

Keyifli Okumalar Dileriz

Binlerce kategoride milyonlarca PDF e-kitap, ders kitapları, dergiler ve romanlara platformumuz üzerinden ücretsiz ulaşabilirsiniz.

RESMİ WEB SİTEMİZ

<https://rantey.org>

Yedek ve Duyuru Kanallarımız

Sitemize erişim engeli gelmesi veya adres değişikliği durumunda aşağıdaki kanallardan güncel giriş adresine erişebilirsiniz:

- Telegram: <https://t.me/birkitapbir>
- WhatsApp Kanalımız : <https://whatsapp.com/channel/0029VbDHv8uE50Us4lvMoc0Y>



MARIUS CLEYET-MICHAUD

ALTIN ORAN

KÜLTÜR KİTAPLIĞI

192

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - <https://rantey.org>

DOST

D

Marius Cleyet-Michaud

Ecole Polytechnique'te öğrenim görmüştür.

Cleyet-Michaud, Marius

Altın Oran

ISBN 978-975-298-640-4 / Türkçesi: Ezgi Güher Güler

Kasım 2023, Ankara, 148 sayfa

Kültür Kitaplığı: 192; Bilim: 14

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - <https://rantey.org>

ALTIN ORAN

Marius Cleyet-Michaud



ISBN 978-975-298-640-4

Le nombre d'or
Marius Cleyet-Michaud

© Presses Universitaires de France / Humensis, 2019

Bu kitabın Türkçe yayın hakları Dost Kitabevi Yayınları'na aittir.
Birinci baskı, Kasım 2023, Ankara

Türkçesi, Ezgi Güher Güler

Teknik hazırlık, Mehmet Dirican

Baskı, Pelin Ofset Ltd. Şti. / Sertifika No: 49432
İvedik Organize Sanayi Bölgesi, Matbaacılar Sitesi
1514. Sokak no: 28-30 Yenimahalle / Ankara
Tel: (0.312) 395 25 80-81 • Faks: (0.312) 395 25 84

Erdal Akalın - Dost Kitabevi / Sertifika No: 46177
Karanfil Sokak No: 11/4, Kızılay 06420 Ankara
Tel: (0.312) 435 93 70 • Faks: (0.312) 419 18 51
www.dostyayinevi.com • bilgi@dostyayinevi.com

Ücretsiz PDF Kitap Arşivi - <https://rantey.org>

İÇİNDEKİLER

Giriş	7
-------	---

BİRİNCİ KISIM *ALTIN ORAN NEDİR?*

I. Bölüm – Altın Orandan Altın Sayıya	11
II. Bölüm – Tarihçesi	21
III. Bölüm – Gizemsel ve Simgesel Yönü	29

İKİNCİ KISIM *MATEMATİKSEL OLARAK ALTIN ORAN*

I. Bölüm – Altın Oranın Geometrisi	43
II. Bölüm – Aritmetik ve Cebir	81

ÜÇÜNCÜ KISIM
DOĞADA VE SANATTA ALTIN ORAN

I. Bölüm – Altın Oran ve Doğal Fenomenler	97
II. Bölüm – Zamana Dayalı Sanatlar	107
III. Bölüm – Uzama Dayalı Sanatlar	115
Sonuç	143
Kaynakça	147

Giriş

Sanatçıların ve şairlerin söyleşilerinde sıklıkla yinelenen gizemli deyim, onaylanmış aritmetik büyüklük olan altın oran, kimilerinin inandığı gibi bilginin anahtarını elinde bulunduruyor mudur? Dahası, onun boyunduruğu altında her sanat eseri bu ünvanı taşımaya layık olur muydu?

Altın oranın ilgi uyandırdığı ya da sadece düşündürdüğü kim varsa, onlar için –ki onlar birlikte bir tümen oluşturur– kısa bir çalışmanın sınırları dahilinde, bir pozitif olgular bütünü sunma niyetindeyiz. Bizim hedefimiz –bakalım gerçekleşmiş olacak mı?– bilimsel nitelikte bir eser ortaya koymak, ne var ki bu kendimizi altın oranın matematiksel özellikleriyle sınırlayacağımız anlamına gelmiyor. Sunumumuzun önemli bir kısmı, bu alanda yapılan ya da yapılmaya elverişli uygulamalara olduğu kadar, altın oranın etrafında ‘dönen’ fikirlere de adanmış olacak. Ama bu vesileyle çoğu kez bağnazca tepkilere yol açan bir konu ele alınırken –deneyim bunu gösteriyor– onları böyle nitelememek için, kendimizi şaşkınlık yaratabilecek nesnel bir tutum içinde tutmaya gayret edeceğiz.

Bu giriş bölümüne yazım esnasında aklımıza gelen ve eserin tanıtımına ilişkin bazı düşüncelerle devam edeceğiz. Mevcut eser büyük bir okur kitlesine hitap ettiği halde, belli bir okuru tamamen hoşnut etmenin zor olduğunu özel olarak fark ettik. Aralarından birçoğu, her şeyden önce, oldukça teknik detaylardan ziyade basit örneklerle dayalı genel görüşleri merak ediyor. Bu durum, bizi daha bilgili veya uzmanlaşmış diğer okurları unutmaya itmeme- li. Biz yine de buradan bazı sonuçlar çıkardık.

“Altın oran nedir?” başlıklı ilk kısımda görüldüğü üze- re, altın oranın doğada ve sanatta tuttuğu yeri anlama ola- nağı vermesi için yeterli matematiksel olguların temeline giriş yaptık.

Ancak matematikçi okurları ve daha genel olarak, ma- tematik meraklılarını hesaba katmak gerekiyordu. Onlar için, “Matematiksel olarak, altın oran” başlıklı ikinci kı- sımda, altın orandan gökbilimci Kepler’in deyimiyle, bir ‘geometri cevheri’ yaratan özellikler üzerinde –konu bun- lardan eksik kalmıyordu– uzunca durduk (“Aritmetiği ve cebiri” de eklenebilecekti).

Diğer bir yandan, örnek olarak verilmiş sanat eserle- rinin birkaç analizinde onların altın oranın geometrisi bakımından sıradan birer resim gibi –estetikbilimcilerin ve sanatçıların, bizim fikrimize göre, hoşuna gitmemesi- ne rağmen– görünmelerinin önüne geçemediğimizi itiraf etmeliyiz. Doğruluk payı bulunmayan boş sözlere yer ver- mek, kolaya kaçmak olurdu, istemedik.

Kısacası, bu küçük kitapçığın yararlı olacağını umuyo- ruz. Bize altın oran konusunun o rahatça imkân tanıdığı ilgi çekici düşünceler ortadan kaldırılmıyacağından sitem

edecek olanlara cevabımız, bu konunun çözdüğümüzü ileri sürebilmek için yeterince bilinmezlikler barındırdığı, yine de onları içinde bulundukları kısır döngüden sıklıkla çıkarmaya çalıştığımız olurdu.

BİRİNCİ KISIM

ALTIN ORAN NEDİR?

I. Bölüm

ALTIN ORANDAN ALTIN SAYIYA

Nispeten yakın bir döneme kadar *Küçük Larousse*, *altın oran*ın aşağıdaki tanımını veriyordu:

“19 yıllık ay döngüsü.”

Son yayınlar şu diğer tanımı veriyor:

“Özel olarak estetik olduğu varsayılmış bir orana teka-bül eden, $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 'ye denk olan sayı, yaklaşık olarak 1,618.”

Öyleyse *altın oran* ifadesi, birbirinden esas olarak farklı iki büyüklüğü belirtmeye yarıyor:

- fiziksel bir büyüklük (daha açık bir ifadeyle astronomik);
- salt aritmetik bir büyüklük (bazı estetik iyeliklerin atfedildiği).

Elinizdeki eserin başlangıcında bu iki büyüklüğü gereğince ayırmak, bu konuya dair tüm anlaşılmazlığı önlemesi için önemlidir.

I. – Gökbilimcilerin altın oranı

Yunan gökbilimci Meton'a (İÖ 5. yüzyılda yaşamıştır.) köklü bir buluş atfedilir: Eğer *on dokuz yıl* bir devre olarak düşünülürse buraya kameri* ayların tamamı girer (çok büyük bir olasılıkla *iki yüz otuz beş* gibi). Buradan, her on dokuz yılda Ayın evrelerinin yeniden aynı tarihlere geldiği (Dünya'nın Güneş etrafındaki hareketine göre) sonucu çıkar. Gerçekten de *takvimi* geliştirmeyi ve dolayısıyla, ardından kilise için *hesaplama*** kullanılmayı sağlamış olmasından ötürü böyle bir buluşun önemi anlaşılır.

Bu on dokuz yıllık devre *Meton döngüsü* adı altında nam saldı. Bizim konumuzla ilişkilidir. Aslında efsaneye göre, kamuya mâl edilmesi olimpiyat oyunları vesilesiyle İÖ 453'te olmuştu. Öylesine büyük bir hayranlık uyandırmıştı ki, Atinalılar Meton döngüsünü bir Minerva Tapınağındaki sütunların üzerine *altın harflerle* kazıyarak yazdırma kararı almışlardı. Döngüdeki herhangi bir yılın sırası, o sırada *gözlemlenmiş yılın altın oranı* sayıldı. Ardından, altın oran adlandırması on dokuz yıllık devrenin kendisine tahsis edilmiş oldu.

Özel bilgiler haricinde, bu eserin devamında gökbilimcilerin altın oranından daha fazla bahsetmeyeceğiz.

* *Lunaison* [fr.] 29 gün 12 saat 44 dakika süren, birbirini izleyen iki yeni ay arasındaki zaman dilimidir. (ç.n.)

** *Comput* [fr.] Kilise ile ilgili takvimde değişen tarihleri, Paskalya tarihi gibi, saptamaya yarayan hesaplama yöntemidir. (ç.n.)

II. – Matematikçilerin altın oranı: temel veriler

Tam değeri $\frac{1}{2} (1+\sqrt{5})$ 'e eşit olan irrasyonel bir sayı söz konusu. Elinizdeki eserin ikinci kısmında, söz konusu sayının çeşitli matematiksel özellikleri üzerinde daha geniş duracağız.

Bununla birlikte, altın oranın en ses getiren ve 'dikkat çekici' özellikleri arasından seçilmiş birkaçını –arkasından gelecek genel ifadelerin daha iyi anlaşılması için– şimdiden tanıtmaya fırsatı görüyoruz. Bu özelliklerin her biri *kendine özgü* olduğundan, *tanımlardan* yararlanılabileceğinin altını çizelim. Bu demektir ki, sağlam akıl yürütmeler yoluyla birbirlerinden de çıkarılabilirler.

Şunu da belirtelim, yeni bir kullanıma alışmamız amacıyla, altın oranı Yunan alfabesindeki Φ (phi) harfi ile –ünlü heykeltıraş Phidias'ı anıştırarak– göstereceğiz ve şöyle yazacağız:

$$\Phi = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{5}).$$

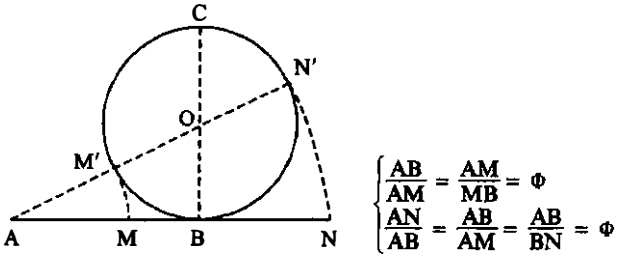
1. Bir doğru parçasının ekstrem ve ortalama orana göre bölünmesi. – Klasik bir problem ele alalım.

Bir AB doğru parçası düşünelim ve A ile B arasında konumlanmış bir M noktası belirlemeyi hedefleyelim, şöyle ki:

$$[1] \quad \frac{AB}{AM} = \frac{AM}{MB'}$$

basit bir hesaplamayla, bağıntı şuna dönüştürülür:

$$[2] \quad \overline{AB^2} = AM (AB+AM).$$



Şekil 1

Bu son ifadeden, ‘eskiden’ temel geometri kitaplarında yer alan bir *konstrüksiyon* (Şekil 1) çıkar.

AB’ye dikey ve uzunluk bakımından $BC=AB$ olan, BC doğru parçası çekelim. A ve O noktalarından geçerken, söz konusu çemberi M’ ve N’ noktalarında kesen doğru gibi, BC çap uzunluklu ve O merkezli çemberi çizelim. Biliniyor ki:

$$\overline{AB^2} = AM' \times AN' = AM'(AM' + M'N')$$

veya yine madem ki $M'N' = BC = AB$:

$$\overline{AB^2} = AM'(AB + AM').$$

Eğer bu son ifade, ifade [2]’ye yaklaştırılırsa, buradan şu çıkar: $AM = AM'$.

Bulunmak istenmiş M noktasını elde etmek için, A noktasından itibaren AB üzerine AM’ ile eşit bir uzunluk götürmek yeterlidir. M noktası, AB/AM oranı aracılığıyla

tam olarak belirlenmiş olur ve hesaplama (sayfa 18) gösteriyor ki *bu oran, altın orandır.*

Yeniden A noktasından başlayarak AB doğru parçası üzerinde gidelim, onun sağa doğru uzatması da AN' uzunluğu ile eşit AN uzunluğunu verir. Kolaylıkla doğrulanır ki:

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AB}{BN} = \Phi.$$

Terminolojide bu durum, B noktasının AN doğru parçasını ekstrem ve ortalama oranda böldüğü anlamına gelir. (M noktasının AB doğru parçasını ekstrem ve ortalama oranda böldüğü gibi.)

Üç doğru parçası AB, AM ve MB arasındaki ilişkilerden çıkarıldığı üzere, Φ sayısı ile temsil edilmiş olan bölme işleminin dikkate değer *ikili özelliği* üzerinde duralım:

$$1^\circ AB=AM+MB$$

Doğru parçalarından biri, diğer ikisinin *toplamıdır.*

2° Koşul [1] aynı zamanda şöyle yazılır:

$$\overline{AM}^2=AB \times MB$$

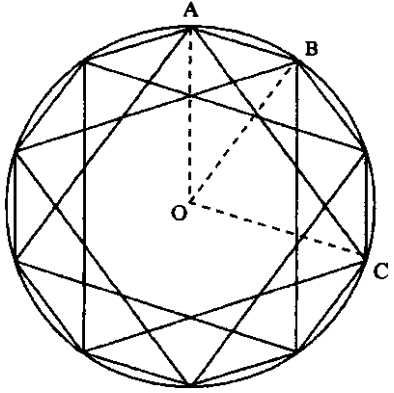
Doğru parçalarından birinin uzunluğu, diğer ikisinin uzunluklarının *geometrik ortalamasıdır.*

Bu ikili özellik, altın orana özgüdür.

Bu düzende yer almış MB, AM, AB ve AN dört doğru parçasının Φ ile eşit oranda artan bir geometrik dizi oluşturan uzunluklara sahip olduğunu yine belirtelim.

2. Düzgün ongenler ve beşgenler. – İkinci kısım – 1. bölümde– göz önüne alınmış çokgenlerin ayrıntılı bir in-

$$\frac{AC}{OA} = \frac{OA}{AB} = \Phi$$



Şekil 2

celemesini gerçekleştireceğiz. Şimdilik kendimizi, onların karşılıklı yapılarının altın oran tarafından nasıl 'komuta edildiğini' belirtmekle sınırlayalım.

Şekil 2, O merkezli aynı çember içerisine yerleştirilmiş, *bir düzgün dışbükey ongen (AB kenarlı) ve bir düzgün yıldız ongen (AC kenarlı) ortaya koyuyor.*

Görülüyor ki (sayfa 46):

$$\frac{AC}{OA} = \frac{OA}{AB} = \Phi,$$

Alışıldığı üzere denilecektir ki, yıldız ongenin kenarının etrafını çevrelemiş çemberin yarıçapına veya yine çemberin yarıçapının çemberin içine yerleştirilmiş dışbükey ongenin kenarına oranı altın orandır.

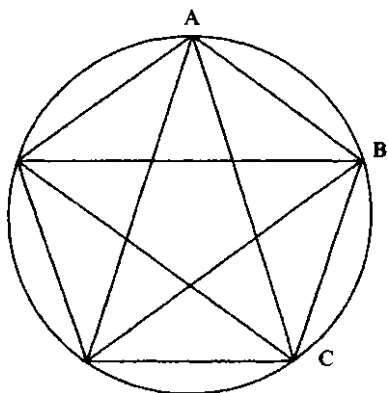
Şekil 3'e gelirse, o aynı çember içine yerleştirilmiş bir düzgün dışbükey beşgen (AB kenarlı) ile bir düzgün yıldız beşgen (AC kenarlı) ortaya koyuyor.

Görülüyor ki (sayfa 46):

$$\frac{AC}{AB} = \Phi$$

diğer bir deyişle, yıldız beşgenin kenarının (ya da dışbükey beşgenin köşegeninin), dışbükey beşgenin kenarına oranı altın orana denktir.

3. Altın oranı veren denklem. – Altın oranı veren Φ sayısı, ifade [2]'den yola çıkılarak kolaylıkla hesaplanır:



$$\frac{AC}{AB} = \Phi$$

Şekil 3

Yerleştirelim:

$$AB = a \quad AM = \frac{a}{\Phi}.$$

Buradan çıkan:

$$a^2 = \frac{a}{\Phi} \left(a + \frac{a}{\Phi} \right)$$

ve a hesaplamaadan atılarak:

$$[3] \quad \Phi^2 - \Phi - 1 = 0.$$

Bu denklemin ters işaretli iki kökü var.

M noktasına tekabül eden –pozitif kök– değer olarak:

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \Phi.$$

Bu önceden belirtilmiş değeridir.

[3]'ün ikinci kökü değer olarak:

$$\frac{1 - \sqrt{5}}{2} = -\frac{1}{\Phi} = -\Phi^{-1}.$$

$AB/AN = \frac{1}{\Phi}$ olduğuna göre, AB doğru parçasından

hareket ederek tanımlandığında bu kök Şekil 1'de N noktasına, işareti hariç, tekabül eder.

4. Φ Sayısının ondalık sistemdeki sayısal değerleri. – Kesin ifadeden yola çıkarak:

$$\Phi = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{5}),$$

Φ sayısının az çok yaklaşık, uygulamaya elverişli ondalık değerleri hesaplanabilir.

En sık kullanılanlar aşağıdakilerdir:

- 1,61803 (3 rakamı, tam olarak bir birliğe yakın);
- 1,618 (1/50.000'e göre tam değeri, görece değere yakın);
- 1,62 (1/800'e göre tam değeri, görece değere yakın);
- $1,6 = \frac{8}{5}$ (1/80'e göre tam değeri, görece değere yakın);
başka bir deyişle %1 civarında.

II. Bölüm

TARİHÇESİ

İçerisinde altın oranın konu edildiği farklı yayınlar (kitaplar veya makaleler) bu sayının *tarihi* bakımından bir yığın güvenilir ve açık bilginin yanı sıra mümkün olanları da kapsıyor. Bunlar arasında bazen de aşağı yukarı dayanaksız varsayımlar, hatta yazarın kişisel görüşlerini yansıtanlar bulunuyor. Okurun özellikle 'Altın oran' başlıklı bir bölümünün içinde ciddi biçimde ve nesnellikle irdelenmiş, gereğince yerleşmiş olguların zengin bir çeşitliliğini bulabileceği, Paul-Henri Michel'in *De Pythagore à Euclide* (*Pythagoras'dan Eukleides'e*) adlı eserine özel bir kaynak olarak başvurulmuş olsa gerek. Bundan sonrası kısa bir özetle sınırlandırılacak.

I. – Yunanlardan önce altın oran

Altın oranın *deneyimsel** (*empirique*) keşfinin en eski antik döneme, muhtemelen tarihöncesi devirlere kadar

* Empirique [fr.] Herhangi bir kurama bağlı olmaksızın gözlem ve deneme-yanılma yoluyla edinilen, bilimsel açıdan kesinlik içermeyen, yalnızca deneyimlerden elde edilen verileri temel alan anlamındadır.(ç.n.)

uzandığını, bu ölçütün özelliklerine dair çağlar boyunca yeni verilerle zenginleşmiş olan bilgi birikiminin bizim dönemimize varıncaya dek kesintiye uğramadığını kabul etmekte hiçbir sıkıntı çekmeyiz.

Kuşkusuz atalarımız uygulamaya dayalı sorunları göz önüne alındığında yeterince açık olduğu halde, deneyime dayalı yöntemleri kullanarak bir çember çizme ve onu iki, üç, dört, beş... eşit parçaya bölme becerisini erkenden gösterdiler.

Beş parçaya bölme konusunda, doğada karşılaşılan düzgün biçimde dağıtılmış beş taç yapraklı çiçeklerin belirgin çeşitliliğinden esinlenmiş olmaları muhtemeldir. Öte yandan, on parçaya bölme konusunda olduğu gibi bu bölme biçimine de özel bir önem atfetmiş olmaları, insanın beşer parmaklı iki elinde paylaştırılmış on parmağının olmasından ötürü mümkündür.

Çemberin çevresini beş ya da on eşit yaya bölmeyi öğrendiklerinden, böylelikle doğal olarak düzgün dışbükey ya da yıldız beşgenler ve ongenler yapageldiler. O zamandan beri altın orana dikkat kesilmişlerdi. Bu veriden yola çıkarak, Yunanlar *altın oran* kavramına matematiksel olarak kesinlik vermeden çok önce altın oranın geometrik özelliklerinin belli bir miktarının *deneysel* olarak ortaya koyulduğu tahmin edilebilir.

Bu varsayımlar ciddi *tahminlere* (ancak Yunanlarla birlikte görünmeye başlayacak, altın oranın niteliklerini ele alan yazılı metinlere dayalı çürütülemez kanıtlara) dayanıyor. Tahminler, Yunan uygarlığından önceki sanat eserleri ve mimari yapılarda (özellikle Antik Mısır'a ait) bulunan altın oranın (ya da daha çok altın oranla

bağdaştırılan geometrik simgelerin) *fili* varlığından oluşuyor.

Bir dipnot gerekiyor: bu simgelerin bazıları π sayısı gibi diğer sayıların içine girdiği simgelerin son derece benzerleridir. Fark, matematiksel ve felsefi bakış açısından önemli, pratik uygulamalar ve pozitif estetik bilimi açısından ise önemsizmiş gibi görünüyor.

II. – Yunan-Roma Uygarlığı ve Ortaçağ

Bir geometri bilimi kurmak, kelimenin çağdaş anlamıyla, belitlerden (ya da ispatlanamaz ön ilkelere) ve tanımlardan hareket ederek birbirlerinden çıkarımları yapılan bir önermeler bütünü oluşturmak, Yunanların tekelindeydi.

Bu eserin sonuçlanması, Euclide'in günümüze kadar matematik (daha çok *temel geometri*) öğretiminde kaynak olarak fayda sağlamış ve temeli geçen yüzyıl öncesinde yeniden tartışma konusu yapılmamış (başka bir deyişle geçerliliği ortadan kalkmamış ya da güvenilirliği sarsılmamış) akılcı yapıtı *Éléments* (Öğeler) adlı kitabında bulunuyor.

Şüphesiz Euclide'den önce, Thales gibi veya yine Pythagore gibi (üstelik altın oranla ilişkilendirilen) ünlü matematikçiler vardı. Ama bu alanda yazılmış asıl kitabı borçlu olduğumuz kişi Euclide'dir.

Bu kitapta *altın oran sayısı*, ekstrem ve ortalama oranda bölme konusundaki klasik probleme, düzgün ongenler ve beşgenlerin özelliklerine, iki düzgün çokyüzlüden on iki yüzeyi düzgün dışbükey beşgen olan *on iki yüzlü* ile yirmi

yüzeyi eşkenar üçgenler olan yirmi yüzlünün özelliklerine bağlı irrasyonel bir sayı olarak karşımıza çıkıyor. Denilebilir ki altın oranın geometrik özelliklerinin temeli, *Éléments* (Öğeler) içinde mevcuttu ve anlaşılan o ki, bir takım eklemeler ona daha sonra yapıldı.

Bununla beraber, Euclide *altın oran* konusuna bu ölçüte bağlı geometrik figürlere katkısından fazla, ayrı bir katkı sağlamışa benzemiyor. Beşgenleri ve ongenleri, üçgenler, dörtgenler ve diğer çokgenlerden ne daha çok ne daha az özen ve titizlikle inceliyor.

$\frac{1}{2} (1 + \sqrt{5})$ sayısını, —çağdaş yazımda— sonradan yapıldığı gibi özel bir isimle belirtme zahmetine girmiyor. Bu gelenek, günümüze kadar temel geometri eğitiminde sürmeye devam etti.

Sonuçta, Euclide gizemsel uğraşlardan sıyrılmış, pozitif bilim insanı imgesi yaratıyor.

Ama gizemciler —bizim dönemimizde olduğu gibi— onun döneminde de vardı ve bu sözü edilenler, yıldız beşgen Yunanların sembolik bir değer atfettiği *beş köşeli yıldız şeklindeki tılsımı** (*pentacle*) akıllarına getirdiği için *altın oran* meselesine arka çıkabildiler.

Euclide'in geometrisi sayısız pratik uygulamaya zemin hazırladı. Pergel kullanımını geliştirmeyi ve o sırada gelişmekte olan hesaplama yöntemlerinin yerini dolduran geometrik yapılardan (altın orana bağlı olsun ya da olmasın) yararlanmayı sağladı.

* Pentacle, beş dalının her biri farklı büyümlü işareti gösteren yıldız veya iç içe düzgünce geçmiş iki eşkenar üçgenin oluşturduğu altı uçlu yıldız biçiminde olan şekil. (ç.n.)

Yunan-Roma uygarlığının ve Ortaçağ'ın mimarları ile teknisyenlerinin pergeli çokça ve ender görülen bir zevkle kullandığı kesin olarak söylenebilir.

Sayısal hesaplama yöntemlerinin olağanüstü gelişimi nedeniyle, pergelin kullanım teknikleri uygulamaya dayalı önemini büyük ölçüde yitirmiş olduğundan, ilgili formüllerin (aralarından birçoğu sözlü gelenek yoluyla aktarıldığına göre) büyük bir bölümü yüksek olasılıkla unutuldu.

Ortaçağ süresince, 1180'e doğru doğmuş ve bu dönemin matematikçileri arasında en büyüğü değilse de en büyüklerinden biri olmuş, Fibonacci olarak anılan Leonardo Pisano'ya ayrı bir yer verilmiş olmalı. Burada, bu kilit ismin hayatı ve eseri üzerinde uzun uzun durmak mümkün değil. Uluslararası iş insanı olarak, yolculuklarından Ortadoğu'nun ilmine vakıf olmak amacıyla faydalanmıştı. İçinde kuramsal ve uygulamalı problemlerin tam bir çeşitliliğini (Avrupa'da oldukça verimli olmuş, Arap rakamlarının girişini borçlu olduğumuz kişi muhtemelen Fibonacci'dir) ele aldığı, *Liber Abaci* (Hesaplama Kitabı) adında önemli bir çalışmayı ona borçluyuz.

Bu denli zengin bir eserde, ardından gelecek kuşakların Fibonacci adını verdiği ve altın orana alan açan bir sayı dizisi ya da *serisi* örnek olarak beliriyor. Bu seri daha sonra ayrıntılı bir incelemenin konusu olacaktır.

Euclide'in *Éléments* eserinin 13. yüzyıldan itibaren, matematikçi Campanus de Novare'dan ileri gelmiş Arapça bir örneğinden Latinceye yapılmış bir çeviri sayesinde, Batı Avrupa'da geniş bir yayın konusu haline gelmiş olduğunu not düşmek yerinde olur. Yapılmış çevirinin bir açıklamasında göze çarpan, bizim 'ekstrem ve ortalama

oran' şeklinde ifade ettiğimiz kısmı açıkça bildiren kısa bir parçası –*proportionem habentem medium duoque extrema*– çoğu zaman alıntılanır.

III. – Rönesans ve Luca Pacioli

1509'da matematikçi olarak ünlenmiş, keşiş fransisken Luca Pacioli, Ludovic le More'un himayesinde yazmış olduğu *Divina proportione* (İlahi oran) adlı bir eseri Venedik'te yayınlar (sözü edilen oran –kelimenin matematiksel anlamıyla– ortak değeri altın oran olan orantılarla öne çıkar).

Toskana'da konuşulan İtalyan lehçesiyle kaleme alınmış bu eser, Leonardo da Vinci tarafından resimlenmiş olma ayrıcalığına (Luca Pacioli'nin ısrarla söylediği şeye bakılacak olursa) sahip olmuştur. Birdenbire uluslararası boyutta büyük bir yankı uyandırmıştı. İlerleyen yıllarda geçici bir 'kefaret' dönemine maruz kalmışsa da, bizim dönemimizde tüm güncelliğiyle yeniden hak ettiği yere geldi. Görünen o ki, altın oranı kimi gizemsel yönlerini atlamak-sızın, estetik niteliklerini matematiksel özellikleri içinde ele alıp ona geniş bir pay ayırmış ilk kitaptır.

Bu kişinin kendisi de bir hayli dikkat çekicidir. Toskana içinde, Borgo San Sepolcro'da, ressam-matematikçi olan ustası ve dostu Piero della Francesca'nın da günlerini geçirdiği kentte doğmuş; Leonardo da Vinci ve Albrecht Dürer gibi ünlü bilginlerle iki misli artmış sanatçıları ilişkileri arasında saymıştı. Adı geçen kişi –Dürer'in kendi deyimiyle– 'gizli perspektife' adım atması için (altın oran mı söz konusuydu yoksa tamamen başka bir şey mi?) onu Bolonya'da ziyaret etmişti.

Naples Müzesi, keşişi (önden) ve onun arkadaşlarından birini, Dük Guidobaldo'yu betimleyen, Jacopo de' Barbari'ye bağlı ünlü bir tabloyu bünyesinde barındırıyor. Tam da ondan beklendiği gibi, altın oran söz konusu tabloda kendisini gösteriyor. Özellikle, keşişin sol başparmağının ucunun uzunluğu bu orana göre bölmesinde olduğu gibi. Burada iki kişinin belli belirsiz gülümsemesini haklı çıkarabilecek muzipçe bir oyun yok mu? Onların durdukları yerin karşısındaki mobilyanın üzerine beşgen biçiminde bir on iki yüzlü vb. yerleştirilmiş.

IV. – Rönesanstan Modern Çağa

Bir asırdır, altın oran temel olarak psikolojik ve estetik düzen üzerine sayısız araştırmalara neden oldu. Bu yeniliğin kökeni muhtemelen ressam Sérusier ve mimar Le Corbusier (*Modulor* adlı bir eserin yazarı) gibi tanınmış kimi sanatçıların, *açıkça belli edilmiş*, ilgisine yol açmış olan Alman kuramcılarının bazı çalışmalarında bulunuyor.

Bu araştırmalar, farklı eserlerin yayınlanması sayesinde Fransa'da önemli bir halk kitlesine ulaştı (elbette okur, bu bakımdan kısaltılmış kaynakçada yer alan –eksiksiz olmayan– referanslara başvurmak isteyecektir).

Daha önce yazılıp çizilenler hiçbir şekilde, altın oranın Rönesans ile modern çağ arasındaki 'fetret dönemi' boyunca görmezden gelinmiş ya da dikkate alınmamış olduğu anlamına gelmiyor. Her şey (eğer buradan farklı resim, gravür, desen veya mimari eserlerin analizine bakılırsa) ister doğrudan ilahi oranın özelliklerinden yola çıkarak olsun, ister

dolaylı yoldan altın oranla ilişkili geometrik şekiller (beşgenler, ongenler vb.) aracılığıyla olsun; bazı sanatçıların ondan sistemli biçimde yararlandığını düşünmeye sevk ediyor.

V. – Kullanılmakta olan tanımlamalar

Bu zorunlu olarak epey eksik kalan, kısa genel özetten çıkan sonuç; altın oranın tarihsel incelemesinin hâlâ başlangıç aşamalarında olduğu, belirsiz ya da henüz bilinmeyen birçok yönünü ortaya koyduğu ve dolayısıyla pek çok meraklının ve araştırmacının (bu konuda her türlü tatmin olanağı bulacak olanların) ilgisini çekebildiğidir.

Özellikle sorulabilecek ve –şu zamana kadar– tatmin edici bir yanıt verilmiş gibi görünmeyen bir soru var: Ne zamandan beri *altın oran* ifadesi kullanılıyor?

Söz konusu oran için Yunanların özel bir tanımı olmadığını bildiğimizi düşünüyoruz ($\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, vb. diğer irrasyonel sayılar için özel tanımları olmadığını bildiğimizden daha çok değil).

Divine proportion (ilahi oran) tanımı Luca Pacioli tarafından kullanılıyor. Hemen ardından gökbilimci Kepler *sectio divina* (Tanrısal kesit) ifadesini ‘geometri cevheri’ olarak, tam olarak açıklanmış görünen karakterini niteliyor.

Leonardo da Vinci, *sectio aurea* (altın kesim ya da altın bölüm) ifadesini kullanıyor. ‘Altın sayı’ ifadesi, –matematikçilerin ölçütünü belirtmek için– modern çağda kullanıma girmiş olacaktı. Eğer bunun için *Larousse*’a bakılacak olursa, diğer kabul edilmiş kullanım, gökbilimcilerinki ise unutulmaya yüz tutuyor.

III. Bölüm

GİZEMSEL VE SİMGESEL YÖNÜ

Bu başlık, özel olarak devingen bir alanı kaplıyor. İlk saptama: pek az sayı –altın oran sayısı belki de bizim dönemimize mahsus en dikkate değer istisnadır– her birimizde bulunan *gizem* (metafizik, estetik vb. düzendeki) gereksinimini doğurma ve doyurma yetisine hâlâ sahip. Bu durumdan yakınılsın ya da hoşnut olunsun, incelemesine girişeceğimiz bir olgunun önünde bulunuyoruz.

Böyle bir incelemenin güçlükleri hemen ortaya çıkıyor.

Güçlüklerden biri, uzak bir geçmişten beri ‘altın oranın çevresinde’ yazılar yazmış olan yazarların, pozitif bilimlerin disiplinleriyle nadiren uyumsuzluğa düşmüş olmasından: dolayısıyla içinde pek çok aklın yakınlık hissettiği ve bazen varoluş sebeplerini bile bulduğu bir durum yaratıp sürdürmeye özgü, muğlak ve ikircil terimlerin tercihi ile kullanımından kaynaklanıyor. Ayrıca, bu yazarların çoğu ‘yanlıdır’. Uzun sözün kısası, gizem yalnızca böyle ifade biçiminde değil; ama çoğunlukla *sır* konusunda alınmış bir kararda yatıyor. En mutlak sır, Pythagore ve öğrencilerinin bir araya geldiği,

son derece kapalı bir grubun içine böylece sokuluyordu (sorumlu tutulan en ürkütücü insani ve ilahi cezalara uğratılmadan ihlal edilemeyen sır). Grup üyelerinin bazı sayıların ve geometrik figürlerin niteliklerini kendilerine mal ettiği, söylenebilirdi. Onların sırlarının bir kısmının bize kadar açık bir biçimde ulaşması bir bakıma sızıntılar aracılığıyla oluyor.

Belirsizliğe geniş bir pay ayırarak, altın oranın ilişkilendirildiği kimi görüşlerin özünü, yavaş yavaş açığa çıkmış olanlar gibi sunmaya çalışacağız. Onlar insan aklının evrimi üzerine bizi aydınlatmakta yardımcı oluyor ve bu bakımdan başlı başına bir önem taşıyorlar. Onların geçmişte muhtelif araştırmalara (halen bunu yapabilmekteler) yön verip, teşvik ettiğine şüphe yok. Neticede sanat alanında, sanatçılar ya da onlara rehberlik edenlerin buraya katılmış ya da yine katılacak olmaları –doğru ya da yanlış olsa da– sanat eserlerinin bunun izini taşımış olması ya da taşıması için kâfidir.

I. – Sayıların uyumu ve irrasyonel sayı. Beş köşeli yıldız tılsımı (Pentacle)

Pythagore yanlılarına göre, evrenin uyumu bir *sayılar uyumu* idi. Sağlam araştırmaların ortaya çıkarmış ve çıkarmakta olduğu temelde açıklayıcı bir değerde bazı sayıların varlığını, modern bilim onların belirsiz ve denetlenemez bir metafizikle imlenmiş niteliklerinden ötürü bu görüşleri bile reddetti.

Oysa sözü edilen görüşler haliyle kimi zihinlerde yer edebilsin diye, Pythagore ve öğrencilerini matematik alanında belli başlı keşiflere, özellikle *irrasyonel (orandışı) sayıların*

keşfine itti. Bilim tarihçileri, irrasyonelin açığa çıkışının alışlagelen akıl yürütmelerin doğruluğundan sapması bakımından, en azından buna inanılıyordu, uzunca bir süre rasyonel sayıları, uğraştırıcı sayılarla çevreledikleri kaygıyla iç içe geçmiş saygının ve hakiki bir inanışsal sarsıntının başlangıcı olduğunu benimsetmek için resmi metinlere başvuruyor.

İrrasyonel sayılar arasında altın oran sayısı, her biri on ve beş kenar içeren çokgenlerden düzgün ongen ve beşgenlerin geometrisinde daima mevcut olması açısından ayrıcalıklı bir yer tutuyor.

Bu konuya ilişkin, eski zamanlarda yaşamış olanların on ve beş sayılarına yükledikleri değer üzerinde durmak uygun olur. Onlar özellikle on sayısının, ilk dört tam sayının toplamı olması durumundan etkilenmişlerdi.

$$1+2+3+4=10$$

Böylece *Tétractys* (ilk dört tam sayının dizisi) ile *Décade* (onluk) arasında bir aritmetik ilişki kurulur. Oysa Pythagore yanlıları *Tétractys*'e öylesine önem atfetmişlerdi ki, sırda dahil edilen grup üyelerince kutsal yemin ifadesinde açık açık dile getiriliyordu.

Décade'a (onluk) gelirsek, o da evreni simgeleyen, onun yarısı yani *Pentade*'in (beşlik) ortak olduğu ayrıcalığa sahip sayı oldu.

Doğal olarak beşlikten, ara sıra kuşatıldığı sırrı harekete geçirmek için, geometrik çizimi pergelin kullanımıyla (içinde *altın oranın vazgeçilmez aracı rolü oynadığı*) yeterince beceri gerektiren beşgenlere geçilir. Sonuç olarak, büyük ih-

timalle altın orana ait inanış diye adlandırılabilir olan şey ile on ve beş sayılarına ait inanış, onları birbirine karıştırma-ya kalkışılabilir derecede sıkı sıkıya bağlantılıydı.

Yıldız beşgeni, başka bir deyişle *pentacle* (beş köşeli yıldız biçiminde tılsım) (*pentalpha* ve *pentagramme* terimleriyle de belirtilir) daha özel olarak ele alalım. Eski çağlarda yaşayanlara göre, o evrensel bir kusursuzluk, yaşam, güzellik ve aşk, vb. sembolü idi. Onun öte yandan, bu koşullarda, Pythagore yanlıları için bir birleşme işareti olduğu düşünülür. Bu yüzdendir ki, sanatçıların aşağı yukarı bilinçli olarak yaratımlarının içerisine –yalnızca estetik bir amaç içinde değil, ama bir *dinginlik** (*propitiatoire*) arzusu içinde– beşgen formunda veya beşgenlerle bağlantılı yapıları dahil etmeye öncelik vermiş olmalarına şaşırılmayabilirdi. Sanat eserlerinin analizi, bu fiili mevcudiyeti sayısız örneklerle ortaya koyar.

Asıl tılsım bazı antikçağ sikkeleri üzerinde kazılı bulunmaktadır. Zaman zaman, bazı gotik katedrallerin ya da kiliselerin gülpencerelerinde (örneğin Saint-Ouen de Rouen Kilisesi'nin 'Kuzey' gülpenceresinde, d'Amiens Katedrali'nin 'Kuzey' gülpenceresinde, Saint-Rémi de Troyes Kilisesi'nin gülpenceresinde vb.) gözlemlenebilir. Günümüzde, bazı devletlerin armalarında, bazı tarikatların amblemlerinde vb. yer alıyor. İki yerleşim şekliyle karşılaşıldığını not düşmek gerek: bazen figürün dikey ekseninde konumlanmış tepe noktası yukarıdadır (ucu yu-

* Propitiatoire [fr.] Bu sözcük propitiare [lat.] yatıştırmak, teskin etmek fiilinden türemiş olmakla birlikte, kilise terimi olarak propitiatorius [lat.] ise iyiyi ve doğruyu yaymak isteyen erdemli kişileri ifade eder. (ç.n.)

kariya dönüktür), bazen –d’Amiens Katedrali’nde olduğu gibi– ucu aşağıya dönüktür.

Genelde, tılsımın güzelliğini övmek için birlik olunur. Mimar-estetikbilimci Umbdenstock, “Bu yıldızlı görünümün güzelliğinin ilk bakışta belli olduğunu söylemek önemli.” diye yazar. Dışbükey beşgene ilişkin değerlendirmeler ise kimi zaman uyuşurken, kimi zaman uyuşmaz. Bir başka mimar-estetikbilimci M. Borissavliévitch ise onu, “Mimari oran ve uyumla birlikte görülecek kesinlikle hiçbir şeyi olmayan düzgün ve göz yorucu çokgen” şeklinde tarif eder.

II. – İlahi oran

Şimdi ‘Tarihçe’ bölümünde hakkında birtakım bilgilerin verilmiş olduğu, Luca Pacioli’nin *Divina Proportione* (İlahi Oran) eserine geri dönmemiz gerek. Tüm ayrıntılara girmeden, buradan fransiskanin fikir ve hedeflerinin göze çarpan yanlarını yazacağız.

İlk basamakta, Luca Pacioli’nin Rönesansdönemine kadar yazılı ve hatta sözlü gelenekler yoluyla, Pythagore’dan kalma ve aktarılma (zenginleştirici katkılarla birlikte) olan bir bilgiler bütününe yenileme değil, daha ziyade sunma amacı güttüğünü belirtelim. Bu açıdan Luca Pacioli, görünüşe bakılırsa oldukça gizli bir bilimi (*secretissima scientia*) gün ışığına çıkarma bilincine tam olarak sahipmiş.

Diğer yandan, bu bilimin kapsadığı, *Divine proportion* (İlahi oran), diğer deyişle altın oran üzerine dayalı alanların çeşitliliği ve kapsamı üzerinde duruyor. İçinde felsefe ve matematik de göz ardı edilmeksizin sanat dallarının geniş bir

yer işgal ettiği eksiksiz bir sıralama (aşağı yukarı dayalı olarak değerlendirilebilen) veriyor: “*Philosophia, Perspectiva, Pictura, Sculptura, Architectura, Musica, e altre Mathematiche.*” (Felsefe, Perspektif, Resim, Heykel, Mimarlık, Müzik ve de Matematik.) Son olarak, göze çarpan detay, Pythagore’un duymuş olduğu o sevinci –*Gran júbilo e summa letitia che have Pictagora quando con certa scientia...*–, ‘çok incelikli, ustalık gerektiren ve hayranlık duyulması’ (*suavississima sottile e admirabile doctrina*) diye nitelediği bir öğretinin –sözü edilen *İlahi oran*– kendilerine gösterilmiş olacağı anlayışlı ve sorgulayıcı karakterlerin duyabileceği (*perspicaci e curiosi*) o zevki, keşfetme sevincini, yüceltiyor.

Luca Pacioli ayrıca *ilahi* nitelemesi üzerine yorum yapıyor. Gösterdiği nedenler, metafizik düzene (haklı olarak altını çizdiğimiz gibi, o hâlâ Ortaçağ’ın tamamen yakınında duruyor) ve su götürmez matematiksel gerçeklere (modern bilim insanının haberini veriyor) ilişkin merak uyandırıcı bir iddialar yığını sunuyor.

Luca Pacioli’ye göre, *Divine proportion* (İlahi oran), Yaratıcının birçok özel niteliğini taşıyor.

Tanrı gibi eşsiz.

Üç öge arasında –tıpkı Kutsal Üçleme (Tetris) gibi– bir bağ oluşturuyor ve o da Tanrı gibi, benzersiz kalıyor. Luca Pacioli’nin burada, en büyüğün diğer ikisinin toplamı ve yine en büyüğün ortadakine oranının, ortadakinin en küçüğe oranına denk olduğu her sayı ‘üçleme’sine gönderme yaptığı düşünülebilir. Orantı, ortak değeri altın oran olan, söz konusu iki oranın denkliğiyle kuruluyor. Çoğu sanatçı ve estetikbilimci bu önemli özellikte, altın oranın estetik değerinin temelini görüyor.

İrrasyonel bir *sayı* ile temsil edilmiş olarak dikkate alınan orantı, Pythagore ve öğrencilerine göre, irrasyonel sayıları çevreleyen insan dışı –öyleyse ilahi– mahiyeti paylaşır. Keşiş böylece Pythagore yanlılarının görüşlerine iştirak eder.

Son kusursuz atıf: altın oran düzgün beşgenlerin geometrik kurulumunun anahtarıdır. Sonradan *düzgün onikiyüzlü* ile ilişkilendirildi, Platon on iki yüzeyi dışbükey beşgenler olan bu çokyüzlü cisme Evren anlayışında son derece önemli bir yer ayırır. Luca Pacioli'nin, hümanist olduğu kadar Platon'un görüşleriyle de dopdolu olduğuna şüphe yok.

III. – Beş Platon cismi

Kozmik cisimler, Pythagore cisimleri, Platon cisimleri; bu farklı ifadeler Euclide geometrisinin varlığını kesinleştirerek yerleştirdiği *beş düzgün çokyüzlüyü* (düzgün *beş* çokyüzlü var ve yalnızca *beş*) belirtiyor.

Yunanlar diğer yandan, görece yakın bir döneme kadar, beklenmedik bir zenginlik olmuş bir özdeksel evren kuramı hazırlamışlardı: *dört element teorisi*. Bu teori, evrenimizin başlıca dört elementin 'ateş, toprak, hava ve su' çeşitli bileşimleriyle fiili olarak oluştuğunu ortaya koyuyor. Bununla birlikte, Yunanlar dört elementle Platon cisimlerinin (ya da hiç değilse aralarından dördünün) ilişkilendirilebileceğini düşündüler. Bu –modellemeleri ve doğrulamaları Platon tarafından, *Timée* (Timaios) ile bir efsane karakteri yardımıyla parlak bir biçimde sunulmuş olan– ilişkilendirme dörtyüzlü (üçgen tabanlı piramit), küp (ya

da altı yüzeyli cisim), sekizyüzlü ve yirmiyüzlü katı cisim ile karşılıklı olarak ateş, toprak, hava ve suyu bağdaştırıyor.

Yukarıdaki dengelerin dışında kalan onikiyüzlü cisme gelince, Platon ona daha da önemli bir yer tahsis eder: “Tanrı itina gösterdi Kainata, onun tasarımını yapmak amacıyla.” Platon’un fikirlerinin iyiden iyiye tanınmış, revafta olduğu Rönesans döneminde, Platon cisimlerinin matematikçilerin dikkatini çekmesine şaşırılmayabilir. Böyle bir atmosferde, Piero della Francesca, muhtemelen Luca Pacioli’dan (onikiyüzlü cisim konusunda önceden adı geçmişti) esinlenerek *De quinque corporibus regularibus*’u (Beş düzgün cisim üzerine) yazar.

Gökbilimci Kepler’in durumu özellikle dikkat çekicidir. Geometriye dair tüm ustalığını konuşturarak, beş çokyüzlüyü güneş sistemindeki farklı gökcisimlerinin ayrı ayrı yörüngelerini gösterecek şekilde düzenlemeye olağanüstü çaba gösterir. (Bu girişimden bilimsel açıdan geçerli hiçbir şey çıkmadığını belirtelim.)

Diğerlerinin arasından alınmış bu iki örnek, bir soruyu akıllara getiriyor: Altın orana doğal mekanizmalar içinde başta gelen bir rol tahsis etme eğilimindeki iddiaların kökenini, Platon’un düzgün çokyüzlüler üzerine görüşlerinde görmek gerekmez mi?

Gerçekten de bu çokyüzlülerin ikisi altın oran ile ‘gözle görülür’ biçimde ilintilidir. *Onikiyüzlü* cismin on iki yüzeyinin düzgün dışbükey beşgenler olduğunu daha önce not etmiştik. *Yirmiyüzlü* –yirmi yüzeyi eşkenar üçgenler olan çokyüzlü– cisme gelince, onun otuz yüzey kesişme çizgisi, yine on iki farklı şekilde düzgün dışbükey beşgenler oluşturmak için beşer beşer gruplandırılabilir.

IV. – Altın oran, insana dair fenomen

Öyleyse altın oran yalnız matematikçilerin işi değil, ama insana dair diğer kategoriler için de bir çekim merkezi.

1. Altın oran karşısında matematikçiler. – Matematikçiler altın orana başvurdıkları zaman, onu eğitim-öğretim kitaplarında ve araştırmalarında nadiren olduğu gibi ele alıp incelediklerini saptamak ilginç.

Matematiksel özelliklerini hiç bilmemelerine karşın, bu ölçüt karşısında kimilerinde bir tür düşmanlığa dönüşen bir kayıtsızlık çoğunlukla baş gösteriyor: bu sözü edilenler içlerinden birinin ifadesine bakılırsa, altın oranın ‘gereğinden fazla yankı uyandırmış’, bu tantananın hak edilmemiş olduğunu düşünüyor.

Bu tutum, doğal olarak matematikçilerin öncelikle günden güne yükselen ve büyüyen yüksek matematik kurumunun temellerini sağlamlaştırma sorumluluğunu taşıdıkları gerçeğiyle açıklanıyor. Öte yandan onlardan hep daha etkili, başka bir deyişle daha güçlü, daha açık düşünsel araçlar talep eden fizikçiler, kimyagerler, biyologlar, psikologlar, ekonomistler – yakın bir gelecekte, estetikbilimciler– tarafından eleştiriliyorlar.

Bu koşullarda, eğer zaman zaman özel sayıları çalışmayı kabul ederlerse, Archimède’in ismiyle birlikte anılan (yaklaşık değeri 3,1416 olan) π sayısı gibi ya da yine Neper logaritmalarının tabanı (yaklaşık değeri 2,718 olan) e sayısı gibi altın oranınki ile kıyaslanamayacak kadar daha büyük, evrensel bir düzeyde sayılar etken olacaktır.

Bununla birlikte, altın oranı 'kavramış' olan ileri görüşlü kimseler, nadir matematikçiler mevcut. Bunun altın oranın özelliklerinin tamamını sunan *estetik* yönünden, –söz konusu olan düşünsel açıdan estetik– kaynaklandığı düşünülebilir. Bu özellikler her ne kadar diğer sayıların çoğu benzer özellikleri taşısa da çok sayıda ve çeşitlidir, bir de neredeyse her zaman pratik bir kolaylığı vardır.

Altın oranın dikkat çekici bir diğer unsuru da, pergel ustalarının alıştırmalarına kusursuz biçimde uymasındır (bu durum, cebirsel olmayan niteliklerinden ötürü pergel oyunlarına tümüyle uymayan ve bu yüzden daha çok soyut kalan π ve e sayılarının durumunda yoktur. Altın orandan hareket ederek yalnızca akıllı değil, ama görme duyusunu da etkileyen geometrik figürler ve formlardan sınırsız bir çeşitlilik üretmek mümkündür (düşünsel olarak estetiğe, önsezi ile doğrudan ilişkili salt görsel bir estetik eklenmeye başlar).

2. Fikir sahibi olanlar, merak edenler, araştırmacılar – Aslında altın oranın en çok taraftarına edebiyatçıların, şairlerin ve sanatçıların, ve daha fazlasının, ortamlarında rastlanır.

a) Bu ortamlara biraz olsun girildiğinde altın orandan söz edip onu kabul edenlerden pek çoğunun, bu sayının matematiksel özellikleri üzerine, ve yine en azından bu özelliklerin, mümkünse, somut anlamı üzerine gelişmekte olan (hatta kesinlikle geçersiz) kavramlardan başka dayanakları olmadığı, şaşırılmaksızın fark edilir. İnancı bu bakımdan ket vurulmuş ya da değeri düşürülmüş bu-

lunmuyor. Bilgi daha çok azaldıkça, onun daha da güçlendiği bile oluyor (itimat çoğunlukla bilinmezlik içindk olur).

Bunu betimlemek için, bundan sonra dostlarımız arasından bir şairin bize yazdığı bir mektuptan anlamlı bazı alıntılara yer vereceğiz:

“... şairler ve ressamalar çoğu zaman altın orana bağlı olduklarından habersiz eserlerini oluştururlar. Bana kalırsa, ahenge katkıda bulunan ve ahengin kendisi haline bile gelen bu oranın sezgisine şairler daha iyi sahiptirler...”

Aynı mektupta “...kesinlikle altın oranı göstermeyi hedeflememiş ama yine de tablolarının birkaçında—çünkü bunlarda aşılabilmesi söz konusu olmayan bir uyum vardır— buna erişmiş olan Rembrandt...”a atıfta bulunur.

Ve son olarak Beethoven hakkında:

“... onun kuvator ve sonatlarında, bana göre altın oran fazlasıyla ve muhtemelen bunun farkında olmadan bulunuyordu.”

Eğer önceki alıntılara bakılırsa, bir şair için muhakkak ilgi çekici olan ‘altın oran’ ifadesi hemen hemen ‘ahenk’ sözcüğünün anlamını, bu sözcüğün içerdği muğlak, değişken ve hatta çelişkili ne varsa yanına alarak karşılar.

Söz konusu alıntılar, öte yandan altın oranın *sanatçının bilinçli her müdahalesi dışında hareket ettiği* ve adeta bir sihirli değnek etkisiyle güzelliği bahşettiği düşüncesini ifade ediyor. Bu pekâlâ sanatçıların ve estetlerin görüşü sayılmaz. Bir de değişik bir tanık ifadesini bildirelim: Alenen altın oran konusundaki bilgisizliğini ve şimdiki gibi geçmişteki sanatçılar tarafından bu oranın kullanımına dair şüpheciliğini açığa vuran bu büyük sanatçı, bir gün

resimlerden olduğu kadar gravürlerden de oluşan eserlerinde altın oranın bulunmasından mutluluk duyacağını, bize beyan etti.

b) Ama diğ er fikir sahibi olanlar, altın oranın matematiksel özelliklerinin hakiki bir bilgisine (üstelik kapsam ve derinlik bakımından oldukça çeş itli) sahip –sanatç ılar, estetikbilimciler, genel olarak kültürlü insanlar– da var. Yine de ayırım yapmak uygun olur.

Kimileri için, altın oran hemen hemen doğ rudan doğ ruya, neredeyse bütünüyle *doğ al fenomenlere* yön veriyor.

Diğ erleri içinse, altın oran tüm bunların ötesinde bir *estetik iş levi* görüyor. Ve bu hususta yine ayırmak gerekir ki, altın oran birileri için güzelliğ i, bilinçsizce elde edilmiş ya da bilinçli olarak gereksinim duyulmuş olsun, *tekil varlığı* aracılığ ıyla yaratıyor; birileri içinse sadece hakkını vererek kullanımından sorumlu sanatç ıya ait değ erli bir *enstrüman* olarak (aynı türden diğ er enstrümanlarla rekabet içinde olsun ya da olmasın) görülüyor.

Sonuçta farklı kategorilerden taraftarları aradan çıkarken, sadece merak edenlerle de karşılaş ılır: onlar burada bir hayli ses getiren bir ‘meselenin’ iç yüzünü görmeye çalış ırlar ve araşt ırmalarında aynı anda hem zevk hem de düş kırıklığı motifleri bulurlar.

c) Altın orana gösterilen böylesi ilgi çoğ u zaman dini bir niteliğ e bürünüyor. Bu konunun sadık takipç ileri var ve bu sadakat türlü türlü görünümeler altında, derin düş üncelerden bağı nazlığ a ve hatta ş iddete (neyse ki sözde kalan) varıncaya kadar kendisini belli edebiliyor.

Bu durum ‘altın oran’ olgusuna, öncesinde yan tutmadan samimi olarak adım atmayı isteyen biri için ciddi güçlükler çıkarıyor. Bu konu üzerine yazılmış eserlerin çoğu –hem de hakiki olgularla, parlak ve ilgi çekici görüşlerle ve sıklıkla da örtük şiirsellikle dolu eserler– basit varsayımlar mı yoksa resmi gerçeklikler mi (o sırada okura sunulmuş hiçbir kontrol aracı yoktur) bilinmeyen iddiaları, sırf altın oran alanına mı yoksa altın oranla alakasız konularda daha geniş alanlara mı uygulandığını okurun fark edebilmesi için oldukça belirsiz görüşleri kesin doğrulardan (özellikle matematik alanındaki) istenen ayrıştırmaları yapması kolay olmadan harmanlıyor. Böyle eserlerin okumaları, daha çok hem dikkat çekici hem de tahrik edici bilimsel disiplinlere yatkın zihinler içindir. Onlar sıklıkla problemlerin kötü biçimde ele alınmış olduğu izlenimi verirken bir yandan da öne sürülmüş olgulara gelince, şüphelerin devam etmesine izin verirler. Buna karşın araştırmacıda sürekli merak uyandırırılar.

İKİNCİ KISIM

MATEMATİKSEL OLARAK ALTIN ORAN

Bu ikinci kısımda, altın orana ilişkin –*mümkün diğer yapıların büyük bir çeşitliliği* arasından– bazı geometrik, aritmetik ve cebirsel yapıları göstereceğiz.

I. Bölüm

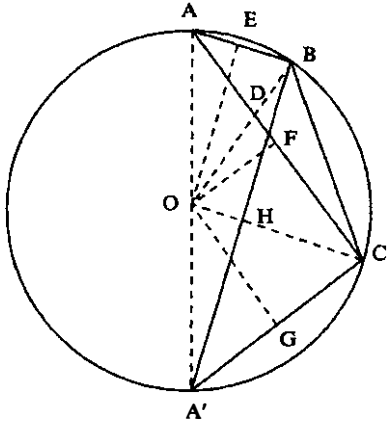
ALTIN ORANIN GEOMETRİSİ

I. – Düzgün ongenler ve beşgenler

Sözü edilen çokgenlerin sistemli biçimde incelemesi kısa zaman önce temel geometri okul kitaplarında görülmüyordu. Bugün ise alıştırma vesilesi dışında bu konuya değinilmiyor. Bu nedenle burada bu çokgenlerin özelliklerinin temelini açıklamak gerekli görünüyor. Yine de şekil 2 ve 3'ten anlaşılacağı üzere (sayfa 16 ve 17) bu çokgenlerin yapılarını yer olmadığı için, ayrıntılı olarak incelemekten geri duracağız. Böyle bir inceleme bundan sonra, düzgün beşgenler ve ongenlerle ilişkilendireceğimiz ikizkenar ve dik açılı üçgenlerin varlığı gibi, sayısız örneklerle, ekstrem

$$\widehat{AOB} = 36^\circ$$

$$\widehat{AOC} = 108^\circ.$$



Şekil 4

ve ortalama oranda bölünmüş doğru parçalarının çokluğu-
nu belirgin kılacaktı.

1. Altın oranın mevcudiyeti. – AA' çaplı çember üzerine (Şekil 4), ayrı ayrı belirlenmiş B ve C noktalarını koyalım: AB ve AC sırasıyla söz konusu çemberin içine çizili *düzgün dışbükey ongenin* kenarı ile *düzgün yıldız ongenin* kenarını veriyor.

Öte yandan:

$$\widehat{A'OC} = 72^\circ = \widehat{BOC}$$

$$\widehat{A'OB} = 144^\circ.$$

Buradan çıkan sonuç, A'C (veya BC) ve A'B nin *düzgün dışbükey beşgenin* kenarı ile *düzgün yıldız beşgenin* kenarına karşılık geldiğidir.

Yukarıda belirtilmiş dört açı, düzgün ongenlerle beşgenlerin geometrisine ilişkin her şey içinde, *bir modül* olarak düşünülmüş olması mümkün *18°lik açının* tam katlarıdır.

Kısaca, Şekil 4'ün incelenmesi dört çokgenin kenarları ile iç yarıçapları arasındaki oldukça basit bağıntıları açığa çıkarıyor, şöyle ki:

- dışbükey ongenin iç yarıçapı (OE olan) yıldız beşgenin kenarının (A'B olan) yarısıdır;
- yıldız ongenin iç yarıçapı (OF olan) dışbükey beşgenin kenarının (A'C olan) yarısıdır;
- dışbükey beşgenin iç yarıçapı (OG olan) yıldız ongenin kenarının (AC olan) yarısıdır;
- yıldız beşgenin iç yarıçapı (OH olan) dışbükey ongenin kenarının (AB olan) yarısıdır.

A) Ongenler. – Şekil 4'ün OAB üçgeni ikizkenar üçgendir:

$$\widehat{AOB}=36^\circ \quad \widehat{OAB}=\widehat{OBA}=72^\circ.$$

Diğer yandan, –OB'yi D noktasında kesen– AC doğru-su OAB açısının açıortayıdır.

Buradan kolaylıkla şu çıkar:

- ADO üçgeni (tepe noktası D olan) ikizkenar üçgendir;
 - DAB üçgeni (tepe noktası A olan) ikizkenar üçgendir.
- Dolayısıyla:

$$AB=AD=OD.$$

Diğer yandan (açıortayın klasik teoremi):

$$\frac{DO}{DB} = \frac{AO}{AB'}$$

önceki eşitliklerin hesaba katılması şuna götürür:

$$\frac{OB}{OD} = \frac{OD}{DB}$$

Bu son bağıntı, bir doğru parçasını ekstrem ve ortalama oranda bölme problemini (sayfa 13) önceden açıklamamıza yararmış olan bağıntı [1] ile –figürlerin farklı noktalarını belirtmeye yarayan harfleri değiştirme koşuluyla– kesinlikle özdeştir.

Öyleyse:

$$OB/OD = \Phi.$$

ya da yine:

$$OA/AB = \Phi.$$

Alışılmış dilde, bu durum *çemberin yarıçapının içteki dışbükey ongenin kenarına oranı altın orana denk* anlamına gelir (altın oranın özgül niteliği).

İki ikizkenar üçgen olan ADO (D tepe noktalı) ve AOC'nin (O tepe noktalı) benzer olduğu sonuç itibariyle rahatlıkla fark edilir, dolayısıyla:

$$\frac{AC}{OA} = \frac{OA}{DA} = \Phi.$$

Yıldız ongenin kenarının çevrel çemberin yarıçapına oranı altın orana denktir.

B) *Beşgenler.* – İkizkenar üçgenler olan BCA' (tepe noktası C olan) ve ADO (tepe noktası D olan) her iki durumda da, taban açısı 36° ye eşit olan benzer üçgenlerdir.

Buradan çıkarılan:

$$\frac{A'B}{A'C} = \frac{OA}{OD} = \Phi.$$

Yıldız beşgenin kenarının dışbükey beşgenin kenarına oranı altın orana denktir.

2. Sayısal nitelikler. – Dikkate alınmış dört çokgen-den biri ya da diğeri için;

çokgenlerin kenar uzunluğunu, c (le côté)
çokgenlerin iç yarıçap uzunluğunu, a (l'apothème)
çevrel çemberin yarıçapının uzunluğunu, r (le rayon du cercle circonscrit) ile belirtelim.

Her çokgen yapısı, c/r oranının ilgili değeri ya da yine (özellikle bazı pratik uygulamalar bakımından) a/c oranı aracılığıyla nitelendirilebilir.

Tablo I c/r ve a/c oranlarının her birini veriyor (mevcut eserin sınırlı kadranı dahilinde, hesaplamaların ayrıntısını vermeyeceğiz):

– Φ işlevine göre, göz önüne alınmış her çokgenin altın oran sayısı ile bağıntısını belirginleştirmek için esas olarak kuramsal yanı gösteren bir ifade;

Tablo I

<i>Düzgün çokgenlerin belirtilmesi</i>	<i>Dışbükey ongen</i>	<i>Yıldız ongen</i>
<i>c/r:</i>		
Φ fonksiyonuna göre ifadesi	$1/\Phi$	Φ
Trigonometrik ifadesi	$2 \sin 18^\circ$	$2 \sin 54^\circ$
Yaklaşık sayısal değeri	0,618	1,618
<i>a/c:</i>		
Φ fonksiyonuna göre ifadesi	$\frac{1}{2} \sqrt{4\Phi + 3}$	$\frac{1}{2} \sqrt{7 - 4\Phi}$
Trigonometrik ifadesi	$\frac{1}{2} \tan 72^\circ$	$\frac{1}{2} \tan 36^\circ$
Yaklaşık sayısal değeri	1,539	0,363
<i>Düzgün çokgenlerin belirtilmesi</i>	<i>Dışbükey beşgen</i>	<i>Yıldız beşgen</i>
<i>c/r:</i>		
Φ fonksiyonuna göre ifadesi	$\sqrt{3 - \Phi}$	$\sqrt{\Phi + 2}$
Trigonometrik ifadesi	$2 \sin 36^\circ$	$2 \sin 72^\circ$
Yaklaşık sayısal değeri	1,176	1,902
<i>a/c:</i>		
Φ fonksiyonuna göre ifadesi	$1/2 \sqrt{7 - 4\Phi}$	$1/2 \sqrt{4\Phi + 3}$
Trigonometrik ifadesi	$\frac{1}{2} \tan 54^\circ$	$\frac{1}{2} \tan 18^\circ$
Yaklaşık sayısal değeri	0,688	0,162

- 18° 'nin katı olan bir açının sinüs veya tanjantının yer aldığı, hâlâ basit bir ifade;
- yaklaşık ondalık bir değer.

3. Ortak ikizkenar üçgenler (Triangles Isocèles Associés). – Şekil 4, *ikizkenar üçgenlerin* dört yapısını –ya da dört *tipini*–, dört çokgenden her birine (üçgenin yüksekliği çokgenin iç yarıçapı olan, tabanı söz konusu çokgenin kenarı olan) karşılık gelecek biçimde, yani (TI1),

(TI2), (TI3) ve (TI4) yapılarını sırasıyla dışbükey ongen, yıldız ongen, dışbükey beşgen ve yıldız beşgenle örtüştürerek görünür kılıyor.

Bu üçgenlerin her biri için, yüksekliğin tabana oranı –belirleyici büyüklük–, Tablo I’de yer alan a/c oranından başkası değildir.

Bu yapılardan ikisi, (TI1) ve (TI2) yapıları, özellikleri sıradanlığa düşmeden basitçe ve düzgünce ifade edilen bu özellikler sayesinde yansıtıyor. Bu bakımdan, geçmiş zamandaki bazı dönemlerde altın oranı geometri bilginlerinin zevk kaynakları yapabilmesini açıklayan, altın oran sayısı ile bağdaştırılmış bir o kadar çok geometrik figür var.

A) *Yapı (TI1).* – Şekil 4 üzerinde, AOB üçgeni ile örnekleniyor.

Yukarıdaki tanıma ek olarak, bu yapı her ikisi de eşit biçimde tanımlamaya yardımcı olabilen iki özgül niteliğe sahip:

– bir yan kenarın tabana oranı Φ sayısına eşittir

$$\left(\frac{OA}{AB} = \frac{OB}{AB} = \Phi\right);$$

– tepe açısı ($\widehat{AOB}=36^\circ$) taban açısının ($\widehat{OAB}=\widehat{OBA}=72^\circ$) yarısına eşittir.

Dahası var. $\widehat{OAB}$ açısının –OB’yi Φ oranına göre bölen– AD açıortayı, AOB ana üçgenini iki ikizkenar üçgene ayırır:

- BAD üçgeni, ana üçgene benzerdir (ve zaten Φ oranında küçültülmüştür), öyleyse (TI1) yapısındadır;
- ADO üçgeni, (TI2) yapısındadır.

Tersine, eğer (TI1) yapısında BAD üçgeninin yanına, AD ve DA gibi, üçgenlerin her birinden ayrı ayrı alınmış iki yan kenar çakışır şekilde; (TI2) yapısında, ADO gibi bir üçgen getirilirse, (TI1) yapısında, AOB gibi bir üçgen elde edilir.

Önemli bir dipnot: böyle tanımlanmış *karşılıklı* iki işlem, belli ki bir ana üçgenden yola çıkarak, içinde eşit uzunlukların artan (Φ sayısı ile eşit oranda) ya da azalan ($1/\Phi$ sayısı ile eşit oranda) bir geometrik dizi oluşturduğu, (TI1) tipinde bir üçgenler zincirine ulaşarak, sürekli devam ettirilebilir.

(TI2) yapısı (TI1) yapısının *güneş saatidir** (gnomon) denilerek, yukarıda belirtilmiş ilgi çekici özellikleri ifade etmek yerinde olur.

B) *Yapı (TI2)*. – AOC üçgeni aracılığıyla, Şekil 4 üzerinde örneklenmiştir, (TI1) yapısında olanlarla sıkı bir benzerlik gösteren özgül niteliklere sahiptir. Şöyle ki:

– tabanın bir yan kenara oranı Φ sayısına eşittir

$$\left(\frac{AC}{OA} = \frac{AC}{OC} = \Phi \right);$$

– taban açısı ($\widehat{OAC} = \widehat{OCA} = 36^\circ$) tepe açısının ($\widehat{AOC} = 108^\circ$) *üçte biridir*.

Diğer yandan, AOC üçgeni OD doğrusuyla –D noktası CA'yı Φ oranına göre böler– iki ikizkenar üçgene ayrılır:

- ODA üçgeni AOC üçgenine benzerdir ve sonuç itibarıyla (TI2) tipindedir;
- OCD üçgeni, (TI1) tipindedir.

* Gnomon [lat.] Bir yüzey üzerinde gölgenin yönüyle saatleri belirleyen basit güneş saati kadranıdır. (ç.n.)

Buradan çıkan sonuç, (TI2) yapısı (TI1) yapısının güneş saati olduğu gibi; (TI1) yapısı da (TI2) yapısının güneş saatidir. Bu bakımdan, iki yapı arasında şaşırtıcı bir karşılıklık vardır.

4. Ortak dik üçgenler (Triangles Rectangles Associés). – *Dik üçgenlerin* iki yapısı, Şekil 4'ten yola çıkılarak tanımlanıp nitelendirilebilir:

- dik açısının uzun kenarı ile kısa kenarı, yıldız beşgenin kenarı (Şekil 4'te A'B) ile dışbükey ongenin kenarını (AB) karşılayan bir dik üçgen aracılığıyla tanımlanmış, bir (TR1) yapısı;
- dik açısının uzun kenarı ile kısa kenarı, yıldız ongenin kenarı (AC) ile dışbükey beşgenin kenarını (A'C) karşılayan bir dik üçgen aracılığıyla tanımlanmış, bir (TR2) yapısı.

A) *Yapı (TR1)*. – Şekil 4 üzerinde, yalnızca önceki tanıma harfi harfine uyan A'BA üçgeniyle değil, ama bir de A merkezli ve $\frac{1}{2}$ ile eşit oranlı bir benzeşim aracılığıyla öncekinden anlaşılan OEA üçgeniyle örneklenmiştir.

OB doğrusu A'BA üçgenini iki ikizkenar üçgene ayırır:

- (TI1) tipi, AOB üçgeni;
- (TI4) tipi, A'OB üçgeni.

Genel bir şekilde, bir (TI1) üçgeni ile bir (TI4) üçgeni yan yana getirilerek, her (TR1) üçgeni elde edilebilir.

Eğer diğer yandan OEA üçgeninin yanına OEB üçgeni –eşitçe (TR1) tipinde, ama 'döndürülmüş'– getirilirse; (TI1) tipinde, AOB üçgeni elde edilir.

Demek ki, birinin diğerine göre ters yöne 'çevrilmiş' durumdaki, iki (TR1) üçgeninin yan yana getirilmesiyle her (TI1) üçgeni elde edilebilir.

B) *Yapı (TR2).*– Şekil 4 üzerinde, A' merkezli ve $\frac{1}{2}$ ile eşit oranlı bir benzeşim aracılığıyla ilkinden çıkarımı yapılan, OGA' üçgeni ve ACA' üçgeniyle örnekleniyor.

Art arda ACA' ile OGA' üçgenlerini göz önüne alarak ve daha önce olduğu gibi akıl yürüterek, kolaylıkla ispatlanabilir ki:

- her (TR2) üçgeni –örneğin ACA' üçgeni gibi– AOC gibi bir (TI2) üçgeni ile A'OC gibi bir (TI3) üçgeninin yan yana getirilmesiyle elde edilebilir;
- her (TI3) üçgeni –A'OC üçgeni gibi– birinin diğerine göre ters yöne 'yönelmiş' durumda iki (TR2) üçgeninin, OGA' ve OGC gibi, yan yana getirilmesiyle elde edilebilir.

5. Beşgenlerin pratik yapımı. – Problem:

- gerek belli bir çember içine yerleşik bir düzgün beşgen (dışbükey veya yıldız) oluşturmaya dayanıyor.
- gerek kenarının uzunluğu verilmiş olan bir düzgün beşgen oluşturmaya dayanıyor.

Kullanılmakta olan (ya da mümkün olan) yöntemler çok sayıdadır ve çeşit çeşittir.

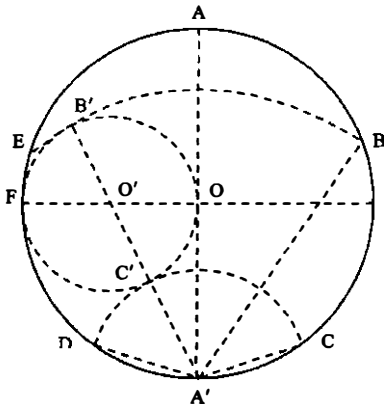
İletki (veya açölçer) kullanımının bir çember çevresini, uçları düzgün bir beşgenin tepe noktalarını gösteren eşit beş yaya bölmeyi sağlamasının üzerinde fazla durmadan hatırlatalım. İletkinin kullanımı basittir ve yeri geldiğinde yeterince açık olan ayarlamalara izin verir.

Yine belirtelim, Tablo I'de yer alan iki çokgene uygun gelen c/r sayısal değerleri, açık bir biçimde c büyüklüğünü (r verildiğinde) ya da r büyüklüğünü (c verildiğinde) hesaplama olanağı tanıyor. Onların kullanımı yardımcı olabilir. *Oranlama pergeli* işlevine, bu aracın altın oran sayısı ile öne çıkmış orantıya göre ayarlanması ön koşuluyla, yaklaşmaktadır.

Bundan sonra, işlevsel pergeli kullanımını kapsayan geometrik yöntemler üzerinde daha fazla ayrıntıyla duracağız.

A) *Çevrel çember verilidir.* – Bundan sonra gösterilmiş olan yapı, bir doğru parçasının ekstrem ve ortalama oranda bölünmesini içeriyor (sayfa 13).

O merkezli ve OA yarıçaplı bir çemberden (Şekil 5) hareket ederek, bu çemberin içinde çizili *beşgenin tepe nok-*



Şekil 5

talarını (dışbükey veya yıldız), bir yandan A noktasının bu tepe noktalarından biri olduğunu kavramış olarak belirleyelim.

() noktasından geçen ve $OO' = OA/2$ olan, O' merkezli çember oluşturulur. F noktasında verilmiş çembere teğettir* (tangent). A' ve O' noktalarına dayalı, küçük çemberi C' ve B' noktalarında kesen doğru çizilir.

Biliniyor ki:

$$\frac{A'B}{A'O} = \frac{A'O}{A'C} = \Phi$$

$A'B'$ ve $A'C'$ büyük çember içinde çizili *yıldız ongen* ve *dışbükey ongenin* kenar uzunluklarına karşılık gelir.

Öte yandan Şekil 5 ve Şekil 4 arasındaki bir yakınlığın fikir verdiği basit akıl yürütmelerden çıkarıldığı üzere, verilmiş A noktasıyla birlikte, B, C, D ve E noktaları bir beşgenin (dışbükey ya da yıldız) tepe noktalarıdır.

B) *Beşgenin kenarı verilidir.* – Fikirleri yerli yerine oturtmak amacıyla, *dışbükey bir beşgenin kenarının* verilmiş olduğunu varsayalım. Söz konusu beşgenin *köşegeni* (kenarına oranı Φ sayısına eşit olan) belirlendiği zaman problem çözülmüş olacaktır.

Söz konusu köşegeni elde etmek için, Şekil 5 ile gösterilmiş yapı yeniden kullanılabilir: eğer kenarının uzunluğunu $A'O$ ortaya koyarsa, köşegenin uzunluğu gerçekten de $A'B'$ doğru parçasıyla ortaya çıkarılır. Eğer *yıldız beşgenin kenarından* yola çıkılsaydı, yöntem benzer olurdu.

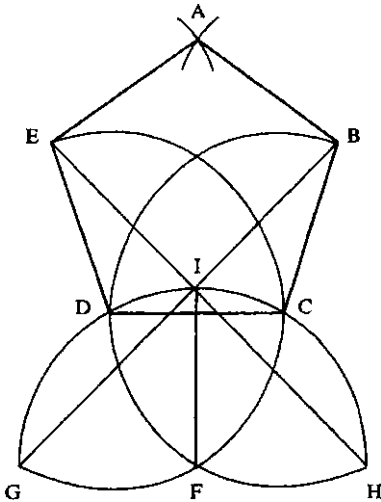
* Tangent [fr.] Tanjant veya teğet, matematik terimi olarak bir noktaya bağlantısı olan veya değen anlamındadır. (ç.n.)

C) *Albrecht Dürer Metodu*. – Bundan sonra gösterilmiş yöntem en çok Albrecht Dürer'e (bu yöntemin yaratıcısı olduğu kesin olarak doğrulanamadan) atfedilir. Yöntem az önce olduğu gibi *dışbükey beşgenin kenarının*, CD doğru parçası gibi (Şekil 6) verilmesini gerektirir.

Karşılıklı merkezler olarak alınmış C ve D noktalarından, CD (ya da DC) yarıçaplı iki çember çizelim. F noktasında birbirlerini keserler.

Merkezi F olarak, C ve D noktalarından geçen çemberi oluşturalım. Önceki çemberleri G ve H noktalarında, CD'nin ortadikmesini de I noktasında keser.

Uzatılmış GI ve HI doğruları, ilk çemberlerle ayrı ayrı B ve E noktalarında karşılaşır.



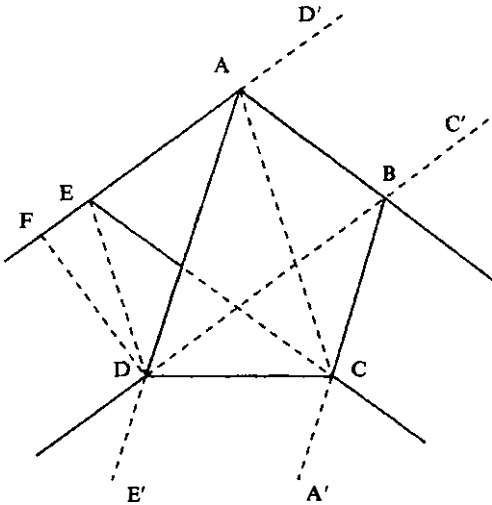
Şekil 6

B, C, D ve E bulunmak istenmiş beşgenin dört tepe noktasıdır. Beşinci tepe noktası olan A buradan kolaylıkla çıkarılır.

Yapı son derece muntazamdır (eşsiz bir pergel açılımı gerektirir). Kenarları eşit olan bir beşgene ulaştırır. Peki açılar?

Girişmiş olduğumuz yeterince zahmetli bir hesaplama, Şekil 6'daki DCB açısının *kuramsal olarak* 108° 'ye (düzgün beşgenin belirleyici açısı) tam olarak denk düşmediğini, ancak bu değeri 60 dakikadan yaklaşık 22 dakika kadar aştığını ispatlamayı sağlıyor.

Bu demektir ki, her ne kadar Albrecht Dürer yöntemi çok yaklaşmış olsa da, yaklaşık bir yöntemden fazlası değil-



Şekil 7

dir (Bu yöntem, geometrik tasarımın belirsizlikleri hesaba katıldığında, oldukça açık olarak düşünülebilir).

6. 'Altın düğüm'. – ABCDE gibi, bir dışbükey beşgen (Şekil 7) düşünelim.

Paralel ve düz çizgi halinde kenarları olan bir kağıt şeridini, kenarları ve kat kıvrımları aklımızdaki beşgenin kenarları veya köşegenleri üzerine tam olarak uygun gelecek şekilde katlamak mümkündür.

Şekil 7'den çıkarıldığı gibi, bir ön koşul yine de yerine getirilmelidir: kağıt şeridinin genişliği olan DF ve beşgenin kenarı olan DE arasında ilişki olması gerekir:

$$DF = DE \sin \widehat{FED} = DE \sin 72^\circ$$

ya da oldukça yaklaşık bir biçimde:

$$DF = 0,951 \times DE$$

Aşağıdaki işleme dayalı yol kullanılabilecektir:

1° Sol taraftan hareket ederek, şerit EABD yamuk biçimi üzerine ve ötesine (AD' ile BC' paralelleri arasındaki) katlanmış olacaktır.

2° Onun sağdaki ucu daha sonra, aşağıya ve sola doğru, AB hizasında yer almış bir kat kıvrımı aracılığıyla kıvrılmış olacaktır. Açılarının ölçümü gösteriyor ki, bu son işlem sırasında kağıdın kenarları sırasıyla AD' konumundan AD konumuna (DE' yönünde uzatılmış olan) ve BC' konumundan BC konumuna (CA' yönünde uzatılmış olan) geçiş yapar.

3° Aynı işlem iki kez daha CD ve sonra EA hizasında art arda gelen iki kat kıvrımı oluşturarak tekrarlanacaktır.

Sağlam bir el becerisi ile birlikte, –Şekil 7’nin gösterdiği gibi– gerçek bir kare düğüm* (noeud plat) meydana getirerek, oyun keyifli olabilecektir. Kimi zaman *altın olarak* nitelendirilen böyle bir düğümdür.

II. – Dikdörtgenler ve dik üçgenler

Etrafımızı çevreleyen nesnelerde ve bilhassa sanat eserlerine dikkat edilirse, kompozisyonların yapısında en çok görülen geometrik şekiller arasında *dikdörtgenler* ayrıcalıklı bir yer (büyük bir bölüm için, imalatçılara olduğu kadar tasarımcılara sunduğu kullanım kolaylıkları nedeniyle) tutar. Öyleyse, mevcut eserin altın oranla ilişkilendirilmeye açık başlıca dikdörtgen yapılarının bir analizini, yorucu bir incelemeye heveslenmenin mümkün olmadığını belirtmek kaydıyla (dikdörtgenler, geometrik şekillerin çoğu gibi, aslında engin bir çeşitlilikten gelen birleşimlere uygundur) barındırması gerekir.

1. Dikdörtgen yapıları üzerine genel düşünceler. – *Herhangi* bir dikdörtgen yapısı, uzun kenar uzunluğunun kısa kenar uzunluğuna oranıyla, gelecek satırlarda *yapısal katsayı* adlandırılmasıyla ve simgesel olarak *k* harfiyle belirtilmiş olacak oran aracılığıyla nitelendirilebilir. Bu tanıma

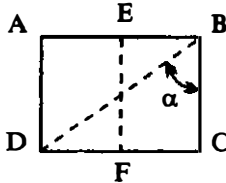
* Noeud plat [fr.] Kesistikten sonra kendilerine geri dönen iki uçtan oluşan düğüm. (ç.n.)

göre, iki kenar eşit olmadığı (kare yapısı) müddetçe, bu durumda $k=1$ olurdu, k her zaman birliğin üstündedir. Elbette ki, verili bir k değerine, tümü aralarında benzer olan bir dikdörtgenler sınırsızlığı tekabül eder.

Ayrıca k oranı, bir yapıyı uygun bir şekilde belirtmek için elde bulunan tek yol değildir. Sıklıkla kullanılmış (diğer birçoğunun içinde) bir yol da, dikdörtgenin köşegeninin kısa kenarı ile yaptığı açığı (Şekil 8'de $\widehat{DBC}$ açısı gibi), a ile belirtilecek açı olarak kabul etmeye dayanır. Öyleyse k ile a arasında $\tan a = k$ ilişkisi, k bilindiği zaman a ve karşılık olarak a bilindiği zaman k değerini hesaplamayı sağlayan ilişki mevcuttur.

Verili bir dikdörtgenden (ya da çok sayıda dikdörtgenden) hareketle, 'dikdörtgen' yapısını koruyan çeşitli işlemler yaparak, genellikle k değeri (ya da değerleri) değiştirilir. Bir örnekle bu noktayı gösterelim.

ABCD (Şekil 8) herhangi yapıda; ama yine de, ' k değeri 1 ile 2 dahil olmakla beraber arasında bulunuyor' kısıtlamasıyla bir dikdörtgen olsun. EF doğrusuyla uzun kenarların ortalarını birleştirelim. Böylece iki eş dikdörtgen, AEFD ve BEFC (bu dikdörtgenlerde uzun kenarlarının yönü, ana dikdörtgendeki uzun kenarların yönüne dikeydir, ki bu da



Şekil 8

k değerine bağlı zorunlu kılınmış kısıtlayıcı koşulun bir sonucudur) belirleyelim.

$AB/AD = k_1$ (ABCD dikdörtgeninin yapısal katsayısı) vererek ve AEFD dikdörtgeninin yapısal katsayısını k_2 ile belirterek, diyelim ki:

$$DA/DF = k_2$$

basit bir hesaplamayla şu kurulur:

$$k_2 = 2/k_1$$

Görüşleri netleştirmek için, şöyle kabul edelim:

$$k_1 = \Phi = 1,618...$$

Sayısal hesaplama şu sonuca çıkar; $k_2 = 2/\Phi = 1,236...$

Bir hatırlatma daha: DB gibi (Şekil 8) her köşegen, herhangi bir dikdörtgeni iki *dik üçgene* ayırır. Göz önüne alınmış dikdörtgen yapısının bağlı olduğu dik üçgen yapısından özellikle yararlandığı olur.

2. Altın oranlı dikdörtgenlerin gözden geçirilmesi. – Altın oranla ilişkilendirilmeye uygun yapıların büyük bir çeşitliliği arasından tercihimizi hangi ayrıcalıklı yapılardan yana yapmalıyız?

Karşı karşıya kalmış olduğumuz, matematik ya da estetik düzene ait ölçütler bundan sonra tanımlanmış olacaklar. Dikkate değer yapıları gözden kaçırmamak için, tek bir ölçütle yetinemedik.

Seçilmiş her yapı, ileride parantezler arasına yerleştirilmiş büyük bir harfle imlenmiş olacak.

A) *Altın oranın doğrudan görüldüğü yapılar.* – Bir sonraki tablo, içinde altın oranın her ne kadar belirgin olsa da, az çok karmaşık şekilde kendini gösterdiği yapıları bir araya getiriyor.

Burada her yapı, bir şema ile, içine dahil edilmiş doğru parçaları arasındaki bir (veya daha çok) ilişkiyi açığa çıkarıp belirsizliğe yer vermeden tanımlanıyor. Buradan alışılmış anlamda bir tanım çıkarmak rahat olur. Tıpkı, aşağıdaki özelliğe göre tanımlanabilen Yapı (C) gibi: karşı kısa kenarın ortasıyla herhangi bir tepe noktasını birleştiren doğru parçasının uzunluğunun, kısa kenarın uzunluğuna oranı altın orana denktir.

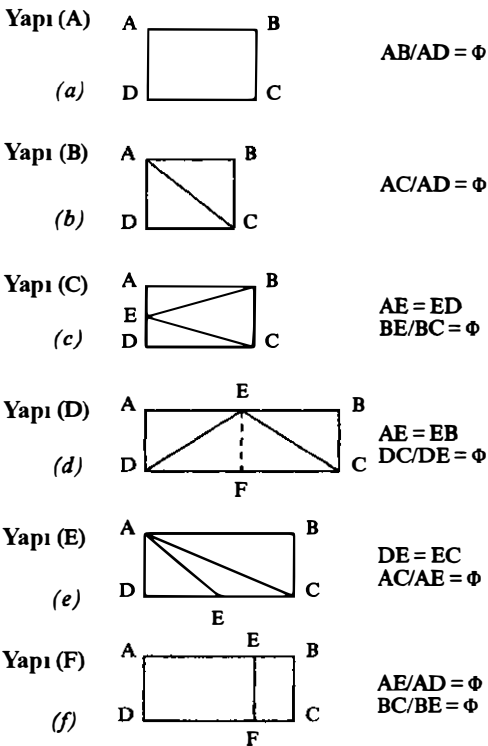
Mevcut bölümün devamında (A), (B), (E) ve (F) yapıları özel olarak çalışılmış olacak.

(C) ve (D) yapılarına gelince, onlar sırasıyla ikizkenar üçgenlerin (TI1) ve (TI2) yapılarıyla ilişkilendiriliyorlar.

a) BEC üçgeni (Şekil 9c), (TI1) yapısında bir üçgendir, (C) tipinde olan ABCD dikdörtgeninin içine ‘yerleşik’ durumdadır. Genel bir ifadeyle denilebilir ki, her (C) tipi dikdörtgen (TI1) yapısında bir üçgeni içine ‘yerleştirir’;

b) Yine şekil 9d ile, her (D) tipi dikdörtgenin, (TI2) yapısında bir üçgeni içine ‘yerleştirdiği’ anlaşılır.

Bunun dışında (C) ve (D) yapıları, bunlardan sonra tanımlanmış ve nitelendirilmiş olan (H) ve (G) yapılarındaki dikdörtgenlerle ilişkilidir.

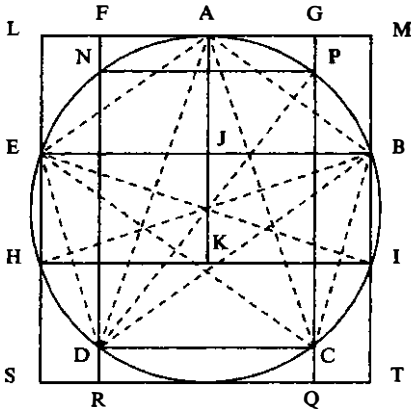


Şekil 9

B) *Düzgün beşgenler ve ongenlerle ilişkili yapılar.* – Şekil 10 üzerinde, altın oranla az çok doğrudan bağlantılı farklı dikdörtgenler görünüyor.

İlk önce gözden geçirilmiş (C) ve (D) yapıları bulunuyor.

(C) yapısı büyük GCDF dikdörtgeni ve iki JEHK ve JBIK dikdörtgenleri ile örnekleniyor.



Şekil 10

(D) yapısı, iki ALEJ ve AMBJ dikdörtgeninin yan yana getirilmesiyle eşit olarak elde edilmiş LMBE dikdörtgeni ile örnekleniyor.

Diğer yapılar da görülüyor, özellikle:

a) *Yapı (G)*: Yapı, aynı çember içinde çizili, uzun kenarı yıldız ongenin kenarı ve kısa kenarı dışbükey beşgenin kenarı olan bir dikdörtgene uyuyor.

(TR2) tipinde iki üçgenin, yani PCD ve DNP üçgenlerinin yan yana getirilmesi olarak da görülen büyük PCDN dikdörtgeniyle örnekleniyor.

Ayrıca yapı (G), ALEJ ve AMBJ dikdörtgenleriyle de temsil ediliyor. Aslında AMBJ dikdörtgeninin (örnek olarak) PCDN dikdörtgenine (onların karşılıklı uzun kenarları, kısa kenarları ve köşegenleri –AB ve PD gibi– aralarında dikeydir) benzer olduğu rahatlıkla fark edilir.

Böylelikle, (D) yapısı –LMBE ile örneklenmiş olan– ve (G) yapısı arasında bir ilişki kurulur: her (D) tipi dikdörtgen ortak bir kısa kenar aracılığıyla, iki (G) tipi dikdörtgenin yan yana getirilmiş halidir.

b) *Yapı (H)*: Yapı, aynı çember içinde çizili uzun kenarı yıldız beşgenin kenarı ve kısa kenarı dışbükey ongenin kenarı olan bir dikdörtgene uyuyor.

(TR1) tipinde iki üçgenin, yani EBH ve IHB üçgenlerinin yan yana getirilmesiyle oluşmuş EBIH dikdörtgeniyle örnekleniyor.

Öte yandan (C) yapısı ve (H) yapısı arasında bir ilişki kuruluyor: her (H) tipi dikdörtgen –EBIH gibi– bir kısa kenar aracılığıyla iki (C) tipi dikdörtgenin –JEKH ve JBIK gibi– yan yana getirilmiş halidir.

c) *(I) ve (J) Yapıları*: Yapı (I), uzun kenarı çemberin çapı ve kısa kenarı da dışbükey beşgenin kenarı olan bir dikdörtgene uyuyor. GQRF ile temsil ediliyor. Yapı (J) ise, uzun kenarı çemberin çapı ve kısa kenarı da yıldız beşgenin kenarı olan bir dikdörtgene uyuyor. MTSL ile temsil ediliyor.

C) ‘*Cebirsel olmayan*’ bir yapı: *Yapı (K)*. – Yapı, bir köşegenin dikkate değer bir özellik taşıyan iki *dik üçgenlere* (üç açısının ölçüleri geometrik dizi halindedir.) ayırdığı bir dikdörtgene uyuyor.

Bu dik üçgen tipiyle, açıları geometrik dizi halinde olan üçgenler sınıfına dayalı daha genel bir araştırma sırasında bizzat karşılaştık. Bu sınıfa giren herhangi bir üçgende, üç açı dizinin oranından dolayı 1, q ve q^2 , q şeklindedir (eğer söz konusu açılar artan sıralamada düşünülürse, oran tahmin edilebileceği üzere birlikten daha büyüktür).

Eğer bir de *üçgen dik ise*, dik açı en büyük olandır ve diğer ikisinin toplamına eşittir, bu şöyle yazılır:

$$q^2 = q + 1,$$

pozitif kökü Φ sayısından başkası olmayan denklem (sayfa 18).

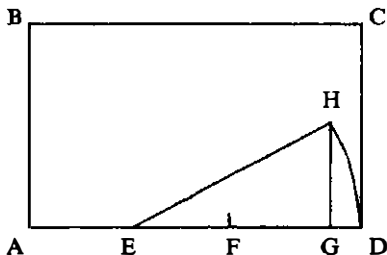
Dik üçgenin dikkate alınmış yapısı ayrı bir yapıdır: pergelli bir çizime uygun değildir.

3. Yapı (A) veya ' Φ ' dikdörtgeni ile Yapı (F) veya ' $\sqrt{5}$ ' dikdörtgeni. – Yapı (A) uzun kenarının kısa kenarına oranı altın oran sayısına eşit bir dikdörtgeninkidir. Bu yapı sık sık bir kısaltmayla belirtilir: ' Φ ' dikdörtgeni. Öte yandan bu yapının altın oranla ilişkisinden ileri gelen niteliği doğruca verildiğinden, o da yaygın olarak *altın dikdörtgen* veya *altından dikdörtgen* ifadeleriyle belirtilir.

(F) Yapısına gelince, şekil 9f üzerinde görüldüğü gibi, o (A) tipinde iki dikdörtgenin bir birleşiminin neticesidir.

A) ' Φ ' dikdörtgeninin *kurulumu*. – Altın oranı elde etmeye izin veren çeşitli kurulumların herhangi birinden açığa çıkar. Bir doğru parçasını ekstrem ve ortalama oranda bölmeye ve böylece kendi aralarında Φ sayısı gibi olan iki uzunluk elde etmeye izin veren yukarıda betimlenmiş yöntem (sayfa 55) özellikle kullanılabilir. Bu iki uzunluk öyleyse bir altın dikdörtgenin kenarlarını verir.

$$\Phi = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$$



Şekil 11

sayısal ifadesinden çıkan sonraki kurulum (Şekil 11) aynı şekilde gerçekleştirilebilir.

Dikdörtgenin kısa kenarı (uzunluğu birlik olarak alınmış olabilen) AB gibi, başlangıçta verilir. Kurulumun aşamaları, uzunluklar arasındaki aşağıdaki ilişkiler yoluyla belirlenir ve açıklanır:

$$AB = 1$$

$$AE = EF = FG = GH = 1/2$$

$$EH = \sqrt{5}/2 = ED$$

$$AD = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

ABCD bulunmak istenmiş dikdörtgendir.

B) Kare ' Φ ' dikdörtgeninin güneş saatidir. – Eğer Φ tipinde ABCD dikdörtgenine (Şekil 12) BC kenarlı, BB'C'C gibi bir kare 'eklenirse', AB'C'D gibi yine Φ tipinde (ama uzun kenarları 'dikey' olan) bir dikdörtgen elde edilir. Gerçekten, AB birlik olarak alınırsa:

$$AB=1 \quad AD=BB'=\Phi \quad AB'=\Phi+1$$

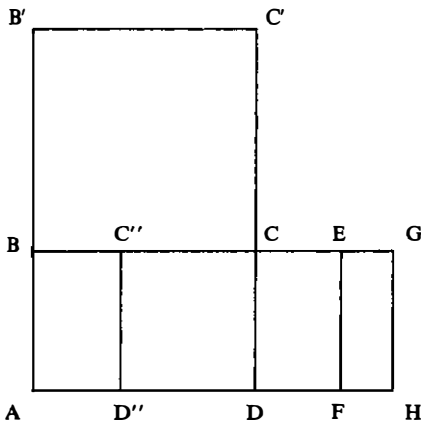
$$AB'/AD = (\Phi+1) / \Phi = 1 + \frac{1}{\Phi}$$

ve son olarak, altın oranı pozitif kök olan denklem [3] ile yapılmış hesaplama (sayfa 18):

$$AB'/AD=\Phi.$$

ABCD dikdörtgenine BB'C'C karesini eklemek yerine, ondan DD''C''C karesi çıkartılabilir: ABC''D'' dikdörtgeni de ' Φ ' tipindedir.

Tasvir edilen mekanizma, belli ki sonsuza kadar bir yönde ya da diğer yönde, artan yönde veya 'azalan' yönde sürdürülebilir. Yöndeş boyutları Φ (ya da $1/\Phi$) ile eşit oranda bir geometrik dizi oluşturan, birbiri ardına yatay



Şekil 12

veya dikey olarak uzatılmış bir dikdörtgenler zincirine ulaştırır. Yöndeş tepe noktalarına –A, D, C'... gibi– gelirsek, onlar bir *logaritmik spiral* üzerinde yer alırlar.

Buradan daha önceden olduğu gibi “*kare ‘Φ’ dikdörtgeninin güneş saatidir*” sonucu çıkar.

C) ‘ $\sqrt{5}$ ’ *Dikdörtgeni*. – ABCD dikdörtgeninin (Şekil 12) yanına ‘Φ’ tipinde, CEFD gibi, bir dikdörtgen ekleyelim; öyle ki ilk dikdörtgenin kısa kenarı olan CD, ikinci dikdörtgenin uzun kenarı olsun.

ABEF dikdörtgeni (F) yapısının tanımına tam tamına karşılık veriyor. Bu yapının belirleyici özelliğini, *k* değerini (uzun kenarın kısa kenarına oranı) hesaplayalım:

$$AB=1 \quad AF=AD+DF = \Phi + \frac{1}{\Phi}$$

ve kolaylıkla doğrulanır:

$$\Phi + \frac{1}{\Phi} = \sqrt{5}.$$

Öyleyse $k = AF/AB = \sqrt{5}$.

İleride, gerek (F) dikdörtgeni ifadesini, gerek ‘ $\sqrt{5}$ ’ dikdörtgeni ifadesini düşünölmüş yapıyı –daha açık seçik– belirtmek için kullandığımız oluyor.

$\sqrt{5}$ dikdörtgeni *son derece basit* şekilde *doğrudan* kurulur: ‘ $\sqrt{5}$ ’ uzunluğu gerçekten de dik açısının kenarları onların ayrı ayrı *bir* ve *iki* gibi uzunluklarına sahip olan bir dik üçgenin hipotenüsüdür.

D) *Bir başka dikdörtgen daha*. – ABGH dikdörtgeni (Şekil 12), ABCD dikdörtgenine DCGH karesi eklenerek

(ABC"D" dikdörtgenine götüren işlemin, dışa doğru dönük, 'simetrik' işlemi) elde edilir.

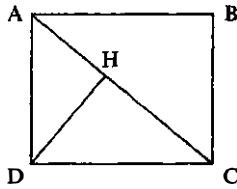
ABGH dikdörtgeninin belirleyici niteliği, k oranı, $\Phi+1=\Phi^2$ değerine sahiptir. Buradan çıkan sonuç, bu dikdörtgenin ilginç bir değerlendirmeye uygun olduğudur: onun karşılıklı kenarları kendi aralarında aynı çember içinde çizili bir yıldız ongenin kenarları ile bir dışbükey ongenin kenarları gibidir.

4. Yapı (B) veya ' $\sqrt{\Phi}$ ' dikdörtgeni. – Yapı (B) köşegeninin kısa kenarına oranı altın oran sayısına denk olan (Şekil 9b) bir dikdörtgeninkidir. Pythagore teoreminin dolaysız bir uygulaması gösteriyor ki; eğer böyleyse, uzun kenarın kısa kenara oranı –diğer bir deyişle k katsayısı– $\sqrt{\Phi}$ 'ye eşittir. Ki buradan $\sqrt{\Phi}$ dikdörtgeni ifadesi çıkar.

A) ' $\sqrt{\Phi}$ ' dikdörtgeninin kurulumu. – Φ sayısının hesaplanabildiği ya da 'ayarlanabildiği' andan itibaren kurulumu dolaysız olarak gerçekleştirilir.

Diğer yandan bir *tesadüfi çıkışma* keskin bir zekâ ile kullanılabilir, bilindiği üzere $\sqrt{\Phi}$ 'ün değeri 14/11 kesirinininkine oldukça yakındır. Hesaplama gerçekten son derece yaklaşık iki değeri verir: $\sqrt{\Phi} = 1,27201$ ve $14/11 = 1,27272$. Eğer şu halde uygulamada, ve kolaylık gerekçeleriyle, $\sqrt{\Phi}$ yerine 14/11 yerleştirilirse, çizimin yaygın teknikleri bakımından önemsenmeyebilir % 0,06'lık bir düzen hatası yapılır.

Başka ilginç çıkışma: Yapı (B)'nin belirleyici niteliği, a açısı –Şekil 13'deki $\widehat{DAC}$ açısı– bir çember içinde çizili düzgün dışbükey yedigenin kenarının karşısına düşen merkez açısı oldukça yakındır: uygulamada bu açıların ilki $51,82^\circ$ ye ve ikincisi de $51,43^\circ$ ye denktir (tam olarak $360/7^\circ$).



Şekil 13

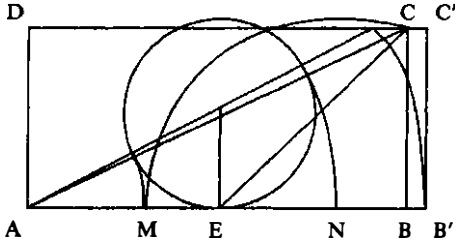
B) İki 'Mısır' üçgeni. – Herhangi bir ' $\sqrt{\Phi}$ ' dikdörtgeninden bir köşegen çekelim (örneğin, Şekil 13'teki AC köşegeni). Böylelikle aşağıdaki özgül niteliklere sahip olan bir dik üçgen yapısı tanımlanır:

a) Üç kenar uzunluğu $\sqrt{\Phi}$ ile eşit oranda bir geometrik dizi oluşturur;

b) Hipotenüs üzerindeki dik açının tepe noktasından (H gibi) indirilmiş dikeyin ayağı hipotenüsü ekstrem ve ortalama oranda böler ($HC/HA = \Phi$ olduğu kolayca kanıtlanır).

Düşünülmüş yapıyı (TR3) sembolüyle saptayacağız. Ona bazen Mısır nitelemesi yapılır, çünkü onun varlığı Antik Mısır'ın farklı anıtlarının yapısında, özellikle ünlü Keops piramidinde ortaya çıkarıldı (sayfa 132).

(TR3) yapısındaki üçgeni, alan üzerinde dik açılardan inşası sırasında alan ölçümü yapan Mısırlıların işine yarayan daha da bilindik bir diğer Mısır üçgeni ile karıştırmamak gerekir. Bu ikinci üçgenin kenar uzunlukları kendi aralarında üç, dört ve beş sayıları gibidir: oranı kısa kenarın üçte birine eşit durumda, kenarları aritmetik dizi halinde olan tek dik üçgen budur. Burada tıpkı (TR3) tipi üçgenin



Şekil 14

belirleyici niteliği olan ‘benzeşik’* (homologue) özelliği gibi dikkat çekici bir özellik söz konusudur.

5. Yapı (E) veya ‘Parthénon’ dikdörtgeni. – Bu dikdörtgen bildiğimiz kadarıyla hiçbir eserde *açık bir biçimde* tanımlanmaz iken, Elisa Maillard 1943’ten itibaren bir Konstantinopolis dönemi Ayasofya incelemesi vesilesiyle, ölçüm pergeline kullanarak onu açığa çıkarmış ya da yeniden bulmuştu. Ardından, belli bir miktarda mimari yapı içinde, özellikle ‘Parthénon’u açığa çıkardı (sayfa 138). Onu –bizim benimseyeceğimiz– ‘Parthénon’ dikdörtgeni diye adlandırma alışkanlığı edindi. Yapı, içinde herhangi bir tepe noktasını karşı uzun kenarın ortası ile birbirine bağlayan doğru parçasına köşegeninin oranı, altın orana eşit bir dikdörtgeninkidir (Şekil 9e).

A) Geometrik kurulumu. – Oluşturulacak dikdörtgenin uzun kenarı AB ve AB’nin ortası da E olsun (Şekil 14).

* Homologue [fr.] Dönüşüm aşamasındaki bağıntılı öğeleri, iki benzer şekilde denk gelen öğeleri ifade eder. (ç.n.)

İlk olarak AE doğru parçasını ekstrem ve ortalama oranda bölen M ve N noktaları belirlenir (sayfa 13). Sabit A ve E noktalarına ayrı ayrı uzaklıklarının oranı Φ 'ye denk olduğu gibi, noktaların konumu (veya topluluğu) N merkezli ve NM yarıçaplı bir çemberdir (bu sonuç hiçbir zorluk yaratmayan bir akıl yürütmeyele ispatlanabilir). Bu çember C noktasında, B noktasından yükselmiş olan, AB'ye dikme ile karşılaşır. D noktası dördüncü tepe noktası olduğundan, C noktası bulunmak istenmiş dikdörtgenin üçüncü tepe noktasıdır (gerçekten: $CA/CE = \Phi$).

Tasarlanmış geometrik çizim, AB nin dikdörtgenin uzun kenarı olmasını bildirmiyor; fakat bunun mümkün olduğunu başka şekilde gösteriyor.

Şekil 14 üzerinde, kısa kenarı AD olan AB'C'D gibi ' $\sqrt{5}$ ' dikdörtgeni de çizildi. Görünen o ki, bu dikdörtgen ABCD 'Parthénon' dikdörtgenine, ondan açıkça ayrılacak kadar yakındır (biraz daha uzatılmıştır). Bu da zaten kesin bir hesaplamanın doğruladığı şeydir.

B) *Oldukça yakın kurulumlar.* – Onlar (E) yapısının belirleyici özelliği olan k katsayı değerine başvurulur. Pythagore teoreminin uygulanmasına dayalı temel bir hesaplama (verilmeyecek olan) şuna götürür:

$$k = 2 \sqrt{\frac{\Phi}{3 - \Phi}} \approx 2,16408.$$

Söz konusu kurulumlar, çakışmalardan kaynaklanır.

a) Φ sayısının $4/3$ ile çarpımı $2,15737$ 'ye son derece yakındır. $2,16408$ 'in oldukça az, aşağı yukarı $0,00671$ kadar, çizimin her zamanki kesinlik derecesi hesaba katıldığında

önemsenmeyebilir %0,35 lik görece bir sapmayla altındadır. Buradan ön koşul olarak kurulduğu varsayılmış, ' Φ ' dikdörtgeninden çıkan, bir sonraki kurulum çıkarılır: kısa kenarı korurken, ' Φ ' dikdörtgeninin uzun kenarını $4/3$ ile çarpmak yeter;

b) $13/6$ oranının $-2,166...$ olan $-2,16408$ den, fazladan, aşağı yukarı $0,0026$ lık yani %0,12 lik görece bir sapma, *mutlak olarak önemsenmeyebilir* sapmadan başka değişmediği saptanır.

'Parthénon' dikdörtgeni, uygulamada, kenarları aralarında 13 ve 6 sayıları gibi olan –oluşturması son derece kolay– dikdörtgene benzerdir.

6. Özet niteliğinde tablo (Tablo II). – Dikdörtgenler burada daha az uzatılmış olandan daha çok uzatılmış olana sıralamasında sınıflandırılıyorlar. Her yapı, ona tahsis edilmiş olan –parantez arası büyük harf– simgesiyle imleniyor.

Her yapı için, genel kural olarak şunlar veriliyor:

- k için (uzun kenarın kısa kenara oranı), gerek Φ fonksiyonuna göre, gerek ise 18° nin katı bir açının sinüs veya tanjant fonksiyonuna göre kesin bir ifade;
- k için yaklaşık ondalık bir değer;
- kısa kenarla birlikte köşegen yapan α açısının ($\tan \alpha = k$) bir değeri (kesin veya yaklaşık).

III. – Çeşitli geometrik figürler

1. Logaritmik spiraller. – Oldukça yaygın bir görüş var: tüm logaritmik spirallere altın oran tarafından yön verilecekti. Dolayısıyla, ne zaman bir logaritmik spiral doğal

Tablo II

Yapı	k		α°
	Kesin İfade	Yaklaşık değer	
(J)	$\frac{1}{\sin 72^\circ}$	1,0515	46,46°
(B)	$\sqrt{\Phi}$	1,272	51,82°
(G)	$\tan 54^\circ$	1,376	54°
(K)		1,461	55,62°
(C)	$1/2 \tan 72^\circ$	1,539	56,98°
(A)	Φ	1,618	58,28°
(I)	$\frac{1}{\sin 36^\circ}$	1,701	59,54°
(E)	$2 \sqrt{\frac{\Phi}{3 - \Phi}}$	2,164	65,19°
(F)	$\sqrt{5}$	2,236	65,90°
(D)	$2 \tan 54^\circ$	2,752	70,03°
(H)	$\tan 72^\circ$	3,078	72°

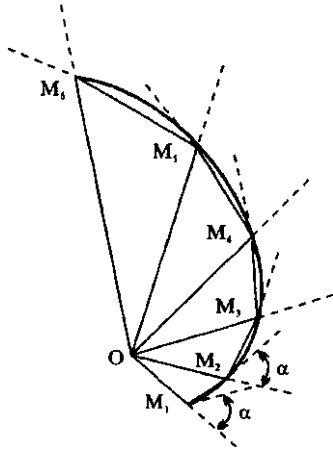
bir fenomende veya bir sanat eserinde belirse, altın oranın bir gösterimi söz konusu olacaktı.

Bu meseleleri bir hayli uzağa taşımak olur. Burayı net görmek için, her şeyden önce logaritmik spirallerin bir takım belirleyici niteliklerini hatırlatmak yerinde olur.

A) *Tanım. Temel nitelikler.* – a) Şekil 15, bir *logaritmik spiral* kesiti örnekliyor.

Bu şekil bir O noktasına, *spiralin merkezine* göre konumu içinde tanımlanıyor. O noktasını farklı noktalarla (M_1 gibi) birleştiren doğrular *yarıçap vektörleridir*.

Herhangi bir nokta (örneğin M_1) ve spirale bu noktada teğet doğruyu düşünelim. Bu doğru yarıçap vektörünün



Şekil 15

uzatmasıyla birlikte bir α açısı yapar, ki o da *düşünülmüş noktadan bağımsız ve sabittir*: logaritmik spirali tanımlamada yararlanılabilen belirleyici nitelik.

Değer bakımından α , herhangi bir değerde olabilir.

Verili bir α değeri verili bir spiral yapısını karşılar (mümkün yapıların bir sonsuzluğu vardır).

b) Şekil 15 üzerindeki, yarıçap vektörleri $OM_1, OM_2, \dots$, rastgele yerleştirilmemiştir. Onlar aralarında, ikişer ikişer, sabit bir açı kuracak biçimdedirler. Bilindiği üzere:

$$\widehat{M_1OM_2} = \widehat{M_2OM_3} = \widehat{M_3OM_4} = \dots$$

Bu koşullarda, $\widehat{M_1OM_2}, \widehat{M_1OM_3}, \widehat{M_1OM_4}, \widehat{M_1OM_5}$ açıları M_1OM_2 oranında bir *aritmetik dizi* oluşturur.

Diğer yandan kolaylıkla ispatlanır, eğer:

$$\frac{OM_2}{OM_1} = \frac{OM_3}{OM_2} = \frac{OM_4}{OM_3} = \dots = k \text{ ise}$$

k yukarıdaki oranların ortak değerini belirterek:

$$OM_2 = k \times OM_1; OM_3 = k^2 \times OM_1; \dots$$

$OM_1, OM_2, OM_3, \dots$ yarıçap vektörleri k oranında bir *geometrik dizi* oluşturur.

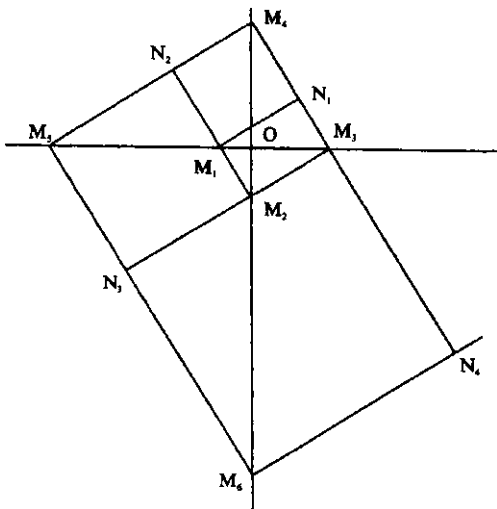
Yine $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 \dots$ doğru parçalarının da k oranlı bir geometrik dizi oluşturdukları ispatlanır.

Bu sonuçların tümü şu şekilde özetlenebilir: yarıçap vektörü aritmetik dizi halindeki açılara göre döndüğünde; yarıçap vektörü, ve her açıyla tabanda yayılmış yay kirişi* geometrik dizi halinde büyür.

$OM_1 M_2, OM_2 OM_3$ üçgenleri aralarında benzerdir ve ana üçgene göre (örneğin $OM_1 M_2$) art arda gelen benzerlik oranları geometrik dizi oluşturur: $1; k; k^2 \dots$

B) *Altın oranlı spiraller.* – α) $OM_1 M_2$ gibi herhangi bir üçgen yapısından yola çıkarak, öznelikleri hesaplanabilen (hesaplama mevcut eserin kapsamı dışındadır) bir logaritmik spiral içine çizilmeye uygun, $M_1 M_2 M_3 \dots$ gibi,

* *Corde*, bir eğrinin iki noktasını birleştiren doğru parçası, matematik terimi olarak yay kirişidir. *Sous-tendre*, eğri yayının uçlarını birleştirmeyi ifade eder. (ç.n.)



Şekil 16

doğru parçalarından bir çizgi (ligne polygonale) oluşturmak mümkündür.

En genel haliyle, böylece elde edilmiş poligon çizgisi ve spiralin *altın oranla doğal hiçbir ilişkisi* yoktur.

Böyle bir ilişkinin var olması için, altın oranla az çok doğrudan ilişkili bir üçgen yapısından yola çıkmak gerekir. Bu amaçla önceden karşılaşılmış üçgen yapılarından herhangi biri, veya yine –açıkça belirtilmemişse de– ‘altın oranlı’ dikdörtgenleri bir köşegenle keserek elde edilmiş dik üçgenler seçilebilir. Böylelikle hiç de sınırlayıcı olmayan yapıların bir çeşitliliği düzenlenir.

Örnekleri çoğaltmak olanaksızdır. Sıkça verilmiş bir örnekle kendimizi sınırlayacağız.

b) Ana üçgen olarak seçilmiş $OM_1 M_2$ üçgeni, O noktası dik açının tepe noktası olan bir dik üçgendir. Öte yandan 'Φ' dikdörtgenini bir köşegen aracılığıyla ikiye ayırarak elde edilmiş yapıdadır (buradan: $OM_2 / OM_1 = \Phi$). $M_1 M_2 M_3$ doğru parçalarından meydana gelen çizginin oluşturulması (Şekil 16) özellikle kolaydır (O noktasında bir üçgenden, dikdörtgenden yola çıkıldığı her defa, bu durum zaten böyledir).

$M_1 M_2 M_3$ tepe noktaları, O noktasından geçerek dik açıda birbirini kesen iki doğru üzerinde dağılırlar. Bir yandan $OM_1, OM_2, OM_3, \dots$ art arda gelen doğru parçaları, diğer yandan $M_1 M_2, M_2 M_3, M_3 M_4, \dots$ Φ ile eşit oranlı bir geometrik dizi kuran uzunluklardır.

Son olarak, O noktasından çıkmış aynı yarım-eksen üzerinde konumlanmış 'ardışık' iki nokta, örneğin $M_1 M_5$ noktalarını, düşünelim.

$$\frac{OM_5}{OM_1} = \Phi^4$$

Kolaylıkla şu denklem kurulur (sayfa 86):

$$\Phi^4 = 3\Phi + 2 \simeq 6,8541.$$

Art arda gelen $M_1 M_2 M_3 N_1, M_2 M_3 M_4 N_2$ dikdörtgenlerine gelince, bunların hepsi $M_1 N_1 M_4 N_2, M_2 N_2 M_5 N_3, \dots$, karelerinin güneş saatleri olduğu, 'Φ' dikdörtgenleridir.

2. Çokyüzlü cisimler. – Sadece altın oranla hemen hemen doğrudan doğruya ilişkilendirilmeye uygun düzlem

geometri figürlerinden hareket ederek, üç boyutlu figürlerin büyük bir çeşitliliğini oluşturmak zor değildir: dik paralelyüzler, prizmalar, piramitler, genel olarak çokyüzlüler. Düzlem figürleri ressamlar, oymacılar vb. için bir kaynak oluşturduğu gibi, böyle birleşimler de mimarlara ve heykeltıraşlara muhtelif olanaklar sunuyor. Üstelik bu birleşimlerin bazıları, burada değinilmesi mümkün olmayan matematiksel düzendeki sorunları ortaya çıkarıyor.

Daha fazla üstünde durmadan, hakkında az ve öz kimi göstergelerin yukarıda verilmiş olduğu (sayfa 36), altın oranla bağıntılı iki düzgün çokyüzlüyü, *oniki yüzlü* ile *yirmiyüzlü* cisimlerini hatırlatmakla kendimizi sınırlayacağız.

II. Bölüm

ARİTMETİĞİ VE CEBİRİ

Gelecek bu bölümde, aritmetik ve cebir görünümü altında, altın oranın çoğu bu oranın geometrik özellikleriyle bağlantılı olan özellikleri açığa çıkacak.

Böyle bağlantıların araştırılması, ne yazık ki üzerinde uzun uzun duramayacağımız zevkli ve öğretici bir oyun. Biz yine de, yeri geldiğinde bunu anımsatmakta kendimize engel olmayacağız.

I. – Altın oranın tanım denkleminde çıkarılmış özellikler

Şu denklemden yola çıkalım (sayfa 18):

$$[3] \quad \Phi^2 - \Phi - 1 = 0$$

ki onun altın oran sayısı pozitif köktür.

Bu denklem kolayca şuna dönüşür:

$$[3'] \quad \Phi^2 = \Phi + 1$$

sonra da şuna:

$$[4] \quad \Phi = 1 + \frac{1}{\Phi}$$

1. Bu son biçimi altında, görülüyor ki *altın oran bir birlikten çoğalmış tersine denktir*. Burada, altın oran sayısının denklem [3]’ün ikinci kökü (negatif), yani altın oran sayısının tersi –işaret değiştirmiş– ile her defasında paylaştığı, *özgül* bir nitelik söz konusu.

Buradan çıkan sonuç, Φ ile $1/\Phi$ ondalık ifadelerinde, virgölün sağına yerleştirilmiş rakamların kesin olarak aynı şekilde sıralanmış olup aynı olduklarıdır.

$$\Phi = 1,61803...$$

$$\text{ve } 1/\Phi = 0,61803...$$

Bu *özellik* kimilerini hemen şaşırtıp etkiliyor. Bununla birlikte altın oran sayısının bu durumu, şu yapıdaki denklemlerin kökleri olan diğer sayıların bir sonsuzluğu ile paylaştığını saptamak kolaydır:

$$x = n + \frac{1}{x}$$

veya

$$[5] \quad x^2 - nx - 1 = 0$$

n herhangi bir tam sayı olarak.

Bu sayılar örneğın $(1 + \sqrt{2})$ sayısının ait olduğu bir aile oluşturur, kök olarak:

$$x^2 - 2x - 1 = 0.$$

Yine de altın oran söz konusu olduğu sırada, sözü geçen ailenin $-[5]$ gibi– genel belirleyici denklemini, $-[3]$ gibi– en sade halini alır.

İfade $[4]$, –ifade $[5]$ in genel bir şekliyle– kimi sayısal hesaplamaları uygulamada kolaylaştırmaya izin verir: örneğın, 1,618 ile bölünecek bir sayı varsa, bu sayının 0,618 ile çarpılması eşdeğerdendir –ve daha az uğraştırıcı– olur.

2. Denklem $[3']$ doğaal olarak sonsuz diziye götürür:

$$\begin{aligned} \Phi^3 &= \Phi^2 + \Phi \\ \Phi^4 &= \Phi^3 + \Phi^2 \\ &\dots \\ \Phi^n &= \Phi^{(n-1)} + \Phi^{(n-2)} \end{aligned}$$

,

buradan bir *dikkat çeken özellik* çıkar:

Eğer oran olarak Φ altın oran sayısına sahip bir geometrik dizi düşünülürse, herhangi sıradan bir terim olan n ($u_n = \alpha \Phi^n$ gibi, α herhangi bir sabit sayıyı belirttiğı zaman) ondan önce gelen, $(n-1)$ ve $(n-2)$ sıralı dizilerinden iki terimin toplamına eşittir.

Oran olarak $(-1/\Phi)$ gelen, yani denklem $[3']$ ün negatif köküne sahip olan geometrik dizilerin aynı özelliğı taşıdığı not edilmeli.

Sözü edilmiş geometrik diziler, zaten aynı şekilde daha genel diziler ya da:

$$[6] \quad u_n = u_{(n-1)} + u_{(n-2)}$$

ilişkisini sağlayan sayı serilerinin bütününe bağlıdır.

II. – Fibonacci serileri ve altın oran

1. Geleneksel seri. – Tavşanların üremesi üzerine matematiksel araştırmalar vasıtasıyla, Fibonacci (sayfa 25) tarafından tanımlandı.

Bu araştırmalar aşağıdaki basitleştirilmiş varsayımlara dayanıyordu:

- birinci tavşan çifti (ilk nesil), C_1 olsun, ikinci nesil bir tavşan çiftini, yani C_{12} , daha sonra üçüncü nesil bir tavşan çiftini, yani C_{13} , doğuruyor (ve ayrı olarak);
- aynı şekilde, C_{12} çifti üçüncü nesil bir çifti (C_{123}) ve dördüncü nesil bir çifti (C_{124}) doğuruyor;
- süreç durmadan birbirini izliyor.

Biraz dikkat edilirse şunu görmek kolay olur, art arda gelen nesilleri –biz onları $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ ile belirteceğiz– içeren çiftlerin sayıları aşağıdaki biçimde kök salıyor:

1. nesil: $u_1 = 1$
2. nesil: $u_2 = 1$
3. nesil: $u_3 = u_2 + u_1 = 2$
4. nesil: $u_4 = u_3 + u_2 = 3$
5. nesil: $u_5 = u_4 + u_3 = 5$

$$6. \text{ nesil: } u_6 = u_5 + u_4 = 8$$

.....

$$n. \text{ nesil: } u_n = u_{(n-1)} + u_{(n-2)}$$

.....

Böyle tanımlanmış serinin oluşum bağıntısı, bağıntı [6] dan başkası değildir. Sözü edilen bağıntının uygulamaya koyulması üreme hızına ilişkin bir fikir veriyor (Fibonacci'nin hipotezlerini kabul ederek). Örneğin, onuncu nesile 55 çift düştüğünü ve sayılarının on altıncı nesilde 987'ye eriştiğini tahkik edeceğiz. Seri çok çabuk artmakta ve hızla çok büyük rakamlara varılmaktadır.

Bu konuda daha fazla bilgilenme arzusuyla, Fibonacci söz konusu serinin iki ardışık terimini karşılaştırma, daha açık bir ifadeyle, $u_{(n+1)}/u_n$ oranının nasıl hareket ettiğini inceleme düşüncesine sahipti. Bu düşünce onu altın orana götürmüş olmalıydı.

2. Fibonacci serilerinin bütünlüğü. – Eğer bağıntı [6]'nın değerlendirilebilir serilerinin tümü, tüm genelliği içinde düşünülürse, sözü edilen serileri 'Fibonacci serileri' ifadesiyle belirtmek yerinde olur.

Eğer iki ardışık terim, özellikle 1 ve 2 sıralarına karşılık olarak α ve β biliniyor veya veriliyorsa, bu topluluktan herhangi bir seri eksiksiz biçimde tanımlanıp kimlik kazanır. Gerçekten de:

$$u_1 = \alpha$$

$$u_2 = \beta$$

$$u_3 = u_2 + u_1 = \beta + \alpha$$

$$\begin{aligned}
u_4 &= u_3 + u_2 = 2\beta + \alpha \\
u_5 &= u_4 + u_3 = 3\beta + 2\alpha \\
u_6 &= u_5 + u_4 = 5\beta + 3\alpha \\
&\dots\dots\dots
\end{aligned}$$

Terim u_2 'den hareket ederek, β 'nın katsayılarının dizisinin Fibonacci'nin geleneksel serisinden başkası olmadığı görülür. Bu durum aynı şekilde, ama terim u_3 'den hareket ederek, α 'nın katsayılarının dizisi için de böyledir.

Φ oranlı geometrik dizi, $\alpha = 1$ ve $\Phi = \Phi$ olduğu özel durumda, kolaylıkla Φ 'nin *ardışık tam kuvvetlerinin* basit ifadelerine varılır, yani:

$$\begin{aligned}
\Phi^2 &= \Phi + 1 \\
\Phi^3 &= 2\Phi + 1 \\
\Phi^4 &= 3\Phi + 2 \\
&\dots\dots\dots \\
\Phi^n &= u_n \Phi + u_{(n-1)} \\
&\dots\dots\dots,
\end{aligned}$$

bu defa, u_n *geleneksel Fibonacci serisinin genel terimi* olarak.

Diğer taraftan, Fibonacci'nin ilk iki terimi α ve β ile tanımlanmış, şu biçimde ifade edilebilen *herhangi bir serisini* gösterelim:

$$[7] \quad u_n = \alpha \Phi^{(n-1)} + b \left(-\frac{1}{\Phi} \right)^{(n-1)}$$

İlk basamakta, yukarıdaki yapı bir Fibonacci serisini, her biri bağıntı [6]'yı doğrulayan iki terimin toplamı onun ikinci ögesi olduğuna göre gereğince temsil eder.

Diğer taraftan, değişmez α ve b katsayılarını, [7] aracılığıyla tanımlanmış serinin ilk iki terimi karşılıklı olarak α ve β ile özdeşleşecek şekilde hesaplamak kolaydır.

Dikkat çekici bir özel durum da $\alpha = 1$ ve $b = 1$ olduğu durumdur. Denklem [7] şuna dönüşür:

$$u_n = \Phi^{(n-1)} + \frac{(-1)^{(n-1)}}{\Phi^{(n-1)}}.$$

Buraya başlangıçtaki değerler uygun düşer:

$$u_1 = 2$$

$$u_2 = 1$$

ve ardından:

$$u_3 = 3$$

$$u_4 = 4$$

$$u_5 = 7$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

3. Altın oranda mevcudiyeti. – a) Yapı [7]'den çıkan şu ki, n pozitif değerlerle sürekli olarak arttığında, ikinci terim sıfıra doğru ve u_n de basitleştirilmiş $\alpha\Phi^{(n-1)}$ yapısına doğru gider, diğer bir deyişle Φ oranlı daha önce aşına olunmuş, *geometrik dizi* ile, değişmez bir çarpan haricinde, birleşir.

Sonuç: sözü geçen durumlarda, $u_{(n+1)}/u_n$ gibi, herhangi bir terimin ondan hemen önceki terime oranı, altın oranı veren Φ sayısına doğru gider.

Yine n negatif değerlerle sürekli olarak arttığında, u_n basitleştirilmiş $b(-1/\Phi)^{(n-1)}$ yapısına doğru giderken, $u_{(n+1)}/u_n$ oranının da $(-1/\Phi)$ 'ye doğru gittiği saptanır.

b) Genel duruma geri gelelim. Her Fibonacci serisine, bizim genel terimini v_n , v_n ile belirteceğimiz bir ortak seri şu bağıntıyla tanımlanmış olarak karşılık getirilebilir:

$$[8] \quad v_n = \frac{u_{(n+1)}}{u_n}$$

ve saptadık ki, n sürekli olarak arttığı zaman $v_n \Phi$ 'ye doğru gidiyor. Bu akıl yürütme mutlak olarak herhangi α ve β (veya a ve b) sayıları için geçerlidir: bunlar tam sayılar, kesirli veya irrasyonel sayılar, pozitif veya negatif sayılar, reel veya karmaşık sayılar olabilirler.

Geriye $v_n \Phi$ 'ye doğru nasıl gidiyor, bunu incelemek kalıyor.

[6] ve [8] ifadelerinden –basit bir akıl yürütmeye– şu ilişki çıkarılır:

$$[8'] \quad v_n = 1 + \frac{1}{v_{(n-1)}}$$

Problemi α ve β pozitif sayılardır varsayımıyla özelleştirelim.

Bu koşullarda, u_n ve v_n açısından da aynı şekildedir.

Eğer diğer yandan [4] ve [8'] ifadeleri karşılaştırılırsa, buradan çıkan içermeler:

$$\begin{aligned} v_{(n-1)} < \Phi \text{ ise } v_n > \Phi; \\ v_{(n-1)} > \Phi \text{ ise } v_n < \Phi. \end{aligned}$$

Buradan da, n arttığında v_n dönüşümlü olarak Φ 'nin altındaki ve üstündeki değerler aracılığıyla Φ 'ye yaklaşıyor sonucuna varılır.

Kısacası, elbette ki v_n verili bir n değerine göre, Φ 'ye daha çok yaklaştıkça başlangıçtaki $v_1 = \beta/\alpha$ değerinin kendisi de Φ 'ye daha çok yaklaşır. Önceki durum bir *örnek* ile gösterilebilir: geleneksel Fibonacci serisinden ve onun ortak serisinden

Tablo IV sayısal değerlerin belli bir miktarını bir araya topluyor.

Görülüyor ki, yaklaşık değer 1,618'e (sıklıkla kullanılmış olan) $n=12$ 'den itibaren erişiliyor.

c) Şu ifadeyi düşünelim:

$$F(n) = u_{(n+1)}^2 - u_n \cdot u_{(n+2)}$$

bu ifadede genel terim u_n ifade [6]'yı doğruluyor.

Tablo IV

n	1	2	3	4	5
u_n	1	1	2	3	5
v_n	1	2	1,5	1,666...	1,6
n	6	11	12	13	14...
u_n	8	89	144	233	377...
v	1,625	1,6179...	1,61805...	1,61802...	...

Görülüyor ki, başlangıçtaki terimlerin herhangi değerleri için, $u_1 = \alpha$ ve $u_2 = \beta$:

$$F(n) = (-1)^n [\alpha(\alpha + \beta) - \beta^2]$$

Özel durumlar:

$$\text{Eğer } u_n = a\Phi^{(n-1)},$$

$$F(n) = 0.$$

Eğer u_n geleneksel Fibonacci serisinin genel terimi ise:

$$F(n) = (-1)^n$$

(küçük n değerleri için, doğrudan doğruya da teyit edilebilir olan durum)

d) u_n bağıntı [6] ile tanımlanmış olarak, bir genel terim serisi $u_n / u_{(n-2)}$, düşünelim.

Şu şekilde yazılır:

$$\frac{u_n}{u_{(n-2)}} = \frac{u_n}{u_{(n-1)}} \cdot \frac{u_{(n-1)}}{u_{(n-2)}}.$$

Bu biçim altında görülüyor ki, $u_n / u_{(n-2)}$ her ikisi de ortak değer Φ 'ye giden iki terimin n sürekli olarak arttığında çarpımıdır.

Buradan çıkan sonuç ise, aynı koşullarda, onların çarpımı, $u_n / u_{(n-2)}$ terimi Φ^2 'e doğru gidiyor demektir.

Benzer bir akıl yürütme yoluyla, $u_n / u_{(n-p)}$ yapısında herhangi bir serinin genel teriminin n sonsuza gittiğinde Φ^p e doğru gittiği kolaylıkla kanıtlanır.

Örneğin: eğer Fibonacci'nin geleneksel serisinden hareket edilirse, $u_n / u_{(n-2)}$ aracılığıyla tanımlanmış seri şöyle yazılır:

$$\frac{2}{1} ; \frac{3}{1} ; \frac{5}{2} ; \frac{8}{3} ; \frac{13}{5} ; \dots ; \frac{u_n}{u_{(n-2)}} ; \dots \Phi^2.$$

III. – Altın oranın değişik ifadeleri

A) Bağıntı [8'] den yola çıkalım ve bir de $v_1 = 1$ kabul edelim (geleneksel Fibonacci serisine bağlı olan serinin durumu).

Aşağıdaki biçimde, art arda gelen v değerlerini yazalım:

$$\begin{aligned} v_1 &= 1 & &= 1 \\ v_2 &= 1 + \frac{1}{1} & &= 2 \\ v_3 &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} & &= \frac{3}{2} \\ v_4 &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} & &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

ve böyle arka arkaya.

Şu açık ki, buna sürekli olarak devam edilebilir ve sonsuza kadar:

$$[9] \quad \Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

ikinci öğesinde yalnız sayı 1'in dahil olduğu ifadeye varılır.

Yukarıdaki ifadelerin ikinci öğeleri –matematikçilerin deyimine göre– *sürekli kesirlerdir*, bunlara karşılık olarak:

- sıra 1 için v_1 ;
- sıra 2 için v_2 ;
-

sonsuz sıra için Φ .

Yine $v_1, v_2, \dots, v, \dots, \Phi$ 'yi temsil eden sonsuz sıradan sürekli kesirin 1, 2, ..., n, ..., *indirgenmiş sırasından* olduğu da söylenir.

B) Denklem [3]'den, şu çıkarılır:

$$[3''] \quad \Phi = \sqrt{1 + \Phi}$$

veya yine:

$$\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \Phi}}$$

$$\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \Phi}}}$$

ve sürekli olarak böyle devam eder.

Böylece şu ifadeye varılır:

$$[10] \quad \Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}$$

ki o da açık bir tanıtlamaya uygundur.

Kayda değer saptama: üst üste eklenmiş köklerin bu düzeni sonsuza kadar yalnız sayı 1'i dahil eder, ifade [9]'u ortaya çıkaran duruma benzer durum.

C) Φ 'nin iki ifade biçimini yine, tanıtlamaksızın, vereceğiz (onların içinde u_n geleneksel Fibonacci serisinin genel terimidir):

– birincide, Φ sonsuz bir serinin toplamı gibi kendisini gösterir, mesela:

$$[11] \quad \Phi = 1 + \frac{1}{1.1} - \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.5} + \dots$$

$$+ \frac{(-1)^{(n+1)} \dots}{u_n \cdot u_{(n+1)}}$$

– ikincide, Φ sonsuz bir çarpım biçimi altında ortaya çıkar, mesela:

$$[12] \quad \Phi = \left(1 + \frac{1}{1^2}\right) \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{3^2}\right) \dots$$

$$\left(1 + \frac{(-1)^n}{u_n^2}\right) \dots$$

IV. – Diğer sayılarla kıyaslandığında altın oranın konumu

1. Sonuçta, altın oranın yukarıda incelenmiş nitelikleri, şu şekilde tanımlanmış *tekrarlayan seri* (*série récurrente*) ile bağlantılıdır:

$$[6] \quad u_n = u_{(n-1)} + u_{(n-2)}$$

Ne var ki bu ifade biçimi, daha genel biçimin özel bir halinden başka bir şey değildir:

$$[13] \quad u_n = mu_{(n-1)} + pu_{(n-2)}$$

m ve p herhangi sabit sayıları belirttiği zaman olduğu gibi.

1 ve 1 dışında her farklı m ve p değerler çiftine, altın oranınkilere –her ne kadar genel olarak, daha karmaşık bir görünümde olsa da– benzer özellikler taşıyan bir (bazen birçok) sayı tekabül eder.

Böylelikle, bağıntı [13]'e karşılık olarak şu getirilebilir:

$$[13'] \quad x^2 = mx + p,$$

ifade [3] $\Phi^2 = \Phi + 1$ ifade [6]'ya karşılık geldiği gibi.

[13']'ün iki kökü x_1 ve x_2 reel ve farklıdır ve ayrıca: $|x_1| > |x_2|$ olduğunu varsayalım.

Bu koşullarda, [13] aracılığıyla tanımlanmış serinin, n sonsuza doğru gittiğinde, oranı x_1 olan bir geometrik diziye doğru gittiği ortaya koyulur. Böylece [6] aracılığıyla tanımlanmış serilerin özelliklerinden biri yeniden bulunur.

2. Genelleştirme daha da ileri götürülebilir ve bir seriye ait yalnızca üç değil; ama dört, beş (ve hatta daha fazla) ardışık terimi birbirine bağlayan doğrusal yapılara kadar uzanabilir, yani:

$$[14] \quad u_n = mu_{(n-1)} + pu_{(n-2)} + qu_{(n-3)} \dots$$

3. Bu incelemeler üzerinde daha fazla duramayız, yine de bir örnek ile anlaşılır hale getireceğiz.

Tavşan türünün hızla üreyip çoğalma durumuna geri gelelim.

Eğer Fibonacci, her çiftin üç nesile yayılmış üç çift doğurduğunu tahmin etmiş olsaydı, şu bağıntıya ulaşırdı:

$$[16] \quad u_n = u_{(n-1)} + u_{(n-2)} + u_{(n-3)}$$

ki bağıntı [6] ile yapı benzerliği gözden kaçmaz.

[16] aracılığıyla tanımlanmış seriye, genel terimin tekrarlayan* bir serisi de bağlanabilir:

$$v_n = \frac{u_{(n+1)}}{u_n}$$

ve gösterilir; n sonsuza doğru gittiğinde, v_n bir limite doğru gider. Bu –bizim Φ_1 ile belirteceğimiz– en son değer yani limit değeri, 3. dereceden denklemin bir köküdür: $x^3 = x^2 + x + 1$ (2. dereceden denklem: $x^2 = x + 1$ 'in bir kökü

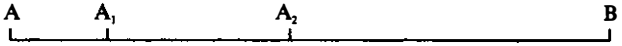
* Tekrarlayan veya özyinelemeli seri bir dizinin terimlerinden oluşturulmuş seri olup devanını gerçekleştirmek için önceki aşamanın bilinmesini gerektirir. (ç.n.)

olan altın oran sayısı Φ gibi.). Hesaplama şu (yaklaşık değeri) verir:

$$\Phi_1 \approx 1,839.$$

Bir doğru üzerinde, uzunlukları Φ_1 oranında bir geometrik dizi oluşturan üç parçayı yan yana getirelim, şöyle ki:

$$\begin{aligned} A_1 A_2 &= A A_1 \times \Phi_1 \\ A_2 B &= A_1 A_2 \times \Phi_1 \end{aligned}$$



Şekil 17

Bütün parçanın uzunluğu, yani AB, düşünülmüş geometrik diziyi izleyen terimdir. Kendimizi Φ sayısına bağlı, *bir doğru parçasının ekstrem ve ortalama oranda bölünmesinin bir uzatması* olan $-\Phi_1$ sayısına bağlı– bir bölme ile karşı karşıya buluyoruz. Φ_1 sayısı, Φ sayısındakileri anımsatan diğer ilgi çekici nitelikleri de barındırıyor.

Gerçek şu ki, altın oran *istisnai* mahiyetini önceki yazılanlardan çıkarılacağı üzere, kimi okurları düş kırıklığına uğratma riski altında, kaybediyor. Bununla birlikte, aydınlığa kavuşturmak gerek: altın oranın matematiği, ayrı ve ister istemez kısıtlı bir alan gibi görünmekten çok şimdiye kadar (bazı ülkelerde, özellikle Büyük Britanya’da, yapılmış sistemli araştırmalara karşın) keşfedilmiş henüz az kısmının yer aldığı düşünülebilen çok daha geniş alanlara yönelik –üstelik zengin, çeşitli ve dikkat çekici– bir çıkış noktası gibi görünüyor.

ÜÇÜNCÜ KISIM

DOĞADA VE SANATTA ALTIN ORAN

I. Bölüm

ALTIN ORAN VE DOĞAL FENOMENLER

I. – Hazırlık niteliğinde düşünceler

Birkaç yıl önce *Altın oran, estetik yasası (La proportion dorée, canon de l'esthétique)* başlığı altında yayınlanmış bir makalede, şu satırlar yazıyordu:

“... atalarımız gerek efsane adı altında gerekse sembol görünümü altında bunca güçlkle aradığımız anahtarları sakladılar; çünkü modern bilim ahlakdışı, toplum karşısı ve budala olduğu kadar kördür de”.

Elbette makale yazarına göre, aranmakta olan anah-tarlardan biri altın orandır. Genel kaideyi bozmamakla birlikte, bilim adamları –ki onlar, deyim yerindeyse, aşırı bir sayı kullanımını gerçekleştirirler– önemli sayılar arasına altın oran sayısını koymuyorlar. Haklılar mı? Haksızlar mı? Biz bu soruları yanıtlamayı iddia etmeden en sık ileri sür-ülmüş olgulardan aklımıza gelmiş olan birkaçını, onları

kendi kendine değ erlendirme görevini okura devrederek sunacak ve tartışacağız.

Bununla birlikte, incelememizde bazı *hazırlık niteliğinde açıklamalara*  ncelik vereceğiz.

Kimileri altın oran etkenine beş sayısının müdahil olduğu fenomenlerin tamamını taşıma alışkanlığına sahip. Böyle bir tutum bize anlaşılmazlık kaynağı gibi görünüyor.  rnek vermek gerekirse, altın oranın mevcudiyetine insan elinin beş parmaktan oluşması olgusunu atfetmek, bize doğru gelmiyor. Kuşkusuz, iki sayı arasında yadsınamaz bağlar var. Bu onları birbirine karıştırmak için bir gerekçe değil ( stelik, böyle bir çalışmanın uygun olduğunu kabul etmekle bile, yetkinliğinden ötürü ‘seçilmiş’ sayının niçin beş sayısından ziyade altın oran sayısının olacağı fark edilmiyor).

Sonuçta, biz *altın oranın hesabına* şu özelliklerin kendini gösterdiği olgular ve görüngülerden başka bir şey katmayacağız:

- gerek altın oran sayısıyla *doğrudan* bir mevcudiyeti ( zellikle, düzgün beşgenler ve ongenler vb. ile ilişkilendirilen bazı yapılarda);
- gerek bir Fibonacci serisinin ardışık terimleri gibi d ş n lm ş olabilen sayı dizileri.

Diğer bir yandan, bir Fibonacci serisinden *ardışık iki sayının* varlığı ( stelik, tek bir sayı) *bir kanıt teşkil etmeye bilecektir*, olsa olsa ilginç bir tahmine yer verebilir. İki sayı aslında yalnızca bir Fibonacci serisini –bağıntı [6] nın yargılanabilirliği– değil; ama [13] yapısında, genellikle altın oran sayısından başka bir sayıya götüren herhangi bir seriyi belirtebilir (sayfa 94).

Diğer not. – Her halükârda doğal fenomenlerin gözlemlenmesinde, diğer sayılara ve özellikle de farklı düzgün çokgenlerle (eşkenar üçgen, kare, düzgün altıgen, düzgün yedigen vb.) yakınlık gösteren sayılara altın oran sayısına verilen dikkatin aynısını vermek gerekecekti.

II. – Bitkisel hâkimiyeti

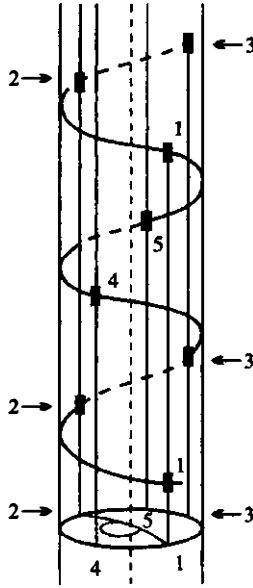
1. Düzgün olarak yayılmış *beş* taçyaprak barındıran *çiçeklerin* oldukça büyük bir miktarı vardır. Bu taçyaprakların uçları düzgün bir beşgenin tepelerine oturur. On taçyapraklı (bazen ikili ikili beş grup oluşturacak şekilde gruplandırılmış) çiçekler de bulunur. Altın oranla bağ burada apaçık ortada ve tartışılmazdır.

2. Yaprakları sapına göre yerleştirilmiş biçimi (yerleşim bitkisel türlere göre açıkça çeşitlenir), kendimizi yaprakların almaşık veya *ayrı ayrı* olduğu söylenmiş durum için sınırlandırarak inceleyelim: her yaprak sapa bir düğüm yoluyla bağlanır, ve karşılık olarak, belli bir düğüme tek bir yaprak tekabül eder.

Şekil 18 türlerin (armut ağacı, elma ağacı, meşe gibi) belli bir miktarında gözlemlenen şeyi basitçe gösteriyor.

İlk bakışta, dairesel doğru kesitinde bir *silindir* (veya oldukça zayıf açıklıkta bir koni gövdesi) ile bir tutulabilir, sapın etrafına dolanan bir tür *sarmal eğri* üzerine farklı düğümler veya bağlantı noktaları yerleştiriliyor.

Diğer yandan düğümlerin, bir *düzgün beşgenin* yaklaşık olarak tepeleri olan noktalarda, dik kesitin etrafındaki



Şekil 18

hatla karşılaşan silindirin *beş* (ve yalnız *beş*) *ana doğrusu* ile sarmal eğrinin kesişiminde olduğu gözlemleniyor.

Eğer herhangi bir düğümünden hareket ederek (örneğin düğüm n° 1) sarmal eğri çizilirse, karşılaşılan ilk düğüm gelen ana doğru (n° 4'e dayanan) üzerinde değil; ama bir sonra gelen ana doğru (ki ona, bunun için, n° 2'yi verdik) üzerinde olur ve böyle devam eder. Sonuç olarak, dik kesitin 1, 2, 3, 4 ve 5 noktaları bir *yıldız beşgenin* tepe noktalarıyla aynı düzende bulunur. *Diğer sonuç*: düğüm n° 1'den hareket ederek ana doğru 1 üzerinde bir başka düğüm bulmak için, sarmal eğrinin *iki sarımını* çizmek gerekir.

Numara *iki* (aynı numaraya sahip iki düğüm arasında-ki sarımların en küçük değeri) ile numara *beşi* (düğümleri barındıran ana doğruların sayısı) yan yana getirelim ve $2/5$ oranını düşünelim. Bu oran armut ağacı, elma ağacı, meşe ve benzerinin özneteliği olan *yaprak çevrimi* diye adlandırılan durumdur. Diğer türler için yaprak çevrimi aynı şekilde tanımlanır, fakat $2/5$ 'den başka değerler alabilir, şöyle ki:

$1/2$ (özellikle ıhlamur ağacı ve karaağaç için)

$1/3$ (özellikle akçaağaç için)

Dikkat çekici durum: bu düzende yer almış $1/2$, $1/3$ ve $2/5$ oranları, sırasıyla önceden tanımlanıp incelenmiş olan (sayfa 91) ve *genel terimi* Φ^2 ye *giden* serinin ilk üç teriminin ters orantılarıdır:

$$2/1, 3/1, 5/2, \dots, u_n / u_{(n-2)}, \dots,$$

III. – Hayvanlardaki egemenliği ve insan

Oluşumları veya yapıları düzgün yıldız beşgen ile apaçık ilişkili *hayvanlar* arasında, özellikle deniz yıldızı ve deniz kestanesinin adı anılabilir.

Ama altın oran dile getirildiğinde öncelik *insan bedeni ve çehresi* üzerinedir. En eski Antikçağdan beri, gözlemcilerin şunları fark etmiş oldukları genellikle ileri sürülür:

- göbeğin insan bedenini altın orana göre böldüğü (veya daha açık kavramlarla, insan bedeninin tam yüksekliğinin göbeğin yüksekliğine oranı –R harfi ile belirteceğimiz oran – altın orana denktir);

- ilk parmak kemiğinin ikincisine (veya ikincinin üçüncüye) oranının altın orana denk olduğu, vb.

Yaklaşık değerlerle yetinildiği müddetçe, böyle olumlamalar doğru olarak düşünülebilir.

Ancak yaklaşık değerlerle yetinilebilir, eğer altın oranın benzeri ve hatta çok benzeri oranların var olduğu göz önüne alınsa, onun özü bakımından temeline kadar farklı olduğu söylenebilir miydi? Bilimsel olarak gerçekleştirilmiş ve bilimsel açıdan yorumlanmış istatistiksel gözlemlerden yararlanmak gerekirdi. Oysa altın orana ayrılmış yazılarda, yazarlar bu denli yerinde isteklere karşılık veren gözlemleri onların arasındaki bir takım farklılıkları sergileyen *yasalar*dan daha az sunuyorlar.

Bu yasaların en tanınmışlarından biri, sık sık çoğaltılmış, 16. yüzyıldan kalma Almanca bir eserde basılıdır. Onu belli belirsiz Agrippa de Nettesheim'a atfederler.

Bir çember içerisine çizili bir düzgün yıldız beşgenin tepe noktalarına, başın tepesi ve dört organın (kol ve bacaklar) uçları yerleştirilir. Göbek, beşgenin yatay kenarının *hafif altında* kalır. Hassas ve yeterince az belirtilmiş ölçülere güvenilebildiği kadarıyla, göbek noktası çemberin dikey çap uzunluğunu (bedenin yüksekliğine gözle görülür biçimde eşit olan) $5/3$ 'e eşit veya bu orana oldukça yakın R oranının değerine göre böler.

Leonardo da Vinci'den ileri gelip daha az tanınmış olmayan bir çizim üzerinde, aşağı yukarı bu R oranının aynı değeri bulunur (insan bedeni bu defa bir kare içinde çizilmiştir).

R oranının bir diğer değeri, zaman zaman ileridedir, yani: 8/5.

Φ oranının etrafında dönen iki oran olan 5/3 ve 8/5'in, geleneksel Fibonacci serisi ile ortak olan v_n serisinde yer aldığı görülür (sayfa 91).

IV. – Canlı varlıklarda ve topluluklarda büyüme fenomenleri

1. Sırf altın oran değilse de, en azından *geleneksel Fibonacci serisi* bakımından söz konusu fenomenlerin yargılanabilir olduğu çokça okunur, *olumlanmaları* çokça işitilir.

Bu serinin böylece bağlı v_n serileri limit terim için altın orana ortaklaşa sahip olan Fibonacci serilerinin bir sınırsızlığı olduğu gerçeğini tanımayarak bir ayrıcalık edindiği görülür.

Bir kez daha, su götürmez olguların (özellikle bilimsel açıdan yerleşmiş ve açıklanmış istatistiklerin) yeterli bir miktarı üzerine bir düşünce temellendirememekten ötürü pişmanlık duyuyoruz.

Yine de bize genel mahiyette bir *inceleme hipotezi* olanağı tanınsın: *temel büyüme olgularına* dair oldukça büyük bir rakamın sadece Fibonacci serilerini tanımlayan özel ilişkiye bağlı olmadan tekrar açığa çıktığı (fiili doğrulamalar kaydıyla) düşünülebilirdi, yani:

$$[6] \quad u_n = u_{(n-1)} + u_{(n-2)}$$

ama daha genel ilişkiye bağlı (sayfa 94):

$$[13] \quad u_n = mu_{(n-1)} + pu_{(n-2)}$$

ya da yine daha da genel ilişkiye bağlı (sayfa 95):

$$[14] \quad u_n = mu_{(n-1)} + pu_{(n-2)} + qu_{(n-3)} \cdot \dots$$

Bu varsayımda, *toplu* olgular veya fenomenler kendileri de az çok karmaşık temel olguların (üstelik ayrı serilere bağlanabilen) az çok karmaşık bir toplamısından sonuç olarak çıkardı.

2. Bazı koşullarda, n geometrik bir diziyle birlikte arttığı zaman [13] aracılığıyla tanımlanmış serilerin birbirine karıştırıldıkları önceden belirtildi. Bağıntı [13]'ün bağıntı [6]'ya göre özelleştiği durumda, söz konusu geometrik dizinin oranı altın orandır. *Buradan, geometrik dizi halinde bir büyümenin kendini gösterdiği her defa altın oranın söz konusu olması, sonucunu çıkarmak gerekmez.*

Örnek. – Belli bir üretimin büyüme yüzdesinin yılda %10'dan olduğunu farzedelim. P_n ; n diziliminden herhangi bir seneyi karşılayan üretim olsun.

n ne olursa olsun:

$$P_{(n+1)} = P_n \times 1,1$$

Aralıksız üretimler $P_1, P_2, \dots, P_n, P_{(n+1)} \dots$ 1,1'e eşit oranda bir geometrik dizi oluştururlar. Elbette, bu denli basit bir büyüme tarzı birkaç sene boyunca sürmedikçe uygulamada gözlemlenebilir değildir (yetersiz n değerleri için).

Üstel büyümelere (veya yine küçülmelere) geometrik dizi halinde büyümeler olduğu az önce ifade edilmiş olan

bu cümle ile birlikte bir de şu eklenebilir: *bazı üstellerin** (exponentiel) az çok doğrudan doğruya altın oranla ilişkilendirilmesi üzerine genel bir kurala varmamak.

Aynı sakınım, bitkisel hakimiyette (papatya çiçeğinin kömeçi vb.) olduğu kadar hayvanlardaki hakimiyette de (kabuklu hayvanlar, tavus kuşunun kabaran tüyleri, vb.) sıkça karşılaşılan, büyüme mekanizmalarına bağlı 'spiralleşmiş' yapılar karşısında da bize zorunlu görünüyor: tüm bu yapıların altın oranın hükmü altında bulunduğu sonucuna hemen varmamak.

* Exponentiel [fr.] Üstel veya üslü. Üssü değişken ya da bilinmeyen çokluğu ifade eder. (ç.n.)

II. Bölüm

ZAMANA DAYALI SANATLAR

I. – Müzik ve altın oran

1. Müzikteki aralıklar ve gamlar. – Aynı ayrı en yüksek veya ince (tiz) nota ile en alçak veya kalın (bas) notayı (basit bir müzikal sesin *frekansının* düşünölmüş sese karşılık gelen saniyelik titreşimlerin miktarı olduğunu hatırlatalım) belirginleştiren frekansların oranı aracılığıyla iki müzik *notasını* ayıran *aralığı* ‘ölçmenin’ yaygın olduğu bilinir.

Öte yandan bir melodi içinde birbirini izleyen farklı notaların kendi aralarında (çağdaş müziğe bağılı kimi arayışlar ya da yaratımlar bir kenara koyulursa) herhangi sıradan aralıkları değıl; fakat tamamı uygun biçimde düzenlenmiş halde, bir *gam* meydana getiren aralıkları sundukları bilinir.

Mevcut eserin dahilinde, biz öncelikle hâlâ *fizikçilerin* gamı ya da Zarlin gamı diye adlandırılan en bilindik gamlardan biri, yani *doğal* denilmiş gam ile altın oran arasındaki bazı yakınlıkları açığa çıkarmayı düşünöyoruz. Onların ayırdedici niteliklerini saptamış olan Venedikli fizikçi Zarlin ya da Zarlino’dur (1517-1590).

Bu gam, müzisyenlerin *majör diyatonik* gamının son derece yakınıdır. Art *arda* notalar arasındaki ut_2 notası ut_1 notasının oktavında olarak, bir *tondan* beş aralık (ut_1 -ré, ré-mi, fa-sol, sol-la, la-si) ve bir *yarım-tondan* iki aralık (mi-fa, si- ut_2) içerir.

Eğer diğer yandan ut_1 gibi, farklı notalar ile girişteki veya *vurgulu* nota arasındaki ayrı ayrı aralıklar göz önüne alınırsa, bu aralıkların *birkaçının* Fibonacci geleneksel serisi (sayfa 88) ile ortak olan $v_n = u_{(n+1)}/u_n$ serisinin ilk terimleriyle ölçüldüğü saptanır, yani:

- 1/1’e uygun gelen tek sesli (ut_1 - ut_1);
- 2/1’e uygun gelen oktav (ut_1 - ut_2);
- 3/2’e uygun gelen tam beşli (ut_1 -sol);
- 5/3’e uygun gelen majör altılı (ut_1 -la).

Öte yandan, *minör altılı* aralık (mi ile ut_2 arasındaki) –*majör üçlü* aralığının (ut_1 ile mi arasındaki) tümleyicisi– ölçü bakımından 8/5’e, yani söz konusu v_n serisinin bir sonraki terimine –altın oranın oldukça yakını– sahiptir.

Sözü edilmiş v_n serisinin tam bir Zarlin gamını karşılamadığını görmek yerinde olur: orada ikinci majör ile yedinci majör aralıkları noksandır.

Zarlin gamı notalarına diyez* veya bemol** koyarak, bir oktav içerisinde yer almış oniki yarım-tonun art arda

* Nota anahtarında, çizgi başına yazıldığı zaman aynı çizgideki tüm notaların yarım ton inceltildiğini gösteren ya da ardından gelen notayı yarım ton incelten, # ile belirtilen nota değiştirme işareti. (ç.n.)

** Önüne geldiği notayı yarım ton düşürerek sesin yenginliğini azaltan, b ile belirtilen, nota değiştirme işareti. (ç.n.)

dizilişı, bir *kromatik** gam, yaratılabilir. Böyle elde edilmiş *dodekafonik (oniki ses dizisi üzerine kurulu)* gam, ciddi bir sakınca doğurur: içerdığı yarım-tonlar *tek bir değere* sahip değildir, fakat ayrı iki değer arasında gidip gelir. Bundan dolayı, *makam değiştirme* –bir müzik metnini bir makamdan bir diğerine geçirmeye izin veren yaygın uygulama işlemi– kesinlikle olanaksızdır. Bu zorluk –Zarlin gamındaki bazı niteliklerden tamamıyla vazgeçerek– kromatik değişkesi altında, oniki kesin olarak eşit yarım-ton içeren gam, *eş aralıklı*** bir gamın kullanımı yoluyla aşılr (hesaplama bir yarım-tonun aralık ölçüsünün $^{12}\sqrt{2}$ olduğunu gösteriyor).

Altın oran tarafından yönetilmiş eş aralıklı bir gam.– Çok yakın bir döneme kadar ve hiç değilse batı müziği konusunda, zarlin gamı ve yeni tanımlanmış olan eş aralıklı ölçülü gam bestecilerin beğenisini kazandı. Kimileri ustaca hesaplamalar sayesinde (başkalarına basit matematiksel hileler olarak görünebilen) bu gamları altın oranla ilintilendirerek, bu beğeniye haklı çıkarabileceklerini düşündüler.

Bir diğer taraftan kişisel araştırmalar bize gösterdi ki, *doğrudan altın oranla ilişkili eş aralıklı bir gamı* algılamak mümkün (bizim için basit, yine de eğitici, üstelik diğer sayılara da uygulanabilecek olan bir alıştırma söz konusu oldu).

Böylelikle –üzerinde uzunca durmayacağımız bir analizin bitiminde– eş aralıklı *dekafonik (on ses dizisi üzerine*

* Chromatique, müzikte yükselen ya da alçalan yarım tonlardan oluşma durumunu ifade eder. (ç.n.)

** Tempéré, müzikte yarım tonlar arasındaki aralığın normalleşmesini ve eşit hale gelmesini ifade eder. (ç.n.)

kurulu) (ve artık dodekafonik olmayan) bir gama ulaştık. Bir oktav eşdeğerinde yer almış *on* temel aralığın her biri:

$$^{10}\sqrt{2} \approx 1,0718 \text{ değerindedir.}$$

Bu sayı şu oranın son derece yakınında (sapma önemsenmeyebilir) bulunuyor (salt çakışma):

$$^7\sqrt{\Phi} \approx 1,07115.$$

2. Müzikal ritimler. – 2/1 ve 3/2 oranları bir yandan ‘iki vuruşlu’* ve ‘dört vuruşlu’, diğer yandan ‘üç vuruşlu’ denilmiş geleneksel ölçülerde sürekli olarak mevcuttur.

5/3 oranı normalde ‘beş vuruşlu’ ölçülere rastlar. 8/5 oranı, diğer oranların üstüne eklenmiş halde, geleneksel batı müziğinin görece karmaşık bazı ritmik öğelerinde görülür. Doğu müziklerinin veya cazın daha da karmaşık ritimleri kısaca bunları yaygın biçimde kullanır.

Bir kez daha, bu oranların Fibonacci geleneksel serisi ile ilişkilendirildiğini belirtelim.

3. Kompozisyonların yapısı. – Çok sık olarak, bir müzikal kompozisyon eşit olmayan sürede art arda iki parçayı yan yana getirir (şiir alanında da bazen aynısı olur). Bilinçli veya bilinçsiz olarak, bestecilerin iki zamanı (onların her biri kompozisyonun içerdiği ölçülerin oranıyla ölçülmüş olarak) az çok belirginlikle, aralarında altın oran

* Temps veya tempo [it.] müzikte ölçünün eşit bölümlerinden her birini, ritmin farklı hareketlerini ifade eder. (ç.n.)

gibi olacak şekilde ayarladığı olur. Bela Bartok ile durum tıpkı bu şekilde idi.

Elbette, müzikal yapılar çok daha karmaşık olabilirler ve altın oranı, tarz bakımından büyük bir çeşitlilikle uy-
gulayabilirler.

II. – Şiirde altın oran

1. Şiirsel ritimler. – Çok sayıda şiirsel ritmi, farklı Fibonacci serilerine (özellikle geleneksel seriye) bağlamak kolaydır.

Böylece, 2/1 oranı durak çizgisi ile kesilip ikiye bölünmüş bir dize (aynı biçimde bu ritim 1/1 oranıyla da bağlanabilir) veya yine ölçüleri sırasıyla hece ölçüleriyle hesaplanmış, aralarında *iki* ve *bir* gibi olup birbirini izleyen iki dize kurar (örneğin, ‘alexandrin’ yani on iki heceli bir dizeyi izlemiş olan ‘semi-alexandrin’ yani altı heceli bir dize).

3/2 oranına bir durak etkisi altındaki, bir dizenin içerisinde veya yine ölçüleri sırasıyla *üç* ve *iki* gibi olan (örneğin bir sekiz hecelinin izlemiş olduğu bir on iki heceli) iki dizenin birlikteliğinde rastlanabilir.

5/3 oranı, örneğin, *altı* heceli bir dizenin izlemiş olduğu *on* heceli bir dizeden oluşmuş bir beyit* içinde bulunur.

8/5 oranına –altın oranın oldukça yakını olan– gelince, on üç heceli (uygun biçimde yerleştirilmiş bir durak ile birlikte) bir dize ya da yine beş heceli bir dizenin ardından

* Doublet veya distique tamamlanmış bir anlamı oluşturan iki dize grubu. (ç.n.)

(veya öncesinde) gelen bir sekiz heceli dize gerektirir, vb. Nispeten yakın bir döneme kadar, bu oran şairlerin pek de tercihi (belki verdiği değişkenlik izlenimi sebebiyle) değildi. Çağımızda ise, farklı şairler –Armand Godoy, André Blanchard gibi– bunu fazlasıyla kullandılar.

Eğer geçmişe gidersek, Baudelaire’in 8/5 ritmli bir şiiri aktarılabilir (kuşkusuz başka örnekler de vardır). Sözü edilen *Elem Çiçekleri* (*Les fleurs du mal*) içerisinde yer alan, ‘*Dans Eden Yılan*’ (*Le serpent qui danse*) adlı şiir.

*Que j’aime voir, chère indolente,
De ton corps si beau, (4,4 / 5)*

*O görmekten hoşlandığım, dertsiz tasasız sevgili,
Öylesine güzel bedeninden, (8,8 / 10)*

Söz konusu şiiri doğru biçimde yorumlamada –eğer oyun oynamak istenirse– bazı zorluklar var. 8/5 ritmini yakalamak öyle güçtür ki, tercüman beş heceli bir dizeyi, ona altı heceli bir dizenininki ile aynı süreyi verecek şekilde ‘açmaya’ yönelir. Eğer tercüman bu eğilime karşı başarı gösterirse, bu değişken ritmin biraz alışılmadık tuhaf büyü-sünü hissedecektir.

Elbette, sekiz heceli bir dize eşliğinde on üç heceli bir dizeden oluşmuş bir beyit kullanacak olan şair, altın oranın daha da yakınından ‘geçecekti’.

Göz önüne alınmış olan oranlar Fibonacci geleneksel serisiyle bağlantılıdır. 7/4 ve 11/7 oranları, görmüş olduğu-

muz gibi (sayfa 87), onlar açısından bir başka Fibonacci serisiyle bağlantılıdır. Şair Jacques G. Krafft, bir on bir hece ölçüsü ustası olarak, ondan bol bol yararlandı.

2. Şiirlerin aritmetik yapısı. – Kimileri ahenkli her kompozisyonun –bir şiirin veya diğer tüm sanatsal kompozisyonun söz konusu olduğu– iki eşit olmayan bölüm içerdiğini ileri sürüyor. Ona mutlak bir değer atfedildiği sırada, bu iddianın barındırdığı tartışmaya açık ve zaman zaman tutarsız* duruma takılıp kalmadan, bu eşit olmama niteliğini karşılayan bazı yapıları inceleyelim.

Yapısı 8/5 ile ölçülen sabit biçimli bir şiir vardır. Bu 'rondel'dir: dört dizelik iki bendi (birleşmiş olarak düşünülebilen), beş dizelik bir bendin izlemiş olduğu nazım şekli.

Sone –iki üçlükten bir bendin izlemiş olduğu iki dörtlükten bir bend– 4/3 olarak sadeleştirilen, 8/6 oranıyla ölçülür. Rondel gibi, daha az dolaysız bir şekilde de olsa, altın oranla ilişkilendirilebilir. Aynı sone adlandırması altında, Gabriel d'Annunzio'nun –"Nisan ayının sonesi" (*Sonetto di calen d'aprile*)– adlı iki dörtlükten oluşan bir bendin izlemiş olduğu altı mısralık iki kıtadan oluşan bir bend ile kurulmuş bir şiiriyle karşılaştık. Bu yapı 3/2 olarak sadeleştirilen 12/8 oranıyla ölçülür.

Geleneksel sonenin ve rondelin ayrı ayrı üstünlükleri onların karakteristik oranlarıyla bağlantılı mıdır? Bize bir teori ortaya atma olanağı verecek. Ayrıca her şey eşit ol-

* Mesela Mallarmé'nin iki eşit bölümden oluşan, "Nefes" (*Soupir*) ve "Aziz" (*Sainte*) gibi beğenilen şiirleri.

duğundan, sone daha eril bir sistemde hareketlilikle değişmezliği birleştirecekti (görece sade orana bağlı öznitelikleri: 4/3). Oysa ki, rondel, daha değişken, daha dişil (daha az sade oran durumu bakımından: 8/5), bazı coşkulara, ruhun bazı devinimlerine daha iyi uyum sağlayabilirdi. Söz konusu teoriyi kutsal soneler (bunlardan yoksun değil) ile rondelleri (mesela Charles d'Orléans'a ait) karşılaştırarak değerlendirmek –eğer ilgisini çekerse– okura kalmış.

III. Bölüm

UZAMA DAYALI SANATLAR

I. – Gözlemler ve deneyler

Aralıklarını ya da ritimlerini çeşitlendirme kaygısıyla teşvik edilmiş, müzisyen veya şairin 8/5 oranı gibi, altın oranın oldukça yakınındaki sayısal oranlarla veya yine çok daha sık olarak Fibonacci serileriyle ilişkili $v_n = u_{(n+1)}/u_n$ biçimindeki serilerde yer alan oranlarla karşılaşması şaşırtıcı değildir (sayfa 87).

Bu, müzisyen veya şairin uygulamada –basit olduğu için– kullanılabilir oranların sınırlı bir sayısından başka bir şey sunmayan *aritmetik süreksizlik* içinde hareket etmesidir.

Tersine, mimar veya ressamın alanı sınırsız birleşimlerle *geometrik sürekliliktir*. O halde az çok doğrudan doğruya altın oran tarafından belirlenmiş bir birleşime *tesadüf eseri* denk gelmesi için oldukça az ihtimal vardır. Gerçek şu ki, kimileri altın oranın bu nitelemeye layık her sanatsal kompozisyon içinde mevcut olduğunu *altın oranın önsexisi* olarak

adlandırılabilir durum, yani sanatçının –genel olarak insanoğlunun– altın oranın matematiksel özelliklerinin tümünü bilmesi bile, bilinçli olsun ya da olmasın, etkisine gireceği estetik kaynaklı bir yönelim sebebiyle ileri sürüyorlar.

Böyle bir iddianın ruhbilimi ilgilendiren gözlem ve deneylerin yetkisindeki ölçütlere dayanması gerekirdi. Oysa, uzun sözün kısası, şimdiye kadar böyle ölçütler en sık hata verenlerdi. Ayrıca bu denli karmaşık bir alanda, gözlem ve deneylerin yapıt olarak ortaya koyulmasının ve tartışma götürmez şekilde yorumlanmasının zor olduğu sanılıyor. Girişim aslında *istatistiksel* analizin sıkı metotlarına göre yürütülmüş, muhtelif kıstasların önemli bir miktarını tahmin ediyor.

İleride bazı olguları onların parça parça, ve genel olarak bilgilendirici özelliği üzerinde durarak sunmaya çalışacağız.

1. Fechner deneyleri. – Psikofizik kurucularından biri olan, Alman felsefeci Fechner'in ifadesine (1801-1887) sıkça başvurulur.

Fechner özel tedbir almaksızın seçilmiş iki cinsiyetten yüze yakın kimi şahısların yargısına, farklı derecelerde uzatılmış dikdörtgenlerden bir diziyi bağlı kılma düşüncesine sahipti. Öznelerin her biri tercihine uyan dikdörtgen yapısını belirtmek zorundaydı.

Deneyler yeterince açık istatistiksel bir tercihi, uzun ve kısa kenar uzunlukları sırasıyla aralarında 34 ve 21 gibi olan bir dikdörtgenden yana ortaya koydu. Bu dikdörtgeni *k* yapı katsayısıyla (sayfa 58), yani uzun kenarının kısa kenarına oranıyla belirtelim. Bu oran ($34/21=1,619...$) altın oranın

oldukça yakınındadır. Diğer deyişle, ayrıcalıklı bu dikdörtgen yapısı ‘ Φ ’ dikdörtgeninin oldukça benzeridir (sayfa 65).

Ne yazık ki, Fechner tarafından elde edilmiş sonuçlar, estetikbilimciler tarafından genel bir kabul görmekten uzaktır. Bu basit ayrıntı hiç değilse onları şüpheli olarak görmeye sevk ediyor. İncelenmiş öznelerin pasif bir rolde sınırlanmış oldukları özellikle belirtiliyor (onlardan zorunlu dikdörtgenler arasından seçim yapmaları isteniyor ve tercihlerine göre bir dikdörtgen oluşturmaları hiç istenmiyordu).

Fakat Fechner deneyleri karşısında, en ciddi şüphe sebebi sonraki açıklamadan çıkıyor: eğer ‘ Φ ’ dikdörtgeni –veya benzer bir dikdörtgen– gerçekten en estetik olan ise, nasıl olur da ressamlar onu –gereğince saptanmış durum– tabloların *çerçeveleme dikdörtgeni* olarak bu denli seyrek kullanır? Yoksa sıradan bireylerin yargısının benimsenmiş sanatçılarınkine üstün geldiğini mi kabul etmek gerekirdi?

Fechner’in bizzat kendisi bu uyumsuzluğun farkına varmıştı.

2. Tabloların yapıları. – Dikkatimizi sadece *dikdörtgen biçimli* bir çerçeve yapısı (aşırı yaygın durum), bizim uzun kenarının kısa kenarına k oranıyla belirteceğimiz yapı içerisinde oluşmuş tablolar üzerine vereceğiz. Tabloların mutlak boyutları devam eden analizin konusuna girmiyor.

Usta tablolarının belli bir miktarı üzerinde, onları belirleyen k değerlerinin sayımını yapmak öğretici olur. İşlem, eğer doğruca bir müzenin tabloları üzerinde çalışmak istenirse (görüldüğü üzere, Fechner’in yaptığı gibi) güçlükler çıkarıyor. Yeniden üretimler (reproduction) üzerinde çalışılırsa, her bir kimsenin erişiminde olur. Bu koşullarda,

yaklaşık sonuçlardan başkasına ulaşmak umulmayabilir: bir çerçevenin mevcudiyeti, ayrı ayrı uzun ve kısa kenarın boyutlarını (yine de, yeterince büyük bir ölçüde örnekler üzerinden hareket ederek denkliklerin hesaba katılacağı düşünülebilir) özellikle değişikliğe uğratabilir. Ne olursa olsun, eğer onlardan yalnızca *büyüklik sıralamaları* bekleniyorsa, böyle girişimler uygundur. Oysa altın orana ilişkin her şeyde, büyüklik sıralamaları çoğunlukla tutmaz veya ciddi ciddi doğrulanmadan verilir.

Önceki açıklamaların yanı sıra kişisel olarak kendimizi adadığımız bir yoklamadan çıkmış, birbirinden farklı Avrupa ekollerine bağlı, tanınmış antik ve çağdaş döneme ait 165 tablonun yeniden üretimlerine (reproduction) dayanan temel sonuçları okurun takdirine bırakma olanağı veriyoruz.

Sayımı yapılmış k değerleri, 1 ile 2 arasında dağılım gösteriyor (sayımdan k değerinin eşit veya 2'nin üstünde olduğu sıradaki tamamen istisnai durum çıkarıldı). Onların aritmetik ortalaması $4/3$ 'ün yakınında, altın oranın yeterince uzağındadır; ne var ki bu son durum Botticelli'nin *Venüsün Doğuşu* gibi, görkemli istisnalar ile temsil ediliyor (hemen hemen ölçülerin belirsizliği derecesinde). Bu ortalama değer, 1 ve 2 ekstrem değerlerine doğru belli bir dağılımı hesaba katıyor. Yoğunlaşma bölgelerinin varlığını hesaptan çıkarmıyor. Böylece, sayımı yapılmış k değerlerinin üçte birinden fazlası 1,20 ile 1,30 arasına dahil oluyor (denilebilir ki, bu *üçte birlik kısım özel olarak muhtemel dikkörtgenlere* tekabül ediyor). Burada, önceden ayrıntılı biçimde incelenmiş bir dikkörtgene uyan (sayfa 69) –durum, ona abartılı bir önem atfetmeye yine de yer olmaksızın,

ilginç– Φ sayısı = 1,272... bulunuyor. Bu konuda, gözün etrafımızı çevreleyen objeler arasında oldukça sık rastlanan söz konusu yapıya alışkın olduğu not düşülebilir (bilhassa '21×27' boyutunda olduğu söylenmiş tecimsel kağıdinkine oldukça yakındır). Çoğu kez ifade edilmiş bir görüşün aksine, ' Φ ' dikdörtgeni çok daha nadiren gözlemlenir.

3. Bir başka deney: bir doğru parçasının bölünmesi. – Eğer verilmiş bir doğru parçası iki eşit olmayan parçaya –önceden tasarlanmış özel amaç olmaksızın (başka deyişle, kendiliğinden)– bölmek istenirse, doğru parçalarından kısmen en uzun olanın uzunluğunun en kısa olanın uzunluğuna oranının altın orana denk olduğu, görüş ve planın yanında belirsizliklerle ileri sürüldüğü çoğu kez anlaşıyor.

Altın oranı konu edinen yazılarda, bu bakımdan basit bir olumlamadan başka şey bulunmadığından, biz kendi kendimize deneme yapma kararı aldık. Bundan sonra giriştiğimiz basit deneyi sunmayı düşünüyoruz. Benzer deneylerin yapılmış olması mümkün. Her halükârda, deneysel araştırma konusunda, en iyi yürütülmüş ve en iyi yararlanılmış deneylere yeniden girişmek daima faydalı olabilir.

A) *İşleme dayalı usul.* – Deney biraz özenle tanımlamak zorunda olduğumuzu düşündüğümüz bir dizi 'çocukça' işlem içerdi.



Şekil 19

AB gibi (Şekil 19), *yatay* bir doğru parçasından yola çıktık.

Bu doğru parçası üzerinde, o anki tercihimize göre, *iç-güdüsel olarak* bir bölme çizgisi (C harfiyle belirtilmiş halde) işaretledik. Biz yine de kendimizi, bu doğru parçalarından en uzununu solda konumlanmış olarak, böylece kısmen *eşit olmayan* iki parça belirlemeye *zorluyorduk* (bir doğru parçasını iki parçaya bölme esnasında, doğal eğilimin en çok eşitlikten yana olduğunu not düşmek gerek).

Sonra AC ve AB uzunluklarını ölçtük ve şu şekilde tanımlanmış olan $1/k$ oranını hesapladık:

$$\frac{1}{k} = \frac{AC}{AB}$$

O *ilk deneme* oldu.

Yukarıdaki ‘oyunun kurallarını’ sıkı sıkıya gözeterek, ancak AB doğru parçasını bir denemeden diğerine çeşitlendirerek, öyle ki bir denemeden diğerine, –mümkün olanın her ölçümünde– hiçbir etki etmeyecek şekilde yeniden başladık (özellikle, AB uzunluğu bir kaç santimetre ile bir metreden fazla arasında değişkenlik gösterebildi).

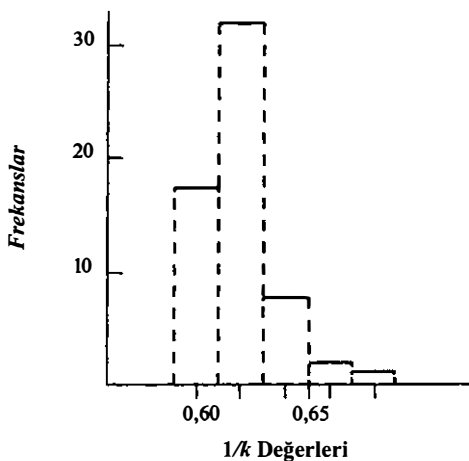
B) *Sonuçlar*. – Deney –belli bir sayıda yedek gerektiren– 59 deneme içerdi. Sonuçlar bu bakımdan bir histogram (Şekil 20) içinde, farklı denemelerin uygun $1/k$ değerlerine göre dilimlere ayrılmış olduğunun saptaması amacıyla özetlendi (tüm bu değerlerin ekstrem değerler 0,592 ve 0,690 tarafından sınırlandırılmış bir alan içine yerleştirilmiş halde bulundukları ortaya çıktı).

Şekil 20 hem $1/k$ değerlerinin *odağını* hem de aynı zamanda onların *dağılımını* açığa çıkarıyor (diğer bir deyişle, onların birbirlerinden ayrışma şeklini). Öte yandan elde edilmiş 59 değerin aritmetik ortalaması, şuna eşit:

0,6196.

Bu ortalama değer -32 fiili deneme barındıran ikinci dilimde yer alacak bir denemeye tekabül eden $-0,618\dots$ 'e *oldukça yakındır*. Oysa, bu son değer kesin biçimde altın orana uygun bir aralığa denk geliyor.

C) *Gözlemler ve yedekler.* – Tek bir deneyin sonuçlarını, gereğince ispatlanmış genel mahiyette bir gerçek olarak



Şekil 20

düşünmekten kaçınalım. Bu deney zaten belli bir miktarda gözlem ve yedek gerektiriyor. Benimsenmiş 'oyunun kuralları' gerekli olsalar da, ister istemez kısıtlayıcıdır ve diğer kurallar unutulmamış olabilecekti.

Alınmış önlemlere karşın, farklı denemelerin birbirlerinden gerçekten bağımsız olmuş olması kesin değildir ve yapanın (şimdiki durumumuzda) 'kişisel katsayısı' mecburen oynamıştır.

Neticede toplam deneme sayısı, bilindiği üzere 59, kısmen de olsa kesinlemelere izin vermeyecek kadar az. Biz yine de kullanılmış metodun (veya benzer bir metodun) çok daha büyük ölçekte yarar sağlayabileceğine inanıyoruz. Böyle deneylerin kimi güvenilir sonuçlara (ne olursa olsun, anlamsız olmayan bir çalışma pahasına) götürdüğünü kabul etmekle beraber, ufak tefek önemsiz şeylerden başka bir şey sunmadıkları ileri sürülecektir. Bununla birlikte eğer bir gün pozitif bir estetik bilimi var olursa, o ayrı olarak pek önem taşımayacak neticelerin büyük bir oranı üzerine kurulu olacaktır.

II. – Sanatçıların hizmetindeki altın oran

1. Sır. – Eğer sanatçılar (ressamlar, hakkâklar, mimarlar, vb.) geçmişte olduğu kadar günümüzde de kompozisyonlarının yapılarını açık açık gerekçelendirme zahmetine katlanmış olsalar ya da katlansalardı estetikbilimcilerin geometri bilginlerinin işi ne kadar da kolay olurdu! Onların niyetleri üzerinde en çok hüküm süren büyük belirsizlik çeşitli sebeplere bağlı.

Aralarından biri, çoğu sanatçının sezgisel olarak yarattığı (veya yarattığını beyan ettiği) şeye dayanıyor ve bundan dolayı uydukları kuralları formüle dönüştürmekten aciz, çoğunlukla da bu kurallara kayıtsız durumdalar.

Anlaşılabilir bir kaygıya yanıt veren diğer sebep: bu hangi alan olursa olsun her yaratıcı gibi, söz konusu keşfettiği ve ona verim sağlamış olan basit meslek 'hileleri' bile olsa, sanatçı elde bulundurduğu 'sırları' ortaya çıkarmak istemiyor.

Yine de, sanatçının aşağı yukarı açık bir biçimde bilindik ketum tavrından ayrıldığı ve bir *metot* diye adlandırılabilircek şeyi az çok dolaysız yoldan, böylelikle meydana çıkardığı olur. Yine bu sanatçının (tıpkı aynı ekole ait olanlar gibi) bu metodu uygulamaya girişmiş olduğuna dair (her biri özel olarak alınmış eserleri karşısında ses çıkarmadan kalabilse de) ciddi *tahminler* o halde mevcuttur. Bu açıklama altın oran ile ilgilenmiş olduğu bilinenlere uygulanabilir. Bu bilhassa Rönesans dönemindeki Piero della Francesca'nın, Leonardo da Vinci'nin, Albrecht Dürer'in durumu idi. Bizim dönemimizde de ressam Sérusier'nin ve mimar Le Corbusier'nin (iki örnekle sınırlamak gerekirse) durumuydu.

2. Altın oranın kullanım çeşitlilikleri: bazı görüşler. – Elbette ki her sanatçı *öncelikle* onun lehine görüldüğünden geometrinin (veya tamamen başka aracın) önüne serdiği imkânları kullanma hakkına sahiptir. Yalnız sonucu hesaplar.

Devam eden satırlarda *altın oranın geometrisinin* kullanılmaya uygun olmasına ya da etkili olarak kullanılmasına göre çeşitlenmelerin –derinlemesine olmayabilen– bir

çözümlemesine, kendimizi estetik düzene dair şu veya bu yöntem hakkında her yargıdan imtina ederek girişmeyi düşünüyoruz.

A) İlkim kimi sanatçıların ve azımsanmayacak kadarının altın oranın geometrisinin mutlaka tümünü bilmediklerini ve bundan pek kaygılanmadıklarını hatırlatmak yerinde olur.

Bu altın oranın kaçınılmaz olarak onların kompozisyonlarının dışında kalmış olacağı anlamına mı gelir? Onların içgüdüsel olarak buna bağlı kılınmaları (sayfa 115), hem oldukça azımsanmış hem de tartışmaya açık güncel bilgilerimiz bu bakımdan hiçbir kesinlemeye izin vermezken mümkün değildir. Olsa olsa tüm sanatçıların zihninde ve gözünde Fibonacci geleneksel serisiyle ortak $v_n = u_{(n+1)}/u_n$ biçimindeki serinin basit oranları, yani 3/2, 5/3, vb. oranlar olan ilk kavramların bulunduğu düşünülebilir. Bir diğer açıdan, çokgenlerin en basit geometrik şemaları (özellikle düzgün beşgenlerin) aynı şekilde onlara tanıdık gelir.

Karşı görüş ise, altın oran ve göz önüne alınmış v_n serisinin onlara sunduğu kaynaklardan daha iyi bilgi edinmiş diğer sanatçılar bu kaynakları bilinçli (bazen sistemli) olarak gerek bir kompozisyonun çatısını oluşturmak için, gerekse onu sağlamlaştırarak ilk anda tasarlanmış bir çatıyı düzeltmek için kullanıyorlar.

Sonuçta, daha bilimsel ve daha etkin kullanım yoluyla, kompozisyon altın oranla ilişkili birçok geometrik figür üzerine 'oturmuş' olabilir. Bu figürlerden, özel olarak anlamlı, bazılarının ayrıntılı bir sunumu (düzgün beşgenler ve ongenler, üçgenler, dikdörtgenler, vb.) mevcut

eserin ikinci kısmında yapıldı. Sözü edilmiş figürler klasik geometrik birleşim ve dönüşümler (mesela simetri ya da homoteti) yardımıyla, aşağı yukarı zengin ya da karmaşık şemaların uygulamada sınırsız bir çeşitliliğinden kesinlikle elde edilebilir. Ayrıca diğer birçok yapı, doğru çizgiler ve hatta eğri çizgiler anlaşılabilir.

Bundan sonra altın oranın muhtemel, çoğunlukla etkili kullanımı hakkında, diğer ve sınırlayıcı olmayan çoğu örnek arasından alınmış birkaç örnek.

B) Sanatçı çoğunlukla karşıt buyruklar haricinde (sahip olduğu, mesela, konuma bağlı olarak) kompozisyonlarını, tam bir çeşitliliğinin bulunduğu gösterdiğimiz dikdörtgenler, 'altın oranlı dikdörtgenler' aracılığıyla çerçeveleme yetkisine sahiptir*. Özel olarak daha elverişli görünen bazı kalıplar tanınmış olarak, bunun bir listesi –üstelik sınırlayıcı olmayan– verildi (tıpkı tabloların yapılarına dair bizim incelememizden çıkan, ' $\sqrt{\Phi}$ ' dikdörtgeni gibi).

C) Sanatçı (mimar, ressam, vb.) uzunlukları altın oran Φ ile denk oranda bir geometrik dizi oluşturan doğru parçalarından hareket ederek, bir kompozisyonu 'oranlayabilir (modülleyebilir)'. Bu tip geometrik dizi dikkat çekici özellikler taşır (sayfa 83): artan değerlerin yönünde 'ilerlemek' şartıyla, herhangi bir terim ondan önce gelen iki ardışık terimin toplamıdır. Anlaşılmazlığa mahal vermeden

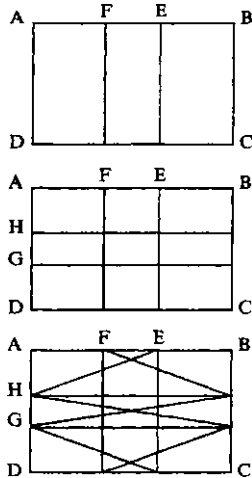
* Hiç kuşku yok ki, bir yapının tercihi söz konusu ise estetik dışında diğer hususlar çoğu zaman işin içine girer (örneğin, sanatçıya sunulmuş konum).

düşünülmüş tipte belli bir diziyi tanımlamak için, *temel oran ölçüsü (ana modül)* olarak yararlanılan onun herhangi bir terimini saptamak yeter. Değerleri ana modülün altında olanlarla üstünde olan diğer terimler, temel hesaplamalar yoluyla çıkarılırlar. Mimar Le Corbusier'nin bizzat kendisinin 'bir çalışma aracı, belli bir gereç' veya yine 'bir klavye, bir piyano, *akortlu* bir piyano' olduğunu beyan ettiği ünlü *Modulor*'unu yaratması bu şekilde olmuştur.

D) Verilmiş bir çerçeve dikdörtgeninden yola çıkarak, kenarlar üzerinde altın oranla ilişkili bölüm noktaları işaretlenebilir. Bu noktalar daha sonra aralarında dikey, yatay, eğik doğru parçalarıyla birbirine bağlanır. Böylece

$$\frac{AB}{AE} = \frac{BA}{BF} = \Phi ;$$

$$\frac{AD}{AG} = \frac{DA}{DH} = \Phi.$$



Şekil 21

sanatçının arzusuna göre, temelsiz olmayan ve uyumlu bir çatı içinde, kompozisyonun hatlarını ve önemli noktalarını saptayan, çizgiler ve bağlardan (doğruların kesişimlerinde) ağırlar elde edilir. Bu 'usul' farklı dönemlerde takip edilmişse benziyor. Ressamlar, mimarlar vb. aracılığıyla bizimkinde de bu durum fiili olarak devam ediyor.

Şekil 21, diğerlerinin arasında sözü edilmiş usulün bir illüstrasyonu. Belli –üstelik basit– bir dikdörtgen yapısından hareket ederek, aşağıdaki bağıntılara göre altın oranla düzenlenmiş, gitgide karmaşık hale gelen üç ağı gösterdik:

E) Diğer yapılar bundan sonra, bu amaçla seçilmiş kimi eserlere dayalı ayrıntılı analizler vesilesiyle (özellikle düzgün beşgenlere başvuruyu içeren) sergilenmiş olacaklar.

Daha önce dikkate alınanlardan çıkan şu ki; genel bir şekilde sanatçılara sunulmuş olanaklar, altın oran sayısı (veya bundan başka diğer sayılarla) ilişkili geometrik yapılar oluşturmak söz konusu iken, uygulamada sınırsızdır. Diğer bir yandan, aralarından bazılarının elverişli olduğu estetik zenginlik nedeniyle, böyle yapıların araştırılması sanatçı için kendi içinde bir amaç teşkil edebilir.

3. Araçlar. – Bundan sonra, sanatçılar ve estetikbilimcilerin elinin altında bulundurduğu, uygulamada rahat bir kullanımın çeşitli araçları üzerine bazı bilgiler (verilmiş bir kompozisyon üzerindeki denetimler ya da yeni planlamalar vesilesiyle).

Oldukça yaygın bir araç –çok eski bir kullanımdan– *oranlama pergelidir*, ki o herhangi bir ikilinin uzunlukları aralarında tıpkı altın oran gibi olan, uzunluk ikililerinin

büyük bir çeşitliliğini üretecek şekilde, kullananın arzusu-na göre, hepsi için bir kereliğine ayarlanmış olabilir.

Yine Φ oranlı geometrik dizi halinde beş uzunluk dizisi elde etmeye fırsat veren, M. Marcel Guillard'a borçlu olduğumuz, Paris'te Le Palais de la Découverte içinde sergilenmiş bir pergeli belirtelim.

Yapıları ve boyutları, tıpkı içerdikleri bazı ayar noktaları gibi, altın oranla ilişkili figürleri (dikdörtgenler, düzgün beşgenler) kolaylıkla elde etme fırsatı veren eski araçların varlığı (gönyeler, cetveller, tesviyeler vb.) dikkat çekici. Bunun varlığı –diğerleri arasında– altın oranın Ortaçağ ve Rönesans sanatçılarınca kullanımına dair, çürütmesi zor bir kanıt oluşturuyor.

III. – Eserlerin tetkiki

Pozitif estetik bilimi yalnızca psikolojiye bağlı deneyler ve gözlemler vesilesiyle değil; ama bir de mimari, resim, gravür vb.nin tanınmış başyapıtlarının *doğrudan analizi* yoluyla kendisini gösterebilir.

Öyleyse verilmiş bir eser söz konusu iken, kompozisyonun üzerine dayanacağı bir *geometrik şema* –bir tür ana şema– araştırmak önerilir. Tür şemaları çoğunlukla *planlama çizgileri* ifadesiyle belirtilir.

1. Planlama çizgileri: genel mahiyette düşünceler. –

A) Tüm çağlarda, çok sayıda sanatçının kompozisyonlarını iyice yerleşmiş geometrik alt yapılar (geometrik figürlerin birleşimleri) üzerine bilinçli olarak dayandırdıklarına

kesin gözüyle bakılabilir. Bu belki de, böyle sanatçılar için, kendilerini bu *dayatmalardan* bağımsız olarak bir kabul ettirme yoluydu ki, Paul Valéry bunların keyfi, hatta saçma olsalar bile kaçınılmaz olduklarını düşünür. Araştırmacının rolü o halde söz konusu alt yapıları, yaratıcının yardımına bel bağlamaksızın, genel olarak ortaya çıkarıp nitelemektir.

Fakat araştırmacı eylem alanını, bu nitelemeye layık sanatsal her kompozisyona, yaratıcının *bilinçli olarak veya olmayarak* az çok karmaşık, az çok belirgin bir geometrik yapıya başvurmuş olacağı varsayımı içinde, haklı olarak yayabilir.

Bu hakkı kazanmış olarak, araştırmacı bize göre daha özel olarak altın orana başvurursa bile, farklı olasılıkları düşünmek durumundadır:

- ya incelediği yapı altın oranla bağlantılıdır;
- ya bu yapı altın oran sayısından başka diğer sayılarla bağlantılıdır, mesela, sırasıyla kare ve eşkenar üçgeni ‘komuta eden’ $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{3}$ sayıları gibi;
- ya da yapı hem altın oran sayısının hem de diğer sayıların yetkisi altındadır.

B) Bir planlama çizgisinin araştırılması iki *metoda* (ki onlar birlikte de kullanılabilirler) göre yapılmış olabilir.

İlk metot, *tümevarımcı* olarak nitelendirilebilirdi, *ilk basamakta* incelenmiş kompozisyonun düğüm noktaları ile ana hatlarını çıkarmaya dayanır. *Ardından* böylelikle elde edilmiş ağ öyle bir sayıya, öyle bir geometrik figüre bağlanmış olabilir mi yoksa olmayabilir mi, araştırılır.

İkinci metot, *tümdengelimci* olarak nitelendirilebilirdi, aşağı yukarı zaman alan yoklamalar (araştırmacının

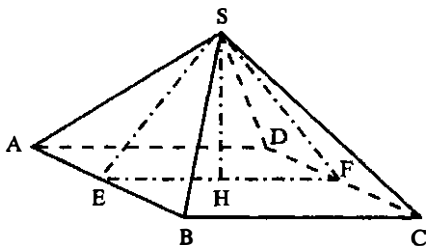
el becerisinin, deneyiminin ve özsezişinin müdahil olduğu zaman) sonrası elde edilmiş geometrik bir ağdan ve *daha sonra* sözü edilmiş ağın tüm temel düğüm noktalarını karşılayıp tüm ana hatları kapsadığını tahkik etmekten geçer.

Okurun gözünden kaçmayacaktır, eserin bu yöntemle ortaya koyulmasına araştırmacının ‘kişisel katsayısı’ karışır. O zaman, bir kompozisyonun temel çizgilerinin keşfine her zaman az çok keyfilik girer (araştırmacı, bu vesileyle seçimini incelemeden edinilmiş fikirlere tâbi tutma tuzağıının önüne geçmek zorundadır).

O halde verilmiş bir eser konusunda, farklı planlama çizgilerinin önerilmiş olabilmesine şaşırarak yersiz. Böyle olursa, en azından teorik olarak, zaman zaman birbiriyle uyumsuz olabilen, gereğinden fazla açıklamalarla karşı karşıya kalınır. Böyle bir durum üstelik bir başka sebepten kaynaklanabilir; bilinmelidir ki temel geometri figürlerini ve özellikle de düzgün çokgenleri ‘yöneten’ sayılar, *yakın* bağıntıların büyük bir çeşitliliğinden dolayı kendi aralarında ilişkilidir.

Ayrı ayrı pek çok ‘teorinin’ aynı eseri uygulamalı olarak açıklamaya yönelik olması, bizim fikrimizce, planlama çizgilerinin araştırılmasını engellemiyor. Biz muhtelif açıklamaların sağlam biçimde desteklenmeleri şartıyla, bir eserin zenginliğine dair kanıt oluşturduğunu düşünme eğilimindeyiz. Yine de, ciddi tahminler dışında, yapana böyle açıklama – söyle yorumlama – getirmekten kaçınmak gerek.

Önceki düşünceleri *Keops piramidi* örneğiyle göstereceğiz. Diğer taraftan, Élısa Maillard tarafından ortaya koyulmuş ve yorumlanmış sanat eserlerinin diyagramlarını vereceğiz.



Şekil 22

2. Örnek: Keops piramidi. –

a) Bu, kare tabanlı (yatay durumda), tepe noktası karenin merkezinden yükselmiş, taban üzerine dik (dikey durumda) olan bir piramittir.

Böyle bir geometrik figürün yapısı ve boyutları eksiksizce belirlenir, eğer şunlar biliniyorsa:

- karenin kenarı;
- tabanın üstündeki tepe noktasının yüksekliği.

İnşa dönemindeki yapının sahip olduğu boyutları tüm kesinliğiyle bilmenin, bizim çağımızda, zor olduğu fark edilir. Bununla birlikte, yüzyılların getirdiği yıpranma göz önüne alındığında, uzmanlar aşağıda yer alan ‘başlangıçtaki’ boyutlar konusunda uzlaşmış olacaktı:

- karenin kenarı: 440 arşın* (*coudées royales*);
- tepe uzunluğu: 280 arşın.

* *Coudée royale*, Antik Mısır’da kullanılmış uzunluk birimi, 0,52 metreye oldukça yakındır. (ç.n.)

b) Şekil 22, Keops piramidinin bir perspektifini veriyor. ABCD karesi tabandır (H merkezli).

S noktası tepe noktası (le sommet), SH doğrusu yüksekliktir. E ve F noktaları sırasıyla AB ve CD kenarlarının ortasında bulunmaktadır.

ESF ikizkenar üçgeni, iki dik üçgen olan SHE ve SHF üçgenlerinin yan yana getirilmiş halidir. Bu *–bizim (TR4) ile belirteceğimiz–* dik üçgen yapısı, dik açının uzun kenarının kısa kenarına k oranı ile belirlenmiş olabilir, yani:

$$k = 1,27272...$$

Bu sayı, daha önceden incelenmiş olan (sayfa 70), *yapı (TR3)*'ün belirgin niteliği, $k = 1,27201$ değerine son derece yakındır; ki onun diğerleri arasında hatırlatacağımız bir özelliği şudur: dik açının kısa kenarına hipotenüsün (dik üçgende, dik açının karşısındaki kenar) oranı altın oran sayısı Φ 'ye eşittir.. Buradan çıkan sonuç ise, *teorik bakımdan açıkça ayrışsalar dahi, uygulamada (TR3) ve (TR4) yapılarının ayırdedilmesi olanaksızdır.*

c) Keops piramidini açıkladığı ileri sürülebilen, farklı tezler öne atıldı. Bu tezlerden diğerlerinin arasında *ikisi*, göz önüne alınmış dik üçgenlerin iki yapısına dayanıyor.

Yapı (TR4) üzerine kurulu tez $-1,27272...$ ile belirtilmiş–basit bir kurulumu dayanıyor. Günümüzde kabul edilmiş ‘başlangıçtaki’ boyutlara uygun olacaktı. Öte yandan, bu boyutları sabit kılan 280 ve 440 sayıları, aritmetik sıralama motifleri için seçilmiş olabileceklerdi.

Yapı (TR3) üzerine kurulu tez $-1,27201...$ ile belirtilmiş–Yunan tarihçi Hérodote’a onun için bir ipucu verdi. Adı

geçen kişi, yükseklik üzerinde kenar gibi kurulmuş karenin yan üçgen yüzeylerinden herhangi birisinininkine denk bir alana sahip olduğu biçimdeki Keops piramidinin boyutlarını Mısırlı din görevlilerinden öğrenmiş olacaktı. Basit bir hesaplama gösteriyor ki, eğer böyleyse, SE/HE veya SF/HF oranı (Şekil 22) kesinlikle altın orana denktir.

Söz konusu iki teze uyan iki yapının uygulamada ayırt edilemez veya birbirinin oldukça yakını olması üzerine, kimi uzmanlar –diğer uzmanlar açısından büyük skandal– Mısırlıların Keops piramidinde, *altın oranı onu bilmeden kullanmış olduklarını* öne sürebildiler. Mısırlıların bizim bugün yaptığımız gibi, mevcut iki tez arasındaki teorik farklılıkları ayırt edecek durumda olup olmadıkları da sorgulanabilir.

IV. – Élısa Maillard* tarafından açıklanmış sanat eserlerinin diyagramları

Sanat tarihine Antikçağın zirvesinden beri yön veren bir eserler yığına, Altın Oranın Geometrisiyle verilmiş estetik etkilerin incelemesinin gelişmiş olması; üç boyutlu alan incelemelerinin (mimari yapılar) veya iki boyutlu alanınkilerin (fresk, tablolar, gravürler, desenler) ele alınması ne kadar arzu edilirdi. Bir kompozisyonun tüm güzellik nedenlerini ortaya çıkarmak zihin için bir tatmin olur. Biz bu tatmini, bu küçük kitapçığın okurlarına, özenli ve ço-

* Bu başlık altında yer alan diyagramlar ve açıklamalar, eserin farklı bölümleriyle faydalı eklemeleri kolaylaştırmaya yönelik notlar dışında, bütünüyle Élısa Maillard'ın elinden çıkmıştır.



Bakire ile Çocuk (Vierge à l'Enfant). Fransa'nın kuzeyinden bir usta tarafından yapılmış gravür. 1425 civarı.

ğunlukla zaman alan incelemeler boyunca açığa çıkmış diyagramları göstererek sunmaya çalışmak istiyorduk. Eğer nice sanatçı, az çok yetenek ile evrensel olarak kullanımda olan şemalara başvurduysa, bu durum resimlenecek konu-

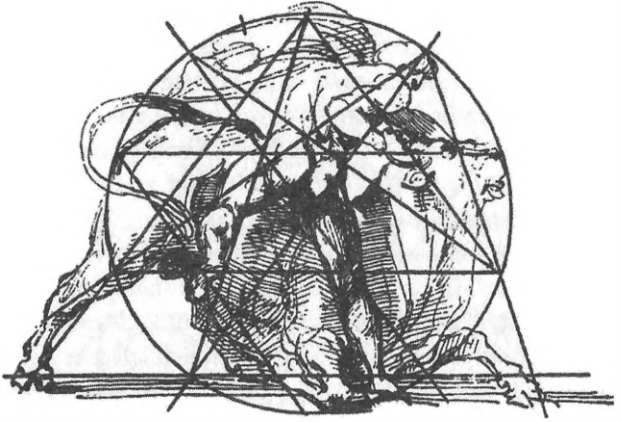
nun gerektirdiklerine göre onların diyagramlarını çeşitlendirerek, 'Geometri Sanatı'nın dehasına doğuştan sahip olanların yenilik getirmesiyle oldu. Botticelli onlardan biri idi; bunun içindir ki bizim yazarına tahsis edilmiş *Notlar (Cahier)* içinde ayrıntılı biçimde incelenmiş, onun ünlü *Venüsün Doğuşu (La Naissance de Vénus)* tablosunun geometrisinin temelini vereceğiz.

Bu küçük kitapçığın ebatları, bizim –düzlem ile dikmeler arasındaki ilişkiyi görünür kılarak ispatlamaktan başka bir şeye yaramayacak olan– bir kilise örneği vermemize olanak tanımıyor. Diğer yandan, yeniden (çizgiler halinde) üretim (reproduction) tarzı da boyamaları göstermeye izin vermiyor; biz de fazlasıyla çizgilerle tasarlanmış bir gravür ve mürekkep ile yapılmış bir çizim seçtik.

Çerçeveye alınmış yüzeyin köşegenleri, 108° lik* tepe açılarına sahip iki üçgenin kenarlarını belirliyor. Benzer iki üçgen kenarortaya dayanıyor. Bir çember, üçgenlerin kenarlarının kesişme yerlerini keserek, Bakire ile Çocuğun yüzünü çevreliyor.

Bakirenin yüzünü hiç bozmamak amacıyla, bu çember içinde çizilmiş olan bir yıldız beşgen, tamamen çizili durumda değil; ama belirten çizgiler yatay konumda, Bakirenin çenesinin altında, ve üzerine Çocuğun yaslanmış olduğu köşegen, onun göbek noktası bir kesişim yoluyla belirtilmiş halde. Yüzeyin yarısından birinin köşegeni Çocuğun yüzünden geçmeden önce, Bakire'nin alnının üzerinden geçiyor, diğer köşegen ise Bakirenin yüzünü sınırlıyor.

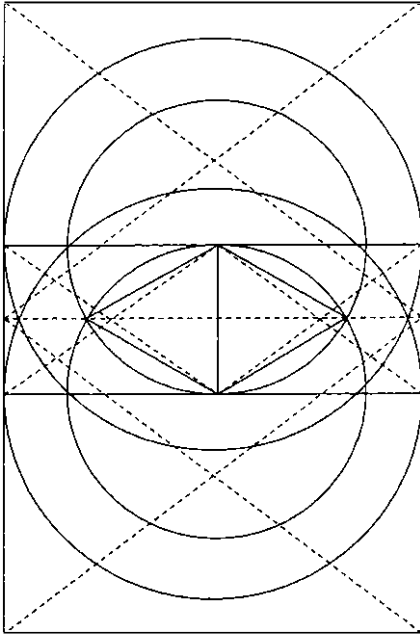
* Bizim (TI2) simgesiyle belirttiğimiz, tabanın yan kenara oranının altın orana eşit olduğu (sayfa 50), ikizkenar üçgen yapısı söz konusu.



Herkül Girit adasının boğasını terbiye ederken (*Hercule domptant le taureau de l'île de Crète*). T. Géricault (1791-1824) tarafından mürekkeple çalışma (Louvre Müzesi)

Bir çemberin çevresi Herkül'ü ve yalnız iki bacağı dışarıya taşan boğayı sıkıca sarıyor. Duruşlar ve hareketler bazı beşgen veya ongen biçimli çizgilerle ve yarıçaplarla belirtiliyor. Bunlar: beş yarıçap, yukarısında (yatay çizginin) bir tepe noktası bulunan bir yıldız beşgenin iki çizgisi; aşağısında (yatay çizginin) bir tepe noktası bulunan bir yıldız beşgenin üç çizgisi; bir yıldız ongenin kenarlarından üçü; son olarak da dışbükey beşgenlerin iki kenarı.

Sola doğru, boğanın çatallı ayağına varan ongenin bir kenarı uzatılmış durumda, o burada zemini belirten dışbükey beşgenin kenarının uzatması ile bir kesişim yapıyor ve, sağa doğru uzatılmış olarak, Herkül'ün alnından çıkmış



Venüsün Doğuşu (La Naissance de Vénus). Botticelli tablosu (Floransa, Uffizi Galerisi).

ve boğanın gözünün üzerinden geçen beşgenin kenarının uzatmasıyla bir kesişim, boğanın ayağı üzerinde, yapıyor.

Bu tablonun yüzeyini iki Mısır altın dikdörtgeni ile* dikey eksen üzerindeki onların ikizleşmiş uzun kenarı aracılığıyla (nokta nokta çizgili köşegenler, $51,8^\circ$ lik açı)

* Söz konusu dikdörtgenin yapısı –bizim (B) veya $(\sqrt{\Phi})$ ile belirttiğimiz– kısa kenarın köşegene oranı altın orana eşit olan gibidir.

tanımlayacağız. Bu eksene paralel iki çizgi, iki yönde yapılmış altın kesiti veriyor. Yüzeydeki dikdörtgenlerle aynı tipte iki dikdörtgen, eksene paralel iki çizgi arasına dahil edilmiş alan içinde üst üste gelmiş durumda (nokta nokta çizgiler).

Bu dikdörtgenleri yan yana getiren kısa kenarın bir ucunda ve diğerinde, bir küçük ve bir de büyük çember ortalanmış halde. Küçük olanların yarıçapı, üst üste binmiş dikdörtgenleri yan yana getiren kenar aracılığıyla veriliyor. Büyük çemberlerin yarıçapına gelince, o bir küçük dikdörtgenin uzun kenarına denk geliyor.

Küçük çemberlerin yarıçapı büyük olanların çapıyla kaplanmış olduğundan, bu dört çember benzeşimseldir (homotetiktir*).

Büyük ve küçük çemberlerle ortak kısımlar eşmerkezli elipslerdir** (amande). Bu elipslerin en büyüğü, genişlik bakımından, kısa doğru parçası küçük çemberlerin genişliğini veren bir uzunluğun uzun doğru parçası kadardır. Küçük elips ise bizim çizdiğimiz, iki eşkenar üçgen içeriyor.

Biz burada *Altın Oranın Defteri* (no 4, *Botticelli*) (*Cahier du Nombre d'Or*, n°IV, *Botticelli*) kitabımızdaki gibi, bir o kadar ilgi çekici diğer çizgileri belirtmezdik.

Altın üçgenler ile eşkenar üçgeni birleştiren, ustalıklı geometrik birleşimlere gelince, Parthenon'dan daha

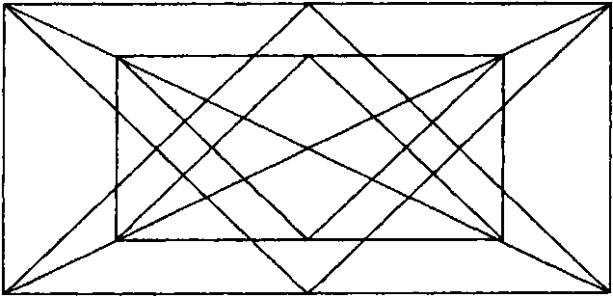
* Homothétique [fr.] Bir noktanın görüntüsünün kendisini sabit bir noktaya bağlayan doğru üzerinde yer aldığı ve mesafenin belirli bir oranda azalıp çoğaldığı geometrik dönüşümü ifade eder. (ç.n.)

** Burada amande [fr.] ile belirtilen biçim badem, diğer bir deyişle "mandorla" [it.]; Ortaçağ dönemi kiliselerinde alınlık tablası, ikonaları çevreleyen ayla olarak görülen çerçeve şeklidir. (ç.n.)

zengin yapı yoktur. Ancak biz bunu gösterdik (*Defter*, no 5) (cf. *Cahier*, n°V), köşegeni ile yarım kısmın köşegeni arasındaki altın oranın ilişkisi aracılığıyla tanımlanabilecek, oldukça uzatılmış dikdörtgen burada başlı başına önem taşıyor. Dolayısıyla biz bunu Parthenon Dikdörtgeni* diye adlandırma alışkanlığına sahibiz. Mısırlıların onu Parthenon'un Phidias tarafından inşasından çok önce kullandıkları daha yeni bize belirtilmişti.

Biz burada plandaki iki temel dikdörtgenin resmini veriyoruz.

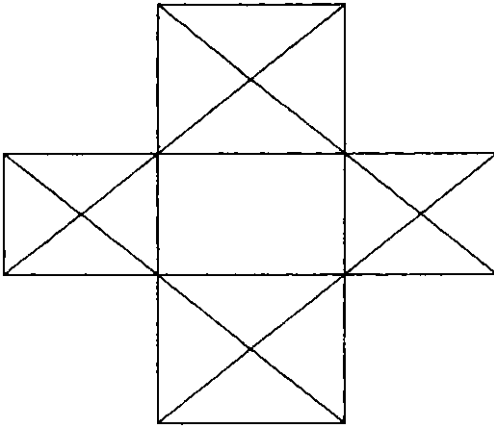
Yaratıcının Evinin Planı (Cella ve Opisthodomus)**; bir tapınağın tanrı heykeli bulunan bölümü ile arka bölümü). Bu dikdörtgenin köşegenleri, benzeşimi onların uzatmalarıyla sağlıyor; aslında, onlar temelin dört açısını veriyorlar.



Parthenon'da. Planın benzeşimsel dikdörtgenleri.

* Sayfa 71'e bakınız.

** Cella bir tapınağın tanrı heykeli bulunan bölümü, Opisthodomus ise arka bölümüdür. (ç.n.)



Benzeşimsel içbölmeleri olan dikdörtgen bir paralelyüz cismin inşası.

Enine ve boyuna içbölmeleri aynı tipte, dışarıya doğru eğik, dikdörtgenler olan ve onların köşegenlerinden kaynaklanan benzeşimi görünür kılan dik paralelyüz cisimleri (dikdörtgen tabanlı paralel altıyüzlüleri), oluşturmak mümkündür. Benzeşim altın orantıyı yansıtarak, üç boyutlu alanlara güçlü biçimde uyumlu bir hava veriyor.

Bunu Mısır'a ait Nubiya'daki Amada tapınağının (İÖ 1500 yılı civarı) geometrik açıdan bir incelemesi sırasında öğrendim. Onun kutsal bark (*Sanctuaire de la Barque*) alanındaki iç duvarlar 1,618 oranlı dikdörtgenler ve zemini de $1/0,382^*$ oranlı bir altın dikdörtgendir.

* 1,618 dikdörtgeni tam tamına –bizim (A) veya (Φ) ile belirttiğimiz– uzun kenarının kısa kenarına oranı altın orana eşit olan yapıdır (sayfa 58).

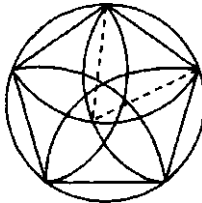
Biz örnek olarak, –dışarıya doğru dönük– enine ve boyuna içbülmeleri altın Mısır dikdörtgenleri olan (kısa kenar ile köşegen arasındaki altın oranın ilişkisi) bir dikdörtgen paralelyüzlü üç boyutlu şekil veriyoruz. Onların köşegenleri benzeşimseldir. Zemin ile tavan 1,618 dikdörtgeninin* yüzeyidir.

Uzun kenarının kısa kenarına oranı altın oran sayısının karesine eşit olduğu $1/0,382$ dikdörtgeni, oldukça yaklaşık olarak $2,618 = 1/0,382$ dir (sayfa 68).

* Leonardo da Vinci ve Albrecht Dürer gibi farklı sanatçıların aşağıda gösterilmiş geometrik yapıyı ön planda tuttukları bize belirtiliyor, yapı şunları barındırıyor:

- bir çember içinde çizili eğri çizgilerden oluşmuş bir yıldız beşgen;
- eşit olarak eğri çizgilerden oluşmuş, bir küçük dışbükey beşgen;
- eğri çizgilerden oluşmuş beş üçgen;
- düz çizgilerden oluşmuş beş eşkenar üçgen (bu üçgenlerden bir tanesi simgeleniyor).

Sözü edilmiş yapı düzgün beşgenler ile eşkenar üçgeni bir araya getiriyor.



Sonuç

Bu eseri bitirirken, bize ‘altın oran’ gerçeğinin gözümüzün önüne nasıl getirildiğini özetlemek düşüyor.

Sağlam kanı sahibi kimi okurlar, bir ihtiyat artışı olarak değerlendirecekleri bu durumdan belki üzüntü duyacaklardır. Aslında, bizi meşgul eden konunun çerçevesinde, eğer sıkı sıkıya matematik alanına bağlı kalınırsa, *kesinlik* yok.

Bu alandan dışarı çıkılırsa, *bahis alanına* girilir. O zaman kesinlemeler yerini olasılıklara bırakır (öne sürülmüş sonuçların her biri için, söz konusu sonucun doğru çıkması amacıyla, aşağı yukarı büyük bir olasılık mevcut). Öte yandan, analiz sıklıkla fazlalıkları, hatta uyuşmazlıkları, en azından teori bakımından görünür kılıyor.

Altın oranın *matematiksel* incelemesinin şimdiden oldukça ilerletilmiş olduğu, geriye çok sayıda araştırma mümkün olarak kalsa dahi düşünülebilir.

Diğer bir yandan, altın oran bazı *doğal fenomenler* ile ilişkilendirmeye kalkışıldığında, bu konu üzerine yapılmış araştırmaların bu güne kadar denemelerle sınırlandığını saptamak zorunda kalınıyor. Böyle bir araştırmanın sonunda herhangi bir gerçeklik bulunduğundan emin bile olunmuyor.

Sanat alanına nüfuz edildiğinde, durum henüz farklı. Bu bakımdan, ayırım gözetmek yerinde olur. Estetik ruh bilimi olarak nitelendirilebilecek şeye bağlı gözlemler ve deneyler konusunda, araştırmaların şimdilik başlangıç aşamalarında oldukları düşünülebilir. Geçmişteki ve günümüzdeki sanat eserlerinin incelenmesine ilişkin işler aynı şekilde yürümüyor. Öteden beri, önemli araştırmalar en çok monografiler* biçimini alarak, gerçekleştirilmiş olduklar ve kademe kademe hazırlanan araştırma yöntemlerine hayat verdiler. Fakat konu son derece zengin ve karmaşık. Bu nedenle, bulgulama ve yararlanma işi devasa kalıyor.

Okur, bize gelişme halindeki araştırmaların izini sürüp gerektiğinde onların yenilerine el atmanın uygun düştüğü ruh hali hakkında görüşümüzü ifade etme olanağı tanıyacaktır. İlk olarak, biz altın oranın *öncelikle istisnai mahiyetine* inanmaktan kaçınmak gerektiğini düşünüyoruz. Böyle bir görüş, burada altın oranın önemine yönelik bir saldırı görecektir olan, pek çok kişiyi yaralayabilecektir. Böyle bir suçlamaya karşı, kendimizi savunmamız bizim için mümkün.

Dikkatli okur aslında kabul edecektir ki, eğer biz istisnai mahiyeti olduğu dogmasını reddediyorsak, gerçekte altın orana ateşli savunucularının çoğundan çok daha büyük bir önem atfediyoruz.

Tıpkı *matematiğe* (özellikle de cebire) ayrılmış bölümde olduğu gibi, altın oranı meşru olarak tanıtabilen birçok

* Daha özel olarak *mimarlık* konusunda, araştırmacının yapım için kullanılmış tekniklerin bilgisi kadar *belirli çizelgeleri* de (her zaman olmayan durum) olduğunda, analizin kanıt niteliğindeki değerinin önemli ölçüde artmış olduğunu not düşmeye yer var.

sayı topluluklarını görünür kılıyoruz. Bize göre, araştırmaların altın oranı asıl yerine çıkaracak ve düşünsel açıdan en üst düzeyde zenginleştirmeye götürecektir olması, böyle toplulukların (ya da diğerlerinin) bulunmasında yatıyor. Diğer yandan, yine altın oran hakkında *güzelduyusal ruh bilimi (psychologie esthétique)* alanının içerisinde muhtelif gözlemlerle deneylere yol açacak tabiatta olduğu görüşü bulunuyor. Böyle girişimler –onları tam olarak nesnellik içinde yürütmek koşuluyla– altın oranın kuşkulandırmaya-bileceğimiz biçimde açığa çıkarmasının mümkün olduğu anda olguları ve belki yasaları (halen birbirlerini tamamlamayan) aydınlığa kavuşturacaktır.

Eğer daha çok *eserlerin doğrudan analizi* söz konusu ise, sonuçta biz her zaman yansızlık düşüncesiyle, analizin ilke olarak geometrinin tüm olanaklarını (yalnızca altın oranın daha "sınırlayıcı" geometrisi değil; ne var ki bu oran sayısız durumda, bizim başlangıç safhası diye adlandırabileceğimiz şeye yarayabilir) kullanması gerektiği kanısındayız.

Bu son bölümü –ve mevcut eseri– bir saptama ve bir düşünce ile bitireceğiz. Altın oran bağımsız olarak ya da ona bağlanan biraz gizemli ilgi sebebiyle, ilk sırada bir destekleyici olarak (biz bunu çevremizde sık sık gözlemledik ve kişisel olarak hissettik) düşünülmüş olabilen bir gerçek. Ondan faydalanmak yerinde olur.

Kaynakça

- Borissavlievitch (M.), *Le nombre d'or* (Altın oran), Paris, 1952.
- Bouleau (Charles), *Charpentés. La géométrie secrète des peintres* (Taslaklar. Ressamların saklı geometrisi), Paris, Éditions du Seuil, 1963.
- Cleyet-Michaud (Marius), *Bulletin de la Société littéraire des PTT* (PTT Edebiyat Topluluğu Bülteni): *A propos de la Grande Pyramide* (Büyük Piramit Hakkında) (no 102, Haziran 1971); *Les peintres et la géométrie* (Ressamlar ve Geometri) (no 125, Mart 1977); *La musique et les nombres. Autour d'un adagio de Beethoven* (Müzik ile sayılar. Beethoven'dan bir adagio etrafında) (no 147, III. Üç aylık sayı, 1982); *La pyramide de Caius Cestius* (Caius Cestius Piramidi) (no 151, III. Üç aylık sayı, 1983).
- Funck-Hellet (Dr Ch.), *Les œuvres peintes de la Renaissance italienne et le nombre d'or*, (İtalya Rönesansından resimli eserler ve altın oran) Librairie Le François, 1932.
- Ghyka (Matila C.), *Le nombre d'or* (Altın oran), Gallimard, 1931, cilt I: *Les rythmes* (Ritmeler); cilt II: *Les rites* (Usuller). *Essais sur le rythme* (Ritim üzerine denemeler), Gallimard, 1938.
- Le Corbusier, *Le Modulor* (Modulor), coll. "Ascoral", Éditions de l'architecture d'aujourd'hui, 1950.

- Modulor 2, coll. "Ascoral", Éditions de l'architecture d'aujourd'hui, 1955.
- Maillard (Élisa), *Les Cahiers du Nombre d'Or* (*Altın Oran Notları*), Paris, CNRS. katkılarıyla yayınlanan I: Albert Dürer, 1960; II: *Églises byzantines* (*Bizans kiliseleri*), 1962; III: *Églises des douzième au quinzième siècles* (12. Yüzyıldan 15. Yüzyıla kiliseler), 1964; IV: Botticelli, 1965; *Le Parthénon*, 1968.
- Michel (Pul-Henri), *De Pythagore à Euclide* (*Pythagoras'dan Eukleides'e*), Société d'édition Les Belles Lettres, 1950.
- Texier (Marcel-André), *Geométrie de l'architecte* (*Mimarın geometrisi*), Ancienne Maison Aug. Vincent, Vincent, Fréal & C^{ie}, successeurs (ardıllar), 1934.
- Arts et mathématique (Sanat dalları ve matematik), *Revue d'esthétique*, cilt XIV, fasiküller II ve IV, Paris, Librairie philosophique J. Vrin, 1961, özellikle: Étienne Souriau, *L'Art et les nombres* (*Sanat ve sayılar*); Paul Montel, *La Mathématique du nombre d'or* (*Altın oranın matematiği*); Élisa Maillard, *Les proportions du nombre d'or dans les œuvres à deux dimensions* (*İki boyutlu eserlerde altın oranın ölçüleri*).
- Pacioli (Luca), *Divine Proportion* (*İlahi oran*) (Leonardo da Vinci çizimleriyle İtalyanca metnin Fransızcaya tercümesi), Librairie du Compagnonnage, 1980.
- Willard (Claude-Jacques), *Le nombre d'or* (*Altın oran*), Éditions Magnard, 1987.

ALTIN ORAN

MARIUS CLEYET-MICHAUD

Türkçesi: EZGİ GÜHER GÜLER

SANATÇILAR VE ŞAİRLER TARAFINDAN SIKÇA KULLANILAN GİZEMLİ BİR İFADE VE GERÇEK BİR ARİTMETİK NİCELİK OLAN ALTIN ORAN, BAZILARININ İNANDIĞI GİBİ BİLGİNİN ANAHTARINI MI TAŞIYOR? BU KİTABIN AMACI, HEM FİZİKSEL (DAHA DOĞRUSU ASTRONOMİK) BİR NİCELİĞİ HEM DE BAZI ESTETİK ÖZELLİKLERİN ATFDİLDİĞİ TAMAMEN ARİTMETİK BİR NİCELİĞİ BELİRTMEK İÇİN KULLANILAN BU SAYININ MATEMATİKSEL ÖZELLİKLERİYLE SINIRLI KALMADAN, ALTIN ORAN TARAFINDAN BAŞTAN ÇIKARILAN VEYA İLGİSİNİ ÇEKEN HERKESE BİR DİZİ OLURLU GERÇEK SUNUYOR. BU "İLAHİ ORAN"IN İCAdİNIN VE MATEMATİK, SANAT (RESİM, MÜZİK, ŞİİR) VE MİMARİDEKİ UYGULAMALARININ TARİHİ NEDİR? HANGİ MİSTİSİZME İLHAM KAYNAĞI OLMUŞTUR?

Kültür Kitaplığı: 192; Bilim: 14

