşan değişim ile bu sistemi etkileyen kuvvetler arasındaki ilişkiyi de ortaya koymuştur (bu ilişkiyi notlar bölümünde Newton'un denklemi ile veriyorum)⁽¹⁾. Bir sistemin başlangıç durumunu biliyorsak bu durumun zaman içinde uğradığı değişimleri ve buna bağlı olarak sistemin herhangi diğer bir zamandaki durumunu da saptayabiliriz.

Yukarda size Newton mekaniği (ya da bugünkü adıyla klasik mekanik) olarak bildiğimiz bu evrensel felsefeyi çok kısa biçimde tanıtmaya çalıştım. Klasik mekaniğin ayrıntılarına girmek matematiksel yöntemler gerektirdiği için burada böyle bir girişimde bulunmayacağız. Diğer yandan matematiksel ayrıntılardan uzak durmak koşuluyla Newton teorisinin içerdiği bazı ilginç noktalara kısa bir bakış atabiliriz. Newton'un

görüşleri zamanında birçok bilim adamı için şaşırtıcı olmuştu. Özellikle René Descartes gök cisimleri konusunda Newton tarafından ileri sürülen “uzaktan etki” kavramını kabul etmeyerek bu görüşü anlamsız ve mantık dışı olarak nitelemişti. Newton’a göre fizik bir gerçek parçasını ele alıp buna bir matematik teorisi katmak ve bilinen gerçekleri bu yoldan kanıtlamaktı. Böyle bir yaklaşımı fazla basit bulan Descartes ise uzaktan etkileşmeden çok, üstüste binmiş iki dışlıdaki gibi temas kuvvetlerini ele alan mekaniksel bir açıklamayı yeğlemekteydi. O zamandan bu yana fiziğin geçirmiş olduğu evrim Newton’un haklı olduğunu göstermiştir. Descartes bir parçacığın konumu ve hızının aynı anda kesinlikle saptanamadığı kuantum mekaniğini tanımış olsa acaba ne düşünürdü?

Newton mekaniğine geri dönersek, bu teorinin dünyamıza ilişkin olarak tümüyle determinist bir portre çizdiğini görürüz: Evrenin gelişigüzel seçilmiş bir başlangıç zamandaki durumunu biliyorsak herhangi bir başka zamandaki durumunu da saptayabiliriz. Laplace’ın determinizme ilişkin ünlü açıklaması⁽²⁾ şöyledir:

Doğa’nın yaratılışında rol oynayan tüm güçleri ve Doğa’yı oluşturan tüm öğeleri bilen ve bu bilgileri çözümleyecek denli güçlü olan bir zeka, evrendeki en büyük cisimlerden en küçük atomlara dek varolan her şeyin evrimini tek bir formülle açıklayabilirdi. Böyle bir zeka için hiç bir şey belirsiz ya da bilinmez olmayacağı gibi geçmiş de, gelecek de aydınlanırdı. Astronomi bilimine kazandırmış olduğu tüm kusursuzluğa karşın insan zekası bunun ancak silik bir kopyası olabilmıştır.

Laplace’ın bir ölçüde teolojiden etkilenen bu görüşü aklı şu soruyu getiriyor: Determinizm ile rastlantı, ya da determinizm ile özgür irade arasında uyum olduğu söylenebilir mi? Bu soruyu yanıtlarken önce rastlantıyı, sonra da biraz daha karışık bir konu olan özgür iradeyi ele alacağız.

İlk bakışta rastlantının Laplace’ın determinizmi içinde yeri olamazmış gibi görünüyor. Havaya attığımız bir para-

nın yazı mı tura mı geleceği klasik mekaniğin yasaları tarafından şaşmaz biçimde belirlenmiştir. Doğayı anlayabilme yolunda rastlantının ve olasılıkların önemli bir rol oynadığını bildiğimiz için ilk anda determinizmi yadsımaya eğilim gösterebiliriz. Gerçekte ise rastlantı ile determinizmin çelişkili gibi görünmesi yanlış bir izlenimdir. Bu konuya ilişkin daha ayrıntılı bir açıklamayı ilerki bölümlere bırakıp burada bu izlenimi nasıl değiştirebileceğimize kısaca değinmek istiyorum.

Bilmemiz gereken ilk şey rastlantı ile determinizm arasında mantıksal açıdan bir çelişki bulunmadığıdır. Şöyle ki, bir sistemin başlangıç durumunun içerdiği koşullar önceden belirlenmiş olabildiği gibi rastlantısal yoldan ortaya çıkmış da olabilir. Daha teknik bir anlatımla, sistemin başlangıç durumunda belli bir ölçüde *olasılık payı* bulunabilir. Eğer durum böyleyse sistem herhangi diğer bir zamanda da rastlantısallık ögesini içerecek ve bu da yeni bir olasılık payının ortaya çıkmasına yol açacaktır. Bu yeni olasılık payı da mekanik yasalarının uygulanması ile determinist yoldan saptanabilir. Herhangi bir sistemin başlangıç durumu uygulamada hiçbir zaman yüzdeyüz bir kesinlikle bilinemeyeceği için düşük bir oranda bile olsa rastlantının her zaman hesaba katılması gerekir. İlerde de göreceğimiz gibi başlangıç durumunun içerdiği çok küçük bir rastlantısalılık daha sonraki bir aşamada çok daha büyük boyutlar kazanabilir. Gördüğümüz gibi uygulamada determinizm rastlantıyı ortadan kaldırmamaktadır. Ancak, istenirse klasik mekanik rastlantı ya da gelişigüzeğe hiç yer vermeden de anlatılabilir. Buna karşılık ilerde de göreceğiniz gibi kuantum mekaniği için aynı şey söylenemez. Geniş fenomen grupları için yaptıkları tanımlamalar hemen hemen aynı olmasına karşılık bu iki fiziksel gerçek anlatımı kavramsal açıdan birbirinden çok farklıdır.

Rastlantı ile determinizm arasındaki ilişki fizikçiler arasında her dönemde tartışma konusu olmuştur. Bunun en yeni örneği ise son zamanlarda René Thom ile İlya Prigogine arasında sürmekte olan bilimsel "atışma"dır⁽³⁾. Bu iki bilim

adamı arasında bu konuda büyük bir görüş ayrılığı vardır. Diğer yandan, gözle görülebilir fenomenler konusunda ciddi bilim adamlarının hiç bir anlaşmazlığa düşmemeleri ilgi çekicidir (gerçi bunun tersi daha da ilgi çekici olurdu). René Thom'a göre madem ki bilimin amacı yasaları oluşturmaktır, evrenin zaman içinde geçirdiği değişime ilişkin bilimsel bir araştırma da ister istemez determinist yasaların bulunması ile sonuçlanacaktır. Öte yandan bunun Laplace'ın determinizmi olması gerekmez: pekala da bir olasılık payını yönlendiren bazı determinist yasalar elde edilebilir - rastlantı ve gelişigüzellikten uzak kalmak sanıldığı kadar kolay değildir! Thom'un görüşü, rastlantı - determinizm ikilemi ve bununla bağlantılı olan özgür irade konusu yönünden önem taşımaktadır. Aslında Thom bize sorunun şu ya da bu mekanığın seçimi ile çözümlenemeyeceğini, zira her mekanığın özünde determinizmin bulunduğunu anlatmaktadır.

Özgür irade konusu biraz daha karışık olmakla birlikte gözardı edilemeyecek denli önem taşır. Önce size bu konuya ilişkin olarak kuantum mekaniğinin kurucularından biri olan Erwin Schrödinger'in savunduğu görüşü anlatayım⁽⁴⁾: Schrödinger'e göre, Laplace determinizmine kıyasla kuantum mekaniğinde rastlantıya ayrılan yer bu mekaniğin özgür iradeye ilişkin görüşlerle daha çok uyum sağlayacağı umudunu güçlendirmiştir. Ama, diyor Schrödinger, bu umut aslında gerçekleşmesi olanaksız bir düştür. Bunu da şöyle açıklıyor: *Başkalarının* özgür iradesi bizim için bir sorun oluşturmaz, zira onların aldıkları kararlar konusunda tümüyle determinist bir açıklamayı kolayca kabul edebiliriz. Asıl sorun determinizm ile kendi özgür irademiz arasındaki çatışmadan doğar. Bu sorunu, *çeşitli seçeneklerin* bulunduğu aşamada bunlardan yalnızca birini seçerek kendimize karşı üstlendiğimiz *sorumluluk* olarak tanımlayabiliriz. Fizik yasalarında rastlantıya ne denli yer verirse verelim bunun bize bu sorunu ortadan kaldırma konusunda hiçbir yardımı olmayacaktır. Gelişigüzel bir seçim yapmakla kendimize karşı üstlendiğimiz sorumluluğu gerektiği gibi yerine getirdiğimi-

zi ileri sürebilir miyiz? Aslına bakılırsa çoğu zaman pek fazla seçme özgürlüğümüz olduğu da söylenemez. Örneğin, diyor Schrödinger, önemli ve sıkıcı kişilerle dolu resmi bir yemeğe katılmak zorunda olduğunuzu düşünün (anlaşılan bu konuda epey deneyimi var), bu durumda sıkıldıkça sıkılırsınız ve bir an gelir ki masanın üzerine fırlayıp tüm porselen ve kristalleri tuzla buz etmek pahasına çılgınca hoplayıp zıplamak gibi bir istek duyabilirsiniz, ama doğal olarak bunu yapmazsınız. Masada uslu uslu oturmayı sürdürürken özgür iradenizi kullandığınızı iddia edebilir misiniz? Diğer bir durumda ise size acı vereceğini bildiğiniz, ama buram buram sorumluluk kokan bir seçim yapmak zorunda kalabilirsiniz - bu muhakkak ki gelişigüzel alınmış bir karar olacaktır. Sonuç olarak, rastlantı özgür iradeyi anlamınıza yardım etmez diyoruz. Schrödinger de özgür irade ile ne klasik mekanik determinizmi ne de kuantum mekanikinin rastlantısallığı arasında bir çelişki görmemektedir.

Özgür irade kavramı ile bağlantılı olarak bir de *önceden belirlenmişlik yasası*'na dayanan eski bir teolojik soruya değinmek istiyorum: Tanrı hangi ruhların kurtuluşa ereceğini, hangilerinin ise sonsuzadek lanetleneceğini *önceden belirlemiş* midir? Bu soru Hristiyan dünyasını çok uzun bir süre oyalayan konulardan biri olmuştur. Burada özgür iradenin karşısında determinizmden çok "herşeyi görebilen ve herşeyi yapabilen" bir Tanrı kavramı bulunmaktadır. Bu doktrinin yadsınması Tanrının gücünün sınırlı olduğunu iddia etmek olurken kabulü de tüm erdemlilik çabalarını yararsız kılacak niteliktedir. Önceden belirlenmişlik doktrini Aziz Augustine (354-440), Aziz Thomas Aquinas (1225-1274), Protestan reformcu Jean Calvin (1509-1564) ve onyedinci yüzyıl Jansencileri tarafından savunulmuştur. Doktrinin katı biçimlerine her zaman karşı çıkmış bulunan Katolik kilisesinin ise konuya daha ılımlı bir biçimde yaklaştığını biliyoruz. Bir zamanlar düşünürleri ilgilendiren teolojik tartışmaların başında gelmiş olan bu doktrin günümüzde artık anlamını yitirmiş olup bu konuda ortaçağ Latincesi ile yazılı!

miş binlerce kitap sayfası tarihin karanlığına gömülmüştür. Geçmişteki sorunlar bugün de yanıtlanmamış olarak duruyorsa da artık hiçbir önem taşımamakta ve yavaş yavaş unutulmaktadır.

Özgür irade konusundaki kişisel görüşlerim ilerki bölümlerde ele alacağımız önceden kestirilebilirlik sorunu ile bağlantılıdır. Konuya biraz daha açıklık getirmek için bir paradokstan yararlanabiliriz: Geleceği görebilmek için fizik yasalarındaki determinizmi kullanan bir kahin bir yandan da özgür irade aracılığıyla kendi kehanetlerinin aksini kanıtlamaktadır (Bilim-kurgu yazarları bu tür paradoksları çok kullanırlar - Frank Herbert'in *Dune* ve Isaac Asimov'un *Foundation* adlı eserleri buna örnektir). Bu paradoks nasıl çözümlenir? Bir çözüm, ya determinizmi ya da özgür iradeyi devreden çıkarmak olabilir, ama bir seçeneğimiz daha var: Kahin'in işini bir paradoks yaratacak denli iyi yapamadığını varsayabiliriz. Diyelim ki Kahin belli bir sisteme ilişkin kehanetlerinin aksini kanıtlayarak bu yoldan bir paradoks yaratmak istiyor - bu durumda Kahin'in kendisi de sistemin bir bölümünü oluşturacak, bu da sistemi oldukça karmaşık bir hale getirecektir. Diğer yandan sistemin geleceği konusunda tümüyle doğru bir kehanette bulunmak için çok büyük bir kestirim gücü gerektiğinden bu iş Kahin'in yeteneklerini kolayca aşabilir. Bu küçük öykü basite indirgenmiş bir sorunun yine basit bir anlatımla ortaya konması olmakla birlikte öyle sanıyorum ki geleceğin denetlenmesinin olanaksız oluşunun nedenini (ya da nedenlerinden birini) anlamamız için yeterlidir. Anlattığım durum ile Gödel'in *eksiklik teoremi* arasında bir benzerlik vardır. Bu teoremde de bir paradoksun irdelenmesi, karar vermenin olağanüstü uzun bir süreç olması nedeniyle bizi sonuçların doğruluk ya da yanlışlığını saptayamadığımız bir konuma ulaştırır. Kısaca söylemek gerekirse, özgür irademizin anlamlı bir kavram olmasının başlıca nedeni evrenin ya da daha doğru bir deyişle bizim kendi karmaşıklığımızdır.

VI. BÖLÜM

Oyunlar

Normal zarların 1'den 6'ya kadar değişen sayıları gösteren 6 eşit yüzeyi vardır. Gelişigüzel sayılar elde etmek için bize gereken zarların ise 0 ile 9 arasında değişen sayıları içeren 10 eşit yüzeyi olması gerekir. Normalde 10 yüzeyli bir *polihedron* (çok yüzeyli cisim) yoksa da *ikosahedron* adı verilen 20 yüzeyli bir polihedron bulunmaktadır ve biz bunun her karşılıklı iki yüzeyi üzerine aynı sayıyı koyabiliriz. Bu yirmi yüzeyli zarın bir kez atılışı bize 0 ile 9 arasında bir sayı verir ve her sayının gelme olasılığı aynı, yani onda birdir. Ayrıca, birbirini izleyen her atışın bağımsız olmasını sağlasak sonuçta birbirleri ile hiçbir bağlantısı olmayan bir takım sayılar elde ederiz. Böyle bir zarla yapılan atışlara ilişkin olasılıklar teorisi çeşitli olasılıkları hesaplayabilmemizi de sağlar. Örneğin, üstüste üç atışın toplamının 2 olması olasılığı binde 6'dır.

Buraya dek çok ilginç bir şey söylememiş olabilirim ama yukarda değindiğim gelişigüzel seçilmiş rakamlardan oluşan sayıları (örneğin 7213773850327333562180647) içeren basılı listeler olduğunu duymak belki sizi şaşırtabilir - böyle bir liste pek işe yarar bir şey gibi görünmese bile. Bu bölümde konumuz *oyunlar teorisi* olacak ve ben size bunun aksini kanıtlayacağım.

İşe herkesin bildiği bir oyunla başlıyoruz. Arkama sakladığım ellerimin birinde bir bilya var ve ellerimi yumruk yapıp size uzatıyorum - siz bilyanın hangi elimde olduğunu tahmin edeceksiniz. Bunu bir çok kez tekrarlayıp sonuçları bir yere not ediyoruz. Ondan sonra kaç kez doğru ya da yanlış tahminde bulunduğunuzu sayıyoruz ve kim oyunu kay-

betmişse kazanana belli bir para ödüyor, bira ısmarlıyor ya da buna benzer birşey yapıyor. Doğal olarak her iki taraf da oyuna kazanmaya kararlı olarak girer ama biz ayrıca her iki oyuncunun da vasatın üstünde zekaya sahip olduğunu varsayalım. Eğer ben bilyayı her seferinde aynı avucumda ya da düzenli biçimde sırayla bir sağ, bir sol avucumda saklarsam siz bunu çok çabuk farkederek ve oyunu kolayca kazanırsınız. Dahası kullanabileceğim buna benzer tüm mekanik stratejileri de eninde sonunda anlarsınız. Peki, bu durum bira'yı ısmarlamak zorunda kalan tarafın her zaman ben olacağımı mı gösterir? Hayır! Eğer ben bilyayı $1/2$ olasılıkla gelişigüzel biçimde sağ ya da sol elimde saklarsam ve el seçimi her seferinde tümüyle bağımsız biçimde yaparsam sizin doğru tahminde bulunma olasılığınız yarıya iner ve sonuç olarak ne kazanır ne de kaybedersiniz.

Oyunu $1/2$ olasılık üzerinden kaç kez oynarsak sizin bunun yarısı kadar doğru tahminde bulunacağınız böylece ortaya çıkmış oluyor. Benim el seçimim ile sizin tahmininizin *bağımsız olaylar* olduğunu söyleyerek bunu kanıtlayabiliriz. Dikkat edin, bilyayı hangi avucumda saklayacağım konusunda "oldukça" gelişigüzel davranacağımı söylemedim. Siz benim sol ya da sağ elim için göstereceğim en küçük bir tercihi ya da birbirini izleyen seçimlerim arasında göreceğiniz herhangi bir bağlantıyı doğal olarak bana karşı kullanacak ve böylelikle (oyun yeterince uzun sürerse) yine kazanacaksınız.

Ben kurnazlık edip sizi yanıltmaya yönelik bir strateji kullansam da siz tahminlerinizi tümüyle gelişigüzel bir biçimde yaparak bunu karşılayabilirsiniz.

Gelelim benim ($1/2$ olasılıklı) el tercihimde nasıl her seferinde bağımsız bir seçim yapabileceğime: Eğer gelişigüzel seçilmiş sayılardan oluşan uzunca bir listem varsa her çift sayının sağ ve her tek sayının sol ele karşılık geldiğini varsayarak her seferinde bağımsız bir seçim yapmayı garantilemiş olurum (benim el seçimimle sizin tahmininizin tümüyle bağımsız olaylar olduğunu unutmamak koşuluyla). Böylelikle siz benim gelişigüzel sayılardan oluşmuş listemin varlığı-

m bilmediğiniz gibi ben de size bilyayı hangi avucumda sakladığıma ilişkin bir ipucu vermemiş olacağım. Doğal olarak size telepatik mesajlar vererek de yardım etmeyeceğim. (Telepatiye değinmişken şunu da belirtmekte yarar var: Özellikle bu tür oyunlarla bağlantılı olarak telepati konusunda yapılan araştırmalar böyle bir şeyin kesinlikle var olmadığını kanıtlamıştır).

Bu arada gelişigüzel seçilmiş sayılardan oluşan bir listenin bazı durumlarda nasıl işe yarayacağını da gördünüz. Böyle bir listenin nasıl ele geçirilebileceği ise ayrı bir konu olup bunu ilerde tartışacağız. Şimdilik oyunlarımıza geri dönelim.

Oyunlar konusunda gelişigüzel davranışın yararlılığı Fransız Emile Borel ve Macar asıllı Amerikalı John von Neuman adlı matematikçiler tarafından kanıtlanmıştır. Doğal olarak ekip halinde ya da bir ortakla oynuyorsanız gelişigüzel davranış genelde iyi sonuç vermeyebilir ama bir başka oyuncuya karşı tek başına oynayan bir kişinin izleyebileceği en iyi yol çoğu zaman karşı tarafın beklemediği gelişigüzel ataklar yapmaktır.

Öyle bir "oyun" düşünelim ki benim çeşitli ataklar yapma seçeneğim olsun ve siz kendi atağınızı benim ne yaptığımı bilmeden seçmek durumunda olun - ayrıca her karşılıklı atağın sonucuna göre kaybeden kazanan belli bir para ödesin. Örneğin benim atağım bir bilyayı hangi avucumda saklayacağıma karar vermek, sizinki ise bu konuda bir tahminde bulunmaktır. Doğru tahminde bulunursanız benim size 1 dolar ödemem gerekiyor, bilemezseniz siz bana 1 dolar (ya da herhangi bir şey) vereceksiniz.

Bir başka oyun da şöyle olabilir: Ben birden fazla sığınağın bulunduğu bir savaş alanındaayım, siz de küçük bir uçakla tam üstümde daireler çiziyor ve tepeme bir bomba atmak için fırsat kolluyorsunuz. Normalde benim çevredeki en sağlam görünümlü sığınağı seçmem ve orada saklanmam gerekir ama sizin de normalde yapabileceğiniz en doğru iş benim en iyi sığınağı seçmiş olabileceğimi düşünerek orayı bombalamaktır. Bunu bildiğim için benim o denli sağlam görünme-

yeni ikinci sığınağı seçmem gerekmez mi? Eğer ikimiz de çok akıllıysak olasılıklara dayanan stratejiler izleriz. Örneğin ben çevredeki çeşitli sığınaklar arasında bana en fazla kurtulma şansı verecek özelliklere sahip olanları arar, bundan sonra nereye saklanacağımı belirlemek için yazı - tura atar ya da gelişigüzel sayılardan oluşan bir liste kullanırım. Siz de beni vurma şansınızın en yüksek düzeyde olduğu sığınağı belirlemek için benzer biçimde olasılıklardan yararlanırsınız. Bu size saçma gelebilir ama ikimiz de “akılcı” davranabiliyorsak yapacağımız budur. Doğal olarak ben hareketlerimi gizlemezsem sizin işiniz daha kolaylaşır, buna karşılık siz de nereyi bombalamayı tasarladığınızı bana sezdirmemeye çalışmalısınız.

Günlük hayatta patronunuz, sevgiliniz ya da ülkenizi yönetenlerin sizi yönlendirmeye çalıştığını sık sık görürsünüz. Size önerdikleri “oyun” seçeneklerden birinin kesinlikle daha parlak görüldüğü bir seçimdir. Bu seçenekte karar kıldığınız zaman karşınıza yeni bir oyun çıkar ve böylelikle kısa bir süre sonra “akılcı” seçimlerinizin sizi aslında hiç bir zaman istememiş olduğunuz bir yere getirdiğini görür ve tuzağa düştüğünüzü anlarsınız.

Bu noktaya gelmemek için yapacağınız şey arada bir beklenmedik biçimde davranmaktır. En çekici görünen seçeneklerden uzak durduğunuz zaman kaybettiğiniz şeylerin karşılığında daha özgür olabilirsiniz.

Doğal olarak hedefiniz sadece beklenmedik biçimde davranmak değil, bunu belli bir olasılık stratejisine uygun olarak yapmaktır. Şimdi kesin biçimde tanımlanmış olasılıkları kapsayan bu stratejiyi saptayalım. Belli bir oyunu aşağıdaki gibi bir *ödeme* tablosu belirlesin:

Benim birden çok (örneğin 3) seçeneğim, sizin de yine birden çok (örneğin 4) seçeneğiniz var ve seçimlerimizi bağımsız olarak yapıyoruz (Bu seçimler belli bir sığınağa girmek ya da kağıt oyununda belli bir kağıdı oynamak türündendir).

SİZİN SEÇENEĞİNİZ		1	2	3	4
BENİM SEÇENEĞİM	1	0	1	3	1
	2	-1	10	4	2
	3	7	-2	3	7

Her ikimiz de seçimimizi yaptığımız zaman yukardaki tabloda görüldüğü gibi ortaya bazı ödemeler çıkacaktır. Örneğin benim seçimim olan 2 ve sizin seçiminiz olan 4'ten ortaya sizin bana vereceğiniz iki dolarlık bir ödeme çıkar. Eğer benim seçimim 3 ve sizin seçiminiz 2 ise ödeme eksi iki dolar olur, yani ben size iki dolar ederim.

Benim üç seçimimi de belli olasılıklara göre yaptığımı, sizin de kendi dört seçiminizde aynı yolu izlediğinizi düşünelim. Tüm bu olasılıklar belli bir ortalama ödemeyi belirler ki sizin işiniz bunu en az (minimum), benimki ise en çok (maksimum) yapmaktır. 1928 yılında J. Von Neumann tarafından kanıtlandığına göre sizin en az'ınız için benim en çok'um ile benim en çok'um için sizin en az'ınız aynıdır, ki bu da ünlü *minimaks teoremi*⁽¹⁾ dir. Bunun anlamı şudur: Her ikimiz de çok akıllı oyuncular olduğumuz için nasıl ayrı görüşlerde olacağımız konusunda kesinlikle aynı görüşteyiz.

Sizin seçimleriniz ile benim seçimlerimin olasılıklarını ve ortalama ödemeyi hesaplamak gibi matematiksel ayrıntılara girmiyorum. Genel bir nitelik taşıyan bu soruna *lineer programlama* adı verilir ve her iki tarafın seçeneklerinin sayısı çok yüksek olmadığı sürece bir güçlük oluşturmaz. Lineer programlamanın tam olarak ne denli güç olduğunu daha ilerde göreceğiz.

Gördüğünüz gibi oyunlar teorisi insana gelişigüzel sayılar sağlayan gizli bir kaynağa sahip olmasının yararlı bir şey olduğunu gösteren sevimli bir matematik teorisidir. Diğer yandan biz belki de hiç bir şeyin gelişigüzel olmadığı determinist bir evrende yaşamaktayız. Eğer Tanrının bize özel bir telefon hattı aracılığıyla gelişigüzel sayılar vermesi de söz konusu değilse bu durumda ne yapabiliriz? Evet - ya zar atar ya da yazı - tura oynar ve işlevsel olacak tanımlanmış belli koşullar altında bunun gelişigüzel sonuçlar vereceğini öne süreriz. Yine de bir noktada bu gelişigüzelliğin nasıl ortaya çıktığını bulmak zorundayız. Oldukça karmaşık bir nitelik taşıyan bu sorunu bundan sonraki bölümlerde ele alacağız.

VII. BÖLÜM

Başlangıç Durumuna Hassas Bağlılık

Satranç oyununu bulan bilge kişinin öyküsünü biliyor musunuz? Ödül olarak kraldan satranç tahtasının ilk karenin üzerine bir, ikinci karenin üzerine iki, üçüncü karenin üzerine dört pirinç koymasını ve bu biçimde sayıları her seferinde ikiye katlayarak satranç tahtasının tüm karelerini pirinçle doldurmasını istemiş bu bilge. Kral önce bu isteği çok alçakgönüllü bulmuş ve içinden bilge kişiye gülmüş ama ondan sonra bu isteği yerine getirmek için gereken ölçüde pirinci biraraya getirmeye ne kendisinin ne de dünyanın tüm krallarının servetinin yetmeyeceğini görmüş. Bu öykünün doğruluğunu kanıtlayabiliriz: Bir sayıyı on kez ikiye katlarsak o sayıyı 1024'le çarpmış oluruz; bunu yirmi kez yaparsak bir milyonun üstünde bir sayıyla çarpmış oluruz ve bu böylece sürer gider.

Belli bir sürenin sonunda ikiye katlanan ve yine aynı uzunlukta bir süre daha geçince tekrar ve tekrar ve tekrar ikiye katlanan bir sayının *üstel* biçimde arttığını söyleriz. Demin de gördüğümüz gibi sürekli ikiye katlanan bir sayı kısa bir zamanda çok büyük bir sayı haline gelir. Üstel artışa *değişmez oranda artış* adı da verilir. Paranızı %5'lik bir sabit artış oranıyla bankaya yatırırsanız (vergiler ve enflasyonu hesaba katmazsak) paranız yaklaşık olarak 14 yıl içinde iki katına çıkar. Bu tür bir artış oldukça doğaldır ve günlük yaşamda örneklerine oldukça sık rastlanır - ama hiçbir zaman çok uzun sürmez.

Bir kurşunkalemi sivri ucunun üzerinde dengede durdurmaya çalışırsak ne olacağını anlamak için üstel artıştan yararlanabiliriz. Bu işi herhangi bir hileye başvurmadan yap-

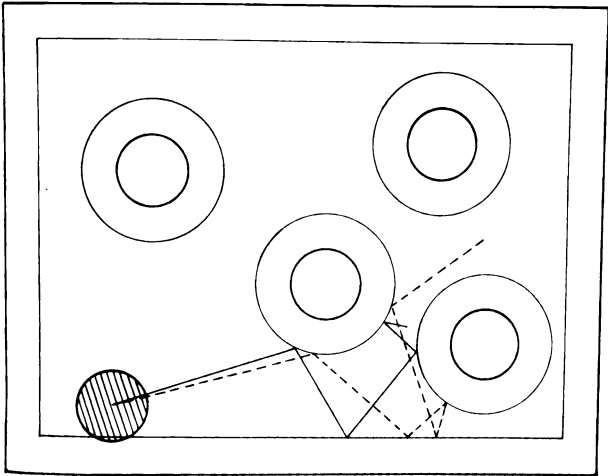
mak olanaksızdır, çünkü kalemi hiçbir zaman tam dengede tutamazsınız ve denge noktasından en ufak bir sapma kalemin şu ya da bu yana düşmesiyle sonuçlanır. Eğer kalemin düşmesini klasik mekanik yasalarına uygun olarak incelersek (ki bunu yapmayacağız) kalemin düşme hızının - yaklaşık olarak ve en azından başlangıçta - üstel biçimde arttığını buluruz. Yani kalemin düşüş sırasında denge noktasından sapma hızı belli bir süre içinde iki katına, yine aynı sürenin geçmesiyle tekrar iki katına ve tekrar ve tekrar iki katına çıkar ve sonunda kalem masanın üzerinde yatay bir konumda kalır.

Bu deney *başlangıç durumuna hassas bağlılığa* bir örnek oluşturmaktadır. Bu matematik deyimini şöyle açıklayabiliriz: Sıfır noktasında (kalemin başlangıçtaki konumu ya da hızı) sistemin durumunda meydana gelen çok küçük bir değişiklik kendisinden sonra gelen ve zamanla üstel biçimde büyüyen bir değişikliğe yol açar. Çok küçük bir neden (kalemin milimetrik bir oranda sağa ya da sola eğilmesi) çok büyük bir etki yaratır. Bu durumun (küçük nedenin büyük etki yapması) oluşması için sıfır noktasında olağandışı koşulların (örneğin sivri ucu üstünde durdurulmaya çalışılan bir kalemin kolay bozulabilir dengesi gibi) bulunması gerektiğini düşünebilirsiniz, ama aslında bunun tam tersi doğrudur; *keyfi başlangıç koşulundaki pek çok fiziksel sistem başlangıç durumuna hassas bağlılık göstermektedir*. Bunun sezgiye aykırı bir yanı olduğundan matematikçilerin ve fizikçilerin olup biteni anlamaları zaman almıştır.

Şimdi bu konuya ilişkin bir başka örneğe - topun önünde yuvarlak ya da dışbükey engellerin bulunduğu bir bilardo oyununa - geçiyorum. Fizikçilerin her zaman yaptığı gibi sistemi bir ölçüde amacımıza uyacak biçimde değiştireceğiz: “dönerek yuvarlanmaları” görmezden gelecek, sürtünmeyi hesaba katmayacak ve çarpışmaların *esnek* olduğunu varsayacağız. Bilardo topunun merkezinin bir çarpışma olmadığı sürece düz bir çizgi izleyen ve düzgün olan hareketi ile ilgileniyoruz. Top bir engelle çarpıştığı zaman ise bunun yerine topun merkezinin daha büyük (topun tam yarıçapı denli da-

ha büyük - Şekil 1) bir engel tarafından geri gönderildiğini düşüneceğiz. Bیلardo topunun merkezinin izlediği yolun bir engel tarafından kesilip topun geri dönmesi, bir ışık huzmesinin bir ayna tarafından yansıtılması ile aynı özellikleri taşır (esnek çarpışma deyimi de bunu anlatmaktadır). Bu benzerliği kurduktan sonra bیلardo sorununun ilişkin olarak başlangıç durumundaki değişiklikler konusunu tartışmaya hazırız.

Şekil 1'de de görüldüğü gibi aynı bیلardo masası üzerinde biri *gerçek* diğeri *hayali* iki topun bulunduğunu varsayalım.



Şekil 1. Üzerinde dışbükey engeller bulunan bir bیلardo masası. Topun hareketi sol alt köşeden başlamakta olup topun merkezinin izlediği yol düz bir çizgi ile gösterilmiştir. İkinci (sanal) bir top ilkinden çok az farklı bir yönde harekete başlar (kırık çizgi). Bir kaç çarpışmadan sonra iki topun izlediği yolların birbiriyle ilgisi kalmaz.

İkisine birden aynı anda vuruyoruz ve böylece toplar aynı hızla ama biraz farklı yönlerde yuvarlanmaya başlıyor. Bu durumda iki topun izlediği yollar belli bir açı oluşturuyor - biz buna *alfa* açısı diyelim - ve iki top arasındaki uzaklık za-

manla orantılı olarak artıyor. Buradaki zamanla orantılı artışın daha önce değindiğimiz üstel artışla aynı şey olmadığına dikkatinizi çekerim. Eğer gerçek ve hayali toplarımızın merkezleri bir saniyelik bir süre sonunda birbirine bir mikronluk (milimetrenin binde biri) bir uzaklıkta bulunuyorsa yirmi saniye sonra bu uzaklık yirmi mikrona erişmiş olacaktır (ki bu da hâlâ çok küçük bir uzaklıktır).

Biraz düşünersek topun bilardo masasının düz kenarından geri dönüş hareketinin durumu değiştirmeyeceğini görürüz: Geri dönüş yapan topların izlediği yollar başlangıçtaki alfa açısının aynını oluşturacak ve gerçek ile hayali toplarımızın arasındaki uzaklık yine zamanla orantılı biçimde artacaktır. Düz kenara çarpan topun geri dönüşü ışık huzmesinin aynadan yansması ile aynı yasalara uyar: aynanın yüzeyi düz olduğu sürece daha ilginç bir durumun ortaya çıkması beklenemez.

Diğer yandan bilardo masasının üzerinde yuvarlak engeller bulunduğunu ve bunların dışbükey aynalarla aynı işlevi yaptığını biliyoruz. Dışbükey bir aynada kendinize baktıysanız görüntünüzün düz yüzeyli bir aynadakinden farklı olduğunu görmüşsünüzdür. Bu olayın açıklaması optik dersinde yapılır ve temelde şöyledir: İnce bir ışık huzmesini belli bir açıda (örneğin alfa) dışbükey bir aynaya gönderirseniz aynadan yansıyan ışık huzmesinin bundan farklı (daha büyük) bir açısı olur (buna da *alfa bir* diyebiliriz). Olayı basitleştirmek için alfa bir açısının alfa açısının iki katı olduğunu varsayalım (gerçi bu ilerde de göreceğimiz gibi olayı fazlasıyla basitleştirmektedir).

Şimdi üstünde biri gerçek, diğeri hayali iki topun ve yuvarlak engellerin bulunduğu bilardo masamıza geri dönüyoruz. Başlangıçta iki topun izlediği yolların alfa açısını oluşturduğunu ve topların bilardo masasının düz kenarına çarpıp geri dönmesi durumunda da bu açının değişmediğini belirtmiştik. Buna karşılık toplar yuvarlak engellerden birine çarptığı zaman izledikleri yollar birbirinden uzaklaşır ve baştaki alfa açısının iki katı büyüklükte olan alfa bir açısını

oluşturur. İkinci kez yuvarlak bir engele çarpmaları durumunda topların izlediği yollar 4 alfa büyüklüğünde bir açı oluşturur. Bu tür 10 çarpışmadan sonra oluşan açı başlangıçtaki açının 1024 katı büyüklükte olur ve bu böyle sürer. Her saniyede bir çarpışma olması durumunda gerçek ve hayali toplarımızın izledikleri yollar arasındaki açının zamanla üstel biçimde büyüdüğü görülebilir. Aslında, küçük olmaya devam ettiği sürece toplar arasındaki uzaklığın da aynı biçimde arttığını matematiksel yoldan kolayca kanıtlayabiliriz⁽¹⁾: Burada *başlangıç durumuna hassas bağlılık* söz konusudur.

Şimdi de, gerçek ve hayali toplarımızın merkezleri arasındaki uzaklığın her saniyede bir iki katına çıktığını varsayalım. Bu durumda başlangıçtaki bir mikronluk uzaklık on saniye sonra 1024 mikrona (yaklaşık olarak bir milimetre) çıkmış olur. Böylece bu uzaklık 20 saniye sonra bir metreyi, 30 saniye sonra ise bir kilometreyi geçmiş olacaktır, ama doğal olarak bilardo masamız bu denli büyük olmadığı için ortada bir mantıksızlık var demektir. Bu mantıksızlığı yaratan şey ise, topların yuvarlak bir engele çarptıktan sonra izledikleri yolların oluşturduğu açının iki katına çıktığı ama hâlâ küçük kaldığı yolunda yukarda düştüğümüz “fazlasıyla basite indirgeme” yanılgısıdır. İki topun izlediği yollar birbirine yakın olduğu sürece bu varsayım az - çok doğru sayılabilirse de daha sonra yanlışa dönüşür: “gerçek” topun izlediği yol bir engele çarpacak, buna karşılık “hayali” topun izlediği yol engelin çok uzağından geçecektir (ya da bunun tersi).

Şimdi de bir bilardo topunun üzerinde yuvarlak engeller bulunan bir masa üzerindeki hareketi ile ilgili olarak öğrendiklerimizi özetleyelim. “Gerçek” topun hareketi ile ondan çok az farklı bir başlangıç durumunda olan “hayali” topun hareketini aynı anda gözlemlersek iki hareketin *genellikle* bir süre için üstel artışla birbirinden ayrıldığını görürüz. Daha sonra topların biri bir engele çarparken diğeri bu engelin uzağından geçecek ve o andan başlayarak iki hareketin birbiri ile hiç bir ilgisi kalmayacaktır. Doğruyu

söylemek gerekirse, “hayali” top için olağandışı başlangıç koşulları söz konusu olabilir ve bu durumda iki topun hareketi birbirinden üstel artışla ayrılmaz; örneğin, hayali top aynı yol üzerinde ama bir milimetre geriden gerçek topu izleyebilir. Yine de böyle bir durumun sıklıkla görülmeyeceğini ve normalde iki topun izlediği yolların birbirinden yukarda anlatıldığı gibi uzaklaşacağını belirtelim.

Bu konuyu kapatmadan önce yukarda bilardo topları konusunu sadece olayı anlamanızı amaçlayan bir biçimde ele almakla yetinip kanıtlama yoluna gitmediğimi vurgulamak istiyorum. Şunu da söyleyeyim ki, yuvarlak engeller ve bilardo topları konusunda aynı yöntemi izleyerek son derece karmaşık bir matematiksel analiz de yapılabilir. İlk olarak Rus matematikçi Yakov G. Sinai⁽²⁾ tarafından gerçekleştirilmiş olan bu analizin yapılması son derece güçtür. Başlangıç durumuna hassas bağlılık gösteren sistemlerin matematiksel analizleri genelde kolay değildir ve belki de bu nedenle fizikçilerin bu tür sistemlerle ilgilenmeye başlamaları oldukça yeni bir gelişmedir.

VIII. BÖLÜM

Hadamard, Duhem ve Poincaré

Bundan önceki bölümde sizi üzerinde yuvarlak engeller bulunan bir bilardo masasında garip bir takım işlerin döndüğüne inandırmış olmayı umuyorum. Şimdi de diyelim ki başlangıç durumunda ufak bir değişiklik yaptım ve “gerçek” topun konumu ve yönünü biraz farklı “hayali” bir konum ve yön ile değiştirdim. Bu durumda “gerçek” ve “hayali” topların izlediği ve başlangıçta birbirine çok yakın olan yollar arasındaki uzaklık söz konusu yollar artık birbirleri ile ilişkilerinin kalmadığı noktaya ulaşınca dek, giderek daha hızlı biçimde artacaktır. Bunun başlangıç durumuna hassas bağlılık adını verdiğimiz koşuldan kaynaklandığını biliyoruz. Kavramsal yönden bu çok önemli bir buluştur. Bilardo topumuzun hareketi şaşmaz bir biçimde başlangıç durumu tarafından belirlenmekte, ama izleyeceği yolu önceden tahmin edebilme olanağımız temelde kısıtlanmaktadır. Başka bir deyişle, determinizm hâlâ vardır ama şimdi bir de uzun dönemde önceden kestirilmezlik ögesi ortaya çıkmıştır. Bunun nedeni başlangıç durumuna ilişkin bilgimizin kesinliğinin azalmış olması ve “gerçek” başlangıç durumu ile ona çok yakın olan çok sayıdaki “hayali” başlangıç durumlarını birbirinden ayırt edemeyişimizdir. Dolayısıyla yapabileceğimiz kestirimlerin hangilerinin doğru olduğunu bilmiyoruz. Diğer yandan, bir bilardo topunun hareketini bile önceden kestiremiyorsak, gezegenlerin hareketlerini, hava değişimlerini, imparatorlukların geleceğini nasıl bilebiliriz? Bu ilginç soruyu saydıklarımızın her biri için farklı biçimde yanıtlayabiliriz. Gezegenlerin hareketlerine ilişkin tahminler yüzyılları kapsar, hava koşullarındaki değişimler ise en çok bir ya da

iki hafta önceden kestirilebilir. İmparatorlukların yazgısı ya da insanlığın geleceğine ilişkin kestirimlerde bulunmak ise doğal olarak çok daha güçtür ama burada da önceden bilinmezlik temeline dayalı bazı sonuçlara varılması olasıdır. Bu gibi soruların yanıtlarının çok da uzak olmadığını ayırdına varan bilim adamlarının ne denli heyecan duyduğunu düşünabiliyor musunuz?

Buna karşın bu yolda yine de adımlarımızı dikkatle atmalıyız. Eğer bir bilimadamının eleştirel zekasına sahipseniz benim insanın geleceğine ilişkin kehanetlere kalkışmadan önce bilardo topları konusunda şu ana kadar değinmediğim bazı noktaları açıklığa kavuşturmamı istersiniz.

Örneğin, bilardo topunun hareketini incelerken sürtünme ögesini hesaba katmadık. Bu öge gözardı edilebilir mi? Fizikte bu tür sorularla sürekli karşılaşırız: Belli ölçüde bir “amaca uydurma” ya izin verilebilir mi? Bilardo örneğinde sürtünme ögesi topun eninde sonunda durmasını sağlar, ama bu duruş hareketin önceden kestirilebilirliğinin yok olmasından çok sonra gerçekleşirse sürtünmenin varlığını gözardı etmek gibi bir “amaca uydurma” işimize yarayacaktır.

Şimdi daha güç bir soruyla karşı karşıyayız: başlangıç durumuna hassas bağıllık ne denli yaygındır? Biz şimdiye dek sadece dışbükey engellerin bulunduğu bir bilardo oyununu - yani özel bir sistemi - inceledik ve başlangıç durumundaki çok küçük bir değişikliğin uzun dönemde bilinmezliğe yol açacağını saptadık. Bu tüm sistemler için geçerli midir yoksa bilardo konusu ayrıcalıklı bir örnek midir? Burada “sistem” deyimiyle ya sürtünme ögesinin bulunmadığı mekanik sistemleri ya da sürtünmenin neden olduğu enerji yitimini karşılayacak bir enerji kaynağına sahip olan (daha genel bir anlatımla elektriksel ya da kimyasal bölümleri bulunan) sistemleri anlatmak istiyorum. Önemli olan sistemde kesin biçimde tanımlanmış *determinist* bir zamansal evrimin bulunmasıdır. Bu durumda matematikçiler *dinamik* bir sistemin varlığından söz ederler. Bir yıldızın çevresinde dönen gezegenler dinamik bir sistemi oluştururlar, ki bu durumda sürtünmenin bulun-

madığı mekanik bir sistem söz konusudur. Bir pervanenin karıştırdığı bir sıvı da dinamik bir sistemdir ama burada sürtünme ögesinin varlığı söz konusudur. Eğer insanlık tarihini determinist yoldan ve zaman içinde değişimi içerecek biçimde amacımıza uygun olarak tanımlayabilirsek bu da dinamik sistemlere bir örnek olabilir.

Şimdi yukardaki sorumuza geri dönelim: Başlangıç durumuna hassas bağlılık, dinamik sistemler yönünden ele alındığında genel bir kural mı, yoksa az görülen özel bir durum mudur? Uzun dönemde kestirilebilirlik bu sistemlerin ortak özelliği midir? Bu konuda çeşitli olasılıklar söz konusudur. Bazı koşullarda başlangıç durumuna hassas bağlılıktan söz edemeyiz (örneğin sürtünmenin söz konusu olduğu bir salınımın zamanla duracağı kesinlikle önceden bilinen bir olaydır). Diğer bazı olaylarda ise başlangıç durumuna hassas bağlılık tüm başlangıç durumları için geçerlidir (bیلardo oyunumuzda olduğu gibi - ayrıca bunun çok özel bir örnek oluşturmadığı konusunda sözüme güvenmek zorundasınız). Ve son olarak da, birçok dinamik sistemde bazı başlangıç durumları için uzun dönemde kestirilebilirlik söz konusuyken diğerleri için değildir.

Bir bakıma tüm bu olasılıkların varlığı düşkürlüğü yaratabilir ama eğer hangi sistemlerin başlangıç durumuna hassas bağlılık gösterdiklerini ve bu sistemlerin gelecekteki durumuna ilişkin kestirimlerimizin ne denli uzun süreler için geçerli olduklarını saptayabilirsek çok yararlı bilgiler edinmiş oluruz.

Bu noktada başlangıç durumuna hassas bağlılık konusunu bir de tarih yönünden ele alalım. Küçük olayların büyük etkileri olabildiğini ve bu nedenle geleceğin önceden kestirilmesine olanak bulunmadığını insanlar binlerce yıl önce öğrenmişlerdir. Buna karşılık oldukça yeni bir tarihte farkına vardığımız diğer bir gerçek de şudur: Bazı sistemlere ilişkin olarak başlangıç durumundaki küçük değişimler o denli birbirinden farklı kestirimlere yol açmaktadır ki bir süre sonra kestirimlerin bir anlamı kalmaz. Bu görüş ondokuzuncu yüzyılın sonlarında Fransız matematikçi Jacques

Hadamard⁽¹⁾ tarafından kanıtlanmıştır (Hadamard o tarihlerde otuz yaşlarındaydı, daha sonra çok uzun bir süre yaşadı ve 1963'te öldü).

Hadamard'ın incelediği sistem, düz yüzeyli bir masa yerine *negatif eğimli* bir yüzey üzerinde oynanan değişik bir tür bilardoydu. Bu deney, yüzey üzerindeki bir noktanın sürtünmesiz hareketinin incelenmesine dayanmaktadır. Daha teknik bir anlatımla, Hadamard'ın bilardosu negatif eğimli bir yüzey üzerindeki bir *jeodezik akış*'la bağlantılıdır. Söz konusu akış matematiksel olarak mümkündür⁽²⁾ ve Hadamard bu yoldan başlangıç durumuna hassas bağlılığı bir teorem içinde kanıtlamıştır (Hadamard'ın kanıtı daha sonraları -1970'lerde- dışbükey engelli bilardoya ilişkin olarak Sinai tarafından ortaya konan kanıta kıyasla çok daha kolaydır).

Fransız fizikçi Pierre Duhem, Hadamard'ın vardığı sonucun düşünsel yönden taşıdığı anlamın farkına varan ilk bilim adamlarından biridir (siyasal konularda tutuculuğu ile tanınan Duhem buna karşılık bilimin çok çeşitli alanlarında yaşadığı çağın çok ilerisinde görüşlere sahipti). Duhem'in 1906'da yayınlanan bir kitabındaki bölüm başlıklarından biri şöyledir: "Kullanılması sonsuza dek olanaksız bir matematiksel tüm-dengelem örneği"⁽³⁾. Yazarın açıklamasına göre söz konusu tüm-dengelem Hadamard'ın bilardo masası üzerinde bir topun izlediği yoldur. "Kullanılması olanaksız" nitelemesi ise şuradan gelmektedir: Başlangıç durumunda zorunlu olarak bulunan küçük bir belirsizlik *eğer yeterince beklenirse* topun izleyeceği kestirilen yolda çok daha büyük bir belirsizliğe yol açar; doğal olarak bu durum yapılan kestirimi geçersiz kılmaktadır.

Aynı yıllarda bilimsel konularda felsefe türünde eserler vermiş olan diğer bir Fransız bilim adamı da ünlü matematikçi Henri Poincaré'dir. 1908'de yayınlanan *Science et Méthode* başlıklı ünlü eserinde⁽⁴⁾ Poincaré, önceden bilinmezlik konusunu herkesin anlayabileceği bir dille ele almıştır. Diğer yandan yazar bu kitapta Hadamard'a ya da Hadamard'ın matematiğine hiç değinmemektedir (ama unutmayalım ki dinamik

sistemler teorisinin yaratıcısı olan Poincaré bu konuda her-kesten çok bilgiye sahipti). Poincaré'nin ileri sürdüğü önemli bir görüş, rastlantı ve determinizm'in uzun dönemde bilinmezlikte buluştukları idi. Poincaré bunu kısaca ve çok açık olarak şöyle anlatmıştır: *Gözümüzden kaçan çok küçük bir neden, görmezden gelemeyeceğimiz denli büyük bir etkiye yol açar ve biz bu etkinin rastlantısal olduğunu söyleriz.*

Poincaré olasılıkların fiziksel dünyanın tanımlanmasında ne denli işe yaradıklarını ve rastlantının günlük yaşamın ayrılmaz bir parçasını oluşturduğunu biliyordu. O günlerde kuantum belirsizlik henüz bilinmediği için klasik determinizme bağlı kalan Poincaré bu nedenle rastlantının nasıl işe karıştığını anlamaya çabalıyordu. Bu konuda uzun bir süre kafa yorduktan sonra çeşitli yanıtlar buldu. Poincaré, dünya konusuna ilişkin klasik determinizm görüşüne dayanan tanımların doğal olarak bizi çeşitli yollardan olasılıklara götüreceğini anlamıştı. Bu yollardan biri de başlangıç durumuna hassas bağlılıktan geçmektedir⁽⁵⁾.

Poincaré kitabında başlangıç durumuna hassas bağlılık konusuna iki örnek vermektedir. Bunlardan biri, büyük bir hızla dört bir yana uçuşan ve sürekli olarak birbirleriyle çarpışan çok sayıdaki moleküllerden oluşan bir gazdır. Yazara göre bu çarpışmalar başlangıç durumuna hassas bağlılık yaratmaktadır (Bu örnek, dışbükey engellere çarpan bilardo topu örneği ile aynı türdendir). Gaz moleküllerinin çarpışmalarındaki önceden bilinmezlik olasılıklara dayanan bir tanımlı haklı çıkarmaktadır.

Poincaré'nin ikinci örneği meteoroloji ile ilgilidir. Burada yazar hava tahminlerinin güvenilir olmayışını, başlangıç durumuna hassas bağlılığın yanı sıra başlangıç durumuna ilişkin bilginin bir oranda yetersiz oluşuna da bağlamakta ve bunun sonucunda hava değişikliklerinin rastlantıyla oluştuğu gibi bir izlenimin ortaya çıktığını ileri sürmektedir.

Günümüz uzmanları için Poincaré'nin analizinin en çarpıcı yanı ne denli çağdaş olduğudur. Sert küreciklerden oluşan gazlar ile atmosferik dolaşım konuları son yıllarda Poin-

caré'nin görüşüne dayanan araştırmalara konu olmuştur.

İşin diğer bir ilginç yanı da Poincaré'den günümüz fizikçilerinin hassas bağıllık konusundaki araştırmalarına dek geçen sürenin uzunluğudur. Hadamard, Duhem ve Poincaré'nin analizlerinden uzun bir süre sonra bu konudaki görüşler bu kez *kaos* teorisi adı altında bir kez daha ortaya atılmışsa da bu üç bilimadamının buluşları yeni teoride yer almamıştır. Poincaré'nin matematiği (ya da bunun yeni biçimi) bu gün de kullanılmakla birlikte hava tahminleri konusunda verdiği sonuçlar farklı bir yoldan elde edilmektedir.

Fizik tarihinde görülen bu ilginç boşluğun iki nedeni olduğunu sanıyorum. Bunların ilki kuantum mekaniğinin ortaya çıkışıdır. Bu teori fizik alanında bir tür devrim yaratmış ve bulunuşundan bu yana geçen yıllar boyunca fizikçilerin tüm çalışmalarını bu konu üzerinde yoğunlaştırmalarına neden olmuştur. Kuantum mekaniğinin rastlantı ve gelişigüzelliğe yeni - ve daha doğal - bir tanım getirmiş bulunduğu günümüzde klasik mekanik yasalarını izleyerek rastlantıyı başlangıç durumuna hassas bağıllıkla açıklamak için neden çaba harcayalım ki?

Çağdaş kaos teorisinin Duhem ve Poincaré'nin açtığı yolda ilerlemek yerine neden bu bilimadamlarının görüşlerini fizik tarihinin karanlıklarına gömdüğü konusuna ilişkin ikinci bir açıklamam daha var: Kanımca bu görüşler zamanından önce ortaya atılmışlardı ve bu nedenle onları kullanmak için gerekli olan araçlar henüz ortada yoktu. Örneğin Poincaré ölçüm teorisinden ya da *ergodik* teoremden yararlanma olanağına sahip olmadığı için rastlantı konusundaki parlak buluşlarını çok kesin biçimde ortaya koyamamıştı. Bugün bir bilim adamı Poincaré'nin yazdıklarını okuduğu zaman bilinçaltında bu yazılardaki görüşleri yorumlamasını sağlayan çok geniş bir kavramlar sistemi bulunmaktadır ama Poincaré'nin kendisi bu kavramlardan yoksundu. Diğer bir etken de, bugün bizim matematiğin yetersiz kaldığı yerde bilgisayardan yararlanma olanağına sahip oluşumuzdur. Çağdaş kaos teorisinin bulunmasında çok önemli bir rol oynamış olan bu araç yirminci yüzyılın başlarında ne yazık ki daha ortalarda yoktu.

IX. BÖLÜM

Türbülans: Modlar

1957 yılının yağmurlu bir gününde Belçika'da küçük bir cenaze alayı Profesör Theophile De Donder'in ölümlü bedenini bir mezarlığa taşıyordu. Cenaze arabasının iki yanında jandarmalar yürümektedir: Profesör sağlığında devlet töreniyle gömülme onuruna hak kazanmış, dul eşi de böyle istemişti. Cenaze arabasını De Donder'in ailesi ve bir kaç kederli meslektaşı izlemekteydi.

Theophile De Donder Brüksel Üniversitesi matematiksel fizik bölümünün manevi babası ve bu nedenle benim de manevi büyükbabalarımın biridir. Zamanında termodinamik alanında ve genel görelilik konusunda çok başarılı araştırmalar yapmış olan De Donder'e Einstein "le petit Docteur Gravitique"⁽¹⁾ adını takmıştı. Benim kendisini tanıdığım dönemde ufacık-tefecik bir ihtiyardı ve hernekadar artık bilimsel araştırma yürütecek zihinsel gücü kalmamışsa da bilim yapmanın temelinde yatan istek ve merakı hâlâ canlıydı⁽²⁾. Üniversitede bir meslektaşını köşeye sıkıştırabildiği zaman kurbanına uzun uzun "müziğin ds'si" ya da "karaciğerin biçimine ilişkin matematiksel teori"yi anlatırdı. Aslına bakılırsa gerek müzik gerekse cisimlerin biçimleri her zaman için bilimadamlarının ilgisini çeken konular arasında yer almıştır. Diğerleri arasında zamanı, zamanın geri döndürülmezliğini, rastlantı ya da gelişigüzelliği ve yaşamın kendisini de sayabiliriz. Tüm bu konuları kapsayan ve yansıtan bir fenomen ise akışkanların hareketidir. Bir org'un borularından geçen havayı, sanki canlıymışlar gibi hiç durmaksızın hareket eden küçük girdaplar oluşturan suyu, yarıdağları, kuyuları ve çağlayanları düşünün. Herkes gü-

zelliği farklı biçimlerde algılar. Ressamın resim yaptığı, şairin şiir yazdığı, bestecinin senfoni bestelediği yerde bilimadamı bilimsel bir teori yaratır. Fransız matematikçi Jean Leray bana boş zamanlarında Paris'teki Neuf köprüsü üzerinde durup ırmağın köprü ayaklarını yalayarak akışı sırasında oluşan küçük anafor ve girdapları izlemekten büyük haz duyduğunu anlatmıştı. 1934 yılında hidrodinamik konusunda yayınladığı ünlü araştırmasının⁽³⁾ esin kaynaklarından biri de sanırım Neuf köprüsü üzerinde geçirdiği bu zevkli saatlerdi. Pek çok ünlü bilimadamı akışkanların hareketi - özellikle türbülans adı verilen karmaşık, düzensiz ve görünüşte hiç bir kurala uymayan hareket - ile yakından ilgilenmiştir. Türbülans nedir? Bu soru yıllar boyu tartışılmış ama bugüne dek açık ve kesin bir yanıt bulunamamıştır.

Türbülansı görmek ne denli kolaysa anlamak o denli güçtür. Henri Poincaré hidrodinamik ile ilgili bazı araştırmalar yapmasına ve üniversitede anafor ve girdaplar konusunda ders vermesine⁽⁴⁾ karşın türbülansı teorileştirme yolunda bir girişimde bulunamamıştı. Kuantum mekaniğinin babası sayılan Alman fizikçi Werner Heisenberg'in ortaya attığı türbülans teorisi ise pek fazla kabul görmemişti. Türbülans konusunun bir "teoriler mezarlığı" olduğu söylenir. Hernekar Osborne Reynolds, Geoffrey I. Taylor, Theodore von Kármán, Jean Leray, Andrei N. Kolmogorov, Robert Kraichnan ve diğerlerinin akışkanlar fiziği ve matematiğine çok değerli katkıları olmuşsa da konunun üzerindeki esrar perdesi günümüzde de tümüyle kalkmış değildir.

Bu ve bunu izleyen bölümlerde size türbülansı ve daha sonra ortaya çıkan kaos teorisini anlama yolundaki bilimsel çabaların bir aşamasını anlatacağım. Bu aşamaya ben de katılmış olduğum için, yirminci yüzyılın başlarında yaşamış olan masalsi bilim devleri ve bunların rol oynadığı olaylara kıyasla bu konuda size daha ayrıntılı bilgi verebilecek bir konumda olduğumu sanıyorum. Olayları tarih açısından anlatmak yerine o günlerdeki araştırma atmosferini yansı-

maya çalışacağım. Daha somut bilgi isteyen okurlarıma iki ciltte toplanmış olan özgün araştırma sonuçlarım okumalarını öneririm⁽⁵⁾.

Yeni görüşlerin doğması programlanamaz. Devrimlerin ve diğer büyük toplumsal çalkantıların çoğu zaman bilimi olumlu biçimde etkilemelerinin nedeni de budur. Tekdüze bürokratik işlemlerin akışını geçici olarak engelleyen ve bilimsel araştırmaların düzenleyicilerini bir süre etkinlikten alıkoyan bu tür oluşumlar insanlara düşünme fırsatı verir. Örneğin, 1968 Mayıs'ında Fransa'da ortaya çıkan toplumsal olaylar beni epeyce mutlu etmişti çünkü bir yandan posta ve diğer iletişim yollarında görülen düzensizlikler sayesinde kafamı dinliyor, bir yandan da bir aydın olarak yeni bir takım heyecanlar duyuyordum. O günlerde Landau ve Lifshitz'in *Akışkan Mekanik'i*'ni okuyarak kendi kendime hidrodinamik öğrenmeye çalışmaktaydım. Bu iki yazara özellikle keyif verdiğini düşündüğüm karmaşık hesapların arasında ağır-aksak yol alırken birdenbire ilginç bir şeye rastladım -turbülansın başlangıcına ilişkin bir bölümdü bu, üstelik de karmaşık hesaplara girmiyordu!

Lev D. Landau'nun turbülansın başlangıcı teorisini anlamak için su gibi ağıdalı bir akışkanın (akışının sürmesini sağlayacak koşullar sağlanmadığı takdirde) bir süre sonra hareketsiz kalacağını anımsamalıyız. Bu durumda akışın sürmesini sağlayan gücün azalıp çoğalmasına bağlı olarak farklı görünümeler ortaya çıkar. Somut bir örnek olarak bir musluktan akmakta olan suyu ele alalım. Akışı etkileyen ve gerçekte yerçekiminden kaynaklanan güç musluğun az ya da çok açılması ile bağlantılı olarak küçülür ya da büyür. Musluğu çok az açarsanız musluk ile lavabo arasında ince ve *düzgün* bir su sütunu elde edersiniz; bu durumda su akmakta olmasına karşın hareketsiz görünür. Musluğu dikkatlice bir biçimde biraz daha açtığınız zaman (bazen) düzenli olarak kesik kesik fışkırma biçiminde bir akış oluşur, ki bunu *periyodik* akış olarak tanımlarız. Biraz daha açtığınız takdirde kesik kesik fışkırmalar düzensizleşir ve niha-

yet musluğu sonuna kadar açtığınız zaman tümüyle düzensiz bir akış ortaya çıkar. İşte bu *türbülans*'tır. Suyun akış biçiminde görülen bu birbirini izleyen değişimler, giderek büyüyen bir dış gücün etkilediği bir akışkan için tipik bir durumdur. Landau bunu, uygulanan güç büyüdükçe sistemin içerdiği *mod*'ların giderek artan biçimde hareketlenmesi olarak açıklar.

Bu aşamada biraz fiziğe girmek ve mod kavramına açıklık getirmek gerekiyor. Çevremizde gördüğümüz bir çok cisim bir darbe aldığı zaman titreşim ya da salınım dediğimiz bir biçimde hareket etmeye başlar. Bir sarkaç, metal bir çubuk, ya da bir müzik aletinin tellerinde kolaylıkla bu tür periyodik bir dizi hareket başlatılabilir. Bu diziyi oluşturan hareketlerin her biri bir *mod*'dur. Bir orgun borularının içindeki havanın titreşiminde, bir asma köprünün salınımında ve buna benzer bir çok şeyde birbirini izleyen bu modların varlığı söz konusudur. Belli bir fiziksel nesne genelde çok çeşitli modları içerir ve bazen bunların denetim altına alınması gerekebilir. Örneğin bir kilise çanının çeşitli titreşim modları birbiriyle uyumsuz frekanslarda ortaya çıkıyorsa duyulan sesler hiç de hoş olmayacaktır. Bir katı madde parçasının içerdiği atomların ortalama konumları çevresindeki titreşimleri modlara önemli bir örnek oluşturur. Bu örnekte birbirine karşılık gelen modlara *fonon* adı verilir.

Biz yine Landau'ya dönelim. Yukarda da değindiğimiz gibi Landau bir dış güç tarafından etkilenen bir akışkanın belli sayıdaki modlarının hareket kazandığını ileri sürmüştü. Landau'ya göre eğer modların tümü hareketsizse düzgün akış, tek bir mod hareketlendiği zaman periyodik akış birden çok modun harekete geçmesi halinde düzensiz akış ve en sonunda çok sayıda modun hareket kazanmasıyla türbülans ortaya çıkmaktadır. Landau ayrıca teorisini benim burada tekrarlama olanağına sahip olmadığım matematiksel işlemlerle de kanıtlamıştır (Landau'dan bağımsız olarak Alman matematikçi Eberhard Hopf da buna benzeyen ama

daha incelikli matematiksel kanıtları bulunan bir teori geliştirmiştir⁽⁶⁾). Deneysel alanda, türbülans durumundaki bir akışkanın gösterdiği salınım ile ilişkili *frekans analizi* yapılması, yani salınımda yer alan frekansların saptanması olasıdır. Bu analiz sonucunda çok sayıda frekans -daha doğrusu bir frekanslar dizisi- ortaya çıkabilir ki bu da akışkanın modlarının çok büyük oranda hareket kazanmış olduğunu gösterir.

Yukarda da değindiğim gibi Landau - Hopf teorisi *türbülansın* başlamasını "akışkanı etkileyen dış gücün büyümesi ile akışkanın türbülans durumuna geçmesi" olarak açıklamaktadır. Buna karşılık ben kendi hesabıma bu açıklamayı biraz sonra değineceğim matematiksel bir takım nedenlerle yetersiz bulmaktayım. Bu aşamada modlara ilişkin bir kaç özelliğe daha değinmeden geçmeyelim. Bazı fiziksel sistemlerin aynı anda birden fazla farklı moda göre salınım göstermesi ve bu farklı türlerdeki salınımların birbirini etkilememesi olasıdır. Bu görüşe açıklık kazandırmak için fizikçiler arasında çok tutulan bir benzetmeye yer veriyorum: Modların bizim kendi fiziksel sistemimiz içinde bulunan osilatörler olduğunu ve bunların herbirinin diğerlerinden farklı biçimde salınım yaptığını varsayabiliriz.

Thomas Kuhn'un⁽⁷⁾ terminolojisi ile, bağımsız osilatörler olarak düşünülen modların fiziğin bellibaşlı ilgi alanlarının yorumlanmasında kullanılması bir *paradigma*'dır. Basit ve genel nitelikte oluşu modlar paradigmasını büyük ölçüde işlevsel kılmaktadır. Bağımsız ya da bağımsıza yakın modların saptanabildiği her durumda bu paradigma geçerlidir. Örneğin katı bir cisimin atomlarının salınım modları - fononlar - tam olarak bağımsız sayılmazlar zira aralarında bağlantılar (fonon - fonon etkileşimi) bulunmaktadır. Diğer yandan bu bağlantılar önemli boyutlarda olmadığından fizikçiler bu durumu bir ölçüde gözardı edebilirler.

Landau'nun türbülanslı modlarla açıklamasını yetersiz buluşumun nedenine gelince: Daha önce René Thom'un seminerlerine katılmış ve Steve Smale'in "Diferansiyel dina-

mik sistemler” başlıklı bir yazısını ⁽⁸⁾ okumuştum. Fransız Thom ile Amerikalı Smale ünlü matematikçiler olup ilki ile Paris yakınlarındaki Institut des Hautes Etudes Scientifiques’de birlikte çalışmış, diğerini ise bu kuruluşa sık sık yaptığı ziyaretlerin birinde tanımıştım. Bu iki değerli bilim adamından, Poincaré’nin dinamik sistemler konusundaki buluşları ile bağlantılı biçimde yürütülen yeni araştırmaların verdiği sonuçları öğrendim ve bunların ışığında modlar paradigmasının Landau’nun öne sürdüğü gibi evrensel uygulanabilirliği bulunmadığı kanısına vardım. Örneğin, modlarla tanımlanabilen bir zamansal evrimin başlangıç durumuna hassas bağlılık göstermesi olanaksızdır. Bu görüşümü bundan sonraki bölümde kanıtlayacak ve modların verdiği zamansal evrimin Smale’in incelediği zamansal evrimlerle kıyaslandığında pek ilgi çekici olmadığını ortaya koyacağım. Konu üzerinde düşündükçe Landau’nun görüşüne giderek daha az katılmaya başladım: Kanımca eğer ağdalı bir akışkanda modların varlığı sözkonusu ise bunların arasındaki etkileşimin zayıf değil aksine güçlü olması ve bu nedenle ortaya Landau’nun öne sürdüğünden farklı - çok daha zengin ve ilginç - bir görünümün çıkması gerekir.

Bir bilim adamı yeni bir buluş yaptığı kanısına vardığı zaman bunu konuya ilişkin tüm terminolojiyi kullanarak kağıda döker ve bir bilim dergisinin editörüne gönderir. Editör de bir kaç meslektaş ile birlikte oturup bunu okur ve uygun gördüğü takdirde dergisinde yayınlar. Bu tür dergileri sıradan yayınların satıldığı yerlerde göremezsiniz; bunlar ancak bilim adamlarının kitaplıklarında, üniversite hocalarının odalarındaki raflarda ve büyük kütüphanelerin bilimsel yayınlar bölümünde bulunur.

“Türbülansın doğası üzerine” başlıklı araştırmayı, matematik yönünden çok değerli katkılarda bulunan ve bir fizik konusuna el atmaktan ürkmeyen Hollandalı matematikçi Floris Takens ile birlikte kaleme aldık. Bu yazıda Landau’nun türbülansa ilişkin görüşlerine neden katılmadığı-

mızı açıklıyor ve *garip çekerler* olarak adlandırdığımız alternatif bir teori öneriyorduk. Bu teoriyi Steven Smale'in makalesinden yola çıkılarak geliştirmiştik ama verdiğimiz ad tümüyle yeniydi ve bugün ne Takens ne de ben bu adın mu, benim mi, ya da bir üçüncü kişinin mi ortaya attığını anımsamıyoruz. Bir bilim dergisinin editörüne gönderdiğimiz bu yazı kısa bir süre sonra editörün onayından geçmiş olarak geri geldi. Editör görüşlerimizi beğenmemiştir ve türbülansın gerçekte ne olduğunu öğrenmemiz için bize bu konuda kendi yazdıklarını okumamızı öneriyordu.

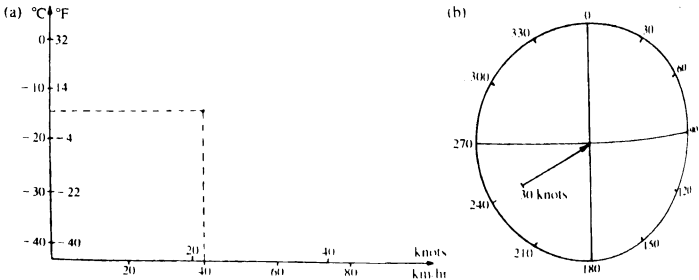
Şimdilik "Türbülansın doğası üzerine" adlı araştırmayı yazgısı ile başbaşa bırakıp çok daha ilginç bir konu olan garip çekerlere bir göz atalım.

X. BÖLÜM

Türbülans: Garip Çekerler

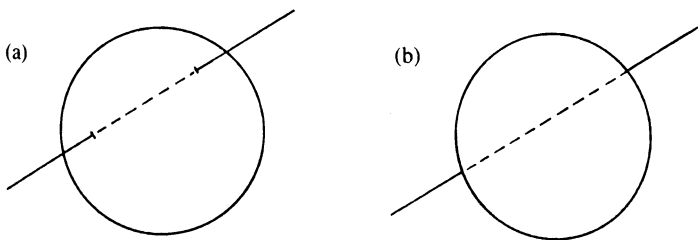
Matematik formüller ve teoremlerin yanısıra bir takım kavramları da içerir. Bunların arasında en yaygın olanlardan biri de *geometrikleştirme* kavramıdır. Geometrikleştirme, akla gelebilecek her şeyin bir uzayın noktaları olarak görülmesidir

Geometrikleştirmenin çizimler ve şemalar aracılığıyla gerçekleştirilen çok çeşitli uygulamaları bulunmaktadır. Diyelim ki rüzgar-buzlanma etkenleri ile ilgileniyorsunuz; o halde şekil 2(a)'da gördüğünüz gibi bir hava hızı-sıcaklık şemasından yararlanabilirsiniz. Geometrikleştirmenin bir avantajı da tek bir birimler sistemine bağlı kalmak zorunda olmayışınızdır. Eğer pilotsanız rüzgarın hızının yanısıra yönünü de gösteren Şekil 2(b)'deki gibi bir şema size yardımcı olacaktır. Yön ve hızın yanısıra sıcaklığı da veren üç boyutlu bir şema da düşünülebilir ama bunu sadece gözünüzde canlandırabilirsiniz; kağıt üzerinde böyle bir şema ancak iki boyutlu bir



Şekil 2. (a) Hava hızı ve sıcaklık, ya da, (b) Rüzgar hızı ve yönünü gösteren şemalar

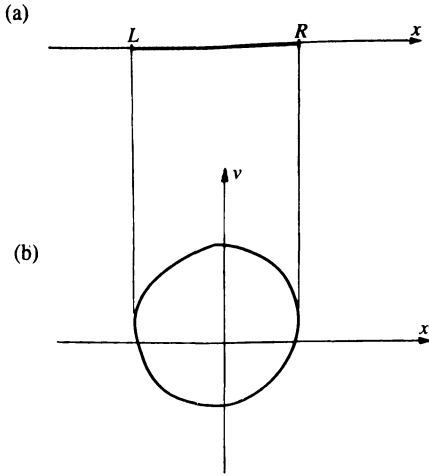
projeksiyon olarak çizilebilir. Yukardaki verilere barometrik basınç ve göreceli nem oranını da eklemek istiyorsanız size beş boyutlu bir uzay gerekecektir - sanırım bu noktada geometrik bir görüntünün olanaksız ya da kullanışsız olduğunu düşünmeye başladınız. “Dört boyutlu görebilenler” sizce ancak akıl hastahanelerinde kilit altında mı bulunur? Ama bu doğru değil. Bir çok matematikçi ve diğer bilim adamı cisimleri çoğunlukla 4, 5 ya da sonsuz boyutta görebilme yeteneğine sahiptir. Bu yeteneğin bir bölümü zihni çeşitli 2 ya da 3 boyutlu projeksiyonlar yapmaya alıştırmaktan, diğer bölümü de cisimlerin nasıl olması gerektiğini anlatan bazı teoremleri akılda tutmaktan geçer. Örneğin Şekil 3(a) 10 boyutludur ve 9 boyutlu bir küreyi iki noktada kesen bir doğruyu göstermektedir (bu 9 boyutlu küre ya da *hiperküre*, 0 noktasından belli bir uzaklıktaki noktalardan oluşmaktadır); doğrunun kürenin içinde kalan bölümü kesik çizgiyle gösterilmiştir.



Şekil 3. (a) Bir küreyi on boyutta kesen doğru; (b) Aynı şeklin iki boyutlusu.

Şekil 3(a), bir doğru ile bir hiperkürenin 3 ya da daha çok (örneğin sonsuz) sayıdaki boyutta kesişmesini göstermektedir. Bunun 2 boyutlusu Şekil 3(b)'de verilmiştir.

Şimdi de bundan önceki bölümde geçen salınım ya da “modlara” geri dönelim ve bunları geometrikleştirmeye çalışalım. Şekil 4(a), bir sarkaç, titreşim çubuğu ya da salınım yapan herhangi diğer bir cismin konumunu göstermektedir. Bu konuma göre salınım soldan sağa ve sağdan tekrar sola

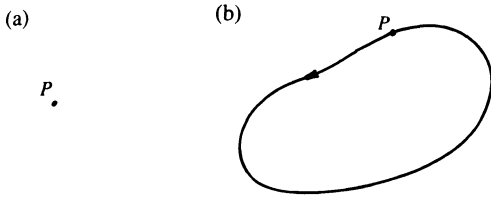


Şekil 4. Salınım noktası: (a) konum x ; (b) konum x ve hız v .

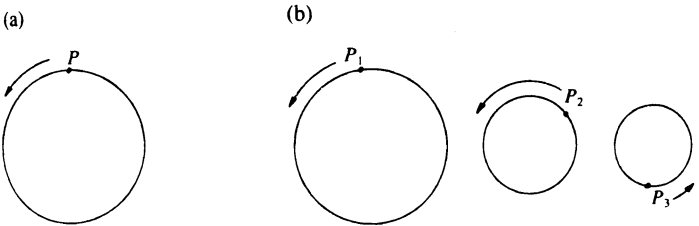
doğru gerçekleşmekte ve bu biçimde sürmektedir. Aslında resmimiz fazla bilgi vermiyor zira bir şeyi unuttuk: salınım yapan sistemin durumunun konumu tarafından belirlendiği pek söylenemez; ayrıca sistemin hızını da bilmek zorundayız. Şekil 4(b)'de sistemin yörüngesini konum - hız düzleminde görebilirsiniz. Bu yörünge eğri bir halka biçimindedir ve sistemin durumunu temsil eden nokta yörüngeyi belli periyodlarla izlemektedir.

Daha önce ele almış olduğumuz açık musluk gibi bir akışkan sistemine tekrar bakalım. Bu kez örneğin musluğu açtığımız anda görülenler gibi *geçici oluşumları* bir yana bırakıp sistemin uzun dönemdeki durumunu inceleyeceğiz. Bunun için sonsuz boyutlu bir uzay gerekiyor zira sistemde yeralan akışkanın doldurduğu uzayın tüm noktalarındaki hızı belirlemek zorundayız ve bu noktalar sonsuz sayıdadır.

Şekil 5(a) akışkanın hareketsiz durumunu gösteriyor; Sistemi temsil eden nokta P hareket etmemektedir. Şekil 5(b)'de ise akışkanın periyodik salınımları gösterilmiştir.



Şekil 5. (a) Hareketsizlik durumunu gösteren nokta P ; (b) Akışkanın periyodik salınımını gösteren periyodik halka. Kağıda ancak iki boyutlu olarak yansıtabildiğimiz bu sistem gerçekte sonsuz boyutludur.



Şekil 6. (a) P ile gösterilen noktanın değişmez hızda daire biçiminde bir yörünge izlemesiyle oluşan periyodik salınım. (b) Değişik projeksiyonlarla gösterilen birden fazla mod'un üst üste gelmesi (superposition).

Nokta P - ya da sistem - eğri bir halka biçimindeki yörüngeyi izlemektedir.

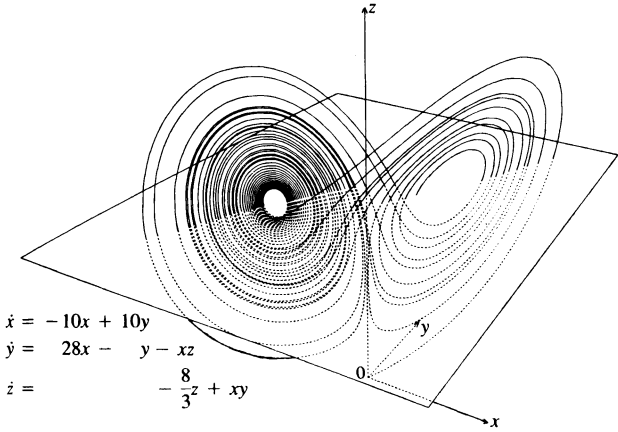
Şekil 5(b)'yi, yörüngeyi temsil eden eğri halkanın yerine düzgün bir daire koymak ve üzerindeki hareketin hızını sabitleştirmek yoluyla değiştirebiliriz (Bu işleme matematikçiler koordinatların lineer olmayan biçimde değiştirilmesi derler; bunu bir resme görüntüyü bozan bir mercek ile bakmaya benzetebiliriz). Bu durumda ortaya çıkacak periyodik salınım ya da mod Şekil 6(a)'da gösterilmiştir.

Bu aşamada birden fazla mod'un üst üste gelmesini gözümüzün önünde canlandırabilmek için gereken tüm kavramlara sahibiz: Şekil 6(b)'de de görüldüğü gibi, sistemi temsil eden nokta P üç ayrı projeksiyonda farklı periyodlara karşılık gelen farklı açısal hızlarda daireler çizmektedir. (Projek-

siyonların uygun biçimde seçilmesi için koordinatlarda lineer olmayan değişiklikler yapılması gerekir). Dikkatli okurlarım bu kez zaman içinde evrimin başlangıç durumuna hasas bağlılık göstermediğini farkedebilirler⁽¹⁾.

Şimdi de Şekil 7'ye bakalım. Bu şekil zaman içindeki evrimin üç boyutlu perspektif bir görünümü olup garip çeker ya da gerçek adıyla *Lorenz çekeri*⁽²⁾ dediğimiz karmaşık bir kümeyi göstermektedir.

Massachusetts Teknoloji Enstitüsü'nde meteoroloji uzmanı olan Edward Lorenz, atmosferik konveksiyon olgusuna ilişkin bazı araştırmalar yapmıştır. Bu olguyu kısaca şöyle tanımlayabiliriz: Güneş ışınlarının yeryüzünü ısıtması ve bu ısının havaya yansması nedeniyle atmosferin alt katmanlarındaki hava üst katmanlardakinden daha sıcak ve hafif duruma gelir. Isınan ve hafifleyen hava yukarı doğru yükselirken daha soğuk ve yoğun olan üst katmanlardaki hava aşağı doğru hareket eder. Bu iki yönlü harekete atmosferik konveksiyon denir. Hava da su gibi akışkan olduğu için sonsuz sayıda boyutları bulunan bir uzaydaki nokta ile tanımlanması gerekir. Ed Lorenz yaklaşık bir biçimde sonsuz boyutlu uzaydaki gerçek zamansal evrimi bilgisayarda inceleyebileceği üç boyutla bir evrimle değiştirmiş ve bu işlemin sonucunda ortaya bugün Lorenz çekeri olarak bilinen nesne (Şekil 7) çıkmıştır. Alt ve üst katmanları yukarıda anlattığımız gibi yer değiştirmekte olan atmosferi temsil eden nokta P 'nin bilgisayarın çizdiği doğru üzerinde hareket ettiğini düşünelim. Bu durumda P , koordinatların çıkış noktası (O) yakınından başlayarak çekerin sağ "kulağı"nm çevresinde bir kez döner, sonra bir kaç kez sol kulağın çevresinde dönerek tekrar sağ kulağa gelir ve bu kez iki tur yapar ve bu böylece sürer. P 'nin O yakınındaki başlangıç konumunda çıplak gözle görülemeyecek denli küçük bir değişiklik yapıldığı taktirde Şekil 7'nin ayrıntıları da değişir. Genel görünüm aynı kalmakla birlikte bu durumda sağ ve sol kulaklar çevresindeki birbirini izleyen turların sayısı tümüyle farklı olur. Bunun nedeni - Lorenz'in de saptadığı gibi - Şekil 7'deki zaman içinde evrimde başlangıç durumu



Şekil 7. Lorenz çeker. Oscar Lanford tarafından programlanan bir bilgisayar çizimi. (bkz. Lecture Notes in Math. no. 615, Sayfa 114, Berlin; Springer 1977; izni alınmış tıpkı basım)

na hassas bağıllığın bulunmasıdır. Bu nedenle sol ve sağ ku-laklar çevresindeki turlar gelişigüzel biçimde gerçekleşir ve bunların önceden saptanmaları güç olur.

Lorenz'in zaman içindeki evrime ilişkin teorisi atmosferik konveksiyonun gerçekçi bir tanımlaması olmamakla birlikte atmosferin hareketlerinin önceden bilinmezliğine ilişkin gö-rüşlere büyük ölçüde destek sağlamıştır. Bir meteoroloji uz-manı olarak Lorenz bu bilim dalının uzun dönemli güvenilir tahminler yapamayışına bu yoldan geçerli bir neden bul-muştur. Daha önce de görmüş olduğumuz gibi zamanında Poincaré de aynı şeyi söylemişti (ama Lorenz bunu bilmiyor-du). Diğer yandan Lorenz'in yaklaşımının en olumlu yanı özel bir olguyu işlemesine karşın geliştirdiği teorinin atmos-ferin hareketine ilişkin olarak yürütülebilecek tüm gerçekçi araştırmalara uyarlanabilir nitelikte olmasıdır. Lorenz ko-nusuna eklemek istediğim son bir şey daha var: Dünyanın her yerindeki meteorogların Lorenz'in çalışmaları konusun-da bilgi sahibi olmalarına karşın fizikçilerin bu çalışmalar-dan oldukça geç bir tarihte haberleri olmuştu.

Gelelim Floris Takens ile birlikte yazdığımız ve daha önce size öyküsünün bir bölümünü anlattığım “Türbülansın doğası üzerine” başlıklı araştırma yazısına. Bu yazı sonunda bir bilim dergisinde yayınlandı(3). Aslına bakarsanız bu derginin editörü bendim ve dolayısıyla raporun yayınlanması için gerekli onayı da ben vermiştim. Genelde bu önerilebilecek bir yayın politikası değilse de “Türbülansın doğası üzerine” söz konusu olduğunda hoşgörüyü karşılanabileceğini düşündüm. Takens ve benim o zamanlar bundan haberimiz yoksa da makalemizdeki bazı görüşler yıllar önce Poincaré ve Lorenz tarafından ortaya atılmıştı. Diğer yandan biz atmosferin hareketleri ve bu hareketlerin hava tahminlerini nasıl etkilediği konusu ile ilgilenmemiştik. Araştırmamız daha çok hidrodinamik türbülans konusuna ilişkindi ve biz türbülansı Landau ve Hopf’un ileri sürdüğü gibi çok sayıda modun süper konumu yerine garip çekerler ile açıklıyorduk.

Çeker, incelenen sistemi temsil eden nokta P ’nin uzun dönemde (yani *geçici oluşumlar* ortadan kalktıktan sonra) üzerinde hareket etmekte olduğu kümedir. Bu tanımın yapılabilmesi için sistemi etkileyen dış güçlerin zamandan bağımsız olmaları önem taşır - aksi taktirde P ’nin istediğimiz herhangi bir biçimde hareket etmesini sağlayabiliriz. Diğer bir önemli nokta da enerji yitiren sistemleri (ağdalı akışkanlar sürtünme nedeniyle enerji yitirirler) göz önünde bulundurmaktır. Geçici oluşumların ortadan kalkmasının nedeni bu enerji yitimidir. Yine enerji yitimi nedeniyle sistemi temsil eden sonsuz boyutlu uzay içinde sadece küçük bir küme (çeker) gerçekten ilginçtir.

Şekil 5’deki sabit nokta ve periyodik halka garip bir yarıları olmayan çekerlerdir. Belli bir sayıdaki modu temsil eden *yarı periyodik* çeker de duyulmamış bir şey değildir (matematikte buna *torus* denir)⁴¹. Ama Lorenz çekeri gerçekten gariptir - tıpkı Smale’nin ortaya attığı (ve tanımlanması daha güç olan) çok sayıdaki benzeri gibi. Bu durum matematiksel açıdan birbirine karşılık gelmeyen ama genelde birlikte görülen aşağıdaki özelliklerden doğmaktadır:

En başta, garip çekerlerin görünümü gariptir: bunlar düzgün eğriler ya da yüzeyler olmayıp “tam sayı olmayan boyutlara” sahiptirler, ya da Benoit Mandelbrot’un deyiimiyle *fraktal* nesnelerdir⁽⁵⁾. Garip çekerlerin ikinci ve daha da önemli bir özellikleri bunların üzerindeki hareketin başlangıç durumuna hassas bağıllık göstermesidir. Üçüncü özellikleri ise, boyutlarının sonlu olmasına karşılık zaman frekansı analizinde süregiden bir frekanslar dizisine sahip olduklarının görülmesidir.

Bu son özelliği biraz daha açalım: Ağdalı bir akışkanın akışını temsil eden bir çeker sonsuz boyutlu bir uzayın bir bölümünü oluşturmaya karşın kendi boyutları sonludur ve bu nedenle sonlu boyutlara sahip bir uzayda projeksiyonu iyi sonuç verir. Modlar paradigmasına göre sonlu boyutlara sahip bir uzay ancak sonlu sayıda modu tanımlayabilir (Matematik diliyle söylersek, sonlu boyuttaki bir uzayda ancak sonlu boyutta bir torus bulunabilir). Diğer yandan yukarda da belirttiğimiz gibi frekans analizinde sonsuz sayıda frekansın varlığı ortaya çıkmaktadır ki bu da sonsuz bir dizi modun bulunduğu biçiminde yorumlanabilir. Böyle birşey olabilir mi? Bu durumun türbülansla ilgisi var mı?

XI. BÖLÜM

Kaos: Yeni Bir Paradigma

Bilim adamları araştırmalarına ilişkin makaleler yazdıkları gibi genelde “seminer” adı verilen bilimsel konferanslar vermek yoluyla da görüşlerini ve araştırma sonuçlarını açıklarlar. Bu seminerlere katılan meslektaşları yaklaşık olarak bir saat boyunca konuşmacıyı dinler, çeşitli denklem ve şemaları inceler. Bazıları not alır, ya da almış gibi yaparak kendi kafalarındaki bilimsel sorunlarla uğraşır. Bazıları da arada uyuklar ama ilginç bir soru sorulduğu zaman bir anda kulak kesiliverir. Çoğu zaman konferans yarım saat sonra anlaşılmaz bir hal alır zira konuşmacı ya başta söylemesi gereken çok önemli bir şeyi unutmuştur, ya kendini tümüyle karmaşık hesaplara kaptırmıştır, ya da İngilizceyi kendisinden başka kimsenin anlamadığı bir aksanla konuşmaktadır. Tüm bu olumsuzluklara karşın seminerler bilimsel yaşamın çok önemli bir bölümünü oluştururlar. Bunların bazıları gerçekten çok başarılı ve aydınlatıcı, bazıları görünüşte çok parlak ama aslında içi boş ya da sıkıcıdır. Diğer bazı konferanslar ise konunun içinde olmayanlara tam bir felaket gibi görünmelerine karşın aslında son derece ilgi çekicidir.

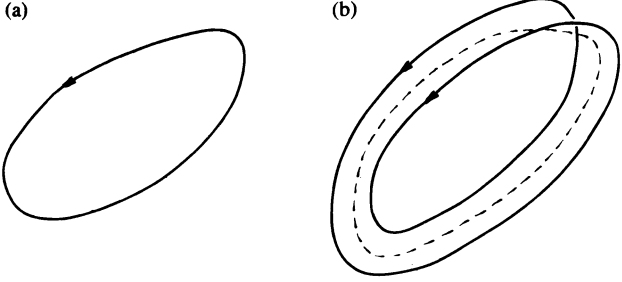
Takens ile birlikte türbülans konusundaki araştırmamızı kaleme aldıktan sonra ben bu ve diğer bazı konularda Amerika’daki üniversiteler ve araştırma kuruluşlarında bir dizi konferans verdim (1970-1971 akademik yılında Princeton’daki İleri Araştırmalar Enstitüsünde konuk olarak çalışmaktaydım). Anlattıklarım farklı tepkilere yol açmış ama genelde oldukça soğuk karşılanmıştı. Konuşmacı olarak katıldığım seminerlerden birini düzenleyen fizikçi C.N. Yang’ın seminerin sonunda türbülans konusundaki “tartış-

malı” görüşlerime ilişkin bir şeyler söylediğini anımsıyorum - bu da doğrusu durumun iyi bir tanımıydı.

Teorimin fizikçileri tedirgin eden yönünü şöyle açıklayabilirim: Geçerli görüşe göre, bir akışkana uygulanan dış güç aşamalı olarak artırıldığı zaman sıvının içerdiği bağımsız frekansların sayısında da yine aynı biçimde bir artış meydana gelir. Buna karşılık bir”garip çeker”in varlığı söz konusu olduğu taktirde bu kez değişik bir etkinin görülmesi, yani süregiden bir dizi frekansın ortaya çıkması gerekir. Aradaki bu fark, orta derecede uyarılmış bir akışkanın verdiği belli bir sinyalin frekans analizinin yapılması yoluyla saptanabilir. Harvard’da Paul Martin ve daha sonra New York City College’de Jerry Gollub ile Harry Swinney bu amaçla bazı deneyler yapmışlardır¹¹. Bu deneylerin sonuçları türbülansın başlangıcı konusunda Landau - Hopf’dan çok Ruelle - Takens teorisini destekler niteliktedir.

Bu sonuçların bizim için bir dönüm noktası olduğunu söylemeliyim. Bu noktadan sonra görüşlerimiz yine herkes tarafından benimsenmediyse bile ilginç bulunmuş ve yaygın biçimde tanınmıştı. Giderek artan sayılarda fizikçi ve matematikçi garip çekerler ve başlangıç durumuna hassas bağıllık konularında araştırmalar yapmaya başlamış ve Edward Lorenz’in görüşleri önem kazanmıştı. Maryland Üniversitesi’nde uygulamalı matematik konusunda çalışan Jim Yorke yeni bir paradigma bulmuş ve buna kaos adını vermişti¹². Bugün bizim *kaos* olarak adlandırdığımız şey, başlangıç durumuna hassas bağıllığı bulunan bir zamansal evrimdir. Böylelikle bir garip çeker üzerindeki hareketin *kaotik* olduğunu söyleyebiliriz. Gözlemlenen düzensiz salınımlar gürültülü olduğu zaman *determinist gürültü*’den söz edilir, ama aslında bunları yapan mekanizmanın kendisi deterministtir.

Kaos teorisini oluşturan buluşlardan biri olan Mitchell Feigenbaum’un *periyod katlamalı kaskad*’ı özellikle çok ilginç ve güzeldir. Bu buluşu fazla teknik ayrıntıya girmeden anlatmaya çalışacağım. Bir fiziksel dinamik sistemi etkileyen güçler değiştirildiği zaman periyod sayısının ikiye kat-

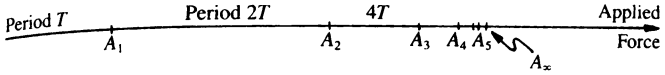


Şekil 8. Periyod katlama: (a) Periyodik bir yörünge; (b) Bunun yerini alan ve yaklaşık olarak iki kat daha uzun bir sürede tamamlanan yeni yörünge.

landığını görürüz (Şekil 8). Bu durumda periyodik yörünge-nin yerini ona yakın olan ama çıkış noktasına geri dönme-den önce bir yerine iki tur yapan diğer bir yörünge alır. Bu-na bağlı olarak yörünge-nin periyodu - çıkış noktasına geri dönüşüne dek geçen süre - iki katına çıkar. *Periyod katlama* olarak adlandırdığımız bu durum bazı konveksiyon deneyle-rinde de görülmektedir: Alttan ısıtılan bir akışkanda bazı periyodik hareketler oluşur; Isının arttırılması ile de periyod sayısı iki katına çıkan başka bir periyodik hareket görülür. Damlayan bir muslukta da bazen aynı durumu görebiliriz: Musluk biraz açılırsa damlama periyodu iki katına çıkar. Bunun örnekleri çoktur.

İlginç olan nokta, periyod katlama olayının birçok kez tek-rarlanabilmesi ve bu yoldan periyodun 4, 8, 16, 32, 64 vs. ka-tına çıkmasıdır. Böyle bir periyod katlamalı kaskad Şekil 9'da gösterilmiştir. Yatay eksen sisteme uygulanan kuvvetle-ri ölçmekte olup birbirini izleyen periyod katlamaları $A_1, A_2, A_3, \dots$ noktalarında olmaktadır ve bu noktaların bir araya gel-dikleri yer A_∞ ile gösterilmiştir. Şimdi $A_1 A_2, A_2 A_3, A_3 A_4, A_4 A_5, \dots$ olarak gösterilen aralıklara bakalım. Bunların özelliği birbirini izleyen oranların hemen hemen değişmez oluşudur:

$$\frac{A_1 A_2}{A_2 A_3} \approx \frac{A_2 A_3}{A_3 A_4} \approx \frac{A_3 A_4}{A_4 A_5} \approx \dots$$



Şekil 9. Periyod katlamalı kaskad. Sistemi etkileyen kuvvetler değiştiği zaman $A_1, A_2, A_3 \dots A_\infty$ olarak gösterilen değerlerde periyod katlamaları oluşur. 4.66920... değeri görülebilmesi amacıyla daha küçük bir değerle değiştirilmiştir.

Daha açık biçimde anlatmak gerekirse aşağıdaki ilginç formülü verebiliriz:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} A_n A_{n+1}}{A_{n+1} + A_{n+2}} = 4.66920 \dots$$

O sıralarda Los Alamos'da genç bir fizikçi olarak görev yapan ve gece-gündüz bilgisayarın başından kalkmayan Mitchell Feigenbaum bu formülü bulduktan sonra Cornell Üniversitesi'nde fizik profesörü olan Kenneth Wilson'un *Renormalizasyon Grubu* ile ilgili görüşlerinden yola çıkarak kanıtların peşine düştü. Feigenbaum bu uğraşısı sırasında, birbirini izleyen periyod katlamalarının doğru biçimde yeniden ölçeklendirilmesi (yani çeşitli parametreler için kullanılan birimlerde gerekli değişikliklerin yapılması) durumunda bu periyod katlamalarının temelde aynı olgu olduğunu gözlemledi. Gerekli yeni ölçeklerin bulunması kolay olmadığından Feigenbaum sorunu bütünüyle matematiksel işlemlerden geçirmemişti. Bu da daha ilkerki bir tarihte Feigenbaum'un konuya ilişkin görüşleri ile birleştirilmiş olarak Berkeley Üniversitesi'nden Oscar Lanford tarafından yapıldı. Lanford kanıtını bilgisayar yardımıyla elde etmişti zira bu kanıtın gerektirdiği son derece uzun ve karmaşık matematiksel işlemlerin yapılması bilgisayarda bile büyük bir çaba isterken kağıt üzerinde tümüyle olanaksızdır.

Periyod katlamalı kaskadın bir ilginç yanı da bu olguyu bir deneyde gözlemlediğiniz zaman başka bir şeyle karıştırmanıza olanak bulunmayışıdır. Ayrıca kaskadın ötesinde (Şekil 9'da A_∞ 'un yanında) kaosu varlığı bilindiğinden hidrodinamikte Feigenbaum kaskadının görülmesi de modların yerlerini kaosa bıraktıklarının güçlü bir kanıtıdır.

Yukardakilere eklemek istediğim bir şey daha var: Mitchell Feigenbaum periyod katlamalı kaskad konusundaki

araştırmasını yayınlanmak üzere ilk kez bir bilim dergisine gönderdiği zaman derginin editörü araştırmayı yayınlanmaya değer bulmayıp geri çevirmişti, ama Feigenbaum sonradan konuyu daha iyi bilen bir editör sayesinde başka bir dergide kendisine yer bulabildi⁽³⁾.

Türbülansla garip çekerlerin varlığı konusuna bir an için geri dönüp şunu da eklemek istiyorum: Konuya ilişkin tartışmamızda ağdalı bir akışkanın enerji yitiren bir sistem olduğunu belirtmiştik. Bundan çıkarılacak sonuç enerji yitiren dinamik sistemlerde garip çekerler ve kaos (ya da determinist gürültü) bulunmasının beklenebileceğidir. Gerçekten de bugün bunu kanıtlayan sayısız deney gerçekleştirilmiştir.

Şimdi de zamanda biraz geri gidip size kaos konusuyla ilgili kendi deneyimimi anlatmak istiyorum. Bazı kimyasal tepkimelerin zaman içinde salınımlı bir biçimde geliştiğini ve Kendall Pye ile Britton Chance'ın biyolojik kökenli kimyasal sistemlerde salınımların varlığına değindiklerini biliyordum⁽⁴⁾. Bu nedenle 1971 yılı başlarında Philadelphia'ya giderek Profesör Chance ve ekibi ile buluştum ve kendilerine bu tür sistemlerde periyodik salınımların da bulunmasının beklenebileceğini anlatmaya çalıştım. Ne var ki grubun "matematik uzmanı"nın olumsuz görüş belirtmesi üzerine Chance bu varsayımı kabul edemeyeceğini söyledi. Daha sonra konuyu açtığım Kendall Pye ise daha ılımlı bir yaklaşım göstermesine karşın yine de kendi gözlemlediği bir kimyasal tepkime sırasında periyodik yerine "türbülanslı" bir salınımın ortaya çıkması durumunda deneyin başarısız olduğunu kabul ederek tuttuğu tüm notları yırtıp kağıt sepetine atacağını belirtti. Bu öykü o günlerde "kaos"un bilim alanında yol açtığı tepkileri simgeler. Bugün ise türbülans ya da kaos belirtileri görüldükleri yerde tanınmakta ve ilgiyle izlenmektedir.

Kimyasal tepkimelerle ilgili görüşlerimi daha sonra özet halinde kağıda dökerek bir dergiye yolladım ama yayınlanmayacağı yanıtlım aldım. Yazıyı sonuçta yine başka bir derginin editörü kabul etti ve yayınladı⁽⁵⁾. Daha sonraları çeşitli

kimyasal tepkimelerde kaosuñ varlığının saptanması üzerine Bordeaux'da bir grup kimyacı ilk kez deneysel nitelikte bir garip çeker oluşturmaya başardı⁽⁶⁾.

Bu gelişmelerden birkaç yıl sonra kaos birdenbire moda oldu ve bu amaçla düzenlenen uluslararası seminerlerde tartışılmaya başladı. Bu tartışmaların sonucunda kaos *Lineer Olmayan Bilim* olarak adlandırılma ayrıcalığına sahip oldu. Konunun araştırılması amacıyla çeşitli yeni kuruluşlar oluşturuldu ve kendilerini tümüyle bu yeni bilime adanmış dergiler yayınlanmaya başladı. Kısaca, kaosuñ başarı öyküsü sonunda bir medya olayı boyutlarına erişmişti. Bu gelişmeler üzerine bu alanda çalışan tüm bilim adamlarının sevinçten hop oturup hop kalktıklarını düşünüyorsanız yanlıyorsunuz - aşağıda anlatacağım nedenlerle bu işten pek hoşnut olmayanlarımız da vardı.

Günümüzde fizik ve diğer bilimlerin toplum tarafından benimsenmeleri ve bu alanlardaki araştırmalara yatırım yapılmasında moda rüzgarlarının etkisi büyüktür (sadece matematik bundan bir ölçüde uzak kalabilmiştir). Kaos, sicism teorisi ya da yüksek-ısı süperiletkenleri gibi özel bir takım konular birkaç yıl süreyle moda olur, sonra da bir kenara atılır ve unutulur. Bu arada böyle bir ilgi konusunun ait olduğu bilim alanı bilimden çok başarı ve ün kazanmakla ilgilenen bir takım kişilerle dolar ve bu durum o alandaki entellektüel atmosferi oldukça olumsuz biçimde etkiler.

Bu duruma bir örnek vermek istiyorum. Yukarda değindiğim kimyasal salınımlara ilişkin makalemin yayınlanmasından kısa bir süre sonra bir meslektaşım bana şöyle demişti: "Makalen çok tutuldu galiba - üniversite kütüphanesinden alıp okumak istediğim zaman derginin o sayfalarının jiletle kesilip alınmış olduğunu gördüm." O tarihte bunun üzerinde fazla durmadım, ta ki ikinci bir üniversite kütüphanesinden diğer bir dergide çıkan başka bir yazımın bu kez sadece ilk sayfasının kesilmiş olduğunu duyana dek. (İkinci olayda söz konusu olan şey bilimsel bir yazımın bir

kopyasının bedava tarafından elde edilmesi değil, başkalarının yararlanamayacağı duruma getirilmesi idi.)

Bu tür “bilimsel vandalizm” olaylarına hernekadar çok sık rastlanmıyorsa da yukarda anlattıklarım başlıca sorunun diğer bilim adamlarını görüşlerinize inandırabilmek olmaktan çıkıp her türlü yolu deneyerek rakiplerinizin önüne geçmek haline geldiği bu yeni ortama iyi bir örnek oluşturmaktadır.

Bu bölümde ele aldığımız konu çerçevesinde şunu da eklemekten geçmek istemiyorum: Diferansiyel dinamik sistemleri kapsayan matematiksel teori, kaosa ilişkin görüşlerin yaygınlaşmasından olumlu biçimde etkilenmiş, buna karşılık yukarda değindiğim olumsuz koşullardan genelde fazla zarar görmemiştir (matematiğe özgü teknik güçlükler bu alanda hile yapılmasını bir ölçüde engellemektedir). Diğer yandan, sık sık “yeni” başarılarla ilişkin haberler duyulsa da fizik alanında kaosa ilgili olarak yürütülen araştırmaların gerçekten önemli buluşlarla sonuçlandığına giderek daha az tanık olmaktayız. Ancak günün birinde kaosa modası geçtiği zaman konunun içerdiği güçlüklerin ciddi bir biçimde ele alınması ile bir kez daha yeni ve nitelikli sonuçların elde edilmeye başlayacağını umuyorum.

XII. BÖLÜM

Kaos: Sonuçlar

Bundan önceki bölümde son yıllarda kaos konusunda yürütülen araştırmalardan elde edilen sonuçların niteliksizliğine değinmiştim. Bu durum, aralarında bu konudaki ilk araştırmaları yürütmüş olan matematikçilerin de bulunduğu bazı bilim adamlarının konudan uzaklaşmalarına neden olmuş bulunmaktadır. Diğer yandan, gerçek anlamda değer taşımayan sözde buluşları ve kullanılması olanaksız bir yığın hesap - kitabı bir yana koyarsak kaos teorisinin bize oldukça ilgi çekici görüşler ve anlayışlar kazandırdığını görürüz. Bu bölümde size kaos teorisinin uygulanmasına ilişkin bazı örnekler verecek ve bu teorisinin getirdiği yeni görüşlerden nasıl yararlanabileceğimizi anlatmaya çalışacağım.

Herşeyden önce size ondokuzuncu yüzyıl sonlarında Hadamard tarafından yürütülen çalışmalardan bu yana matematikçilerin başlangıç durumuna hassas bağıllık kavramını bildiklerini (ve hiç unutmadıklarını) anımsatmak istiyorum. Buna karşılık yeni ve beklenmedik bir olgu olan garip çekerlere ilişkin bilgisayar verileri uzmanları şaşırtmış ve üzerinde düşünecekleri yeni bir konu bulmalarını sağlamıştı. Bu çok ilginç konuyu burada daha geniş biçimde ele alabilmeyi isterdim ama ne yazık ki içerdiği teknik güçlükler buna izin vermemektedir. Yine aynı nedenle konunun fizik ve kimya alanlarına giren bazı teknik ayrıntılarını da atlamak zorundayım.

Şimdi de akışkanlarda türbülans konusuna tekrar bakalım. Hidrodinamikçiler *tam gelişmiş* durumdaki türbülansa ilişkin bir teorisin bulunmasını çok isterler - çoğu zaman düşlerinde türbülanslı bir sıvı ile dolu kocaman bir kap gördüklerine eminim. Bir diğer düşleri de sanırım bir metre küp, hatta bir santi-

metre küp hacmindeki bir sıvıda da türbülansın görülebilmesi. Daha kesin bir anlatımla, eğer uzunluk ölçeğini değiştirseniz zaman ölçeğinin değişmesine dek aynı şeyi görmeniz gerekir. Feigenbaum kaskadının incelenmesinde olduğu gibi burada da çağdaş fiziğin önemli kavramlarından biri olan *ölçekleme* ile karşılaşılıyor. Gerçek türbülans ölçek değişmezliğini sağlar mı? Bunu bilmiyoruz. Türbülansa ilişkin genel bir teori - Kolmogorov teorisi - değişmez ölçeklidir. Ama bu teori tam anlamıyla doğru olamaz zira türbülansın homojen olduğu varsayımından yola çıkmaktadır. Gerçekte ise türbülanslı bir sıvıda çevreye kıyasla daha yoğun bir türbülans gösteren bazı kümelenmeler bulunabilir. Hidrodinamikçiler şimdi bu durumu açıklayacak bir teori aramaktadırlar.

Türbülansın başlamasının garip çekerler ve kaos ile açıklanmasına karşın tam gelişmiş durumdaki türbülansa bir açıklama bulunamamıştır. Garip çekerler ancak türbülansa ilişkin herhangi bir teorinin başlangıç durumuna hassas bağıllığı da içermek zorunda olduğunu kanıtlamaya yaramıştır. Örneğin Kolmogorov teorisinde artık *modlar periyodunu* değil sistemin başlangıç durumları hemen hemen aynı olan iki farklı geçmişinin birbirinden nasıl ayrıldığını açıklayan *karakteristik zamanları* aramamız gerekmektedir. Edward Lorenz'in buluşlarını izleyen dönemde başlangıç durumuna hassas bağıllık teorisi meteoroloji alanında yeni bir takım kavramların gelişmesine yol açmıştı. Örneğin, bir kelebeğin kanat çırpımlarının belli bir süre sonra atmosferin durumunu tümüyle değiştirdiği yolunda Lorenz tarafından ileri sürülen görüş bugün *kelebek etkisi* olarak adlandırılan yeni bir kavramın doğmasını sağlamıştır.

Günümüzde bulutları gösteren uydu fotoğrafları sayesinde (rüzgarın yönünün bilinmesi koşuluyla) bir ya da iki gün sonrası na ilişkin hava tahminleri yapılması kolaylaşmıştır. Meteorologlar bunun da ötesine gidebilmek amacıyla *genel atmosferik dolaşım* modelleri geliştirmişlerdir. Burada kullanılan yöntem, yer küreyi kafes biçimindeki çizgilerle kaplayıp bu çizgilerin birbiri ile kesiştiği her noktayı belli meteorolojik parametrelerle (barometrik basınç, sıcaklık derecesi, vs.) tanımladıktan sonra ekran-

da bu verilerin zaman içindeki evriminin simulasyonunu yapmaktır. Uydu, hava ve yer gözlemlerinden elde edilen başlangıç verileri (yani meteorolojik parametrelerin herhangi bir başlangıç zamandaki değerleri) bilgisayara verildikten sonra bilgisayar bu verileri sıradağların konumları ve buna benzer diğer bilgilerle birleştirerek parametrelerin daha sonraki bir zamana ait değerlerini verir. Bilgisayardan alınan sonuçlar bundan sonra hava koşullarında ortaya çıkan gerçek değişimlerle karşılaştırılır. Yalnızlıkların kesinlik kazanması yaklaşık olarak bir hafta sürer. Bu durum başlangıç koşullarına hassas bağlılıktan mı doğmaktadır? Eğer çok az farklı başlangıç değerleri kullanarak bir kez daha denersek elde ettiğimiz iki değişim arasındaki farklılaşmanın hızı ile her ikisinin de doğa'nın gerçekleştirdiği değişimden farklılaşma hızının aşağı yukarı aynı olduğunu görürüz. Doğruyu söylemek gerekirse, gerçek hava değişimleri ile bilgisayardan alınan sonuçlar arasındaki farklılaşmanın hızı iki ayrı gruptaki bilgisayar sonuçları arasındaki farklılaşmanın hızından biraz daha fazladır. Dolayısıyla bilgisayar programının biraz değiştirilmesi, kafes çizgilerinin bir ölçüde birbirine yaklaştırılması ve başlangıç ölçümlerinin daha titizlikle yapılması gibi önlemlerle daha doğru sonuçlar alınması olasıdır. Ama yine de havayı en çok bir iki hafta öncesinden doğru olarak kestirebileceğimizi biliyoruz. Meteoroloji uzmanları yürüttükleri araştırmalar sırasında hava tahminlerinin normalden daha doğru biçimde yapılabilmesini sağlayan (ve daha sonra *bloklama* olarak adlandırılan) bazı özel durumların olabileceğini de ortaya çıkartmışlardır.

Sanırım bu noktada bir küçük şeytanın başlangıç durumuna hassas bağlılıktan yararlanıp belli belirsiz bir takım değişiklikler yaparak yaşamınızın planlı akışını bir anda altüst edebileceğinden kuşkulanmaya başladınız. Şimdi böyle bir şeyin ne kadar sürede gerçekleşebileceğini hesaplayalım. Doğal olarak size kesin sonuçlar veremeyeceğim, ama meslektaşlarımla bu konuyu tartıştığımız sırada edindiğim izlenime göre tahminlerim büsbütün yanlış da olmayacak.

Bizi dünyaya ve dünyayı güneşe çeken çekim gücü soluduğumuz hava molekülleri ve dünyadaki tüm diğer parçacıklar ara-

sında da aynı etkiyi gösterir. İngiliz fizikçi Michael Berry'nin bir önerisini izleyen küçük şeytanımızın bilinen evrenin sınırlarında bir yerde bulunan tek bir elektronun hava molekülleri üzerindeki çekim etkisini bir an için yokettiğini varsayalım. Doğal olarak siz hiç bir şey duymayacaksınız, ama hava moleküllerinin kısacık bir an için yollarından saptırılması başlangıç durumunda bir değişmeye yol açmıştır bile. Hava moleküllerini lastik toplar olarak düşünelim ve bunlardan birini ele alalım. Şimdi şu soruyu soruyoruz: Çok uzaklardaki o tek bir elektronun çekim gücünün bir an için yokedilmesi topumuzun kaç çarpışmadan sonra diğer bir topu ıskalamasına yol açacaktır? Fransız matematikçi Emile Borel'in bu konuda daha önce yaptığı hesaptan yola çıkan Michael Berry bu sayının yaklaşık olarak elli olduğunu ileri sürmüştür⁽¹⁾. Bir saniyenin çok küçük bir bölümünde meydana gelen bu olay hava moleküllerinin bundan sonraki çarpışmalarını tümüyle değiştirmiş bulunmaktadır ama siz bu değişikliğin farkında değilsiniz. Şimdilik.

Öykümüzdeki havanın türbülans durumunda olduğunu düşünelim - sadece hafif bir rüzgar yeter buna; bu durumda türbülansın içerdiği başlangıç durumuna hassas bağıllık küçük şeytanın yarattıklarına benzer mikroskopik ısı dalgalanmalarını etkileyecek ve bunların büyümesine yol açacaktır. Sonuç olarak, evrenimizin sınırlarında bulunan bir elektronun çekim gücünün bir an için yok olması gibi mikroskopik bir olaydan yaklaşık olarak bir dakika sonra makroskopik bir etki ortaya çıkmış bulunmaktadır: Türbülansın karmaşık yapısı (milimetrik bir ölçüde de olsa) artık eskisi gibi değildir. Siz yine birşey farketmiyorsunuz. Şimdilik.

Türbülansın yapısında meydana gelmiş olan milimetrik ölçüdeki bir değişikliğin belli bir süre içinde daha büyük ölçüde bir değişikliğe yol açması kaçınılmazdır. Bunu sağlayan mekanizmalar vardır ve bu sürenin uzunluğu Kolmogorov teorisinin yardımıyla saptanabilir (Daha önce de söylediğim gibi bu teorisinin tümüyle doğru olduğunu sanmıyorum ama en azından yaklaşık bir sonuç almamızı sağlayabilir). Atmosferin türbülanslı bir yerinde olduğumuzu varsayalım - örneğin bir fırtına ismini

görür. Bu durumda küçük şeytanımızın belli belirsiz manevralarının bir kaç saat ya da bir gün içinde atmosferik türbülansla kilometrelerle ölçülebilecek bir değişime neden olmasını bekleyebiliriz. Şimdi artık ortada gözle görülebilir bir değişiklik vardır: Bulutların görünüşü değişmiş ve rüzgar eskisinden daha güçlü esmeye başlamıştır. Bu durumun sizin yaşamınızın planlı akışını pek değiştirmeyeceğini düşünüyorsanız haklısınız. Şimdilik.

Genel atmosferik dolaşım açısından bakarsak küçük şeytanın bu ana dek başlangıç durumunda meydana getirmiş olduğu değişiklik hâlâ oldukça önemsiz ölçüdedir. Ama biz artık bu değişikliğin birkaç hafta sonra global boyutlarda olacağını biliyoruz⁽²⁾.

Şimdi diyelim ki bu haftasonu için sevdiğiniz kişiyle güzel bir yerde piknik yapmayı planlamıştınız. Ne yazık ki tam örtünüzü otların üzerine serdiğiniz anda küçük şeytanın haftalar önce başlangıç koşullarını milimetrik ölçüde değiştirerek başlattığı zincirin son halkası olan şiddetli bir dolu başlayacak ve pikniğiniz daha başlamadan bitecektir. Yaşamınızın planlı akışının değişeceğine şimdi inandınız mı artık? Aslında küçük şeytan sizin içinde bulunduğunuz bir uçağı düşürmeyi tasarlıyordu ama diğer yolcuların hatırı için onu bundan vazgeçirdim.

Biraz da kaos'un doğal bilimlerdeki uygulamalarına bakalım. Dünyamızın bir manyetik alanı olduğunu ve bunun pusula ibrelerini etkilediğini biliyoruz. Ara sıra bu manyetik alanın kutuplarında bir değişim ortaya çıkmakta ve bir süre için manyetik Kuzey Kutup coğrafi Güney Kutuba yaklaşmakta ya da bunun tam tersi olmaktadır. Manyetik alandaki bu değişimler gelişigüzel biçimde ve bir milyon yıl gibi geniş aralarla ortaya çıkar (Bu değişimler belli türlerdeki bazı tarihlenebilen volkanik kayaların gösterdiği manyetik özelliklerden anlaşılır). Jeofizik biliminin ortaya koyduğu gibi, yerkürenin içindeki madelerde konveksiyon nedeniyle oluşan hareketler elektrik akımlarına yol açmakta ve bu yoldan jeneratörlerdekine benzer bir *dinamo mekanizması* aracılığıyla bir manyetik alan ortaya çıkmaktadır. Bu bağlamda ileri sürülen görüşe göre söz konusu dinamoun zaman içindeki evriminin kaotik biçimde

gerçekleşmesi de yukarda değindiğimiz manyetik kutup değişimlerine yol açmaktadır. Ne yazık ki bu görüşü güçlü bir biçimde destekleyen bir teori henüz bulunamamıştır.

Astronomi uzmanı Jack Wisdom Mars ve Jüpiter arasındaki asteroid kuşağında bulunan boşluklarla ilgili olarak kaos teorisinin oldukça inandırıcı bir uygulamasını ortaya çıkarmıştır. Güneşin çevresinde dönen çok sayıda gök cisimciğinden oluşan bu kuşak üzerinde güneşe belli uzaklıktaki bazı noktalarda boşluklar bulunmakta olup uzay mekaniği ile uğraşan bilim adamları uzun süre bu boşlukların sırrını çözememişlerdir. Boşlukların yerlerinin saptanmasına yarayan bir tür rezonanstan yola çıkan araştırmaların çoğunda gerçekte asteroidlerin varlığının bilindiği bölgelerde de boşluklar olması gerektiği yolunda çelişkili bir sonuç çıkmaktadır. Bu çelişkinin incelikli bilgisayar çalışmalarına dayanan olası açıklaması şöyledir: Söz konusu rezonansın bulunduğu bölgelerdeki asteroidler kaotik bir değişkenlik gösteren yörüngelere sahiptir. Bu asteroidlerden birinin bu nedenle Mars'ın güneşin çevresindeki yörüngesine girmesi halinde bir çarpışma meydana gelir ve asteroid yok olur. Böylelikle bazı rezonans bölgelerindeki asteroidlerin varlığı sürerken diğer bazı bölgeler zamanla boşluğa dönüşebilir. Öte yandan bu ancak ayrıntılı bilgisayar hesapları ile kanıtlanabilecek bir varsayımdır⁽³⁾.

Şimdi de biyoloji alanına kısa bir bakış atalım. Bu alanda çok çeşitli salınımların varlığı söz konusudur - örneğin, daha önce değindiğimiz Pye ve Chance'ın deneylerindeki gibi kimyasal salınımlar, sirkadiyen ritimler (birbiriyle değişimli günlük hareketlilik ve durgunluk periyodları), kalp atışları, elektroanselogram dalgaları, vb. Günümüzde dinamik sistemlere duyulan ilgi bu alanda çok sayıda araştırma yapılmasına yol açmıştır ama biyoloji deneylerinde erişilebilecek şaşmazlık düzeyinin fizik ya da kimya deneylerine kıyasla çok daha düşük olması nedeniyle elde edilen sonuçlarda bir oranda belirsizlik bulunmaktadır. Biyolojik deneylerde kaosu ortaya çıkması sadece patolojik bir olgu da olabilir - örneğin kalp atışları konusunda biyologlar bu olasılığı da gözünününde bulundurmakta-

dırlar. Biyolojik sistemlerin dinamik sistemler olarak ele alınması doğru bir yaklaşımdır ve bu yönde çok başarılı adımlar atılmış bulunmaktadır. Bununla birlikte bir çok soru henüz yanıtlanmamış durumda olduğu için biyolojik kaos konusunda somut bulguların elde edilmesini beklemekten başka yapacak bir şey yoktur.

Bu bölümü burada bitirmeden önce biyoloji, ekoloji, ekonomi ve sosyal bilimler alanlarında kaosa ilişkin araştırmaların gücüne genel anlamda değinmek istiyorum. Bir sistemdeki kaosa ilişkin araştırmalar o sistemin dinamiği konusunda yine aynı biçimde bir anlayışa sahip olmayı gerektirir. Bu anlayış ise genellikle sistemin zaman içindeki evrimine ilişkin olarak bilgisayar yardımıyla kusursuz biçimde sonuçlandırılabilen temel denklemler konusunda bilgi sahibi olmakla elde edilebilir. Bu görüş güneş fiziği, hidrodinamik ve hatta meteoroloji alanları için geçerlidir. Salınım içeren kimyasal tepkimeler gibi diğer bazı konularda ise hareketin temel denklemlerini bilmediğimiz halde sistemi zamanın bir işlevi olarak gözlemleyerek kusursuz doğrulukta uzun zaman dizileri elde edebiliriz. Bu zaman dizilerinden de -yeterince basit olduğu takdirde- dinamiği bulabiliriz (salınım içeren kimyasal tepkimeler için geçerli olan bu işlem örneğin meteoroloji konusuna uygulanamaz). Biyolojide ve diğer “yumuşak” bilimlerde hareketin temel denklemlerini bilmiyoruz (eldeki verilere kavramsal yönden uyan modeller yeterince iyi değildir). Uzun zaman dizilerinin yüzde yüz doğrulukla elde edilmesi güç olduğu gibi buna ilişkin dinamik de daha karmaşıktır. Ekoloji, ekonomi ve sosyal bilimler gibi bir çok alanda zaman içindeki evrimin temel denklemleri yavaş yavaş değişmektedir (ya da başka bir deyişle sistem “öğrenmektedir”). Bu nedenle böyle sistemlerde kausun etkileri şimdilik bilimden çok felsefe düzeyinde tartışılabilir bir konudur⁽⁴⁾. Diğer yandan bu durumun değişmesi olanaksız değildir; unutmayalım ki Poincaré'nin meteorolojide önceden kestirilebilirlik konusundaki görüşleri o dönem için sadece bilimsel felsefe düzeyindeyken bugün bu alan nicel bir bilim olarak görülmektedir.

XIII. BÖLÜM

Ekonomi

Gördüğünüz gibi kaos doğal fenomenlerin oldukça yaygın bir ögesidir. Şimdi de kaosun ekonomi, sosyoloji ve insanlık tarihinde oynadığı rolü inceleyeceğiz. Bu alanlar bizim için asteroid kuşaklarındaki boşluklar ya da meteorolojik tahminler gibi konularda karşılaştıklarımızdan daha önemli sorunlar içermektedir. Buna karşılık bu sorunların analizi çok kesin sonuçlar alınacak biçimde yapılamamaktadır. Bu analize hazırlık olmak üzere önce bazı ilkeler üzerinde durmak istiyorum.

Bundan önceki bölümde tanıştığımız küçük şeytanın marifetlerini okurken parçacıklar arasındaki çekim gücünün - bir an için bile olsa ve hatta bu parçacıklar birbirinden çok uzakta bile bulunsa - yok edilmesinin olanaksızlığı aklınıza takılmış olabilir. Ya da belki içinde yaşadığımız bu evrenden başka bir evrenimizin bulunmadığını dolayısıyla da evrenimizi herhangi bir biçimde değiştirmeye kalkışmanın ne denli anlamsız olduğunu düşündünüz. İçinizi rahatlatmak için size bu öyküde söz konusu olan evrenin gerçek evrenimizin ancak *düşsel* bir benzeri olduğunu ve amacımıza hizmet etmek üzere özel biçimde tasarlandığını anımsatmak istiyorum. Böyle bir evrende yapılabilecek en küçük bir değişikliğin sadece bir kaç haftalık bir süre içinde çok büyük etkileri görülebilir. Bunun “gerçek” evren konusunda ilginç bir şey söylemediği doğru olmakla birlikte gerçek evrenin nasıl değişebileceğine ilişkin görüşlerimizi etkileyeceği de kesindir.

Kaos hangi sistemlerde ortaya çıkar? Diyelim ki seçtiğiniz herhangi bir sistem için bir “zaman içinde değişim” kurguladınız. Bu değişimin başlangıç durumuna hassas bağlılığa sa-

hip olduğunu nasıl anlayacaksınız? Kurgunuz bilgisayara yüklenebilecek denli açıksa bunu yapar ve sisteminizin kaotik olup olmadığına bakarsınız. Bunun dışında kaosu varlığını saptamada kullanılan diğer ölçüler çok belirsiz sonuçlar verir. Bu ölçüleri tanımlayabilmek amacıyla bir an için daha önce değindiğimiz *modlar* tablosuna bir göz atmamız gerekiyor. Birbirinden bağımsız biçimde salımlar yapmakta olan birden fazla mod bulunması durumunda ortaya çıkan hareketin kaotik olmadığı daha önce görmüştük. Bu kez modları birleştiren bağlantılar oluşturduğumuzu ve bu yoldan aralarında karşılıklı etkileşim sağladığımızı varsayalım. Böylece her modun belli bir andaki değişimi sadece o modun değil, diğerlerinin de aynı andaki durumu tarafından belirlenecektir. Peki, kaos ne zaman ortaya çıkar? Başlangıç durumuna hassas bağıllığın bulunması için modların *en az üçerli gruplar halinde* birbiriyle bağlantılı olarak salınım göstermesi gereklidir. Ayrıca *modlar ne denli çok sayıdaysa ve aralarında ne denli çok bağlantı varsa kaosu ortaya çıkması olasılığı da o denli yüksek olacaktır.*

Burada değindiğimiz dinamik sistemlerde (sürekli - zaman sistemleri) kaos özellikleri taşıyan bir zamansal evrimin genellikle ancak en az üç boyutu bulunan bir uzay içinde oluşabileceğini söyleyebiliriz. Bu bir teoremdir. Ayrıca, bağımsız sistemler arasında etkileşim sağlanması (özellikle bu etkileşimin güçlü olması durumunda) kaosu ortaya çıkmasını kolaylaştırıcı bir etkidir.

Bir noktaya dikkatinizi çekmek istiyorum: Herhangi bir sistemde başlangıç zamanına hassas bağıllık bulunması o sistemle ilgili hiçbir şeyin önceden belirlenemeyeceği anlamını taşımaz. Diğer yandan kaotik bir sistemin önceden belirlenebilir yönlerinin saptanması başlıbaşına bir sorundur ve bu soruna henüz bir çözüm getirilmemiştir. Bu durumda başka bir olanağımız bulunmadığı için bu soruna mantık yoluyla yaklaşacağız. Tüm yaşayan organizmaların çevre koşullarına uyum sağlamalarını olanaklı kılan düzenleyici mekanizmalara sahip olduğunu biliyoruz. Bu bilginin ışığında,

herhangi bir organizmanın içinde bulunduğu koşulların kaotik olması halinde bile o organizmanın belli bir andaki durumuna ilişkin oldukça doğru tahminler yürütebiliriz. Örneğin ben sizin şu andaki beden ısınızın 37°C 'in ne çok altında, ne de çok üstünde olduğunu tahmin edebiliyorum, zira öyle olmasaydı büyük bir olasılıkla bu satırları okuyor olmazdınız. Ekonomi konusuna geçmeden önce son bir noktaya daha değinmek istiyorum: Kaosa ilişkin standard teori, zaman içindeki evrimleri sonucu olarak sürekli biçimde daha önce bulundukları noktanın yakınına geri dönen sistemleri kapsar. Bu *sonsuz geri dönüşlü* sistemler genelde çok fazla karmaşık değildir. Buna karşılık çok karmaşık sistemlerin tarihsel evrimini tanımlayan en tipik özellik tek yönlülüktür - yaygın kanının aksine burada tarih "tekerrür" etmez. Tek yönlü gelişen evrime sahip çok karmaşık sistemler için başlangıç durumuna hassas bağıllık söz konusu olduğundan burada akla gelecek soru bu bağıllığın düzenleyici mekanizmalar tarafından sınırlandırılmasının mı, yoksa uzun dönemde önemli sonuçlara yol açmasının mı söz konusu olduğudur.

Şimdi de ekonomi alanına girelim ve kaosa rastlamak umuduyla çok karmaşık olmayan bazı zamansal evrimler bulmaya çalışalım. Bir ekonomik gelişim senaryosunu dinamik sistemlere ilişkin görüşlerin ışığında incelemek ve elde ettiğimiz bulguları daha sonra eleştirel biçimde gözden geçirmek aydınlatıcı olabilir. Bu senaryoda, çeşitli düzeylerdeki dış güçlerden etkilenen enerji yitimli bir fiziksel sistem örneğiyle paralel kurarak bir toplumun belli aşamalarındaki ekonomik gelişimini ele alacağız. Paralel örneğimizdeki fiziksel sistem alttan ısıtılan ağdalı bir akışkan, bunu etkileyen dış gücün düzeyi ise uygulanan ısının derecesi olabilir. Doğal olarak ekonomik ve fiziksel sistemlerimiz arasında sadece nitelik yönünden bir benzeşiş bulunmaktadır.

Teknolojik gelişmenin düşük düzeyde olduğu dönemlerde ekonominin durumu - düşük bir düzeyde ısıtılan sıvının durumu gibi - değişimsizdir (Değişimsiz bir durum zamandan bağımsız ya da dinamik yönünden oldukça tekdüze bir dur-

rumdur). Teknolojik gelişmenin (ya da ısının) daha yüksek düzeylerinde periyodik salınımların ortaya çıkması gerekir ki, bu aşamada zaten yaklaşık biçimde periyodik olarak nitelenebilecek ekonomik çevrimler görmekteyiz. Daha da yüksek teknolojik düzeylerde iki ya da daha çok periyodik çevrimin üste gelmesini görebiliriz; ekonomi analizcileri bunun örneklerine gerçekte de tanık olmuşlardır. Son olarak da, teknolojik gelişmenin yeterince yüksek bir düzeye erişmesiyle düzensiz değişimler ve başlangıç zamanına hassas bağlılık gösteren türbülanslı bir ekonomi ortaya çıkar. Günümüzde böyle bir ekonominin var olduğunu söyleyebiliriz.

Oldukça inandırıcı değil mi? Nitelik olarak evet, ama nicelik bakımından analiz edecek olursak ekonomideki çevrim ve diğer dalgalanmaların genel *büyüme* koşullarında ortaya çıktıklarını hemen görebiliriz: Burada kesinlikle tek yönlü bir tarihsel evrimin varlığı söz konusudur. Ekonomik çevrimler için de aynı durum geçerlidir - bunların aynı dinamik olgunun tekdüze biçimde yinelenmesi olduğu söylenemez. Ekonomik olguları dinamik açısından yorumlamak gerekirse John M. Keynes ve onu izleyenlerin görüşleri akla gelebilir, ama bu ilginç görüşlerin günümüzde ekonominin geleceğini kestirme açısından eskisi gibi anlam taşımadıkları konusunda çoğu ekonomistin benimle aynı fikirde olduğuna eminim. Diğer bir anlatımla, ekonomi (özellikle de makro ekonomi) az karmaşık dinamik sistemlerin bazı özelliklerine sahip olmasına karşın böyle bir sistem olarak analiz edilemez.

Yine de senaryomuzun tümüyle yanlış olmadığını ve yukardaki benzetmenin ötesinde bir değer taşıdığını düşünüyorum, zira bu senaryoda biz dinamik sistemlere özgü özelliklerin yerine oldukça sağlam temel gerçekler kullandık. Bu temel gerçeklerin biri, karmaşık (yani aralarında güçlü etkileşimler bulunan bir kaç alt sistemi içeren) bir sistemin karmaşık bir zamansal evrimi bulunması olasılığının basit bir sisteme kıyasla daha yüksek olduğudur. Bu kuralın diğerleri arasında ekonomik sistemler için de geçerli olması gerekir ve teknolojik gelişme de karmaşıklığı tanımlamanın bir yo-

ludur. Diğer bir temel gerçek de, zaman içindeki evrimin en basit biçiminin değişimsizlik olmasıdır. Bu durumda zamana bağımlılık yoktur ve sistem olduğu gibi kalır. “Sonsuz geri dönüşlü” bir sistem söz konusuysa zamansal evrimin ikinci en basit biçiminin periyodik salınımlar olduğunu söyleyebiliriz. Bundan sonra iki ya da daha çok salınımın (modun) üstüste gelmesi gelir ve en sonunda da kaos ortaya çıkar. Genel büyüme ögesini çıkardıktan sonra yukardaki görüşlerin ekonomik sistemler için de geçerli olmasını umabiliriz. Nicel değeri pek yüksek olmayan senaryomuz böylelikle nitelik açısından mantıksal olabilir. Şimdi de senaryonun sonuçlarından birini inceleyelim.

Ekonomiye ilişkin yaygın bir görüşe göre, ekonomik bariyerlerin kaldırılması ve bir açık pazar oluşturulması herkesin çıkarına hizmet eder. Diyelim ki *A* ve *B* ülkelerinin ikisinde de yerel tüketim için dış fırçası ve dış macunu üretiliyor. Yine diyelim ki *A* ülkesinin iklimi *B* ülkesine kıyasla dış fırçası ekilmesi ve biçilmesi için daha uygun, buna karşılık *B* ülkesinde de üstün nitelikli dış macunu madenleri bulunuyor. Bu durumda açık pazar oluşturulduğu taktirde *A* ülkesi ucuz dış fırçası, *B* ülkesi de ucuz dış macunu üretir ve her iki tarafın da çıkarına olarak bu ürünleri birbirlerine satarlar. Konuyu daha geniş kapsamlı biçimde ele alırsak, açık pazar ekonomisi farklı mallar üreten ülkelere refah düzeylerini yükseltmeye yarayan bir denge sağlar, ya da en azından ekonomistler belli görüşlere dayanarak bunun böyle olduğunu söylemektedirler. Diğer yandan, daha önce de görmüş olduğumuz gibi çeşitli ulusal ekonomiler arasında bu yoldan bağlantılar oluşturulmasıyla ortaya çıkan karmaşık sistemin herkesin çıkarına hizmet eden bir denge sağlamasından çok, karmaşık ve kaotik bir zamansal evrim içine girmesi uzak bir olasılık değildir (Teknik yönden, ekonomistler böyle bir dengenin zamansal bağımlılığa sahip olmasına izin verirler ama geleceğinin kestirilemez olmasını kabul etmezler). *A* ve *B* ülkelerine geri dönersek, bunların ekonomilerinin birbirlerine ve *C*, *D*, ... ülkelerinin ekono-

milerine bağlanmasının dış fırçası ve dış macunu endüstrilerini ciddi biçimde zarara sokacak (ve bu yüzden bir sürü dışın çürümesine neden olacak) çılgınca ekonomik salmımlara yol açabileceğini görürüz. Demek ki kaos diğer bir çok şeyin yanı sıra ekonomistlerin başlarının ağrısından da sorumludur.

Şimdi biraz daha açık konuşalım. Ekonomi konusunda yazılmış olan ders kitaplarında çoğunlukla ekonomik öğeler arasındaki dengelerden söz edilir. Bu kitaplardan, yasa koyucular ve yöneticilerin rolünün toplum için özellikle yarar sağlayacak bir dengenin bulunması ve uygulanması olduğu yolunda bir izlenim edinilebilir. Buna karşılık fizik alanındaki kaos örnekleri bazı dinamik koşulların dengeden çok kaotik ve kestirilemez bir zamansal evrime yol açtığını göstermektedir. Bu nedenle yasa koyucular ve yöneticiler daha iyi bir dengeyi amaçlayan önlemlerinin bunun yerine sonuçları kestirilemeyen denetimsiz dalgalanmalar yaratması olasılığı ile karşı karşıya bulunurlar. Günümüz ekonomisinin karmaşıklığı bu tür kaotik oluşumlara zemin hazırlamakta, buna karşılık bu alanda sahip olduğumuz teorik bilgiler yetersiz kalmaktadır.

Kuşkusuz ki ekonomi ve maliye alanları bize (teknik anlamda) kaos ve belirsizlik örnekleri sağlamaktadır. Diğer yandan bu konuda bundan başka bir yorum yapmak da kolay değildir, zira fizikçilere deneylerinde yardımcı olan denetimli sistemlere bu alanlarda rastlanmaz. Ekonomistlerin *şok* adını verdikleri dış olayların göz önünde bulundurulması zorunludur. Fazla karmaşık olmayan bir dinamik sistem bulunması umuduyla ekonomik verilerden daha iyi tanınan parasal verilerin analiz edilmesi yolunda ciddi girişimler yapılmaktadır ama kanımca bu umudun gerçekleşmesine olanak yoktur. Bu nedenle bir yandan kaotik fiziksel sistemlerde görülenlere benzeyen, diğer yandan da bunlardan bugün için analiz edilmelerini olanaksızlaştıracak denli farklı olan zamansal evrimlerle karşı karşıya bulunmaktayız⁽¹⁾.

XIV. BÖLÜM

Tarihsel Evrimler

Kaos teorisinin en doğal uygulanım alanı sürekli biçimde başlangıç durumuna yakın bir noktaya geri dönen “sonsuz geri dönüşlü” zamansal evrimleri bulunan sistemlerdir. Böyle bir sistem belli bir zamanda belli bir durumda bulunuyorsa daha sonraki herhangi bir zamanda da bu durumun yakınına dönecektir.

Sonsuz geri dönüş orta düzeyde karmaşıklık gösteren sistemlerde görülür, buna karşılık karmaşık sistemlerde bu ögeye rastlanmaz. Bunu kanıtlamak için şöyle bir deney yapabilirsiniz: Çevresini yeterince yüksek bir engelle kapattığınız bir dama tahtasının karelerinden birine bir pire koyun. Doğal olarak pire dama tahtasının üzerinde oradan oraya zıplayacak ve eninde sonunda ilk kareye tekrar gelecektir. Bu durum fazla karmaşık olmayan sistemlere bir örnektir. Şimdi de yüz pire alın ve herbirine bir ad ya da bir numara belirten işaretler koyun. Dama tahtasının her karesine bir pire yerleştirin ve olacakları izleyin. Tüm pirelerin aynı anda başlangıçtaki karelerinde bulunmaları için ne denli beklemeniz gerektiğini biliyor musunuz? Mantık (ve bir dizi karmaşık hesap) bu sürenin sizin hiçbir zaman böyle bir duruma tanık olamayacağınız denli uzun olduğunu söylemektedir. Bunun gibi, pirelerin tümünün aynı anda daha önceki herhangi bir anda bulundukları karelere geri döndüklerini görmek de olanaksızdır. Ne denli beklerseniz bekleyin, mantık ölçülerini aşmayan bir süre içinde pirelerin bir kez bulundukları konumlarda toplu halde ikinci kez bulunmalarına tanık olamazsınız.

Eğer bu deney için yüz pire bulmakta güçlük çekeceğinizi düşünüyorsanız, pirelerin oradan oraya sıçramalarını yakla-

şık biçimde tasarımıyarak bilgisayarınızda bir simülasyon da yapabilirsiniz. Deneyinizin sonunda bulgularınızı “Yeni bir geri dönülmezlik örneği” gibi cıfcaflı bir başlık altında kağıda dökmeyi de unutmayın. Böylece ortaya çıkan eserinizin bir fizik dergisinde yayınlandığını görmek isterseniz çekingen bir dil kullanmayın - örneğin, “geri dönülmezliğe ilişkin yepyeni bir mekanizma bulduk” gibi göz alıcı bir giriş yapmanız yararlı olur. Bu değerli buluşu tüm ayrıntıları ile bir rapor haline getirdikten sonra *Physical Review* gibi ünlü bir dergiye postalayın. Büyük bir olasılıkla raporunuz “editör tarafından yayınlanmaya uygun bulunmadığı” gerekçesiyle size geri dönecek ve ilişigindeki üç uzman imzalı bir not size buluşunuzun 1) saçma olduğunu ve 2) neden saçma olduğunu açıklayacaktır. Sakın yılmayın - imza sahiplerinin konuya ilişkin görüşlerini de göz önüne alarak raporunuzu bir kez daha yazın ve üç görüş arasındaki çelişkileri oldukça sert bir dille eleştirdiğiniz yanıtınızla birlikte aynı dergiye tekrar yollayın. Raporunuz bu biçimde bir kaç kez daha gidip geldikten - ve ilgili uzmanların sinirlerini yeterince bozduktan - sonra *Physical Review*’de yayınlanacak ve siz böylelikle daha önceden değilseniz bile o andan itibaren bir *fizikçi* olacaksınız.

Şimdi de sonsuz geri dönüşe geri dönelim. “Geri dönülmezlik” deyimi ne anlama gelir? Eğer sonsuz geri dönüş kavramı çok hoşunuza gittiyse yaşamın sizin için düş kırıklıklarıyla dolu olacağını bilmenizi isterim: Bir trafik kazasında hasar gören arabanız (bu konuda siz bir şey yapmadığınız sürece) eski haline geri dönmeyecek, siz belli bir yaşa eriştikten sonra bir kez daha genç olmayacaksınız ve (daha geniş bir kapsamda) bugün eskisinden çok farklı olan dünyamız bir daha eski durumuna gelmeyecektir. Bu konudaki açıklamanın bir bölümü şöyledir: Bir sistem eğer yeterince karmaşıkrsa daha önce bulunduğu duruma yakın bir noktaya dönebilmesi için gereken süre aklın almayacağı denli uzundur (dama tahtası üzerindeki pireleri anımsayın). Dolayısıyla, sistemi ancak mantık ölçüleri içinde kalacak uzunluktaki bir süreyle gözlemleyebileceğiniz için sonsuz geri dönüşün

uygulanabilirliğinden söz edilemez ve bu nedenle kendinize başka bir kavram bulmak zorundasınız.

Bu durumda, dama tahtası üzerinde bıraktığınız yüz pireye geri dönüp bu kez tümünü birden aynı karenin üstüne koyduğunuzu varsayalım. Pireler yine oradan oraya zıplamaya başlayacaklar ve çok kısa bir sürede tüm karelere yayılacaklardır. Böylece pirelerin kendilerine verilen alanın her yanını eşit bir biçimde doldurmaya eğilimleri olduğu yolunda bir teori üretebilirsiniz. Her ne kadar bu durumda sonsuz geri dönüşü bir kenara bırakmış oluyorsanız ve ayrıca pireler aslında kendilerine verilen alanı ne biçimde doldurduklarıyla hiç ilgilenmiyorlarsa da, bu yine de oldukça sağlam bir teodir.

Çevremizdeki karmaşık dünyaya, yaşamın geçirdiği evrime ve insanlık tarihine bakarsak sonsuz geri dönüşün ancak bir takım kısıtlı alanlarda ve küçük alt sistemlerde söz konusu olabileceğini, yani global tabloda yeri bulunmadığını görürüz. Buna karşılık global tablo tek yönlü bir tarihsel gelişim izlemekte olduğundan bu durumda elimizde kullanabileceğimiz bir matematiksel teori yoktur. Diğer yandan bu konuda üretilmiş bazı ilginç görüşler bulunmaktadır ki bunlara da daha ilerde değineceğiz.

Daha önce görmüş olduğumuz gibi küçük bir şeytan kolaylıkla havayı değiştirebilmekte, estirdiği rüzgarlarla tohumları ve çiçek tozlarını istediği yöne savurabilmektedir. Bu durumda bitkilerin geleceğinin hemen hemen tümüyle rastlantısal biçimde belirlendiği açıktır. Peki, ya hayvanlar? Bildiğiniz gibi (yani umarım biliyorsunuzdur) hayvanların çoğalmasında spermiler ve dişi yumurtalar rol oynar. Spermiler çok büyük sayıda üretilmelerine karşın bir tür yarıştan sonra bunların ancak biri dişi yumurtaya ulaşmayı başarır. Bu nedenle (konunun ayrıntılarına girmeden) sizin de anlamış bulunduğunuz gibi, sizden biraz farklı genlere sahip bir kız ya da erkek kardeşinizin yerine özellikle sizin dünyaya gelmiş olmanızda yine küçük şeytanımızın parmağı bulunmaktadır.

Diğer yandan bireyler birbirinden ne denli farklı olurlarsa olsunlar global tablo pek fazla değişmez. Belli iklim koşullarının ve belli bir tür toprağın bulunduğu bir yerde örneğin bir kayın ormanının da bulunacağını kestirebiliriz ama kayınların tek tek konumlarını önceden bilemeyiz. Kısaca denebilir ki biyolojik düzen, evrimsel birleşim ve tarihsel gereklilik gibi çok sayıda mekanizma vardır ve bunlar küçük şeytanın oluşturmaya çalıştığı olağandışı durumlara karşı sürekli biçimde savaş vermektedirler. Bu mekanizmalar ne denli başarılıdır? Örneğin tarihsel determinizme, yani büyük insan topluluklarının tarihini yönlendiren determinizme yol açabilirler mi?

Bu soruyu yanıtlamaya çalışırken tarihsel determinizmi bir bütün olarak ele almayıp ancak belli bölümleri üstünde durmak daha iyi olabilir, zira küçük şeytanın düzenlediği türden bazı “rastlantısal olaylar”ın etkileri bunları izleyen evrimsel süreç tarafından yok edilecek yerde görünüşte sonsuza dek sürececek biçimde değişmez kılınmaktadır. Bir örneği ele alalım: Tüm bilinen organizmalar birbirleri ile akrabadır ve temelde aynı genetik kodu paylaşırlar. Bunu biraz daha özelleştirirsek, genetik bilgiler dört harfli bir alfabenin harflerini oluşturan simge dizileri ile yazılır ve birbirini izleyen üçer simgeden oluşan her grup ilke olarak belli bir proteinin (örneğin bir aminoasidin) kodudur. Üçlü simge gruplarından yirmi tür farklı aminoaside kadar olan kodlama rastlantısaldır. Eğer başka bir gezegende de dünyamızdaki türlerden bağımsız bir biçimde gelişmiş bir yaşam varsa bunun bizim tanıdığımız genetik kodlara sahip olması beklenebilir. Dünyamızda yaşayan organizmaların yapısı mutasyon ve doğal seleksiyon nedenleriyle çok büyük bir değişimden geçmiş olsa da genetik kod o denli temel bir öğedir ki bakterilerden insanlara dek tüm yaşam tarihi boyunca hemen hemen hiç değişmemiştir. Olabilir ki yaşamın ilk aşamalarında genetik kodun kendisi de bir evrimden geçmiş ama kutsalsuz bir duruma ulaştığı zaman alternatiflerini yok edip günümüze dek değişmeden varlığını sürdürmüştür.

Genetik kod, yaşamın rastlantısal bir ögesinin tarihsel evrim tarafından sonsuza dek değişmemek üzere seçilmesine bir örnektir. Bunun dışında başka örnekler de verebiliriz. Özellikle teknolojik evrim alanında bu tür oldukça gelişmiş ve temelde geri dönüşü olmayan uzun dönemli etkiler yaratan seçimler vardır. İlgilenen okurlarıma Brian Arthur'un bu konudaki araştırmasını⁽¹⁾ okumalarını öneririm. Arthur bu çalışmada örneğin ilk otomobillerde hareketin ya içten yanmalı motor ya da buhar motoru ile sağlandığını ve başlangıçta her ikisinin de amaca oldukça iyi hizmet etmesine karşın daha sonraları geçici bir sorununun başgöstermesi üzerine buhar motorundan çok içten yanmalı motorların tercih edilmeye başlandığını ve bu nedenle bu tür motorların teknolojik bakımdan giderek gelişmesine karşılık buhar motorunun ortadan kalktığını anlatmaktadır. Böyle bir teoriyi kanıtlamak hernekadar kolay değilse de Brian Arthur'un ileri sürdüğü görüşün temeldeki doğruluğu tartışılmaz: İki rakip teknoloji arasında daha çok talep gören zamanla araştırma ve geliştirmelerden yararlanarak daha güçlü duruma gelir ve sonuçta büyük bir olasılıkla diğerini piyasadan siler. (Bu teori başlangıç durumuna hassas bağıllığı çağırıştırıyorsa da matematiksel yönden apayrı bir şeydir). Daha genel kapsamda konuşursak, arabamızı yolun sağı dururken solundan sürmek gibi bazı seçimlerimiz geri dönülmezliğe yol açabilir.

Tarihsel determinizm konusunda bir düzeltme yapmamız gerekiyor. Bazı önceden kestirilemez olay ve seçimler uzun dönemde önemli sonuçlara yol açabilir demiştik. Bu görüşe şunu da eklemek istiyorum: Kanımca, uzun dönemde önemli sonuçlara yol açan önceden kestirilemez olaylar tarihin kendisi tarafından sistematik bir biçimde üretilmektedir. Bildiğiniz gibi insanlık tarihi yönünden önemli sonuçlara yol açmış olan kararlar hep politik liderler tarafından alınmıştır. Çoğu zaman bu kararlar bilinen bazı koşulların yol açtığı baskı nedeniyle alınmış olduğu için önceden kestirilemezlik söz konusu değildir. Diğer yandan bu liderler eğer zeki

ve mantıklı kişilerse, kitabımızın altıncı bölümünde anlatmış olduğumuz oyunlar teorisi onları aldıkları kararlarda bir gelişigüzellik ya da beklenilmezlik ögesine yer vermeye itecektir. Elbette her beklenmedik davranış mantığa dayalı değildir, ama mantıklı davranışlarda çoğu zaman belli bir ölçüde olmak üzere rastlantının da payı vardır. Bu nedenle tarihin akışına yön veren kararlar eğer mantık yoluyla alınırlarsa genellikle rastlantı ya da beklenilmezlik ögesini de içerirler.

Doğal olarak ABD başkanının önemli bir kararı yazı - tura yöntemiyle alabileceğini söylemek istemiyorum. Belki böyle bir şey yapılabilir ve belki bazı koşullarda mantık öyle gerektirmiş olabilir, ama o zaman başkanın bu yönetime başvurmaktan başka bir seçeneği olmadığını insanlara anlatabilmesini sağlayacak mantıklı nedenler bulunmalıdır. Çok eskiden yaşamış siyasi ve askeri liderler mantıklı davranış konusunda daha az koşullandırılmış oldukları için önemli kararlar alacakları zaman falcılara danışmakta bir sakınca görmezler ve böylece kararlarında ister istemez bir beklenilmezlik payı olurdu. Kuşkusuz ki fala ve falcılara körlemesine inanmak aptallıktır ve kolaylıkla çok kötü sonuçlar verebilir, ama akıllı bir liderin kendi falcılığını kendisi yaparak kararlarına ekleyebileceği beklenilmezlik ögesi belki de en iyi olasılıkları içeren stratejilerin ortaya çıkmasına yardımcı olacaktır.

XV. BÖLÜM

Kuanta: Kavramsal Çerçeve

Son bir kaç bölüm boyunca başlangıç durumuna hassas bağıllık ve kaos konularını tartıştık ve bunu yaparken büyük bir bölümünü Newton'a borçlu olduğumuz klasik mekaniğin teorilerinden yararlandık. Daha önce de belirttiğim gibi klasik mekanikten daha üstün olan kuantum mekaniği de Max Planck, Albert Einstein, Niels Bohr, Louis de Broglie, Max Born, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger ve diğer bazı ünlü fizikçiler tarafından yaratılmıştır. Özellikle atomlar gibi evrendeki küçük sistemler konusunda klasik mekanik yetersiz kaldığından kuantum mekaniği devreye girmektedir. Buna karşılık günlük yaşamla ilgili sistemler için Newton'un mekaniği bize yettiğinden burada kaos konusunu kuantum mekaniği düzeyinde irdelemeye gerek görmüyorum.

Kuantum mekaniğinin evrene ilişkin tanımlamasında rastlantıya çok büyük bir yer ayrılmıştır. Bunun nedenleri üzerinde durmakta yarar var.

Diğer fizik teorileri gibi kuantum mekaniği de bir matematiksel bölüm ve bir de belli bir gerçek parçasının matematik tarafından nasıl tanımlandığını anlatan işlevsel bölümden oluşur. Kuantum mekaniği teorisinin her iki bölümü de yalnız bir anlatıma sahip olup mantıksal çelişkiler içermez. Ayrıca teori ve uygulama arasındaki uyum kuşkuyla yer bırakmayacak denli güçlüdür. Diğer yandan tüm olumlu yanlarına karşın kuantum mekaniği olasılıkları vurgulaması, işlevsel kavramlarının klasik mekaniğinkilerle bağlantılı olması ve bir de *dalga paketlerinin çökmesi* adı verilen bir kavrama yer vermesi yönlerinden başlangıçta fizikçiler arasında (bir

bölümü bugün de sürmekte olan) çok sayıda tartışmaya neden olmuştur. Özellikle bu mekaniğin gerektirdiği matematiğin teknik özellikleri de bu tartışmayı körükler niteliktedir.

Kuantum mekaniğini ders olarak okumadıysanız (hatta okuduysanız bile) Feynman'ın *QED* adlı küçük kitabını⁽¹⁾ okumanızı öneririm. Bu kitap teknik düzeyde matematiğe başvurmadan konuyu kavramsal bir çerçeve içinde olabildiğince geniş biçimde açıklamaktadır. Ben burada daha alçakgönüllü davranıp size teorinin sadece iskeletini vereceğim. Bu iskelet de pek basit olmadığından şimdi dişinizi sıkın ve bundan sonraki bir kaç sayfayı sabır ve kararlılıkla okumaya hazır olun.

Anımsayacağınız gibi klasik mekanikte temel kavramlar konumlar ve hızlardır. Newton yasaları da bize konum ve hızların nasıl zaman içinde değişime uğradıklarını anlatır. Bunun dışında, olasılıkların temel öğeleri oluşturduğu olasılık teorilerini tartıştık ve bu olasılıkların zaman içindeki evrimlerini anlatan yeni yasalar bulabilecek duruma geldik. Kuantum mekaniği *genlikler* (ya da *olasılık genlikleri*) adı verilen bazı temel nesneleri içerir. Bunlar daha yaygın olan gerçel sayıların yerine kullanılan *karmal* (kompleks) sayılardır⁽²⁾. Kuantum teorisinin matematiksel bölümü genliklerin zaman içindeki evrimini anlatır. Bununla ilgili denkleme Schrödinger denklemi adı verilmiştir. Bu oldukça yalın ama çok teknik denkleme burada ancak notlar bölümünde yer verebiliyorum⁽³⁾. Genliklerin evriminin determinist bir karakter taşıdığına dikkatinizi çekerim. Kuantum teorisinin matematiksel bölümünde olasılık genliklerinin yanısıra *gözlenir* adı verilen nesneler de bulunmaktadır. Teknik açıdan *lineer operatörler* olarak tanımlanabilecek bu gözlenirleri kullanan ilk fizikçiler bunların soyut özelliklerinden çok etkilanmişlerdir. Bir gözlenir (örneğin A) ve bir genlik kümesi kullanarak yapılan hesap sonucunda A 'nın *ortalama değeri* adı verilen bir sayı elde edilir, ki bunu da $\langle A \rangle$ olarak gösterebiliriz⁽⁴⁾.

Özetle kuantum mekaniği bize genliklerin zaman içindeki evrimini nasıl hesaplayacağımızı ve bir gözlenirin ortalama değerinin bulunmasında bu genliklerden nasıl yararlanacağımızı gösterir. Peki, bu matematiksel kavramlar ile fiziksel gerçeklik arasında nasıl bağlantı kurarız? Diyelim ki siz parçacıklara ilişkin deneyler yapan bir fizikçisiniz. Parçacıkları büyük enerjilere doğru hızlandırıyor, bir hedefe yönlendiriyor ve sonucu gözlemlemek istiyorsunuz. Hedefinizi belli bir sayıda (I, II, III, vs.) dedektör ile kuşattınız ve doğru zamanda doğru türdeki bir parçacığın bunlara çarpması ile dedektörlerinizden gelecek sesi bekliyorsunuz (“Doğru tür”ün anlamı doğru yük, doğru enerji, vs. dir; “Doğru zaman” ise, örneğin dedektör II’nin ancak dedektör I’den ses geldiği zaman ve sadece kısa bir süre için aktive olması demektir). Yine diyelim ki I ve II’den ses gelmesine karşılık III’ün sessiz kalması durumunu Olay A olarak adlandırıyorsunuz (Olay A deneyinizde gözlemlemeyi beklediğiniz belli bir tür çarpışmanın kanıtıdır).

Bu noktada kuantum mekaniğinin temel yasaları size hangi gözlenirin Olay A’ya karşılık geldiğini söyleyecektir (Anlaşılacağı gibi olaylar özel bir tür gözlenir olarak görülmektedir). Yasalar size aynı zamanda deneyinizle ilgili genlikleri nasıl hesaplayacağınızı da anlatır. Bundan sonra A’nın ortalama değerini, yani $\langle A \rangle$ ’yı bulabilirsiniz. Kuantum mekaniğinin şaşmaz bir kuralına göre $\langle A \rangle$ sizin Olay A’yı görme olasılığınızdır. Deneyinizi bir çok kez tekrarlamanız halinde tüm dedektörlerden ses gelmesi durumlarının oranı $\langle A \rangle$ ’dır. İşte kuantum teorisinin matematiği ile işlevsel olarak tanımlanmış fiziksel gerçek arasındaki bağlantı da budur.

Bu arada şunu da belirtmek gerekir ki kuantum mekaniğinin temel yasalarının bazı bölümleri henüz yazılmamış ya da ancak ana hatlarıyla yazılmış durumda bulunmaktadır. Diğer bir deyişle, parçacıklar arasındaki karşılıklı etkileşimin tüm ayrıntıları henüz bilinmemekte ve bu nedenle kuantum alanındaki deneyler sürmektedir.

Daha ilerde kuantum mekaniğine ilişkin olarak biraz daha geniş bilgiye sahip olacağız ama yukardaki şematik tanımlama bu teorinin ana hatlarını tartışmamız için şimdilik yeterlidir. Bu tanımlamaya bir kez daha göz atalım: Parçacıklar arasındaki bir çarpışma gibi fiziksel bir süreci inceleyeceksek bu amaçla (örneğin dedektörler kullanarak) belli bir sayıda ölçüm yaparız. Ölçümlerin toplam sonucu bir olayı gösterir ve kuantum teorisini uygulayarak bunun olasılık derecesini buluruz (Bunun sihirbazlık gerektiren bir yanı yoktur: bir dedektörün durumunu bilmek isterseniz bunu diğerleri ile kuşatır, ölçümler alır ve çıkan sonuca kuantum mekaniğini uygularsınız). Böylece dünyamıza ilişkin olarak klasik mekaniğin yaptığından çok farklı ama tümüyle gerçeğe uygun bir tanımlama elde etmiş oluruz.

Kuantum mekaniğinin determinist olduğunu düşünüyorsanız haklısınız: Schrödinger denklemi olasılık genliklerinin zamansal evrimini kuşkuya yer bırakmayan bir biçimde önceden saptamaktadır. Kuantum mekaniğinin olasılıkçı olduğunu düşünüyorsanız yine haklısınız: tüm kestirimler sadece olasılıklara ilişkindir (Olasılıklar bazen 0 ya da 1 olur ve bu durumda kesinlik ortaya çıkar, ama genelde böyle olmaz).

Kuantum mekaniği hernekadar olasılıklar üzerine kurulmuşsa da genel anlamda Bölüm III'te gördüğümüz türden bir olasılıklar teorisi değildir. Sıradan bir olasılıklar teorisi "A" ve "B" olaylarının yanısıra "A ve B" olayını da tanımlar (anımsayacağınız gibi, "A" ve "B"nin her ikisinin de gerçekleşmesi durumunda "A ve B" olayı söz konusudur). Buna karşılık kuantum mekaniği "A ve B"yi tanımlamaz - kutsal kuantum yasalarında "A ve B" başlığını taşıyan bir bölüm yoktur. Doğal olarak bu can sıkıcı bir durumdur: "A" gerçekleşti ve "B" gerçekleşti diyorsak neden "A ve B" gerçekleşti diyemiyoruz? Bu sorunun yanıtı matematiksel ve fiziksel olarak iki yönlüdür. Fizik yönünden genelde durum şöyledir: Aynı anda ölçecek, yani "A"nın ve "B"nin gerçekleşip gerçekleşmediğini aynı anda saptayacak dedektörler bulamazsınız.

Önce “A”yı, sonra “B”yi, ya da önce “B”yi, sonra “A”yı ölçme-
ğe çalışabilirsiniz ama farklı sonuçlar alırsınız. Bu durum
genellikle ilk ölçümün ikinciye bozması nedenine bağlanır.
Bu açıklama temelde yanlış değilse de bir ölçüde yanıltıcı-
dır, zira “A ve B” olayının aslında bir anlam taşıdığı ama bi-
zim bunu ölçebilecek beceriden yoksun olduğumuz izlenimi-
ni vermektedir. Kuantum teorisinin matematiksel bölümü
ise bu konuda açık bir biçimde “A ve B” olayının genellikle
gerçekleşmediğini söyler. Bu durum “A” ve “B” gözlenirleri-
nin “biraraya gelmemesi” ile ilgilidir. Kitabımızın sonundaki
notlarda bu konuda daha geniş bilgi verilmiştir⁽⁵⁾.

Olaylarla ilgili tüm bu tartışmalar işin soyut tarafıdır.
Şimdi de biraz daha somut bir şeyi, örneğin bir doğru üze-
rinde hareket etmekte olan bir parçacığı ele alalım. Klasik
mekaniğe göre bu parçacık konusunda bilmemiz gerekenler
sadece konumu (x) ve hızı (v) dır. Peki, kuantum mekaniği-
nin bu konuya yaklaşımı nedir? Parçacığın belli olasılık gen-
likleri ile tanımlandığını varsayalım. “ x burada”, “ x şurada”
gibi olaylara bakarak parçacığın bulunması olası yerleri
saptayabiliriz (Aslında x 'e ilişkin çeşitli olaylar biraraya ge-
lebilen gözlenirler olmaları nedeniyle aynı anda görülebilir-
ler). Bulgularımızı örneğin parçacığın x_0 yakınında olduğu
ama konumunda bir belirsizlik ya da olası bir yanlış (Δx)
bulunduğu biçiminde özetleyebiliriz. Bunun gibi, parçacığın
hızına ilişkin olasılıkçı bir tanımlama da belirsizlik Δv ile
birlikte Δx biçiminde yapılabilir. Eğer olasılık genlikleri
hem Δx hem de Δv 'nin sıfır değerinde olduğunu gösterseydi
bu durumda parçacığın konumu ve hızı doğru olarak saptan-
mış olacaktı, ama “ x ”in ve “ v ”nin biraraya gelebilen gözlenir-
ler olmamaları nedeniyle bu olanaksızdır ve bu durum
1926’da Werner Heisenberg tarafından aşağıdaki biçimde
kanıtlanmıştır:

$$m \Delta x \cdot \Delta v \geq h / 4 \pi$$

Burada m parçacığın kütlesi, $\pi = 3.14159...$, h ise Planck
değişmezi olarak adlandırılan çok küçük bir niceliktir. h

isenberg belirsizlik yasası olarak bilinen bu eşitsizlik kuantum mekaniğinin olasılıkçı karakterini ortaya koymaktadır.

Buna karşın, yukarda da belirttiğimiz gibi kuantum mekaniği sıradan bir olasılık teorisi değildir. Fizikçi John Bell basit bir fiziksel sistem ile ilgili olasılıkların sıradan bir olasılıkçı tanımlama ile bağdaşmayan bazı eşitsizlikler için yeterli olduğunu kanıtlamıştır⁽⁶⁾. Bell'in elde ettiği sonuçlar kuantum mekaniğinin sıradan olasılık teorilerinden ne denli farklı olduğunu göstermektedir.

Başta David Bohm olmak üzere bazı fizikçiler kuantum mekaniğini klasik görüşlere yaklaştırma girişimlerinde bulunmuşlardır. Kanımca bu yoldaki çabalar saygın oldukları denli gereklidir de. Diğer yandan bu konuda elde edilen kanıtlar doğal olmayan bir yapıya sahiptir ve çoğu fizikçi tarafından yeterince inandırıcı bulunmamıştır. Her nasılsa kuantumun kutsal yasaları arasına girmeyi başaran böyle bir teori olan *dalga paketlerinin çökmesi* bir sürü sorunu da beraberinde getirmiştir. A ve B gözlenirlerinin ardarda ölçülmesi ile ilgili olan bu teorinin olasılık genliklerini A nm ölçülmesinden sonra ve B 'nin ölçülmesinden önce saptayabildiği ileri sürülmektedir. Gereksiz bir takım sorunlar yaratan bu teorinin gözardı edilmesinde yarar vardır (Aslında fizik açısından önemli olan "önce A ve daha sonra B " ile ilgili olasılıkların bulunmasından ibarettir).

Kutsal Yasaları kaleme alan büyük kuantum ustalarına saygıyı elden bırakmaksızın şunu da eklemek istiyorum: Son zamanlarda fizikçilerin "dalga paketlerinin çöküşü" konusundan uzak durmaya çalıştıklarını görmekteyiz. Örneğin Richard Feynman kitabı *QED*'de konuya bir kez kısa bir dipnotta değinmekte ve orada bile bu teoriye ilişkin hiç bir şey duymak istemediğini belirtmektedir.

XVI. BÖLÜM

Kuanta: Durumların Sayılması

Son bölümde incelediğimiz kuantum mekaniğinin iskeletini oluşturan kavramsal çerçevede doğrudan fiziğe ilişkin olarak söylediğimiz tek şey bu mekaniğin olayların olasılık derecelerini saptamaya yarayan kuralları içerdiği idi. Sonuç olarak kuantumun olasılıkçı bir teori olduğunu, ama “A” ve “B” olaylarını ele almasına karşın “A ve B” olayının varlığını kabul etmediği için standard olasılık teorilerinden ayrıldığını belirttik.

Kuantum mekaniğinin ağırlığını kurallar, bu kuralların belli sorunlara uygulanması ve bu yoldan elde edilen fiziksel kavramlar oluşturur. Bu bölümde kuantum mekaniğine ilişkin teknik ayrıntılara girmeden sizi fiziğin çok önemli bir parçasını oluşturan bu teori konusunda aydınlatmaya çalışacağım. Fizikçiler yeni bir teori geliştirdikleri zaman bunu “katı” matematiksel işlemlerle desteklerler. Buna karşılık teknik nitelikte olmayan ve bu nedenle bu tür işlemlerden uzak duran bilimsel açıklamalar çoğu zaman yeterince açık değildir. Teknik düzeyde ise hiç bir şeyin basit olmamasına karşılık açıklık bulunur.

Şimdi lise düzeyinde matematik ve fizik bilgisinin dışına çıkmadan küçük bir matematiksel işlem yapacağız. Bu işlem daha sonra ele alacağımız konular yönünden mutlaka gerekli değilse de bence yapmaya değer bir işlemdir.

Son bölümdeki gibi yine bir doğru üzerinde hareket etmekte olan ve kütlesi m ile gösterilen bir parçacığı ele alalım ama bu kez parçacığımızı bir kutuya koyalım. Daha kesin bir anlatımla parçacığın konumunu (x) belli bir uzunluk (L) üzerinde, hızını (v) ise v_{max} ile $-v_{max}$ arasında sınırlıyoruz

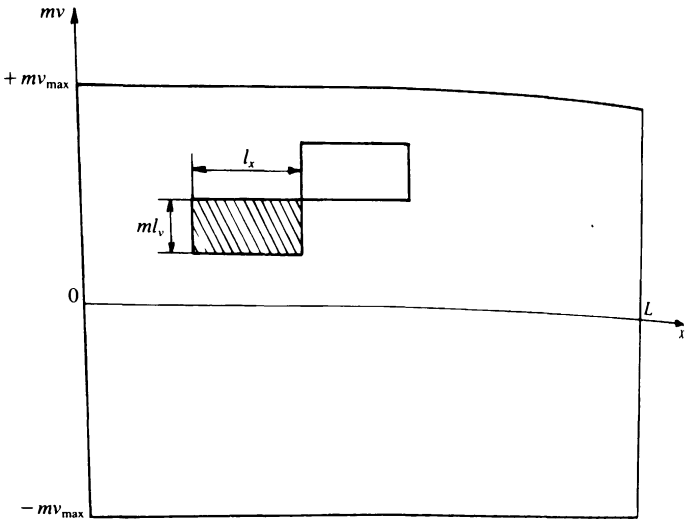
(parçacık en yüksek hızına v_{max} 'de erişir ve sola ya da sağa gidebilir). Konum (x) ile kütle çarpı hız'ı (mv) gösteren bir şema çizdiğimiz zaman parçacığın hareket alanının Şekil10'daki büyük dikdörtgen olduğunu görebilirsiniz. Buna karşılık parçacığın öyle bir durumunu seçebiliriz ki hareketi daha dar bir alan içinde kısıtlanmış olsun (şekilde yanları l_x ve ml_v olarak gösterilen taramalı küçük dikdörtgen). Parçacığın bu durumundaki konumunu ve hızını sırasıyla

$\frac{1}{2}l_x$ ve $\frac{1}{2}l_v$ olarak gösterebileceğimiz yaklaşık belirsizlik payları ile saptayabiliriz. Heisenberg belirsizlik yasalarına uygun olarak l_x ve l_v 'yi böylece $ml_x \cdot l_v \geq h/\pi$ olacak biçimde seçmemiz gerekmektedir. Daha dikkatli bakılırsa yapılacak en iyi seçimin $ml_v \cdot l_x = h$ olduğu görülür, yani taramalı dikdörtgenin alanı h 'dır. x ve mv değişkenlerinin alanına *evre uzayı* adı verilir. Bu alanın içine ilki ile üstüste bindirmemeye dikkat ettiğimiz ikinci bir küçük dikdörtgen daha çizdik - bu da parçacığımızın tümüyle farklı diğer bir durumunu temsil etmektedir. Bu biçimde diğerlerinden farklı kaç durum olabilir? Bu soruyu, "büyük dikdörtgenin alanı küçük dikdörtgenin alanı ile kaç kez bölünebiliyorsa o sayıda farklı durum olabilir" biçiminde yanıtlayabiliriz, şöyle ki

$$\text{farklı durumların sayısı} = \frac{2m \cdot v_{max} \cdot L}{h}.$$

Teknik düzeyde bir hesap da bu sonucu doğrular¹¹. Parçacığın farklı durumlarının sayısının böylece sınırlandırılmış olmasına karşılık durumların kendileri çeşitli biçimlerde seçilebilir (küçük dikdörtgenlerin herbirinin alanı değişmez olup h 'ya eşittir ama biçimlerini istediğimiz gibi seçebiliriz).

Şimdi de parçacığımızın enerjisine, yani hızının ortaya çıkardığı ve kinetik enerji adını verdiğimiz enerjiye bir göz atalım. Eğer yüksek entellektüel standartlar arayan bir ülkede sürücü belgesi aldıysanız sınava hazırlanırken aşağı-



Şekil 10. Bir parçacığın evre uzayı. Büyük dikdörtgen parçacığın hareket alanıdır, küçük dikdörtgen ise kuantum belirsizliğinden kaynaklanan belirsizlik payını ölçmektedir.

daki kinetik enerji formülünü de öğrenmiş olmalısınız:

$$\text{enerji} = \frac{1}{2} mv^2$$

(Kinetik enerji, kütle çarpı hızın karesinin yarısına eşittir: Belli bir kütleye sahip bir arabayı belli bir hızda duvara çarparsanız arabanın kütlesi ile hızın çarpımının karesini ikiye böldüğünüz zaman ortaya çıkan nicelik duvarı ve arabanızı parçalayacak ve sizi hastahaneye gönderecek olan kinetik enerjidir). Bu nedenle, parçacığımızın $v_{\max}$ ile $v_{\min}$ arasında bir hızla sahip olması, (kinetik) enerjisinin en çok

$$E = \frac{1}{2} mv_{\max}^2 \quad \text{olduğu anlamına gelir.}$$

Sonuç olarak, eğer bir parçacığı bir kutu içine hapseder ve enerjisini sınırlarsak parçacığımızın ancak sonlu bir sa-

yıda farklı durumları bulunabilir. Bu durumları seçerken belli bir ölçüde gelişigüzel davranılabilir ama teknik düzeydeki bazı hesaplar durumların kesinlikle tanımlanmış enerjilere sahip olacak biçimde seçilebileceğini de ortaya koymaktadır. Başka bir deyimle enerji *kuantize* edilmiştir: ancak belli değerler alabilir. Enerjinin *kuantizasyonu* kuantum mekaniğine özgü bir kavram olup klasik mekanik görüşlerine tümüyle ters düşer.

Bu kez bir doğru üzerindeki bir parçacık yerine üç boyutlu bir uzayda hareket eden başka bir parçacığı alalım ve bunu belli bir hacmi (V) bulunan bir kutuya koyalım. Şimdi belli bir E değerinden daha az enerjiye sahip durumların sayısını hesaplayabiliriz (Burada söz konusu üç boyut için üç ayrı Heisenberg belirsizlik yasası kullanmanız gerekecektir). Oldu olacak size bundan çıkarılabilecek formülü de vereyim:

$$\text{durumların sayısı} = \frac{1}{h^3} \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{2E}{m} \right)^{3/2} \cdot V$$

Aranızdaki deneyimli fizikçiler bunun evre uzayının h^3 birimleri ile ölçülen hacmi olduğunu hemen anlamışlardır. Burada evre uzayı altı boyutludur. Parçacığın x konumu ve mv (kütle x hız) vektörü de verilmiştir.

Fiziksel evrene h ya da π gibi bir kaç simgenin kullanılmasıyla bir takım önemli tanımların getirilebilmesi bir tür büyücülük gibi görülebilir. Bu nedenle bazı kişiler yukardaki gibi bir formüle tepki gösterirken diğer bazıları ise tam tersine bu anlatım biçimini hemen benimserler. Doğal olarak ikinci gruba giren fizikçiler gerçek profesyoneller olarak çağdaş büyücülük rolünü üstlenmekten pek de yakkınmazlar. Bense bu kitabın amacını aşmamak için profesyonelliği bir yana bırakıp yazarlığımı formüllere yer vermeksizin sürdürmek zorundayım.

Parçacığın durumlarını saymaya geri dönmeyi sizin de istediğinizi görüyorum. Şimdi de kutuya bir değil, bir çok parçacık koymak istiyorsunuz, değil mi? Sanırım özellikle de oksijen, nitrojen, helyum ya da başka bir gaza ait parça-

cıklar kullanmayı ve kullandığımız gazın bir litresini gözlemlemeyi düşünüyorsunuz. Normal ısı ve basınç koşullarında bu yaklaşık olarak 2.7×10^{22} ya da 270000000000000000000000 molekül eder (sayımız 23 basamaklıdır). Cep bilgisayarınız bu sayıyı $2.7E22$ olarak gösterebilir (popüler bilim yazarları buna yirmiyedi bin milyon kez milyon kez milyon demeyi severlerse de başka kimse bu hantal dili kullanmaz). Herneyse siz şimdi bir litrelik bir kap içindeki $2.7E22$ helyum molekülünden oluşan bir sistemde kaç farklı durum bulunduğunu bilmek istiyorsunuz. Bunun için bana bir litrelik helyumunuzun toplam enerjisinin ne olduğunu söylemeniz gerekiyor. Örneğin akla gelebilecek bir seçim helyum parçacıklarının oda ısısındaki hareketine karşılık gelen toplam enerji olabilir. Diğer bir deyişle, oda ısısındaki bir litre helyumun olası durumlarının sayısını bulmak istiyorsunuz (bunun yerine, “oda ısısındaki bir litre helyumun içerdiği enerjiden daha fazla olmayan toplam enerji ile” de denilebilir, ama aslında yanıt değişmez).

Yanıt şöyledir⁽²⁾:

durumların sayısı: $1E500000000000000000000000$

sanırım 5’i 22 sıfırın izlediği bu sayıyı $5E22$ olarak yazmak daha iyi olur. Ama yukarıdaki sayıda zaten bir E var, yoksa bir yanlışlık mı yaptık? Hayır, bunda bir yanlışlık yok: Durumların sayısında belli bir sayıda basamak var, bu da $5E22$ olduğu için sayımız $1E5E22$ biçiminde yazılabilir. Bu sayıyı yazmak zorunda olsaydınız çok geniş bir kağıda ihtiyacınız olurdu ve yazma işiniz bitmeden önce çoktan ölmüş olurdunuz.

$1E5E22$ gibi alışlagelmişin dışına çıkan sayılar da bazılarına itici gelebilirken diğer bazı kişiler bunları hiç de sevimsiz bulmaz. Mantıklı bir yaklaşımla aşağıdaki tanımlı yapabiliriz:

entropi = durumların sayısındaki basamakların sayısı (incelediğimiz olayda $5E22$).

Daha matematiksel bir tanımlama yaparsak, entropi durumların sayısının logaritmasıdır; Bu tanımda orantılılık ögesinin de bulunması isteniyorsa şöyle yazarız:

$$\text{entropi} = k \log (\text{durumların sayısı}).$$

Bunlar aslında önemsiz ayrıntılardır, siz istediğiniz tanımlı kullanabilirsiniz.

Yukarda anlattığım biçimiyle entropi, başka türlü anlaşılamayacak bir sayıyı anlamamızı sağlayan bir kavram olmaktadır, ama aslında entropinin kapsamı bundan çok daha geniştir: Entropi çok büyük önem taşıyan bir fizik ve matematik kavramıdır. Bunu şöyle açıklayabilirim: *Entropi bir sistemin gelişigüzellik payını ölçer.* Örneğin, 2 litre helyumun entropisi bir litre helyumun entropisinin iki katı, 10 litrenin entropisi de 10 katıdır (normal ısı ve basınç koşullarında). Ya da şöyle diyebiliriz: Bir sistemin entropisi sistemin büyüklüğü ile orantılıdır.

XVII. BÖLÜM

Entropi

Bilimsel düşünce üretmenin yolları çeşit çeşittir. Kimisi masa başında oturur ve sabit biçimde önündeki kağıda bakar. Kimisi hiç durmaksızın odayı arşınlar. Ben şahsen sırtüstü yatıp gözlerimi kapatmayı severim. Aslında o anda büyük bir beyinsel çaba harcamakta olan bir bilim adamını yemek üstüne küçük bir şekerleme yapıyor sanabilirsiniz. Bilim adamlığı zevkli olduğu kadar ağır bir iştir. Sürekli biçimde yeni teoriler kovalamayı, bazen bir teori tarafından esir alınmayı gerektirir. Ufukta ilginç bir olasılık belirdiği zaman buna kesinlik kazandırabilirsiniz, doğrularsınız, bazen saklar ama çoğu zaman da kaldırıp atarsınız. Cesaret gerektiren genel teoriler üretmek, daha sonra bunların ayrıntılarını çözümlemek ve tüm bu çabaların sonunda herşeyi berbat eden yanlışlarla karşılaşmak bilim adamlarının yazgısıdır. Bu durumda ya en baştan başlayıp değişik bir yöntem izlemeyi denersiniz ya da teorinizin büyük bir bölümünü devreden çıkarmak zorunda kalırsınız. Ve tüm bu işler günler, haftalar, aylar ve yıllar boyunca durmaksızın sürer. Diğer yandan bilim adamı sıfatını taşıyan herkesin bu denli çok çalışmadığı da bir gerçektir. Kimisi yıllar önce çalışmayı bırakmış, kimisi ise hiç başlamamıştır. Kurallara göre oynayanlar içinse oyun güç, yorucu ve acımasızdır. Diğer yandan böyle bir çalışmanın ürününün başkaları tarafından küçümseme ile karşılanması bazen trajik sonuçlara yol açabilir. Doğa'nın temel bir yasasının anlamını çözmüş olan öyle bir bilim adamı düşünün ki yıllar boyunca çağdaşlarının katı eleştirileri ve saldırılarına karşın inancını yitirmeden araştırmalarını sürdürmüş olsun ve sonuçta yaşlı, hasta ve mo-

ral çöküntüsüne uğramış bir insan olarak çalışmasının ürünlerinin alay konusu edildiğini görsün. Bu insan, 5 Eylül 1906'da 62 yaşındayken intihar eden Avusturyalı fizikçi Ludwig Boltzmann'dır.

Boltzmann ve Amerikalı fizikçi J. Willard Gibbs, istatistiksel mekanik olarak adlandırılan yeni bir bilimin yaratıcılarıdır. Bu iki bilim adamının çağdaş fiziğe katkıları görecelilik teorisi ya da kuantum mekaniğinin bulunması denli önem taşımakla birlikte bunlardan farklı bir niteliğe sahiptir. Göreceliliğin ve kuantum mekaniğinin kendilerinden önce varolan teorileri ortadan kaldırıp bunların yerini almış olmalarına karşılık istatistiksel mekanik sessiz bir devrimi gerçekleştirmiştir. Bilinen fiziksel modellerin üzerine yapılanmış olmakla birlikte yeni bağlantılar kurmuş ve yeni kavramlar yaratmıştır. Boltzmann ve Gibbs tarafından geliştirilen kavramsal mekanizma olağanüstü güçlüdür ve bugün başlangıçta hedef aldığı fiziksel sorunların çok ötesinde bulunan konularda da uygulanabilmektedir.

Boltzmann'ın istatistiksel mekanik konusunda yürütmüş olduğu araştırmaların çıkış noktası atom hipotezi, yani maddenin karmaşık biçimde hareket eden çok sayıda atom adı verilen küçücük toplardan oluştuğu yolundaki görüştü. Boltzmann'ın yaşadığı ondokuzuncu yüzyıl sonlarında bu görüş hala kanıtlanmamış durumdaydı ve bilim adamlarının büyük bir bölümü tarafından kabul edilmiyordu. Boltzmann'a yöneltilen saldırıların çoğu da bu bilim adamının atomların varlığına olan inancından kaynaklanmaktaydı. Boltzmann sadece atomların varlığına inanmakla kalmıyor, maddenin atomlardan oluştuğu görüşüne dayanan çarpıcı sonuçlara da varıyordu.

Hernekadar Boltzmann'ın yaşadığı dönemde sadece klasik mekaniğin varlığı söz konusuysa da bugün onun görüşlerinin bir bölümü kuantum mekaniği ile daha da açık biçimde anlatılabilmektedir. Aslında klasik mekanik ve kuantum mekaniği arasında yakın bir ilişki vardır zira her ikisi de aynı fiziksel gerçeği tanımlamaya yöneliktir. Örneğin kuantum mekaniğinde du-

rumların sayısı olarak tanımlanan kavram klasik mekanikteki *evre uzayının hacmi*'ne karşılık gelmektedir. Bu nedenle ben burada terminoloji üzerinde durmadan konunun kavramsal yönünü ele almak istiyorum.

Ondokuzuncu yüzyılda gelişen endüstri devrimi buhar makinesine ve ısıнын mekanik enerjiye dönüştürülmesine ilgiyi arttırmıştı. O zamanlar örneğin iki taşın birbirine sürülmesinde olduğu gibi mekanik enerjinin ısıya dönüştürülebildiği biliniyordu ama bunun tersinin de söz konusu olabileceği henüz anlaşılmamıştı. Isı bir enerji türü olmakla birlikte kullanımı oldukça kesin kurallara bağlıdır. Bazı işlemler kolaylıkla gerçekleşirken diğerleri için aynı şey söylenebilir. Örneğin, bir litre sıcak suyla bir litre soğuk suyu karıştırırsanız iki litre ılık su elde edersiniz ama bu suyu tekrar sıcak ve soğuk olarak ayırtıramazsınız. Sıcak ve soğuk suyun karıştırılarak ılık suya dönüştürülmesi geri dönüşsüz bir işlemdir.

Entropinin tanımlanmasıyla geri dönüşsüzlüğün anlaşılmasına doğru bir adım atılmıştır. Bir litre soğuk suyun belli bir entropisi olduğu gibi bir litre sıcak suyun da bundan farklı bir entropisi vardır. (Bu entropiler deneysel verilere dayanılarak hesaplanmaktadır ama biz burada bu hesabın nasıl yapıldığı ile ilgilenmeyeceğiz). İki litre soğuk suyun entropisi bir litreninkinin iki katıdır, aynı şey sıcak su için de geçerlidir.

Yanyana konulan bir litre soğuk su ile bir litre sıcak suyun entropilerinin toplamının belli bir değeri vardır. Diğer yandan bu ikisini karıştırdığınız zaman elde ettiğiniz iki litre ılık suyun entropisinin daha yüksek bir değeri olur. Soğuk ve sıcak suyu karıştırmakla evrenin entropisini geri dönüşsüz biçimde artırmış olursunuz. *Termodinamiğin ikinci yasası*⁽¹⁾ olarak adlandırılan kural şöyledir: Entropi ya değişmez ya da artar - artması geri dönüşsüz bir işlemdir.

Sanırım tüm bu bilgiler size oldukça gizemli ve biraz da yetersiz görünüyor. Entropi nedir? Neden artar ama eksilmez? İşte Boltzmann da bu soruları yanıtlamaya çalışmıştı.

Atom hipotezine göre bir litre soğuk suda bulunan moleküller çok çeşitli konfigürasyonlarda olabilir. Diğer bir deyişle moleküller sürekli hareket halinde olduklarından konfigürasyonları her an değişir. Kuantum diliyle söylersek çok sayıda parçacıktan oluşan bir sistemde çok sayıda farklı durum bulunabilir. Eğer mikroskopik ayrıntıları görebilseydiniz bu durumların birbirinden farklı olduğunu anlardınız ama çıplak gözle hepsi tıpatıp birbirine, daha doğrusu bir litre soğuk suya benzer.

Bu nedenle bir litre soğuk sudan söz ettiğimiz zaman aslında çok daha karmaşık bir şeyden söz etmekteyiz. Boltzmann'ın ortaya koyduğu gibi entropi bu karmaşıklığın ölçüsüdür. Teknik bir tanımlama yaparsak, bir litre soğuk suyun entropisi buna karşılık gelen "mikroskopik" durumların sayısındaki basamakların sayısıdır. Doğal olarak aynı tanımlama bir litre sıcak su ve birçok diğer sistem için de geçerlidir. Anımsayacağınız gibi, bundan önceki bölümde bir litre helyumun entropisini de bu biçimde tanımlamıştık. Diğer yandan sonuncusu fiziksel açıdan yapılmış bir tanımlama değildi. Boltzmann'ın başarısı doğal bir matematiksel kavram ile daha önce bilinmeyen bir fiziksel kavram arasında kurduğu bağlantıda yatmaktadır. Yukarda "rakamların sayısı" olarak belirttiğimiz kavrama daha teknik bir dille "logaritma" denmesi, bunun k ile gösterilen bir değişmezle çarpılması ve hatta belki sonuca diğer bir değişmezin de eklenmesi söz konusu olabilir ama burada bu tür teknik ayrıntılara girmeyeceğiz (bu arada k 'nın *Boltzmann sabiti* olarak tanındığını da eklemeliyim).

Şimdi bir litre soğuk su ile bir litre sıcak suyu birbirine karıştırmadan yanyana koyalım. Bir litre soğuk suyun durumlarının her biri ile bir litre sıcak suyun durumlarının her biri bize sistemin bir bütün olarak durumlarından birini verir. Dolayısıyla sistemin bir bütün olarak içerdiği durumların sayısı iki ayrı bölümünü oluşturan bir litre sıcak ve bir litre soğuk suyun durumlarının toplamıdır, entropisi de yine aynı biçimde iki ayrı entropinin toplamıdır.

Soğuk ve sıcak suyu karıştırırsak ne olur? Doğal olarak ılık su elde ederiz diyeceksiniz, ama bunun nasıl gerçekleştiği bilim adamlarının bugüne dek yanıtlayamadıkları bir sorudur dersem şaşırmaz mısınız? İki litre ılık suyun durumlarının sayısının bir litre soğuk su ve bir litre sıcak suyun durumlarının toplamından fazla olduğunu kesinlikle biliyoruz. Bu arada şunu da belirtiyim ki ılık suyun tüm durumları çıplak gözle bakıldığında birbirinin aynıdır-soğuk ve sıcak suların karıştırılmasından ortaya çıkan farklı durumları ayırt edebilmenin bir yolu yoktur. Dolayısıyla entropinin iki suyun birbirine karıştırılmasının bir sonucu olarak arttığını söyleyebiliriz.

Şimdi geri dönülmezlik kavramına bir bakalım. Çevremizdeki dünyanın kendisi geri dönülmezliklerle doludur, ama bunu nasıl kanıtlayabiliriz? Bilim şöyle der: eğer birşeyi nasıl kanıtlayacağınızı bilmiyorsanız aksini kanıtlamaya çalışın ve bu durumda ne olduğuna bakın. O halde önce geri dönülebilirliği ele alalım.

Klasik mekaniğin temel yasaları geri dönülmezlik kavramına yer vermez. Diyelim ki bir saniye boyunca parçacıklardan oluşan bir sistem içindeki hareketleri ve çarpışmaları izlediniz ve bundan sonra birdenbire tüm parçacıkların hızını ve yönünü tersine çevirdiniz. Bu durumda ters yönde gitmeye başlayan parçacıklar öncekinin tam tersi bir biçimde çarpışacaklar ve bir saniye sonra başlangıç durumu tekrar ortaya çıkacaktır (tabii hızlar ve yönler tersine dönmüş olarak, ama siz bunu bir kez daha tersine çevirebilirsiniz). Buna göre, entropinin arttığı gibi azalması da beklenemez mi? Boltzmann bir yanılgıya mı düşmüştü, yoksa biz bir şeyi mi atladık?

Burada yaptığımız, büyük bir sistem içindeki tüm parçacıkların hız ve yönlerini bir anda tersine çevirmek yoluyla zamanı "geri döndürmek"tir. Doğal olarak siz böyle bir şeyin uygulamada olanaksız olduğunu ileri sürebilirsiniz, ama *spin sistemleri* gibi bazı sistemlerde bu yapılabilmektedir. Entropinin sadece arttığı, hiçbir zaman azalmadığı gibi belli

başlı bir fizik yasasını (her an geçerliliği kaldırılabilir bir istisna dışında) tümüyle olanaksız olan bir işlemde yola çıkarak çürütmeye çalışmak da olacak iş değildir.

Diğer yandan yukarıda anlattığımız deneyde hemen göze çarpmayan ikinci bir olanaksızlık daha vardır ki bu da başlangıç durumuna hassas bağıllıkla ilgilidir. Bir sistemdeki atom ya da moleküllerin hareket ve çarpışmalarını klasik mekaniğin yasaları altında gözlersek sistemin evrenin tümü ile bağlantılı olmadığını düşünebiliriz. Bu doğru değildir. Bilinen evrenin en uzak bir köşesindeki bir elektronun çekim etkisinin bile önemi vardır ve hiç bir zaman göz ardı edilmemelidir. Moleküllerin hız ve yönlerini tersine çevirmekle zamanı geri döndüremeyiz. Bir saniyenin çok küçük bir bölümü kadar bir süre içinde evrenin uzak bir köşesindeki elektron olayların gidişini değiştirmiş olacak ve entropi azalmayı bırakıp yine artmaya başlayacaktır.

Aslında Boltzmann'ın yaşadığı dönemde geri dönülmezliğin anlaşılmasında başlangıç zamanına hassas bağıllığın oynadığı rol daha tam olarak anlaşılamamıştı. Geriye baktığımız zaman Boltzmann'ın görüşlerinin sonradan öğrendiğimiz gerçeklere uyduğunu görebiliyoruz ama o dönemde birçok şey henüz kesinlik kazanmamıştı. Boltzmann'ın kendisi haklı olduğunu biliyordu ama başkaları onun teorilerini tümüyle o dönemde çok tartışmalı olan "atom hipotezine" dayandığını ve kesin biçimde geri dönülebilirliği bulunan klasik mekanik yasalarından geri dönüşsüz bir zamansal evrim elde edebilmek üzere yine çok tartışmalı matematiksel yöntemler kullanmakta olduğunu görüyorlardı. Ve doğal olarak Boltzmann'a inanmıyorlardı.

XVIII. BÖLÜM

Geri Dönülmezlik

Fiziğin amacının fiziksel gerçeklere ilişkin doğru tanımlar vermek olduğunu ve “en son gerçek” - bu her neyse - üzerinde fazla durulmaması gerektiğini daha önce de belirtmiştim. Bu görüş size fazla alçakgönüllü görünebilir ve fizik “yapmanın” oldukça sıkıcı bir iş olduğu sonucuna varabilirsiniz. Bu konuda yanılıyorsunuz, zira fiziksel gerçekler sıkıcı olmaktan çok uzaktır. Ancak, fiziğin tümüyle soyut bir nesne olarak ve tanımlamaya çalıştığı evrenle arasında bağlantılar kurmaksızın ele alınması hem sıkıcı hem de yararsız olur.

Bu görüşe bir örnek olmak üzere Boltzmann’ın araştırmalarına değinmek istiyorum. Boltzmann işe entropi ve geri dönülmezliği konu alan *termodinamik* teorisi ile başlamıştı. Termodinamik bugün olduğu gibi o dönemde de deneysel araştırmalar için çok uygun bir bilimdi. Boltzmann’ın amacı istatistiksel mekaniği kullanarak termodinamiği atom çerçevesi içinde yorumlamaktı. Atomlar hiç bir zaman bulunmamış ve istatistiksel mekanik hiçbir zaman Boltzmann’ın zamanındakinden daha çok önem kazanmamış olsaydı bir fizikçi için görüşlerinin “doğru” olması fazla bir anlam taşımayacaktı. Ama Boltzmann’ın düşü sonunda gerçekleşmiştir zira bugün maddenin atomlardan oluştuğunu biliyoruz. Boltzmann’ın entropi formülünü deneysel yoldan doğrulayabiliyoruz ve istatistiksel mekanik de (Gibbs ve onu izleyen fizikçilerin çabaları sayesinde) bugün hak ettiği öneme kavuşmuş bulunuyor.

Ashında Boltzmann’ın atomlara ilişkin görüşleri en son gerçek olmaktan uzaktır. Atomlar sadece sürekli biçimde hareket halinde olan küçük toplar değildir, oldukça karma-

sık bir yapıya sahiptirler ve tam olarak tanımlanabilmeleri için kuantum mekaniğine gereksinim vardır. Boltzmann'ın görüşleri hem kendisi hem de bizim için çok yararlı olmuştur ama Doğa'yı eksiksiz biçimde anlamaya giden yolda bu görüşler tek bir adım olmaktan ileri gitmemektedir. Bu yolda sonuncu adım da atılacak mıdır? Fizikte sonuncu gerçek diye bir şey var mıdır? Bir gün bu soruların olumlu biçimde yanıtlanacağını ve maddeye ilişkin en son fizik teorisinin bulunduğunu (ve kanıtlandığını) görebileceğimizi umuyorum. Diğer yandan şunu da belirtmek gerekir ki Boltzmann'ın görüşlerinin önemi günün birinde en son fizik teorisinin bulunmasına bağlı değildir.

Boltzmann'ın öyküsünün romantik bir yanı yoktur. Yaşamına kendi eliyle son vermişti zira bir bakıma başarısızlığa uğramış bulunuyordu. Buna karşın bugün döneminin en büyük fizikçilerinden biri olarak kabul edilmektedir ve o zaman kendisine karşı çıkanların adı artık anılmazken Boltzmann fizik tarihine geçmiştir. Öyle görülüyor ki Boltzmann gerçeği zamanından önce bulmuştu. Gerçeği zamanından önce bulmak nasıl olur? Sanırım bu sorunun yanıtının bir bölümü "sezgi"den geçmektedir. Fiziğe ilişkin olarak genelde kabul olunanlardan farklı sezgilere sahip olur ve bunları inatla izlersiniz. Teorileriniz daha önce denenmiş ve aksi kanıtlanmış olabilir ama eğer sezgileriniz doğruysa ve şansınız varsa bu görüşler size Doğa'yı anlamaya giden yolu gösterecektir. Boltzmann'ın sezgileri kesinlikle mekaniksel-di. Ondan önce Descartes de buna benzer mekaniksel bir sezgi tarafından yönlendirilmiş ama bir yere varamamıştı. Buna karşılık başka tür bir sezgiden yola çıkan Newton modern fiziğin kurucusu olmuştu. Boltzmann'ın şansı mekaniksel sezgilerinin o dönemde termodinamiğin anlaşılması yönünden doğru olmasında yatıyordu. Bu tür sezgilere başka örnekler de verebiliriz: Galileo - Matematik Doğa'nın dilidir; Leibnitz - Dünyamız varolabilecek en iyi dünyadır; Einstein- Doğa yasaları estetik gereksinimleri karşılamalıdır. Bazen bilimsel bir konuda zamanından önce ileri sürü-

len bir görüş “tutar”, diğer bir görüş ise o gün için kabul görmese bile sizi ölümünüzden sonra üne kavuşturur.

Şimdi artık bu konuyu kapatıp geri dönülmezliğe ilişkin yarım kalmış tartışmamızı sürdürebiliriz. Bir litre helyum içindeki atomlar ya da bir litre suyun molekülleri gibi parçacıklardan oluşan karmaşık bir sistemin zaman içindeki evrimine tekrar bir göz atalım. Parçacıklarımızı tanımlamak için klasik mekaniği kullanalım ve bu parçacıkların yalıtılmış bir sistem olduğunu, yani sistem ile dış dünya arasında bir etkileşim bulunmadığını ve bu nedenle bir enerji alışverişinin söz konusu olmadığını varsayalım. Boltzmann’ın ileri sürdüğü görüşe göre böyle bir sistemde zaman içinde enerji yönünden olanaklı olan her türlü durum görülebilir. Diğer bir deyişle, doğru toplam enerjiye sahip olan parçacıkların konum ve hızları çok çeşitli durumlar gösterebilir ve eğer yeterince uzun bir süre beklersek bunları gözlemleyebiliriz. Daha kesin bir anlatımla, sistem tekrar tekrar enerji yönünden olanaklı olan durumların yakınına gelir, ki bu da daha önce değindiğimiz *sonsuz geri dönüş’e* bir örnektir. Boltzmann teorisinin bugün *ergodik hipotez* adıyla bilinen matematiksel formülasyonu kolay değildir ve Boltzmann’ın ölümünden çok sonra bulunmuştur. Buna karşılık teoremin fiziksel yanı kolaylıkla anlaşılabilir niteliktedir.

Bir kuantum fizikçisinin *durumların sayısı* olarak adlandırdığı kavrama klasik *fizikte evre uzayının hacmi* dendiğini daha önce belirtmiştim. Şimdi size anlatacaklarım için daha çok bu deyim geçerlidir. Bir litre helyum örneğinde evre uzayındaki bir nokta helyum atomlarının tüm konum ve hızlarını temsil etmektedir. Bu örnekte, sistem ile dış dünya arasında enerji alışverişi olmadığı için evre uzayının sadece belli bir toplam enerjiye sahip konfigürasyonlardan oluşan bölümü bize ilgilendirmektedir. Karmaşık sistemimizin zaman içindeki evriminin evre uzayındaki bir noktanın hareketi ile tanımlandığını kabul ediyoruz. Şimdi ergodik hipotezi açıklayabiliriz: *Sistemi temsil eden noktanın ev-*

re uzayındaki hareketi sırasında uzayın her bölümünde kalış süresi o bölümün hacmi ile orantılıdır¹⁾.

Ergodik hipotezi kabul edersek bir kap içindeki iki litre ılık suyun bir kat sıcak, bir kat soğuk su olarak ayrışmasının neden olanaksız olduğunu anlayabiliriz. Daha önce de görmüş olduğumuz gibi, iki litre ılık suyun entropisi bir litre sıcak ve bir litre soğuk suyun toplam entropisinden fazladır. Diyelim ki entropiler arasındaki fark yüzde bir oranında olsun. Bu demektir ki önce bir litre sıcak ve bir litre soğuk suyun durumlarını, sonra da iki litre ılık suyun durumlarını sayarsak iki büyük sayı elde ederiz ve bu iki sayının basamaklarının sayıları arasındaki farkın yüzde bir oranında olduğunu buluruz. Dolayısıyla durumların sayıları (ya da evre uzayının hacimleri) arasında büyük bir farklılık olduğu ortaya çıkar. İki litre ılık suyun evre uzayındaki hacmi bir litre sıcak ve bir litre soğuk suyunkinden çok daha fazladır. Şimdi de sistemimizi temsil eden noktanın evre uzayındaki hareketine bakalım. Ergodik hipoteze göre nokta zamanının çoğunu iki litre ılık suya karşılık gelen bölümde geçirecek, bir kat sıcak ve bir kat soğuk suya karşılık gelen bölümde ise çok kısa bir süre ile bulunacaktır. Bunun anlamı, ılık suyun sıcak ve soğuk su olarak ayrıştığını görmenin olanaksız olduğudur.

Şimdi de bunu biraz daha açık biçimde anlatmak istiyorum. Bir litre sıcak suyu bir litre soğuk suyun üstüne dikkatle ve yavaş yavaş döküyoruz. Bu yolla sistemin evre uzayının küçük ve özel bir bölümünde bulunmasını sağlamış oluyoruz. Bir süre sonra sıcaklığın dağılımı nedeniyle tümü aynı ısıda olan iki litre ılık suyumuz olacaktır. Eğer yeterince uzun bir süre beklersek sonsuz geri dönüş sistemimizi tekrar bir kat sıcak ve bir kat soğuk suya dönüştürecektir. Acaba “yeterince uzun bir süre” ne denli uzundur? Bunu hesaplamak için kullanılacak yöntem Bölüm XVI’da incelediğimiz “durumların sayılması” ile bağlantılı olup sorumuzun yanıtı, yeterince uzun bir sürenin fazla uzun olduğudur. İnsanın ortalama yaşam süresi buna yetmeyeceği için sistemi-

mizin bir kez daha bir kat sıcak ve bir kat soğuk su olarak başlangıç durumuna döndüğünü görebilmemiz olanaksızdır. Böylelikle sıcak ve soğuk suyun karışarak ılık suya dönüşmesinin geri dönölmez bir işlem olduğu ortaya çıkmış bulunmaktadır (Bu işlemde başlangıç durumuna hassas bağılılığın rolü kitabın notlar bölümünde anlatılmıştır)⁽²⁾.

Boltzmann'ı izleyerek geri dönölmezlik konusuna getirdiğimiz bu olasılıkçı açıklama aynı anda hem basit hem de oldukça karmaşıktır. Temel fizik yasalarının geri dönölmezliği diye bir şey yoktur, ama incelediğimiz sistemin başlangıç durumunun bir özelliği bulunmaktadır: bu başlangıç durumu *hemen hemen olanaksızdır* - yani, evre uzayında çok küçük bir hacme (ya da entropiye) karşılık gelmektedir. Zaman içindeki evrim daha sonra daha büyük bir hacmi (ya da entropisi) bulunan bir bölüm oluşturacaktır ki bu da sistemin olası bir durumuna karşılık gelmektedir. İlke olarak sistem çok uzun bir süreden sonra olanaksız başlangıç durumuna geri dönecektir ama yukarda da belirttiğim gibi biz bunu göremeyeceğiz. Siz bir fizikçi olarak sisteminizdeki parçacıkların sayısının sonsuza dek gittiği ve sonsuz geri dönüşün de sonsuzluğa uzandığı bir idealizasyon yapmak isteyebilirsiniz. Böylelikle de gerçek geri dönölmezliği elde etmiş olursunuz.

Günümüzde geri dönölmezlik konusunda genellikle kabul edilmiş olan yoruma daha önce değinmiştim. İlya Prigogine⁽³⁾ gibi bazı fizikçiler buna karşı çıkmaktaysa da bu tutum fiziksel kanıtlardan çok birtakım düşünsel önyargılardan kaynaklanmaktadır. Düşünsel önyargının kötü bir şey olduğunu söylemek istemiyorum - fizikte buluşlar yapılmasında bu tür önyargıların da çok önemli payı vardır - ama bu görüş ayrılığının zaman içinde matematik teorileri ile fizik deneylerinin dikkatli bir biçimde karşılaştırılması ile bir çözüme ulaştırılması gereklidir.

Temel fizik yasalarının geri dönülebilirliği ilk bakışta iyi bir kavram gibi görünüyor⁽⁴⁾. Ama ya ergodik hipotez ne olacak? Bunun için matematiksel bir kanıt gereklidir ve henüz

basit modeller için bile böyle birşey ortaya atılmamıştır. Öte yandan bu konu fizikçileri pek ilgilendirmemektedir. Geri dönülmezliğe ilişkin bilginizin çok önemli bazı matematiksel ve fiziksel yanları henüz kesinlik kazanmamıştır. Bu bağlamda belki de ergodik hipotezin zayıflatılması gerekecektir. Spin camları gibi bazı sistemlere değişik bir açıdan bakılması da zorunlu olabilir. Bununla birlikte temelde olup bitenleri oldukça iyi anladığımıza inanıyoruz.

Özgüvenimiz bir gün sarsılabilir ama şu an için *denge istatistiksel mekaniği* konusundaki bilgilerimiz bunu destekler niteliktedir. Fiziğin bu dalı soğuk ve sıcak suyun karıştırılması ile değil, karşılaştırılması ile (ayrıca buz ve su buharı ile) ilgilenmektedir. Denge istatistiksel mekaniğinin teorileri ile deneyleri arasında çok kesin bir uyum vardır. Bu alan ne yaptığımızı çok iyi bildiğimiz bir alandır. Oldukça teknik ve kavramsal açıdan çok zengin olan denge istatistiksel mekaniğinin güçlü teorileri matematikte ve fiziğin diğer alanlarında da başarı ile uygulanmaktadır. Kanımca denge istatistiksel mekaniği bilimin doruğunda yer alan bir konudur. Bu nedenle size bu mekaniği ana hatlarıyla tanıtmak istiyorum.

XIX. BÖLÜM

Denge İstatistiksel Mekaniği

Bir müzedesiniz ve yirminci yüzyıl başı Fransız ressamları bölümünü geziyorsunuz. Burada görkemli bir Renoir, şurada kuğu boyunlu kadınlarıyla bir Modigliani, şu tarafta da van Gogh'un çiçekleri ve Cezanné'nin meyveleri var. Biraz ilerde bir Picasso görür gibi oluyorsunuz, yoksa Braque mi? Bu tabloları daha önce görmemiştiniz ama çoğunun hangi sanatçının eseri olduğunu anlayabiliyorsunuz. Van Gogh yaşamının son yıllarında hepsi birbirinden güzel eserler vermişti ve siz bunları örneğin Gauguin'in resimlerinden kolaylıkla ayırd edebiliyorsunuz. Bu ayırımı nasıl yapabildiğinizi biliyor musunuz? Evet, renkler aynı değil, boyanın tuvale uygulanışı farklı, konular değişik - ama başka bir şey daha var, değil mi? Anlatması daha güç olan ama baktığınız zaman hemen görebildiniz bu özellik resimdeki şekillerin yapısı ve renkler arasındaki denge ile ilgilidir.

Bunun gibi, radyoyu açtığınız zaman duyduğunuzun klasik müzik mi yoksa Beatles mi olduğunu da hemen anlarsınız. Ve eğer klasik müzikle ilgileniyorsanız Bach'ı, Beethoven'ı ve Bartok'u da birbirinden ayırdedebilirsiniz. Dinlediğiniz parçayı daha önce duymamış olabilirsiniz ama seslerin biraraya getirilişindeki kendine özgü bir şey bu tanımla yapabilmeyi sağlar. Bu "kendine özgü şeyin" istatistiksel araştırmalar yoluyla tanımlanması olasıdır⁽¹⁾. Özellikle birbirini izleyen notalar arasındaki boşluk ya da aralıklar bu tanımla önem taşır. Küçük aralıklar genelde yaygın biçimde kullanılır ama eski müzikte bunlar çok daha fazla görülür. Çağdaş müzikte ise bu aralıkların her türü daha gelişigüzel bir biçimde kullanılır. Belli bir müzik parçasında bu aralıkların

ne sıklıkta bulunduğunun saptanması bestecinin tanımlanmasına yardım eder. Doğal olarak bu tanı parçanın ilk bir - iki dakikalık bölümünün dinlenmesi ile de daha çabuk ve daha doğru biçimde yapılabilir ama sonuçta yöntem aynıdır: Kulağımızla beynimiz arasındaki iletişim, "bu Brahms'ın (ya da Debussy'nin, ya da Monteverdi'nin) müziği" diyebilmemizi sağlayan istatistiksel verileri anında kapabilen kusursuz bir sistemdir.

Özetle şunu söylemeye çalışıyorum: Bir ressamı ya da besteciye istatistiksel verilere dayanarak ayırdederiz. Peki, olasılıklardan yola çıkılarak yapılan böyle bir tanımın doğruluğundan emin olabilir miyiz? Evet, *hemen hemen* emin olabiliriz - tıpkı sokakta gördüğümüz bir insanın cinsiyetinden hemen hemen emin olabildiğimiz gibi. İstatistiksel veriler erkeklerin kadınlardan genellikle daha uzun boylu, daha kısa saçlı, daha büyük ayaklı, vs. olduğunu söyler ve biz de tanımızı bu gibi verilere dayanarak yaparız. Tek bir özellik çok güvenilir değildir ama beynimiz bir saniyeden kısa bir süre içinde tüm özellikleri bir arada (ve genelde kuşkuyla yer bırakmayan bir biçimde) değerlendirip bir sonuca varabilir.

Burada akla şu sorular gelmektedir: Nasıl oluyor da belli bir sanatçının tüm yapıtlarında onu karakterize eden birtakım değişmez özellikler bulunuyor? Ya da, neden el yazımızda onu başkalarının taklit etmesini ve bizim de gizlememizi güçleştiren bir kendine özgülük vardır? Bu soruları tam olarak yanıtlayamıyoruz zira insan beyninin nasıl çalıştığını tam olarak bilmiyoruz. Ama buna çok benzeyen başka bir şeyi - denge istatistiksel mekaniğinin bir bakıma temelini oluşturan bir gerçeği kesin biçimde anlayabiliyoruz.

Bu gerçek şöyledir: Karmaşık bir sisteme basit bir genel koşul getirilirse bu koşulun gerektirdiği konfigürasyonlar çoğu zaman kendilerine özgü ve karakteristik nitelikte bir grup olasılıkçı özellik gösterir. Bu tümceyi bir kez daha okuyun - biraz yoruma açık ve metafiziksel bir anlatım içerdiğini göreceksiniz. Bu yoldan müziğe ya da resim sanatına da uygulanabilir olması amaçlanmıştır. Bu açıdan bakılırsa sa-

natçının katkısı “basit genel koşul”a karşılık gelmekte, “bir grup olasılıkçı özellik” ise sanatçının tanımlanmasını sağlayan özellikler olmaktadır. Şimdi de denge istatistiksel mekaniğini ele alalım. Burada karmaşık sistem tipik bir örneklerle bir kutu içinde (ya da bir litre helyumda) bulunan çok sayıdaki parçacıktır. Basit genel koşul ise sistemin toplam enerjisinin en fazla belli bir E değerine sahip olmasıdır. Sistemin *makroskopik* durumunu böylece sınırlamış oluyoruz ki bu da hesapça sistemin olasılıkçı yapısını *mikroskopik* düzeyde belirleyecektir.

Size yine bir denklem veriyorum. Burada parçacıklardan oluşan bir sistemin enerjisinin parçacıkların hızı (v_i) ve konumları (x_i) açısından tanımlanması söz konusudur.

$$\text{enerji} = \sum_i \frac{1}{2} m v_i^2 + \sum_{i < j} V(x_j - x_i)$$

Daha önce de görmüş olduğumuz gibi $\frac{1}{2} m v_i^2$ i 'inci parçacığın kinetik enerjisidir. $V(x_j - x_i)$ ise i 'inci ve j 'inci parçacıkların etkileşiminden doğan potansiyel enerjidir. Potansiyel enerjinin sadece iki parçacık arasındaki uzaklığa bağlı olduğunu ve bu uzaklığın artışı oranında sıfıra yaklaştığını kabul ediyoruz. Bu durumda basit genel koşul

$$\text{enerji} \leq E \text{ olmaktadır.}$$

Konumlar ve hızların oluşturacağı bir konfigürasyon bu koşulun gereksinimlerini yerine getirdiği takdirde *çoğunlukla* kendine özgü olacak ve potansiyel V ya da E 'nin diğer durumlarına karşılık gelen konfigürasyonlardan ayırd edilebilecektir. İnanılmaz, değil mi? Doğrusunu isterseniz bu tanımlamanın yapılması epeyce zaman almış ve sonuçta Gibbs ile onu izleyenler tarafından gerçekleştirilebilmiştir. Analizin oldukça karışık ve teknik düzeyde olan ayrıntılarını burada ele almayacağız. Diğer yandan analizin odak noktasını oluşturan anlaşılabilir ve oldukça güzel bir görüşü size tanıtmak istiyorum. Yalnız bundan önce aklınızın takılması olabileceğini düşündüğüm bir noktayı açıklayayım.

$$\text{enerji} \leq E' \text{'yi}$$

sağlayan bir konfigürasyon E' 'nin daha büyük olduğu

$$\text{enerji} \leq E'$$

için de aynı işi yapar. Dolayısıyla E ile ilgili konfigürasyonlar E' ile ilgili olanlardan ayırd edilemez. Bu da biraz evvel söylediklerimle bir çelişki oluşturuyor değil mi? Ama burada beni daha önce italikle yazılmış olarak verdiğim “çoğunlukla” sözcüğü kurtarıyor. Enerji $\leq E'$ konfigürasyonları enerji $\leq E'$ konfigürasyonlarından çok daha fazladır. Dolayısıyla bir enerji $\leq E'$ konfigürasyonunda çoğunlukla enerji $\leq E$ bulunmayacağından bunun düşük enerjili konfigürasyonlarla karıştırılması olanaksızdır. Daha teknik bir anlatımla, E' için geçerli olan entropi E' 'nin entropisinden daha büyük olduğundan buna karşılık gelen evre uzayı hacmi (ya da durum sayısı) da çok daha büyüktür.

Aslında bir bakıma yukarda değindiğim “odak noktasını oluşturan görüş” de böylece açıklanmış olmaktadır. Bunu bir kez de çok basit ve açık bir örnekle anlatmak istiyorum. Potansiyel enerjinin sıfır olduğunu kabul edersek, enerjiye ilişkin genel koşul şöyle olur:

$$\sum_{i=1}^N v_i^2 \leq \frac{2E}{m}$$

Bunu olabildiğince basitleştirmek için, N parçacıklarımızın tek boyutlu bir kutuda bulunduğunu ve bu nedenle v_i 'lerin vektörler yerine sayılar olduğunu varsayarak $2E/m = R^2$ yazıyoruz. Bu durumda

$$\sum_{i=1}^N v_i^2 \leq R^2$$

N boyutlarına ve v_i parçalarına sahip vektörün uzunluğu $\leq R$ olur (burada Pisagor teoremini kullandım). Diğer bir deyişle, izin verilen hızların konfigürasyonları N boyutlarında R yarıçapına sahip bir küre içindeki noktalar. $\frac{1}{2} R$ yarıçaplı bir küre içindeki konfigürasyonların kesiri ise iki kürenin hacimleri arasındaki orandır: $N = 1$ ise bu oran $\frac{1}{2}$, $N = 2$ ise $\frac{1}{4}$, $N = 3$ ise $\frac{1}{8}$..., $N = 10$ ise $\frac{1}{1024}$ ve $N = 20$ için ise milyonda birden az vs. Eğer çok sayıda parçacığımız varsa (yani N bü-

yükse) hemen hemen tüm konfigürasyonlar yarıçapı $\frac{1}{2} R$ olan kürenin (ve aynı biçimde yarıçapı $\frac{9}{10} R$ ya da $\frac{99}{100} R$ olan kürelerin de) dışında olacaktırlar.

Yukarıdaki varsayımdan şu sonuç çıkmaktadır: N boyutlarında R yarıçaplı bir küreyi ele alırsak (N büyük olsun), bu kürenin içindeki noktaların çoğu yüzeye çok yakın olacaktır (Bu kuralın dışına çıkan durumlar olabilir - kürenin merkezi yüzeye yakın değildir). Örneğimizde basit bir global koşul (yani bir noktanın bir kürenin içinde olması) genellikle çok daha özel bir koşulu (noktanın kürenin yüzeyine çok yakın olması) göstermektedir. Bu oldukça genel bir durumdur - her zaman yerine *çoğu zaman* demeyi unutmadığımız sürece. Ayrıca N 'nin büyük olduğunu varsayıyoruz: geometriye (ve çok sayıda parçacık içeren karmaşık bir sisteme) çok boyutlu bakılır.

Bilim adamlarının çalışmalarının büyük bir bölümü, yukarıda karmaşık sistemlere ilişkin olarak değindiğimiz metafiziksel görüş gibi genel bir teoriyi izleyerek bunun nereye kadar götürülebildiğini ve nerede çökmeye başladığı ya da kullanılmaz hale geldiğini saptamaktan oluşur. Uygulamada bu çok zaman alan ağır bir iştir. Bu ağır işin ⁽²⁾ tam olarak ne olduğunu size anlatmam olanaksızdır ama bunun böyle olduğunu ve teknik ayrıntılara girmeyen bu tartışmanın kaynağında yatanın da aslında bu olduğunu unutmamanızı istiyorum. Böyle bir tartışmayı metafiziksel ve yazımsal bir düzeyde tutmak bir arabayı gözleriniz bağlı olarak sürmeye benzer - sonuç felakettir. Bu uyarı ile vicdanımı rahatlattıktan sonra denge istatistiksel mekaniği konusuna tekrar dönebilirim. Bundan sonrası biraz teknik düzeydedir - ister ağır ağır ve dikkatli bir biçimde okuyup anlamaya çalışın, ister olabildiğince çabuk bir biçimde bundan sonraki bölüme geçin.

Daha önce belirttiğimiz gibi, enerji (E) arttıkça (örneğin ΔE katı), entropi (S) de artar (ΔS katı). $\Delta E / \Delta S$ orantısı (enerjinin entropi bakımından türevi) önemli bir kavramdır. Buna da T diyelim.

Elimizde I ve II olarak gösterilen iki bölümden (birbiri ile dengeli iki madde parçasından) oluşan bir sistem bulunduğunu varsayalım. Bu sisteme enerji $\leq E$ koşulunu getiriyoruz. Bildiğimiz gibi bu durumda enerji çoğu zaman E 'ye hemen hemen eşit olmaktadır ama bunun yanı sıra başka sonuçlar da söz konusudur: Altsistem I'in enerjisi yaklaşık olarak E_1 'e, altsistem II'ninki de yine yaklaşık olarak E_{II} 'ye karşılık gelir. Sistemin E_1 ve E_{II} enerjilerini seçmek için yaptığı şey sadece altsistem I'in E_1 enerjisinde ve altsistem II'nin E_{II} enerjisindeki entropilerinin toplamını ($E_1 + E_{II} = E$ olması koşuluyla) maksimuma çıkarmaya çalışmaktır. Biraz düşünürseniz bunu daha iyi anlayacaksınız: Sistem, enerjisinin değişmemesi koşuluyla evre uzayında olabildiğince büyük bir hacim işgal edecektir. Entropilerin toplamının maksimum olması koşulu, altsistem I'in T 'sinin altsistem II'nin T 'sine eşit olması biçiminde de anlatılabilir³¹, şöyle ki, $T_I = T_{II}$. Böylece sıcaklık kavramı da doğal bir biçimde devreye girmektedir: Uygun bir değişmez kullanarak T 'nin mutlak sıcaklığı tanımlaması sağlanabilir, şöyle ki:

$$\text{mutlak sıcaklık} = \frac{1}{k} \frac{\Delta E}{\Delta S}$$

Burada k daha önce tanışmış olduğunuz Boltzmann sabitidir. Sıcaklıkları aynıysa iki sistemin birbiriyle dengeli olduklarını söyleriz.

Yukarda daha küçük ya da daha büyük toplam enerjiyi göstermek için soğuk ve sıcak su örneklerini kullanmış olmamıza karşılık bu ana kadar sıcaklık kavramına değinmemiştik. İşe deneysel yoldan sağlanmış kanıtlarla başlamak yerine çok boyutta genel geometrik kavramlardan yola çıktık ve sonunda sıcaklık olması gereken bir niceliğe vardık. İstatistiksel mekaniğin kurucuları atomlardan oluşan bir dünyanın neye benzediğini görmek üzere yola çıkarlarken işe sıfırdan başlamışlardı. Kendi kurguladıkları bu dünyanın gerçek dünyaya benzediğini gördükleri zaman ne denli heyecan ve gurur duyduklarını düşünebiliyor musunuz?

XX. BÖLÜM

Kaynar Su ve Cehennemin Kapıları

Rusça bilmiyorsanız bu dilde yazılmış herşey size aynı görünür. Bunun gibi, fizik eğitimi almadıysanız teorik fiziğin çeşitli alanlarını birbirinden ayırd etmekte zorlanırsınız: Bunlarla ilgili olarak okuduğunuz herşey aralarına birtakım yunanca sözcükler serpiştirilmiş, formüller ve simgelerle dolu, anlaşılması güç ve sonuçta hepsi birbirine benzeyen metinlerdir. Halbuki fiziğin her alanının aslında kendine özgü bir tadı, diğerlerine hiç benzemeyen bir havası vardır. Örneğin, bizim için artık bilinmeyen bir yanı kalmamış olmasına karşın özel görelilik “keyifli” bir konudur. Buna karşılık istatistiksel mekanik hâlâ gizemli bir alandır ve fizikçiler bu alanda bilinmesi gerekenin çok azını bildiklerinin farkındadırlar. İstatistiksel mekanikte bilinmeyenler nedir? Bu bölümde bunların bazılarını tanımlamaya çalışacağım.

Tam anlamıyla açıklayamadığımız doğal bir olgu suyun kaynamasıdır. Suyun buza dönüşmesi de aynı biçimde gizemini koruyan bir olgudur. Bir litre suyu soğutmaya başladığımız zaman bunun yavaş yavaş katılaşacağını ve ısının yeterince düşmesiyle de buza dönüşeceğini düşünürüz, değil mi? Ama suyun *yavaş yavaş* buza dönüştüğü doğru değildir⁽¹⁾. Suyu soğutmayı sürdürürken belli bir derecede suyun *birdenbire* buza dönüştüğünü görürüz. Bunun gibi, suyu ısıtırsak da belli bir ısıda *birdenbire* kaynayacaktır, yani suyun sıvı durumundan buhara dönüşmesi aşamalı biçimde gerçekleşen bir olgu değildir. Suyun donması ve kaynaması *maddenin durum değiştirmesi* konusunda hepimizin bildiği iki örnektir. Bu olguları bu denli yakından tanıdığımız içindir ki aslında gerçek nedenlerini bilmediğimizi gözden kaçır-

rırız. Sanırım bu noktada şöyle denebilir: fizikçiler suyun yeterince ısıtıldığı zaman kaynadığını, yeterince soğutulduğu zaman da donduğunu bilmekle yetinmeyen kişilerdir. Bakalım istatistiksel mekanik bu konuda ne diyor?

Bundan önceki bölümde belirttiğimiz gibi, bir sisteme genel bir koşulun getirilmesi (su örneğimizde ısının düşürülmesi ya da yükseltilmesi gibi) sisteme ilişkin birçok şeyi kendine özgü kılar - çoğu zaman. 20 °C'da tutulan helyum atomlarının konfigürasyonunu gösteren bir fotoğraf görebilseydiniz bunu başka bir sıcaklıktaki helyumun ya da 20 °C'daki başka bir maddenin atomlarının konfigürasyonunu gösteren diğer bir fotoğraftan kesinlikle ayırdedebilirdiniz - tıpkı bir van Gogh ile bir Gauguin'i ayırdedebildiğiniz gibi. "Olasılıklı özellikler grubu" sıcaklık ile birlikte değişir ve bu değişim genelde yavaş bir biçimde gerçekleşir (bir ressamın stiline yıllar geçtikçe değişmesi gibi). Derken birdenbire beklenmeyen bir şey olur: Belli bir dereceye ulaşıldığı zaman bu yavaş değişim yerini ani bir değişikliğe bırakır - helyum gazı sıvı helyuma dönüşür, su buz ya da buhar olur.

Molekülleri gösteren bir fotoğrafta buzı sudan ayırdedebilir miyiz? Evet, zira buz kristallerden oluşmaktadır (karnelerinin büyütülmüş resimlerini düşünün) ve her kristalin eksenleri fotoğrafta belli yönlerde doğru sıralanmış moleküller olarak görünür. Buna karşılık su molekülleri dağınık durumdadırlar.

Teorik fizikçiler için bir sorumuz var: Suyun sıcaklığının azaltılıp çoğaltılmasıyla buz ya da su buharı elde edildiğini, yani maddenin durum değiştirmesinin sağlandığını teorik yönden kanıtlayabilir misiniz? Çok güç, değil mi? Gerçekten de böyle bir kanıt henüz ortada yoktur. Düşük bir derecede kristalleşmesi gerektiği matematiksel yönden kanıtlanmış tek bir tür atom ya da molekülün varlığını bilmiyoruz. Bu gibi sorunların çözülmesi çok güçtür.

Fizikçiyse çözemeyeceğiniz denli güç bir sorunla karşılaşmak sizin için olağandır. Doğal olarak her şeyin bir yolu vardır ama bu yollar hep gerçekleri biraz değiştirmekten ge-

çer. Ya çözümleyemediğinize çok benzeyen ama daha kolay olan bir matematiksel sorundan yola çıkar, ya da fiziksel gerçeklerden özveride bulunursunuz. Bunu yapamıyorsanız fiziksel gerçeklere bağlı kalır ama (genellikle matematik ya da mantık kurallarını çiğnemek pahasına) bunları amacınıza uygun biçime getirirsiniz. Maddenin durum değiştirmesinin anlaşılması yolunda her iki yaklaşım da denenmiş ve olumlu sonuçlar vermiştir. Bir yöntem, sistemlerin atomların özgürce dolaşmak yerine ancak belli yerlerde bulunabilecekleri biçimde “örgü üstünde” incelenmesi olup bu yolla belli durum değiştirmelere ilişkin güçlü matematiksel kanıtlar elde edilebilmiştir⁽²⁾. Diğer bir yöntem de, Wilson’un ölçekleme teorisinde olduğu gibi gerçeğin amaca uydurulmasında yeni yaklaşımların denenmesidir, ki bu da olumlu sonuçlar verebilen bir yöntemdir⁽³⁾. Bütün bunlara karşın durum yine de tatmin edici olmaktan uzaktır. Maddenin durum değiştirmesinin nedenlerine ilişkin geniş kapsamlı kavramsal bir açıklamaya gereksinim duymaktayız ve böyle bir açıklama henüz yapılmış değildir.

İstatistiksel mekaniğin içerdiği görüşlerin ne denli güçlü olduğunu göstermek için şimdi suyun donması ya da buharlaşmasından tümüyle farklı bir konuya - kara deliklere - geçmek istiyorum.

Havaya bir el ateş ederseniz mermi bir süre sonra yere düşecektir, zira hızı yerçekimine karşı koyacak denli büyük değildir. Diğer yandan *kaçış hızı* dediğimiz bu hızdan çok daha büyük bir hıza sahip bir mermi - havayla sürtünmeden doğan yavaşlama gibi ufak ayrıntıları gözardı edersek - bir daha hiç yeryüzüne dönmeyebilir. Bazı gök cisimlerinin kaçış hızı dünyanınkinden daha az, bazılarının daha çoktur. Kaçış hızı ışık hızından daha büyük olan ufak bir gök cisminin üzerinde olduğumuzu varsayarsak yukarıya göndermek istediğimiz herşey - ışık dahil - aşağıya düşecektir. Bu durumda dünyaya bir yardım mesajı ulaştırmamız olanaksızdır - kapana kısılmış bulunmaktayız. Üzerinde olduğumuzu varsaydığımız türden gökcisimlerine *kara delik* adı verilmiştir.

tir. Dante'nin ölümsüz yapıtında cehennemin kapıları üzerinde yazılı olan *lasciate ogni speranza, voi ch'entrate* (bura-ya kim girerse umudu geride bıraksın) uyarısı kanımca bir yolu bulunup kara deliklere de konmalıdır.

Doğrusunu söylemek gerekirse kara deliklere ilişkin tanım-
lamam biraz amatörce oldu. Aslında "ışık hızından daha büyük bir hız" denince bir fizikçinin beyinde kırmızı ışıklar yanıp sönmeye ve sirenler çalışmaya başlar. Yerçekimi ile ışık hızını bir arada tartışacaksa Einstein'ın *genel görelilik* teori-
sine başvurmamız gerekir. Einstein'a göre kara delikler ger-
çekten vardır ve dönmektedirler. Bunlar çok büyük sayıda
madde parçasının uzayın küçük bir bölgesinde toplanmasın-
dan oluşur ve yakınlarına gelen herşeyi içlerine çekerler. Ast-
rofizikçiler kara deliklerin varlığına ilişkin somut bir kanıt
veremiyorlarsa da onları gördüklerini söylemektedirler. Özel-
likle galaksilerin merkezinde yer alan çok güçlü radyasyon
kaynakları ve bunun yanı sıra "kuasar" adıyla da bilinen yıl-
dızsı gök cisimlerinin çok büyük boyutlardaki kara deliklerle
ilgili oldukları sanılmaktadır. Radyasyonun kaynağı herhangi
bir şey yaymaları prensipte olanaksız olan kara deliklerin
kendileri değil, bunların çevresindeki bölgelerdir. Astrofizik-
çilere bakılırsa bu bölgeler son derece tehlikeli ve cehennemin
kapıları denli uğursuz yerlerdir. Sanırım cehennemi bir fizik-
çi yönetseydi diğerlerinden çok daha büyük bir kara deliğimiz
daha olurdu. $1E9$ (bir milyar) güneş kütlelerinin çöküntüye
uğrayarak dönen bir kara delik oluşturduğunu varsayalım.
Bu deliği çevreleyen bölgede bulunan tüm cisimlerin bir-
birine yapışmasıyla ortaya çıkan *yığılma diski* dediğimiz
madde bir anafora kapılmış gibi dönerek deliğin merkezine
doğru çekilmektedir. İletken bir plazma oluşturan bu sıcak
ve iyonlaşmış madde genellikle manyetik bir alanı da ken-
disiyle birlikte taşır. Kendi içine doğru çökmekte olan yığıl-
ma diski, manyetik ve elektriksel alanlar, elektrik akımları
ve buna benzer diğer şeylerin dinamiğini hesaplamayı
denersek sonuçların gerçekten akıl almaz olduğunu
görürüz. Kara deliğin çevresinde $1E20$ 'ye (1 ve 20 tane sıfır!)

varan voltaj düşmeleri olmakta, bu nedenle hızlanan elektronlar fotonlara (ışık parçacıklarına) çarpmakta, bu fotonlar başka fotonlarla çarpışmakta ve elektron - pozitron çiftlerinden oluşan bir cehennem ortaya çıkmaktadır. En azından kara deliğin çevresinde olup bitenlere ilişkin bir teori böyle diyor. Ayrıntılarla ilgili olarak bazı görüş ayrılıkları bulunsa da temelde güneş sistemimize yakın boyutlarda olan ve çok büyük bir enerji yayan bir bölgenin varlığı konusunda tüm teoriler birleşmektedir. Einstein'ın ünlü $E = mc^2$ formülü ile açıkladığı gibi enerji ve kütlenin birbirine eşit olduğunu anımsarsak böyle bir enerji üretimi yılda yaklaşık 10 güneş kütlesi demektir ki neresinden bakarsanız bakın bu korkunç büyüklükte birşeydir.

Teorik fizikçiler bununla da yetinmeyip daha fazlasını bilmek isterler: Bir kara delik kendi içine doğru çökmekte olan bir yığılma diskinin ortasında değil de tam bir vakum içinde tek başına bulunsaydı ne olurdu? Bu denli katışıksız bir kara delik neye benzerdi? Radyasyon yayar mıydı? Genel göreceliğin klasik görüşlerine göre böyle bir kara deliğin çekim etkisi olacağından uzak cisimleri kendisine çekerdi ve eğer dönüyorsa yığılma diskini de kendisiyle birlikte döndürürdü. Elektrik yüklü olması da düşünülebilir ama konuyu dağdıtmamak için bunun üstünde durmayalım. Bunun dışında bu tür kara delikler tıpatıp birbirine benzeyeceğinden aynı kütle ve aynı dönüşe (ya da açısal ivmeye) sahip iki kara deliği birbirinden ayırmak olanaksız olurdu. Kara deliğin hidrojenlerden mi altından mı oluştuğu ise hiç önemli değildir. Kara deliğimiz kütlesi ve açısal ivmesi dışında kökenlerini çoktan unutmuştur, fizikçiler de hidrojen ya da altından oluşan deliklerden söz etmeyi anlamsız bulurlar. Son olarak da - genel göreceliğe göre - bir kara deliğin radyasyon yayması söz konusu değildir.

Kara deliklerle ilgilenenler arasında bulunan İngiliz astrofizikçi Stephen Hawking bunların radyasyon yaymadığına ilişkin varsayımı tatmin edici bulmadığını açıklamıştır. Bu konuda genel göreceliğin yargısı kesindir ama bu yargı ku-

antum mekaniğini hesaba katmamaktadır (Aslına bakılırsa kuantum ile genel göreceliliği birleştiren kendi içinde uyumlu bir teori yoktur). Kuantum mekaniğinin bu noktada devreye girmesi şundan kaynaklanmaktadır: Kuantum teorisine göre bir vakum tümüyle boş değildir. Vakumun çok küçük bir bölümü ele alınırsa burada konum oldukça kesin biçimde saptanmıştır ve bu nedenle Heisenberg belirsizlik yasaları hızın (ivmenin) bir ölçüde belirsiz olması gerektiğini söyler. Bu da çok büyük bir hızla yol alan kuantum biçiminde *vakum dalgalanmaları*'nin bulunduğu anlamına gelir⁽⁴⁾. Bu açıklamanın biraz yetersiz olduğunu biliyorum ama matematik yasalarının daha anlaşılabilir bir biçimde anlatılabileceği bir şeyin başka bir yoldan sözcüklere dökülmesi olanaksızdır. Normalde vakumun daha geniş bir bölümü ele alınırsa vakum dalgalanmaları önemsiz hale gelir. Ama ya vakum bir kara deliğin yakınlarındaki yoğun çekime kapılırsa? Hawking'in görüşüne göre bu durumda vakum dalgalanmalarını oluşturan kuantanın bir bölümü kara deliğin içine çekilirken diğerleri de radyasyon biçiminde dışarı kaçacaktır. Aslında kara delik de herhangi çok sıcak bir madde gibi elektromanyetik radyasyon (ışık) yaymakta olduğundan deliğin ısısından bahsedilebilir.

Hawking'in vardığı bu sonuç başta fizikçiler tarafından fazla önemsenmediyse de hesapların tekrar yapılması ve çeşitli diğer kaynaklardan da bu görüşü destekler nitelikte bilgiler alınması üzerine doğruluğu genelde kabul edilir hale geldi⁽⁵⁾. Şunu da eklemek gerekir ki çok büyük boyutlardaki kara deliklerin sıcaklıkları çok düşük ve radyasyonları saptanamayacak denli azdır. Diğer yandan, *Hawking radyasyonu* adı verilen bu radyasyonun çok ilgi çekici teorik bir yönü vardır ki şimdi size bunu açıklamak istiyorum.

Anımsayacağınız gibi, entropinin azalmasının olanaksız olduğunu (termodinamiğin ikinci yasası) belirtmiştik. Diğer yandan öyle anlaşılıyor ki çok büyük entropileri bulunan maddelerin bir kara deliğin içine atılması yoluyla bu görüşün aksi kanıtlanabilir (Bu durumda kütlede çok küçük

bir artış olacak ama bunun dışında delik içine ne atıldığını unutacaktır). Yine de, kütlesi ve açısal ivmesine bağlı olarak deliğe bir entropi verilirse termodinamiğin ikinci yasası geçerliliğini koruyabilir. Bir kara delik çeşitli biçimlerde oluşabilir (örneğin hidrojen, altından, vs.) ve deliğin olası geçmişlerinin sayısındaki basamakların sayısı entropisinin doğal bir tanımlaması olur. İsterseniz bunu şöyle de ifade edebilirsiniz:

$$\text{entropi} = k \log (\text{deliğin olası geçmişlerinin sayısı})$$

Aslında bu yoldan, özellikle belli bir sıcaklığı olan bir kara deliğe ilişkin termodinamik bir görüş de ortaya çıkmış olmaktadır, ama bu durumda deliğin aynı sıcaklığa sahip herhangi diğer bir cisim gibi elektromanyetik dalgalar (ışık) yayması da gerekir. Hawking de zaten bunu kanıtlamıştır. Böylece kara delikler hiç beklemediğimiz bir biçimde termodinamik ve istatistiksel mekanik çerçevelerine de oturmuş olmaktadır. İşte bu da bilimde zaman zaman tanık olduğumuz ve bize doğa yasaları arasında bizim bildiğimizden de öte bir uyum olduğunu gösteren mucizelerden biridir.

XXI. BÖLÜM

Bilgi

Kendi kanınıza batırdığınız kalem parşömenin üstünde gıcır-dıyarak ilerliyor. Şeytanla bir anlaşma imzalamış bulunuyorsunuz. O sizi ölünceyedek çok zengin bir insan olarak yaşatacak ama karşılığında ölümünüzden sonra ruhunuza sahip olacak. Şeytan verdiği sözü yerine getirmek için ne yapmayı düşünüyor dersiniz? Belki size toprağın altındaki büyük bir definenin yerini gösterecek - ama bunun modası geçti - belki yaşadığınız süreç size at yarışlarının sonuçlarını önceden vererek böylelikle zengin olmanızı sağlayacak, ya da eğer çok daha fazlasını istiyorsanız sizi borsa milyarderı yapacak. Kısacası, ruhunuzun karşılığında şeytanın size vereceği şey - ister bir definenin yeri, ister yarışları kazanacak atların adları, isterse borsa değerlerine ilişkin listeler olsun - bilgidir ve siz bu bilgi sayesinde zengin, sevilen ve sayılan bir insan olacaksınız.

Bilginin gücüne bir örnek daha: Diyelim ki başka bir gezegendeki canlılar çevreye zarar vermeden yeryüzündeki tüm insanları yoketmek istiyor. Bunun bir yolu amaca uygun bir virüs bulmaktır. AIDS virüsü denli öldürücü ama bildiğimiz soğukalgınlığı virüsü gibi çok daha kolay bulaşan ve etkisi çok daha kısa bir sürede ortaya çıkan bir virüs kullanmaları gerekir ki insanlar buna karşı önlem alacak zaman bulamasınlar.

Bugün için tüm insanlığı çok kısa bir süre içinde yokedecek denli güçlü bir virüsün varlığı - hesapça - söz konusu değildir. Ama uygun teknolojik yöntemlerle böyle bir virüs üretilebilir. Dünyayı insan ırkından temizlemeyi amaçlayan düşman gezegen halkının gereksinim duyduğu şey bilgidir. AIDS konusunda bu bilgi virüse ilişkin genetik özellikleri kodlayan belli bir simgeler dizisinde saklıdır. Bu dizinin içerdiği genetik ileti A, T, G

ve C harflerinden oluşan bir alfabe¹¹ ile yazılmış olup 9749 harf içermektedir, ki bu da oldukça kısa bir ileti sayılabilir. Belki çok kısa bir süre içinde etki yapan, kolaylıkla bulaşan ve tüm insanlığı bir anda ortadan kaldıracak denli güçlü bir virüse ilişkin bir başka genetik ileti daha vardır. Elinizdeki kitabın iki-üç sayfasına sığabilecek böyle bir ileti insanlığın sonu demektir.

Yerinizde olsam düşman gezegen halkları konusunu fazla ciddiye almam. Bundan daha gerçekçi bir tehlike, ruh hastası liderler ve fanatik hükümetlerdir. Böyle bir lider ya da hükümet çılgınca planlarını uygulatmak için yanlış ideallere sahip bilimadamları ya da ne yaptığından haberi olmayan düş gücü kısıtlı teknisyenler bulmakta pek zorlanmayacaktır. Belki de insanlık tarihinin son sayfası böyle yazılacaktır.

Tüm bu karamsarlığa karşılık size iyi bir haberim de var: Eğer düşman bir gezegen halkı ya da çılgın bir liderin böyle bir kırımını gerçekleştirmek için tek şansı yukarda anlattığım türde bir virüsün planlarını bulmaksa dünyanın sonunun bu biçimde gelmeyeceğine emin olabilirsiniz. Dört harfli bir alfabe kullanılarak yazılmış yaklaşık on bin harften oluşan genetik iletilerin sayısı, bunların tümünün tek tek incelenmesini olanaksız kılacak denli büyüktür. Ya da şöyle anlatayım: Bu sayı, galaksimizin tüm kumsallarındaki kum taneciklerinin sayısını da, bilinen evrendeki tüm atomların sayısını da kat kat aşar. Kısacası, hiç kimse on bin harf uzunluğundaki bir genetik iletinin içeriğini doğru biçimde çözemez.

Bir iletinin uzunluğu içerdiği bilgi zenginliğinin bir belirtisi- dir ve aynı zamanda iletinin çözülmesinin ne denli güç ya da kolay olduğunu gösterir. Bir iletinin *bilgi içeriği*'ne ilişkin daha kesin bir tanımlama yapmaya çalışalım. İletinin uzunluğu önem taşır ama kullanılan alfabe de önemlidir. A, T, G ve C'den oluşan alfabe yerine her harfin bir çift rakamla temsil edildiği, 0 ve 1 olarak iki simgeden oluşan başka bir tür alfabeyi ele alalım, yani A = 00, T = 01, G = 10 ve C = 11. Bu yolla yazılan bir iletide ilk alfabeden iki kat daha fazla sayıda simge kullanılmakta ama bilgi içeriği değişmemektedir. Bir başka yol da, bir birini izleyen A, T, G, C harflerinden oluşan her çift için alfabe

nin a'dan p'ye kadar olan harflerinden birini kullanmaktır. Böylece iletimiz orijinalinin yarısı uzunluğunda olmasına karşılık yine aynı bilgileri içerir.

İngilizce bir iletiyi kısa biçimde yazmak için sesli harfleri atıp sadece sessizleri kullanabiliriz ve iletimiz yine de anlaşılabilirliğini korur. Bu da, yazılı İngilizcenin anlaşılır olmak için gerekenden daha çok sayıda harf içerdiğini göstermektedir. Diğer yandan, bu biçimde yazılmış olan bir iletinin içeriğini anlayabilmemiz için kullanılan dilin ne olduğunu bilmek zorundayız. Daha genel kapsamda da belli bir uzunluğun izin verdiği iletilerin neler olduğunun da bilinmesi gerekir. İzin verilen iletileri içeren bir listeniz varsa bunları birer sayıyla tanımlayabilir ve iletilerin kendileri yerine onları belirten sayıları kullanabilirsiniz. Olası iletilerin bu biçimde kodlanması kullanımda ekonomi sağladığı gibi kodlama sayılarının uzunluğu da iletilerin bilgi içeriği için bir ölçü oluşturur. Şöyle ki,

bilgi içeriği = izin verilen iletilere ait sayılardaki basamakların sayısı.

Yukardaki tanımlama tek bir iletiden çok bir iletiler grubuna ilişkindir (bu konuda diğer bir görüşe biraz ilerde değineceğiz). Çeşitli iletilerin farklı olasılıkları bulunması durumunda bu tanımlamada küçük bir değişiklik yapılması gerekir ama bu konuyu burada ele almayacağız⁽²⁾.

Entropiye ilişkin olarak daha önce anlattıklarımız bağlamında tanımlamayı şu biçimde de yapabiliriz:

bilgi içeriği = $K \log$ (izin verilen iletilerin sayısı)

Bilgi içeriği genellikle *bit*'lerle ölçülür. Bunun anlamı iletinin 1 ve 0 olmak üzere iki "harf" bulunan bir alfabe kullanılarak yazılması ve uzunluğunun ölçülmesi (ya da yukardaki formüle göre $K = 1/\log 2$ alınmasıdır).

Amerikalı fizikçi Claude Shannon 1948'de yayınlanan bir araştırması⁽³⁾ ile *bilgi teorisini* ortaya atmıştır. Bu teori çok önemli bir soruna, bilginin en kısa yoldan doğru biçimde iletilmesine çözüm getirmektedir. Diyelim ki sürekli bir bilgi akışı sağlayan bir kaynağınız var. Bu kaynak uzun bir konuşma yapmakta olan bir politikacı ya da telefonda bir arkadaşıyla konu-

şan kayınvalideniz olabilir, yani bilginin anlamlı olması gerekmiyor. Bu bilgi akışı belli bir uzunlukta olan, birbirini izleyen ve yine belli bir hızda üretilen iletilerden oluşmaktadır. Sizin göreviniz bu iletileri belli bir iletişim aracı ile aktarmaktır. Bu iletişim aracı eski model bir telgraf makinesi de, bir uzay istasyonu ile haberleşmede kullanılan bir lazer ışını da olabilir. Öyle ya da böyle, iletişim aracınızın belli bir *kapasitesi* bulunmaktadır ki bu da bir saniye içinde aktarabileceği bit sayısıdır. Eğer kaynağımızın bir saniye içinde ürettiği bilgi iletişim aracınızın kapasitesinin üstündeyse iletiyi olduğu gibi ve aynı hızda aktarmanız olanaksızdır. Ancak iletiyi gerekli biçimde kodlayarak fazlalıklarından arındırdığınız taktirde bunu yapabilirsiniz, ki bu işleme *veri sıkıştırma* diyoruz. Fazlalıkları olan bir ileti bu yoldan kısaltılabilir, ama içerdiği bilgi azaltılamaz.

Çıkabilecek bir başka sorun da iletişim aracınızdaki parazit-tir. Bunun üstesinden gelmek için iletinin fazlalık payını uygun bir biçimde arttırabilirsiniz. Şöyle ki, parazitin herhangi bir harfi değiştirip değiştirmediğini saptamanıza ve gerekiyorsa düzeltme yapmanıza yarayacak fazladan bazı bit'leri kodlama aşamasında iletiye ekleyebilirsiniz. İletişim hattınızın kapasitesi yeterince yüksek ve parazit yeterince düşükse hata düzeltme kodunu kullanarak paraziti yenebilirsiniz ya da daha doğru bir deyişle hatalı aktarım olasılığının azalmasını sağlayabilirsiniz. Doğal olarak bunun kanıtlanması gerektiği gibi hata düzeltme kodlarına ilişkin teori de oldukça karmaşıktır ama yukarda verdiğimiz temel görüşlerin anlaşılmasında bir yanı yoktur.

Bilginin tanımı, bir sistemdeki rastlantısallığı ölçen entropinin tanımı model alınarak yapılmıştır. Bilgi neden rastlantısallıkla ölçülmelidir? Basit, zira bir grup olası ileti arasından birini seçmekle o grup içindeki rastlantısallığı ortadan kaldırmış oluruz.

Bilgi teorisi gerek akıcı matematiksel işlemleri gerekse geniş uygulanım alanı ile çok başarılı bir bilim disiplini. Diğer yandan tüm fizik teorileri gibi bilgi teorisinin de gerçeği bir ölçüde eğip bükerek amaca uydurma (idealizasyon) eğilimi gösterdiği ve bu bağlamda bazı önemli konuları devre dışı bıraktığı

da gözönünde bulundurulmalıdır. Bilgi kaynağının gelişigüzel sıralanmış durumda ve izin verilen uzunluktaki iletiler (ya da belli istatistiksel özellikleri bulunan sonsuz uzunluktaki tek bir ileti) ürettiği varsayılmakta, bu iletilerin yararlı ya da mantığa uygun bilgi içerip içermemesi önem taşımamaktadır. Bir iletinin bilgi içeriğinin büyük olması o iletinin geniş bir iletiler grubu içinden seçilmiş ya da tümüyle rastlantısal olması ile aynı şeydir. Bu rastlantısallığın bir bölümü yararlı bilgilere karşılık gelirken diğer bir bölümü de işe yarar hiçbir şey içermeyebilir.

Bir örnek olarak müzik parçalarını ya da melodileri ele alalım. Diğer ayrıntıları bir yana bırakıp melodilere notalardan oluşan bir alfabe ile yazılmış iletiler olarak bakabiliriz. Her notanın ne sıklıkta kullanıldığını ve nota aralıklarının istatistikliğini inceleyerek bir melodinin bilgi içeriğini (ya da rastlantısallığını) bulmaya çalışabiliriz (bilgi teorisinde bu standard bir işlemdir)⁽⁴⁾. Biraz önce de değindiğim gibi eski müzikte nota aralıklarının kısa ve az sayıda olmasına karşılık çağdaş müzikte çeşitli aralıkların daha sık biçimde kullanıldığını görmekteyiz. Klasik batı müziğini örnek alırsak bundan çıkarılabilecek sonuç melodilerin bilgi içeriği ya da rastlantısallığının giderek artmakta olduğudur⁽⁵⁾. Bu ilginç bir görüş olmakla birlikte tek başına fazla bir anlam taşımaz. Doğal olarak bir melodide nota aralarının ne biçimde kullanıldığının dışında diğer bazı önemli öğeler de vardır. En azından bir başlangıç, bir son ve bu ikisinin arasında melodinin esas yapısı bulunur. Bu yapı sadece nota aralıkları arasındaki bağlantıları, yani aralıklara ilişkin istatistiksel verileri değil, aynı zamanda uzun dönemli (parçanın tümü boyunca var olan) bağlantıları da içerir, ki bu sonuncuların olağan bilgi teorisi tanımlamalarıyla anlatılması olanaksızdır.

Bunun dışında, bir melodinin içerdiği iletiler anlamlı ve ilginç ya da anlamsız ve sıkıcı olabilir. Müzik portelerini bir gök haritasının üzerine koyar ve yıldızların bulunduğu yerlere notalar yerleştirirseniz bilgi içeriği büyük olan bir tür "göksel müzik" elde edebilirsiniz ama bunun salt müzik olarak değeri kuşkuludur.

Bir sanat eserinin bilgi içeriği önem taşımakla birlikte bilgi ile nitelik aynı şey değildir. En düşük düzeyde bile olsa bilgi öğesinin varlığının sanata katkıda bulunması doğaldır. Resim ya da yazın gibi sanat türlerinde bilgi içeriğinin zaman zaman çok büyük olduğu yadsınamaz⁽⁶⁾. Buna karşılık bazı sanatçıların eserlerinin sanat yönünden değer taşımasına karşın bilgi içeriği düşük olabilir.

Bu noktada belki de bazılarınız benim iletilerin bilgi içeriği üzerinde bu denli durup anlam sorununa hiç değinmeyişi mi eleştirme gereğini duyuyorsunuz. Hatta bilim adamlarının sistematik biçimde yüzeysel konularla uğraşıp asıl önemli olanları görmezden geldiği gibi bir genellemeye de varmış olabilirsiniz. Bu eleştiriye şöyle yanıtlayabilirim: Bilim doğru (ve koşullar el-verdiğince yalın) yanıtlar bulmaya çalışır. Anlam ise çok derin ve karmaşık bir konu olup diğerleri arasında insan beyninin nasıl çalıştığı sorusu ile de bağlantılıdır. Bu soruyu bilimin henüz tam olarak yanıtlayamadığına daha önce de işaret etmiş-tim. Bu nedenle çağdaş bilim şimdilik anlam konusunun sadece yüzeysel yanları ile ilgilenebilmektedir. Bu yüzeysel yanların biri de bu bölümde incelediğimiz kapsamı ile bilgi içeriğidir, ama bu konuya ilişkin olarak çok büyük bir ilerleme sağlanmış olduğunu da hemen belirtiyim. Bugün entropiyi ya da elektrik akımını ölçtüğümüz gibi bilgiyi de ölçebilmekteyiz. Uygulamada sağladığı yararın yanı sıra bu bize sanat eserlerinin doğasına ilişkin ipuçları da vermektedir. Daha ayrıntılı sorular sormayı doğal olarak biz de isteriz ama bu sorulara yanıt bulmanın çoğu zaman olanaksız olduğunun bilincindeyiz. Örneğin melodiler ya da müzik parçaları anladığımızı düşündüğümüz iletilerdir ama bunların anlamını tam olarak açıklayamadığımız kesindir. Bu açıdan müziğin varlığı bilim için bir utanç nedeni olmayı sürdürmektedir ama bu durum benzerleri arasında yalnızca bir tanesidir. Suyun kaynaması ya da donması gibi çok daha somut olguları bile anlayabilmenin denli güç olduğunu bildiğimiz için insan beyninin çalışma biçimi gibi karmaşık konuların bugün için çözümlenemeyişi bizi fazla düş kırıklığına uğratmamalıdır.

XXII. BÖLÜM

Algoritmik Karmaşıklık

Bilim, yeni kavramların bulunması ile ilerler - bu yeni bir fizik teorisi olabileceği gibi yeni bir matematiksel tanım da olabilir. Bazen yeni bir kavramın bir süre sonra doğal olmadığı ya da işlerliği bulunmadığı anlaşılır. Diğer biri ise umulandan daha da önemli ya da yararlı çıkabilir. Çağdaş bilimin başarılı kavramlarından biri olan bilgi teorisi diğer işlevlerinin yanısıra *karmaşıklık* konusuna da ışık tutmuştur.

Çevremize baktığımız zaman bir sürü karmaşık nesne görebiliriz, ama karmaşıklığın kendisi nedir? Canlı organizmalar karmaşıktır, matematik karmaşıktır, bir uzay roketinin tasarımı karmaşıktır. Bunları karmaşık kılan ortak özellik ne olabilir? Bunun bir yanıtı, her üçünün de kolaylıkla elde edilmeyen kapsamlı bilgiler içerdiği olabilir. Henüz sıfırdan başlayarak canlı organizmalar üretemiyoruz, bazı matematik teorilerini kanıtlamakta güçlük çekiyoruz, bir uzay roketinin tasarımı ise büyük çaba gerektiren bir iştir.

Bir varlık eğer kolaylıkla elde edilemeyen bilgiler içeriyorsa karmaşıktır. Bu tanımda “kolaylıkla elde edilemeyen” kavramına açıklık getirmediğimiz için tanımımız anlam yönünden eksik kalıyor. Doğruyu söylemek gerekirse günlük yaşamda kullandığımız dil yukardaki gibi açık olmayan tanımlar yapmamıza olanak vermektedir. Bu durum günlük yaşam açısından önemli bir sakınca oluşturmadığı gibi zaman zaman yararlı olduğu bile söylenebilir. Ama eğer bilim yapmak istiyorsak daha açık, daha kesin bir dil kullanmak zorundayız. Bu nedenle size karmaşıklık bağlamında konuya hangi açıdan yaklaştığımıza bağlı olarak değişen birkaç tanım vereceğim. Örneğin, yaşamın karmaşıklığı konusundaki ciddi bir tartış-

manın yaşamın içinde geliştiği fiziksel evreni de kapsaması gerekir. Bir de tümüyle matematiksel bir çıkış noktasından geliştirilebilecek karmaşıklık kavramları vardır ki bunlardan biri de *algoritmik karmaşıklık*'tır.

Kısaca tanımlarsak, bir algoritma belli bir işlemin sistematik bir yoldan yapılmasıdır. Örneğin iki tam sayının çarpımının yapılmasına yarayan algoritmayı herkes bilir. Bu algoritma 0 ile 9 arasındaki rakamlar ve x işaretinin kullanılması ile yazılan (örneğin 3×4) bir veriyi işlemler ve bir sonuç ($= 12$) çıkarır. Bugünlerde çarpım işlemleri en kolay ve doğru yoldan bilgisayarla yapıldığı için bu durumda algoritmayı uygun bir biçimde programlanmış bir bilgisayarın yaptığı işlem olarak tanımlayabiliriz. Burada bilgisayar sözcüğüyle anlatmak istediğimiz aslında sonsuz bir belleği bulunan biraz değiştirilmiş bir makinedir. Buradaki amaç, algoritmalara ilişkin tanımlamayı ticari bilgisayarların $1E100$ basamaklı bir sayıyı belleklerine alamayışları yüzünden sınırlamak zorunda kalmamaktır.

İngiliz matematikçi Alan Turing uygulamada algoritmaların işleme konması için yeterliliği bulunmayan ama bunların teorik alanda irdelenmesine yarayan bir tür bilgisayar geliştirmiştir. *Turing makinesi* olarak adlandırılan bu bilgisayarda belli bir sayıda "çalışma" ile bir "dinlenme" durumundan oluşan sonlu bir sayıda *iç durum* bulunmaktadır. Makine karelere bölünmüş sonsuz uzunlukta bir kağıt şeriti üzerinde çalışır (şerit bellek görevini yapmaktadır). Şeritin her karesinde özel simgeler bulunmakta olup bu simgelerin biri de "boş" anlamını taşır. Makine tümüyle önceden belirlenmiş bir biçimde çalışır. Eğer dinlenme durumunda ise hiçbirşey yapmaz. Çalışma durumlarından birinde olduğu zaman da üzerinde bulunduğu kareyi okur ve bir yandan hangi iç durumunda olduğuna ve diğer yandan da okuduğu simgeye bağlı olarak aşağıdaki işlemleri yapar:

- (a) Karede yazılı olanı siler ve başka bir simge (ya da yine aynı simgeyi) yazar,
- (b) Bir kare ileri ya da geri gider,
- (c) Yeni bir iç duruma geçer.

Geri zekalı makine daha sonra yeni iç durumuna ve yeni karede okuduğu simgeye göre yeni bir tura başlar.

Şeritin başlangıç durumunda girdi verilerinden oluşan sonlu uzunlukta bir ileti bulunmakta olup oradan ötesi boştur, daha doğrusu “boş” anlamındaki simge ile doldurulmuş karelerden ibarettir. Makine başlangıç iletisinin sonuna geldiği zaman çalışmaya başlar ve durduğu zaman ilk iletinin yanıtı olan ikinci iletiyi yazmış olur. Bu yanıt Evet ya da Hayır olabileceği gibi bir sayı ya da daha uzun bir ileti de olabilir. Bir Turing makinesinin tam sayıların toplanması ya da çarpılması gibi işlemleri yapacak biçimde düzenlenmesi de olasıdır. Kısacası amaca uyarlanmış bir Turing makinesi normal bir bilgisayarın yaptığı herhangi bir işi yapabilir. Üstelik her iş için ayrı bir makine de gerekmez (aksi takdirde bunlardan sonsuz sayıda bulunması zorunlu olurdu), zira bir *evrensel Turing makinesi* de yapılmıştır. Bu makinede belli bir algoritmanın işlenmesi için şeride algoritmanın tanımı ile gerekli verilerden oluşan bir girdi yazılması yeterlidir¹⁾.

Buraya kadar anlattıklarımızı özetlersek, bir algoritma bilgisayarla yapılabilen bir işlemdir. Bu işlemlerin çok ilkel bir tür bilgisayar olan Turing makinesinde yapılması da olasıdır. Belli bir görev için işlevsel olan ve olmayan algoritmalar vardır - algoritmaların işlevselliği Turing makinesinde doğru yanıtın alınması için gerekli olan sayıda iç durumun bulunup bulunmadığına bağlıdır. Dolayısıyla, bir problemin *algoritmik karmaşıklığı*, o problemi çözümleyecek işlevselliğe sahip algoritmaların varlığı ile ölçülür. İşlevsel bir algoritmaya ilişkin tanımlama, girdi iletisinin uzunluğu (L) - ya da içerdiği bilgiler - ile evrensel Turing makinesinde yanıt alabilmek için gereken süreyi (T) - ya da makinedeki çevrimlerin sayısını - karşılaştırır. Eğer

$$T \leq C (L + 1)^n$$

ise (burada C ve n değişmezlerdir), bir *polinom* (çok terimli) zaman algoritması'nın varlığı söz konusudur (Bu ad $C (L + 1)^n$ 'nin L 'de bir polinom olmasından kaynaklanmaktadır).

Bir polinom zaman algoritması işlevsel kabul edilir ve bu tür bir algoritma ile çözümlenen problemlere *çözümlü* (*tractable*) denir. Eğer $n = 1$ ise algoritmanın uygulanması için gereken süre en fazla girdinin uzunluğu + 1'e eşit demektir. Çözümlülüğün kullanılan evrensel Turing makinesi ile sınırlı olmadığı kanıtlanabilir. Örneklersek, girdi verisinin bir tam sayı olduğu ve bu tam sayının 2 ile mi, 3 ile mi ya da 7 ile mi bölünebildiğinin sorulduğu bir problem çözümlü bir problemdir. Bu tür problemlerin işlevsel algoritmalarını okulda öğrenmiş olabilirsiniz.

Günümüzde kullanılan bilgisayarlar temelde evrensel Turing makineleridir, ancak bu makineler gibi sınırsız bellekleri yoktur. Dolayısıyla bilgisayar uzmanları çözümlü problemlerin neler olduğunu bilmek isterler. Diğer yandan işlevsel bir algoritmanın bulunması oldukça güçtür. Bir polinom zaman algoritmasına sahip bulunduğu ancak son zamanlarda anlaşılan *lineer programlama* konusunda da böyle olmuştur⁽²⁾. Teknik açıdan lineer programlamada karşılaşılan sorun dış bükey bir polihedron üzerindeki bir lineer fonksiyonun en büyük değerini bulmaktır. Oyunlar teorisindeki minimaks teoremi bu tür bir soruna yol açtığı gibi bir çok kaynak dağıtım problemi de lineer programlama sorunları yaratmaktadır. Dolayısıyla burada çözümlülüğün kanıtlanmasının uygulamada önemli sonuçları olabilir.

Diğer yandan, elimizin altında her an etkin bir algoritma bulunmayabilir. Bir problemi çözümlemek için bildiğimiz tek yolun ikili sistemle yazılmış L uzunluğundaki tüm iletilerin tek tek gözden geçirilmesi olduğunu varsayalım. Bunun alacağı zaman aşağıdaki gibidir:

$$T \geq 2^L.$$

Burada problemi çözmek için gerekli olan en kısa süre, L 'nin her 1 ile toplanmasında 2 ile çarpılır. Daha önceki bölümlerde bunun gibi *üstel artış* örnekleri ile karşılaşmış ve bu artışın çok kısa zamanda çok büyük sayılar verdiğini görmüştük. Bu nedenle üstel artışlı bir zaman algoritması kullanışlı değildir. Bir polinom zaman algoritmasının bulunma-

dığı problemleri genelde *çözüksüz* (*intractable*) sayarız. Çözüksüz problem örnekleri nelerdir ve bu problemler neden çözüksüzdür? Dostlarınız arasında bir teorik bilgisayarçı varsa bu soruları ona sormanızı öneririm. Dostunuza bir kara tahta ve birkaç saatlik bir süre vermeyi de unutmayın. Sorularınızın yanıtlanması olanaksız değilse bile... nasıl söyleyeyim... biraz tekniktir. Ayrıca çok da ilginçtir. Dostunuz size *NP-tam* problemleri ya da *NP-güç* problemleri ⁽³⁾ anlatacak ve bunların çözüksüz olduğunun sanıldığını söyleyecektir. *NP-tam* (ya da *NP-güç*) problemlerin çözüksüz olduğunun kanıtlanması çok ilginç olurdu. Aslına bakarsanız bunların çözümlü problemler olduklarının kanıtlanması daha da ilginç olurdu.

Aklınız iyice karıştı mı? Üzgünüm ama benim burada yapabildiğim tek şey bu konuda size birtakım ipuçları ve çözüksüz olduğu sanılan problemlere örnekler vermektir.

Çözüksüz problemlerin en iyi bilinen örneği gezgin satıcı problemidir. Burada size belli bir sayıdaki kent arasında bulunan uzaklıklar tam sayılarla verilir ve belli bir toplam kilometre (ya da mil) tanınır. Sizden istenen, bu kentleri birbirine bağlayan ve verilmiş olan toplam kilometre sınırını aşmayan bir yolun olup olmadığını saptamaktır. Bu Evet ya da Hayır biçiminde yanıtlanacak bir sorudur. Belli bir yol önerdiğiniz taktirde bu yolun toplam kilometre sınırının içinde kalıp kalmadığının belirlenmesi kolaydır. Ama verilmiş olan kent sayısı yüksekse tüm olası yolları tek tek denemek problemi çözüksüz yapar. Bu *NP-tam* problemlere bir örnektir.

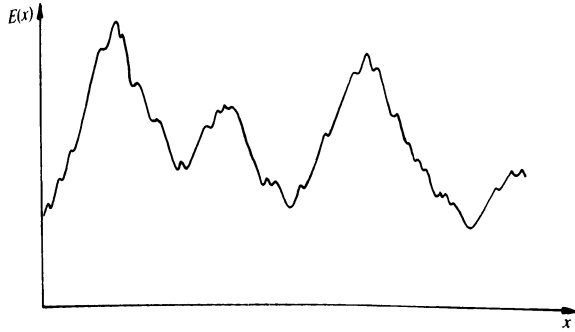
NP-tam problemler genelde Evet ya da Hayır biçiminde yanıtlanır ve Evet yanıtının polinom zamanla doğrulanabilmesi gibi bir özellik taşırlar. Buna karşılık Hayır yanıtı polinom zamanla doğrulanamadığı için iki yanıt arasında bir asimetri bulunmaktadır. Diyelim ki *X* problemini Evet ya da Hayır biçiminde yanıtlamanız gerekiyor. Gezgin satıcı probleminin çözümlerini biliyorsanız *X*'in sizin için çözümlü olduğunu, aynı biçimde *X* probleminin yanıtlarını biliyorsanız

bu kez gezgin satıcı probleminin çözümlü hale geleceğini varsayalım - bu durumda X'in NP-tam olduğu kabul edilir. Yoğun araştırmalara karşın NP-tam problemleri çözebilen bir polinom zaman algoritması bulunamamıştır ve genelde böyle bir şeyin var olmadığına inanılmaktadır. Diğer yandan bu varsayım kanıtlanmamış durumdadır.

NP-güç problemler de NP-tam problemler denli güçtür ama Evet ya da Hayır biçiminde yanıtlanmazlar. Bunların bilinen bir örneği de *spin camı problemi*'dir. Burada girdi iletisi + 1 ya da - 1'e karşılık gelen ve $a(i, j)$ simgesiyle gösterilen bir dizi sayı olup bu sayılar i ve j 1'den n ile belirtilen belli bir değere, örneğin 1'den 100'e gider (bu örnekteki durumda dizide değeri ± 1 olan 10.000 sayı bulunmaktadır). Size aşağıdaki tanım verilir ve bunun en yüksek değerini bulmanız istenir:

$$E = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a(i, j) x(i) x(j)$$

Burada $x(1) \dots, x(n)$, + 1 ya da - 1 değerlerini alabilir. Bu nedenle herbiri + 1 ya da - 1'e eşit olan n - kareli terimler eklemeniz ve sonucu en büyük değere getirmeniz gerekmektedir. Belki bu size çözümsüz bir problem gibi görünmüyor - belki de değildir - ama bugüne dek kimse bunu çözebilen algoritmayı bulamamıştır (Girdi iletisinin n - kare bit'ten oluştuğuna ve bunların herbirinin tek tek aranmasının 2^n durumunun ele alınması demek olduğuna dikkat edin). Spin camı problemi, *düzensiz sistemler*⁽⁴⁾ fiziğinde ortaya çıkan bir grup probleme tipik bir örnek oluşturur. (Burada düzensiz olan, i ve j arasındaki $a(i, j)$ "etkileşimi"dir). E 'nin en yüksek değere getirilmesi, Şekil 11'deki gibi bir sıradağlar topluluğunda en yüksek doruğun bulunmasına benzeyen bir sorundur. Şekilde bunu yapmak kolaydır zira x bir doğru üzerinde değişkenlik göstermektedir, yani tek boyutludur. Spin camı probleminde ise dorukların ve vadilerin geometrisi n boyutlu olduğundan, her n boyutu için + 1 ve - 1 olarak sadece iki değer bulunsa da problem çözümsüz olmaktadır.



Şekil 11. $E(x)$ 'in en yüksek değeri nedir?

Yaşam sorununu konu alan bir idealizasyon yapalım. Burada problem, yukardaki E gibi karmaşık bir terime çok yüksek bir değer veren $x(1) \dots x(n)$ genetik iletiyi bulmaktır. Biraz önce anlattıklarımızın ışığında bu çözümlemesi çok güç bir problemdir. Bu tür bir benzetmenin çok da yanlış olmadığını gösteren bazı ipuçlarının bulunduğunu da belirtiyim⁽⁵⁾.

Algoritmik karmaşıklık görüşü de matematik teoremlerinin kanıtlanması ya da bir roketin tasarımının yapılması gibi işlerin güçlüğünü gösteren bir benzetme olarak kullanılabilir. Diğer yandan, ilerde de göreceğimiz gibi teoremlerin kanıtlanması bizi NP-tam problemlerinden daha beter karmaşıklıklara götürmektedir.

XXIII. BÖLÜM

Karmaşıklık ve Gödel Teoremi

Avusturya doğumlu mantık uzmanı Kurt Gödel'in belki de insanlığın yirminci yüzyılda varmış olduğu en önemli kavramsal sonuca ilişkin incelemesi 1931'de yayınlandı. 1960'larda ve 1970'lerin başlarında Gödel'i Princeton Üniversitesi İleri Araştırmalar Enstitüsünde bir çok kez gördüğümü anımsıyorum. Ufak tefek, çok zayıf, solgun benizli bir adamdı ve her zaman kulaklarında pamuk tıkaçlarla gezerdi. Gödel konusunda anlatılan tipik bir öyküyü size de aktarmak istiyorum¹¹. Gödel'in orada bulunmadığı bir sırada onu ziyarete gelen bir meslektaşı bir süre onun odasında beklemiş, giderken de masasına bir not bırakmıştı. Notta Gödel'i göremediği için üzgün olduğunu ve ilerde kendisini daha yakından tanımak fırsatını elde etmeyi umduğunu belirtiyordu. Bir süre sonra posta kutusunda Gödel'den gelen bir zarf buldu. Zarfın içinde sadece kendi yazmış olduğu not bulunuyordu ve "ilerde sizi daha yakından tanımak fırsatını elde edeceğimi umuyorum" cümlesinin altı çizilerek kenarına kurşun kalemle "tam olarak ne demek istiyorsunuz?" yazılmıştı.

Kurt Gödel 1978 yılında kendi kendisini açlığa mahkum ederek ölüme gitti. Duyduğuma göre birtakım insanların onu zehirlemeye çalıştığına inanıyordu ve bu nedenle hiç bir yiyeceğe el sürmeyerek sonunda açlıktan ölmüştü.

Gödel'in yanı sıra Ludwig Boltzmann'ın ve (eşcinselliğin hiç bir biçimde kabul görmediği bir yer ve zamanda eşcinsel olma yazgısını taşıyan) Alan Turing'in intiharlarını da sayarsanız bilim adamlarının kendi canlarına kıyma eğilimi taşıyan bir grup ruh hastası olduğu sonucuna varabilirsiniz.

Bu konuda yanılıyorsunuz. Aslında bilim adamlarının büyük çoğunluğu tümüyle normal insanlardır, hatta bir bölümü oldukça tekdüze ve düşgücünden yoksun olacak denli normaldir. Bunların çoğunun yürüttükleri bilimsel çalışmaların ürünlerinde de bu tekdüzeliğin ve düşgücü eksikliğinin izlerini görmek olasıdır. Hatta ölüm ilanlarında bile aynı şey söz konusudur: X'in zamansız ölümünden duyulan üzüntü belirtilir, mensup olduğu kilise ya da sinagoga yapmış olduğu katkılar övülür, "çevresine de bulaştırdığı bilim aşkı"na değinilir ve buna benzer başka birtakım boş laflar edilir ("Bulaşıcı bilim aşkı" kötü bir hastalık olsa gerek, üstelik nedense ancak hasta öldükten sonra tanısı yapılabilir).

Kurt Gödel'e gelince: Birtakım sorunları olmuş olabilir ama en azından "bulaşıcı bilim aşkı"na ne kendi yakalanmış, ne de başkalarına bulaştırmıştı.

Gödel'in buluşunu anlayabilmek için önce düzenlilik, aşırı tutumluluk ve inatçılıktan oluşan ve bilim adamları, özellikle de matematikçiler arasında yaygın biçimde görülen (aslında kendileri için oldukça da yararlı olan) bir psikolojik yapıyı tanımamız gerekiyor. Sigmund Freud bunu obsessif nöroz'a ve libidonun gelişimi sırasında "anal-sadistik" aşamada takılıp kalmaya bağlar⁽²⁾. Ne olursa olsun, böyle bir psikolojik yapı doğası gereği matematiği ve matematiksel düşünceyi olabildiğince yalın ve düzenli kılmaya yaramaktadır. Bu durumda matematikçilerin en büyük düşü matematiği kesin biçimde tanımlanmış çıkarsama kurallarına ve aksiyom adı verilen tümüyle anlaşılabilir temel yargılara oturtmak olmaktadır. Bu düş Yunanlı filozof Euclid (yaklaşık olarak M.Ö. 300) ile başlamış, büyük Alman matematikçisi David Hilbert'e (1862-1943) dek sürmüş ve matematiğin zaman içinde tümüyle yasalara bağlanması ile sonuçlanmıştır. Tam sayılar aritmetiği oldukça erken bir aşamada yasalaştırılmıştı ve matematikçiler yukarda değindiğim düşün gerçekleşmesi için günün birinde tam sayılarla ilgili her aksiyomun doğruluğunun ya da yanlışlığının sistematik biçimde kanıtlanabileceğini umuyorlardı. Bu umudu ortadan kaldıran Gödel olmuştur.

Gödel, çıkarsama kurallarının ve herhangi bir sonlu sayıdaki aksiyomun değişmez kılınması halinde ne doğruluğu ne de yanlışlığı kanıtlanamayan anlamlı önermelerin bulunabileceğini göstermiştir. Daha kesin bir anlatımla, tam sayılar için kabul edilen aksiyomların *çelişik olmadıklarını*, ya da çıkarsama kurallarını uygulayarak bir aksiyomun aynı zamanda hem doğru hem de yanlış olduğunu kanıtlamaya olanak bulunmadığını varsayarsak bu durumda tam sayıların aksiyomların ortaya koymadığı gerçek özellikleri⁽³⁾ var demektir. Ve eğer bunlardan birini yeni bir aksiyom olarak kabul edersek diğer kanıtlanamamış özellikler ne olacaktır?

Gödel'in *eksiklik teoremi* matematiğin temellerini anlamamızda çok önemli bir rol oynamıştır. Başlangıçta matematikçileri şoka uğratan bu teoremin zaman geçtikçe yerleşik inançlarda büyük değişiklikler olmasına yol açtığını biliyoruz. Bu arada teoremin karmaşık kanıtı da basitleştirilmiştir. Bunun gerçekleşmesini bir bölümü Gödel, bir bölümü de diğer matematikçiler tarafından ortaya atılan yeni kavramlara borçluyuz (Turing makinesi buna bir örnektir). Özetle eksiklik teoremi matematiğin görüntüsünü zaman içinde önemli ölçüde değiştirmiş bulunmaktadır. Bunun bir sonucu olarak da günümüzde bu teorem artık doğal ve hatta biraz da sıradan kabul edilir olmuştur. Geçmişte matematikçilerin en büyük umudu tam sayılara ilişkin tüm kuralların kaynağını oluşturacak belli bir sayıdaki bir dizi aksiyomun bulunmasıydı. Bugün ise tam sayıların tüm özelliklerini kapsayan aksiyomların belli bir sayısı olmadığını biliyoruz. Bunun neden böyle olduğu konusunda da birtakım sezgilerimiz var, ki bu da bizi tekrar *bilgi* konusuna getiriyor.

Belli bir iletinin ait olduğu iletiler grubunu bildiğimiz taktirde o iletinin bilgi içeriğini hesaplayabileceğimizi daha önce görmüştük. Örneğin, 0 ve 1 simgelerinden oluşan tüm iletilerin kabul edilmesi halinde bir milyon 0'dan oluşan bir dizinin bir milyon bit'lik bir bilgi içeriği bulunur. Solomonoff, Kolmogorov ve Chaitin tarafından ileri sürülen diğer bir görüş de⁽⁴⁾ belli bir çıktıyı sonuç olarak ortaya koyacak en

kısa (bit sayısı olarak) bilgisayar programını ele almayı önermektedir. Burada üzerinde durduğumuz örnekte program “bir milyon 0 yaz” gibi birşey olabilir, uzunluğu da bir milyon bit’den çok daha az olacaktır. Bu yoldan ortaya çıkan niceliğe *algoritmik bilgi* ya da *Kolmogorov - Chaitin karmaşıklığı* denir. Karmaşıklık teriminin kullanılmasının nedeni bu niceliğin iletinin üretilmesindeki güçlüğü ölçmesidir (bu güçlük işlem süresinin değil, programın bit sayısı olarak uzunluğu ile ölçülür). Seçilen bilgisayar türüne göre aralarında çok küçük farklar bulunan çeşitli tanımlamalar bulunabilir. Bu iş için örneğin evrensel Turing makinesini de kullanabiliriz.

Eğer “x” iletisi bir milyon bit’den oluşuyorsa iletinin K.C. (Kolmogorov - Chaitin) karmaşıklığının da bundan çok daha fazla olmaması gerekir zira ileti “x yaz” programını kullanarak yazılacaktır. Yine aynı biçimde, eğer bir ileti bir milyon bit’ten oluşuyorsa K.C. karmaşıklığı normalde bundan çok daha az da olmayacaktır (Bu da çeşitli nedenlerle mantığa uymaktadır: örneğin çok az sayıda ileti özgün uzunluğunun yüzde onu oranında sıkıştırılabilir - geri kalan çoğunluk için bu olanaksızdır).

Buraya kadar herşey çok kolaydı. Şimdi biraz daha güç bir sorunu ele alalım: Belli bir iletinin K.C. karmaşıklığını nasıl saptarsınız? Sizi esnerken yakaladım, değil mi? Sıkıldınız mı? K.C. karmaşıklığından hoşlanmadınız galiba. O halde yarı uykuda olmanızdan yararlanıp sizi yanlış yöne göndereyim... bir kaç dakika içinde kendinizi boğazınıza kadar mantıksal çelişkiler içinde bulup imdat isteyeceksiniz.

Bir milyon bit uzunluğundaki “x” iletisinin K.C. karmaşıklığını nasıl mı buluruz? Bir milyon bit’den çok uzun olmayan tüm programların bir listesini yapıp bunları birer birer bilgisayara yüklemeye ve sonucu beklemeye ne dersiniz? “X” iletisini veren en kısa programın uzunluğu iletinin K.C. karmaşıklığıdır. Bundan daha kolay bir şey olamaz. Uygulamada bu çok uzun süreceğinden pek olanaklı değildir, ama teorik yönden yapılmaması için bir neden bulunmuyor, değil mi?

Hazır bu işe girişmişken bilgisayarımızdan bir de en az bir milyon bit'e karşılık gelen K.C. karmaşıklığına sahip iletiler arasından alfabetik sıraya göre en başta bulunan iletiyi bize vermesini de isteyelim. Bu bağlamdaki "alfabetik sıra" kavramını bilgisayara anlatmayı size bırakıyorum. Bilgisayarın en az bir milyonluk K.C. karmaşıklığı bulunan ve alfabetik sırada en başta gelen iletiyi yazabilmesi için gerekli olan "süper programı" yapmak da sizin göreviniz olsun. Bilgisayar belli bir sayıdaki programı kontrol edecek ve tek bir çıktı yazacak olduğu için yapacağınız programın çok uzun olmasına gerek yoktur. Aynı biçimde, program yapmaktan az - çok anlıyorsanız süper programınız bir milyon bit'den çok daha kısa da olmayacaktır. Ve işte boğazınıza kadar çelişkiye battınız bile - bir milyondan *daha az* sayıda bit içeren bir program kullanarak K.C. tanımlamasına aykırı bir biçimde *en az* bir milyon bit'e karşılık gelen K.C. karmaşıklığına sahip bir iletiden söz ediyorsunuz.

Peki, nerede yanlışlık yaptınız? Mantık uzmanları size yanılmanızın bir programı bilgisayara yükledikten sonra oturup belli bir süre sonra bilgisayarın size sonucu vermesini beklemek olduğunu söyleyeceklerdir. Bir Turing makinesi bir süre sonra durup size bir sonuç verebilir, ya da hiç durmayabilir *ve bunu daha önceden bilmeniz olanaksızdır*. Turing makinesinden fazla bir şey beklememelisiniz. Özellikle belli bir girdide durup durmayacağını bilmeyi hiç istememelisiniz zira bunu sağlayan bir algoritma yoktur. Daha doğrusu iletilerin K.C. karmaşıklığını saptamaya yarayan bir algoritma yoktur. Bu da Gödel teorisinin Chaitin tarafından ortaya çıkarılmış bir yönüdür.

Chaitin'in kanıtladığı gibi, "x iletinin en az N değerinde bir K.C. karmaşıklığı vardır" türünden önermeler ya yanlıştır ya da N 'nin yeterince büyük olması durumunda kanıtlanması olanaksızdır. Yeterince büyüğün ne denli büyük olduğu ise teorinizin aksiyomlarına göre değişir. Aksiyomlarınızın (toplam uzunluklarına bağlı olarak) belli bir bilgi içeriği bulunmaktadır ve "x" in kullandığınız aksiyomlardan daha faz-

la bilgi içerdığını kanıtlayamazsınız. Anlaşılabilir bir iddia, değil mi? Üstelik bunu kanıtlayabiliriz⁽⁵⁾.

Gödel teoremi konusunda söylenebilecek daha çok şey var ama sizi (ve kendimi) teknik ayrıntılara boğmak istemiyorum. Sadece bir kaç nokta üzerinde daha duracağım.

Gödel teoreminin tam sayıların özelliklerine ilişkin olduğunu söyleyip ondan sonra da size sadece iletilerin karmaşıklığından söz ettiğimi farketmiş olmalısınız. Aslında mantıksal bir takım önermelerin (bunlar örneğin iletilerin karmaşıklığına ilişkin de olabilir) tam sayıların özelliklerine dönüştürülmesi olanaksız değildir. Gödel'in başlattığı bu oyun, "Hilbert'in onuncu problemi" olarak bilinen problemin çözümüyle sonuçlanmıştır⁽⁶⁾. Bu nedenle, tam sayıların özellikleri üzerinde durmayışımız bir şeyi değiştirmeyecektir.

Burada ele aldığımız konu yönünden Gödel teoreminin en önemli yanı, belli bir programı yüklediğimiz bir Turing makinesinin durup durmayacağını bilmeyişimizdir. Belli bir uzunluktaki programlarda makine ya olası en uzun süre ile çalışacak ve sonra duracak, ya da sonsuza dek durmadan çalışacaktır. Turing makinemizin her program uzunluğu için en uzun çalışma süresini bilseydik hangi programlarda duracağını, hangilerinde durmayacağını önceden kestirebilirdik (Bu durumda yapılabilecek tek şey makineyi belli bir programın uzunluğunun gerektirdiği süre boyunca çalışmaya bırakmaktır: bu sürenin sonunda durmadığı takdirde sonsuzadek durmayacağı anlaşılır). Ama sorun makinenin en uzun çalışma süresinin ne uzunlukta olduğunu bilmeyişimizde yatıyor. Üstelik bunu bilme olanağımız da yok, zira bu sürenin uzunluğu program uzunluğunun herhangi bir hesaplanabilir fonksiyonundan daha hızlı - bir polinomdan, bir üstelden, bir üstelin üstelinden bile daha hızlı - biçimde artar.

Bundan önceki bölümde, eğer bir problemin polinom zamanda (yani program uzunluğu yönünden polinom) çözülememesi durumunda o problemin çözümsüz olduğunu söylemiştik. Bazı matematik problemlerinin bundan ne den-

li daha çözümsüz olduğunu görüyoruz. Birtakım şeylerin karmaşıklığı bizi şaşırtmıştı, oysa Gödel teoremi bize tam sayılar aritmetiğinin düşünebileceğimizin de ötesinde bir karmaşıklığa sahip olduğunu söylemektedir.

Son bir soru daha: Tüm bunların bu kitabın konusu ile ne ilgisi var? Gödel teoremiyle rastlantı konusu arasında ne gibi bir bağlantı olabilir? Tam sayıların özellikleri konusunda bildiklerimizin dışında sonsuz sayıda başka özellikler de bulunabileceğini biliyoruz, ama bunlar bir bakıma rastlantısal özellikler olabilir mi? Bunun yanıtı kesinlikle evettir: doğruluk ya da yanlışlığı rastlantısal biçimde belirlenen bir dizi yeni özellik bulabiliriz (Chaitin de bunu yapmıştı)⁽⁷⁾. Diğer bir deyişle, tam sayıların özelliklerinden yola çıkarak birbirinden bağımsız biçimde 0 ya da 1 olan ve 1/2 olasılığı bulunan bir dizi ikili sayı üretilebilir. Bunun anlamı, bu sayıların herbirinden sonra hangisinin geleceğini (genelde) hiç bir yöntem ile önceden saptamamıza olanak bulunmadığıdır (yani böyle bir dizideki sıralama tümüyle rastlantısal olacaktır).

Anlaşılması güç bir dünyada yaşıyoruz, değil mi? En azından şimdilik mantık uzmanları bize bunun böyle olduğunu söylemektedirler. Ve bu duruma yavaş yavaş alışıyoruz. Ama bir gün alıştığımız görüntü değişip daha da anlaşılma bir hal alabilir.... ve bir süre sonra buna da alışırız⁽⁸⁾.

XXIV. BÖLÜM

Cinsiyetin Gerçek Anlamı

Kitabımızın sonuna yaklaşıyoruz ve siz belki de şimdiye dek daha etkin bir rol oynamadığınız için pişmanlık duymaya başladınız. Haklısınız - arada bir kendi kendinize başınızı sallayıp birşeyler mırıldanmanın ötesinde olaylara bir katkıda bulunma olanağını bulamadınız. İsterseniz şimdi bunu değiştirebiliriz. Size çok soylu ve anlamlı bir görev veriyorum: Yaşamı başlatmak.

Daha önce Yıldızları, Galaksileri ve diğer tüm Ögeleri ile Evreni yarattığınızı varsayalım. Bunu gerçekleştirmek yolunda tek yaptığınız bir Kağıt Parçasına birkaç Denklem yazmaktı. Şimdi İletinizi yola çıkaracak ve Evrende Yaşamı başlatacaksınız.

Eğer bir sakıncası yoksa şimdi büyük harfleri bir yana bırakalım ve hem size, hem de yaşam iletinize tarafsız ve bilimsel bir gözle bakalım. En başta akılda tutmanız gereken şey, yaşam iletinizin evrendeki tüm gelişigüzeğe karşın varlığını sürdürmek zorunda olduğudur. Klasik kaos, kuantum belirsizliği ve hatta Gödel teoremi elele verip yarattığınız evrene rastlantıyı sokmaya çalışacaklardır. Bu durum iletinizi nasıl etkileyecek?

Daha önce yaşamla bağlantılı bir idealizasyon oluşturması ile ilgili olarak bir spin camı modeline değinmiştik. Bunun için iletinizin, en büyük (ya da olabildiğince büyük) bir değerine çıkartması gereken bir

E (ileti)

fonksiyonunun bulunduğu görüşünden yola çıkıyoruz. İletinin kendisini çoğaltması gerektiğini ve *E* fonksiyonunun orijinal ileti ile aynı ya da ona benzer bir başka iletinin ortaya çıkma olasılığı ile bağlantılı olduğunu varsayalım⁽¹⁾. *E* fonksiyonu iletinizin evren konu-

sunda içerdiği tüm bilgileri, özellikle de evrendeki rastlantısallığı yansıtır.

Algoritmik karmaşıklığı incelediğimiz bölümde de belirttiğimiz gibi, E 'nin en büyük değerine çıkarılmasına ilişkin spin camı problemi NP-güç bir problemdir. Bunu kesin biçimde çözmeye çalışmayacak, bunun yerine iletinizin kendi başının çaresine bakabileceğini ve sonuçta deneme - yanılma yöntemi ile E 'nin daha büyük bir değerini bulacağını umut edeceksiniz. Aslında iletiniz genetik bir ileti olduğu için üreme yetisi ile donatılmıştır. Bu nedenle deneme-yanılma yöntemi gelişigüzel mutasyon ve bunu izleyen seleksiyonu içerir. Mutasyon/seleksiyon yöntemi de spin camı problemini çözmeye çalışmanın bir yoludur ama bu koşullarda *Monte Carlo yöntemi*'nden söz ederiz (bu ad tıpkı kumarhanelerde olduğu gibi bu yöntemde de rastlantının rol oynamasından kaynaklanmaktadır). Adı her ne olursa olsun deneme - yanılma yöntemi sizi adım adım E 'nin en büyük olmasa bile daha büyük bir değerine yaklaştıracaktır. Şekil 11'e tekrar bakarsanız, adım adım yanlış dağa tırmanmanın sizi o dağın doruğuna eristireceğini ama bu yoldan en yüksek dağın doruğuna çıkmış olmayacağınızı görürsünüz. Bunun gibi, mutasyon-seleksiyonun yaşamı geliştirmek için iyi bir yöntem olduğunu ama genelde optimal sonuçlar vermediğini söyleyebiliriz.

Aslına bakarsanız genetik iletiniz ne denli uzunsa Monte Carlo yöntemi o denli başarısız kalacaktır, zira iletinizin başlangıçta içerdiği genetik bilgiler (mutasyon düzeyini düşük tutmadığınız taktirde) birbirini izleyen kuşaklarda görülen mutasyonlar nedeniyle oldukça hızlı bir biçimde değişecektir⁽²⁾. Bu da yavaş işleyen mutasyon-seleksiyon işlevinin sonuçta sizi küçük dağlardan birinin doruğuna çıkaracağı, ama en yüksek doruklara çıkma olasılığının bulunmadığı anlamına gelir.

Gördüğünüz gibi, yaşamı başlatmak hiç de kolay bir iş değil. Bundan sonra ne yapmanız gerekiyor? Yaşam iletiniz açısından bakıldığında evrenin tüm karmaşıklığını yansıtan

E (ileti)

fonksiyonunu ele almak ve bunun ne ölçüde raslantısallık içerdiğini anlamaya çalışmak iyi bir fikir olabilir. Bu fonksiyon-

da kullanabileceğiniz bir düzenlilik yok mu? Evren tümüyle anlamsız mı yoksa belli bir yapısı var mı? Şansınıza, evrende bir düzen vardır ve bu düzen sizin iletinizin düzeyinde bile kendini gösterecektir. Bu durumda yapacağınız şey iletinizi kendi başlarına anlam taşıyan bölümlere ya da tümcelere ayırmaktır, şöyle ki: -

İleti = (tümce A, tümce B, tümce C,...)

A, B, C ve bunları izleyen tümcelere gen de diyebiliriz ve bunlar örneğin farklı enzimleri temsil ediyor olabilir. Diğer yandan genetik mekanizmalar düzeyine inmek istemiyorum. Bunun yerine iletinin kendi başlarına anlam taşıyan bölümlere ayrılabilmesi ile evrenin yapısal düzeni arasında bulunan bir takım soyut bağlantıları anlamaya çalışmak daha önemlidir. Diyelim ki mutasyon yolu ile aşağıdakiler gibi bazı yeni genetik iletiler ortaya çıktı:

(tümce A*, tümce B, tümce C)

ya da

(tümce A, tümce B*, tümce C).

Bu mutasyonların çok önemli düzeyde olmadıklarını ve bu yolla elde edilen (A B C ...), (A* B C ...), (A B* C ...) gibi genetik iletilerin E fonksiyonunu oldukça büyük bir değere çıkardığını varsayabiliriz. Yalnız bunun (A* B* C ...) biçimindeki bir ileti konusunda geçerli olmayabileceğini akılda tutmak gerekir, zira iki mutasyonun biraraya gelmesinin (genellikle böyle birşey olmasa da) herşeyi tümüyle değiştiren sonuçlara yol açması olasılığı bulunmaktadır... Diğer yandan eğer (A* B C) ve (A B* C) normal ölçülerde genetik iletilerse çoğu zaman (A* B* C) de öyledir ve bu durum E fonksiyonu düzeyinde evrenin tümüyle anlamsız olmadığını gösterir. Bu önerme A, B, C ve diğerlerinin genler değil de gen parçaları ya da tek tek harfler (yani simgeler) olması durumunda da geçerlidir.

Böylelikle önemli bir kavramsal sonuca varmış bulunuyoruz. Şimdi bunu tekrarlayalım. Evrende bir düzen olduğu gerçeği sizin yaşam iletiniz bağlamında (A* B C ...) ve (A B* C ...) gibi mutasyon sonucu ortaya çıkan iletilerin (A* B* C ...) gibi yenden düzenlenmiş bir iletide buluşmaları örneğinde ifade bul-

maktadır. Bu yeniden düzenlemeyi gerçekleştiren işlev de cinsiyettir⁽³⁾. Siz de yaratıcı olarak bu işlevin sonuçlarını onayladığınız için cinselliği yaratıyor ve tüm canlılara armağan ediyorsunuz. O halde cinsiyetin gerçek anlamı şudur: Evrende bir düzen bulunmaktadır ve bu nedenle de genetik yeniden düzenlenme işlevi yararlıdır.

Böylece genetik iletimizde şimdiye dek mutasyon yoluyla bir seferde ancak bir harf değiştirilebilirken bundan sonra bir sözcüğün ya da tümcenin başka bir sözcük ya da tümce ile değiştirilmesi olanağı doğmuştur, ki bu da doğal olarak çok daha akılcı bir yoldur (Bu arada genetik iletinin bazı bölümlerinin atlanması ya da istenen bölümlerin çok sayıda kopyalanması gibi başka olanakların da ortaya çıkmış bulunduğu dikkatinizi çekerim).

Böylece cinsiyetin ortaya çıkmasıyla yaşamsal evrim daha da hız kazanmıştır. Doğal olarak mutasyonlar sürmekle birlikte şimdi daha akılcı bir yaratıcılık işlevi - genetik iletilerin yeniden düzenlenmesi - devreye girmiştir. Ve bu yeniden düzenlenmeyi de yine en güçlünün (ve en şanslının) varlığını sürdürmesini sağlayan seleksiyon izlemektedir⁽⁴⁾.

Sonuçta cinsiyetin yaşamı daha ilginç kılmış olduğunu söyleyebiliriz ve hatta övgümüzde biraz daha ileri gidip genlerin yaşamı *E* (ileti) fonksiyonunun daha büyük değerlerine getirmek için elbirliğiyle çabalamakta olduklarına ilişkin şiirsel ifadeler kullanabiliriz.

Bu alanda yürütülen çağdaş araştırmalardan çıkan daha ağırbaşlı bir takım sonuçlar ise, İngiliz biyolog Richard Dawkins'in *Bencil Gen* başlığı altında yayınlanan çok ilgi çekici bir kitabında özetlenmiş bulunmaktadır⁽⁵⁾. Genetik iletileri oluşturan ve herbiri bir anlam taşıyan genler mutasyona uğramadıkları takdirde kendileriyle tıpatıp aynı olan kopyalarını üretirler ve bu yolla bir tür ölümsüzlüğe sahip olurlar. Hayvanlar ve bitkiler ise sadece genlerin kuşaktan kuşağa aktarılmasını sağlayan araçlardır. Bu araçları taşıyıcı olarak kullanan birtakım genlerin yararlı hiç bir işlevleri bulunmadığı (hatta belki de zararlı oldukları) sanılmaktadır. Çok sayıdaki bu "bencil" genle

rin genetik iletiler içinde barınmasına hiç gerek olmadığından genler topluluğuna yeni bir düzen verilmesi işimize yarayabilir.

Bunu nasıl yapabiliriz? En büyük bilim adamı, yaşamın yaratıcısı, cinsiyeti bulan kişi olarak yine size dönüyoruz ve soruyoruz: Genetik iletinizi daha etkin kılmak için ne yapmayı düşünüyorsunuz?

Ne dediniz? Ortada bir yanlış anlama mı var? Ne demek istiyorsunuz? Yaşamın başlatılmasında ya da evriminde bundan fazla sorumluluk almak istemiyorsunuz, öyle mi? Emin misiniz?

Doğrusu beni düşkırıklığına uğrattınız. Başlattığınız yaşamla artık ilgilenmiyorsunuz, öyle mi? Bu durumda yeni bir senaryo yazmamız ve herşeye yeni baştan başlamamız zorunlu oldu.

Yıldızların, galaksilerin ve diğer herşeyin şu ya da bu biçimde ortaya çıktığı kesin. Gerçi bu işin nasıl gerçekleştiğini tam olarak bilmiyoruz ama tüm bunların var olmamaları için bir neden de yok. Evrende oldukça büyük bir rastlantısallık var, ama bunun yanı sıra belli bir düzenin bulunduğunu da biliyoruz. Ve günün birinde evrende yaşam da ortaya çıktı. Göründüğü kadarıyla bu oldukça kolay bir biçimde gerçekleşti⁽⁶⁾ ama nasıl olduğunu tam olarak bilmiyoruz. Yaşamın özünü oluşturan küçük genetik iletiler evrendeki tüm gelişigüzeğe karşın varlıklarını sürdürmeyi ve deneme - yanılma yoluyla kendilerini bu gelişigüzeğe uydurmayı başardılar. Daha sonra biraraya gelip "yeniden düzenlenmiş" iletiler oluşturmayı öğrendiler ve böylece cinsiyet ortaya çıktı. Bunun sonucu olarak da genetik iletiler evrendeki düzenin bir bölümünü kendi amaçları için kullanma olanağına kavuştular.

Yaşamın genetik iletileri çok sayıda "bencil" genleri içerir, ama doğal seleksiyon bu genleri de olabildiğince etkin ve yararlı kılmamanın yollarını bulmuştur. Yaşam ise dünyayı kendi amaçları için kullanmak ve evrenin yapısında bulunan düzenlilikten yararlanmak üzere sayısız olanaklar üretmiştir.

Evrenin yapısında bir düzen bulunduğu ve yaşam bu düzenden yararlandığı için de bir süre sonra yaşamın *zeka* adını verdiğimiz yeni bir ögesi ortaya çıkmıştır.

XXV. BÖLÜM

Zeka

David Marr, Massachusetts Teknoloji Enstitüsünde görsel veri işlenmesi ve yapay zeka konularında uzman olarak çalışmaktaydı. Marr'ın *Görme Duyusu* adını taşıyan kitabı⁽¹⁾ son yıllarda bilimsel literatüre yapılan en önemli katkılardan birini oluşturmuştur. Marr bu kitabı lösemiye yakalandığını ve pek fazla zamanı kalmadığını öğrendiği zaman yazmaya başlamıştı. Bu nedenle *Görme Duyusu* bilimsel literatürde yaygın biçimde rastladığımız gereksiz bir takım ayrıntılara girmeden doğrudan temel konulara el atmaktadır.

Gözlerimiz tarafından sağlanan veriler ağtabakadan be-yincikte bulunan görme merkezine dek giden çeşitli aşamalarda işlenir. Tüm bu görsel veri işleme sistemi çevremizde gördüklerimizi analiz etmede kusursuz bir performans sahibidir. Bu bağlamda ilk anda akla gelebilecek soruların bazıları şöyledir: Görsel sistem nedir? Nelerden oluşur? Tam olarak nasıl çalışır? Ortaya çıkışı nasıl olmuştur? David Marr kitabında bunları ve diğer bazı soruları yanıtlamaktadır. Örneğin: Sıfırdan başlayarak bir görsel sistem yaratacak olsaydık seçeneklerimiz neler olurdu? Bu aslında bir mühendislik problemidir. Bu probleme biyoloji biliminin getirdiği çözüm ne denli yeterlidir? Bu gibi soruların yanıtlarına ilişkin bilgilerimiz bölük-pörçük durumdadır. Bu bilgi kırıntılarını biraraya getirdiğimiz zaman karşımıza bazı kırıntılarının kesin olmamasına karşın bütünüyle bakıldığında zaman çok geniş kapsamlı bir tablo çıkmaktadır. Bu tabloda bizim için en önemli olan bilgi, görsel sistemimizin kesin bir fiziksel gerçeğe yönelik biçimde tasarlanmış olduğudur. David Marr'ın analizinden de çok açık olarak bu sonuç çıkmak-

tadır. Görsel sistem ışık ve renk yegînlığının ortaya çıkardığı birtakım görüntüleri analiz etmekle yetinmesi amaçlanan basit bir araç olmayıp, kendileri de kenar çizgileri tarafından sınırlanan iki boyutlu yüzeylerin sınırladığı nesneleri üç boyutlu uzayda görebilmemizi sağlayan çok daha karmaşık bir olgudur. Sistem, kenar çizgilerini görmek, yüzeyleri canlandırmak ve tüm bunları onlara bakmakta olan kişi yönünden belli bir biçimde aydınlatılmış ve konumlandırılmış nesnelere dönüştürerek yorumlamak zorundadır.

Dış dünyaya baktığımız zaman gözlerimizden beynimize çok büyük çapta bir veri aktarımı olur. Diğer yandan dış dünyanın sahip olduğu görsel zenginlik gözlerimize erişen sonsuz sayıdaki iletilerin bir bölümünü gereksiz kılmaktadır. Görsel sistemimiz bu nedenle beynimize ulaştıracağı iletileri seçer ve fazla ya da gereksiz bilgileri veri sıkıştırma yoluyla eler. Ağtabaka düzeyinde başlayan bu işlem, görsel verilerin beyincikteki görme merkezine ulaşana dek gereken biçimde elenmiş ve işlemlenmiş olmasını sağlar. Gördüğümüzü sandığımız şeyler aslında doğal evrim tarafından belli bir tür dış fiziksel gerçeğin algılanmasına yönelik biçimde donatılmış olan görsel sistemimizin işlemlediği ve yorumladığı görüntülerdir.

Şimdi etkin biçimde çalışan bir görsel sistem yaratmaya ilişkin mühendislik projemize geri dönelim. Bu *yapay zeka* alanına giren bir konudur. Neden *zeka*? Zeka adını verdiği şey beyinde cereyan eden bir etkinliktir. Zekamız dış dünyadan bize ulaşan verilere dayanarak davranışlarımızı yönlendirir. Görsel iletilerin yorumlanması da bu işlemin bir bölümünü oluşturmaktadır.

Zeka kavramını anlamak için doğal olarak önce beyni tanımak gerekir. Bu amaçla beynin anatomisini öğrenmek, elektriksel etkinliğinin saptanması ve analiz edilmesi amacıyla elektrodlar kullanmak ve mikroskopla hücrelerini incelemek zorundayız. Bunlar ve benzeri diğer yöntemlerle yürütülmüş olan araştırmalardan özellikle görsel sisteme ilişkin olmak üzere çok önemli bilgiler sağlanmıştır. Öte yan-

dan beynin doğrudan incelenmesinde de bazı olanaksızlıklar söz konusudur. Örneğin beynin işlevlerini ne denli incelersek inceleyelim İngilizce gibi doğal bir dil yaratamayız. Oysa dilin insan zekasının gelişiminde çok önemli bir rol oynadığı kesindir. Bu örneğin de gösterdiği gibi zekanın anlaşılması basit bir sorun değildir ve bu yolda kendimizi nörofizyoloji ya da psikoloji gibi tek bir bakış açısıyla sınırlarsak yanılığa düşmemiz kaçınılmaz olur.

Görsel sistemin mühendislik açısından ele alınması kâınmca en uygun ve en doğal yaklaşımdır. Sigmund Freud da cinsel güdünün araştırılmasında bu tür bir yaklaşımı benimsemiştir. Freud'un irdelediği cinsiyet ile bizim bundan önceki bölümde değindiğimiz cinsiyet aynı şey olmamakla birlikte bu iki kavram birbiri ile bağlantılıdır²¹. Psikoanalizin kurucusu genellikle oral, anal, vb. gibi adlarını belli erotojen bölgelerden alan bazı *parça güdüler* saptamış ve cinsel güdüyü bu çerçeve içinde açıklamıştır. Parça güdüler çocukluğun ilk dönemlerinde birbirinden ayrı olarak ortaya çıkarsa da daha sonraki yıllarda bir araya gelerek işlevsel cinsel davranışı oluşturur. Parça güdülerden herhangi birinin normalde olması gerektiği gibi diğerleri ile birleşmeyip varlığını tek başına sürdürmesi durumunda sapkın cinsel davranış biçimleri ortaya çıkar (burada normalden amaç, doğal seleksiyon tarafından seçilen ve bu nedenle de üremeye yönelik olandır).

Cinsel güdü gibi görsel sistem de işlevsel açıdan irdelenmelidir. Her iki sistemde görülen "hatalar" (yani ilkinde cinsel davranış bozuklukları, ikincisinde ise görme yanılgıları ya da "illuzyonlar") değerlendirmemizde bize yol gösteren öğelerdir. Görsel sistem konusunda görsel verilerin ağtabakadan beyine ulaşana dek nasıl işlemlendiğine ilişkin ayrıntılı bilgilere sahip bulunuyoruz. Cinsel güdü ve onu oluşturan parça güdülerin irdelenmesinde ise bu gibi ayrıntılı anatomik ve işlevsel bilgilerden yararlanma olanağı bulunmadığı gibi bu konu psikoanaliz alanına giren tüm diğer konulardan çok daha güç anlaşılır bir niteliktedir. Aslında psiko-

analizin görkemi - ve trajedisi - bir bilim öğretisi olarak tümüyle yalıtılmış bir konumda bulunmasında yatmaktadır. Kimi bilim adamlarınca küçümsenmesi de yine aynı nedene bağlıdır. Freud kendisi de bir bilim adamıydı ve psikoanalizi bilimin bir bölümü olmak üzere yaratmıştı, ama Freud'dan sonra gelenlerin yaklaşımları psikoanalizi giderek bilimsellikten uzaklaştırmıştır. Bu alanda izlenen öğreti yöntemlerinin geliştirilmesiyle psikoanalizin günün birinde tekrar hak ettiği konuma gelmesini beklemekten başka yapacak bir şey yoktur. Ne de olsa psikoanaliz beynin çalışma biçimine ilişkin sorunlarla ilgilidir ve bunların bir noktada nörofizyoloji alanındaki çalışmalar ile birleşerek verimli sonuçlar sağlaması olanaksız değildir.

Şimdi yine bilgi konusuna dönelim. Cinsel güdü, görsel sistem ve bunlar gibi bir kaç ögenin daha kullanılmasıyla bir fare ya da maymun için oldukça yeterli bir beyin üretebiliriz. Gerçi insan beyni bundan tümüyle farklı ve kıyaslanamayacak denli üstün kabul edilmektedir ama aradaki farkın sandığımız kadar büyük olmadığına inanmamız için bazı nedenler vardır. Örneğin tüm evrim süreci içinde insan beyninin farklılaşmasının topu topu birkaç milyon yıllık bir geçmişi bulunmaktadır. Karmaşık doğal dillerin gelişmesi daha da yakın bir geçmişe sahiptir. Bir fare ya da maymun beyninin bulunduğu düzeyden insan beyni düzeyine gelmesi için geçirmesi gereken evrim düşündüğümüz denli büyük değildir. Diğer bir anlatımla, gereç kullanma ve karmaşık dilleri öğrenme gibi insana özgü yetenekler hernekadar beynin önemli oranda irileşmesi ile paralel bir gelişme göstermişse de evrim yönünden fazla bir çaba gerektirmiş olduklarını sanmıyorum.

Kuşkusuz fare ve maymunlara kıyasla biz insanlar çok daha üstün entellektüel beceriler geliştirmiş bulunuyoruz - örneğin teolojik sorunları tartışabilir, şiir yazabilir ve asal sayılara ilişkin sıralamanın sonlu olduğunu kanıtlayabiliriz. Yine de beynimiz temelde fare ya da maymun beyni ile aynı donanıma sahiptir. Sonuçta "üstün" beynimiz basit aritme-

tik işlemlerini yapmakta zorlanmasaydı, zamanın akışını şaşmaz biçimde hesaplayabilseydi ve bir kaç bin sayıyı kolaylıkla belleğine alabilseydi hesap makinelerine, saatlere, takvimlere ve telefon rehberlerine gereksinim duymazdı. İnsan beyninin “üstünlüğünün” tipik bir göstergesi olan bilimde bile daha çok konuşma yetimizden ve görsel sistemimizden yararlanmaktayız. Görme duyusunun işe karışması aslında çok büyük bir avantajdır. Matematiğin geometrikleştirilmesi de bu nedenle önem taşımaktadır.

Buraya kadar söylediklerimizi özetlersek, beynimiz ve zekamız başlangıçta belli çevre koşullarında varlığımızı sürdürebilmemize yönelik bir biçimde donatılmış bulunmaktaydı: Evrimin çok daha sonraki aşamalarında bu temel beyinsel donanım oldukça esnek bir işlevselliği bulunan daha yüksek düzeyde bazı yetiler eklenmiş ve bunlar doğal seleksiyon tarafından da yararlı bulunarak korunmuştur. Bilim insan beyninin bu yüksek düzeydeki yetilerinin bir yan ürünü olarak ortaya çıkmışsa da kanımca burada bir yanılgı vardır, zira insan beyni karmaşık hesapları çabuk ve doğru biçimde yapmak ya da çok büyük ölçüde bilgi depolamak gibi bilim yapmanın gerektirdiği birtakım işlevleri yerine getirmeye yarayacak donanımdan yoksundur. Buna karşın insanlık bilimi geliştirmeyi başarmış ve bu sayede beklentilerinin çok ötesinde bilgiye erişme olanağını bulmuştur.

Gördüğümüz kadarıyla iki boyutlu yüzeyler tarafından sınırlanmış üç boyutlu nesnelerle dolu bir dünyada yaşamaktayız⁽³⁾. Beynimizin bunları doğru biçimde algılayabilmesi varlığımızı sürdürebilmemiz için gerekli olduğundan doğal seleksiyon da bu yetimizi korumuş ve sürdürmüştür. Diğer yandan yıldızların kimyasını ya da asal sayıların incelikli özelliklerini kavrayabilmiş olmamızı doğal seleksiyonla açıklayamayız. Doğal seleksiyon sadece insanların evrim sonucu daha yüksek beyinsel yetilere sahip olmasını sağlamıştır. Bugün fiziksel evrene ya da matematiğin soyut dünyasına ilişkin olarak bildiklerimizi doğal seleksiyona borçlu olduğumuz söylenemez.

Fiziksel evrende birçok şeyin önceden belirlenemez ya da rastlantısal olduğunu bildiğimiz gibi bir çok matematik teorisinin de kanıtlanamaz olması gerektiğinin bilincindeyiz. Buna karşılık fiziksel evreni de, matematiği de şaşılacak bir ölçüde anlayabiliyoruz.

Anlama yeteneği aslında insan zekasının doğası ile yakından bağlantılıdır. Örneğin beynimizin tümüyle formüle edilmiş (ve prensipte daha doğru olan) bir matematik dilini kavraması olanaksız olduğu için matematik alanında ağırlıklı biçimde doğal dilleri kullanmaktayız (Matematiksel literatür yeterince formüle edilmiş ve anlaşılabilir gibi görünse de matematikçilerin tümüyle formüle edilmiş matematik dilinden amaçladıkları bu değildir). Matematik bilgimizi kısa teoremler biçiminde ortaya koyarız zira beynimizin gerçekten uzun formülasyonları “sindirebilmesi” olanak dışıdır. Başka bir gezegende yaşayan üstün zekalı canlılar varsa herhalde matematiği bizden çok değişik biçimde yapıyorlardır - bunun bir benzerini matematik araştırmalarında giderek yaygınlaşmakta olan bilgisayar kullanımında görmekteyiz (Günümüzde bilgisayarlar doğal dillerle başa çıkamamalarına karşılık çok uzun kodları rahatlıkla kullanabilmektedirler). Kısacası, “matematik yapma” biçimimizle de insanız. Diğer yandan matematikçiler bizim değersiz varlığımızdan öte büyük bir matematiksel gerçekliğin bulunduğundan kuşku duymamaktadırlar. Bizler matematiksel gerçekleri yaratmıyor, ancak ortaya çıkarabiliyoruz. Doğal gibi görünen bir soruyu kendi kendimize sorarak işe başlıyor ve çoğu zaman da yanıtını buluyoruz (ya da bir başkası buluyor). Ve bulduğumuz anda da sorumuzun bundan başka bir yanıtı olmayacağını biliyoruz. Üstelik işe başladığımız zaman Gödel teoremi yüzünden sorumuza yanıt bulabileceğimize ilişkin bir garantimiz bile olmuyor. Matematiksel gerçekler dünyasının kapılarının bize nasıl olup ta açıldığını anlamıyoruz ama açılıyorlar ve o kapıların ötesinde gördüklerimiz gözlerimizi kamaştırıyor.

Fiziksel evrenin matematiksel yollarla anlaşılabilir hale gelmesi de bundan daha az şaşırtıcı değildir. Macar asıllı Amerikalı fizikçi Eugene Wigner bu olguya ilişkin duygularını bir yazısının başlığına şöyle yansıtmıştır: *Matematiğin doğal bilimler üzerindeki anlaşılmaz etkisi*^[4]. Evrenin ne denli geniş ve bu evrenin içinde yaşayan bizlerin ne denli önemsiz olduğunu biliyoruz. Buna karşın inanılmaz bir biçimde evrenin derinliklerine dalabiliyor ve sırlarını çözebiliyoruz.

XXVI. BÖLÜM

Sonsöz: Bilim

Gelin sizinle zamanda yolculuk yapıp birkaç bin yıl geri gidelim. Güneş batmış, hava kararmakta. Günlük işlerimizi bitirmiş, yağ kandillerimizi yakıp ocaktaki ateşin çevresinde oturmuşuz. Yerel konuları tartışıyor ve kırsal etkinlikleri yıldızların konumuna göre nasıl planlayacağımızı konuşuyoruz. Köyümüzden gelip geçen gezginlere ve konuştukları garip dillere ilişkin öyküler anlatıyoruz. Bazen çeşitli tanrıların nelere kadir olduğu, yeni bir yasanın yaşamımızı nasıl etkileyeceği, ya da belli bir bitkinin hangi hastalığa iyi geldiği gibi bir konuda bir tartışma çıkıyor. Bugün olduğu gibi zamanda yolculuk yaparak gittiğimiz bu geçmişte de insanlar birtakım şeyleri merak ediyorlar ve içinde yaşadıkları dünyanın sırlarını, çeşitli olguların nedenleri ve nasıllarını araştırıyorlar. Ve yine bugünkü gibi çözümler arıyorlar - düşlerin nasıl yorumlanabileceği, geleceğin nasıl önceden kestirilebileceği, gökyüzünde görülen belirtilerin anlamı ya da bir parça iple nasıl bir üçgen yapılabildiği gibi konularda sorular soruyor ve yanıtlar alıyorlar.

Bugün bulunduğumuz yerden bir kaç bin yıl geriye baktığımız zaman eski tartışma konularının bir bölümünün artık unutulmuş olduğunu görüyoruz - örneğin binlerce yıl öncesi- nin tanrıları bizi artık fazla ilgilendirmiyor. Gerçi bazı soruları bugün de soruyoruz: Gerçek sanat nasıl olmalı? Bilinç nedir? Gelecek önceden bilinebilir mi? Diğer yandan, birtakım başka sorulara yanıt bulunması yolunda o zamandan bu yana yapılmış olan araştırmalar bilim ve teknolojinin dev adımlarla ilerlemesini sağlamış ve insanlığın konumunu tümüyle değiştirmiştir. İnsanlık bir ip parçasıyla bir üçgen

oluşturmaya çalışırken matematiği bulmuş, yıldızların hareketlerini merak ederek işe koyulup mekaniği ve fiziği var etmiş, bitkilerin sağaltıcı gücünü araştırmaktan yola çıkarak çağdaş biyoloji ve tıp bilimlerine varmıştır.

Bilim insan merakının diğer alanlarından farklı bir gelişme göstermiştir. Bunun nedeni bu alana duyulan ilginin daha büyük oluşundan çok ortaya konan amaç ve kavramların kendine özgülüğüdür. İnsanlar kısa bir süre sonra üçgenlerin özelliklerini tanımanın düşlerin ne anlama geldiğini tartışmaktan daha yararlı olduğunu, bir sarkacın hareketini araştırmanın bilinç konusunda varsayımlar yürütmekten daha somut ürünler verdiğini görmüşlerdir. Eskinin düşünsel sorunları bazen bilim tarafından açıklığa kavuşturulur, bazen de bilimi yanlış yöne saptırırlar. Ama geriye bakıldığı zaman akla gelen sorular çoğu zaman yanıtsız kalmakta, ya da bulunan yanıtlar entelektüel yönden inandırıcı olsa bile bizi psikolojik yönden tatmin etmemektedir⁽¹⁾.

Rastlantı ve gelişigüzellik önceleri bilimsel araştırma konuları olarak fazla umut verici görünmemiş ve hatta bilim adamları bu konulara girmekten kaçınmışlardı. Oysa bugün bu kavramlar evrenin nedenleri ve nasıllarını anlamamızda çok önemli bir rol oynamaktadırlar. Bu kitabın başlıca amacı da bu rolü aydınlığa kavuşturmaktır. Çevremizdeki dünyayı fizik teorileri biçiminde nasıl idealize ettiğimizi ve dünyamızın evrimi üzerindeki entelektüel kontrolümüzün *kaos* tarafından nasıl sınırlandırıldığını gördük. Bunun gibi, *rastlantı ve önceden kestirilebilirlik* kavramlarının doğru biçimde değerlendirilmesinin gerek tarih açısından gerekse günlük hayatımız için ne denli önemli olduğunu öğrendik ve bir litre sudaki moleküler kaostan içerdiği rastlantı payını ölçen *entropi* ile tanıştık. *Karmaşıklık* problemlerini kısaca inceledik ve anlamlı bilginin elde edilmesinin ne denli güç olabileceğini anladık. Ve 1, 2, 3 gibi doğal sayıların özelliklerinde bile rastlantının varlığını gördük. Şimdi de bilim yapan insanlara son bir kez bakalım. Meslektaşlarımla yaptığım bazı konuşmalardan çıkardığım sonuca göre benim kuşağımdaki fi-

zikçiler belli başlı iki grupta toplanmaktadır. İlk gruba girenler, bilime gençliklerinde eğlenceli kimya deneyleri yaparak başlamış olanlardır. Diğer grup ise elektrik ve mekanığe ilgi duyup boş zamanlarında evdeki radyo ya da çalar saat gibi gereçleri tekrar tekrar söküp birleştirmekle uğraşanlardan oluşmaktadır. Ben kesinlikle kimya yanlısıydım ve yeni yetmeliğime ilişkin anılarım arasında nitro gliserin ya da cıva fulminatı imal etmek ya da bir pyrex test tüpü içinde konsantre sülfürik asit kaynatmak gibi “deneyler” önemli bir yer tutar (İkincisi başta olmak üzere bunları ve benzeri deneyleri yapmanızı önerdiğimi sakın düşünmeyin). Amerikalı fizikçi John Wheeler’e gençliğinde kimyacıların mı yoksa elektro-mekanikçilerin mi arasında bulunduğunu sorduşumda “Her ikisi de” diye yanıtlamıştı. O sırada yanımda bulunan eşi, “Küçük parmağını göstere Johnny” deyince Wheeler “eğlenceli” bir kimya deneyi sırasında yarısını bilime feda etmiş olduğı parmağını gururla sergilemişti. Fizikçi Murray Gell’Mann ise gençliğinde bilimkurgu kitapları okumaktan deney yapmaya pek zaman bulamadığını anlatmıştı.

Uyuşturucu maddeler ve terörizm sorunları yüzünden bugün gençler kimyasal deneyler konusunda fazla yüreklendirilmiyor. Radyo ya da çalar saat söküp takmanın ise (bu gibi gereçlerin içinde artık görülecek pek bir şey kalmadığı için) eğlenceli bir uğraş olmaktan çıktığını sanıyorum. Geleceğin bilimadamları bugün artık tüm boş zamanlarını bilgisayar başında geçiriyorlar ve bu nedenle yakında “evrim geçirmiş” bir fizikçi türünün ortaya çıkmasını bekleyebiliriz. Ne olursa olsun, her fizikçinin meslek yaşamının böyle bir tutku ile başladığı kesin görünüyor - bu ister kimya gibi bir tür “büyüculük”, ister elektromekanik gereçler ve bilgisayar gibi daha somut, daha mantığa dayalı bir uğraş olsun. Bu arada yaşamlarını “araştırma yapmakla” geçirdiklerini söyleyen ama boş zamanlarında daha çok televizyonda maç izlemeyi yeğleyen meslektaşlarım da sanırım ayrı bir kategori oluşturuyor.

Fizikçiler gibi matematikçiler de bir tutkudan yola çıkarlar. Matematiksel araştırma güçtür, meyveleri tatlı olsa da kendisi bir tür entellektüel sancıya yol açar ve güçlü bir tutku söz konusu olmadığı zaman yapılacak iş değildir.

Fizikçileri, matematikçileri ve diğer bilimadamlarını bu alanlara yönelten tutku nedir? Psikoanaliz bilimi bize bunun kökeninde cinselliğe duyulan merakın yattığını söyler. Öyle ya, bebeklerin nereden geldiğini sormakla işe başlarsınız, bu başka sorulara yol açar ve bir anda kendinizi nitrogliserin imal ederken ya da diferansiyel denklemler yazarken bulursunuz. Bu açıklama size biraz itici gelse de büyük bir olasılıkla temelde doğrudur. Bilimin kökeninde cinsel merakın yattığını kabul edebiliriz, ama bu noktadan sonraki aşamalarda cinsellik değil, dünyanın aslında “anlaşılabilir” olduğunun kavranması rol oynamaktadır. Bilime salt psikoloji açısından yaklaşılması, matematiğin anlaşılabilirliğinin ve “doğal bilimler üzerindeki anlaşılmaz etkisi”nin önemini gözden kaçırmaya neden olur. “Yumuşak” bilimlerle uğraşan bazı bilimadamlarımın da bu yanılgıya düştüklerini görüyoruz. Ama matematikçiler ve fizikçiler kendine özgü yasalara sahip, önemsiz psikolojik sorunların çok ötesinde, garip, tutkulu ve bir bakıma çok “güzel” bir gerçeğe uğraştıklarının bilincindedirler.

Bu noktada kendimi kaptırıp bilimin bilmecelerini çözmenin yarattığı duygular konusunda coşkulu bir tanımlamaya girişebilirim ama buna izin vermeyeceğinizi görüyorum. Siz bunun yerine Sfenks’in bilmecesini o kendinden emin tavıyla çabucak yanıtlayıveren ve böylelikle oyun yazarlarını ve psikoanalizcileri bunu izleyen üç bin yıl boyunca uğraştıracak bir dizi trajik olaya yol açan Oedipus’dan bahsetmek istiyorsunuz. Diğer yandan bilim adamları da bilmeceleri yanıtlayarak işe başlarlar, ondan sonra da ya küçük parmaklarını ya da tüm dünyayı havaya uçurabilecek deneylere girerler. Bilim daha sorumlu bir biçimde davranmak zorunda değil midir?

Bu sorunun yanıtı açıktır: Bilim tümüyle ahlak dışı ve tümüyle sorumsuzdur. Bilim adamları gerçi davranışlarında

kendi ahlak kuralları ve sorumluluk duyguları (ya da bunların yokluğu) tarafından yönlendirilirler ama sonuçta kendilerini Bilim'in temsilcileri değil, *insan* olarak görür ve buna uygun bir davranış biçimi gösterirler. Örneğin, bir zamanlar *Doğa* adını verdiğimiz şeyi bugün *Çevre*'ye indirgemiş bulunuyoruz ve yakında belki de *Çöplük* olarak adlandırmamız gerekecektir. Peki, bu bilimin suçu mu? Doğru, bilim Doğa'nın ölümüne yol açan koşulların ortaya çıkmasında rol oynayabilir ama unutmayalım ki Doğa'yı yaşatacak çözümler de yine bilimin elindedir. Bilim bize ancak çevrenin korunması ya da kirliliğin önlenmesi için gereken önlemleri sağlayabilir - karar insanlarındır. Bilim soruları (en azından bazı soruları) yanıtlar, ama karar alamaz. Kararları (ya da en azından bazı kararları) ancak insanlar alabilir.

İnsanlığa hangi seçeneklerin açık olduğunu belirlemek kolay değildir. Dünyanın sonu gerçekten yakın mı? Yoksa sonsuzadek ertelenebilir mi? Bugün kullanmakta olduğumuz beynimiz Taş Devrindeki atalarımızın beyninden farklı değildir. Ancak koşmak ve mızrakla avlamak yerine araba kullanıyor ve sigorta satıyoruz. Eğer yakında bizi bir felaket beklemiyorsa yeni buluşlar yapmayı ve daha iyiye giden yolda ilerlemeyi sürdüreceğiz. En azından, ciddi teknik araştırmalar için Taş Devrinden kalma beyinlerimizin yerine giderek daha hızlı, daha güçlü ve daha güvenilir makineler kullanacağız. Bilim antikalaşmış genetik kopyalama mekanizmalarımızı da güncelleştirecek ve bu yoldan birtakım korkunç hastalıklardan da kurtulmuş olacağız. Bunlara hayır diyemeyiz. Tüm bu olumlu değişiklikleri geri çevirmeyi istesek bile sosyolojik nedenlerle bunu yapabilme seçeneğine sahip değiliz. Ama fiziksel ve kültürel çevremize vermekte olduğumuz zararlara karşın varlığımızı sürdürmeyi başarabilecek miyiz? İşte bunu bilmiyoruz.

Geçmişte olduğu gibi bugün de insanlığın geleceğini kestirebilme olanağına sahip değiliz ve daha güzel bir geleceğe mi yoksa önüne geçilemez bir sona mı yaklaşmakta olduğumuzu bilmiyoruz.

NOTLAR

I. BÖLÜM Rastlantı

1) *Dört renk teoremi*. Özel bir tür haritamız olduğunu varsayalım. Bu haritada çeşitli ülkeler görünmektedir (iş kolaylaştırmak için denizleri yok kabul ediyoruz) ve tüm ülkeler birbirine bitişiktir. Ortak sınırları bulunan her iki ülkeyi birbirinden farklı renklere boyamak istiyoruz. (Çok az sayıda ortak sınır noktası olan iki ülke için aym rengi kullanabiliriz). Bu durumda kaç renk kullanmamız gerekecektir? Yanıt: Dört renk kullanmak yeterlidir. Buna dört renk teoremi diyoruz.

Dört renk teoremi Kenneth Appel ve Wolfgang Haken tarafından bulunmuştur. Teknik ayrıntılar için bkz: K. Appel ve W. Haken, "Every planar map is four colorable, Part I: Discharging", *Illinois J. Math.* 21 (1977): 429-90; K. Appel, W. Haken ve J. Koch, "Every planar map is four colorable, Part II: Reducibility", *Illinois J. Math.* 21 (1977) : 491-567.

Daha az teknik ayrıntıya giren bir açıklama için bkz: K. Appel ve W. Haken, "The solution of the four-color-map problem", *Scientific American*, Ekim 1977, s. 108-21; K. Appel ve W. Haken, "The four-color proof suffices", *The Mathematical Intelligencer* 8 (1986): 10-20.

2) Basit sonlu grupların sınıflandırılması sorununa kısa bir giriş için bkz: J.H. Conway, "Monsters and Moonshine", *The Mathematical Intelligencer* 2 (1980): 165-71. Basit sonlu grupların sınıflandırılmasının uzun bilgisayar işlemleri ve matematikçilerin büyük çabaları sonucu ortaya çıktığını da eklemeliyim.

3) Newton'un standart biyografisi için bkz: R. Westfall, *Never at Rest* (Cambridge: Cambridge University Press, 1980). Newton'un çeşitli ilgi alanlarına giren konularda yürüttüğü çalışmalar matematik ve fizik alanlarında bugüne dek yapılmış en önemli buluşlar ile günümüz standartlarında artık pek değer taşımayan simya, tarih ve din konularına ilişkin görüşler arasında değişmektedir. Newton'un bu geniş yelpazede yer alan entelektüel ürünlerini bir tür elemeye tabi tutarak bir bölümünü yüceltmeyi sürdürürken diğer bir bölümüne unutulabilir damgası vurmak fikir olarak çekici gelebilir, ama bu büyük bilim adamının beyninde cereyan etmiş olan entelektüel yaratıcılık sürecini anlamak istiyorsak günümüzde anlamını yitirmiş olan konulara ilişkin görüş ve varsayımlarını da hesaba katmamız gerekir. Newton'un evreni bir bütün olarak algılamaya yönelik çabası açısından İncil'deki kehanetler ya da simya konularındaki araştırmaları da yerçekimi ya da diferansiyel kalkülüse ilişkin araştırmaları denli önem taşır. Newton'un beyninin nasıl çalıştığını bugün de tam olarak anlamış değiliz. Ancak Westfall'un Newton portresinden ortaya çıkan bir olumsuz izlenim, Newton'un bildiğimiz türde bir espri anlayışına sahip olmamasıdır.

II. BÖLÜM Matematik ve Fizik

1) Matematikçiler aslında birbirinden oldukça farklı türleri barındıran bir gruptur. Bazıları problemlere doğrudan yaklaşımı benimsemiştir ve başarılarını sahip oldukları büyük teknik güce borçludurlar. Diğerleri ise kolay bir çözüme olanak veren bir yol bulana dek problemleri evirip çevirirler (Böyle bir yolun her zaman bulunmadığını da söylemeliyim). Dolayısıyla tüm matematikçiler birbirine benzemez ve hatta bazıları matematikçiye bile benzemez. Buna karşılık matematikçiler ya da daha

geniş anlamda alırsak profesyonel bilim adamları arasında bir aile havası vardır. Bu durum fiziksel benzerlikleri bile kapsar - yabancı bir kentte bir bilimsel toplantıya giderken sokakta görünümünden meslektaşım olduğunu tahmin ettiğim birinin peşine takılıp onu izleyerek toplantı yerini bulduğum çok oldu. Üstelik bunu başkalarından da duymaktayım.

2) Bkz: Bölüm 22 ve 23. Gödel'in eksiklik teoremini kısaca şöyle anlatabilirim: 1, 2, 3 tam sayılarının genelde kabul edilen temel özellikleri çerçevesi içinde, Gödel bazı özelliklerin ne doğruluğunun ne de yanlışlığının kanıtlanamayacağını göstermiştir. Bunlar *saptanamayan* özelliklerdir. Temel özelliklerin sayısının artırılması durumunda da her zaman bazı saptanamayan özellikler kalacaktır.

3) Bkz: H. Poincaré "L'invention mathématique" (matematiksel buluş), *Science et Methode* 3. Bölüm (Paris: Ernest Flammarion, 1908); İngilizce çevirisi - *Science and Method* (Newyork: Dover, 1952). J. Hadamard, *The Psychology of Invention in the Mathematical Field* (Princeton: Princeton University Press, 1945; İkinci ve daha kapsamlı baskısı Newyork: Dover, 1949).

Poincaré bilinçli olarak üstünde düşünmeyi bıraktığı ve çözümü bir süre sonra hiç beklemediği bir anda tümüyle açıklık kazanmış bir biçimde kafasının içinde beliren bir problemi örnek göstermektedir. Büyük bir olasılıkla bilinçaltı bu problem üzerinde çalışmayı sürdürmüştü. Böyle bir olgu bilinçaltının derinliklerinden çok Freud'un *bilinçönü* adını verdiği aşama ile ilgilidir ama şöyle ya da böyle adlandırılması bu olguya tam bir açıklama getirmemektedir. Bilinçaltının ya da bilinçönünün bilimsel buluşlarda rol oynaması kanımca bir çok bilim adamı tarafından bilinen bir olgu olmakla birlikte gerçek anlamda anlaşıldığı söylenemez.

4) Galileo Galilei'nin *Saggiatore* (1623) adlı eserinden bir alıntı: "Sürekli biçimde gözlerimizin önünde açık duran bu eşsiz kitap (evren) geçmiş ve gelecek tüm felsefeyi içerir, ama onu anlamak için önce dilini öğrenmek ve alfabesini tanımak zorundayız. Dili matematiğin dilidir, alfabesinin harfleri ise üçgenler, daireler ve diğer geometrik şekillerdir..."

5) Bir fizik teorisinin matematiği, işlevsel yönden tanımlanmış özelliklerin ötesine geçerek prensipte bile doğrudan gözlenemez nesneleri içerebilir. Gözlenemez nesnelerin işe karışması doğal olarak dikkatle ele alınması gereken bir olgudur. Normalde bu olasılığı düşünsel nedenlerle yadsımaya eğilim gösterebiliriz. Diğer yandan böyle bir düşünsel önyargı en azından bazı durumlarda yanlışya yol açabilir. Örneğin, 1950'lerin sonlarında fizikçi Geoffrey Chew kuantum fizikçilerinin çabalarını deneysel nitelikler taşıyan *S-matrisi* adlı bir matematiksel nesne üzerinde yoğunlaştırmalarını ve gözlenemez *kuantum alanları* ile ilgilenmemelerini önermişti. Chew'un önerisi bir açıdan akılcı sayılabilir, ama bu öneriden önce de sonra da kuantum alanları konusundaki araştırmalardan önemli sonuçlar sağlandığından kendimizi bundan yoksun kılmak doğru olmayacaktır.

III. BÖLÜM

Olasılıklar

1) Bölüm II'nin başında matematikçilerin psikolojisine ilişkin görüşlerine değindiğimiz ve daha ilerde de türbülans teorisini ele alacağımız ünlü matematikçi Kolmogorov olasılık hesaplarının matematiksel temellerine saygınlık kazandıran kişidir. Bu konuda standart kaynağı veriyorum: A.N. Kolmogorov, *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeits-rechnung*, Erg. Math. (Berlin: Springer, 1933); İngilizce çevirisi: *Foundations of the Theory of Probability* (Newyork: Chelsea, 1950).

2) Olayların birbirinden bağımsızlığına ilişkin fiziksel bir tanımlama vermeyi özellikle istiyoruz. İki olayın "birbiri ile ilgisi bulunmaması" durumunda bağımsız olaylar oldukları yolundaki tanımlama amaca hizmet etmekle birlikte işlevsel bir tanımlama sayılmaz. Bunun yerine bağımsızlığın matematiksel tanımını (yani kural 3'ü) kullanmak ve istatistiksel yönden doğrulamak daha iyi olabilir. Bu yol prensipte herhangi bir şeyin tanımlanması için daha doğrudur ve uygulamada olmasa bile ders kitaplarında bu yol izlenir.

Diğer yandan istatistiksel doğrulama hantal ve çoğunlukla inandırıcı olmayan bir mekanizmadır. Bu nedenle bilim adamları önce iki olayın birbiri ile ilgisi bulunmadığı için bağımsız olduklarını kabul ederler, sonra bağımsızlığı geçersiz kılabilecek etkenlerin olup olmadığını araştırırlar ve en son çare olarak da istatistiksel doğrulamaya başvuruurlar.

IV. BÖLÜM

Piyangolar ve Yıldız Falları

1) Ashında arasına bir piyango bileti almak ya da işi fazla büyütmeden kumar oynamak - eğer bunlar sizi eğlendiriyorsa - kabul edilebilir davranışlardır. Ekonomi ders kitapları piyango, şans oyunları ve bunlarla bağlantılı olarak sigorta konusuna mantık yönünden yaklaşırlar (sigorta şirketinin sizin sırtınızdan haksız kazanç sağladığını bilmenize karşın sigorta yaptırmanız neden mantıklıdır?). Burada anlatmaya çalıştığımız ise zengin olmak umuduyla piyangoya büyük paralar yatırmanın yanlışlığıdır.

2) Büyük bir N sayıdaki denemede, "A" olayının gerçekleştiği durumların sayısına $N(A)$, "A" ve "B"nin gerçekleştiği durumların sayısına da $N(A \text{ ve } B)$ diyelim. "A"nın gerçekleştiğinin bilinmesi halinde "B"nin olasılığını yaklaşık biçimde

$$\frac{N(A \text{ ve } B)}{N(A)}$$

olması gerekir, bu da eşittir -

$$\frac{N(A \text{ ve } B)}{N} = \frac{N(A)}{N}$$

ve dolayısıyla yaklaşık olarak eşittir -olasılık ("A ve B") ÷ olasılık ("A"). Bu durumda şu tanımlama yapılabilir:

Olasılık ("B" - eğer "A"nın gerçekleştiği biliniyorsa)

$$= \frac{\text{olasılık ("A ve B")}}{\text{olasılık ("A")}}$$

(Buna *şartlı olasılık* denir.)

"A" ve "B" bağımsız ise, kural 3 eşit işaretinin sağında kalanın

$$\frac{\text{olasılık ("A ") x olasılık ("B")}}{\text{olasılık ("A")}} = \text{olasılık ("B")}$$

olduğunu gösterir, ki bu da kural 4'ü kanıtlar.

3)Havanın nasıl Venüs'ün bir kaç hafta önceki konumuna hassas bağlılık gösterirken aynı zamanda da istatistiksel açıdan bundan tümüyle bağımsız olabileceğini teknik yönden kısaca anlatmaya çalışacağım. Varsayalım ki x incelediğimiz sistemin, örneğin evrenin (ya da daha iyisi idealize edilmiş bir evrenin) herhangi bir başlangıç durumudur ve diğer bir takım şeyler arasında Venüs'ün konumunu ve bulunduğunuz yerdeki hava koşullarını da kapsamaktadır. Eğer x birkaç hafta önceki durum ise bugün öğleden sonraki durum $f^t x$ olacaktır; burada f^t zamansal evrim operatörü olmakta ve (birkaç hafta öncesinden bugüne dek görülen zaman içindeki evrimi anlatacak biçimde) sistemimizin durum uzayının değişimini temsil etmektedir. Sistemimizin olası başlangıç durumlarını içeren A olarak tanımladığımız bir durumlar kümesi bulunmaktadır. Bizim bu kümedeki durumlar arasından bir seçim yapma olanağımız yoktur, yani gerçek başlangıç durumunu kesin biçimde bilmiyoruz (İşimizi kolaylaştırmak için sadece Venüs'ün başlangıç durumunu kesin olarak bilmediğimizi kabul edelim). Bugün öğleden sonraki hava durumu ile ilgili çeşitli olasılıklar $f^t A$ kümesi içindeki tüm noktalarca tanımlanmaktadır. Daha sonraki bölümlerde inceleyeceğimiz başlangıç durumuna hassas bağlılık ol

gusu nedeniyle $f^t A$ havaya ilişkin tüm olasılıkları kapsamakta ve dolayısıyla da oldukça geniş bir küme olmaktadır. Bugün öğleden sonra yağmur yağması ile ilgili durumlar kümesinin B olduğunu varsayarsak $f^t A$ 'nın bir bölümü B 'nin içinde, diğer bir bölümü ise dışında kalacak ve bu nedenle Venüs'ün bir kaç hafta önceki konumunun etkileri bugün öğleden sonra bulunduğunuz yerde yağmur yağıp yağmayacağını saptanmasını engelleyecektir. Evrenin bugün öğleden sonra yağmur yağması olasılığını içeren ve birkaç hafta öncesine ilişkin olarak bildiklerimize uyan durumları ise $(f^t A) \cap B$ kesişmesinin olduğu noktalar. Bu kesişme konusunda söyleyebileceğimiz ne var?

Tartışmamızı sürdürebilmek için, birçok zamansal evrim için zaman içinde değişmeyen ve çeşitli olayların olasılıklarını tanımlayan doğal bir *olasılık ölçüsü* (m) kullanacağız. Örneğin, $m(f^t A) = m(A)$, " A " olayının başlangıç durumuyla bağlantılı olasılığıdır. Ayrıca $m((f^t A) \cap B)$, " A " olayının birkaç hafta önceki ve " B " de bugün öğleden sonraki olasılığıdır. Çoğu zaman büyük t için geçerli olan tanım, $m((f^t A) \cap B) = m(A) \times m(B)$ 'dir. *Karıştırma (mixing)* adı verilen bu özelliğin anlamı şudur: $f^t A$ o denli içiçe geçmiş bir kümedir ki B 'nin içindeki bölümü B 'nin $[m(B)]$ ile ölçülen büyüklüğü ile doğru orantılılık gösterir.

Yukarda değindiğimiz karıştırma özelliğini olasılıklar açısından yorumlarsak bunun bizi, bugün öğleden sonra yağmur yağması ile Venüs'ün birkaç hafta önceki konumunun (istatistiksel yönden) bağımsız olaylar olduklarının varsayılması ile aynı sonuca götürdüğünü görürüz. [$m(A) = 0$ olması, uygun bir sınır saptamakla çözümlenebilecek önemsiz bir teknik ayrıntıdır.]

İstatistiksel bağımsızlığın yukardaki yoldan ortaya konması, kesin bir *kanıt* isteyen bir matematikçi için doğal olarak yeterli değildir. Oysa biz bu kanıt verebilecek durumda olmaktan çok uzağız - problemi-miz bunun için fazla güç. Eğer fizikçiyse matematiksel bir kanıtın yokluğu sizi rahatsız etmeyebilir ama bunun yerine başka şeyler istersiniz. Örneğin, en başta problemimizde başlangıç durumuna hassas bağlılığın varlığını gösteren belirtileri arar ve "birkaç hafta"nın kaç hafta olduğunu bilmek istersiniz (bu konuyu ilerkı bölümlerde ele alacağız). Bundan sonra Venüs'ün konumu ile tam olarak neyin anlatılmasının amaçlandığını da kesin biçimde bilmeniz gerekir (eğer dikkat etmezseniz Venüs'ün konumu hangi mevsimde bulunduğunuz ve dolayısıyla o mevsime özgü hava koşulları ile bağlantılı duruma gelebilir). Ayrıca karıştırma sorununu incelemek gereğini de duyarsınız. Tüm bunların doğrudan ele alınmalarının çok güç olması nedeniyle de yağmur yağması ile Venüs'ün konumunun istatistiksel bağımsızlığına ilişkin kestirimlerinizde ne gibi yanlışlara düşebileceğinizi önceden saptamaya çalışırsınız. Olası yanlışlardan biri Venüs gözlemlerine uygun düşecek biçimde havayı değiştiren akıllı bir dış etkenin varlığından kaynaklanabilir, ama günümüz teknolojisinde bu çok geçerli sayılmaz. En son olarak da, eğer konu yeterince ilginizi çekiyorsa, hava durumu ile Venüs'ün konumunun birbirinden bağımsızlığını doğrulama amacına yönelik bir dizi gözlem ve istatistiksel deney yapabilirsiniz.

Yukarda anlatılanlar arasında bir noktanın açıklığa kavuşturulması gerekiyor: *Akıllı bir dış etkenden ne kastediyoruz?* Şimdilik bu soruya verilebilecek tek yanıt, bunun normalde beklenmeyecek bağlantılar kurabilen bir varlık olduğudur. Eğer düşünürseniz bunun akıl ya da zeka kavramının pek de kötü bir tanımlaması olmadığı görürsünüz.

V. BÖLÜM

Klasik Determinizm

1) *Newton denklemi*: $m_1, \dots, m_N$ (pozitif sayılar) kütlelerinde ve $x_1, \dots, x_N$ (3 boyutlu uzaydaki vektörler) konumlarında N sayıda nokta düşünün. Bu durumda Newton'un denklemi, aşağıdaki gibidir:

$$m_i \frac{d^2}{dt^2} x_i = F_i, i = 1, \dots, N \text{ için}$$

Burada F_i , i 'nci parçacık (bir 3 - vektör) üzerindeki kuvveti göstermektedir. Newton'un denklemi derken tekil anlatım kullanıyoruz ama gerçekte her konumun üç bileşeni olduğu için $3N$ denklem bu-

lunmaktadır. Çekim gücü aşağıdaki denklemle anlatılır:

$$F_i = \gamma \sum_{j \neq i} m_i m_j \frac{x_j - x_i}{|x_j - x_i|^3}$$

Burada γ çekim sabitidir. Bu değişmez örneğin gezegenlerin güneş çevresindeki çevrimlerinin incelenmesi amacıyla kullanılır. Herhangi bir başlangıç zamandaki x_i konumları ve dx_i/dt hızları biliniyorsa ilke olarak bunların diğer bir zamandaki değerlerinin Newton denklemi ile bulunması olasıdır. İlke olarak diyorum, zira bu denklemin çözümlerinin çekim güçleri ile ilişkili olarak varlıkları ve kendine özgümlükleri tüm başlangıç zamanları için garantili değildir. Ayrıca N 'nin 3 ya da daha fazlaya karşılık gelmesi durumunda çözümler çok açık analitik biçimlerde elde edilemez ve bunların büyük bir titizlikle incelenmesi gerekir.

2) P.S. Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités* (Paris: Courcier, 1814).

3) R. Thom, "Halte au hasard, silence au bruit (, mort aux parasites)"; Edgar Morin, "Au-delà du déterminisme; Le dialogue de l'ordre et du désordre"; Ilya Prigogine, "Loi, histoire.... et désertion." Bu makaleler 1980 yılında Fransa'da yayınlanan *Le Débat* dergisinin 3 ve 6 ncı sayılarında çıkmış ve Thom basılı versiyonda "mort oux parasites" ibaresine yer vermemiştir. Bunlar ve diğer makaleler şimdi toplu olarak *La querelle du déterminisme: Philosophie de la science d'aujourd'hui* (Paris: Gallimard, 1990) başlığı altında yayınlanmış bulunmaktadır.

4) E. Schrödinger, "Indeterminism and free will", *Nature*, 4 Temmuz 1936, s. 13-14. Bu makaleyi bulabileceğiniz diğer bir kaynağı da veriyorum: E. Schrödinger, *Gesammelte Abhandlungen* (Viyana: Vieweg, 1984), cilt 4, s. 364-65.

VI. BÖLÜM

Oyunlar

1) *Minimaks teoremi*. A ve B olarak adlandırdığımız iki oyuncuyla oynanan sonlu ve sıfır-toplamlı bir oyunu ele alıyoruz. Oyuncu A , M sayıda seçeneğe sahiptir yani 1 ile M arasında bir seçim yapabilir, oyuncu B ise N sayıda seçeneğe sahiptir, yani 1 ile N arasında seçim yapabilir. Oyun sonlu'dur yani M ve N sonlu sayılardır. A 'nın i ile gösterilen seçimi ile B 'nin j ile gösterilen seçimi sonucu ortaya çıkan ödeme A için K_{ij} ve B için $-K_{ij}$ olarak gösterilir. Oyun sıfır - toplamlıdır, zira bir oyuncunun kazandığı miktar $|K_{ij}|$ diğerinin kaybettiğidir. Oyuncu A 'nın seçimini $p_1, \dots, p_M$ olasılıkları ile, oyuncu B 'nin seçimini de $q_1, \dots, q_N$ olasılıkları ile yaptığını varsayalım. Bu durumda A 'nın ortalama kazancı

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N K_{ij} p_i q_j,$$

B 'nin ortalama kaybı da *eksi* aynı miktardır. Oyuncu A oyuncu B 'nin yapabileceği en kötü q seçimi için ortalama ödemenin olabildiğince büyük olmasını sağlamaya çalışacaktır. Böylelikle A 'nın kazancı

$$\min_{(q_1, \dots, q_N)} \max_{(p_1, \dots, p_M)} \sum_i \sum_j K_{ij} p_i q_j \quad (1)$$

olurken B için buna karşılık gelen miktar

$$\begin{aligned} & \min_{(p_1, \dots, p_M)} \max_{(q_1, \dots, q_N)} \sum_i \sum_j (-K_{ij}) p_i q_j \\ & = - \max_{(p_1, \dots, p_M)} \min_{(q_1, \dots, q_N)} \sum_i \sum_j K_{ij} p_i q_j \quad (2) \end{aligned}$$

olacaktır. Minimaks teoremi (2)'nin eksi (1) olduğunu söylemektedir, yani

$$\min_i \max_j \sum_i \sum_j K_{ij} p_i, q_j = \max_j \min_i \sum_i \sum_j K_{ij} p_i, q_j \quad (3)$$

Burada min ve maks $p_1, \dots, p_M, q_1, \dots, q_N \geq 0$ üzerindedir ve

$$\sum_i p_i = \sum_j q_j = 1 \text{ 'e bağlıdır}$$

İki oyuncunun olasılıklı stratejiler kullanmak yerine sıradan stratejilerle yetinmeleri durumunda minimaks teoreminin varlığı söz konusu olmayacaktır. Çünkü genellikle

$$\min_j \max_i K_{ij} \neq \max_i \min_j K_{ij}.$$

Çoğu zaman bu durumda oyunculardan biri olasılıklı bir stratejiye yönelmeyi uygun bulur.

Minimaks teoremi John von Neumann'a aittir (J. v. Neumann ve O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior* (Princeton: Princeton University Press, 1944))

A ve B için en uygun stratejileri veren minimaksın K değerini ve p_i, q_j 'leri nasıl buluruz? Bunu aşağıdaki lineer koşullar belirlemektedir:

$$\begin{aligned} (i = 1, \dots, M \text{ için}) \quad p_i &\geq 0, \quad \sum_j K_{ij} q_j \leq K \\ (j = 1, \dots, N \text{ için}) \quad q_j &\geq 0, \quad \sum_i K_{ij} p_i \geq K \\ \sum_i p_i &= \sum_j q_j = 1. \end{aligned}$$

Bu tür bir lineer eşitlikler ve eşitsizlikler sistemine bir çözüm bulunması bir *lineer programlama* problemidir. Metinde gösterilen ödemeler tablosu ile ilgili olarak aşağıdaki değerler ortaya çıkmaktadır:

$$p_1 = 0, p_2 = 0.45, p_3 = 0.55, q_1 = 0.6, q_2 = 0.4, q_3 = q_4 = 0, K = 3.4.$$

VII. BÖLÜM

Başlangıç Durumuna Hassas Bağlılık

1) Gerçek ve sanal topar arasındaki uzaklığın büyümesi (= zaman türevi) toparların izlediği yollar arasındaki açı ile doğru orantılıdır. Bu nedenle iki topar arasındaki uzaklık bir üstelin integrali ile hesaplanır ve bu da (toplamsal bir değişmeze dek) yine bir üstel olur:

$$\int_0^A e^{\alpha s} ds = \frac{A}{\alpha} (e^{\alpha} - 1).$$

Doğal olarak saniyede bir şok varsayımını yaklaşık bir ölçüdür. Bu durumda bile açının büyümesi ancak kabaca üsteldir. Bununla birlikte ileri sürdüğümüz görüşün tek ciddi sakıncası ancak topar arasında *küçük* bir uzaklığın bulunması durumunda geçerli olmasıdır.

2) Ya. G. Sinai, "Dynamical systems with elastic reflections", *Uspekhi Mat. Nauk* 25, No. 2 (1970): 137-92; İngilizce çevirisi için bkz. *Russian Math. Surveys* 25, No. 2 (1970): 137-89. Bu özgün bir baskı olup oldukça tekniktir; bu baskıyı çeşitli matematikçiler tarafından yazılmış diğer incelemeler izlemiştir.

VIII. BÖLÜM

Hadamard, Duhem ve Poincaré

1) J. Hadamard, "Les Surfaces à courbures opposées et leurs lignes géodésiques", *J. Math. pures et appl.* 4 (1898): 27-73; ikinci kez *Oeuvres de Jacques Hadamard* (Paris: CNRS, 1968) cilt 2, s. 729-75'de yayınlanmıştır. Hadamard'a ait özgün baskıda, başlangıç durumunda bir hata bulunması halinde sistemin uzun dönemde kestirilmezlik göstereceğinin daha o tarihte açık biçimde belirtilmiş olduğunu bilmekte de yarar var.

2) *Değişmez* negatif eğimli kompakt yüzeylerin incelenmesi en kolaydır. Ancak bunların bir sakıncası, Hadamard'ın yüzeyinin aksine Euclid'in üç boyutlu uzayında gerçekleştirilmelerine olanak bulunmamasıdır. Euclid'in kuralını anımsayacaksınız: bir doğrunun dışındaki bir noktadan o doğruya ancak tek bir paralel gelebilir. Diğer yandan bu kuralın geçerli olmadığı *Euclid karşıtı* geometriler de gerçekleştirilebilir. Özellikle Lobachevsky düzleminde belli bir doğrunun dışındaki bir noktadan o doğruya çok sayıda paralel gelebilmektedir. Bu nedenle Lobachevsky düzleminde paralel doğrular üzerinde hareket etmekte olan iki nokta genelde birbirinden uzaklaşır. *Değişmez* negatif eğimli bir yüzey elde etmek için Lobachevsky düzleminin bir parçası kesilerek iki kenar düz bir kapalı yüzey oluşturacak biçimde yapıştırılmalıdır (doğal olarak bunun yapılabilirliğinin kanıtlanması gerekir). Bu durumda böyle bir yüzeye sahip bir bilardo masası üzerindeki düz-çizgi hareketinin başlangıç durumuna hassas bağlılık gösterdiği kabul edilebilir.

3) Söz konusu bölüm fransızca olarak "Exemple de deduction mathématique à tout jamais inutile" başlığını taşımakta ve P. Duhem, *La théorie physique: Son objet et sa structure* (Paris: Chevalier et Rivière, 1906) adlı eserde yer almaktadır. Bu referansa dikkatimi çeken René Thom olmuştur.

4) H. Poincaré *Science et Méthode* (Bölüm 2'ye ait 3'üncü nota bakınız). Bu konuya kitabın "Le hasard" (Rastlantı) başlıklı 4'üncü bölümünde değinilmiştir.

5) Başlangıç durumuna hassas bağlılığın bulunmaması halinde dahi küçük nedenlerin büyük etkileri olabilir. Poincaré bu durumun çok uzun bir sürenin geçmesi ile ortaya çıkabileceğine işaret etmektedir.

Diğer bir ilginç olay da birden fazla denge durumu gösteren sistemlerdir. Hangi başlangıç koşullarının şu ya da bu denge durumunu yaratacağını belirlemek çok güç olabilir. Bu durumun ortaya çıkmasının nedeni çeşitli denge durumlarının çekim leğenlerinin sınırlarının çok girintili-çıkıntılı olmasıdır. Bunu basit bir biçimde örneklemek için, birkaç mıknatıs üzerine sarkıtılmış bir çubuğa takılı küçük bir mıknatısdan oluşan bir *mıknatıslı sarkaç* kullanabiliriz. Böyle bir sarkaç elle itilerek harekete geçirildiği zaman karmaşık bir salınım yapmağa başlar ve durduğunda hangi denge durumunda kalacağını kestirebilmek hemen hemen olanaksızdır. Girintili-çıkıntılı sınırlara ilişkin bilgi için bkz. S. McDonald, C. Grebogi, E. Ott ve J. Yorke, "Fractal basin boundaries", *Physica* 17D (1985): 125-53.

Poincaré ayrıca rastlantı dediğimiz olgunun kas kontrolümüzün yetersizliğinden dolayı da ortaya çıkabileceğine işaret etmekte ve örnek olarak rulet oyununa değinmektedir. Bu görüş yazı-tura oyunu için de geçerlidir - bu amaçla kendilerini eğitmiş bazı kişiler havaya attıkları paranın istedikleri gibi yazı ya da tura gelmesini sağlayabilmektedirler.

IX. BÖLÜM

Türbülans: Modlar

1) "Küçük Doktor Yerçekimi": Bu öyküyü bana George Uhlenberg, De Donder'e ilişkin diğer bilgiler ise Marcel Demeur sağlamıştır.

2) Bilim adamlarından bilimsel çalışmaların kökeninde yatan merak konusunda çok geniş bilgi toplanabilir. Bu tür bilgilerin yorumlanması incelik isteyen bir iştir ama bu yoldan bilimsel buluşların psikolojisine yeni bir açıklama getirilebilir. Böyle bir araştırmada, aklını yitirmiş ya da erken bunama yaşayan

miş bilim adamları motivasyonlarının daha saydam olması nedeniyle özel bir ilgi konusu oluşturabilirler (birçok bilim adamı da diğer yönlerden normal kalmalarına karşılık ne yazık ki bilime duydukları ilgiyi erken bir yaşta yitirmektedir. Diğer yandan günlük yaşamla bağlantısı geniş ölçüde koptuğu halde bilimsel konularda parlak bir zekanın belirtilerini göstermeyi sürdüren ünlü bir fizikçi de tanıyorum).

3) J. Leray, "Sur le mouvement d'un liquide visqueux emplissant l'espace", *Acta Math.* 63 (1934): 193-248.

4) H. Poincaré, *Théorie des tourbillons* (Paris: Carré et Naud, 1892).

5) P. Cvitanovic, *Universality in Chaos* (Bristol: Adam Hilger, 1984); Hao Bai-Lin, *Chaos* (Singapur: World Scientific, 1984). Daha az teknik bir anlatım için bkz. J. Gleick, *Chaos* (Newyork: Viking, 1987). Bu kolaylıkla anlaşılabilir bir sunuş olmakla birlikte tarihsel doğruluk ya da bilimsel öncelik yönlerinden çok güvenilir değildir. Kusursuz bir sunuş olarak I. Steward'ın "Does God Play Dice? The New Mathematics of Chaos" (Londra: Penguin, 1990) adlı eserini önerebilirim.

6) Özgün basımlar şunlardır: L. D. Landau, "On the problem of turbulence", *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 44, No. 8 (1944): 339-42; E. Hopf, "A mathematical example displaying the features of turbulence", *Commun. Pure Appl. Math.* 1 (1948): 303-22. Landau'nun bu konudaki görüşlerini İngilizce olarak L.D. Landau ve E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1959) kaynağında bulabilirsiniz.

7) T.S. Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions* (Chicago: University of Chicago Press, 1970). Ben kendi hesabıma Kuhn'un görüşlerine eleştirel biçimde bakıyorum ve özellikle matematiksel bağlantılarını bulmakta zorlanıyorum. Diğer yandan fizikteki *modlar* ve *kaos* kavramlarının Kuhn'un *paradigmalar* tanımlamasına oldukça iyi uyduğunu da belirtmeliyim.

8) S. Smale, "Differentiable dynamical systems", *Bull. Amer. Math. Soc.* 73 (1967): 747-817.

X. BÖLÜM

Türbülans: Garip Çekerler

1) 4 üncü bölüme ait 3 numaralı notta belirttiğimiz gibi başlangıç durumu x , zaman t 'den sonra bir $f^t x$ noktası verir. Eğer x 'in yerine $x + \delta x$ gelirse bu durumda $f^t x$ 'in yerini $f^t x + \delta f^t x$ alır,

ve eğer $\delta f^t x = \frac{\partial f^t x}{\partial x} \cdot \delta x$

t ile üstel biçimde artıyorsa başlangıç durumuna hassas bağlılık söz konusudur. Daha kesin bir anlatımla, $\frac{\partial f^t x}{\partial x}$ kısmi türevlerinin matrisinin t ile üstel biçimde artan bir norma sahip olması başlangıç durumuna hassas bağlılığın bulunduğunu gösterir. $\theta_1, \dots, \theta_k$ başlangıç değerlerine sahip k açılırları ile tanımlanan ve t zamandan sonra $t : \theta_1 + w_1 t, \dots, \theta_k + w_k t \pmod{2\pi}$ olan bir devinimi düşünelim. Aşağıdaki gibi yazarsak

$$f^t(\theta_1, \dots, \theta_k) = (\theta_1 + w_1 t, \dots, \theta_k + w_k t)$$

şunu buluruz:

$$\delta f^t(\theta_1, \dots, \theta_k) = (\delta\theta_1, \dots, \delta\theta_k).$$

Denklemin sağ tarafı t 'den bağımsız olduğundan başlangıç durumuna hassas bağlılıktan söz edilemez. Değişkenlerin değişmesi ile (1)'de gösterilene uygun biçim alan zamansal evrimler *sahte periyodik* olarak nitelenir ve bunlarda da başlangıç durumuna hassas bağlılık görülmez. Değişkenlerin değişmesi k modlarının *süperpozisyonuna (üstüste gelme)* karşılık gelen k açılırları tarafından gerçekleştirilen bir parametrikleştirmedir. k açılırları tarafından parametrikleştirilebilen bir küme k -torus ya da k -boyutlu torus (yani k çevrimlerinin ortaya çıkarttığı bir torus) olarak adlandırılır.

2) E.N. Lorenz, "Deterministic non-periodic flow", *J. Atmos. Sci.* 20 (1963): 130-41.

3) D. Ruelle ve F. Takens, "On the nature of turbulence", *Commun. Math. Phys.* 20 (1971): 167-192; 23 (1971): 343-44.

4) Bkz. Bölüm 10, not 1.

5) B. Mandelbrot, *Les objets fractals* (Paris: Flammarion, 1975); İngilizce çevirisi için bkz. *The Fractal Geometry of Nature* (San Francisco: Freeman, 1977). Mandelbrot'un bu eseri bilim adamlarının dikkatini fraktal biçimin doğadaki yaygınlığına çekmiş ve böylece bilime sonuçları yönünden çok verimli bir katkı oluşturmuştur. Bugün konunun genelde pek iyi bilinmeyen bir yanı fraktal biçimlerin ne yoldan ortaya çıktığıdır.

XI. BÖLÜM

Kaos: Yeni Bir Paradigma

1) J.B. Mc Laughlin ve P.C. Martin, "Transition to turbulence of a statistically stressed fluid", *Phys. Rev. Lett.* 33 (1974): 1189-92; J.P. Gollub ve H.L. Swinney, "Onset of turbulence in a rotating fluid", *Phys. Rev. Lett.* 35 (1975): 927-30.

2) T. Li ve J.A. Yorke, "Period three implies chaos", *Amer. Math. Monthly* 82 (1975): 985-92. Bu çok güzel yazılmış makalede anlatılan, bir çizgisel aralıktan kendi içerisine olan pekçok gönderim için, periyodu 3 olan periyodik bir noktanın varlığının diğer periyodlarda da periyodik noktalar oluşturduğudur. Bu karmaşık duruma makalede *kaos* adı verilmektedir. Bu ad çok tutulmuşsa da başka bir şey için kullanılmıştır! (Çok sayıda periyodik yörüngesi bulunan bir zamansal evrim çoğunlukla başlangıç durumuna hassas bağlılık göstermez. Aslına bakılırsa, bu çok sayıdaki periyodik yörüngenin bir çeker üzerinde bulunması gerekmediği için varlıklarının sistemin uzun dönemdeki evrimi ile ilgisi yoktur.) Bir süre sonra, Li ve Yorke'un vardıkları sonucun daha önce Sarkovskii tarafından ortaya atılan bir teoremin kapsamına giren özel bir durum olduğu anlaşılmıştır. Bir tekdoruklu dönüşüm (map) $f: [-1,1] \rightarrow [-1,1]$, yani $f(-1) = f(1) = -1$ olan bir sürekli dönüşüm (map) düşünün, öyle ki f , $[-1,0]$ üzerinden artmakta ve $[0,1]$ üzerinden azalmakta olsun. Şimdi de aşağıdaki gibi olağan olmayan bir sıralamada yer alan pozitif tamsayılara bir göz atalım:

$$3 > 5 > 7 > \dots > 2.3 > 2.5 > 2.7 > \dots$$

$$2^1 3 > 2^n 5 > 2^n 7 > \dots$$

$$2^n > \dots 4 > 2 > 17$$

(önce tek sayılar, sonra 2, 4, 8 ile çarpılmış tek sayılar ve en son olarak da giderek azalan biçimde 2^n 'nin kuvvetleri). Sarkovskii'nin ilginç teoremi şöyledir: eğer $p > q$ ise ve f 'nin periyodik sıralama noktası p ise (yani, $m < p$ için, $f^p x = x$ ve $f^m x \neq x$), bu durumda f bir q periyodik periyod noktasına sahip olacaktır. Özellikle $p = 3$ olması halinde Li ve Yorke tarafından varılan sonuç doğrulanmaktadır. Özgün baskı için bkz. A.N. Sarkovskii, "Coexistence of cycles of a continuous map of a line into itself", *Ukr. Mat. 2*. 16 (1964) : 16-71; Ukrayna'da yayınlanan matematik dergilerinde bazen şaşılacak denli nitelikli yazılara rastlanabilmektedir.

3) M.J. Feigenbaum, "Quantitative universality for a class of nonlinear transformations", *J. Statist. Phys.* 19 (1978): 25-52 ve "The universal metric properties of nonlinear transformations", *J. Statist. Phys.* 21 (1979): 669-706. Bilgisayar yardımıyla bulunmuş güçlü bir kanıt için bkz. "A computer-assisted proof of the Feigenbaum conjectures", *Bull. Amer. Math. Soc.* 6 (1982): 427-34; Tek boyuttan çok boyuta geçiş için bkz. P. Colet, J. - P. Eckmann ve H. Koch, "Period-doubling bifurcations for families of maps on R^n ", *J. Statist. Phys.* 25 (1981): 1-14. Feigenbaum'un yazısının başlığında kullandığı "universality" (evrensellik) terimi Renormalizasyon Grubu yaklaşımındaki teknik bir öge ile ilgilidir ve kaosu sadece Feigenbaum'un periyodik katlamalı kaskad ile oluştuğu anlamına gelmez (aşlında bu çok sık görülen bir durum değildir). Kaos'a çıkan yollar çok çeşitlidir. Bunların en önemlileri J.P. Eckmann'ın "Roads to turbulence in dissipative dynamical systems" başlıklı makalesinde ele alınmaktadır: *Rev. Mod. Phys.* 53 (1981): 643-54. Periyodik katlamalı kaskadlar, Albert Libchaber'in konveksiyon araştırmaları başta olmak üzere çok sayıda deneyde gözlemlenmiştir; bkz. A. Libchaber, C. Laroche ve S. Fauve, "Period-doubling cascade in mercury: a quantitative measurement", *J. de Physique - Lettres* 43 L (1982): 211-16.

4) K. Pye ve B. Chance, "Sustained sinusoidal oscillations of reduced pyridine nucleotide in a cell-free extract of *Saccharomyces carlsbergensis*", *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.* 55 (1966) : 888-94.

5) D. Ruelle, "Some comments on chemical oscillations", *Trans. N.Y. Acad. Sci. Ser. II* 35 (1973) : 66-71.

Bu noktada, yayınlanmaya uygun görülmediği gerekçesiyle geri çevrilen yazılara ilişkin birkaç söz söylemek istiyorum. Bir çok bilim adamı için meslek yaşamında başarılı olmanın bir koşulu da önde gelen bilimsel dergilerde yazılarının yayınlanmış olmasıdır. Diğer bir deyişle, atamalar ve terfilerde kişinin yayınlanmış yazılarının sayısı önemli bir rol oynar. Bu nedenle aslında bilimsel araştırma yapmakla ilgilenmeyen ya da böyle bir yeteneği bulunmayan kişiler de zorunlu olarak bu yola gitmektedir. Dergilere gönderilen yazıları değerlendirmekle yükümlü bulunan ve kendileri de araştırmacı olan bilim adamlarından oluşan yayın kurulları bu yüzden bilimsel değeri düşük yüzlerce yazıyı okumak ve bunlara ilişkin rapor vermek durumunda kalmakta ve aslında kendilerini bekleyen çok daha ilginç işler bulunduğundan değerlendirmelerini genelde aceleyle ve yüzeysel bir biçimde yapmaktadırlar. Böylece sıradan bir takım yazılar kabul edilmekte ve ancak göze batacak denli kötüler geri çevrilmektedir. Bu arada özgün nitelik taşıyan ve alışagelmışin dışına çıkan bazı yazılar da gereğince değerlendirilememekte ve yayınlanamaz damgasını yemektedir. Bu çok iyi bilinen ama kimsenin bir çözüm getiremediği bir sorundur. Diğer yandan, çok sayıda bilimsel yayının varlığı gerçekten düzeyli bir araştırma yazısının eninde sonunda bunlardan biri tarafından yayınlanma olasılığını artırmaktadır.

6) J. C. Roux, A. Rossi, S. Bachelart ve C. Vidal, "Representation of a strange attractor from an experimental study of chemical turbulence", *Phys. Letters* 77 A (1980) : 391-93.

7) D. Ruelle, "Large volume limit of the distribution of characteristic exponents in turbulence", *Commun. Math. Phys.* 87 (1982) : 287-302.

Bilimsel araştırmalarda sahtekarlık sorunu çok duyarlı bir konudur. Geçmişte bu konuda takınılan geleneksel tavır bir kaç istisna dışında araştırmacı bilim adamlarının yüksek ahlak standartlarına sahip bulundukları ve bilimsel araştırma alanında sahtekarlığın ender görülen bir olay olduğu yolundaydı. Bugün bu görüş artık geçerliğini yitirmiş olup sahtekarlık konusu bilimin niteliğine ilişkin tartışmalarda sık sık gündeme gelmektedir. Bilimsel araştırmalarda sahtekarlık örneklerine öncelik ve veri sahtekarlığı olarak adlandırabileceğimiz başlıca iki alanda rastlamaktayız. Önceliktен kasıt, "Önce kim buldu" sorusudur. Böyle bir öncelik kavgasına verilebilecek tipik bir örnek Newton ile Leibnitz arasında diferansiyel kalkülüsün bulunuşu konusunda ortaya çıkmış olan anlaşmazlıktır. Eğer vicdan sahibi bir bilim adamıysanız araştırmanızda yararlandığınız tüm fikirlerin kaynaklarını açıklarsınız. Öte yandan bu tür kaygılar taşıyorsanız başkalarının vardığı sonuçları kendinizinmiş gibi sunmakta bir sakınca görmezsiniz. Örneğin size değerlendirilmek üzere verilen bir yazıda beğendiğiniz bir görüşe rastladığınız zaman yazının yayınlanmaması için ne gerekiyorsa yapar ve daha sonra o görüşe dayanan bir yazı yazıp kendi imza-nızla yayınlatır ya da bunu öğrencilerinizden birine yaptırırsınız.

Veri sahtekarlığı bundan daha da ciddi bir sorundur. ABD'de biyomedikal araştırmalar alanında bu tür sahtekarlıklara oldukça yaygın biçimde tanık olunmaktadır (örneğin hayali hastalara ilişkin tıbbi araştırmalar gibi). Bunun başlıca nedenlerinden biri insanların ün ve saygınlık peşinde koşarken bilimsel gerçeklerin önemini unutmalarıdır. Doğal olarak burada parasal kaygılar da rol oynamaktadır. Ben kendi hesabıma meslektaşlarımla rahatça görüş alışverişinde bulunabildiğim bazı konular üzerinde çalışmış olduğum gibi bunun tersini de yaşadım, yani şu ya da bu konuda görüşlerimin "çalışacağı" kaygısıyla sessiz kalmayı yeğlediğim zamanlar oldu. Kuşkusuz ki ilk durumda daha zevkli bir çalışma yapılmakta ve daha hızlı bir ilerleme elde edilmektedir.

Çok geniş bir alan olması ve belli bir konu üzerinde göreceli olarak daha az sayıda kişinin çalışması gerektiği nedeniyle matematik diğer bilimlere kıyasla sahtekarlığa daha az olanak vermektedir. Bu alanda veri sahtekarlığı hemen hemen olanaksız olduğu gibi matematiğin karmaşıklığı da fikir hırsızlığını güçleştiren bir etkidir. Buna karşılık bu alan da zaman zaman yukarıda değinilen Newton - Leibnitz örneğinde olduğu gibi "önce ben buldum" tartışmalarına sahne olmaktadır. Ayrıca, bugün matematik

alanında çalışmakta olan bazı “kuşuklu” kişilerin varlığı göz önüne alınırsa diğer bilim dallarına kıyasla matematikte şu an için hüküm süren dürüstlük havasının sonsuza dek değişmeyeceği beklenemez.

XII. BÖLÜM

Kaos: Sonuçlar

1) M. Berry, “Regular and irregular motion”, *Topics in Nonlinear Dynamics: A Tribute to Sir Edward Bullard*, ed. S. Jorna (Newyork: American Institute of Physics, 1978), s. 16-120. M. Berry’in hesapları (s. 95-96) daha önce E. Borel ve B.V. Chirikov tarafından ortaya konmuş olan görüşlere dayanmaktadır. İki lastik topun çarpışmasında uzaktaki bir cismin çekim etkisinin rolü nedir? Eğer başlangıçta topların herbiri ile söz konusu cisim arasındaki uzaklıklar birbirinden farklı ise toplar farklı yollar izleyecek ve çarpışmanın geometrisi cismin varlığına bağlı olarak bir ölçüde farklılık gösterecektir. Belli bir topu izlersek ilk çarpışmadan sonrakilerde bu farkın üstel biçimde büyüdüğünü görürüz (Bu büyüme VII. Bölümdeki basitleştirilmiş anlatımda olduğu gibi iki katına çıkma tarzında olmayıp daha çok “bir parçacığın aldığı mesafe ve r parçacığın yarıçapı olmak üzere l/r ile çarpılma” biçimindedir). Topların izlediği gerek özgün gerekse değişmiş yolların n sayıda çarpışmasından sonra birbiri ile hiçbir ilgisi kalmayacaktır.

Uzaktaki cismin 10^{10} ışık yılı mesafede bulunan bir elektron, lastik topların ise normal ısı ve basınç koşullarındaki oksijen molekülleri olduğunu varsayarsak $n = 56$ olmaktadır. Buna karşılık uzaktaki cisim bilardo masasına 1 metre mesafede duran bir insan ve lastik toplar bilardo topları ise bu kez $n = 9$ olur. Doğal olarak bu sonuçlar klasik mekanik yasaları altında geçerlidir. Kuantum mekaniği açısından bakılırsa kuantum etkileri bir oksijen molekülüne diğeri ile çarpışacak biçimde yön ve hız verilmesini daha başlangıçta olanaksız kılar ($n = 0$). Bilardo topları için de kuantum etkileri ancak $n = 15$ 'e izin verir (Bu nedenlerle tartışmamızda klasik mekanik yerine kuantum mekaniğini kullanmak daha akılcı olurdu ama tartışmanın bundan sonraki bölümü için bunun bir önemi bulunmamaktadır).

2) M. Berry'nin üstteki notta değinilen hesapları başlangıçta varolan çok küçük bir farklılığın çok kısa bir süre içinde hava moleküllerinin çarpışmalarını büyük ölçüde değiştireceğini ortaya koymaktadır. Havanın mikroskopik yapısı ve gösterdiği dalgalanmalar bu kısa süre içinde tümüyle farklı bir nitelik kazanmış olacaktır.

Bu ısı *dalgalanmaları* havanın az sayıda molekül içeren küçük hacim elemanlarının yoğunluk, hız ve benzeri özelliklerini etkiler. Türbülans durumundaki bir sıvıda görülen ısı dalgalanmalarının başlangıç durumuna hassas bağlılık nedeniyle büyümeleri için gereken süreyi makroskopik bir ölçüde (örneğin 1 cm) hesaplayabiliriz. Bu hesap için Kolmogorov'un türbülans teorisi kullanılır. Söz konusu teori düzensizlik oluşumlarının artış hızı için (boyutsal nedenlerle) kendine özgü bir değer belirler (karakteristik artış süresi, seçilen makroskopik boydaki girdapların dönüş süresi ile doğru orantılıdır). Türbülansla mikroskopik dalgalanmalardan makroskopik değişimlere geçiş süresi yaklaşık olarak 1 dakikadır (bkz. D. Ruele, “Microscopic fluctuations and turbulence”, *Phys. Letters* 72 A (1979) : 81-82). Düşük düzeyde türbülansdan yüksek düzeyde türbülansa geçiş süresi gözlemlenen en büyük girdapların dönüş süresi ile doğru orantılıdır (burada da yine Kolmogorov'un teorisi ve boyutsal nedenleri geçerlidir). Kilometrik ölçülere erişilmesinin birkaç saat ya da bir gün süreceği hesaplanmıştır. Bu noktada tüm gezegen üzerindeki atmosferik dolaşım düzeyine geliriz ki bu düzeyde küçük bir değişikliğin küresel boyutlarda bir değişim halini alması meteorologlara göre 1 ya da 2 hafta sürer (Konuyla ilgili meteorolojik ayrıntılar için bkz. M. Ghil, R. Benzi ve G. Parisi, *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics* [Bologna: Soc. Ital. Fis. (ve Amsterdam: K. Hollanda), 1985]).

Saptanan süreler logaritmalar olduğu ya da boyutsal nedenlere dayandığı ve aynı zamanda da en geniş süreler en büyük ölçekler üzerinden hesaplandığı için yukarıda değinilen kestirimlerde fazla ayrıntı gözetilmemiştir. Bu nedenle, herne kadar Kolmogorov'un türbülans teorisinin kullanılması tartışmaya açıksa da diğer bir teorisinin kullanılmasının bundan çok farklı sonuçlar vermesi beklenmemektedir.

3) J. Wisdom, "Chaotic behavior in the solar system", *Proc. Royal Soc. London* 413 A (1987) : 109-29. Asteroidler güneşin çevresinde dönerken eliptik bir yörünge izlerler ama ağır Jüpiter gezegeninin çekim etkisi nedeniyle zamanla bu yörüngenin biçiminde bir değişme olur. Bu biçim değişikliği gezegenle güneş arasındaki belli *rezonanslı* aralar ya da daha doğru bir anlatımla elipsin *yarıbüyük eksen*i'nin belli değerleri yönünden önem taşır (Yarıbüyük eksen Kepler'in üçüncü yasasına göre devir süresi ile bağlantılıdır ve asteroidin devir süresi Jüpiter'in devir süresi ile rezonansa girdiği zaman Jüpiter güçlü bir bozma etkisi yapar; iki sürenin p ve q 'nun küçük tamsayıları gösterdiği bir p/q orantısına sahip olmasının rezonansa yol açtığı kabul edilmektedir). Bilgisayar destekli araştırmaların sonuçlarına göre rezonans durumunda asteroidin yörüngesinin biçiminde (yani elipsin küçük ve büyük eksenlerinin orantısında) zaman içinde kaotik değişimler ortaya çıkmaktadır. Bu değişimlerin zamanla asteroidin yörüngesinin Mars'ın yörüngesi ile kesişmesine yol açması halinde asteroid Mars ile çarpışarak yok olur ve böylece asteroid kuşağında bir boşluk oluşur. Bu durum, bazı rezonansların boşlukların varlığını göstermesine karşılık diğerlerinin asteroidlerin varlığının bilindiği bölgelere denk geldiğine ilişkin gözlemleri doğrulamaktadır.

4) Biyoloji ve "yumuşak" bilimlerde nicel yöntemlerin kullanılması yolundaki ilk girişimlerin fazlasıyla iyimser olduğu söylenebilir. Örneğin, birçok doğal çekerin boyutunun *Grassberger-Proccacia algoritması* adı verilen bir yöntemle saptanabileceği ileri sürülmüştür (P. Grassberger ve I. Procaccia, "Measuring the strangeness of strange attractors", *Physica D* 9 [1983] : 241-48). Bu yöntem uzun-zaman dizilerindeki uygulanabilirliğine karşılık kısa dizilerde yanlış sonuçlara varılmasına neden olmaktadır (D. Ruelle, "Deterministic chaos: the science and the fiction", *Proc. Royal Soc. London* 427 A [1990] : 241-48). Daha iyimser bir görüş için bkz. G. Sugihara ve R. M. May, "Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series", *Nature* 344 (1990) : 734-41.

XIII. BÖLÜM Ekonomi

1) Ekonomi ve kaos konusunda bir dizi araştırma için bkz. P. W. Anderson, K. J. Arrow ve D. Pines, *The Economy as an Evolving Complex System* (Redwood City, Calif.: Addison - Wesley, 1988). Bu kitabın ortaya çıkma sürecini başlatan kongre ekonomi uzmanları ve fizikçilerin katılımıyla yapılmıştı. Kongrede ekonomi uzmanlarının ileri sürdükleri görüşlerde genelde fizikçilerden daha ılımlı davranmış olmaları ilgi çekicidir. Bkz. Bölüm 12, Not. 4.

XIV. BÖLÜM Tarihsel Evrimler

1) W. B. Arthur, "Self-reinforcing mechanisms in economics", *The Economy as an Evolving Complex System* (bkz. Bölüm 13, Not. 1), s. 9-31.

XV. BÖLÜM Kuantum Kavramsal Çerçeve

1) R.P. Feynman, *QED* (Princeton: Princeton University Press, 1985). Feynman'ın kuantum mekaniğini sunuş biçimi ilerde ele alacağımız daha geleneksel sunuştan biraz değişik olmakla birlikte ilke olarak önemli bir ayrılma göstermemektedir.

2) Karmaşık bir sayının $z = x + iy$ formunda matematiksel bir nesne olduğunu anımsayın. Burada x

ve y (1.5 ya da π ya da -3 gibi) gerçel sayılardır ve i 'nin karesi ($i^2 = i \times i$) -1 'dir. Karmaşık sayılarla da gerçel sayılarla yapılanlarla hemen hemen aynı matematiksel işlemler yapılabilir. z 'nin karmaşık çekimi $\bar{z} = x - iy$ 'dir. $z\bar{z} = x^2 + y^2$ 'nin doğrulanması kolay olup $|z| = \sqrt{z\bar{z}}$ 'nin pozitif kare kökü olarak yazılır. Karmaşık sayılar gerçel sayılardan daha az sezgiye dayanır ama bazı teknik avantajları vardır. Örneğin karmaşık sayıların her zaman (karmaşık) kare kökleri bulunur.

3) Bu ve bunu izleyen iki notta kuantum mekaniğinin bazı teknik özelliklerine kısa bir biçimde değindim:

Schrödinger denklemi

Bölüm V, Not. 1'den de anımsayacağınız gibi Newton'un denklemi şöyledir:

$$j = 1, \dots, N \text{ için } m_j \frac{d^2}{dt^2} x_j = F_j.$$

$x_1, \dots, x_N$ 'nin potansiyel fonksiyon adı verilen bir V fonksiyonu olduğunu varsayarız, şöyle ki -

$$F_j = - \text{grad}_j V.$$

Burada j 'inci parçacığın x_j konumunun bölümleri ile ilgili olarak $\text{grad}(j)$ türevlerin vektörüdür (Çekimsel etkileşimler durumunda:

$$V(x_1, \dots, x_N) = -\gamma \sum_{j < k} \frac{m_j m_k}{|x_k - x_j|}$$

Kuantum mekaniğinde (t zamanında) $x_1, \dots, x_N$ konumlarında N parçacığın bulunması için bir ψ genliği ($x_1, \dots, x_N; t$) vardır ψ genlikleri dalga fonksiyonunu oluştururlar. ψ 'nin zamansal evrimi Schrödinger'in aşağıdaki denklemi ile elde edilir.

$$\frac{i\hbar}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t} \psi = - \frac{\hbar^2}{8\pi m} \sum_j \Delta_{(j)} \psi + V \psi.$$

Burada $\Delta_{(j)}$ -1 'in kare kökü, $\hbar$ bir değişmez (Planck değişmezi) ve $\Delta_{(j)}$ de x_j ile bağlantılı Laplace operatörüdür, yani $\Delta_{(j)} \psi$, ψ 'nin x_j 'nin bölümleri ile ilgili ikinci kısmi türevlerinin toplamıdır.

3- N boyutlu integral, t 'nin herhangi bir değeri için-

$$\int |\psi(x_1, \dots, x_N; t)|^2 dx_1 \dots dx_N = 1$$

olup bu özellik tüm t için geçerlidir.

4) $(x_1, \dots, x_N)$ 'nin bir ϕ fonksiyonu üzerinde çalışan bir A lineer operatörü $A(c_1 \phi_1 + c_2 \phi_2) = c_1 A \phi_1 + c_2 A \phi_2$ olacak şekilde bu değişkenlerin yeni bir $A\phi$ fonksiyonunu verir. Burada c_1 ve c_2 değişmezler ve ϕ_1 ile ϕ_2 iki fonksiyondur. Şöyle yazalım: -

$$(\phi_1, \phi_2) = \int \bar{\phi}_1(x_1, \dots, x_N) \phi_2(x_1, \dots, x_N) dx_1 \dots dx_N.$$

Burada $\bar{\phi}_1$, ϕ_1 'in karmaşık çekimidir [ϕ fonksiyonlarını her zaman (ϕ, ϕ) sonlu olacak şekilde kullanınız.] A lineer operatörü

$(\phi_1, A \phi_2) = (A \phi_1, \phi_2)$ 'yi sağlıyorsa A 'nın self-adjoint (kendine bitişik) olduğu söylenir. Bu tür operatörler fiziksel gözlemlere karşılık gelmeye uygundur.

Örneğin, j 'inci parçacığın konumunun birinci x_{j1} bölümüne karşılık gelen A gözleniri, x_{j1} ve ϕ 'nin çarpımı olan

$(A \phi)(x_1, \dots, x_N) = x_{jI} \phi(x_1, \dots, x_N)$ 'yi sağlar. j 'inci parçacığın hızına karşılık gelen v_j gözleniri öyledir ki -

$$(v_j \phi)(x_1, \dots, x_N) = \frac{1}{m_j} \cdot \frac{\hbar}{2\pi i} \text{grad}_{(j)} \phi(x_1, \dots, x_N).$$

Sonuç olarak, A 'nın t zamandaki ortalama değeri -

$$\langle A \rangle = (\psi, A \psi) \\ = \int \bar{\psi}(x_1, \dots, x_N; t) (A \psi)(x_1, \dots, x_N; t) dx_1 \dots dx_N \text{ dir.}$$

Burada ψ sistemimizin dalga fonksiyonudur. (Bu, ψ dalga fonksiyonunun tanımladığı *vektör durumu* için ortalama değeri gösterir. *Yoğunluk matrisleri* tarafından tanımlanan ve klasik olasılıklar teorisindeki olasılık dağılımlarına daha yakın bir biçimde karşılık gelen daha genel nitelikli ortalama değerler de bulunmaktadır).

5) A self-adjoint operatörünün $A^2 = A$ 'yı sağlaması durumunda bu operatöre *projeksiyon* deriz. Bu tür operatörler basit olaylara karşılık gelmeye uygundur. A ve B lineer operatörlerinin çarpımı olan AB lineer operatörü tüm ϕ fonksiyonları için $(AB)\phi = A(B\phi)$ 'yi verir. Özellikle $AB = BA$ durumunda A ve B *yer değiştiren* operatörlerdir. İki yer değiştiren projeksiyonun çarpımı AB de bir projeksiyon olup A ve B 'nin " A " ve " B " olaylarına karşılık gelmesi durumunda " A ve B " olayını gösterir. $AB \neq BA$ durumunda " A ve B " olayına karşılık gelen bir projeksiyona ilişkin doğal bir tanımlama yoktur.

Birden fazla dedektörün aynı anda ses vermesi ya da sessiz kalmasını içeren bir *karmaşık olay*, projeksiyon olması gerekmeyen ama pozitif (yani bir self-adjoint operatörün karesi) olan bir self-adjoint operatöre karşılık gelir. Burada da yine A ve B 'nin yer değiştiren olması durumunda A ve B olayı tanımlanabilir.

6) Bell'in görüşlerinin bu bölümde anlatılanlarla tam bir uyum sağladığı söylenemez; bkz. J.S. Bell, *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics* (Cambridge: Cambridge University Press, 1987). Bell'in yayınlanmış araştırmalarını içeren bu kitap fizikçilerce olumlu karşılanmıştır.

7) Bkz. QED'nin 76'ncı sayfasında yer alan dipnot. Dalga paketlerinin çökmesi, kuantum mekaniğinin matematiksel yanını gereğinden çok vurgulayan teorilerden biridir. Buna benzer diğer bir önerme için bkz. David Bohm ve R.B. Griffiths, "Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics", *J. Statist. Phys.* 36 (1984): 219 -72.

XVI. BÖLÜM

Kuantum Durumların Sayılması

1) Kompakt destekli bir ψ dalga fonksiyonunun Fourier dönüşümü $\psi \neq 0$ ise kompakt desteği bulamayacağından L ve $v_{\max}$ 'in sonlu olması halinde konumun $[0, L]$ ve hızın $[-v_{\max}, v_{\max}]$ arasında sınırlandırılması teknik yönden olanaksızdır. Diğer yandan bu sınırları aşma olasılığının çok küçük olması sağlanabilir. Fizikçiler buradaki gibi küçük dikdörtgenlerin varlığına dayanan tartışmaların doğruyu yansıtmadığını bilirler. Diğer yandan belli durumlarda bunların amaca hizmet ettiği ve çoğu zaman doğru yanıtların bulunmasını kolaylaştırdığı da bir gerçektir. Hernekadar basit soruların doğru biçimde yanıtlanması bu yoldan sağlanabiliyorsa da kuantum mekaniğinin Heisenberg belirsizlik yasalarına dayanan bir istatistiksel teoriden ibaret olmadığını unutmamalıyız.

2) V hacminden en çok E kinetik enerji toplamına sahip N parçacıkları için şu formülü kullanınız:

$$\text{durum sayısı} = \frac{1}{N!} N! \sqrt{\left(\frac{1}{h}\right)^3 V (2\pi m E)^{3/2}} N$$

Bu, h^{3N} birimleri ile gösterilmiş ve parçacıkların ayırd edilmezliği göz önüne alınarak $N!$ permutasyon sayısına bölünmüş evre uzayındaki hacimdir [$h = 6.6 \text{ E } (-34) \text{ Jul x saniye}$] Planck sabiti, " S_{3N} " yarıçap 1'in $3N$ boyutlu küresi, ve m bir parçacığın kütlesidir; burada $m = 7 \text{ E } (-27) \text{ kg}$, $V = \text{E } (-3) \text{ m}^3$, $N = 2.7\text{E}22$ olmaktadır]. E 'nin $3NkT/2$ 'ye eşit olduğunu varsayıyoruz [$k = 1.4\text{E } (-23) \text{ Jul / (Kelvin derecesi)}$] Boltzmann sabitidir, T mutlak sıcaklık olup burada 300° Kelvin 'dir]. Dolayısıyla

$$\text{durum sayısı} \approx \frac{1}{h^{3N}} \left(\frac{V^N}{N} \right) (2 \pi m k T)^{3N/2} e^{5N/2}$$

[illegible]

XVII. BÖLÜM

Entropi

1) *Termodinamiğin birinci yasası* enerjinin tüm süreçlerde korunduğunu söyler. (Isı da dahil olmak üzere tüm enerji biçimleri göz önüne alınırsa bunun doğru olduğu anlaşılmaktadır).

XVIII. BÖLÜM

Geri Dönülmezlik

1) Ergodiklik. Bir litrelik bir kabın içindeki N sayıda helyum atomlarını bir klasik mekanik sistemi olarak düşünelim (helyum atomları kabın çeperlerine çarpışmaları gibi birbirleri ile de çarpışmaktadırlar). Her atomun konumu x_i ve kütlesi ile hızının çarpımı olan momentumu mv_i olsun. x_i ile mv_i 'nin koleksiyonu olan X sistemimizin evre uzayı M 'de bir noktadır. Bir t zaman sonra X 'in yerine yeni bir nokta X' geçecek ve bunun toplam enerjisi de X ile aynı olacaktır. Aynı E enerjiye sahip X' lerin M_E kümesine *enerji kabuğu* diyelim. Evre uzayındaki hacim(dx_i ve mdv_i nin i üzerindeki çarpımı) doğal bir yoldan enerji kabuğu üzerinde bir hacim meydana getirir. Eğer A, M_E 'nin bir alt kümesi ve hacim A da hacmi ise, bu takdirde

$$\text{hacim}(\mathcal{P}^t A) = \text{hacim} A$$

olur, yani hacim zamansal evrim tarafından korunur. Tüm bunların kesin ve doğru biçimde formüle edilmesi biraz incelik ister (örneğin A 'nın ölçülebilir olduğunun varsayılması gerekir), ama bu noktaya dek herşey anlaşılabilir biçimdedir. Şimdi yeni bir şeyle karşılaşlıyoruz. M_E 'nin değişmez alt kümesi J (yani $f^t J = J$ tüm t için) J , $0 < \text{hacim } J < \text{hacim } M_E$ şeklinde olamazsa M_E enerji kabuğu üzerindeki zamansal evrimin *ergodik* olduğunu söyleriz. f^t zamansal evriminin *ergodik* olduğunu varsayalım. Bu takdirde hemen hemen her X başlangıç durumu ve M_E 'nin her A alt kümesi için $f^t X$ 'in A 'da geçirdiği süre $\text{hacim } A / \text{hacim } M_E$ 'dir. [Daha doğru bir anlatımla, $0 < t < T$ için $l(X, A, T) f^t X$ 'in A 'da geçirdiği sürenin uzunluğu ise limit $l(X, A, T) / T = \text{hacim } A / \text{hacim } M_E$, $T \rightarrow \infty$; bu *ergodik teoremin* bir türüdür.] O halde *ergodik* zamansal evrimler için zaman ortalamaları enerji kabuğu içindeki hacimlerle ilgili olmaktadır. bu da *ergodikliğin* neden önem taşıdığını gösterir. Ne yazık ki mekanik bir sistemin *ergodik* olduğunun kanıtlanması çok güçtür. Böyle bir kanıt Bölüm 7'de anlattığımız Sinai bilardosunda elde edilmiştir ama bunun dışında çok az sistem için bunu söyleyebiliriz. Helyum atomları sistemimizde bu bir "ergodik hipotez" örneği oluşturmaktadır.

2) Bir ergodik zamansal evrim için uzun dönüş zamanları bulunması geri dönülmezliği açıklamaktadır. Buna karşılık dönüş zamanlarının uzun olması koşuluyla ergodiklik olmadan da geri dönülmezlik bulunabilir. Böylelikle ergodiklik koşulunda bir gevşeme ortaya çıkar, ki bu da bazı fizik teorileri için gerekli olabilir. Başlangıç durumuna hassas bağlılığın geri dönülmezliğin anlaşılmasına yardımcı olduğuna Be-

lüm XVII'de değinmiştim. Bu nasıl olmaktadır? Ashında başlangıç durumuna hassas bağıllık ergodiklik için gerekli değildir ama yararlı olabilir - örneğin Sinai bilardosunda ergodikliğin ilk kanıtı budur.

Ergodik olmayan bir zamansal evrimde çok az bir dış gürültü, enerji kabuğunun bir birleşik küme olması koşuluyla sistemi bir "ergodik bölüm" den diğerine götürür. Bilinen evrenin sınırlarındaki bir elektronun çekim etkisi gibi küçük bir neden başlangıç durumuna hassas bağıllığın bulunması halinde ergodik olmayan bir sistemin bile ergodik bir sistem görüntüsü vermesine yol açar.

Diğer yandan bazı mekanik sistemler ergodik davranış göstermeyi reddederler. A. N. Kolmogorov, V. A. Arnold ve J. Moser'in buluşu olan KAM teorisi bu durumun örneklerini vermektedir (KAM teorisine ilişkin genel bir açıklama için bkz. J. Moser, *Stable and Unstable Motions in Dynamical Systems*, Annals of Mathematics Studies No. 77 [Princeton: Princeton University Press, 1973]). Bunun dışında, bazı sistemlerin sayısal özellikleri de ergodik olmayan davranış gösterir.

3) I. Prigogine, *From Being to Becoming* (San Francisco: Freeman, 1980). Bu arada, önemli bir soru da evrenimizin neden bu denli az bir entropi ile yola çıktığıdır. Bu sorunun tartışılması evrenin başlangıcına ilişkin büyük patlama (Big Bang) teorisinin ele alınmasını gerektirir ki bu da bizi asıl konumuzdan çok uzaklaştıracaktır.

4) Fizik yasalarının zamana göre değişmezliği temel parçacıklar arasındaki sadece *zayıf etkileşimler* için kuşkuludur. Bu tür etkileşimler için zamanın geri çevrilmesi operasyonu T tam bir simetri olmamakla birlikte, zamanın bir diğer geri çevrilmesi operasyonu olan TCP'nin tam bir simetri olduğu sanılmaktadır. Ashında fizikçilerin çoğu bu gerçeklerin makroskopik düzeyde gözlemlenen geri dönülmezlikle çok az ilgisi bulunduğuna inanırlar.

XIX. BÖLÜM Denge İstatistiksel Mekaniği

1) W. Fucks ve J. Lauter, *Exaktwissenschaftliche Musikanalyse*, Forschungsberichte des Landes Nordrhein - Westfalen No. 1519 (Köln - Opladen: Westdeutscher Verlag, 1965). Bu kaynağı Karine Chemla'ya borçluyum.

2) Bu ağır işin bir bölümü de daha sonra *büyük sapmalar teorisi* olarak adlandırılan teoridir. Bkz. D. Ruelle, "Correlation functionals", *J. Math Phys.* 6 (1965) : 201-20; O. Lanford, "Entropy and equilibrium states in classical statistical mechanics", *Statistical Mechanics and Mathematical Problems*, Lecture Notes on Physics, No. 20 (Berlin: Springer, 1973), s. 1-113; R. S. Ellis, *Entropy, Large Deviations and Statistical Mechanics*, Grundlehren der Math. Wiss. No. 271 (Newyork: Springer, 1985).

3) $E_I + E_{II} = E$ olması koşuluyla $S_I(E_I) + S_{II}(E_{II})$ nin en büyük değeri $S_I(E_I) + S_{II}(E - E_I)$ üzerindeki en büyük değer olup bu niceliğin E_I 'e ilişkin türevinin yokolması halinde ortaya çıkar, bu da $S_I'(E_I) - S_{II}'(E - E_I) = 0$, yani $T_I = T_{II}$ 'yi verir.

XX. BÖLÜM Kaynar Su ve Cehenemin Kapıları

1) Su yerine sıvı halindeki camı alırsanız giderek daha ağırlı bir hal aldığını ve sonunda tümüyle katılaşarak tekrar cama dönüştüğünü görürsünüz. Buna karşılık fizikçiler size camın diğerlerinden farklı bir katı madde olduğunu söyleyeceklerdir: camın mikroskopik yapısı dengeli olmadığından yeterince uzun bir süre beklerseniz değişecektir. Diğer yandan bu değişimin gözle görülür hale gelmesi için gereken süre sizin geri kalan yaşam sürenizden uzundur. Bu durum, camın denge istatistiksel mekaniğin tanımlanan fiziksel gerçek parçasının dışında kaldığı anlamını taşır.

2) Bkz. D. Ruelle, *Statistical Mechanics: Rigorous Results* (Newyork: Benjamin, 1969); Ya. G. Sinai,

Theory of Phase Transitions: Rigorous Results. (Oxford: Pergamon, 1982).

3) Bkz. D. J. Amit, *Field Theory, the Renormalization Group, and Critical Phenomena*, 2d ed. (Singapur, World Scientific, 1984) ve bu yazıda geçen kaynaklar.

4) Vakum dalgalanmalarında tipik bir süreç bir elektron ile bir pozitronun aynı anda ortaya çıkması ve hemen sonra birbirlerini yok edip ortadan kaybolmalıdır (Yük korunması nedeniyle bir elektronun vakumda tek başına ortaya çıkması ya da yok olması olanaksızdır). *Kuantum elektrodinamiği* (QED) bu gibi işlevleri inceler. Feynman'ın kitabı fiziğin bu ilginç alanı için iyi bir başlangıç sağlamaktadır (Bkz. Bölüm 15, Not. 1).

5) Kara delikler konusunda ilginç bilgiler içeren bir kitap önerebilirim: K. S. Thorne, R. H. Price ve D. A. MacDonald, *Black Holes: The Membrane Paradigm* (New Haven: Yale University Press, 1986). Teknik düzeyde yazılmış olan bu kitap çok sayıda karmaşık formülü içermekle birlikte kara delikler konusunda uzmanlaşmak gibi bir niyetleri bulunmasa da teoremin ayrıntılarına ilişkin bir fikir edinmek isteyen fizikçiler için yararlıdır. Bunun yanı sıra doğal olarak çok daha kolay biçimde bulunabilecek diğer bir kaynak da Hawking'in çok tutulmuş eseridir: S. W. Hawking, *A Brief History of Time* (London: Bantam, 1988).

XXI. BÖLÜM Bilgi

1) AIDS virüsü bir RNA virüsü olduğundan buradaki dört harf aslında A, T, G, C değildir ama ters aktarım yoluyla bu alfabe bir kopyalama yapılmaktadır.

2) $P_1, P_2, \dots$ olasılıklarına sahip bir türdeş iletiler grubu için bir iletinin ortalama bilgi içeriğini şöyle belirtiriz.

$$\text{Ortalama bilgi içeriği} = - \sum_i p_i \log p_i$$

Böylece herbiri $1/N$ olasılığına sahip N sayıda iletinin bulunması durumunda ortalama bilgi içeriği $\log N$ olmaktadır. *Breiman - McMillan teoremi* bu gibi olayların çoğunda farklı olasılıklara sahip iletilerin incelenmesini eş olasılıklı iletilerin incelenmesine indirger. Bilgi teorisi konusunda bu teoremi de kapsayan teknik düzeyde bir açıklama için bkz. P. Billingsley, *Ergodic Theory and Information* (Newyork: John Wiley, 1965).

3) C. Shannon, "A mathematical theory of communication", *Bell System Tech. J.* 27 (1948) : 379-423, 623-56.

4) Bir melodinin bilgi içeriğinin incelenmesi için birbirini izleyen 2, 3, 4 ya da daha çok notadan oluşan gruplara ilişkin istatistiksel veriler gereklidir.

5) Bkz. Bölüm 12, Not. 1'de verilen kaynak. Doğal olarak, aynı uzunluktaki müzik parçalarının karşılaştırılması ya da bilginin parçanın uzunluğuna bölünmesi gerekir.

6) Konuya ilişkin bir araştırmada, izin verilen türdeş iletiler grubu - örneğin tek renkli dikkörtgen biçimli resimler - özel olarak belirtilmelidir (Sadece dikkörtgenin boyutları ve belli bir renk seçilebileceği için bu sınıf çok az bilgi içerir ve birbirinden farklı seçimlerin sayısı pek fazla değildir). Belli bir sanat türünde (örneğin "soyut resim") izin verilen türdeş iletiler grubunun özel olarak belirlenmesi kolay olmayabilir ama örneğin şiir ya da roman yazarken ne denli özgür davranabileceğimiz konusunda az çok bir fikrimiz vardır.

XXII. BÖLÜM Algoritmik Karmaşıklık

1) Bkz. M. R. Garey ve D. S. Johnson, *Computers and Intractability* (Newyork: Freeman, 1979). Algoritmik karmaşıklık konusunda standart başvuru kitabı olan bu eserde özellikle

Turing makinelerine ilişkin bilgi bulabilirsiniz.

2) Lineer programlama için biri L. G. Khachiyan diğeri ise N. Karmarkar tarafından bulunmuş yüksek verimli iki algoritma vardır. Lineer programlama problemleri olarak iki oyunculu sıfır-toplamlı sonlu oyun problemlerinin formülasyonu için bkz. Bölüm VI, Not. 1.

3) NP, *Nondeterministic Polynomial* (determinist olmayan polinom) anlamına gelmektedir. Bunun nedeni olumlu bir yanıtın determinist olmayan yoldan doğru biçimde tahmin edilmesi halinde polinom zamanda doğrulanabilmesidir. "NP-tüm" problemlerin hepsi aynı derecede güçtür - eğer birini çözerseniz tümünü çözebilirsiniz (bu yüzden NP-tüm denilmiştir).

4) Spin camları ve düzensiz sistemler için bkz. M. Mézard, G. Parisi ve M. A. Virasoro, *Spin Glass Theory and Beyond* (Singapur: World Scientific, 1987). Tanımadığımız biçimiyle spin camı problemi Garey ve Johnson (bkz. Bölüm 22, Not. 1) tarafından ele alınmamışsa da NP-tüm olduğu bilinen SMC'ye ("Simple Max Cut") yakındır.

5) Doğal evrimin ağaç yapısı spin camı modelinin Parisi çözümündeki *vadilerin* ağaç yapısına benzer (bkz. *Spin Glass Theory and Beyond*, bir önceki not). Bu benzerliğin kavramsal düzeyde sürdüğü anlaşılmaktadır (bkz. H. Epstein ve D. Ruelle, "Test of a probabilistic model of evolutionary success", *Physics Reports* 184 [1989] : 289-92).

XXIII. BÖLÜM Karmaşıklık ve Gödel Teoremi

1) Bu öyküyü R. V. Kadison'dan dinledim.

2) Freud'un araştırmalarına ilişkin genel bilgiler için bkz. J. Laplanche ve J.-B. Pontalis, *Vocabulaire de la psychanalyse* (Paris: PUF, 1967).

3) Bir önermenin doğru ya da yanlış olduğu aksiyomlarından kanıtlanamıyorsa doğru olması ne anlam taşır? Bunu anlamak için matematiksel mantık uzmanlarının oynadığı *meta-matematik* oyununu tanımak gerekir. Matematikçilerin çelişkili olmadığı sanılan bir aksiyomlar sistemine dayalı *A*, *B*, vs. gibi çeşitli teorileri vardır. Örneğin *A* tam sayılar aritmetiğinin, *B* ise küme teorisinin aksiyomlarına dayanan bir sunumu olabilir (Matematikçilerin kullandığı türden aksiyom sistemlerinin çelişkili olmayışlarının kanıtlanamayacağını Gödel göstermiştir. Dolayısıyla burada biraz inançlı olmak gerekir. Diğer yandan matematikçilerin çoğu kullandıkları aritmetiğin ya da küme teorisinin aksiyomlarından hiçbir zaman bir çelişkinin çıkmayacağına inanırlar.) Şimdi *A* teorisinin aksiyomları, teoremleri ve çıkarsama kurallarını *B* teorisinin uygulanabileceği matematiksel nesneler olarak görebiliriz. Böylece *A* teorisine *dışardan* bakıyor oluruz ki bu durumda teorisinin *içeriden* erişmemize olanak bulunmayan yönlerini kanıtlayabiliriz. İşte bu da çok incelik isteyen metamatematik oyunudur. *A*'nın (ve *B*'nin) çelişkili olmadığına inanıyorsanız Gödel'in eksiklik teoremi gibi sonuçlar kaçınılmaz olacaktır.

4) R.J. Solomonoff, "A formal theory of inductive inference", *Inform. and Control* 7 (1964) : 1-22, 224-54; A. N. Kolmogorov, "Three approaches to the definition of the concept 'quantity of information'", *Probl. Peredachi Inform.* 1 (1965) : 3-11; G. J. Chaitin, "On the length of programs for computing finite binary sequences", *J. ACM* 13 (1966) : 547-69. Diğer kaynaklar: G. J. Chaitin, *Algorithmic Information Theory* (Cambridge: Cambridge University Press, 1987); G. J. Chaitin, *Information, Randomness, and Incompleteness* (Singapur: World Scientific, 1987).

5) Bkz. G. J. Chaitin'in "Information-theoretic computational complexity" başlıklı yazısının Ek'inde ele alınan 2nci Teorem, *IEEE Trans. Inform. Theory* IT-20 (1974) : 10-15. Bu yazı bir önceki notta değindiğimiz *Information, Randomness, and Incompleteness* başlığı altında tekrar yayınlanmıştır.

6) Bkz. M. Davis, Y. Matijasevic ve J. Robinson, "Hilbert's tenth problem. Diophantine equa-

tions: Positive aspects of a negative solution", *Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems*, Proc. Symp. Pure Math. 27 (Providence, R. I.: American Mathematical Society, 1976), s. 323-78.

7) Bölüm XXIII, Not. 4'de değinilen *Algorithmic Information Theory*'e bakınız. Chaitin'in sıralaması ancak sonlu bir sayıda terimden sonra gelişigüzellik göstermektedir.

8) Pierre Cartier'nin bir önermesine göre küme teorisinin aksiyomları aslında çelişkilidir ama çelişkinin kanıtlanması o denli uzun sürer ki fiziksel evrenimizde bunun yapılmasına olanak yoktur. Daha sıradan bir görüş belirtmek gerekirse, matematiksel mantıkta ilerde gerçekleşecek gelişmelerin bugün bilinenlerden çok farklı olmaması beklenebilir ama bu gelişmelerin matematğin temellerine yeni bir ışık tutacağı da kesindir.

XXIV. BÖLÜM Cinsiyetin Gerçek Anlamı

1) Bir iletiden doğan diğer iletilerin üstel [E (ileti)] ile doğru orantılı olduklarını ve bir iletinin mutasyonlarını çok yakın benzerlik gösteren diğer iletilere taşıdıklarını varsayabiliriz. Yaşamın bu modelinin temel eksikliği bir iletinin türdeş ve başka türden iletilerle ilişkilerinin dinamik yönlerini gözden kaçırmasıdır (yani nüfus dinamiği hesaba katılmamıştır).

2) Matematiksel kolaylık için burada nokta mutasyonlarını düşünüyoruz (diğer mutasyon türlerinin de evrim yönünden çok büyük önemi vardır). Nokta mutasyonları E fonksiyonu tarafından sağlanan gelişigüzel bir çevrede gelişigüzel bir yürüyüşe karşılık gelir. Bir iletiden doğan diğer iletilerin üstel [E (ileti)] ile doğru orantılı oldukları varsayımı E 'nin büyük değerlerinin kullandığı anlamını taşır. Gelişigüzel bir çevredeki gelişigüzel yürüyüşlerin çok yavaş biçimde ilerlediğini biliyoruz zira bir dağdan diğerine gitmek için önce aşağı inmek gerekir ki bu da pek olası değildir (bkz. Ya. G. Sinai, "Limit behavior of one-dimensional random walks in random environments", *Teor. Verojatn. i ee Primen.* 27 [1982] : 247-58; İngilizce çevirisi: *Theor. Probab. Appl.* 27 [1982] : 247-58; E. Marinari, G. Parisi, D. Ruelle ve P. Windey, "On the interpretation of $1/f$ noise", *Commun. Math. Phys.* 89 [1983] : 1-12; R. Durrett, "Multidimensional random walks in random environments with subclassical limiting behavior", *Commun. Math. Phys.* 104 [1986] : 87-102). Bu nedenle gelişigüzel yürüyüş küçük dağların doruğunda sıkışıp kalma eğilimi gösterir. Mutasyon hızının arttırılması ile bunun önüne geçilebilirse de böyle bir artış anlamlı genetik iletilerin korunmasının zorunlu oluşu tarafından kesin bir biçimde sınırlandırılmıştır. Kısa genetik iletilere sahip basit organizmalardan uzun genetik iletileri bulunan karmaşık organizmalara geçişte, mutasyonları giderek daha aşağı düzeylere indirgeyen kopyalama mekanizmalarının sayısının arttığını görürüz. Bilgi teorisi yönünden bu anlaşılabilir bir durumdur (Bkz. M. Eigen ve P. Schuster, *The Hypercycle: A Principle of Natural Self-Organization* [Berlin: Springer, 1979]). Bu gibi etkenler göz önüne alındığında evrimin neden nokta mutasyonlarının yanı sıra birçok diğer yöntemleri de kullandığını anlamak kolaylaşır (genetik materyalin azalması ya da silinmesi, cinsiyet ve ortakyaşam evrim yönünden önem taşırlar).

3) Cinsiyet canlı organizmalar arasında evrensel olmasa da çok yaygın bir ögedir. Bazı bakterilerde genetik yeniden düzenlenme ve dolayısıyla cinsiyet görülmüştür. Bu her zaman iki farklı cinsin bulunduğu anlamına gelmez (bizim için taşıdığı önem bir yana, iki ayrı cinsin varlığı evrimin çok sayıdaki buluşlarının en önemlilerinden biri değildir).

4) Genelde cinsiyetin evrime yardımcı olduğu kabul edilir ama bu görüşe karşı çıkanlar da bulunmaktadır. Bkz. L. Margulis ve D. Sagan, *Origins of Sex* (New Haven: Yale University Press, 1986).

5) R. Dawkins, *The Selfish Gene* (Oxford: Oxford University Press, 1976).

6) Dünya 4.5E9 yıl önce oluşmuştur ve 3.5E9 yaşındaki kayalarda yaşamın izleri bulunmaktadır. Jeolojik standartlara göre yaşam çevre koşulları elverişli hale gelir gelmez oluşmuştur. Bu arada şunu da belirtmeden geçmeyelim: E (ileti) fonksiyonu o zamanlar şimdikinden epeyce farklıydı.

XXV. BÖLÜM

Zeka

1) D. Marr, *Vision* (Newyork: Freeman, 1982).

2) Freud'un ilgilendiği işlevler *zihinsel* işlevlerdir.

3) Dünyamızı üç boyutlu ve yüzeyler tarafından sınırlandırılmış nesnelerle dolu görmek doğal olarak bir idealizasyondur. Bilim adamları bunun gibi başka idealizasyonlar da kullanırlar ama özellikle bu idealizasyon evrim tarafından da korunmuş ve beynimize yerleştirilmiştir. Gerek varlığımızın sürdürülmesi, gerekse geometri ve diğer bilimlerin geliştirilmesinde bu idealizasyonun büyük yararı olmuştur.

4) E. Wigner, "The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences", *Commun. Pure Appl. Math.* 13 (1960): 1-14.

XXVI. BÖLÜM

Sonsöz: Bilim

Çağdaş bilimsel kavramlara ışık tutan çok ilginç bir esere değinmek istiyorum: R. Penrose, *The Emperor's New Mind* (Newyork: Oxford University Press, 1989). Kitapta fizik yasalarının bilinci de içerecek biçimde değiştirilmesi gereği vurgulanmakta ve insan beyninin bilgisayar gibi çalışmadığı görüşü savunulmaktadır. Fizik yasalarında kuantum kütle çekimine yer verileceği kuşkusuzdur ama bunun Penrose'un görüşleri ile uyum sağladığını sanmıyorum. Bilinç konusu ile ilgilenirken zihinlerimizin kendi kendimizi aldatmaya ne denli yatkın olduğunu anımsamalıyız. Bu durum psikoanalizin bize öğrettiği çok önemli ve üzerinde durulması gereken bir gerçektir.

