

Keyifli Okumalar Dileriz

Binlerce kategoride milyonlarca PDF e-kitap, ders kitapları, dergiler ve romanlara platformumuz üzerinden ücretsiz ulaşabilirsiniz.

RESMİ WEB SİTEMİZ

<https://rantey.org>

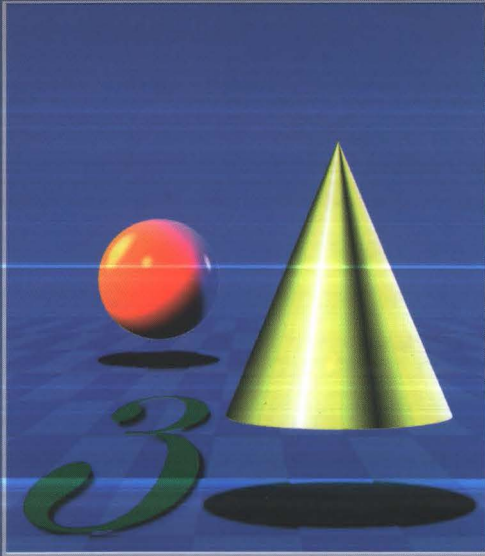
Yedek ve Duyuru Kanallarımız

Sitemize erişim engeli gelmesi veya adres değişikliği durumunda aşağıdaki kanallardan güncel giriş adresine erişebilirsiniz:

- Telegram: <https://t.me/birkitapbir>
- WhatsApp Kanalımız : <https://whatsapp.com/channel/0029VbDHv8uE50Us4lvMoc0Y>

Matematiğin Aydınlık Dünyası

Sinan Sertöz



MATEMATİĞİN AYDINLIK DÜNYASI

Sinan Sertöz

Matematiğin Aydınlık Dünyası

Sinan Sertöz

© Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu, 1996

Bu yapının bütün hakları saklıdır. Yazılar ve görsel malzemeler, izin alınmadan tümüyle veya kısmen yayımlanamaz.

*TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları'nın seçimi ve değerlendirilmesi
TÜBİTAK Yayın Komisyonu tarafından yapılmaktadır.*

ISBN 975 - 403 - 058 - 8

İlk basımı Ekim 1996'da yapılan
Matematiğin Aydınlık Dünyası
bugüne kadar 45.000 adet basılmıştır.

19. Basım Ekim 2004 (2500 adet)

Grafik Tasarım: Ödül Evren Töngür

Yayıma Hazırlayan: Özlem Özbal

Sayfa Düzeni: Şebnem Uygunuçarlar

TÜBİTAK

Popüler Bilim Kitapları İşletme Müdürlüğü

Atatürk Bulvarı No: 221 Kavaklıdere 06100 Ankara

Tel: (312) 467 72 11 Faks: (312) 427 09 84

e-posta: kitap@tubitak.gov.tr

İnternet: kitap.tubitak.gov.tr

Yenigün Matbaası - Ankara

Matematiğin Aydınlık Dünyası

Sinan Sertöz

İçindekiler

Önsöz	I
Teşekkürler	V
Sunuş	VII

1. Bölüm	1
Bir, İki ve Çok	

Püsküllü Bela	1
Ezberle!	2
Çay ve Elektrik	3
Nerede Satılır?	4
İcat mı Keşif mi?	5
Sağdan Say!	10
Sıfır Deyip Geçme!	11
Çadır, Geometri ve Şarap	12
Şah ve Mat	13
İnce Hesap	15
Sonsuzun Ucu Bucağı	16
Uzun Sözün Kısası	17
Notlar	19
<i>Eflatun ve Gödel</i>	19
<i>Abel'in Öyküsü</i>	20
<i>Galois'nın Öyküsü</i>	24
<i>Osmanlı Boş Durur mu?</i>	27
<i>Hayyam Üzerine</i>	27
<i>Eflatun Platon'un Nesi Olur?</i>	28

2. Bölüm 31

Sıfırdan Sonsuza

Sonsuzluk Beni Bekle	31
Matematikte Deney	32
Pi Sayısı Akla Sığar mı?	34
Spiraller, Helisler, Elipsler...	35
Çinicilik ve Yıldızlar	37
İznik'ten de Öte	38
Fraktallar	39
Fraktallardan Yıldızlara	43
Sayılar mı Çıldırdı?	45
Arayan Buluyor	46
Eski Çin'de Dik Üçgenler	50
Sayıların da Hastası Var	53
Yaşamak Akla Zarar	54
Notlar	55
<i>Spiral ve Helis</i>	55
<i>Fraktal Yakalamak</i>	56
<i>Altın Oran ve Fibonnacci Sayıları</i>	57

3. Bölüm 63

Hiçlikten Varlığa Giden Yol

Perge'den Çıktık Yola	63
Zamanı ve Mekânı Terk Ediyoruz	67
Sonsuzluğun Yolcuları	68
Milet'te Mola Veriyoruz	76
Notlar	77
<i>Koni Kesitleri</i>	79
<i>Kaç Tane Asal Sayı Var?</i>	80
<i>Kitab-ı Mahrutat</i>	82

4. Bölüm 83

Ben Bilirim

Bizim de Kralımız Var	83
Bilmek ya da Bilmemek	86
Önemli İş	89
İstanbul'dan Sicilya'ya	91
Soyut Neye Yarar?	95
Üretmenin Dik Alâsı	98
Çakıl Taşlarında Bilim	101
Perge'den Prag'a	102
Kumsalda Final	106
Notlar	107
<i>Fermat'nın Hikâyesi</i>	107
<i>Piri ve Seydi Reisler</i>	108
<i>Kitab-ı Bahriye: Tıpkı Basımı ve Aslı</i>	110
<i>Brahe ve Kepler</i>	111
<i>Takiyeddin Efendi</i>	112
<i>Newton ve Pençesi</i>	113
Bitirirken	115
Dizin	117

Önsöz

Bir gün ofisimde oturmuş kendi halimde matematik çalışırken eşim beni ziyarete geldi. Eşim TRT’de belgesel yönetmeni olduğu için çalışma saatlerinin normal insanların saatleriyle uyum içinde olmamasına alışığım. O yüzden bu durumu yadırgamadığım gibi bunu fırsat bilip ona üzerinde çalıştığım problemi ve bu problemle ilgili tarihi anekdotları anlatmaya başladım. Konu konuyu açıyor ve ben hep anlatıyordum. Böyle durumlarda Tülin’in beni büyük bir sabırla dinlemesine alışık olduğum için o gün aslında biraz daha büyük bir sabır göstermekte olduğunu fark edemedim. Bir ara ben nefesimi toplamak için durakladığımda bana “Beraber bir program yapsak bunları kamera önünde de anlatır mısın?” dedi. Böyle bir programı TRT’nin çekme olasılığı olmadığını düşündüğümünden tartışma çıkarıp da anlatmakta olduğum hikâyenin sonunu güme getirmeyeyim diye “Olur” dedim. Ama evdeki hesap çarşıya uymadı. O hikâyenin sonunu getirip getiremediğimi bile hatırlamıyorum. Çünkü Tülin bana böyle bir programın önerisini o gün TRT’ye verdiğini ve gerekli sözlü onayları aldığını söyleyiverdi.

İşte bu kitap o belgeselden hareketle hazırlandı.

Film ilk kez TRT 2’de yayınlandı. İlk yayın tarihleri 19 Mart, 26 Mart, 2 Nisan ve 9 Nisan

1994 Cumartesi 21:00 olan dizi daha sonra TRT INT'te pek çok kez tekrarlandı. İstanbul Üniversitesi'nin 1995 yılı açılış programı dahilinde filmin tamamı gösterildi ve filminden sonra seyircilerle sohbet etme olanağı bulduk. Aynı yıl Bilkent Üniversitesi Fen Fakültesi öğrencileri filmi video gösterileri programında gösterdiler. 17 Nisan 1996 tarihinde Bilkent Üniversitesi Matematik Topluluğu, ilk faaliyeti olarak filmin gösterimini yaptı. Bu gösteriden sonra öğrencilerle yaptığımız sıcak sohbet ve filmin gösterimi için almaya devam ettiğimiz davetler bu kitabı bitirmek için gereken gücü bulmamı sağladı.

Bir televizyon belgeselini kitaba aktarmanın hiçbir emek gerektirmeyeceğini sanıyordum. Oysa film diliyle kitap dili arasındaki farkı gözden kaçırmışım. Filmde el hareketleri, yüz mimikleri ve ses tonuyla söylenen grameri bozuk bir cümle aslında o anki mesajı yerine ulaştıran en doğru cümle olabiliyor. Oysa bu cümleyi yazıya döktüğünüz zaman el hareketleri, mimikler ve ses tonu uçuyor, geriye iler tutar yanı kalmamış bir 'yanlış' cümle kalıyor. Bu cümleyi düzelttiğiniz zaman da o cümlemin zamanında taşımış olduğu canlılık, gerçeklik ve hatta anlam yok oluyor. Bu yüzden kitabı hazırlarken gerekli değişiklikleri, ekleme ve çıkarmaları yaptım. Ayrıca hem metnin içine hem de bölüm sonlarına konunun gerektirdiği bazı notlar ve açıklamalar ekledim. Böylece kitabın bir filmin anlatısı olmaktan çıkıp, anlattıklarıyla kendi ayakları üzerinde duran bir yapıya kavuştuğuna inanıyorum.

Bu çeşit filmler niye çekilir, bu çeşit kitaplar niye yazılır? Her eser, ne kadar alçakgönüllü

olursa olsun, büyük sancılarla doğar. Tarih boyunca pek çok insan kendisini, bilerek bu sıkıntıya ve acıya neden sokmuştur? Kendi çağındaki insanların artık şiirden zevk almadığını, paradan ve 'hemen, derhal, şimdi' elde edilecek maddi çıkarlardan başka bir şey göremediğini gelecek kuşaklara şikâyet etmenin ve bugünün yalnızlığını yarınların hayali okuyucularıyla gidermeye çalışmanın bir yolu mudur acaba kitap yazmak?

Bugün 19 Nisan 1996. Dün Anadolu'ya kar yağdı...

Teşekkürler

Bu kitaba kaynaklık eden filmin çekimi sırasında görev anlayışının ötesinde içten çalışmalarıyla en umutsuz anlarda bizi yüreklendiren TRT çalışanlarına, başta başkameraman Alyat Burç ve montajcı Yusuf Şen olmak üzere, teşekkürler.

Asistanımız Alparslan Acarsoy'a amatör ruhun heyecanıyla profesyonel beceriyi birleştirebildiği için teşekkürler.

Dostumuz Reyhan Ayfer'e araştırma safhasında enerji ve bilgisini bize cömertçe sunduğu için teşekkürler.

Görüşlerini ve bilgilerini bizimle paylaşan dostlarımız Ali Alpar, Ayhan Altıntaş, Feza Arslan, Reyhan Ayfer, Aydın Aytuna, Volkmar von Craeve, Kâzım Çeçen, Orhan Duru, Tuğrul Hakkioğlu, Mehmet Koca, Mefharet Kocatepe, Ali Nesin, Erdoğan Şuhubi, Tosun Terzioğlu, Cem Tezer ve Yalçın Yıldırım'a teşekkürler.

Gerek filmin gerekse kitabın hazırlık safhasında bizi destekleyen, en umutsuz anlarda bizi yüreklendiren, filmin yayını sırasında beğenilerini bize iletme nezaketini gösteren dostlara teşekkürler. Öte yandan filmimiz yayınlanırken seyretmeyen, bu konuyu hiç açmayan, bizi ve çalışmamızı sessizlik denizinde boğmaya teşebbüs

eden, muhtemelen bu kitabı da okumayacak olan diğer ‘yakın’ dostlarımıza, istemeden de olsa karakterimize güç kattıkları için, teşekkürler.

Belgesel film ile ciddi görünümlü magazin programları arasında hâlâ bir fark görebildiği ve belgesel filmin Türkiye’de tek destekçisi olmaya devam ettiği için TRT’ye teşekkürler.

Kitap okunmadığı iddialarına kanmadan inatla, ısrarla ve büyük bir başarıyla Popüler Bilim Kitapları Dizisini yayımlamaya devam eden TÜBİTAK’a teşekkürler.

Bu kitaba kaynaklık eden belgesel film televizyonda oynadığı sıralarda bizi telefonla arayıp kutlayan, yüreklendiren o hiç tanımadığımız seyircilere teşekkürler. Böylesi bir filmc, böylesi bir deliliğe insan neden başlar sorusunu kendimize sık sık sormuştuk. Sizin telefonlarınız tüm sorularımızın cevabı oldu. Şu koskoca evrende yalnız olmadığımızı bize hissettirdiğiniz için teşekkürler.

Sinan Sertöz

Sunuş

Bu film projesine girmeye beni Tülin ikna etti. Sınıftaki üniversite öğrencisine ders verme üslubundan televizyon seyircisine konu anlatma üslubuna geçmemi Tülin sağladı.

Kamera karşısında heyecandan katılıp kalma derecesinden irticalen espri yapma düzeyine beni Tülin itti.

Film televizyonda oynarken aşırı heyecandan oturduğum sandalyeden düşmeyeyim diye elimi de tuttu...

Bütün bunlar için Tülin'e teşekkür ederim ama tam kurtulduğumu düşünürken beni bu kitabı yazmaya ikna etmesine ne demeli?

Bu kitap sana Tülin, teşekkürlerimle...

1. Bölüm

Bir, İki ve Çok

Püsküllü Bela

Birçok insan için matematik, hayatını zehir eden derslerden, içine korku salan sınavlardan ve okulu bitirir bitirmez kurtulacağı bir kâbustan ibarettir. Bazıları içinse matematik, hayatı anlamının ve sevmenin bir yolu olabilmiştir. Çünkü sevmenin yolu, her şeyde olduğu gibi, burada da anlamaktan geçer. Ancak anlayabildiğimiz şeyleri severiz.

Matematik ders kitapları da genellikle bu “anlama” eylemine yardımcı olacak şekilde yazılmaz. Ankara sahaflarında bir lise geometri kitabı buldum. Kitabın İngilizce oluşundan belli ki Ankara’daki kolejlerden birinde ders kitabı olarak kullanılmış. Sahibi kitabın hemen hemen her sayfasında bazı cümlelerin altını çizmiş, bazı denklemleri de kutu içine almış. Kalem bastırışından, çizgilerin acımasızlığından anladığım kadarıyla çocuk ızdırıp dolu bir yıl geçirmiş ve okul biter bitmez de büyük bir zevkle kitabı satmış. Âdeta ondan kurtulmuş. Oysa lise geometrisi ne kadar heyecan verici konuları içerir. Binlerce yıl önce Akdeniz havzasında gelişmiş olan o berrak düşünce gücünün insanoğlunu ölümsüzlük kavramıyla ilk tanıştırışı...

Öklit'in "Nokta ki büyüklüğü olmayan." tanımıyla başlayan onüç ciltlik geometri kitabı ki bugün hâlâ en çok satan kitaplar arasında... Perge'li Apollonius ve koni kesitleri üzerine yazdığı sekiz ciltlik kitap ki son cildi binlerce yıldır kayıp...

Ezberle!

Böylesi bir maceranın izlerini bir öğrenci nasıl mürekkepli kalemıyla hoyratça çizer... Fazla düşünmeme gerek kalmadan bazı denklemleri içine alan, hırsla çizilmiş kutulardan birinin üzerinde aynı kızgınlıkla altı çizilmiş bir cümle takılıyor gözüme: "Aşağıdaki bağıntılar ezberlenmelidir." Burada donup kalıyorum. Bunun matematikle bir ilgisi yok. Matematikte ezber diye bir şey yoktur.

Doğanın hiçbir yerinde hiçbir yaratık hiçbir şeyi ezberlemez. Ancak kötü matematik kitapları "şunlar ezberlenecektir" der. Yazar bu kitapta niye "ezberlenecek" demiş? Çünkü konuyu önce kendisi anlamamış. Konunun ne kadar zevkli olduğunu, ne kadar eğlenceli olduğunu, doğanın neresine baksanız bir elips, bir daire göreceğinizi ve bunların nasıl bir uyumla birbirinin içinde olduğunu hissedememiş. Hissedemediği için de "kuru bağlantılar, alt alta yazılan denklemler, sağ taraftakiler sol taraftakileri götürür, ve bir sonuç çıkar. Siz de ezberleyip bunları yapın." demiş.

Bu çeşit derslerden geçip gelen insanların matematikten nefret etmesi kadar normal hiçbir şey yoktur. Ama matematiğin kendisi bu çeşit ezberlere, bu çeşit anlayışsızlıklara bağlı olan bir konu değil. Matematik, Yaratıcının doğanın içine bıraktığı ipuçlarıdır.

Çay ve Elektrik

Masamda soğumakta olan bir bardak çayın içinde de matematik var. Çünkü burda belli bir fizik kuralına göre bu soğuyor. Nasıl soğuyor? Çayın sıcaklığı ile odanın sıcaklığı arasındaki farkla doğru orantılı bir hızda çay ısı kaybediyor ve odanın sıcaklığına yaklaşıyor. Bunu üssel bir fonksiyonla verebiliriz. Buradaki belli katsayıları bir iki deneyle ölçtükten sonra odanın içine konan herhangi bir sıcaklıktaki bir cismin kaç saniye sonra oda sıcaklığına geleceğini önceden bilebiliriz. Zaten insanların matematikle, bilimle uğraşmaya başlamasının temelinde yatan içgüdü de budur; doğa olaylarını önceden kestirebilmek, önceden anlayabilmek ve diğer insanlara karşı bir üstünlük sağlamak.

*Ayhan Altıntaş** – Elektrik mühendisliği demek aslında büyük ölçüde matematik demek. Elektrik mühendisliğinde yaptığımız işler matematiksel çözümlerden oluşuyor. Örneğin insanlar eskiden elektrik alanıyla manyetik alanı farklı şeyler olarak görüyorlardı, ta ki Faraday'ın 19. yüzyılın başlarında yaptığı deneylere kadar. Bu deneylerden sonra anlaşıldı ki elektrik alanı ve manyetik alan ayrı şeyler değil, birbirleriyle ilişkisi olan şeyler; birbirlerini üretebilen şeyler. Daha sonra Maxwell matematiksel olarak gösterdi ki bunlar tamamen aynı şeyin iki ayrı görüntüsü. Örneğin bir bardağı elinize

* Bilkent Üniversitesi Mühendislik Fakültesi öğretim üyesi.

aldığınız zaman bu bardağa yandan bakarsanız bir silindirik bardak görüyorsunuz. Fakat alttan baktığınız zaman bir daire görüyorsunuz. Demek ki bir türlü bakınca buna daire diyorsunuz, başka türlü bakınca silindir diyorsunuz. Aynı şekilde elektrik alanı ve manyetik alan da aynı şeyin iki ayrı görüntüsü. Hatta Maxwell'in teorisi daha da ileriye gitti. Gösterdi ki ışık da bunun içinde. Yani ışık, elektrik alanı, manyetik alan, üçü de aynı şeyin değişik görüntüleri.

Nerede Satılır?

Matematik belli bir eğitimden sonra, kişinin kendi kendisine kazandıracığı bir eğitimden sonra, elde edilen bir yaşama sevincidir, bir insanlık macerasıdır. Ve bu eğitimi kişi kendi çabasıyla alır. Okullarda, üniversitelerde ancak matematiğin malzemesi verilir. Matematikçi olmak kişinin kendine kalmış bir serüvendir. Tıpkı felsefe eğitimi görmüş birisiyle filozof arasında kıyas kabul etmez bir fark olduğu gibi, matematik eğitimi almış bir kişi ile matematikçi arasında da insaf sınırlarının ötesinde bir fark vardır. Matematik eğitimi almış bir kişi size çözmek için güzel problemler bulup getirebilir. Matematikçi ise size çözümleri ve çözümlerin birbirleriyle şaşılası uyumunu anlatır.

Bakar bakmaz görülemeyecek kadar saklı ve karmaşık, ama insan beyninin çabalarıyla ulaşabileceği kadar yakın. Mutlak doğru, kesin ve değişmez, ama yalın, güzel ve ahenkli. Tanrı sanki evreni yaratırken koyacağı kuralların yalnızca

doğru çalışmasıyla yetinmemiş, bu kurallara insan ruhunu yüceltecek güzellikler katmak istemiş. Galileo “İnsana bu mükemmel beyni veren tanrının, insanın bu beyni kullanmasını istemediğine inanmıyorum.” derken işte doğanın sırlarında saklı olan bu güzelliklere ulaşma heyecanını dile getiriyordu.

Bilgisizliğin boş ve dingin huzurunu değil, bilginin coşkun mutluluğunu aramak. İşte binlerce yıldır süren bu arayışın adı Matematik.

İcat mı Keşif mi?

Bir görüşe göre matematik insan beyninin bir icadıdır ve insanın soyut düşünebilme yeteneğinden kaynaklanır. Bir başka görüşe göreyse matematik ilahi düzenin içinde vardır ve insanın matematik yapması doğanın bu mükemmel ahengini gözlemekten ibarettir. Yani bir görüşe göre matematik icat edilir, diğer görüşe göre de matematik zaten doğanın sırları içine kodlanmış olarak vardır ve insan onu sadece keşfeder.

*Ali Nesin** – Hiçten bir şey var olmaz tabii. Matematik de bir şeyden var oluyor. Somuttan geliyor. Çok soyutlanmış, çok somuttan kopmuş, özellikle benim yaptığım matematik. Ama gene de bunlar doğanın kanunları. Yani yaptığım şeyler var yine de; doğada bir yerlerde var. Bunu nasıl söyleyebileceğimi bilmiyorum çünkü burada felsefeye giriyor. İnanıyorum ki gerçekten bütün matematik-

* Kaliforniya Üniversitesi Irvine yerleşkesi Matematik Bölümü öğretim üyesi.

te herşey doğada var; biz yaratmıyoruz, onları buluyoruz. İnsanlığın uygarlığı bir apartman gibi. Her geçen yıl bir kat daha yukarı çıkıyoruz. Geçen yüzyılda çok çıktık! Her katta yeni bir şeyler buluyoruz. Her yeni katta doğanın kanunları ve mantık nedir bunları buluyoruz. Yani şunu demek istiyorum. Matematik bir tanedir, iki tane matematik yoktur. Bir tane matematik vardır, biz de o matematiği buluyoruz. Uzaylılar olsa diyelim, onlar zeki yaratıklar olsalar, orada matematik yapsalar, onların yaptığı matematikle bizim yaptığımız matematik arasında hiçbir ayrım olamaz, diye düşünüyorum ben. Tabii kanıtlanmaz böyle bir şey ama içimde öyle bir his var, sanki böyleymiş gibi.

*Tosun Terzioğlu** – Matematiği biz mi yaratıyoruz yoksa var olan bir şeyi adım adım ortaya mı bulup çıkartıyoruz? Gerçekten her iki ekolün de kuvvetli savunancıları var. Matematikçiler daima “güzel teorem”, “daha güzel ispat” gibi terimler kullanırlar ve bu bir matematikçi için de gayet doğaldır. Matematikçi olmayana ise garip gelir. Yani bir ispatın öbüründen daha güzel olması ne demek? Daha mı kısa? Her zaman daha da kısa değil. Ama matematiğin kendi iç estetiği var. Bir güzellik duygusunu beraberinde getiriyor muhakkak ki. Bunu da hiç yadırgamamak gerekir çünkü soyut bir şey ol-

* 1993 - 1997 yılları arası TÜBİTAK Başkanı.

duğu için, insanın aklıyla yaptığı bir şey olduğu için, sanatla çok yakın ilişkisi var. Belki en yakın da müzikle ilişkisi var. Yalnız matematikçilerin bu konuda ufak bir şanssızlığı da var. Her insan bir tür müziğı belli ölçüde sever, dinler. Daha ciddiye alıyorsa bir alet çalmasını öğrenir. Yahut kompozisyon yapar. Ama her insan matematikteki güzelliğı, estetiğı anlayamaz çünkü matematik bilmediğı için ondan bir yerde yoksundur. Bence o bir kayıp...

*Erdoğan Şuhubi** – İnsan niye matematik yapar sorusunu yanıtlamak sanıyorum pek mümkün değil. Niyesinin yanıtını vermek pek mümkün değil. Çünkü bütün bilimlerde olduğu gibi bir adam niye bilim yaparın temelde içindeki dürtüden kaynaklanması gerek. Tabii bu işin her zaman böyle olmayan tarafları da var. Yani ticari boyutu da biraz büyümekte bilimin, maalesef diyeyim, son zamanlarda. Ama gene de ticari açıdan bilim yapanla içindeki dürtü nedeniyle bilim yapan kimse arasında ürettiğı ürünler açısından farklılık çok açık seçik olarak görülmekte. Kalıcı bütün bulgular sanıyorum bu tür insanlardan, para kazanmak ya da ticari bir isteğı karşılamak amacıyla değil de bilgi üretmek, bir merakı tatmin etmek, bir arayış duygusunu bir şekilde tatmin edebilmek arzusuyla çalışma yapanlardan çıkabiliyor.

* İTÜ Matematik Bölümü öğretim üyesi.

İnsan niye matematik yapar? Belki Abel örneğini vermekte yarar var. Çok genç yaşta nerdeyse açlıktan verem olup ölen bir kimse. Sırf matematik yapabilmek için bu sonu bile bile göze almış sayılabilir. Bir Galois'ı düşünseniz; yirmi yaşlarında ertesi gün düello edeceğini ve becerisinin olmaması nedeniyle düelloda hayatını kaybedeceğini hemen hemen yüzde yüz kesinlikle bilmesine karşın hayatının son gecesini oturup Galois gruplarıyla ilgili en son kafasından geçen fikirleri bir kağıda dökmeyi ve de "... ömrüm devam edebilse yapacak daha nelerim var" diye işi kapatmayı düşünebiliyor adam. Çoğu kimse herhalde ertesi gün öleceğini bilirse matematikle uğraşmayı pek kolay kolay göze alamaz. Demek ki en önem verdiği, kişinin nerdeyse hayatı kadar önem verdiği, bir mesele haline geliyor bazı insanlarda bu. Tabii bu yalnız matematik değil. Yani bilime tutkuyla bağlı olan... "Bilime" der-



Galois

ken de tabii şunu açıkça vurgulamakta yarar var. Bilimle uğraşmak demek doktor olmak, doçent olmak, profesör olmak, akademik rütbeler kazanmak ya da bunları kazanmak için birtakım işler yapmak değil. Yani bilim insanının öğrenme, anlama arzusuunu çok zorlayıcı bir şekilde tatmin etme hissi. Yani bunu yapmak istiyor. Bunu yapamadığı takdirde çok rahatsız oluyor. Bu hissi tatmin etmek için çaba göstermediği takdirde kendine karşı ihanet etmiş gibi oluyor belki de kişi.

*Feza Arslan** – Ülkenin matematiğe en yakın kafaları, matematiği seven kafaları ve bunu beceren insanları matematiğe girmiyorlar. Bunun altında da maddi koşullar olsun, genel olarak temel bilimlerin gözden düşmüşlüğü gibi birçok etken yer alıyor. Oysa belki toplumda böyle bile olsa, ben şunu iddia ediyorum, matematikçiler aç bile kalsa bu işi aşkla, sevgiyle yapacak insanlara gereksinim var bu ülkede, bütün dünyada. O anlamda içinde bu aşkı duyan, bu sevgiyi duyan herkesin bu yolda sonuna kadar yürümesi gerektiğini düşünüyorum.

Matematik felsefesinin teknik labirentlerine girmeden bu konuda kendi görüşünüzü oluşturmak isterseniz pencerenizi açıp Samanyolu'ndan size göz kırpan milyonlarca yıldızı bir süre seyrederin.

* Bilkent Üniversitesi Matematik Bölümü doktora öğrencisi.

Sağdan Say!

Matematiğin ilk eylemi sayı saymaktır. Belki de sayılara ilk ihtiyacı olan kişi koyunlarını otlatan bir çobandı. Bazı kültürlerde, örneğin bir kıızılderili kabilesinde sayılara gerek yoktu; onlara göre her hayvan bir fertti. Onları tanıyorlardı ve bir tanesinin yokluğunu hemen hissedebiliyorlardı. Tavuklar da genellikle altlarında kaç yumurta olduğunu ‘bilir’ ve eksildiği zaman anlar. Ama insanların bundan daha ayrıntılı bilme biçimlerine ihtiyaçları vardı. Sayı saymak için önce parmakların kullanıldığını tahmin ediyoruz, çünkü bugün hâlâ kapalı kabilelerde parmaklar kullanılıyor. Daha da ilginç Papua adasında sayı saymak için bileklerini, dirseklerini omuzlarını, kulaklarını ve gözlerini kullanan bir kabile bulunmuş. İlkel sayı sayma yöntemlerinden bir başkası da birçok sayıyı sadece 1 ve 2 kullanarak yazan bir sistem. Buna çok benzeyen ikili bir sistem de bugün bilgisayar teknolojisinin temelini oluşturuyor.

Sayı sistemi oluşmaya başladığında insanlar çok uzun bir süre sadece 1 ve 2’yi bildiler. Gerçekten de 1 ve 2’nin diğer sayılardan farklı bir yeri ve önemi olduğunu görüyoruz. Belki de en ilginç örnek Sümer tarihinden geliyor. Sümerce’de 1 ve 2 ile “kadın” ve “erkek” aynı sembollerle gösteriliyor. Hatta 1 ve 2’nin “ben” ve “sen” demek olduğu toplumlar da var. Üç sayısı ise 1 ve 2’den çok sonra bulunuyor ve önemli bir çokluk belirttiği için kelimenin anlamı tamamen değişiyor. En güzel örneği de eski Çin ideogram-

larında. Anlamı “erkek” olan şekilden üç tane olunca anlam “herkes”, “ağaç” anlamındaki şekilden üç tane varsa anlam “orman”, “kadın” demek olan ideogramdan üç tane olduğu zaman da anlam “dedikodu” olarak değişiyor. Eski Mısır hiyerogliflerinde “cennet” anlamına gelen sürahidenden üç tane olduğu zaman anlam “sel” olarak değişiyor. “Dalga” anlamına gelen şekilden üç tane olursa “su” anlamına geliyor. “Bitki” demek olan işarettten üç tane olursa da anlam “bitkiler” oluyor.

Sıfır Deyiş Geçme!

Sıfırın bulunması ise çok daha sonra oluyor. Yani insanlar yüzyıllarca sıfırsız yaşıyor. Sıfırı ilk bulanın Hintliler olduğu, bu kavramın oradan Araplar’a ve sonra da Avrupa’ya yayıldığı düşünülüyor. Sıfırı hesap yapmak için ilk kullanan kişiyse 800 yıllarında El Harizmi. Sıfırın insanlık kültürüne katılmasının yazının icadından ancak 4800 yıl sonraya rastlayabildiğine dikkat etmek gerekir!

Matematiğin Çin’de ve Mezopotamya’da başladığını biliyoruz. Bu bilgi zamanla İskenderiye’ye ve Ege kıyılarına taşındı. Buradaki parlak dönemini bitirmeye başladıktan sonra da bu medeniyet meşalesini Araplar devraldılar ve matematik tekrar Mezopotamya havzasına geri geldi. Bu dönemin en önemli iki ismi El Harizmi ve Ömer Hayyam’dır. El Harizmi yazdığı *Aktarma ve Kısaltma Bilimi* adlı kitabıyla cebirin başlangıcını yapmıştır. Bu kitabında bugün için bize çok basit gelen ama o zaman için büyük

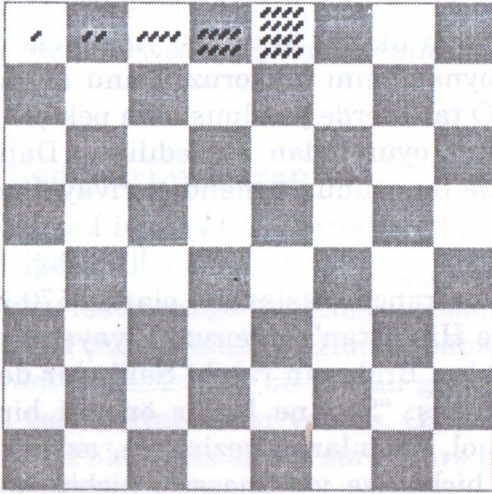
teknikler sayılan, bir denklemin bir tarafından öbür tarafına değer aktarma ve bir denklemin içindeki ifadeleri sadeleştirme tekniklerini anlatmıştır.

Çadır, Geometri ve Şarap

Onbirinci yüzyıldan günümüze kalan matematikçilerden birisi de Ömer Hayyam. Ömer Hayyam'ın matematiğe başlaması tesadüfle olmuş. Babası çadırcı imiş ve oğlunun baba mesleğini devam ettirmesi için bir miktar geometri öğrenmesi gerektiğine karar vermiş. Oğluna hocalar tutmuş. Fakat hocalar bir süre sonra bu çocuğun çadırcılıkla yetinmeyeceğini anlamışlar ve babasından rica edip eğitimini sürdürmesini sağlamışlar. Böylece matematikçi olan Hayyam hocalarının yüzünü kara çıkartmamış. Kendisinden yüzyıllar sonra bulunan ve Avrupa'da başka matematikçilerin adıyla anılan pek çok sonucu 11. yüzyılda bulmuş, fakat bunları pazarlamasını beceremediği için bu teoremlerin hiçbirinde onun adı yok. Bunlara örnek olarak Pascal üçgenlerini, binom teoremini ve aritmetik dizi toplamalarını verebiliriz. Ömer Hayyam matematik bilgisi sayesinde saraya da yanaşmış, çünkü yöneticilerin her zaman matematik bilen birisine ihtiyacı var. Ordunun düzenlenmesi, vergilerin belirlenmesi, takvim hazırlanması daima matematik bilgisine ihtiyaç duyuyor. Sarayda Ömer Hayyam'ın rahat ettiğini biliyoruz. Burada şarap içtiğini ve rubai yazdığını da biliyoruz. Fakat bu rubailer ayrı bir kitabın konusu. Onu da bir başka zaman anlatırız...

Şah ve Mat

Satrancın ilk kez M.S. 570 yıllarında Hindistan'da oynandığını biliyoruz. Bunu nerden biliyoruz? O tarihlerde yazılmış olan pek çok evrakta satranç oyunundan söz ediliyor. Daha önce Çin'de de bu oyunun oynandığı rivayet ediliyorsa da Çin kayıtlarında, o her şeyi kaydeden Çin kayıtlarında, satrançtan söz edilmediği için biz yine de satrancın başlangıcı olarak 570-600 yıllarını ve Hindistan'ı alıyoruz. Rivayet olunur ki bunu bulan Brahman rahibi Şah'a bir ders vermek istemiş. "Sen ne kadar önemli bir insan olursan ol, adamların, vezirlerin, askerlerin olmadan hiçbir işe yaramazsın, hiçbir önemli iş yapamazsın" demek istemiş. Şah durumdan memnun görünmüş, "Peki, oyunu ve dersini beğendim. Dile benden ne dilersen" demiş. "Bir matematik sohbetinde satranç nerede işin içine giriyor?" diyorsanız işte burada giriyor: Rahip bu olay üzerine Şah'ın alması gereken dersi hâlâ almadığını düşünerek "Bir miktar buğday istiyorum" demiş. "Sana bulduğum bu oyunun birinci karesi için bir buğday istiyorum. İkinci karesi için iki buğday istiyorum. Üçüncü karesi için dört buğday istiyorum. Böylece her karede, bir önceki karede aldığım buğdayın iki misli buğday istiyorum. Sadece bu kadarcık buğday istiyorum" demiş. Şah, kendisi gibi yüce ve kudretli bir şahtan isteye isteye üç beş tane buğday isteyen bu rahibin, küstahlığa varan alçakgönüllülüğüne sinirlenmiş ve ona bir ders vermek istemiş. "Hesaplayın. Hak ettiğinden bir tane fazla buğday vermeyin" demiş.



Satranç tahtasında buğdaylar

Birinci kareye bir buğday ve sonraki her kareye, bir önceki kareye konan buğday sayısının iki katı buğday koyalım. Kullanılacak buğdayların sayısını kolayca bulabiliriz:

1. kareye	2^0 buğday =	1
2. kareye	2^1 buğday =	2
...		
10. kareye	2^9 buğday =	512
...		
30. kareye	2^{29} buğday =	536 870 912
...		
60. kareye	2^{59} buğday =	576 460 752 303 423 488
...		
64. kareye	2^{63} buğday =	9 223 372 036 854 775 808
...		
Toplam	$2^{64} - 1$ buğday =	18 446 774 073 709 551 615

Tam olarak 18 kentilyon 446 katrilyon 774 trilyon 73 milyar 709 milyon 551 bin 615 tane.

İnce Hesap

Hesaplamaya başlayınca ilk kareler kolay gitmiş. Birinci kareye bir buğday, ikinci kareye iki buğday, üçüncü kareye dört buğday... Ancak 10. kareye gelindiğinde toplam 1023 buğday vermeleri gerekiyor. Bu yaklaşık bir avuç buğdaya karşılık gelir; ben sizin için saydım. Hesabın hep böyle gideceğini, rahibe hep böyle üç beş buğday vereceklerini zannediyorlardı. Zaten 15. karede yalnızca 1.5 kilo buğday vereceklerdi. 25. kareye gelince vermeleri gereken buğdayın 1.5 ton olduğunu görmüşler ama fazla heyecanlanmamışlar. Oysa 31. kareye gelince bu işin şakası olmadığını anlamaya başlamışlar, çünkü vermeleri gereken buğday 92 tonmuş. Yine hesaplamaya devam etmişler. 49. kareye geldikleri zaman 24 milyon ton buğday vermeleri gerekiyor. Bu ise bugünkü Türkiye'nin bir yıllık buğday üretiminden daha fazla. 54. kareye geldiklerinde ise 771 milyon ton buğday vermeleri gerekiyor toplam olarak. Bu da dünyamızın bugünkü ölçülere göre bir buçuk yıllık buğday üretimi. "Madem başladık hesaplara, devam edelim" deyip bitirmişler. 64. kare de tamamlandığında bugünkü ölçülerle dünyanın 1500 yıllık buğday üretimini rahibe vermeleri gerektiği ortaya çıkmış.

Bu hikâyenin sonu bilinmiyor. Rahip bir miktar buğdaya razı olup gitti mi, yoksa Şah'tan iyi bir azar mı işitti bilmiyoruz. Satrancın günümüzden yaklaşık 1300 yıl önce bulunduğunu ve eskiden de dünyanın yıllık buğday üretiminin bugünkünden daha az olduğunu göz önüne alırsak rahibe olan borcumuzu hâlâ ödemediğimiz,

hâlâ borçlu olduğumuz ortaya çıkar. Allahtan bu borcun faizi yok. Bu upuzun ifadelerle anlattığımız sayının matematik dilindeki ifadesiyse kısa ve basit:

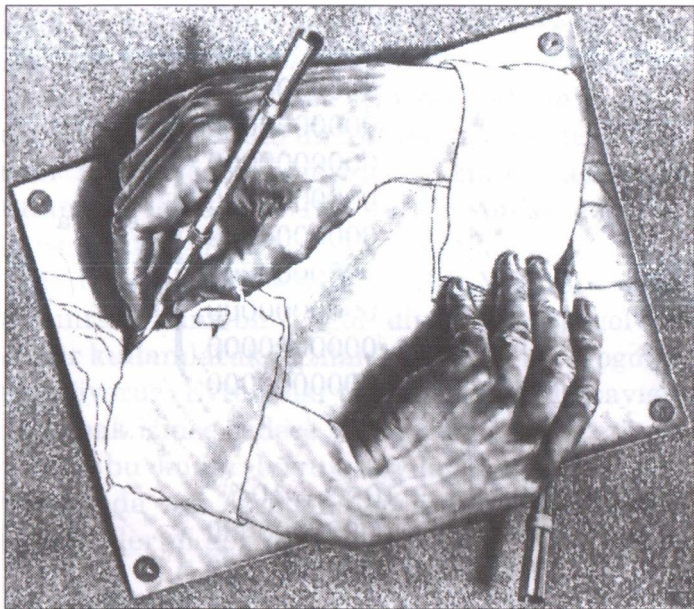
$$\sum_{n=0}^{63} 2^n = 2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615.$$

Bu toplamı görünce itiraz edebilirsiniz. “Hep ikiyle çarpa çarpa buğday koyduk. Nasıl oldu da tek sayı çıktı?” diyebilirsiniz. Unutmayın ki birinci kareye bir buğday koyduk.

Sonsuzun Ucu Bucağı

Sevdiklerimize onları sonsuza kadar seveceğimizi söyleriz, hatta buna biz de inanırız. Oysa sonsuz o kadar uzak ki... Sonsuzda ne biz varız, ne Dünya var, ne Güneş var, ne de Samanyolu var. Tüm kumsallardaki tüm kum tanelerini sayabiliriz. Ya da evrenin bilinen ölçüleri içinde kaç tane molekül olduğunu bile hesaplayabiliriz. Bu değerlerle düşünmeye başladığımız zaman içinde yaşadığımız zaman diliminin kıymetini daha iyi anlamaya başlarız. Onun ne kadar kısa, ne kadar değerli olduğunu görürüz. Matematikçilerin hayatı seven ama ciddiye almayan yaklaşımlarında bu sonsuz kavramıyla haşır neşir olmalarının bir etkisi var mıdır dersiniz?

Peki, bu sayma işlemlerinde kullandığımız sayıların kendilerini saymaya kalksak? Kaç tane tamsayı vardır dersiniz? Elbette sonsuz tane. Bu sonsuz kavramını kullanarak ondan daha büyük sonsuz kavramları da düşünebiliriz. Örneğin bir



Escher, *Birbirini Çizen Eller*, 1948.

doğru üzerindeki herhangi iki farklı nokta arasındaki nokta sayısı daha büyük bir sonsuz değere karşılık gelir. İnsanoğlu sonsuz kavramına ancak kendini tekrar eden ve döngüye giren durumlarla yaklaşabiliyor. Sonsuz denince akla bu kavramı sanatta en iyi biçimde yakalayan ünlü grafik sanatçısı Escher geliyor. Birbirini çizen eller, birbirine dönüşen varlıklar ve içine girdiğiniz zaman sonsuza kadar çıkamayacağınız resimler.

Uzun Sözü'n Kısası

İnsanın bu güzelliklerin sonsuza değin sürmesini dileyesi geliyor. Ama bol keseden bahsettiğimiz bu sonsuz süre ne kadar uzun bir süre? Ör-

$$\begin{aligned}
 1 \text{ gogol} &= 10^{100} \\
 &= 1 \text{ 0000000000} \\
 &\quad \text{0000000000} \\
 &\quad \text{0000000000} \\
 &\quad \text{0000000000} \\
 &\quad \text{0000000000} \\
 &\quad \text{0000000000} \\
 &\quad \text{0000000000} \\
 &\quad \text{0000000000} \\
 &\quad \text{0000000000} \\
 &\quad \text{0000000000}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} 1 \text{ gogol} &= 10^{100} \\ &= 1 \text{ 0000000000} \\ &\quad \text{0000000000} \\ &\quad \text{0000000000} \\ &\quad \text{0000000000} \\ &\quad \text{0000000000} \\ &\quad \text{0000000000} \\ &\quad \text{0000000000} \\ &\quad \text{0000000000} \\ &\quad \text{0000000000} \end{aligned}} \right\} 10 \text{ sıra}$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ gogolpleks} &= 10^{\text{gogol}} = 10^{10^{100}} \\
 &= 1 \text{ 0000000000} \\
 &\quad \text{0000000000} \\
 &\quad \text{.....} \\
 &\quad \text{.....} \\
 &\quad \text{.....} \\
 &\quad \text{0000000000} \\
 &\quad \text{0000000000}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} 1 \text{ gogolpleks} &= 10^{\text{gogol}} = 10^{10^{100}} \\ &= 1 \text{ 0000000000} \\ &\quad \text{0000000000} \\ &\quad \text{.....} \\ &\quad \text{.....} \\ &\quad \text{.....} \\ &\quad \text{0000000000} \\ &\quad \text{0000000000} \end{aligned}} \right\} 10^{99} \text{ sıra}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Evrenin tahmini yaşı} &= 12 \text{ milyar yıl} \\
 &= 3.7 \times 10^{17} \text{ saniye} \\
 &= 3.7 \times 10^{11} \text{ milyon saniye} \\
 &= 3.7 \times 10^8 \text{ milyar saniye}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\dots \\
 &= \underbrace{0.00\dots0037}_{82 \text{ sıfır}} \text{ gogol saniye}
 \end{aligned}$$

neğin bir milyon gün geçse ne kadar süre dolmuş olur? Bir milyon gün ancak 2739 yılı dolduruyor. Sayıları daha büyötmek için saniyelerle konuşsak; örneğin İstanbul'un fethinden bu yana sadece 17 milyar saniye geçmiş. Yazının icadından günümüze ise ancak 189 milyar saniye geçmiş. Bu ise bir trilyonun ancak beşte biri.

Bir trilyon oniki sıfırla yazılır. Yüz tane sıfır kullanırsak buna bir "gogol" diyoruz. Bir gogol tane sıfır kullanılarak yazılan sayıya da bir "gogolpleks" diyoruz. Evrendeki tüm moleküllerin sayısını yazmak içinse sadece yetmişdokuz sıfır yetiyor.

Tabii bu kadar büyük sayılarla uğraşmayan insanlar da var. Afrika'da bir kabilede sadece üç sayıyla işlerini görüyorlar: "Bir", "iki" ve "çok"...

Notlar

Eflatun ve Gödel

Edison elektrik ampulünü bulduğu zaman bu tartışmasız büyük bir icattı. Kristof Kolomb, Yeni Kıtayı bulduğu zaman bu da tartışmasız büyük bir keşifti. Edison olmayan bir şeyi bulmuş, icat etmişti. Kolomb var olan ama daha önce yeri bilinmeyen bir kıtayı bulmuş, keşfetmişti. Pisagor dik üçgen teoremini bulduğu zaman Edison'a mı yakındı Kolomb'a mı? Galois'nın kendi adıyla anılan teoriyi bulması icat mı keşif mi? Matematikçi mucit midir kâşif midir? Bu sorular tartışmaya açıktır. Her iki görüş de çok sağlam bir biçimde savunulabilir. Daha çok taraftar toplayan görüş, biraz da matematik dünyasının muazzamlığı karşısında duyulan bir hayranlıkla olsa gerek, Eflatuncu görüştür. Buna göre evrende

matematik vardır ve biz onu değişik açılardan gözler ve tasvir ederiz. Bu yaklaşıma göre biz matematikçiler bir peyzaj ressamıyız. Hepimiz tuvalimizi ayrı bir bakış açısına kurmuş, o matematik denen olağanüstü manzaranın bir köşesini görüp çizmeye çalışıyoruz.

Bir başka görüşe göre de biz ortaya çıkarmadan önce matematik yok. Ancak biz onu anlayıp ispat edince o var. Bu görüşe hiç kanım ısınmadığı için ayrıntısına giremeyeceğim. Üstelik bu yüzyılın başlarında Gödel bu görüşü savunan formalistlerin kalelerinde önemli bir delik açtı. Gödel matematikte herşeyi ispat etmenin mümkün olmadığını gösterdi. Bunu da son derece ikna edici bir yolla yaptı. Sonlu sayıda aksiyomla matematik yapmaya başladığımızı düşünelim. Gödel bu noktada bu aksiyomları kullanarak yazabileceğimiz anlamlı her cümleye karşı bir sayı dizisi kurdu. Daha sonra ispatlanabilecek bir cümleye karşılık gelen sayı dizisinin özel bir biçim göstermesi gerektiğini buldu. Bu şu demek: Bazı anlamlı cümleleri yazabiliriz ama sistem içinde ispatlayamayız. Bu sonuç birkaç varsayım la yola çıkıp tüm matematiği icat etmek isteyenlere felsefelerini gözden geçirmeleri için güçlü bir neden oluşturdu. Eflatun'un yaklaşımını biraz alçakgönüllülükten biraz da romantiklikten benimsemiş olanlar da sessizce sevindiler...

Abel'in Oyküsü

Niels Henrik Abel, 1802 ile 1829 yılları arasında yaşamış Norveçli bir matematikçi. O zamanlar genç bir insanın şöhreti yakalaması için tek çaresi Paris gibi büyük merkezlerdeki tanın-



Niels Henrik Abel

mış kişilerin takdirlerini kazanabilmek. Abel de Paris'te zamanın büyük isimlerinden Cauchy'ye bir çalışmasını takdim eder. Oysa Cauchy kendi ünüyle meşgul, bu kuzeyden gelen genç adamın verdiği çalışmayı okumadan kavbeder. Abel de Berlin'de tanıştığı Crelle adlı bir matematikcinin teklifine uyarak onun yeni çıkaracağı bir matematik dergisine makale göndermeye başlar. Bugün Crelle Dergisi* takma adıyla bilinen bu çok prestijli derginin ilk sayısında altı makale yayınlar ve matematik dünyasında tanınması da bu savede olur. Abel'in matematiğe katkısı eliptik integral adıyla bilinen bazı tür integrallerin kavram olarak anlasılmasını sağlamaktan ibarettir. Bu integrallerin nasıl hesaplanacağı hâlâ bilinmemekle birlikte altlarında vatan temel kavramların ne olduğu Abel'in ve çağdaşlarının çalışmalarıyla aydınlanmıştır.

* *Journal für die reine und angewandte Mathematik.*

Abel'in matematik dünyası dışında da tanınmasını sağlayan çalışması ise beşinci derece polinom denklemlerinin çözümleri ile ilgilidir. Birinci dereceden bir polinom denklem $x + b = 0$ şeklinde yazılır ve çözümünün $x = -b$ olduğu kolayca görülür. İkinci dereceden bir polinom denklem $x^2 + bx + c = 0$ şeklinde yazılır ve genel olarak iki çözümü vardır. Bu çözümler $[-b + \sqrt{(b^2 - 4c)}] / 2$ ve $[-b - \sqrt{(b^2 - 4c)}] / 2$ şeklinde yazılır. Eğer $b^2 - 4c$ sıfır ise o zaman her iki formül de aynı çözümü verecektir.

Birinci ve ikinci derece polinom denklemlerini çözerken görürüz ki çözümler denklemlerin katsayılarından yararlanılarak elde ediliyor. Bu katsayıları alıp yalnızca toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve kök alma işlemlerini belli sıralarda uygulayarak çözümleri bulduk. Bunu her zaman yapabilir miyiz? Genel olarak n pozitif bir tam sayı ise $x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0$ denkleminin çözümlerini $a_1, \dots, a_n$ sayılarına dört işlem ve kök alma operasyonları uygulayarak bulabilir miyiz? Bu sorunun cevabı $n = 1$ ve $n = 2$ için ilk çağlardan beri biliniyordu. Sıra $n = 3$ için bir cevap bulabilmekteydi. Bu cevap 15. yüzyılda İtalyan matematikçi Cardano tarafından bulundu. Cardano'nun arkadaşı Ferrari de $n = 4$ için bu çeşit denklemleri katsayılar cinsinden çözmeyi başardı. Bu çözümlerin ifadeleri yukardaki hallerle kıyaslanamayacak kadar karışık olduğu için hiçbir ders kitabında yer almaz.

İnsanlar dördüncü derece denklemlerden sonra beşinci derece denklemlerle tam üç yüzyıl hiçbir sonuç alamadan uğraşmışlardır. İşte Abel burada tarih sahnesine çıktı. Abel beşinci derece-

den genel bir polinomun köklerinin bilinen yöntemlerle bulunmasının mümkün olmadığını gösterdi. Burada iki kavramı açmak gerekir. Birincisi “genel” kelimesi; bazı özel beşinci derece denklemlerin çözümlerini bulabiliriz. Ama bizim aradığımız her denkleme aynı şekilde uyguladığımızda bize çözümleri verecek bir metot. Örneğin ikinci derece denklemler için bir çözüm formülümüz var ve katsayılar ne olursa olsun formülde yerine koyunca cevabı buluyoruz. İşte Abel böyle bir metodun beşinci derece denklemler için var olmadığını gösterdi. İkinci olarak üzerinde durulması gereken kilit kavram da işte şimdi yeniden kullandığımız “bir şeyin var olamayacağını göstermek” kavramı. Bunu bir örnekle açıklamak daha anlamlı olur. Örneğin “ $1 + 1 = 3$ ” denklemini doğru kılmak mümkün değildir. Bunun olamayacağını birkaç fasulye kullanarak bile gösterebilirsiniz. Ama kafası fasulyelere dahi basmayan birisi size dönüp “Sen beceremedin diye bunu bize imkânsız diye tanıtıyorsun. Oysa ben biraz uğraşsam bunu gösterebilirim.” diyebilir. (Açıyı üçe bölme problemini çözmenin olanaksız olduğunu duyarsanız bu noktayı unutmayın!) Abel’in yaptığı da her beşinci dereceden denklemin çözümünü verecek bir genel yöntem bulmanın mümkün olmadığını, bazılarına ‘fasulyeden’ gibi görünen yöntemlerle göstermek.

Abel matematikte elde ettiği parlak sonuçlara rağmen hayatı boyunca doğru dürüst bir iş bile bulamadı. Matematikçi olarak kendisini Avrupa’daki matematik çevrelerine bir türlü kabul ettiremedi. Sonunda yirmialtı yaşında, yokluk içinde veremden öldü. Ölümünden iki gün sonra

adına bir mektup geldi; Berlin Üniversitesi'nden gönderilmiş olan mektup, Abel'in ölümünden habersiz, genç matematikçiye çalışmalarının dikkat çektiğini ve kendisine üniversitede iş teklif ettiklerini bildiriyordu. Öldükten sonra anlaşılma olgusunun bu denli tez gerçekleştiği bir daha görülmedi...

Galois'nın Öyküsü

Fransız matematikçisi Galois, 1811-1832 yılları arasında yaşadı. Abel'in çağdaşı olan bu matematikçinin doğum ve ölüm tarihlerine bakarsanız yirmibir yıllık bir ömür sürdüğünü görür ve bu işte bir yanlışlık olduğunu düşünebilirsiniz. Hiçbir yanlışlık yok. Galois'nın hayatı Brezilya dizilerine konu olmaya aday şanssızlıklarla sürüp gitmiş ve yirmibir yılda tükenmiştir. Galois'nın hayatı ile ilgili ayrıntıları ansiklopedilere bırakıp biz onun matematik yaşantısına bakalım. Daha onaltı yaşında iken pek çok matematik klasiğini okumuş biri olmasına rağmen üniversiteye kabul edilmedi. Kendisini kanıtlamak için onyediy yaşında zamanın tanınmış matematikçilerinden Cauchy'ye verdiği makalesini Cauchy kaybetti! (Tanrılar yeni isimler istemezler!) Onsekiz yaşındayken bir yarışmaya soktuğu bir diğer makalesi yarışmanın hakemi Fourier ölünce kayboldu... Zorla girebildiği öğretmen okulundan okul yönetimini eleştirdiği için kovuldu. Bir dergiye sunduğu bir başka makalesi, hakem ispatların içinden çıkamadığı için reddedildi. Siyasi nedenlerle iki kez hapse girip çıktı.

Ve nihayet, ertesi sabah düello edeceği, o soğuk mayıs gecesini gelip çatar. Galois henüz yir-

Bu son gece Galois arkadaşı Chevalier'e bir mektup yazar. Bu mektupta Gauss'un kullandığı bazı teknikleri genelleştirerek derecesi dörtten büyük olan her polinom için çalışacak bir kök bulma yöntemi bulmanın neden imkânsız olduğunu anlatır. İçinde kökleri aradığımız sayı sistemleri "cisimler" ile kökleri kendi arasında döndüren permütasyon "grupları" arasında daha önce gözlenmemiş ilişkiler bulur. Bu ilişkiler yumağına bugün genel olarak Galois teorisi denir.

Denklemin katsayılarını içine alan sayı sistemine denklemin tüm köklerini teker teker katarak sistemi büyüttüğümüzü düşünelim. Öte yandan tüm kökleri kendi arasında dönüştüren permütasyon grubu ve onun bazı kökleri sabit bırakan alt gruplarını düşünelim. Galois bu iki dünya arasında köprü kurar ve bir taraftaki kök bulma problemini öbür tarafta bir grubun yapısını inceleme problemine dönüştürür. Görür ki eğer bu tarafta kök bulunabiliyorsa öbür tarafta da grubun özel bir yapısı olması gerekir. Oysa bu özel yapının, derecesi dörtten büyük denklemlere karşılık gelen gruplarda, her zaman olmadığını tespit eder.

Sonuç olarak insanlığın ikibin yıldır aradığı kökler, basit cebirsel yöntemlerle bulunamaz. İşte Galois teorisinin basit bir özeti. Belki bu 'basit' açıklama size gereğinden fazla ayrıntılı ve teknik gelmiş olabilir. Daha kısa ve daha öz Galois teorisini neden anlatamayacağımı Galois teorisi hakkında söylenen bir sözle açıklayayım; "Galois teorisi sarımsağa benzer, azı olmaz..."

Galois'nın mektubu ölümsüzlüğe doğru fırlatılmış bir çığlıkla biter: "Bütün bu karmaşık he-

sapları açmakta kendisine yarar görecektir birilerinin çıkacağını umarım.” Ertesi gün düelloda vurulur. Hastanede bir gün can çekiştikten sonra ölür. Arkadaşı bu mektubu üç ay sonra yayınlar da mektup ilgi görmez. Ancak ölümünden yirmidört yıl sonra bu genç yaşta ölen adama ilgi duyan bazı matematikçiler onun son mektubunun içindeki karmaşayı çözmekte kendilerine yarar görürler ve...

Osmanlı Boş Durur mu?

Abel ve Galois'nın denklem çözümleri üzerine bilim ve teknolojinin gelişmesini etkileyen çalışmalar yaptığı sıralarda Osmanlı'da III. Selim tahta geçmiştir. Zamanın en bilgili ve en saygın bilim adamı Şanizade Atâullah Efendi'dir. Bizim topraklarda meyve veren ağacı taşlamak âdetten olduğu için Atâullah Efendi de hak ettiği yerlere bir türlü gelemmez. Saray hekimi ölünce yerine onun atanması beklenirken bu gerçekleşmediği gibi saray hekimliğine atanan sadrazamın adamı hakkında dedikodu ettiği iftirasıyla sürdürülür. Padişah daha sonra durumu anlar ve Atâullah Efendi hakkında af çıkarır. Fakat Atâullah Efendi'ye af fermanını götüren görevli heyecandan şaşırıp “İtlakınıza (affınıza) ferman getirdim” diyecek yerde “İtlafınıza (idamınıza) ferman getirdim” deyiverince Atâullah Efendi fenalaşır ve ölür...*

Hayyam Üzerine

Onbirinci yüzyılın önemli matematikçilerinden olan Hayyam, çalışmalarını insanlık mirası-

* Bkz. İstanbul Ansiklopedisi, 1. cilt, Atâullah Efendi maddesi.

na kaydettirememişler arasında önemli bir yer tutar. Her matematikçi gibi dile ve edebiyata meraklı olmasaydı, o ince bir zekâyla yazılmış rubailerini üretmeseydi çorak bir toprakta coşup akıp gitmiş bir nehir gibi unutulacaktı. O rubailerıyla kendisini uygarlık kayıt defterine yazdırmış ve o sayede de diğer çalışmaları yüzyıllar sonra dikkat çekebilmiştir. Kültür emperyalizmi yapılp kültür mirasları hoyratça belli kültürlere mal edilirken belki de Hayyam bir şarap testisi kılığında köşesinden bizi izliyordu; acaba testiler bu yüzden mi ağlar... Yüzlerce yıl sonra Avrupa'da bulunacak ve başka değerli matematikçilerin adlarının yanına yazılacak bazı teoremleri bulmuş, ama yaşadığı topraklardaki dostları onun çalışmalarıyla kendilerini de yüceltecek yerde, giremedikleri tarihe onu da sokmama mücadelesini başarıyla verdikleri için köşesinde mahzun kalmıştır. Belki de bunlardan dolayıdır o rubailerdeki burukluk:

Ey çark-ı felek bil ki çöküşüm senden.

Ezmek senin eski huyun, cilven.

Ey toprakdeşsek bağrın, içine baksak

*Nice cevherler görürüz ki silinip giden.**

Eflatun Platon'un Nesi Olur?

Lise yıllarının artık silikleşen anıları arasında hâlâ hatırladığım bazı sözlü sınavlar vardır. Bunlardan birinde psikoloji hocamız sözlüdeki arkadaşına, muzip olduğunu saklamaya çalışan bir ses tonuyla sorardı: "Eflatun'un babası Pla-

* Bkz. *Bütün Yönleriyle Hayyam*, Rüştü Şardağ, Özgür Yayın, 1985.

ton'un amcasının nesi olur?" Kitabın kapağını dahi açmamış olan arkadaşımız bu sorunun dersin hangi maddesine girdiğini kestirmeye çalışır, bocalar ve bizler de acımasızca gülerdik. Hocamız bununla yetinmez, herkes güldüğü için yalancılıktan gülen birini bulur soruyu bu kez ona yöneltirdi. Çeyrek yüzyıl sonra bu konu yine karşıma çıktı. Popüler bir kitapta Eflatun'dan mı söz etmeli yoksa Platon'dan mı? Yıllar önce kahkahalarla güldüğüm bir oyunun başoyuncusu oluverdim birden... Yalnız Eflatun'la Platon mu? Ya Öklit'le Eukleides? Hangisi daha önemli, bu kitapta hangisinden söz etmeli?

Elbette kaynak yayınlara, ansiklopedilere başvurmak gerekir. Ama onların da bu konuda tam bir fikir birliği içinde olduğu söylenemez. Örneğin Fisagor, Pisagor ve Pythagoras'ı ele alalım. Ben çocukken Hayat Ansiklopedisi vardı ve orada "Fisagor Teoremini" okuyup daha önce hiç tatmadığım bir zevki tattığımı hatırlarım. Daha sonra Meydan Larousse girdi hayatımıza. Meydan Larousse'da "Fisagor" başlığı yanında "Bk. Pythagoras" yazar. Son zamanlarda hayatımıza giren AnaBritannica'da ise "Fisagor" başlığı yer almaz. Onun yerine daha önceki ansiklopedilerde boy göstermemiş bir kişi, "Pisagor" gelmiştir "bak. Pythagoras" açıklamasıyla... Ayrıca Meydan Larousse "Arşimet, Bk. Arkhimedes" ve "Oklid, Bk. Eukleides" başlıklarını verirken AnaBritannica "Arşimed, bak. Arkhimedes" ve "Öklit, bak. Eukleides" başlıklarını verir. Bu yetmezmiş gibi Meydan Larousse "Eflatun, Yunancası Platon ..." diye başlayıp uzun uzun bu konuyu anlatırken AnaBritannica "Eflatun, bak. Platon" demeyi yeğler.

Bu kitapta bu çok tanınmış matematikçi ve filozoflar için kullanılan Türkçe popüler yazılımlar için AnaBritannica'yı kılavuz olarak aldım. Kitabımızın bu kahramanlarıyla ilgili daha ayrıntılı bilgi almak için literatüre başvurmayı düşünen okuyuculara kolaylık olması için aşağıda popüler adların literatürdeki karşılıklarını veriyorum. Diğer kahramanlarımız literatürdeki adlarıyla bize katıldılar:

Arşimed = *Arkhimedes*

Eflatun = *Platon*

Öklit = *Eukleides*

Pisagor = *Pythagoras*

2. Bölüm

Sıfırdan Sonsuza

Sonsuzluk Beni Bekle

Dünyaya nasıl baktığımız, gördüğümüz şeylerin bize neler düşündürdüğü tamamen daha önce ne öğrendiğimize bağlıdır. Yani matematikçi deyimiyle, görebildiğimiz dünya eski bilgilerimizin bir fonksiyonudur. Bir ayçiçeği tarlasına bile bakmanın çeşitleri var. Aynı tarlanın önünden geçenlerin bir kısmı hiçbir şey görmeden geçip gider. Kimi “Ne para eder bu ayçiçekleri! Âlem zengin.” diye söylenir. Kimi de “Ne kadar güzel çiçekler! Bir tane koparıp eve götürsem...” diye düşünür. Bu çiçeklere bakmanın başka bir yolu daha var oysa. Her birinin ortasında bin tane çiçek. Her biri bir tohum olacak ve her biri bin tohuma gebe yeni bir çiçeğe gebe. Ve bu çiçeklerden oluşmuş koskoca bir tarla. İşte bu sıfırdan sonsuza ulaşan bir zincir.

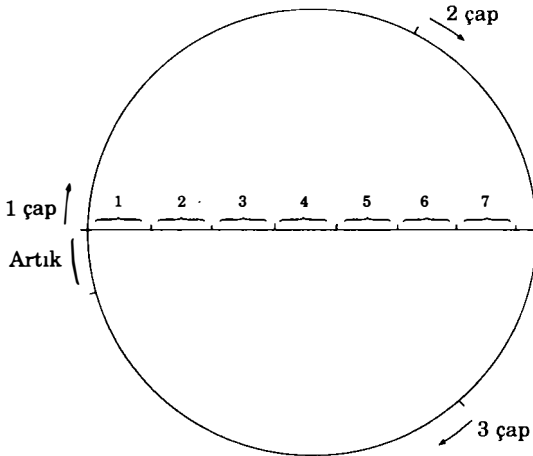
Tosun Terzioğlu – İnsanların galiba böyle bir sonsuzluk duygusu, sonsuzluğa karşı bir özlemi var. Gideremedikleri bir özlem... Matematikte bu özleme çok yaklaşabildiğimiz anlar oluyor gerçekten. Matematikte bir sonsuzluk kavramı da var ama geri kalan,

insana ait, dünyaya ait herşey de sonlu. Yani en başta insan hayatı sonlu tabii. Fakat o sonsuzluk kavramı içerisinde matematikle felsefenin birbiriyle iç içe dış dışa olduğu zamanlar olur. Ben felsefe fazla okumadım, fazla bir merak salamadım. Ama zannediyorum birçok matematikçi var ki her ikisinden de, felsefeden de matematikten olduğu kadar, zevk alıyorlar.

Matematikte Deney

Gökcisimleri genellikle küre biçiminde ve hep hareket halinde. Bizse onları iki boyutlu biçimleriyle algılıyoruz: Daire. Bu belki de insanoğlunun tanıştığı ilk geometrik şekil. Ve bu şekil insanoğlunun doğada gözlemlediği ve içinde bir sır olduğunu düşündüğü ilk geometrik şekil. İnsanlar muhtemelen güneşe, mehtaba bakıyorlar ve bu mükemmel şekli kendileri de çizmek, anlamak istiyorlardı. Fakat her yaptıkları çizimde dairenin içinden bir sır onlara göz kırpyordu: Bu sır dairenin çevresi ile çapı arasında sabit bir oranın olmasıydı. Bu sayı yaklaşık üç civarında bir sayıdır.

Şimdi sizlere eski çağlarda, matematiğin ilk zamanlarında yapılan bir deneyi tekrarlayacağım. Bu deneyde dairenin çevresiyle çapının birbirine olan oranını hesaplayacağız. Malzemelerimiz: Bir ip ve birkaç küçük kazık, sakın bir kumsal, mevsimlerden yaz ve size gülmeyecek birkaç dost. İlk önce yere bir kazık saplayıp bir daire çizelim ve dairenin çapı kadar bir ipi elimize alalım. Kumsalda çizdiğimiz dairenin çevresi içine



$$\text{Çevre} \approx 3 \text{ Çap} + 1 \text{ Artık}$$

$$\text{Artık} \approx \frac{1}{7} \text{ Çap}$$

$$\text{Çevre} \approx 3 + \frac{1}{7} \text{ Çap}$$

$$\pi = \text{Çevre} / \text{Çap} \approx 3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7} = 3.14...$$

bu ipi itina ile yerleştirmeye başlayalım. İpin ilk yerleştiği yeri işaretleyelim ve kalan yerlere ipi yerleştirmeye devam edelim. İpi üç defa çember üzerine yerleştirip işaretledikten sonra kalan kısmın elimizdeki ipten kısa olduğunu göreceğiz. Ve bu kalan parçanın şimdi çapın kaçta kaç olduğunu hesaplayacağız. Bunun için de kalan parça kadar bir ip alıp bunu çapın üzerine kaç defa yerleştirebileceğimize bakacağız. Bu parçanın yedi katının çapı dolduracağını ve küçük bir parçanın da arttığını göreceğiz.. Yani üç tam bir bölü yedi defa dairenin çapı çevrenin etrafını sardı. Bunu sayılara dökersek,

$$\pi \sim 3 \frac{1}{7} = \frac{22}{7} = 3.142...$$

buluruz. Pi sayısının 3.141... olduğunu düşünürseniz kumsalda iplerle hiç de fena bir hesap yapmadığımız ortaya çıkar..

Burada da Pi sayısının meraklısı için bin basamak açılımını veriyorum:

3. 14159265358979323846264338327950288419716939937510
 58209749445923078164062862089986280348253421170679
 82148086513282306647093844609550582231725359408128
 48111745028410270193852110555964462294895493038196
 44288109756659334461284756482337867831652712019091
 45648566923460348610454326648213393607260249141273
 72458700660631558817488152092096282925409171536436
 78925903600113305305488204665213841469519415116094
 33057270365759591953092186117381932611793105118548
 07446237996274956735188575272489122793818301194912
 98336733624406566430860213949463952247371907021798
 60943702770539217176293176752384674818467669405132
 00056812714526356082778577134275778960917363717872
 14684409012249534301465495853710507922796892589235
 42019956112129021960864034418159813629774771309960
 51870721134999999837297804995105973173281609631859
 50244594553469083026425223082533446850352619311881
 71010003137838752886587533208381420617177669147303
 59825349042875546873115956286388235378759375195778
 18577805321712268066130019278766111959092164201989

Bu sayıları kumsalda hesaplamadım elbet. *Mathematica* programını kullanarak tek komutla bu sayıları buldum ve buraya aktardım.

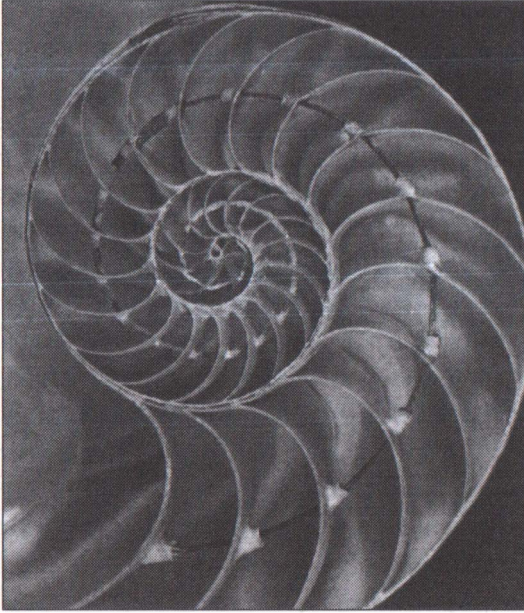
Pi Sayısı Akla Sığar mı?

Pi sayısının istenilen hassaslıkta hesaplanabilmesi için ilk algoritmayı Arşimed verdi. Arşimed'den sonra ikinci bir algoritmanın bulunabilmesi için bin küsur yıl geçmesi gerekti. Bugün trigonometri kullanarak açıları ve açılar arasındaki trigonometrik bağıntıları kullanarak bilgisayarlarla Pi sayısını milyonlarca basamak hesaplayabiliyoruz. Fakat Pi sayısı hakkında bildi-

ğimiz öyle şeyler var ki artık biz bu aramanın sonunu beklemiyoruz. Çünkü Pi sayısı bizim irrasyonel dediğimiz, yani akla aykırı bir sayı. Eski insanlar tüm sayıları tamsayıların oranları olarak yazabileceklerini düşünüyorlardı. Aslında böyle bir iddiaları olduğunu söylemek biraz haksızlık olur. İşin aslı şu: Sayıları göstermek için alfabenin harflerini kullanıyorlar ve bunlar da doğal olarak tamsayılara karşılık geliyordu. Tamsayı olmayan değerleri de bu sistemde tamsayıların oranları olarak gösteriyorlardı. Sistemleri bu nedenle yalnızca tamsayı oranlarını gösterebilen bir sistemdi. İnsanın zikri ile fikri birbirinden pek farklı olamayacağı için de ister istemez kendi sistemleriyle yazılamayacak bir sayı olabileceğini hiç düşünmüyorlardı. Zaten karşılarına böyle bir sayı çıkana kadar da böyle bir şey düşünmelerine gerek yoktu. Böyle bir sayıyı ilk kez Pisagor ve arkadaşları bulunca kızılca kıyamet koptu. Ve bu sistem dışı, akla aykırı sayılara “irrasyonel” sayılar dediler. İşte Pi sayısı bu akla aykırı sayılar takımındandır. Pi sayısının ondalık açılımındaki sayı gruplarının hiçbiri tekrar etmez ve bu sayılar adeta rasgele birbiri arkasından sonsuza değin gider.

Spiraller, Helisler, Elipsler...

Bir deniz minaresine baktığınız zaman gördüğünüz şekil genellikle bir spiraldir. Spiral, Arşimed'in zevk için çalıştığı geometrik şekillerden bir tanesi. Farklı bir açıdan bakınca gördüğünüz şekilleri helise de benzetebilirsiniz. Helis sarmışık bitkisinin ağaca tırmanırken çizdiği eğridir.



Bu eğri bir yüksekliği en kısa mesafede tırmanma problemini çözer. Geometri yalnızca ayaklarımızın dibinde değil. Bunlardan bağımsız olarak gökyüzünde de gezegenler Apollonius'un zevk için çalıştığı elips eğrileri çizerek dolaşıyorlar. Doğa içinde böyle bir geometri olduğu için mi güzel, yoksa geometri doğanın her tarafında görüldüğü için mi güzel? Pek çok kişi, ben dahil(!), bu soruya cevap aramak için matematikçi olur. Fakat zamanla profesyonel matematikçi bu masum soruyu unuttur ve araştırma dünyasının rekabet hırsına kapılır. Bir zamanlar zevk aldığı problemler, çözmezse terfi etmeyeceği, takdir edilmeyeceği, araştırma fonları alamayacağı kâbuslara dönüşür. Oysa otlar yine aynı uyumla ağaçların gövdelerine helisler çizip sarılmakta,

gezegenler yine sessizce elipslerini çizip o inanılmaz gezilerine devam etmektedir. Kaybolan masumiyettir. Huysuz bir matematikçi görürseniz ona bir deniz minaresi hediye edin ve onun buğulanan gözlerine bakmadan oradan uzaklaşın...

Çinicilik ve Yıldızlar

İznikliler yaz akşamüstlerinde sessizce göl kenarına doluşurlar. Güneş gölün üzerinden yavaşça batarken sanki ucu göle değecekmiş gibi yaklaşır. Sessizliği içinde muhteşemliğini gizleyen bir olaydır güneşin koskoca gövdesiyle sulara gömülüğü. Siz sahilde oturur ve hayatın anlamını anlamak üzere olduğunuzu hissedersiniz.

Bu sular bu topraklarla karıştırılarak dünyanın en iyi çinileri pişirilmiş. Fakat İznik'in dünya kültürüne katkısı bununla sınırlı değil. Günümüzden yaklaşık 2000 yıl kadar önce dünyanın en iyi astronom matematikçilerinden Hipparkhos bu topraklarda yaşamış. Hipparkhos daireyi 360 eşit parçaya bölerek bunu sistematik olarak kullanan ilk kişi. Dolayısıyla matematikte trigonometrinin bulucusu olarak bilinir. Hipparkhos'un daireler ve kirişler üzerine olan merakı o kadar ileri gitmiş ki bu konuda bir de oniki ciltlik bir kitap yazmış. Hipparkhos bu bilgileri astronomiye de uygulamış. Astronomiyle ilgilenmesi bir gece gökyüzünde daha önce bilinmeyen bir sabit yıldız keşfetmesiyle başlamış. Bu buluşu onu o kadar heyecanlandırmış ki o zaman dince yasak olmasına rağmen ömrünün sonuna kadar yıldızların kataloglarını hazırlamış. Zaten İznik'te yaşayıp da aksi gölün üstüne yan-

sıyan o muazzam gök kubbeyi merak etmemek mümkün mü?

Hipparkhos da ölünceye kadar 850 kadar yıldızı kataloglamış. Yıldızları parlaklıklarına göre sınıflandırma metodu Hipparkhos'tan kalmadır. Hipparkhos'un bugün hâlâ kullanılan bir başka buluşu da yeryüzünde konum belirtmek için enlem ve boylamları kullanmasıdır. Hipparkhos günümüzden 2000 yıl kadar önce ay takvimine göre bir ayın uzunluğunu da aslından bir saniye farkla hesaplayabilmiştir. O zamanki imkânlar göz önüne alındığında bu oldukça şaşırtıcı bir sonuçtur.

İznik'ten de Öte

Güneş sistemi o kadar büyüktür ki bir ucundan öbür ucuna ışık hızıyla bile yaklaşık on saatte gidebiliriz. Oysa bu güneş sistemi Samanyolu içinde sadece bir nokta. Bu nokta Samanyolu'nun merkezi etrafında saniyede 220 km'lik bir hızla dönerek bir turu yaklaşık 230 milyon yılda tamamlıyor. 1920 yılına kadar uzayın sadece Samanyolu galaksisinden ibaret olduğu sanılıyordu. Oysa şimdi onun gibi milyarlarca daha galaksinin varlığından haberdarız. Bugün bilinen uzay 20 milyar ışık yılı çapında bir küre büyüklüğünde.

Evrende yıldızlar galaksilerin, gezegenler yıldızların, uydular gezegenlerin etrafında dönüyor. Bütün maddelerin yapıtaşı olan atomlarda da aynı devinim var. Elektronlar da atomların çekirdeği etrafında aynı biçimde akla zarar hızlarda dönüyor. Bir tefekkür anında pencereden giren güneş huzmesinde uçuşan tozlara bakıp da

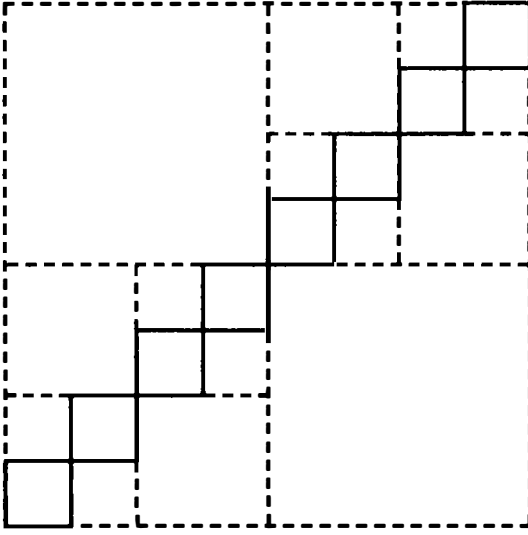
düşünmeyen var mıdır: “Ne farkı var bu toz zer-
relerinin uzayda dolaşan yıldızlardan?”

Fraktallar

Beyin enerjimizi matematik bilimine yöneltmemizin nedeni evreni izah etme kaygısı değil. Ama bu bilgilerle daha sonra doğaya baktığımızda bu sonuçların onun içinde ta başından beri var olduğunu görüyoruz. Etrafımızda var ola gelen ama bizim yakın zamana kadar görmesini bilmediğimiz geometrik gerçeklerden biri de fraktallar; öyle bir cisim olsun ki hangi noktasını alırsak alalım büyütüp baktığımızda yine başlangıçtaki şekille karşılaşalım ve bu işleme ne kadar devam edersek edelim aynı olay tekrarlansın. İşte fraktal, yani kendine benzerlik kavramının tanımı bu. Aslında doğa aynı doğa. Değişen tek şey matematiğin zenginleştirdiği algılama gücümüz.

*Tuğrul Hakioglu** – Fraktallar dediğimiz olaylar gerçekte kendine benzer yapılar oluyor. Bu kendine benzer yapılar basit geometrik şekillerle de olabilir, doğanın içerisindeki karmaşık şekillerle de olabilir, bunların kendine benzer hale getirilmesiyle de. Örneğin bir karenin nasıl kendine benzer hale getirileceğini göstereyim. Şimdi bir kare alıyoruz. Daha sonra diyelim bu kareyi dörde böldük. Şimdi ben bir kural koyuyorum: Dörde bölünmüş her karede sol üst ve sağ alt kare-

* Bilkent Üniversitesi Fen Fakültesi öğretim üyesi.



Kolay elde edilebilen bir fraktal: Bir kare çizin, bunu dörde bölün, sol üst ve sağ alttaki küçük kareleri atın. Bu kuralı kalan her kareye tek tek ve sonsuz kez uygulayın.

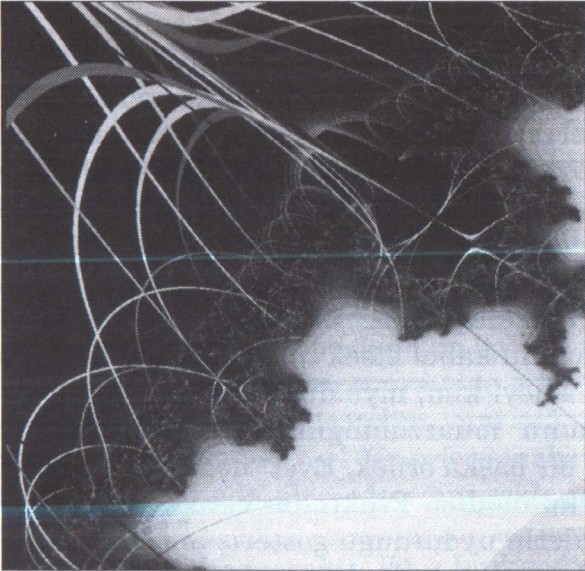
leri ana resimden çıkarıyorum. Karşıma iki tane kare çıkıyor. Şimdi bunların her birini dörde bölüyorum ve az önce koyduğum kurala göre içlerindeki küçük karelerin sol üst ve sağ altta olanlarını siliyorum. Bir kareyle başladım elimde dört tane kare var. Şimdi bunların her birini ayrı ayrı böldüğüm zaman, ... , bunların da her birini ayrı ayrı bölebilirim. Eğer ben ilk başladığım kare yerine, onu dörde böldükten sonra elde ettiğim karelerden biriyle başlasaydım, yani sağ üst köşede elde edilen kareyi bir sefere mahsus silseydim, sonunda elde edeceğim şekle bakarak hangi kareden başladığımı söylemeniz mümkün olmayacaktı. Eğer bu kendine benzer cisim sonsuz bir uzatma sonucu elde

edilebilmişse, matematiksel olarak tabii, o zaman sonsuz uzatmalar sonucu hep kendine benzer detaylar ortaya çıkacak. Tabii bunların hiçbir zaman sonu gelmeyecek.

Fakat doğanın içerisinde böyle sonsuz iterasyonlar mümkün değil. Doğada kendine benzerliğin belli bir sınırı var. Örneğin bir deniz kabuğunu ele alın. Bunun üzerindeki şekillere bakın. Bunun her birisinin kıyısında ve köşesinde deniz kabuğunun kendi şekline benzer şekiller ortaya çıkabilir. Ondan sonra bunları büyütürsünüz. Biraz daha benzer şekiller ortaya çıkabilir. Fakat bunun sonu var. Tabii ki deniz kabuğunun atomlarına kadar yaklaşamazsınız, hiçbir zaman deniz kabuğunun kendine benzer bir şekil ortaya çıkmayacak. Demek ki doğada kendine benzerliğin belli bir sınırı var.

Kitaplarda da fraktal olarak verilen şekiller genel olarak kenarları zikzaklı şekillerdir. Sonra altlarında yine bu şeklin aynısından bir tane daha vardır. Güya yukardaki şeklin zikzaklı kenarını mikroskop altında bin küsür defa büyütüp ayrıntılarına bakarsanız o zikzaklı şeklin aynısını görürmüştünüz. Bunun teorik olarak doğru olduğunu kabul etsek bile böylesine uçuk bir şeyi çizmeyi kim, niye düşünmüştür dersiniz. İşte doğanın muazzamlığına hayran olup kalmak için bir başka örnek. Evet “doğa” kelimesini bile rek kullandım. Fraktallar canı sıkılan matematikçilerin uydurduğu gösteriş amaçlı şekiller değil bazı doğal olayları açıklamak için kurulan modellerin çözüm uzaylarıdır.

Örneğin bir metal sarkacın altına onu etkileyecek mesafelere iki mıknatıs koyalım öyle ki sarkaç salındıktan sonra bu iki mıknatıstan birinin üzerinde dursun. Bu mıknatıslardan biri kırmızı biri mavi olsun. Şimdi sorduğumuz soru sarkacı hangi konumlardan salınma bıraktığımızda sarkaç salınmasını bitirince gidip mavi mıknatısın üzerinde durur. Sarkacı salınma bırakmak üzere tuttuğumuz başlangıç noktasında sarkacın ipi boyunca hayali bir çizgi çizelim ve bu çizginin mıknatısların olduğu düzlemi kestiği yere bir işaret koyalım. Daha sonra sarkacı bırakalım. Sarkaç salınsın ve dursun. Eğer mavi mıknatısın üzerinde durursa o işaretlediğimiz noktayı maviye boyayalım. Yok eğer kırmızı mıknatısın üzerinde durursa o noktayı kırmızıya bo-



Mandelbrot fraktalı

yayalım. Düzlemdeki bütün noktaları bu yolla boyadığımızı düşünelim. Ortaya çıkan şeklin bir fraktal olduğunu duymak sizi heyecanlandırmıyor mu?

İki parametreye bağlı pek çok doğal oluşum için başlangıç parametreleriyle sonuç arasındaki ilişkiyi düzlemde belirtmeye kalktığınız zaman yukardaki örnekte olduğu gibi karşınıza fraktallar çıkar. Belki daha da heyecan verici olan taraf o fraktalların milyonlarca yıldır orada olduğunu ve sizin onların farkına yeni vardığınızı hatırlamanızdır. İşte o zaman etrafa “daha neler var da ben görmüyorum” diye biraz ürkerek, biraz da saygıyla bakmaya başlayabilirsiniz.

Fraktallardan Yıldızlara

Etrafa biraz daha saygıyla bakmaya başladığınız zaman o “etraf” kelimesinin de aslında pek dar kafalı anlamda alınmaması gerektiğini düşünebilirsiniz. Bu konuda yalnız değilsiniz.

*Ali Alpar** – Astrofizik biliyorsunuz yıldızlarla ilgilenen fizik dalı. Ben de belli türden bir sınıf yıldızın, nötron yıldızlarının yapıları, davranışları, dinamikleri üzerine çalışıyorum. Orada benim için matematik sadece bir araç. Nötron yıldızları bildiğimiz gözlebilen en yoğun gökcisimleri. Yaklaşık 10 km kadar yarıçapı olan bir top düşünün, o büyüklükte bir şey. Fakat bu 10 kilometrelik yarıçap içerisinde Güneş kadar kütle ta-

* ODTÜ Fizik Bölümü öğretim üyesi.

şıyorlar. Şimdi bu karşılaştırmayı yapmak için Güneş'i düşünelim. Güneş'in korkunç bir kütlesi var; 2×10^{33} gr, yani onu çevirirsem: "iki kere milyar kere milyar kere milyar ton." Şimdi bu kadar kütle Güneş'te var ama Güneş bu kadar kütleyi 700 000 km'lik bir yarıçap içerisinde kapsıyor. Aynı mertebede, o büyüklükteki kütle bütün yıldızlar için tipik. Güneş de bir yıldız. Yıldızların hepsinin bu kadar, kimisinin bundan çok daha fazla, elli katı falan, kütleleri var. Ama nötron yıldızlarında bu kütleyi düşünün, alıyorsunuz 10 kilometrelik bir yarıçap içerisinde aynı kütleyi sıkıştırıyorsunuz. Bunu basit bir hesaplama hemen bulabiliriz, son derece büyük bir yoğunluk veriyor. Bir nötron yıldızında 1 cm^3 , şöyle bir küçük kahve kaşığı kadar bir hacim düşünün, o hacmin içerisinde yüz milyon ton madde var.

Bu mertebedeki yoğunluklar Dünya'da sadece atomların çekirdeklerinde var. Şimdi bizlerin yapıldığı, etrafımızdaki her şeyin yapıldığı madde tabii atomlardan oluşuyor. Atomların da ortalarında atom çekirdeği denen bölgeler var. Buralarda atom çekirdeğini parçalayıp içine girdiğimiz zaman orada yoğunluğun yüz milyon ton/ cm^3 olduğunu, deneysel olarak, o mertebede olduğunu biliyoruz ama bu kadar büyük yoğunlukları atom çekirdekleri çok çok küçük hacimlerde gerçekleştiriyorlar. Bir atom çekirdeğinin tipik boyutu bir santimetrenin trilyonda biri kadar. O kadar küçük hacimler içerisinde yüz milyon ton/ cm^3 hacimleri gerçekleştiriyor çekirdekler.

Şimdi sözünü ettiğimiz yıldıza dönersek orada bu kadar korkunç büyük bir yoğunluk üstelik 10 km gibi büyük, makroskobik bir hacim içerisinde gerçekleşiyor.

Sayılar mı Çıldırdı?

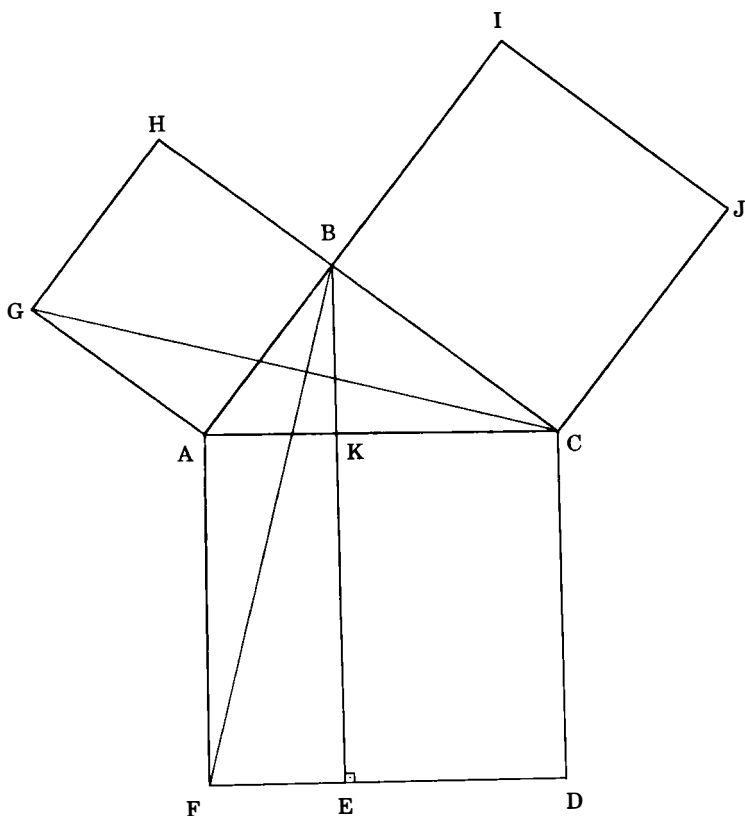
• Gerçek oranlarda vermeye kalkarsak, Güneş bir portakal büyüklüğünde olsa Dünya bir toplu iğnenin başı kadar olacaktı. Ve aralarında 12 m mesafe olacaktı, eğer gerçek oranları bu olsaydı. Bu kadar küçük bir dünyanın üzerinde oturup, Güneş'in bu kadar büyük olduğunu ve bu oranlarda yaparsak arada 12 m mesafe olacağını hesaplayabiliyoruz. İşte bu, astronomi, geometri, matematik bilgisinin insana verdiği güçtür. Onun için Eflatun açtığı Akademinin kapısında "Matematik Bilmeyen Giremez" yazar. Eflatun "Ben alelâde insanlara ders anlatamam" diyor. "Bir şey öğrenecekseniz önce bir hazırlığınız olsun. Bunları, şu küçücük toplu iğne başı gibi dünyanın üzerinde oturup, haddini bilmeyip, bu büyüklükleri hesaplamaya cüret edecek bir insansanız gelin sizinle evrenin sırlarını açalım" diyor. Bu ölçülere hazır girmişken Güneş sistemimizin en büyük gezegeni olan Jüpiter'e de bakalım. O da bu oranlara göre bakıldığında bir misket büyüklüğünde ve Güneş'ten 60 m uzaklıkta olacak. Güneş sistemimizin en uzak, üvey evladı Plüton da 466 m uzakta ve elbette bir toplu iğnenin başından daha küçük bir büyüklükte temsil ediliyor olacak. İşte sayıların bu insafsızlığındandır ki hiçbir yerde Güneş sisteminin gerçek oranlarda bir modelini, yani mesafeler ve

büyüklikler için aynı birimlerin kullanıldığı bir modelini göremezsiniz. Belki bir gün pikniğe gittiğinizde bu modeli çayırlarda kurup sonra yüksek bir yerden seyretmeyi düşünebilirsiniz. Günlük sıkıntılarınızın ve hırslarınızın yüzüne patlatacağınız iyi bir alçakgönüllülük tokadı olurdu bu...

Arayan Buluyor

Geometri yalnızca uzayın derinliklerindeki sırları bize taşıyan bir araç değil. Bakmasını bile lene sır çok. Sıradan bir dik üçgende bile insanın heyecanını kabartacak birçok sır var. Oysa dik üçgenler sadece matematikçilerin kapalı kapılar ardında konuştukları bir şekil değil. Binlerce yıldır her duvar ustası dik bir duvar çıkabilmek, bu duvarları dik olarak birbiriyle bitiştirebilmek için dik üçgenleri kullanmıştır. Bir dik üçgenin kısa kenarları kullanılarak çizilecek karelerin alanlarının toplamı uzun kenar üzerine çizilecek karenin alanına eşit olur. Her zaman, her yerde ve her büyüklükteki dik üçgen için bu doğrudur. Uzayın herhangi bir yerinde başka canlılar varsa ve onlar da düşünme yeteneğine sahipseler dik üçgenlerin bu sırrını mutlaka onlar da biliyordur.

Yolunuz bir gün Davutlar Milli Parkı'na düşerse kumsalda yiyeceklerinizi parkın kadrolu arılarıyla paylaşırken tipik bir Ege adasının halinize güler gibi olduğunu görürsünüz. O sevimli ada Sisam adasıdır. Sisam adasında M.Ö. 582 yılında Pythagoras, yani bizim tanıdığımız adıyla Pisagor, doğdu. Pisagor resmi matematik tari-



Dik üçgen teoreminin bilinen ilk yazılı ispatı Öklit tarafından verilmiştir. ABF üçgeni ile ACG üçgeni aynıdır. ABF üçgeninin alanı, $AKEF$ dörtgeninin alanının yarısı, ACG üçgeninin alanı $ABHG$ karesinin alanının yarısıdır ("Taban çarpı yükseklik" formülünü uygulayın). Buna göre $AKEF$ dörtgeninin alanı $ABHG$ karesinin alanına eşittir. Benzer şekilde $CKED$ dörtgeninin alanı $CBIJ$ karesinin alanına eşittir. Sonuç olarak $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

hinde dik üçgenlerin sırrını dünyaya indiren ölümlü olarak geçer.

Pisagor çok zengin bir ailenin çocuğu olarak doğdu ve ilk gençlik yıllarında özel hocalar elinde eğitim gördü. Yirmi yaşlarına geldiğinde “Hocalardan öğreneceğim yeter. Ben dünyayı gezip görmek istiyorum” dedi. Babasından yüklüce bir harçlık alarak Babil’e gitti. Babilli matematikçilerle dostluk kurdu ve uzun yıllar Babil’de yaşadı. Daha sonra yine yüreğinde yolculuk ateşi duyarak Hindistan’a gitti. Burada Hint ve Çin matematiği ile tanıştı. Daha sonra kendisini meşhur edecek olan dik üçgen teoremini burada Çinlilerden öğrendiğini tahmin ediyoruz, çünkü o sırada Çinliler dik üçgen teoremini çoktan biliyorlardı. Daha sonra Pisagor zamanın modasına uyarak Mısır’a, İskenderiye’ye gitti. İskenderiye’de matematik bilen rahiplerle tanıştı. Rahipler matematik bilmek zorundaydılar çünkü Nil her yıl taşıyor ve etrafı balçık kaplıyordu. Nil çekildikten sonra bu çamurların arasında eski tarlaları bulup sahiplerine iade etmek gerekiyordu. Bunun için de belli başlı nirengi noktalarını göz önüne alarak eski tarlaların sınırlarını geometri kullanılarak çizmek zorundaydılar. Rahiplerle sohbetleri sırasında dik üçgenler yine gündeme geldi. Pisagor bu sırada Çinlilerden öğrendiği dik üçgen teoremini rahiplere anlattı. Ve herhalde bunu onlara kendi buluşu olarak anlatmış olacak ki bu olay onun adını matematik tarihinin ölümsüzleri arasına soktu.

Daha sonra içinde duyduğu sıla hasretiyle 53 yaşında Sisam adasına geri döndü. Burada dün-

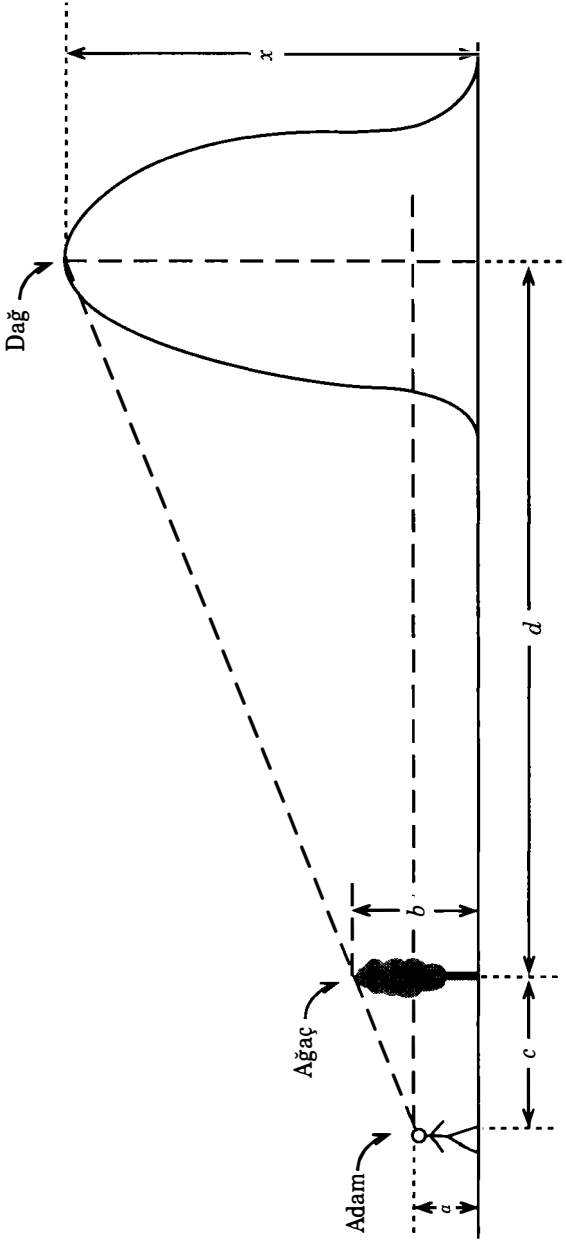
yayı görmüş, tecrübeli, matematik bilen, felsefe çalışmış bir insan olarak pek çok mürit topladı. Müritleriyle beraber İtalya'ya göç etti ve burada dostluk üzerine bir tarikat kurdu. Bu tarikatın inancına göre evrende her şey sayılarla idare ediliyordu, ve sayılarla izah edilebilirdi. Bu yüzden ilk önce sayıları incelemeye başladılar. Fakat daha ilk adımda onları büyük bir sürpriz bekliyordu. Kenarları birer birim uzunlukta olan bir dik üçgen çizdikleri zaman hipotenüs $\sqrt{2}$ birim uzunlukta oluyordu. Hipotenüsü iki tamsayının oranı olarak yazmaya çalıştılar, çünkü o zamanlar her sayıyı iki tamsayının oranı olarak yazabileceklerini düşünüyorlardı. En azından o güne kadar insanların anlayabildiği her sayı iki tamsayının oranı olarak çıkmıştı. Ama bu kez bu sayıyı istedikleri biçimde yazamadılar. Biraz daha üzerinde çalışınca bunu yazmanın mümkün olmadığını gördüler. Bu büyük bir heyecan yarattı. Hatta o kadar heyecanlandılar ki konuyu iyice anlayıncaya kadar tarikat dışında bu konunun konuşulmasını yasakladılar. Günümüzden 2500 yıl önce bile bir matematik bilgisi, küçük bir matematik bilgisi, bir grubun elinde bir sır, bir güç oluşturabiliyordu.

Pisagor'un tarikatı kendisinden sonra uzun yıllar devam etti. Nihayet bir gün çok tanrılı dine inanan bir grup, Pisagor tarikatını bir toplantı sırasında bastı ve onları gökyüzü hakkında fikirler ileri sürmekle suçlayarak hepsini öldürdü. Bu cinayete katılanların hiçbirinin bugüne ismi kalmadı. Fakat Pisagor ve dik üçgenleri tarihin derinliklerinden, 2000 yıl öteden, hâlâ bizimle dost.

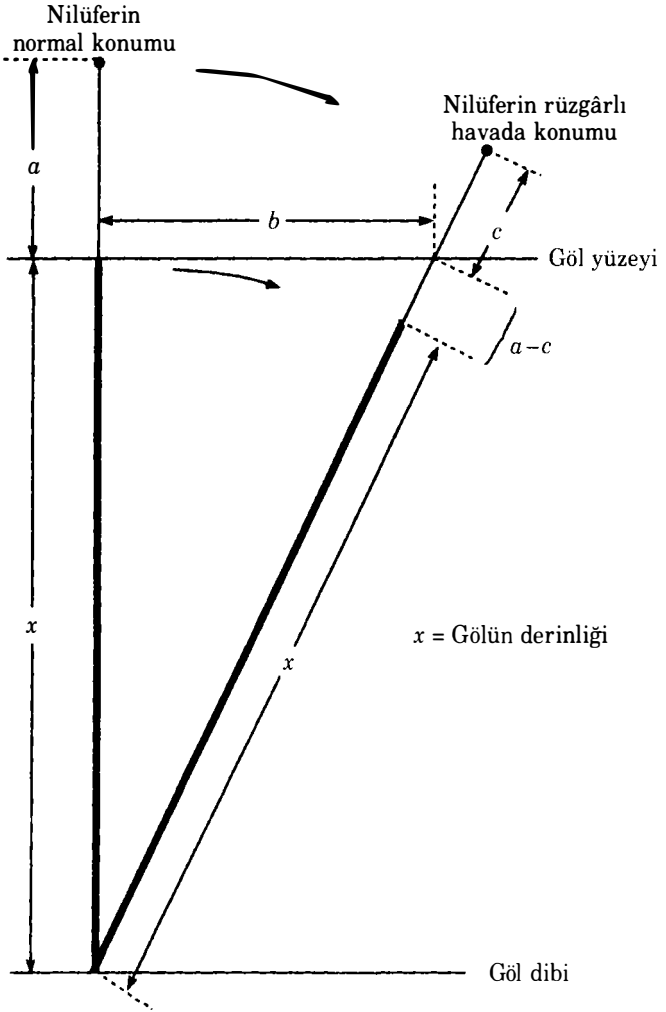
Eski Çin’de Dik Üçgenler

Thales ve Pisagor’dan çok önce Eski Çin kaynaklarında dik üçgenlerin ve benzer üçgenlerin kullanıldığını biliyoruz. Hatta o devirlerden kalan kitaplarda uzaklık ve yükseklik ölçümlerinin çubuklar veya ağaçlar yardımıyla nasıl yapılacağı anlatılır. Bu örnekleri bugün siz de canlandırabilirsiniz. Örneğin bir dağın yakınlarındaki bir ağacı kullanarak dağın uzunluğunu binlerce yıllık bir yöntemle ölçebilirsiniz. Bunu yaparken insan gücünün o zamanlar şimdiki kadar itina ile kullanılmadığını hatırlamaya çalışın! İlk önce karşiki dağın bu ağaca olan uzaklığını ölçün. Bunun için eski zamanlarda köleleri gönderip kaç adım olduğunu saydırırlardı herhalde. Size de iyi bir spor olur. Sonra ağacın karşısına gelin. Ağacın tepesinden dağın tepesini göreceğiniz noktaya kadar eğilin. Tam o noktada durun ve gözünüzün yerden olan yüksekliğini ölçün. Bulunduğunuz yerin ağaca olan uzaklığını ve ağacın yüksekliğini ölçün. Bu bilgilerle dağın ne kadar yüksek olduğunu benzer üçgen bağlantılarından bulmanız mümkün. Bu problemi milattan birkaç bin yıl önce Çinliler çözmüşler ve öğrencilere ders kitaplarında problem olarak sormuşlar.

Eski Çin yazmalarından bugüne kalan bir problem de “nilüfer problemi” olarak anılıyor. Bir kamışın suyun üzerinde kalan kısmı rüzgârsız bir havada ölçülüyor. Rüzgârdan ötürü kamışın sürüklendiği mesafe ve su üzerindeki boy farkı da ölçülüyor. Buradan dik üçgenler teoremi kullanılarak suyun derinliği hesaplanabiliyor.



Dağın yüksekliğini bulmak için a, b, c, d ölçümleri yapılırsa, $x = \frac{(b-a)(c+d)}{c} + a$ bulunur.



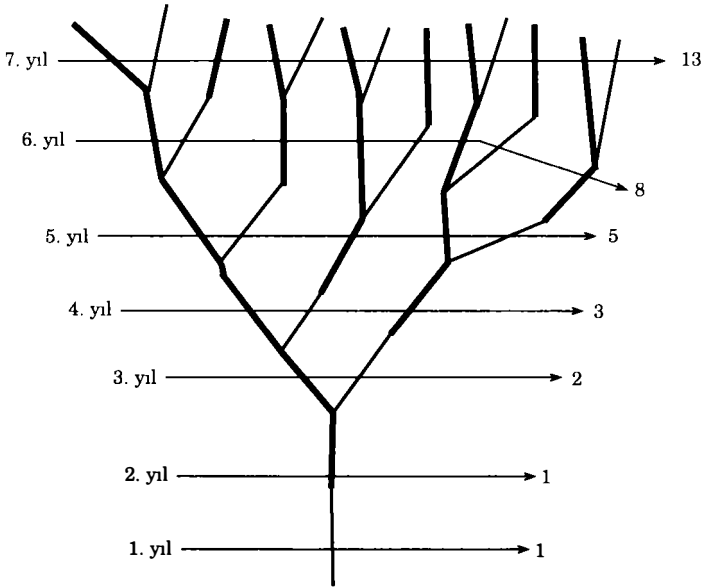
Suyun derinliğini bulmak için a , b , c ölçümleri yapılır ve $x = \frac{b^2 - (a-c)^2}{2(a-c)}$ bulunur.

Sayıların da Hastası Var

Eğer doğa bu kadar güzel, ahenkli ve sır dolu olmasa Fibonacci adını belki de hiç duymazdık. Harizmi'yi Latince'ye çeviren Pizalı matematikçi Leonardo Fibonacci hesap yapmayı Cezayirli bir Arap ustadan öğrendi. Fibonacci kendi yazdığı *Liber Abaci* (Abaküs Kitabı) adlı kitabına heyecanla şöyle girer: "Dokuz Hint rakamı ve bir de sıfır işaretiyle bütün sayılar yazılabilir." Sayılara böylesine aşık olan bir insan da tarihe ancak sayılarla ilgili bir konuda geçebilirdi. Öyle de oldu. Rivayete göre bir arkadaşının tavşan çiftliği vardı ve her üreme döneminde en az kaç yavru beklemesi gerektiğini hesaplayamıyordu. Fibonacci arkadaşına yardım etti. Bulduğu sayılar da Fibonacci dizisi olarak tarihe geçti. Bu sayıların yalnızca tavşanların üremesi probleminde karşımıza çıkmakla yetinmeyeceklerini artık tahmin etmeye başlamışsınızdır.

Göze daha da net gözükeni "dal" problemi. Her farklı nesilde kaç tane dal olduğunu sayarsanız birçok bitkide yine aynı sayı dizisi karşınıza çıkar: İlk yıl 1, ikinci yıl 1, ertesi yıllar 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 diye gider.

Daha önce hiç ayçiçeğinin göbeğindeki spiralleri ve ağaçlardaki dalları saymış mıydınız? Belki bundan sonra siz de bir denersiniz... Bir ayçiçeğinde saat yönündeki spirallerin sayısı 55, ters yöndekilerin sayısıysa 34 veya 89'dur. Kozalakta bu oran 5'e 8'dir ki bu da iki ardışık Fibonacci sayısıdır. Tütünde de 5 turda 3 yaprak, 8 turda 5 yaprak veren filizler vardır. Yine Fibonacci sayıları! Burada seçtiğiniz bir yaprağın yönünde bir



Yeni doğan her dal, ikinci yılını tamamladıktan sonra her yıl yeni bir dal verir. Bu kural yeni doğan dallar için de geçerlidir. Buna göre her yıl kaç dal olduğunu sayarsak 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... dizisini buluruz. Bu Fibonacci Dizisi'dir: Dizideki her sayı kendisinden önce gelen iki sayının toplamıdır.

yeni yaprağa rastlayıncaya kadar geçen tur sayısı ile aradaki yaprak sayısını sayıyoruz.

Klasik sanatta insan gözüne en uygun oran olarak düşünülen ve altın oran olarak anılan sayı, tavşan problemi ile tanıdığımız Fibonacci sayıları içine kodlanmıştır. Bu oran 1.618...'dir.

Yaşamak Akla Zarar

Günlük yaşantımızın renkli dünyası. Parlak vitrinler, parasını vermezseniz size vermeyecek-

leri mallar. Ucuna sıkı sıkıya yapıştığımız alış-veriş paketleri. Güncel kaygılarıyla koşuşturan insanlar. Bu alışveriş merkezleri 50 yıl sonra neye benzeyecek acaba? 100 yıl sonra ne bu insanlar olacak ne de bu binalar. Hele bu vitrinlerde satılan malların hepsi çöplüklerde çürümekte olacak. 100 yıl önceyse bu insanların bir teki bile doğmamıştı. Bu binalar, vitrindeki bu mallar yoktu. 2000 yıl önceki agoralar ve onların müdavimlerinden de geriye bir şey kalmamış. Bu mallar, bu vitrinler, insanlardaki bu kısa vadeli hırslar silinip gidecek. Oysa ne büyük bir ayrıcalıktır insanlığın hatıra defterine yazılmak ve bir daha hiç silinmemek. Binlerce yıl öncesinden binlerce yıl sonrasına uzanan bir macerada yer almak ve hiç unutulmamak. Galiba ölümsüz olmanın, ama gerçekten ölümsüz olmanın en sağlam ve en eğlenceli yolu matematik yapmak...

Notlar

Spiral ve Helis

Yavaş dönen bir plak düşünün. Bu plağın üzerinde, plağın döndüğünden habersiz bir böceğin merkezden dışarıya doğru sabit bir hızla yürüdüğünü düşünün. İşte bu böceğin plağın merkezi etrafında çizdiği eğri bir spiraldir. "Plak da nedir?" diye soran genç okuyucular plak yerine kompakt disk ve böcek yerine de diski okuyan laser ışınını düşünebilirler. Doğada spirali en çok deniz minarelerinin kabuklarında görüyoruz. Arşimed'in spiral eğrisini kullanarak bir açığı üçe böldüğü rivayet edilirse de o ayrı bir kitabın konusu...

Bir helis eğrisi çizmek için elinize normal boyutlarda bir kağıt alın. Örneğin bu kitabın en beğenmediğiniz sayfasını koparıp bu iş için kullanabilirsiniz. Bu kağıdın sol alt köşesinden sağ üst köşesine bir doğru çizin. Kağıdı sol kenarı sağ kenarı ile uç uca gelecek şekilde kıvrıp rulo yapın. Az önce çizdiğiniz çizginin şimdiki hali bir helistir. Elinizdeki rulonun altından başlayıp, etrafında bir tur attıktan sonra üst kenarına gelecek eğriler arasında en kısa olanı helistir. Sarmaşık bitkileri milyonlarca yıldır bunu bilirler ve ağaçlara sarılırken bir helis eğrisi takip ederler...

Fraktal Yakalamak

Doğadaki olayları matematiksel bir modelle açıklamaya kalkıştığınızda pek çok kez bir “sınır” problemiyle karşılaşacaksınız. Soru kısmı aynı ama soruyu besleyen verileri değişebilen problemlere “sınır problemleri” denir. Örneğin, arabaya binip saatte altmış kilometre hızla yirmi dakika boyunca arabayı dümdüz sürerseniz nereye varırsınız? Elbette ki bu sorunun cevabı seyahate nereden başladığınıza ve ne yöne gittiğinize bağlıdır. İşte bu problem bir sınır problemidir. Arabaya bindiğiniz noktanın koordinatları ve hareket yönünüz de problemin sınır değerleridir.

Şöyle bir sınır problemi düşünelim: Düzlemdeki bir noktayı alacaksınız ve bu noktanın koordinatlarını kullanarak bir iş yapacaksınız. Bu işin de ancak “iyi” ya da “kötü” sonuçlanabileceğini varsayalım. Düzlemdeki bütün noktaları deneyelim ve sonucun kötü çıkmasına neden olan noktaları siyaha boyayalım, diğer noktalar be-

yaz kalsın. Bu işlemin sonunda düzlemde belirecek şekli tarif etmeye çalışalım. Bu hayali senaryo aslında pek çok fiziksel olayın matematiksel modelinde ortaya çıkan şemadır. Çoğu kez düzlemde siyah bir bölge olur ve bu problem üzerine çalışan kişinin en çok ilgilendiği bilgiler de bu sınıır eğrisi üzerindedir. Fraktal eğrileri de ilk kez böyle bir sınır probleminde siyah bölgeyle beyaz bölgeyi ayıran çizgiler olarak ortaya çıkmıştır.

Altın Oran ve Fibonacci Sayıları

İtalyan matematikçi Fibonacci yazdığı matematik kitaplarından birinde tavşan çiftliği olan bir arkadaşıyla ilgili olduğunu iddia ettiği bir problem sorar. Bu probleme göre arkadaşının çiftliğindeki tavşanlar doğdukları ilk iki ay yavru yapmazlar. Üçüncü aydan itibaren her çift her ay bir çift yavru yapar. Buna göre Fibonacci'nin arkadaşı bir çift tavşanla başlarsa kaç ay sonra kaç çift tavşanı olur?

İlk ay yeni doğmuş bir çift tavşanımız olsun. Matematik problemlerinde bu yavruların anasız babasız nasıl büyütülecekleri konusuna pek girilmez! İkinci ayda bu tavşanlar henüz yavrulamadıkları için hâlâ bir çift tavşanımız var. Üçüncü ay bunlar bir çift yavru verecek ve iki çift tavşanımız olacak. Yeni doğan çift dördüncü ay doğurmayacak, oysa ana babaları yeniden bir çift yavru yapacak ve toplam üç çift tavşanımız olacak. Bu şekilde devam edersek pek bir yere varamayacağız galiba. Düşünsenize 100. aya kadar hesabı böyle götürmemiz mümkün mü? Öyleyse daha cesur düşünelim: Örneğin 100. ayda kaç tavşanımız olacağını doğrudan hesapla-

maya çalışalım. 99. ayda kaç tavşanımız varsa onların hepsi 100. ayda da olacak. Bunların bir kısmı yavrulayacak. Yavrulayacak olanların en az iki aylık olması gerektiğine göre 100. ayda yavrulayacak olanlar 98. ayda sahip olduğumuz tavşanların hepsi olacak. Demek ki 100. aydaki tavşan sayısını bulmak için 98. aydaki tavşan sayısı ile 99. aydaki tavşan sayısını toplamak gerekiyor.

Bu hesaba bazı itirazlar yükselebilir. Biz sadece 100. aydaki sayıyı merak ediyorduk. Şimdi onu bulmak için hem 98. hem de 99. aylardaki sayıyı bulmamız gerekecek. İşimiz birken ikiye katlandı. Ama durun. Bu hesabı 100. ayda değil üçüncü aydan itibaren yapalım. Birinci ve ikinci aylarda birer çift tavşanımız vardı. Demek ki üçüncü ay iki çift tavşanımız olacak. Şimdi ikinci aydaki bir çift ile üçüncü aydaki iki çifti toplayalım. Dördüncü aydaki üç çifti bulacağız. Böylece her ay daha önceki iki aydaki tavşan çiftlerinin sayısını toplarsak o ay kaç çift tavşanımız olacağını bulacağız.

Yukardaki iki paragrafta kullandığımız matematik üslubu insanlığın matematiksel sembollerini icat edinceye kadar kullandıkları üsluptur. Oysa şimdi bütün bunları semboller yardımıyla kısaca yazabiliriz. Buna göre Fibonacci dizisi şöyle tanımlanır: Eğer n 'inci aydaki tavşan çiftlerinin sayısını F_n ile gösterirsek, F_n dizisi aşağıdaki bağıntılarla tanımlanır:

$$F_1 = 1$$

$$F_2 = 1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, n \geq 3.$$

Buna göre Fibonacci sayılarının ilk birkaç tanesi şöyle sıralanacak;

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181.

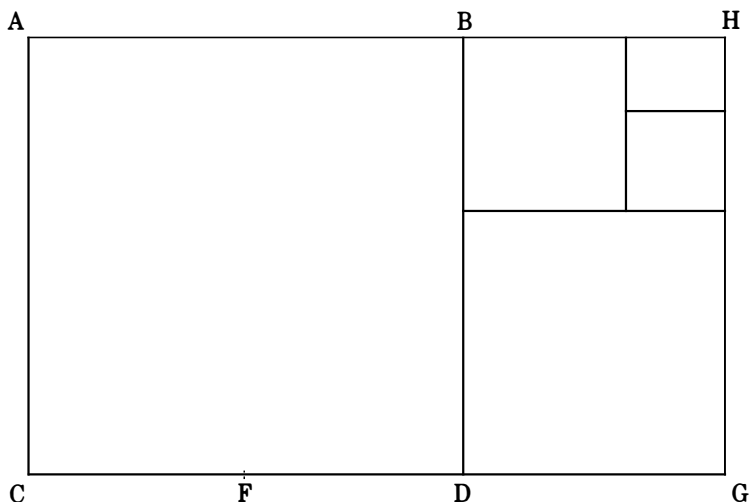
Bu arada unutmadan yukarda merak ettiğimiz 100. ayda kaç çift tavşan olacak sorusunun cevabını da yazalım;

$$F_{100} = 354\ 224\ 848\ 179\ 261\ 915\ 075.$$

Şimdi de Fibonacci sayılarını bir kenara bırakıp tamamen farklı bir konuya geçelim; altın oran...

Antikçağda ressamalar ve heykeltıraşlar ideal insan ölçüleri üzerine kafa yormuşlar. Öyle ya sokaklarda sık sık rastladığımız o ölçüsü çok az kaçmış heykellerin ne denli gülünç göründüğünü ve günlerce gazetelerde alay konusu olduğunu düşünün. Eskiçağda “onur” daha önemli olduğu için olsa gerek sanatçılar böylesi gülünç heykeller yapmak istememişler. Bunun için bir ölçü bulmuşlar. İddiaya göre ideal insanın ölçüleri şöyle olmalıymış: Boy uzunluğunun göbekten ayak uçlarına olan uzunluğa oranı, göbekten ayak uçlarına olan uzunluğun göbekten başucuna olan uzunluğa olan oranına eşit. Sembolsüz matematik yapmaya alışık olmayan yirmibirinci yüzyıl okuyucusu için bunu cebirsel olarak yazmak gerekirse: İdeal insanın boyu x birim olsun. Göbeğinden ayak ucuna olan uzaklık da y birim olsun. Bu durumda göbeğinden başucuna olan uzaklık da $x - y$ birim olacak. İddiaya göre ideal insandaki ölçüler şu denklemi sağlamalı:

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{x-y}.$$



Klasik sanatta çok kullanılan altın dikdörtgenin özelliği, kenarlarının birbirine oranının içinden bir kare atılarak elde edilen dikdörtgenin kenarlarının oranına eşit olmasıdır. Kalan dikdörtgen de altın dikdörtgen olduğu için ondan da bir kare atılırsa yine bir altın dikdörtgen kalır.

Altın dikdörtgen elde etmek için bir ABCD karesi çizin. CD kenarının orta noktası F ise, CD kenarını $FG = FB$ olacak şekilde uzatın. ACGH dikdörtgeni bir altın dikdörtgendir.

İdeal insanda sağlanması istenen bu orana, yani x / y oranına, altın oran denir ve ϕ ile gösterilir. Yukardaki denklemin sağ tarafındaki pay ve paydayı x 'e bölerek altın oran, yani ϕ için şu denklemi buluruz:

$$\phi = \frac{(1/\phi)}{1 - (1/\phi)} .$$

Buradan $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ buluruz ve ϕ 'nin birden büyük olduğunu göz önüne alarak,

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \text{ ve}$$

$\varphi = 1.6180339887498948482045868343656381177203092...$ buluruz. Aralarında *Mona Lisa* tablosunun da bulunduğu pek çok eserin tuvalin içine bu oran gözetilerek yerleştirildiği iddia edilir. Sessiz sinemanın ünlü yönetmeni Eisenstein, *Potemkin Zırhlısı* filmindeki dramatik öğeleri altın orana göre yerleştirdiğini söyler...

Altın oranla Fibonacci serileri arasında bir bağlantı olacağından şüphelenmeye başlamanızın zamanı geldi. Hiç bekletmeden bu ilişkiyi yazayım:

$$F_n = \frac{\varphi^n - \left(\frac{-1}{\varphi}\right)^n}{\sqrt{5}}, \quad n \geq 1.$$

Bu bağıntıyı “Fark Denklemleri” tekniğiyle ya da “Kuvvet Serileri” tekniğiyle keşfetmek mümkün. Ama en kolayı yukardaki ilişkiyi alıp tümevarım yoluyla doğru mu diye kontrol etmek. Her üç yöntemi de bir başka kitapta anlatmaya söz verip bu konuyu burada kapatıyorum. Ama ardışık iki Fibonacci sayısının oranının altın orana yakınsadığını da söylemeden edemeyeceğim... Örneğin:

$$F_{100} / F_{99} = 1.6180339887498948482045868343656381177202998...$$

3. Bölüm

Hiçlikten Varlığa Giden Yol

Perge'den Çıktık Yola

Bu antik şehir M.Ö. 1200 yıllarında, yani günümüzden 3000 yıl kadar önce, Pamfilya adı verilen yörenin kültür merkeziydi. Bugünkü Antalya'nın 18 km doğusunda olan Perge şehri Antalya limanı önem kazandıkça zaman içinde önemini yitirmiştir. Ama tarihe büyük geometrici Apollonius'un yaşadığı yer olarak geçmiştir.

Perge şehri, zamanında korsanlardan korunmak için sahilden içeriye kurulmuş. Dört kilometre doğusundaki Aksu ırmağını kullanarak bir liman kenti canlılığını da yaşamış. Şehrin ortasından geçen ve zamanında şehre serinlik ve neşe getiren bir de uzun havuzu vardır. Fakat biz buraya bu güzellikler için gelmedik. Burası insanlığın uzay macerasının başladığı yerdir. Bu macera bugünden yaklaşık 2200 yıl önce muhtemelen, genç bir matematikçinin bir gece uykusunun kaçmasıyla başlamıştır. Bu genç adam o gece elindeki kum saatinin içindeki kumların aldığı geometrik şekilleri inceleyerek geceyi geçirmiş. Sabahleyin yorgun argın, doğan güneşle karşılaştığı zaman içi çöşku doluymuş çünkü tanrının kendisine doğanın yeni bir sırrını lütfet-



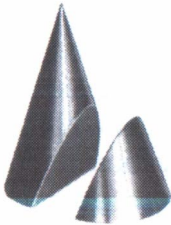
Hiperbol



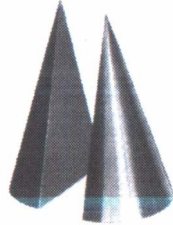
Daire



Elips



Parabol



Kesişen iki doğru

mek üzere olduğunu farketmiş. Bu genç adam, arkadaşlarının “Büyük Geometrici” diye takıldığı, Pergeli matematikçi Apollonius’tur.

Pergeli matematikçiye “Geometrinin altın çağının son temsilcisi” unvanını veren buluşu koni kesitleriyle ilgilidir. Bu koni kesitleri bugün “daire, elips, parabol ve hiperbol” dediğimiz şekillerdir. Bu isimlerin çoğu da zaten Apollonius’un kendi yakıştırmasıdır. Apollonius koni kesitleri üzerine sekiz ciltlik bir eser yazmıştır. Bunun ilk dört cildi orijinal dilindeki kopyalarından günümüze kadar kalmıştır. Bergama kralına ithaf ettiği son dört cildin ilk üçüye Arapça tercümeleleriyle günümüze kadar taşınabilmiş. Son cilt ise kayıp. Bu ciltte neler olabileceği konusunda çalışmalar yapılmış, bazı tahmini sekizinci ciltler yazılmıştır. Fakat yine de asıl sekizinci cilt hâlâ kayıp. Bir gün elinize içinde tuhaf geometrik şekiller olan eski püskü bir kitap geçerse bunu sobaya atmadan önce bir bilene gösterin...

İnsanlığın uzay macerası Pergeli geometrici Apollonius’un koni kesitleri üzerine yazdığı sekiz ciltlik eserle başlar. Bu sekiz ciltlik eserin sekizinci cildinin kayıp olduğunu biliyoruz. İlk yedi cildin zamanın bilim dili Arapça’ya olan tercümesi de şu anda elimizde. İbnil Heysem tarafından yazılan bu elyazması Süleymaniye Kütüphanesi’nde korunuyor. O zamanın yazarları kitabın önüne kendi isimlerini övünerek yazmadıkları için de bu elyazmasının İbnil Heysem tarafından yazıldığını bulmamız biraz zaman alıyor. Kitabın içinde orada burada kitabı yazan kişi kendisini tanıtıcı ufak ipuçları bırakıyor. Bunlardan biri kitabın ortalarında. Bir başka ipucu

da kitabın sonlarına doğru yine bir kenara yazılmış alçakgönüllü bir notta bulunuyor.

Ne Pergeli Apollonius, ne de onu günümüze taşıyan İbnil Heysem yaptıkları çalışmanın ilerde insanlığın uzay macerasına bir katkıda bulunacağını biliyorlardı. Burada çizilen elipslerin, bu sadece geometri heyecanıyla, geometri aşkıyla yapılan çalışmanın ilerde gezegenlerin ve uzay araçlarının yörüngelerini bize açıklayacağını hiçbir zaman bilemediler. Fakat bu eserler bin küsur yıl kütüphanelerde yattıktan sonra Kepler'in elinde insanı uzaya taşıyan anahtar değerini kazandı.

Apollonius ilk yedi cilt içinde sırası geldikçe bazı problemleri sekizinci cilde bıraktığını söyler. Ya Apollonius bu problemlerin ağırlığı altında ezildi ve sekizinci cildi hiçbir zaman yazmadı, ya da gerçekten söz verdiği gibi sekizinci cildi yazdı ama bu kitap kayıp. Sekizinci ciltte neler olabileceğini bu ipuçlarına bakarak pek çok matematikçi yeniden kurmaya çalıştı. Bunu ilk yapanlardan birisi de İbnil Heysem'dir. İbnil Heysem'in sekizinci cilt hakkında yazdıkları Manisa Kütüphanesi'nden ödünç olarak gittiği Bursa Kütüphanesi'nde yıllarca Nazım Terzioğlu'nun gelip onu gün ışığına çıkarmasını bekledi. Bu eser Bursa Kütüphanesi'nde yatarken İngiltere'de Halley sanki hiç böyle bir şey yokmuş gibi kendisi oturup yeniden bir sekizinci cilt yazdı; bugün dünyada meşhur olan da Halley'in İbnil Heysem'den yaklaşık 700 yıl sonra yazdığı bu sekizinci cilttir.

Apollonius'un bizim dilimizdeki adı Ablamyus. Heysem'in elinden çıkan bu elyazması da *Kitab-ı Mahrutat* adını taşıyor. "Mahrutat" çadır

biçiminde demek. Bugün liselerde okutulan geometrik şekillerin kökeni bakın ta nerelere kadar gidiyor. Bu kitapları incelerken bir şey dikkatinizi çekecektir; böylesine karmaşık konuları anlatan bu kitaplarda birkaç şekil olsa bile hiç formül yoktur. Eskiden şekiller kullanılsa da matematik henüz sembol dili gelişmediği için tamamen sözlerle ifade ediliyordu.

Zamanı ve Mekânı Terk Ediyoruz

Matematik tanrının doğanın içine bıraktığı ipuçlarıdır. Bunları siz bir pencere açar seyredersiniz ve seyrederken de fark edersiniz ki sizinle beraber başkaları da seyreliyor bunları. Bunu seyredenler tabii bu an sizinle yaşayan kişiler de olmayabilir. Örneğin bu elipsleri Apollonius Perge’de incelemiş. O 2500 yıl önce yaşamış bizden. Yanı başınızda Apollonius’la beraber elipsleri incelediğinizi fark edersiniz. Ya da daha çağdaş bir şey yaparsınız; tam bir şey düşünürken bilgisayarınızda “bir mesaj geldi” diye sinyal çalar, bakarsınız bir başkası dünyanın öbür ucundan bu konuda bir soru sormuş ortak bir listeye. Siz de tesadüfen o konuyla uğraşıyorsanız soruya cevap verirsiniz. Başkaları da cevap verir. Farkedersiniz ki ortada bir ortak dil var. Bunu İngilizce yazabilirsiniz, Türkçe yazabilirsiniz, Apollonius belki Anadolu’nun başka bir lisanı ile yazmış, Latince yazılabilir. Ama o yazılan şeyin kendisi, yani matematik, o bir tek dildir. Doğanın içinde bir ‘uyum’ var, matematikle yazılmış ve de matematik düşünülerek algılanabilen bir koca ‘uyum’. Matematikçi sık sık kendisini za-

man ve mekândan bağımsız olarak bir sürü dostla birlikte bu ‘uyumu’ incelerken bulur.

Binlerce yıl önce Öklit asal sayıların sonsuz olacağını, hiçbir zaman bitmeyeceğini gösteren bir ispat vermiş. Ve bugün okullarda asal sayıların sonsuz olduğunu göstermek için kullandığımız ispat ikibin küsur yıl önce Öklit’in verdiği ispattır. İkibin yıl önce şarkı söyleyip meşhur olup da hâlâ daha adından bahsettiğimiz herhangi bir şarkıcı yok. İkibin yıl önce şurda burda, şu veya bir başka nedenden dolayı meşhur olup da hâlâ günümüze adı kalmış bir ‘ünlü’ yok. Ama 2500 yıl önce “Sonsuz tane asal sayı vardır, nedeni de şudur” diyen adam meşhur. Ve biz aynı ispatı, aynı akıl yürütmeyi, matematiği aynı açıdan kavrama zevkini çocuklara anlatarak onun adını anıyoruz.

Matematikçiler arasında bu bir espri konusudur: “Meşhur olmak istiyorsanız şarkıcı değil, matematikçi olmanız gerek” denir. Çünkü matematikte doğrular vardır. Ölümsüz doğrular vardır. Ve insanları matematiğe çeken şey de bu ölümsüz doğruların içinde estetik bir güzellik olduğudur. Bir şey sadece doğru ve gerçek değildir, olağanüstü bir güzelliği vardır.

Sonsuzluğun Yolcuları

Ali Nesin – Çok iyi anımsıyorum lise bitirme sınavlarından bir ay önce bir arkadaşım şöyle demiştim: “Liseyi bitirdikten sonra ben hiç mutsuz olmayacağım.” Ve buna gerçekten inanıyordum. Sanki liseyi bitirdikten sonra, matematiğe başladığım za-

man, bundan sonra dünya benim için bir cennet olacaktı. Başka hiç mutsuz olmayacaktım yaşamımda. Liseyi bitirdim, tabii çok mutsuz oldum yine; sevgililerim terk etti, sınıfta kaldım, efendime söyleyeyim, şu öldü, bu oldu, bir sürü şeyler oldu mutsuz oldum, ama sanıyorum ki genel olarak yaşamda matematik mesleğini seçerekten çok mutlu oldum.

*Cem Tezer** – Açıkçası, bir kere şunu söyleyelim, yani artık kırkına yaklaşan bir adam olarak ben kolayca itiraf edebilirim ki herhalde hayatı mesut olmak için yaşamıyoruz zaten. Ama mesut olduğumuz anların bir yerleri var. “Anlar” diyorum. Ben saadeti hep anlar şeklinde yakaladım. Ve kendi kendime sorduğum zaman: “Hayatta kâmilin mesut olduğun ne zamanlar vardı?”, hemen gözümün önüne gelen iki tane resim var. Bir tanesinin matematikle hiç alakası yok. Yorucu bir işgününden sonra eşimle ve küçük kızımızla birlikte eve geldik. O sıralar yedi, sekiz aylıktı kızımız. Ve onun odasında halının üzerinde yerde yatıyordum. Kızım ile birlikte yuvarlanıyorduk. Eşim içerde yemek hazırlıyordu.** Ve dışarıda yağmur camlara tek tek vuruyordu. Ve o anda düşündüğümü de hatırlıyorum: “Cem Tezer, şu anda kâmilin mesutsun!”

* ODTÜ Matematik Bölümü öğretim üyesi.

** Bu mütevazı rolde izlediğimiz eş ODTÜ Matematik Bölümü profesörlerinden Münevver Tezer'dir.

Ve dönüp hayatıma baktığım zaman ikinci bir defa buna benzer bir an ne zaman oldu... Aslında çok bambaşka tabiatla bir şey. O da matematikle ilgili açıkça söylemek gerekirse. Lisede çok kimsenin çözemediği bir problem için tahtaya kalktım. Sert, eskinin müteahhkim, taviz vermez hocalarından bir geometri hocamız vardı. Onu zevkle hatırlıyorum. Allah selamet versin Afife Hanım. Ve beklenmedik bir geometri problemini beklenmedik bir usulle çözdüm tahtada. Herhalde uzun süredir görmediği bir adam tipiyle karşılaşmış olmalı. Karanlık, korkutucu gözlükler takardı, bizim için korkutucu. O karanlık gözlüklerin arkasından, gözlerinin içerisinde okuyabiliyordum açık seçik bir şekilde: "İşte adamımı buldum!" bana bakarken...

Ve hayatıma dönüp baktığım zaman iki büyük saadet anı olarak bunları görebiliyorum. Ve bu en azından gösteriyor ki hayatımdaki saadetin hiç olmazsa yüzde ellisi matematiğe ait...

Tosun Terzioğlu – Matematiğe ilk katkım beş yaşına rastlar. Harp sonrası yıllardaydı, Laleli'de bir evde oturuyorduk, babamın soğuk bir çalışma odası vardı ve benim oraya girmem de yasaktı çünkü orda kitap yazardı. Geometri kitabı yazarken de şekilleri kendi çizerdi kuşe kağıda. O zaman çok zor bulunan bir şeydi, dışarıdan geliyordu. Böyle çini mürekkebiyle gayet güzel kuşe kağıdına şekilleri çizer, işte oradan klişe yapılır

kitabına basılırdı. Bir gün ben evde kimse yokken o odaya girdim ve ben de kuşe kağıdına güzel güzel, çini mürekkebinin dökme saça bir şeyler yaptım. Sonra babam eve gelince çok kızdı, “Bu ne?” dedi, “Ben de matematik yaptım...” dedim. Ama o ilk katkımın sonucu pek iyi olmadı, cezalandırıldım. Fakat onun üzerine bana küçük başka kağıtlar verildi, “Sen bunlara matematik yap, kuşe kağıdını rahat bırak” denildi.

*Mehmet Koca** – Yaptığım işten çok memnunuz. Çukurova Üniversitesi’nde, bir araştırma merkezinde, güneşe bakarak, bizim orda bir yapma gölümüz var, Seyhan gölü, göle bakarak, oturup düşünerek birtakım çalışmalar yapıyorum oktonionlar üzerine. Bunlar sonlu gruplarla ilgili. Ve hakikaten beni heyecanlandırıyor. Bu heyecanımı önceden, çocukken hiç tahmin edemezdim. Böyle bir yere gelebileceğimi düşünemezdim.

Osmaniye’nin, Adana’nın bir kazası Osmaniye’nin, Endel Köyü denen bir köyünde, Ceyhan nehri kıyısında dünyaya geldim. Orada ilkokulu okudum. Bir vekil öğretmen, bir asil öğretmen vardı, iki sınıf vardı. İlk yıl asil öğretmenin bulunduğu sınıftaydım ben. Alfabeyle başladık okumaya ve arkasından da birinci yılı bitirmek gerekiyordu. Bir ayda alfabeyi bitirmişim, ikinci ayda da birinci yılı okumuşum bitirmişim ki hocam bana “Sen kalk ikinci sınıfların arasına otur” de-

* Çukurova Üniversitesi öğretim üyesi.

di. Bu arada bir arkadaşım daha vardı bizim köyümüzden Ali Onat diye bir çocuk, bizim ikimizi kaldırıp ikinci sınıfların arasına oturtttular “Siz birinci sınıfı geçtiniz” diye. Orada biz ikinci sınıflarla oturup okumaya başladık. Herhalde benim matematiğe karşı merakım vardı. Tam bilemiyorum yani kolaylıkla yapabildiğim bir şeydi.

Çocukluğumda ilkokuldan sonra bir okul olduğunu da bilmiyordum. Ortaokul vardı ya benim ortaokula gitmem yahut liseye gitmem söz konusu değildi, çünkü o kasaba-daydı. Ailem fakir olduğu için beni oraya göndermeleri mümkün değildi. Ancak belki bir yatılı okulda okuyabilirdim. Öyle bir okulun varlığından da haberdar değildim. Beni mezun eden öğretmen eski bir Köy Enstitüsü mezunu, daha sonra o okulun adı Öğretmen Okulu olarak değiştirilmiş, bana böyle bir yatılı okula gidebileceğimi, imtihanı kazanabileceğimi söyledi. Ve babama yaşımı büyütmesi için mahkemeye başvurmamı söyledi. Ben o zamanlar 10 yaşındayım, beni 12 yaşında yapacaklar. Nitekim, mahkemeye başvuruldu ama bir gecikme oldu. Dolayısıyla ben 13 yaşıma çıkmış oldum diplomamı alırken. 10 yaşında öğretmen okuluna gittiğimde boyum 1.23'tü.

Ali Alpar – Benim meslek hayatımda en çok hoşuma giden şeylerden bir tanesini anlatmak istiyorum. 642 hertzlik pulsar yeni bulunmuştu. Bunun bulunmasından sonra yapılan ilk bu konudaki bilimsel konferansa

gittim. O konferansta bu gözlemi yapan gözlemciler vardı, geldiler. Gözlemi tabii grafiklerle filan gösterdiler. Böyle bir grafik çizimi, işte oradan gelen sinyalin şiddeti artıyor, azalıyor, artıyor, azalıyor. Bu ikisinin arasındaki zaman da saniyenin 642’de biri. Fakat bir de radyo teleskoptan aldıkları sinyali hiçbir frekans değişmesi yapmadan, hiçbir filtreden geçirmeden doğrudan doğruya hoparlöre verirsek ne olur? Sinyali küçük bir teybe almışlar, kasete. Getirip kaseti taktılar orda, teybin hoparlörünü açtılar ve o sesi duyduk. Böyle “hıss” diye. Tınısı çok güzel olan bir ses değil tabii, çünkü nihayet bir müzikal enstrüman değil. Fakat o frekanstaki sinyali gerçekten insan kulağı duyuyor. O zaman bu yıldızın ne kadar hızlı döndüğünü düşünebiliyorsunuz.

İşte yine sayılar burada karşılaştırmaları yapmamıza olanak veriyor. Saniyede 642 defa fırıl fırıl kendisinin etrafında dönen bir top. Uzayda bir boşlukta duruyor. 10 km çapı var. Bir Güneş kadar kütle içeriyor. Her bir santimetreküpü 100 milyon ton. Saniyede 642 defa kendi etrafında dönüyor...

Ali Nesin – On yaşındaydım, ya da onbir yaşındaydım birisi bana bir iskambil kağıdı oyunu göstermişti. Ben üç gün boyunca evden çıkmadım, onun nasıl olduğunu bulmak için. Üç gün sonra buldum o oyunun nasıl olduğunu. Belli ki orda bir marifet yoktu, bir mantık oyunuydu; onu buldum üç gün sonra. Daha sonra, oniki yaşında filan ola-

cağım, biz yazlığa tatile gittik. Tatildeyiz, bir yerdeyiz, orada sivilceli bir çocuk vardı. Oğlan hep kalem kağıtla bir şeyler yapardı. Bir gün gittim yanına “N’apıyorsun, n’ediyorsun?” diye. Bana tümevarımla kanıt gösterdi. Yanlış gösterdi ama gösterdi. Tümevarımla, yani n için doğruysa $n + 1$ için kanıtlayacaksın. Anladım. Başladım ben de o zaman bir şeyler yapmaya. Büyük bir zevk duydum ondan. Şimdi düşünüyorum da bugün araştırma yaptığım zamanki duyduğum zevkle o zaman duyduğum zevk arasında hiçbir ayırım yok. Yani on yaşında bir çocuğun yapacağı bir araştırmayla, ne araştırmasıysa o, elli yaşında profesyonel bir matematikçinin yapacağı araştırmadan alacağı zevk arasında en küçük, benim için, bir ayırım yoktur. Aynı zevki o zaman nasıl tattıysam bugün de aynı zevki tadıyorum. Tabii kolay olmuyor bu. Kanıtlayamadığım zaman tırnağımı yiyorum, kalemi yiyorum, sinir oluyorum, tiklerim başlıyor. Ama o bulduktan sonra öyle bir zevk var ki... Ama o yine bir yarım saat, bir saat, iki saat, bazen çok güzel bir şeyse bir gün iki gün sürüyor, sonra da kayboluyor. Sonra tekrardan başlıyorsun savaşılmaya. Ve tabii neyi buluyoruz? Doğanın kanunlarını buluyoruz.

*Mefharet Kocatepe** – İlk anladığım şey mutlak değerin tanımıydı. Problemi çözmek değil, bir şeyi anladım. Ve o zaman müthiş

* Bilkent Üniversitesi Matematik Bölümü öğretim üyesi.

bir zevk duydum. Sanki bütün dünyayı keşfetmişim gibi filan bir zevk aldım. Tabii önce öyle tattım ama daha sonra problem çözünce de aynı zevki duyuyordum.

Cem Tezer – Benim gece 11 fikirleri dediğim olay, bu herkesin hoşuna gidiyor... Şu veya bu şekilde günün son saatlerine doğru bir yorgunluk başlıyor. Ve o yorgunlukla birlikte bir ümitsizlik başlıyor. Hele o sıralar yaptığınız işler iyi gitmiyor ise saat onbire doğru ben umumiyetle kalemi kağıdı yere bırakıp şöyle zihnimde, hayallerimin peşinde gezmeyi seviyorum. Ve o sırada sık sık iyi fikirler geliyor aklıma. İyi fikirler dediğim zaman yalnız şu anlaşılmasın; bu iyi fikirler problemlerimi çözen fikirler değil. Çoğu zaman, yani yüzde doksandokuzunda bu fikirler iki üç gün sonra kötü yollara sürüklüyorlar beni, iyi çözümüyorlar problemlerimi. Fakat o geceyi gayet mesut bir şekilde geçirmeme neden oluyorlar. Yani o gece uyuyabiliyorum. Onbir fikirleri geliyor ve saat bire kadar onların peşinde biraz düşünüyorum, biraz yazıyorum, çiziyorum. Bazı notlar alıyorum, bazı kitaplar karıştırıyorum. Ve günü, tabiri caizse, muvaffak olmuş bir matematikçi olarak kapatmak saadetine bu suretle erişiyorum.

*Yalçın Yıldırım** – Bazen bu çözüm diye kafanızda çakan şimşek aslında yanlış bir çözüm oluyor. Onun için öyle hayal kırıklığına

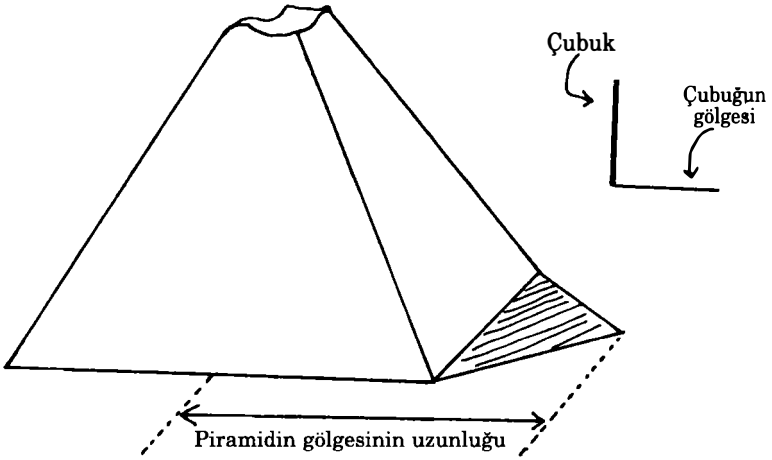
* Bilkent Üniversitesi Matematik Bölümü öğretim üyesi.

uğrama tecrübesi de olunca hemen ilk çakan şimşekte pek heyecanlanmıyorum artık eskisi kadar. Biraz daha dikkatli davranmak gerekiyor bir olayı anlarken. Diğer çalışma alanlarından farklı olarak matematikçi için bir laboratuvara gereksinim yok. Bir alet edevata da gereksinim yok. En çok olsa olsa bir kağıt kalem ve referans, kaynak kitapları gerekli. Ve her zaman da insan masa başında oturup bunlara bakmayabilir. Bazen yürürken, koşarken insan bunları düşünebilir. Veya otobüste seyahat ederken de bunları düşünebilir.

Milet'te Mola Veriyoruz

Suyu ve havası matematikçilere çok yaramış bir şehirdeyiz. Burası tarihi Milet şehri. M.Ö. 640 yıllarında, yani zamanımızdan 2500 yıl önce, burada Thales doğmuş. Thales'in hayatı hakkında fazla bir bilgimiz yok. Fakat bildiğimiz kadarıyla zengin bir aileden gelmiş, ve zamanın modası uyarınca o da İskenderiye'ye gitmiş. Thales İskenderiye'deyken Mısırlılar bir problemle uğraşıyorlarmış. O da zamanın aşımına uğrayarak tepesi alçalan piramitlerin o zamanki gerçek yüksekliğinin ne olduğunu ölçmek. Thales buna pratik bir çözüm getirmiş: "Yere bir çubuk dikin" demiş, "ne zaman ki çubuğun gölgesi kendi yüksekliğine eşit olur, o zaman piramidin gölgesini ölçün. O size piramidin yüksekliğini verecektir". Mısırlılar bu pratik ve zeki çözüm karşısında çok etkilenmişler.

Thales bununla da yetinmiyor, o sıralarda yaklaşmakta olan bir güneş tutulmasını haber



Piramidin yüksekliğini bulmak için, yere dikilen bir çubuğun gölgesinin uzunluğunun, çubuğun uzunluğuna eşit olmasını beklemek ve o anda piramidin gölgesinin uzunluğunu ölçmek gerekir. Thales teoremine göre bu uzunluk piramidin yüksekliğini verir.

veriyor. Bunu biraz fazla buluyorlar ve inanmıyorlar, ama söylediği gün civarında bir güneş tutulması olunca Thales'e iman ediyorlar. Thales bu başarılarından sonra zamanın 'Amerikası' sayılan İskenderiye'den sevilen ve meşhur bir insan olarak Milet'e dönüyor.

Thales'in düzlem geometrisi üzerine çalıştığını biliyoruz. Özellikle bugün "Thales teoremi" diye bilinen benzer "üçgenler teoremi" bugün hemen hemen bilimin bütün dallarında kullanılan çok temel bir kavramdır.

*Volkmar Von Craeve** – Thales yedinci yüzyıl sonunda doğmuş. Milet'te bu sıralar yap-

* Ruhr Üniversitesi Arkeoloji Enstitüsü öğretim üyesi.

tığımız kazılarda onun ait olduğu dönemi açığa çıkarıyoruz. İlk bulgular bir esnaf mahallesine ait. Bir de seramik fırını olduğunu düşündüğümüz bir fırın kalıntısı bulduk. Tabii Thales'e ait izler çok az.

Thales'in öğrencisi Anaksimandros* da hocasına layık bir öğrenci olmuş. Anaksimandros'un dünyanın yuvarlak olduğundan şüphelenen ve dünyanın eğimini ölçen ilk insan olduğunu biliyoruz. O sıralar genel kanı dünyanın tepsi gibi düz olduğu. Fakat bilimle uğraşanlar, matematikle uğraşanlar dünyanın yuvarlak olacağı konusunda bazı şüphelere düşüyorlar. Hatta biraz cesaretle söylemek gerekirse o zaman bilim adamlarının hepsinin dünyanın bir şekilde yuvarlak olduğunu bildiğini söyleyebiliriz. Fakat çevrenin hışmından korktukları için bu sadece kendi aralarında fısıldadıkları bir gerçek. Ve çalışarak bu konuda başkalarını da ikna edecek deliller toplamaya uğraşıyorlar. İşte Anaksimandros'un dünyanın eğimini ölçmesi bu delillere yapılan bir katkıdır.

Volkmar von Craeve – Milet eskiden bir liman kentiydi. Zamanla Menderes nehri taşıdığı alüvyonlarla Söke ovasını oluşturmuş ve Milet'le denizin arasını doldurmuş. Arkaik dönemde Milet İyonya'da en büyük şehir idi. Fakat Persler M.Ö. 494 yılında geldiler ve Milet'i tamamen tahrip ettiler. Persler'den sonra Mimar Hipodamos yeni kent

* M.Ö. 610 - M.Ö. 546/545.

planı uyguladı. Bu plan geometrik bir sistemle çok rasyonel çizilmiş, ızgara şeklinde. Ve Milet çok demokratik bir şehir oldu çünkü herkese aynı toprak, aynı tip ev verildi. O döneme ait kazılardan bulduğumuz bazı tabak parçaları var. Bunlar çok güzel geometrik desenlerle süslenmiş. Tabii Thales bu tabaklardan yemek yedi mi yemedi mi bilmek mümkün değil.

Milet bu insanları yetiştirmekle yetinmemiş, M.S. 500 yıllarında önemli bir de mimar çıkarmış. Bu mimar İsidoros'tur. Mimar İsidoros ve Aydınli meslektaşı Anthemios, Ayasofya'yı bugünkü haliyle beş yılda inşa ettiler. Bu iki geometriciyi tanıyan arkadaşları Ayasofya'yı ziyaret ettikleri zaman Ayasofya'ya bakıp "geometrinin katı cisimlere uygulanışı" benzetmesini yapmışlardı.

Notlar

Koni Kesitleri

İnsanların koni kesitleriyle ilk kez neden ilgilenmeye başladıklarını tahmin etmek zor. Elbette bazı akli başında tahminler yapılabilir. Örneğin bazı çizim problemleri için koni kesitleri yardımcı eğriler olarak kullanılır. Zaten 'rivayete' göre verilen bir dairenin alanına eşit bir kare çizme problemini çözmek için hiperbol "icat" edilmiştir. Ama eğer böyle bir problem olmasa koni kesitleri olmayacak mıydı? Everest'e çıkmak için bahane aramaya gerek var mı?

Koni kesitleri dediğimiz eğriler ilk kez Antikçağda incelenmiştir. İlk tanımlara göre bir koni-

yi kenarına dik bir düzlemle kestiğinizde elde ettiğiniz şekle koni kesiti deniyordu. Bu koninin tepe açısının büyüklüğüne göre bu koni kesiti elips, parabol ya da hiperbol oluyordu. Bu düzlemin eğimi de koni kesitinin eğimi oluyordu.

Koni kesitleriyle ilgili ilk düzenli bilgileri Pergeli geometrici Apollonius'tan alıyoruz. Apollonius'un *Konika*'sındaki bilgilerin hangileri kendisine ait, hangileri de zamanının diğer matematikçilerine ait tam olarak bilmek mümkün değil. Fakat koni kesitlerini elde etmek için bir koniyi yalnızca kenarına dik bir düzlemle değil rasgele bir düzlemle kesmenin yeteceğini ilk düşünen kişinin Apollonius olduğuna kesin gözüyle bakılır. Koni kesitlerine elips, parabol ve hiperbol adlarını takan da Apollonius'tur. Bu isimlerin neden bu şekillere yakıştırıldığını anlamak için koni kesitleri üzerine yazılmış bir kitaba bakılmasını salık veririm.

Kaç Tane Asal Sayı Var?

Kendisinden ve birden başka hiçbir tamsayıya bölünemeyen sayılara asal deriz. Örneğin 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 asal sayılardır. Daha ilerde tanıyacağımız 'meşhur' 641 sayısı da asal bir sayıdır. Öte yandan 1 sayısı asal sayı tanımına uyduğu halde matematikçilerden başka kimsenin anlamadığı nedenlerden dolayı asal kabul edilmez... Asal sayıların listesini çıkarmaya başladığınız zaman listedeki sayıların arasının genellikle açılmaya başladığını görürsünüz. Örneğin 1 ile 100 arasında yirmibeş asal varken 100 ile 200 arasında yirmibir asal vardır. Daha büyük aralıklara bakarsak örneğin 1 ile 1 000 000 arasında 78 498 asal varken 10 000 000 ile 11 000 000

arasında 61 938 asal vardır. Buna bakarak asalların azaldığını ve giderek yok olacağını düşünebilirsiniz. Bu durumda doğal olarak en büyük asal sayı hangisidir, diye bir soru sorabilirsiniz. İşte ikibin yıl önce Öklit bu soruya çok şık bir cevap vermiştir. Öklit en büyük asal diye bir sayının olmadığını, asal sayılar listesinin sonsuz olduğunu iddia etmiştir. Bir an için Öklit asal sayılar listesinin sonlu olduğunu kabul eder. Buna göre $p_1 < p_2 < \dots < p_n$ elimizdeki bütün asallar olsun. Şimdi $K = p_1 \cdot p_2 \dots p_n + 1$ sayısını düşünelim. Bu sayı elimizdeki asal sayılar listesindeki her asaldan farklıdır. Var olan tüm asallar bu listede olduğuna ve K sayısı bu listede olmadığına göre K sayısı asal değildir. Öyleyse elimizdeki listedeki asallardan en az biri tarafından bölünmeli. Oysa K sayısı bu asallardan hiç birine bölünmez. Örneğin $K = 1 + p_1 \cdot (p_2 \dots p_n)$ şeklinde yazıldığı için K sayısını p_1 asalına böldüğümüz zaman 1 artar. Aynı nedenle diğer asallara da bölünmez. Bir çelişkiye vardık. Asal sayıların sonlu sayıda bulunduğunu varsayınca açık bir çelişki elde ediyoruz. Demek ki asal sayılardan sonsuz tane var. Bu kadar basit...

Şimdi hemen bazı itirazlar duyuyorum. Bu elde ettiğimiz K sayısını da listeye ekleysek çelişkiden kurtulur muyduk? Dikkat ederseniz çelişkiyi elde etmemizin nedeni K sayısının listede olup olmamasından çok listede yalnızca sonlu sayıda asal olmasıydı. Eğer listede sonlu sayıda asal olmasaydı onları birbiriyle çarpıp 1 ekleyerek bir K sayısı elde edemez ve çelişki bulamazdık. Çelişki K sayısından değil, asalların listesinin sonlu varsayılmasından doğdu.

Asal sayılarla oynamak büyük bir zevk kaynağıdır. Örneğin her n sayısı ile $2n$ sayısı arasında mutlaka bir asal olduğunu gösterebilir misiniz? Bu bilinen bir sonuçtur ama ispatı biraz çetrefilidir. Ya da üçten büyük her çift sayının iki asalın toplamı olarak yazılabileceğini gösterebilir misiniz? Bu Goldbach önermesi olarak tanınır ve hâlâ doğru olup olmadığı bilinmemektedir. Ölümlü insanların bugüne kadar deneyebildikleri her çift sayı için önermenin doğru çıktığını söylememe gerek yok... Ama ya henüz deneyemediğimiz büyüklükteki bir çift sayı için yanlışsa...

Kitab-ı Mahrutat

Apollonius'un *Konika* adlı eserinin V. VI. ve VII. ciltlerinin günümüze yalnızca üç nüshası ulaşmıştır. Bu nüshaların üçü de Beni Musa'nın *Kitab-ı Mahrutat* adlı Arapça çevirisinin elyazması kopyalarıdır. Bu kopyalardan birisi de İbnil Heysem tarafından yapılmıştır ve bugün Süleymaniye Kütüphanesi'ndedir. "Beni Musa" ise "Musa Oğulları" demek olup Muhammed, Ahmed ve Hasan adlı matematikçi ve astronom üç kardeşin literatürdeki adlarıdır. Apollonius'tan yaklaşık bin yıl sonra yaşamış olan bu üç kardeş topladıkları *Konika* kopyalarını Hilal ve Harranlı Tabit adlı iki matematikçi yardımıyla Arapça'ya çevirmişler ve geçen bin küsur yılda kopyalama işlemleri sırasında esere bilmeden sokulmuş olan hataları düzeltmişlerdir. *Kitab-ı Mahrutat*'ın diğer iki elyazması kopyasının biri Oxford'da diğeri Tahran'dadır.

4. Bölüm

Ben Bilirim

Bizim de Kralımız Var...

Carl Friedrich Gauss. Tartışmasız en iyi matematikçi. Belki ikinci en iyi matematikçi kimdir diye bir tartışma çıkabilir ama en iyisi için hiçbir tartışma yok. “Matematik bilimlerin kraliçesidir” sözünü söylediği için kendisine “Matematiğin Kralı” denen Carl Friedrich Gauss.

Ekim 1795 yılında Göttingen Üniversitesi’ne kaydolduğu zaman “Matematikçi mi olayım, edebiyatçı mı olayım?” diye düşünüyordu ve bu kararsızlığı altı ay kadar sürdü. Matematik ve edebiyat dünyaları nefeslerini tuttular! Sonunda 30 Mart 1796 tarihinde bir defter açtı, “Bugün eşkenar bir onyedigenin cetvel ve pergelle nasıl çizileceğini buldum” dedi. Bu aynı zamanda onun matematikçi olmaya karar verışı de oldu. Bu problem ikibin yıldır açık olan bir problemdi...

Carl Friedrich Gauss bu hatıra defterini, matematiksel hatıra defterini, ölünceye kadar kullandı. Bu defter ancak o öldükten 43 yıl sonra ortaya çıktı ve içinde 146 tane, basılmamış, küçük küçük çok önemli teorem bulundu. Bütün hayatı boyunca “öz ama olgun” ilkesiyle hareket etti ve çok az yayın yaptı, ama her yaptığı yayın, her

bulduğu buluş tam, olgun ve mükemmeldi. Çalışmalarını sade bir odada gerçekleştirdi; çıplak bir masa, mobilyasız bir oda, ve ancak yetmişinci doğum yıldönümünde arkadaşları ve gençler tarafından ikna edilebildi ki odasına bir koltuk konabilir, yorulduğu zaman bu koltukta dinlenebilir. O diğer insanların rağbet ettikleri küçük rahatlıklara değil, sayılar ve matematik dünyasının içindeki sırların verdiği rahatlıklara, huzurlara doğru koştu.



Gauss

En büyük matematikçi olarak tarihe geçmek herkese nasip değil. Ama yine de matematik bilerek yaşamaktan çeşitli yararlar umabiliriz.

*Aydın Aytuna** – Bana göre matematik komplike görünen yerlerde düzen aramak diye de özetlenebilir, en azından benim algıladığım matematik. Bir düzen, bir mantık arıyoruz olaylarda ve olayları o zaman o

* ODTÜ Matematik Bölümü öğretim üyesi.

bulduğumuz düzen sayesinde çok daha kolay anlayabiliyoruz. Ve hatta yani düzenin olduğuna da gizli gizli inançlarımız var gibi geliyor bana, çünkü bir sürü matematikçi arkadaşım da bana katılır, zaman zaman araştırma yaparken “Dünyada adalet varsa bunun da doğru olması gerekir!” diye düşündüğümüz ve ondan sonra ispat etmeye çalıştığımız bir sürü olgu olmuştur.

*Reyyan Ayfer** – Matematik çok zevkli, çok eğlenceli, insan hayatına çok şey katan bir konu. Ne gibi çok şey katıyor? Yani matematik eğitimi alınca insanın hayatına neler katılıyor? Birincisi bir kere, disiplin getiriyor. Problem çözme yeteneklerinizi geliştirmeyi sağlıyor. Problem çözmek deyince akla yalnızca matematik problemi çözmek, fizik problemi çözmek gelmemeli. Yani sabah kalkıyorsunuz problemle karşılaşıyorsunuz. Nasıl bir problem? Bir sürü iş yapılacak: Yumurta pişecek, süt ısıtılacak, küçük giydirilecek, siz bu arada giyineceksiniz, eşyalarınızı toplayacaksınız, anahtarınızı unutmamanız lazım. Bir sürü şeyi bir anda yapmanız lazım. Çok kısa bir zaman dilimi içinde işte bunları doğru sıralamanız lazım. “Hangisini önce yapmalı, o olurken o aradaki vakti nasıl değerlendirmeli?” bile bir disiplin gerektiriyor, bir düşünme gerektiriyor. Bu disiplini matematik eğitimi kendi

* ODTÜ Matematik ve Bilgisayar Bölümleri mezunu, Bilkent Bilgisayar Teknolojisi ve Programlama Bölüm Başkanı ve yazarın sınıf arkadaşı.

verdiği yöntemlerle size sağlıyor. O yöntemleri siz hayatınızın her adımında kullanmaya başlıyorsunuz.

Öncelikle problemi anlamanız lazım. Problem ne? Bu problemin çözümü için ne gibi veriler gerekli? Bu verilerin içinde gereksiz, problemin çözümünü etkilemeyecek veriler de var mı? Bunları ayıklamak lazım ve doğru sonuca erişebilmek için her adımın sonunda da bir önceki adımdaki çözümünüz doğru mu diye kontrol ediyorsunuz. Yoksa sonuçta istediğiniz noktaya varamadıysanız en başa dönmeniz lazım.

Bilmek ya da Bilmemek

Matematik Antik Yunanca “matesis”, “ben bilirim” kelimesinden türetilmiştir. Osmanlılar da “riyazet”, yani “toy taylara başkırırma eğitimi” kelimesinden türettikleri “riyaziye” kelimesini kullanmışlardır.

Tarihte “ben bilirim” diye öne çıkan, taş ve çamura başkırır bir tanıdığımız var: Mimar Sinan. Hayatı Kayseri’nin Ağırnas köyünde Sinan bin Abdülmennan olarak başlayıp, “Bu şehr-i İstanbul’da” Mimarlar Mimarı Koca Sinan olarak biten Mimar Sinan yüz yıla yakın yaşamı boyunca “bilmek” fiili içindeki yaşam sevincini damıtabilmiş nadir ölümlülerden biridir.

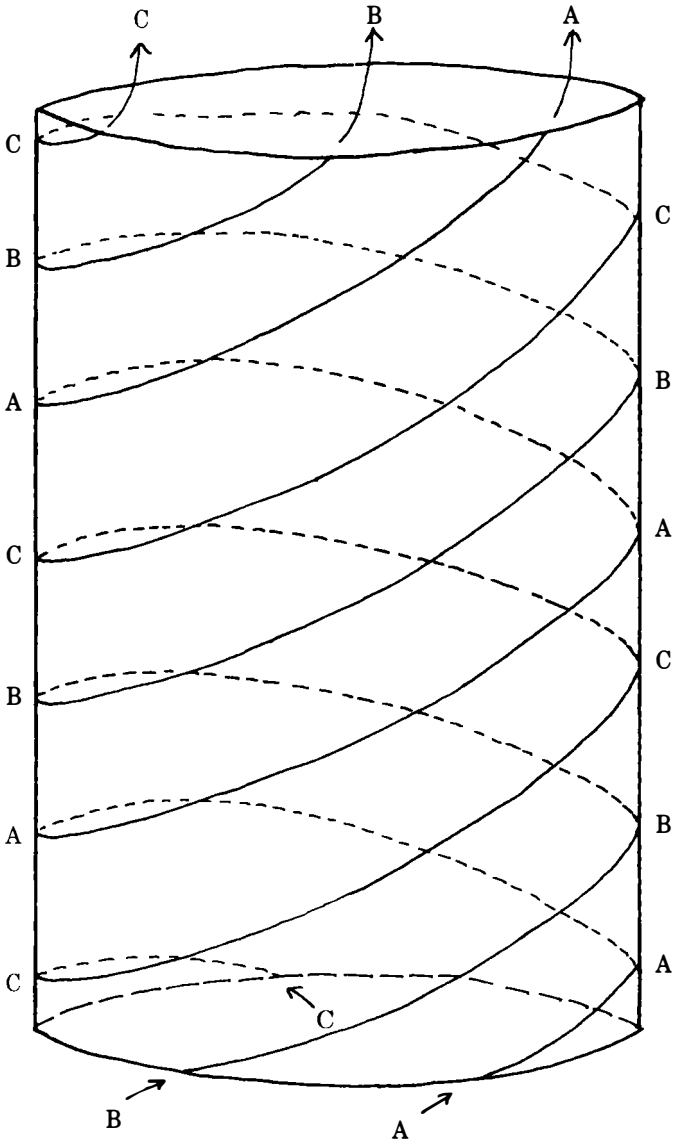
*Kâzım Çeçen** – Biliyorsunuz bir ayeti kerime var: “Hiç bilenle bilmeyen bir olur mu?”

* İTÜ emekli profesörlerinden.

Mehmet Akif bunu balyoz gibi söylüyor. Diyor ki: “Olmaz ya tabii, biri insan, biri hayvan. Dünyada cehalet denilen yüzkarası...” diye başlayan bir şiiri vardır. Bununla yani gayet sarih olarak insanların öğrenmesi lazım, cehaletin giderilmesi lazım olduğunu açıklıyor. Zaten Kuranıkerim’in yediyüz küsur ayetinde öğrenmeyi telkin ediyor: “Öğreniniz!” diyor.

Mimar Sinan’a Osmanlı’dan son iş emri 26 Ocak 1588 günü gelir. Kendisinden İstanbul’da basit bir tamir işi yapmasını istemektedirler. Koca mimarı küçük düşürmek için mi böyle basit bir iş istediler, yoksa yaşlı mimar yorulmasını mı düşündüler bilemeyiz. Koskoca Osmanlı’nın başkenti İstanbul’da neler döndüğünü nereden bilebiliriz ki? Fakat bildiğimiz bir şey var ki o da Ocak ayı İstanbul’da karlı geçer. Koca mimar düşer ve belini kırar. Altı ay kadar yattıktan sonra 17 Temmuz 1588’de ölür. Mimar Sinan hakkında söyleyeceklerimizi onun söylediği bir sözle bitirelim: “Dünya durdukça bu yaptıklarımı görecektir zevk sahibi insanlar, çabalarımın ciddiyetini göz önünde bulundurarak insaf ile bakarlarsın ve hayır dua ile anarlarsın, inşallah”.

Sakın: “Bu minareleri, bu kubbeleri dikmek için matematiğe ne ihtiyaç var?” demeyin. Böyle bir işin ardında muazzam miktarda hesap ve geometri bilgisi yatar. Bu bilgi olmadığı zaman ancak geçekundu yapabilirsiniz, yüzyıllara dayanabilecek bir başeser değil. Özellikle de mimarlıkla inşaat mühendisliğinin henüz ayrı meslekler haline gelmediği bir dönemde yaşamış olan Mimar



Edirne'deki Selimiye Camii'nin üç merdivenli minarelerinin temsili resmi: A, B, C merdivenleri minarenin gövdesi içinde helis şeklinde dolanarak birbirini kesmeden yukarı çıkarlar.

Sinan çok iyi matematik bilmek zorundaydı. Ne yazık ki notlarından elimize bir şey kalmamış.

İstanbul'da Mimar Sinan'ın türbesini ararken yoldan birisini çevirip: "Sinan nerde?" diye sorduk. O da bize gösterdi! Ölümünden 400 yıl sonra bir insanı önadiyla anıyorsunuz ve hâlâ insanlar onu tanıyorlar. Ölümünüzden 400 yıl sonra önadınızla anılabilmek herhalde ölümsüzlüğün tanımı olsa gerek. Ama ölümsüzlük de boş yere hak edilmiyor; önemli bir iş becermeniz gerekiyor.

Önemli İş

Rivayet olunur ki Edirne Selimiye Camii inşaatı sırasında genç mimarlar artık yaşı epey ilerlemiş bulunan Mimar Sinan'ın hâlâ Baş Mimar sıfatıyla ortalarda dolaşmasını eleştirmeye başladılar. Mimar Sinan bu söylentilerden habersiz gibi görünür. Hatta ileri yaşını kendisi de bahane ederek inşaatta fazla bir iş almak istemez. Gençlere fırsat tanır. Kendisi ise sadece iki minarenin inşasıyla uğraşacak, kendini fazla yormayacaktır. Bu durum aleyhindeki söylentileri artırır. Minarelerin inşası bitince Mimar Sinan diğer mimarlara "Gidin bakın olmuş mu?" der. İhtiyar adamın kusurlarını bulma umuduyla minarelere giden diğer mimarlar Mimar Sinan'ın gerçek bir Baş Mimar olduğuna inanmış olarak dönerler.

Mimar Sinan inşa ettiği her bir minarede şerefelere çıkan üç merdiven yapmıştır. Bu merdivenler sarmal şeklinde yukarıya doğru çıkar. Birinci merdivenden çıkan birinci ve üçüncü şerefeye, ikinci merdivenden çıkan yalnız ikinci ve üçüncü şerefeye ve üçüncü merdiven çıkan da

doğrudan üçüncü şerefeye ulaşır. Bu merdivenlerden aynı anda çıkmaya başlayacak üç kişi yukarıya varıncaya kadar birbirini göremez. Belki birbirinin sesini duyar fakat birbirini göremez.

Tek merdiveni olan 'normal' bir minarenin merdivenlerini tırmanırken durup elinizi kaldırsanız tavana değersiniz ve bilirsiniz ki bir tur atıp aynı hizaya geldiğinizde o anda elinizi değdiğiniz taşların üstüne basıyor olacaksınız. Oysa Mimar Sinan'ın merdivenleri öylesine dik tırmanır ki eğer şerefeye çıkan diğer iki merdiveni sökmüş olsaydık elinizi kaldırdığınızda tavana değmeniz mümkün olmazdı. Böylece kazanılan yere Mimar Sinan iki merdiven daha sığdırmıştır. Sonuçta elinizi kaldırıp dokunduğunuz taşlar bir tur sonra sizin basacağınız taşlar değil, ikinci merdivenin taşlarıdır. Hatta tam elinizi değdiğiniz hizada ikinci merdivenin üzerinde bir başkası olsa ve o da elini kaldırıp üstündeki taşlara değse onun değdiği basamaklar üçüncü merdivenin basamakları olacaktır. Siz bir tur atıp aynı hizaya geldiğinizde işte bu üçüncü merdivende duran kişinin elini kaldırdığında değdiği taşlara basıyor olacaksınız. Bu şekilde üç merdiven birbirinin üzerinden geçip şerefelere varır. Teorik olarak kolay. Ancak bunun hesabını yapıp kursosuz olarak yerine oturtmak zor. Ve en önemlisi böyle bir projeyi düşünmeye cüret edebilmek. İşte o da Sinan gibilerle sıradan olanlar arasındaki fark...

Kâzım Çeçen – Fatih İstanbul'u fethettikten sonra bilim adamlarını toplamış ve müspet bilimlerdeki gelişmeleri incelemek istemiş.

Ve hatta meşhur Nasirettin Tûsi'nin *Hendese-i Öklides*'ini* tekrar yazdırmış. Ve bunun bir nüshası var, yazılan Fatih'e takdim edilen nüsha, Askeri Müze'de. Fevkalade güzel bir nüsha. Onları tetkik etmiş ve Bizans kaynaklarındaki eserlere bakmış. Asya'dan Ali Kuşçu'yu getirtmiş. Aynı zamanda burda da zaten Kadızade gibi büyük astronomlar Uluğ Bey'in rasathanesine gitmişler gelmişler. Yani Fatih burda İstanbul'da bir bilim havası uyandırmış. Tabii Osmanlı İmparatorluğu'nun en şaşaalı ve en doruk noktası Kanuni Sultan Süleyman döneminde olmuştur. Kanuni Sultan Süleyman, kendisi zaten metodik bir adam ve "Kanuni" ismi de ordan geliyor, bütün dünyada ilk defa bakanlar kurulu sistemini kuran insan olarak tanınmaktadır. Çeşitli bakanlara çeşitli görevler vermiş ve onların görevlerine de karışmamış. Kanuni ilme irfana çok büyük önem veren bir kişiydi. Benim kanaatimce eğer Kanuni olmasaydı Sinan bugün bir duvarcı ustasından ileri değildi.

İstanbul'dan Sicilya'ya

Ünlü matematikçilerin hayatına baktığımız zaman kralların önemli rolü olduğunu görürüz. Arşimed'i Arşimed yapan da onun zaman zaman densizlik sayılabilecek heyecanına anlayışla bakan Sicilya kralı Hieron olmuştur. Bu 'densizliklerden' biri de o meşhur hamam çıkışında olmuş-

* Öklit'in *Elemanlar*'ının çevirisi.

tur. Arşimed o haliyle doğru saraya koşmuştur. Kral Hieron'un ise kızmaya hiç hakkı yoktur, çünkü birkaç gün önce Arşimed'i çağırıp tacını göstermiş ve "Ben kuyumcuya bir miktar altın verdim. Ondan da bu tacı yapmasını istedim, ama acaba malzemedен çaldı mı çalmadı mı?" demiş. Kaç gündür Arşimed'in kafasını kurcalayan soru bu. Hamamda çözdüğü problem de bu. Tasını suya daldırıp çıkarırken binlerce yıldır yıkanan hiç kimsenin görmediği bir şeyi gördü: suyun kaldırma gücünü. Suyu giren bir cismin hacmi kadar su taşırdığını gördü. Şimdi sarayda kralın tacını alacak, ağzına kadar su dolu bir kabın içine tacı bırakacak ve taşan suyu bir kapta toplayacak. Aynı şeyi tacın ağırlığına eşit ağırlıktaki altınla da yapacak. O miktar altını alacak, gene ağzına kadar su dolu bir kabın içine bırakacak ve taşan suyu bir kapta toplayacak. Eğer taşan suların miktarı aynı değilse kuyumcunun kafası gidecek. Eh, hırsızlık yapmak için tarihte o kadar devir varken sen gelip Arşimed'in döneminde hırsızlık yaparsan olacağı bu.

Arşimed saray çevresinde doğmuş büyümüş bir matematikçi. M.Ö. 200 yıllarında Sicilya'da doğdu. Babası da kralın matematikçisiydi ve bu yüzden Kral Hieron ile Arşimed dosttu. Arşimed'in Sicilya'daki mutlu günleri uzun sürmez. Bir süre sonra kral Hieron ölür. Yerine genç ve tecrübesiz oğlu kral olur. Dünyanın o sıradaki politik dengelerini göz ardı eden oğlu Kartaca'nın tarafını tutar. Roma bunu cezalandırmak için bir donanmayı Sicilya adasına gönderir. O sırada Kartaca ile savaşta olan Roma için bu kaçırılmaz bir fırsattır. Küçük bir adayı fethedecek

ve askerlerine moral verecektir. Fakat donanma komutanı Marcellius'u bir sürpriz bekliyordu. Çünkü Sicilya adasını askerler değil matematikçi Arşimed koruyordu.

Roma donanması ilk önce karşısında Arşimed'in düzenlediği mancınıkları buldu. Bu uzun menzilli mancınıklarla gemilerinin dövüldüğünü gören Marcellius bu sefer karaya asker çıkararak yakın menzilli savaşı tercih etti, çünkü o zamanlar bu çeşit silahlar yerlerinde sabit dururdu ve uzun menzilli bir mancınık yakın dövüşte işe yaramazdı. Sicilya'nın silahlarının özelliğini tespit edip saldırı planını ona göre değiştirerek Marcellius yetkin bir komutan olduğunu gösteriyordu. Fakat bu mancınıkları Arşimed tasarlamıştı ve küçük değişikliklerle yakın dövüşte de kullanılabiliyordu. Marcellius bu ilk saldırıda uğradığı şaşkınlıkla askerlerini geri çekmek zorunda kaldı. Bu Arşimed'in ilk sürprizi idi. İlerleyen günlerde surlara yaklaşan gemileri iplerle bağlayıp makara sistemleriyle denizin üzerinde kaldırıp kaldırıp suya vurmaktan, aynalarla gemilerin yelkenlerini yakmaya kadar pek çok 'cinlik' uyguladı. Hatta Sicilyalı askerlerin Arşimed'in yarattığı etkiyi kullanarak savaşın yoğunlaştığı sıralarda surlardan aşağıya bir ip sarkıttığı ve Roma donanmasının da Arşimed'in yine bir oyun peşinde olduğunu sanıp geri çekildiği kayıtlardadır.

Bir süre sonra bu bir tek adamın savunması karşısında donanmasının çaresiz kaldığını gören Marcellius komutanlarını toplar ve "Bu ihtiyar matematikçiyi ne zaman yeneceksiniz?" diye sorar. Artık onun için Sicilya savunması, Sicilya askerleri yoktu. Karşısında bir tek matematikçi

vardır ve tek başına koskoca bir donanmayı parmağında oynatmaktadır.

Marcellius şehri saldırarak alamayacağını anlayınca şehrin açlıktan teslim olmasını beklemeye başladı. Artık buna Arşimed'in yapacağı bir şey yoktu. Sonunda şehir teslim oldu. Ve şehre dalan askerlerden birisi Arşimed'i küllerin üzerinde bazı geometri problemleriyle uğraşırken buldu. "O yaşlı matematikçi sen misin? Marcellius seni istiyor" dedi. Arşimed de "Problemimi çözdükten sonra gelirim" diye askere diklenince asker de kılıcını çekti ve koskoca Roma askerine diklenen bu adamı öldürdü. Anlatıldığına göre olaya çok üzülen Marcellius, Arşimed'e vasiyetine uygun bir mezar yapar ve onu saygın bir törenle defneder.

Arşimed'in mezarını birkaç yüzyıl sonra Çiçero, Sicilya'da buldu. Mezarı tanımasının nedeni de mezar taşının üzerinde bir silindirin içine çizilmiş bir küre resminin olmasıydı. Bu Arşimed'in vasiyetiydi. Hayatta yaptığı en büyük işin bir kürenin hacmini hesaplamak olduğunu söylüyordu. Ve vasiyeti üzerine mezar taşına da bu şekil çizilmişti. Çiçero mezarı temizletti, onardı fakat birkaç yıl sonra bir turist hatıra olarak bu mezar taşını alıp götürdü. Şimdi artık ne o mezar taşı var, ne de o mezarın yeri...

Arşimed'in bizimle olan ilgisiyse çalışmalarının bir kısmının İstanbul'da ortaya çıkmasıdır. Ortaçağda rahipler kağıt kıtlığında eski kitapların içinde yazılanları beğenmezlerse siliyorlar ve üzerine kendi yazacaklarını yazıyorlardı. Bunu bilen bir Alman araştırmacıya 1906 yılında İstanbul'da böyle bir kitap gösterilir. Bu araştırmacı değişik fotoğraf teknikleriyle altta yazılan

yazıyı okuduğu zaman ilk önce bunun Arşimed'in eserleri olduğunu gördü. Fakat bu heyecan verici bir buluş değildi, çünkü o eserler başka koypalardan zaten günümüze kalmıştı. Kitabın sonlarında ise var olduğu bilinen ama kayıp olan *Metotlar* adlı eserini buldu. İşte bu heyecan verici bir şeydi. Çünkü bu eserinde Arşimed çözdüğü zor problemleri hangi metotları kullanarak çözdüğünü anlatıyordu.* Böylece İstanbul'dan Sicilya'ya atlayan hikâyemiz yine İstanbul'a dönmüş oldu...

Soyut Neye Yarar?

Yalçın Yıldırım – Tabii matematikteki soyut düşüncenin ne kadar olabileceğini, ne boyutlara gidebileceğini, bir lise öğrencisinin veya bir ortaokul öğrencisinin kestirmesi çok zor. Tabii birtakım kişiler bunu fark ediyor olabilir. Ama o zaman karşılaştığımız problemler nispeten daha kolay olduğu için işte beş dakika, on dakika veya en çok bir iki saat içinde çözülebilen problemlerdi. En çok bir saat düşünce gerektirecek şeylerle filan uğraşıyorduk. Tabii bu işin içine girip araştırma konularıyla haşır neşir olunca düşünce zamanının böyle dakikalar veya saatlerle değil aylar ve yıllarla ölçülmesi gerektiğinin farkına vardım.

Orhan Duru – Ben bir gazeteci yazarım. Ama bunun dışında elimden geldiğince, ya

* Heath, *Archimedes*, Dover Yayınları.

da olanakların imkân verdiğiince, kitap da toplarım. Eski kitap toplarım. Onun için sık sık sahaflara giderim.

Bu kitabın baskı tarihi 1670. Eski bir kitap. Güzel bir kitap. Bilmiyorum, biraz kurt yemiş ama... Bu kitabı gördüğüm zaman heyecanlandım, çünkü genellikle sahaflara bu çeşit kitaplar düşmez. Sahaflar başka türlü, gravürlerle dolu, eski İstanbul'u anlatan, eski Türkiye'yi anlatan kitapları satmayı daha çok kendilerine uygun görürler. Fakat böyle bir bilim kitabını satmayı pek istemezler. Benim sahafçı arkadaşım Turan Türkmenoğlu bu kitabı bana gösterince, aşağı yukarı altı, yedi yıl önceydi, ben bir inceleme yaptım kendime göre. Kitap beni heyecanlandırdı. Sonra matematik bilen arkadaşlarıma da gösterdim. Ben anlamasam bile onlar bu kitabın, ki Latince baştan aşağı, içindeki Latince formülleri vesaireyi kendilerine göre anlıyorlardı. Özellikle bu işten anlayanlar ve matematikçiler yararlanabilirler sanıyorum.

Bu kitap Diophantos'un *Aritmetika* adlı kitabının 1670 yılında yapılan bir baskısı. Bu kitabın bir önceki baskısına sahip olan bir Fransız hâkimi, Pierre de la Fermat, elindeki kitabın kenarlarına bazı notlar almış. Onun ölümünden beş yıl sonra kitabın kenarındaki bu notları da içerecek bir şekilde bu kitabın yeni bir baskısı yapılmış. İşte Orhan Duru'nun koleksiyonundaki kitap bu 1670 yılında yapılan 'genişletilmiş' baskı.

Bu kitabın elimizdeki baskıya göre 61. sayfasında bir problem var. Bir sayının karesi iki sayının karesi olarak nasıl yazılabilir, diye bir problem. Hakim bunu çözmüş, fakat gerçek bir matematikçi ruhuna sahip olduğu için öbür probleme geçmeden biraz düşünmüş: “Peki, biz bunu ikinci kuvvetler için yaptık ama üçüncü kuvvetler için nasıl olurdu? Dördüncü kuvvetler için nasıl olurdu?” diye. Zaten bu yüzdendir ki bu amatör matematikçi Fransız hakimini hiçbir amatör matematikçi kitabında bulamazsınız. Onu her zaman profesyonel matematikçiler arasında yazarlar. Pierre de la Fermat bu problemin üzerinde düşündükten sonra buraya 360 yıl matematikçilerin başına püsküllü bela olacak bir cümle düşünüyor: “Bu problemin üçüncü kuvvetler için çözümü yoktur. Dördüncü kuvvetler için de yoktur. Hatta genel olarak herhangi bir n için de bu problemin çözümü yoktur. Mükemmel bir ispat buldum ama buraya tabii ki sığmaz”. Bu yer darlığı yüzünden matematik dünyası 360 yıldır çok çekmiştir. Bu problem yakın zamanda Andrew Wiles tarafından çözüldü.*

Burada bizi asıl ilgilendiren, bir insanın doğanın içindeki bir sırra bu kadar pervasızca yaklaşabilmesi, kendinde bu cesareti görebilmesi ve bundan büyük bir zevk alabilmesi. Bir insan kendi mesleği dışında, boş zamanında oturup zevk alacağı bir problem bulabiliyor. Bu problemden kendisi zevk aldığı gibi kendisinden sonra gelen, 360 yıl sonra gelecek, insanlara da zevk alacakları bir problem bırakıyor.

* Andrew Wiles, *Modular Elliptic Curves and Fermat's Last Theorem*, *Annals of Mathematics* (2) 141 (1995), no: 3, 443-551.

Kâzım Çeçen – Osmanlıların teknik alanlarda geri kaldıklarının farkına varması 1683 senesindeki Viyana bozgunundan sonradır. Ancak o zaman akılları başlarına geliyor. Bunun üzerine matematiği tekrar medreseye koyduran kişi 1718 yılında sadrazam olan Damat İbrahim Paşa'dır. Batıda ilim başını almış gidiyor. Fevkalade büyük gelişme gösteriyor. Rönesansın devleri bütün sahayı kaplamış vaziyette. Osmanlı İmparatorluğu'nda bunlarla boy ölçüşecek bir adam mevcut değil. Batıda Newton var, Leibniz var. Daha sonraları Gauss var. Bu kadar büyük matematikçiler var, mekanikçiler var. Fakat Osmanlılarda yok. Ancak bunları koypa eden, bunların yazdıklarını anlayabilecek insanlar çıkıyor. Kendisi bir şey üretmiyor. Bilim ancak bir şey üretmekle mümkündür. Yoksa başkasının yaptığını ezberlemekle mümkün değil.

Üretmenin Dik Alâsı

İnsanların matematiğe ve astronomiye ilgi duymalarının nedenlerinden biri de denizcilik. Denizcilikte önemli olan problem, özellikle açık denizde, dünyanın tam olarak neresinde olduğunu bilmeniz. Bunun için de teorik olarak yapacağınız ölçümler Dünya'nın Güneş'e göre nerede olduğunu bilmeniz; Güneş'in etrafında dönerken Dünya o sırada nerede, ve kendi etrafındaki dönüşü sırasında o anda nerede? Bunu da birkaç ölçümle ve trigonometri kullanarak yapabilirsiniz. Tabii bugün bütün bu bilgiler bilgisayarlara ve

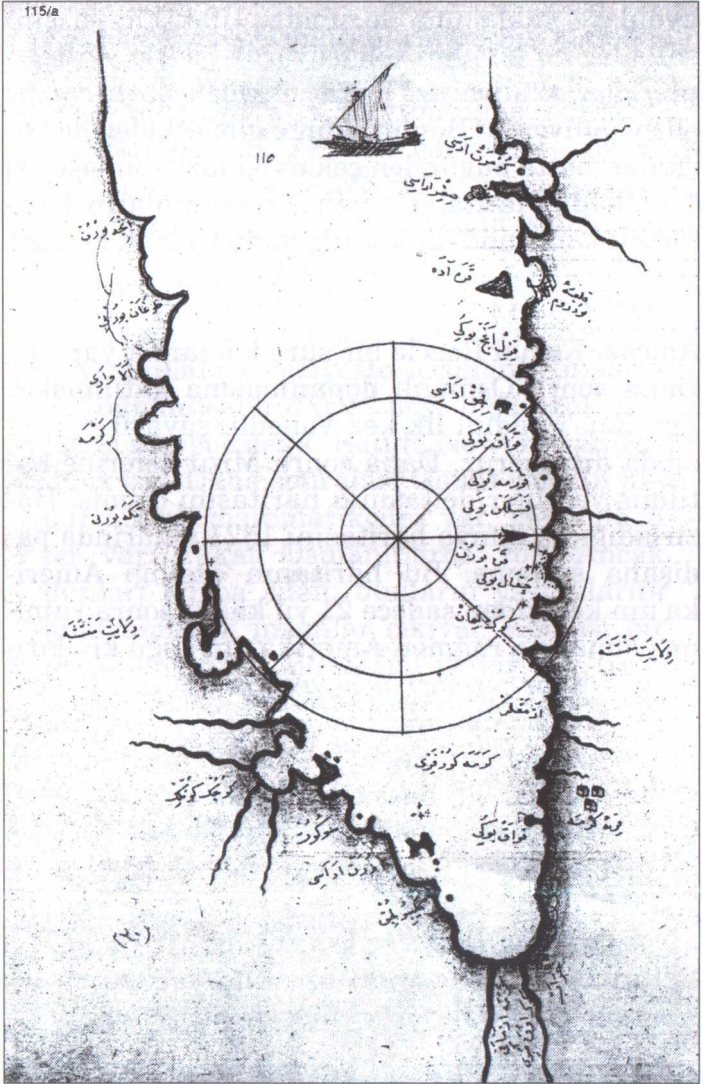
uydulara yüklenmiş durumda. Ufak bir iki sinyalle biz bu bilgileri bilgisayarda işletip yerimizi tam olarak alıyoruz. Fakat eskiden bu hesaplar elle yapılıyordu. Bugün olduğu gibi eskiden de haritalar, hatta bugünden çok daha fazla bir şekilde önemliydi. Haritalar deyince Osmanlıların haritacılık konusundaki katkılarından söz etmek gerekir. Burada sözünü ettiğimiz elbette Piri Reis.

Piri Reis, 1470 yıllarında Anadolu'da doğmuş. Amcası Kemal Reis'le bir süre korsanlık yapmış. Daha sonra Osmanlı donanmasına katılmışlar. Piri Reis'in adını ilk kez Venedik savaşları sırasında duyuyoruz. Daha sonra Mısır seferine katılmış ve Mısır deltasının haritasını çizmiş. Hazırladığı ilk dünya haritasını 1521 yıllarında padişaha sunmuş. Bu haritanın özelliği Amerika'nın keşfinden sadece 21 yıl kadar sonra yapılmış olmasına rağmen Amerika'nın doğu kıyılarını büyük bir hassasiyetle veriyor olması. Bu haritayı hangi teknikle hazırlamış olduğunu Piri Reis anlatmamış. Fakat böyle bir haritanın bu kadar büyük bir hassasiyetle hazırlanabilmesi için derin bir matematik ve coğrafya bilgisine, ve astronomi bilgisine gerek var. Demek ki Piri Reis bu bilgilere sahipmiş, fakat her nedense yazdığı kitapta bunlardan bahsetmemiş.

Piri Reis'in en önemli eseri *Kitab-ı Bahriye* adlı kitabı. Bu kitaptan iki dizeyle bitirelim:

*Pusuladan hartadan anlamayan,
Denize çıksa olur işi ziyan.*

Kâzım Çeçen – Piri Reis'in haritası 1520'ler. 250 sene sonra, yani 1770 senesinde Osmanlı İmparatorluğu'nda vezirler Rusların Baltık



Piri Reis'in Kitab-ı Bahriye adlı eserinde Akdeniz'in pek çok kıyısı koy koy anlatılır. Yukarda, Kitab-ı Bahriye'den alınan Gökova (o zamanki adıyla Kerme) Körfezi haritasını görüyorsunuz. Mavi yolculuğa çıkacakların dikkatine...

filosunun Akdeniz'e geçemeyeceği kanaatindeler. Cebelitarık'tan haberleri yok. Fransız elçisi ihtar etmiş: "Rusların Baltık filosu gelecek. Osmanlı İmparatorluğu'nun filosuyla çarpışacak ve perişan edecek. Onun için tedbir alın" demiş. "Hayır efendim, geçecek yer yoktur. Nasıl gelsin?" demişler. Yani 250 sene farklı olmasına rağmen Piri Reis'ten çok çok geride kalmışlar. Sebebi de fen bilimlerine önem vermemeleri. Bu tabii çok büyük bir hata olmuş. Eğer Osmanlılar Rönesansa ayak uydurarak beraber yürüselerdi çok çok ilerlemiş olacaktı. Memleketimiz de çok ileri gitmiş olacaktı. Ve İmparatorluk da böyle dağılmayacaktı belki.

Çakıl Taşlarında Bilim

Eskiden çakıl taşları kullanılarak hesap yapılırdı. Hatta bu iş öyle bir sistematige bağlanmıştı ki hesap yapmak için masalar vardı. Bu masaların üzerindeki belli çizgilere sayıları temsil etmek için taşlar konur ve belli kurallara göre bu taşların yerleri değiştirildiği zaman dört işlem gerçekleştirilmiş olurdu.

Onyedinci yüzyılda Newton ve Leibniz'in geliştirdiği hesap teknikleri o kadar güçlüydü ki her yerde bu teknikler kullanılmaya başlandı. Ve bunun sonucu olarak da bu tekniklere bir isim vermek gerekti. İşte o zaman bu çakıl taşları yine gündeme geldi. İnsanlar yüzlerce yıldır beraber oldukları çakıl taşlarını atarken "Hiç olmazsa ismini tutalım" dediler ve Newton ve Leibniz'in geliştirdiği bu hesap tekniğine Latince "çakıl taşı" anlamında

“calculus” dendi. Türkçe’de de biz bu hesap tekniğine “yüksek matematik” ya da “analiz” diyoruz.

Yüksek matematiğin ruhunu, ana fikrini size kısaca anlatabilirim. Anlatabilirim çünkü aradan 300 yıl geçti. Bizim bu fikirleri hazmetmemiz için yeteri kadar zaman vardı. Yüksek matematik kısaca şu probleme cevap veriyor; bir uçak kalkıştan inişe kadar olan sürede en yüksek noktasına nerede erişir? Uçak yükselirken en yüksek noktasında değil, çünkü hâlâ yükseliyor. İnerken de en yüksek noktasında değil, çünkü her an iniyor. Demek ki uçağın en yüksek noktası yükselişle alçalış arasında, ne yükselişin ne de alçalışın olduğu bir yerde. Biz buna teknik olarak “bir fonksiyonun türevini alıp sıfıra eşitlemek” diyoruz. Bakın size bu kadar teknik bir şeyi gayet rahat anlattım. Çünkü 300 yıldır bu fikirlerin içindeyiz. Oysa 300 yıl önce bu fikirler üniversitede sadece başkalarının “çatlak” dediği kişiler tarafından konuşulan, araştırma konusu bilgilerdi. Bunları kendi aralarında tartışıyorlar ama bir avuç kişinin dışında kimse buna inanmıyordu. Peki bugün üniversitelerde araştırma seviyesinde neler tartışılıyor? Bu “çatlak” dediğimiz kimseler neleri araştırıyor? Bunu bugün anlatmam elbette mümkün değil. Bu fikirleri hazmetmemiz için herhalde bir 300 yıl daha geçecek. O zaman bugünkü araştırma konusu olan matematik problemlerini belki torunlarımız birbirlerine rahatça anlatabilecekler...

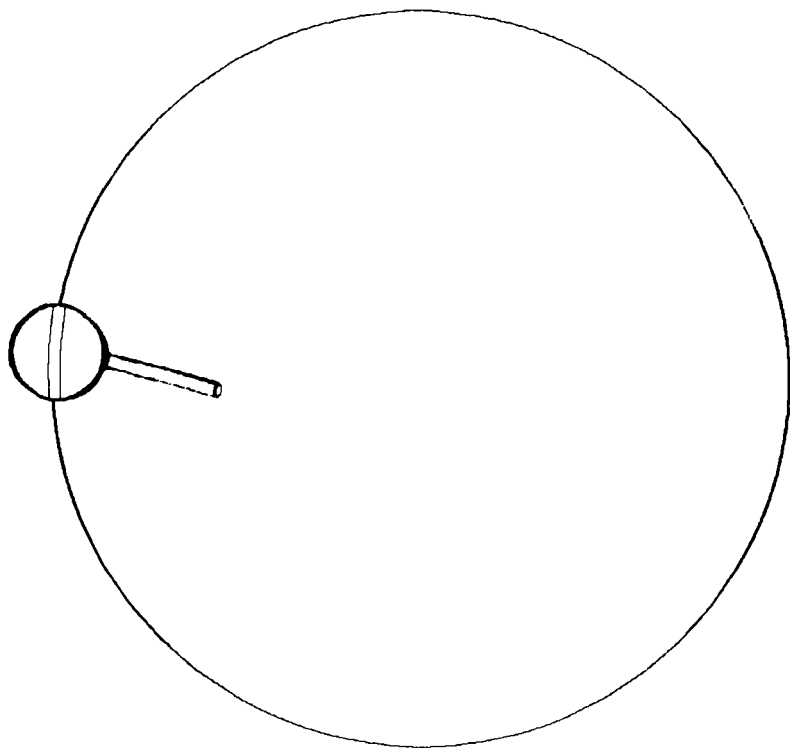
Perge’den Prag’a

Pergeli dostumuz büyük geometrici Apollonius’un elipsleri matematikçilerin eğlenceli oyun-

cakları olmaktan çıkıp doğanın sırlarını açan anahtarlar olmak için yaklaşık bin yıl kadar beklediler. Onları matematikçilerin raflarından alıp insanlığın hizmetine indiren kişi de Alman astronom Johannes Kepler'dir.

Kepler o zamanlar müneccimlikle eşdeğer sayılan astronomi konusunda üniversitede bir iş buldu. Hatta işinin şartlarından biri de her sene müneccimlik üzerine en az bir makale yazmasıydı. Bu şarta rağmen o işi kabul etti. Ve matematik bilgisini yıldızlar ve gezegenler üzerinde kullanmaya karar verdi. Bu çalışmalar onu zamanın en büyük gözlemcisi Tycho Brahe ile tanışmaya kadar götürdü. Tycho Brahe yüzlerce yıldızı gözlemiş, bunların kayıtlarını tutmuş, fakat bu kayıtlar arasından bir türlü doğanın sırlarını çekememiş ünlü bir astronomdu. Kepler ise gökyüzünü kolay kolay gözlemleyemeyecek, doğru dürüst teleskop kullanamayacak bir fiziki yapıda olan, fakat kafasıyla doğanın içine girme yeteneğine sahip bir insandı. Bu iki insan birbirini bulunca aralarında gergin bir yakınlaşma başladı. Brahe o sıralar Prag'da kraliyet matematikçisi olarak çalışıyordu. Kepler'i beraber çalışmak üzere yanına çağırdı. Fakat bu beraberlik fazla sürmedi, çünkü kısa bir süre sonra Tycho Brahe ağır bir hastalığa yakalandı.

Öleceğini anlayınca Tycho Brahe, Kepler'i yanına çağırır ve elindeki yüzlerce verinin hepsini ona verir: "Ben 750 kadar yıldız ve gezegenin gözlemini yaptım. Amacım bunları 1000'e tamamlayıp bir katalog halinde yayınlamaktı. Ömrüm buna yetmeyecek. Ölmekteyim. Lütfen bunları al, tamamla. Benim adımla yayınla. Lüt-



Yukarda Mars'ın yörüngesi olan elips ile bu elipsin içine teğet olarak çizilmiş bir çember görüyorsunuz. Çemberin çapı ile elipsin büyük eksenini arasındaki fark çemberin çapının binde dördüdür. Kepler'in Mars'ın yörüngesinin bir elips olduğunu bulması işte bu yüzden büyük bir başarıdır. Öte yandan bu binde dörtlük sapma Mars'ın yörüngesinde 995 965 km'lik bir sapmaya karşılık gelir. Dünya'nın ekvator uzunluğunun yalnızca 40 000 km olduğunu hatırlayın.

fen beni boş yere yaşamış duruma düşürme.” der. Burada da son derece ilginç bir şey görüyoruz; sarayda bir göreve yükselmiş bir insan, bütün hayatı krallar, kontlar arasında geçmiş bir insan, bu hayatından yeteri kadar tatmin olmuyor. Bir şey bırakmış olmak, bir şey başarmış olmak için yanıp tutuşuyor. Hayatta normal insanların gördüğünden başka bir boyut görüyor ve o boyuta ulaşamadan ölmeyi bir kayıp olarak görüyor. Tekrar tekrar Kepler’e “Beni boş yere yaşamış duruma düşürme” dediği anlatılır.

Kepler elinde bu verilerle artık emeline ulaşmıştı. Çalışma masasının başında aylarca, bir çember etrafında dönmesi gereken gezegenlerin, özellikle Mars gezegeninin, neden bu çemberden saptığını anlamaya çalıştı. İşte burada büyük dostumuz Pergeli Apollonius’un elipsleri imdadına yetişti. Rivayet olunur ki, bu rivayeti de Kepler’in kendisi çıkartıyor(!), bir gün yine bu verileri bir çember üzerine oturtmaya çalışırken uyuyakalıyor. Ve uyandığı zaman bunun Apollonius’un elipsleri üzerine oturacağını fark ediyor. Tabii böyle bir ilham kuşu insana durup dururken gelmez. Ancak aylarca yıllarca çalışmanın ardından bir gün lütfeder de size bu sırrı verir.

Diğer gezegenlerin rasatlarına da bunu uyguladığı zaman gezegenlerin Güneş etrafında birer elips çizdiklerini, Güneş’in de bu elipsin odak noktalarından birinde bulunduğunu gördü. Daha sonra gezegenlerin hızları ve Güneş’e olan uzaklıkları arasındaki bağıntıları inceleyerek de yerçekimi kuralına epey yaklaştı. Fakat bu kadarı artık Kepler için fazlaydı. Doğanın sırrını

yeteri kadar yeryüzüne indirmiş bir kişiydi. Yerçekimi kanunu da artık Newton'un kısmetiydi...

Kumsalda Final

Newton 17. yüzyılda yaşamış bir bilim adamıdır. Gökcisimlerinin birbirini çekmesi gerektiğini düşünmüş ve bunu matematiksel bir modele oturtabilmiştir. Bu işi yaparken geliştirdiği teknikler bugün de kullandığımız en etkili matematik teknikleridir. Doğal olarak böyle bir insana hayatı boyunca dâhi denmiştir. O ise buna hep itiraz etmiş, elde ettiklerinin deha sayesinde değil çok çalışmak sayesinde elde edildiğini anlatmıştır.



Sir Isaac Newton

Yine kendisine dâhi dendiği bir gün dayanamamış, şu sözleri tarihe bırakmıştır:

“Biz bilim adamları kumsalda çakıl taşları arayan çocuklar gibiyizdir. Eğer ben arkadaşlarımdan biraz daha fazla, biraz daha

renkli çakıl taşları toplayabildiysem bunun nedeni dizlerime kadar suya girmeye cesaret edebilmiş olmamdır.”

Notlar

Fermat'nın Hikâyesi

Fermat resmi tarihe göre onyedinci yüzyılda yaşamış bir Fransız hukukçusudur. Ama rivayete göre uzun süren davalarda sıkıldığı için vakit geçirmek için matematikle ilgilenmeye başlar. Buna bakıp da huküğün sıkıcı bir konu olduğunu düşünmeyin. Bundan çıksa çıksa Fermat'nın iyi bir hukukçu olmadığı sonucu çıkar...

Diophantos'un *Aritmetika* adlı kitabını okuyarak matematiğe başladığı tahmin edilir. Bu kitabın kendisindeki koypasının kenarlarına aldığı notlar yüzünden de meşhur olmuştur! Örneğin $x^n + y^n = z^n$ denkleminin $n > 2$ için sıfırdan büyük hiçbir tamsayı çözümü olmadığını burada iddia etmiştir. Buna çok güzel bir ispat bulduğunu ama bu ispatın kitabın kenarına sığmayacağını yazmıştır. Daha sonra bu ispatı başka hiçbir yere de yazmamış olmasına bakarak Fermat'nın bulduğunu sandığı ispatın yanlış olduğu ve bunu daha sonra kendisinin de farketdiği iddia edilir. Hatta Fermat bu problemin $n = 4k$ halinde bir ispatını vermiş ama genel hale hayatının geri kalan kısmında bir daha hiç dokunmamıştır. Bu da ilk bulduğunu iddia ettiğı ispatın yanlış olabileceğini iddia edenlerin tezini güçlendirmekte. Öte yandan Fermat'nın gösterdiği matematiksel yetkinlik öyle bir düzeydedir ki kendisine ve matematiğine duyulan saygıdan dolayı onun bu iddi-

asına “Fermat’nın son teoremi” denegelmıştır. Nihayet 1995 yılında Andrew Wiles bu iddiayı ispatlayarak üçyüz yıllık bu hikâyeyi mutlu sona erdirmiştir.

Fermat’nın yanıldığı da olmuştur. $2^{2^n} + 1$ sayılarının bütün $n \geq 1$ tamsayıları için asal olduğunu iddia etmiştir (Çağdaşı Mersenne’in $2^p - 1$ sayılarının her p asal sayısı için asal olacağını iddia etmesinden etkilenmiş de olabilir). Gerçekten de $n = 1, 2, 3, 4$ için bu sayılar asaldır. Ancak yüz yıl sonra Euler $n = 5$ için denemiş ve $2^{2^5} + 1$ sayısının 641 ile bölündüğünü göstermiştir...

Piri ve Seydi Ali Reisler

Piri Reis korsan olarak başladığı “mesleğini” Osmanlı donanmasının saygıdeğer bir kaptanı olarak sürdürebilmiş bir denizcimizdir. Yaptığı akıl almaz hassaslıktaki dünya haritalarıyla tarih sayfalarına adını yazdırmış bir ölümlüdür. İlk dünya haritasını Yavuz Selim zamanında, ikinci haritasını Kanuni zamanında yapmıştır. Kanuni zamanında Gelibolu’daki evine kapanıp iki yıl süren bir çalışma sonunda *Kitab-ı Bahriye* adlı eserini kaleme almıştır. Kanuni’ye sunulan bu kitap Akdeniz kıyılarını koy koy anlatan bir eserdir.

Osmanlıların Hint denizi macerasının başlaması Piri Reis’in yaşadığı döneme rastlar. Osmanlılar Akdeniz’de gösterdikleri başarıyı Hint Denizi’nde gösterememişlerdir. Olaylara basit açıklamalar getirme hastalığında olanlar, Osmanlıların Akdeniz tipi teknelerinin dalgaların üzerinden geçmek üzere yapıldığını ve bu teknelerin okyanusun büyük dalgaları üzerine çıkarken kırıldığını öne sürerek Osmanlıların Hint Denizi’ndeki

başarısızlıklarının nedenini buna bağlarlar. Koskoca bir imparatorluğun çöküşünü bir ahşap teknenin kaburgalarının güçsüzlüğüne bağlamanın pek ciddiye alınacak yanı olmasa gerek. Biz yine Piri Reis'e dönelim. Hint Denizi'nde başarısız olan donanmayı kurtarmak için Piri Reis, Hint Kaptanlığına getirilir. Portekizlilerle yaptığı zorlu bir savaşı kazanır ve Portekizlileri sıkıştırır. Fakat kendi donanması da harap olmuştur. Şansını zorlamaz ve Portekizlilerle makul bir anlaşma yapıp onları bırakır. Saray entrika çevresinde bu olay Piri Reis'in Portekizlilerden rüşvet alıp onları bıraktığı şeklinde kotarılp padişaha yetiştirilir. Ne diyelim, kişi başkasını da kendi gibi bilirmiş. Bunun üzerine Piri Reis padişah fermanı ile idam edilir. Yerine kısa bir süre için Murad Reis atanırsa da o da başarılı olamaz ve Hint Kaptanlığı Seydi Ali Reis'e verilir. Tüm Osmanlı kaptanları içinde benim bildiğim kadarıyla eli kalem tutmuş ve eser bırakmış olanlar yalnızca Piri Reis ile Seydi Ali Reis'tir. Bu iki ustanın da kaderi birbirine yakın olmuştur. Piri Reis'ten kısa bir süre sonra Hint Kaptanı olan Seydi Ali Reis donanmasını fırtınalardan ve okyanus dalgalarından zor kurtarıp Bombay'ın kuzeyinde Hint kıyılarına çıkar. Artık gemilerin denize açılacak durumları kalmamıştır. Fakat kendisi bir devlet memurudur. Her şart altında görev tamamlanıp sahibine teslim edilmelidir. Kendisinden önce aynı görevde başarısız kalmış kişilerin başlarına gelenleri bildiği halde bu onun görev duygusunu etkilemez. Karayoluyla İstanbul'a dönmeye karar verir. İki yıl kadar süren bir maceradan sonra İstanbul'a varır. Başından geçenleri, gördüğü ülkeleri ve edindiği izlenimle-

rini yazdığı *Miratül Memalik* adlı kitabını padişaha sunar. Padişah, Seydi Ali Reis'i affeder ve onu yeniden devlet görevine kabul eder. Seydi Ali Reis'in iki yıl süren bu macerasının en tatlı hikâyesini Abdullah Ziya Kozanoğlu'nun *Miratül Memalik*'ten de yararlanarak yazdığı *Seydi Ali Reis* adlı romanında bulabilirsiniz. Kim demiş matematik sevenler roman okumaz diye!

Kitab-ı Bahriye: Tıpkıbasımı ve Aslı

Filmin çekimleri sırasında Piri Reis'i ve haritacılıktaki ustalığını anlattıktan sonra *Kitab-ı Bahriye*'den de birkaç resim göstermek istedik. Kitabın aslının Süleymaniye Kütüphanesi'nde olduğunu öğrenip İstanbul'un yolunu tuttuk. Görevlilere *Kitab-ı Bahriye*'den birkaç sayfa çekim yapmak istediğimizi söyledik. Bize çok yakınlık gösterdiler. Hemen Kültür Bakanlığı'nın yayınladığı tıpkıbasımını getirip verdiler. Onca yolu her kütüphanede bulunan bir tıpkıbasım için tepmemiştik elbette. Kitabın kendisi ile tıpkıbasımının aynı olmadığını, sanki onlar bizden daha iyi bilmiyormuş gibi, anlatmaya başladık. Bizi bir süre dinleyip "Tamam, bunlar da kitap hastası. Bunlardan zarar gelmez" deyip kitabın aslını çıkardılar. O an duyduğum heyecanı şimdi yeniden yaşıyorum. Dört yüz yıl önce Gelibolu'da Piri Reis'in eliyle yazdığı sayfalar duruyordu önümde. Bu yapraklara Kanuni dokunmuştu. Dört yüz yıl bu kitap değerini bilenler tarafından korunmuştu. Koca bir kültür mirasının nadide bir taşını elimde tutmaktaydım. Nefes almayı unutmuş olduğumu farketmem ve boğulmaktan son anda kurtulurken kütüphaneciyle göz göze gelmem o ana rastlar...

Yine de siz siz olun bu konuyu herkesin yanında açmayın. Bir kitabın kendisiyle tıpkıbasımı arasındaki fark, bir şiirin içindeki anlamla o anlamı veren kelimeler arasındaki farka benzer. Herkesin böyle inceliklerle vaktini ziyan etmesini beklemeye hakkınız yoktur!

Brahe ve Kepler

Bir salonda krallar ve kontlar varken onlar salonu terk etmeden siz salondan ayrılamazsınız. Çok ayıptır. Elbette saraya göbeğiniz bağlı değilse böyle bir şeye fazla önem vermeyebilirsiniz. Ama tüm bilimsel çalışmalarınız için gereken maddi ve siyasi desteği size o salonda bulunan kral sağlıyorsa bu kurala uymamayı aklınızın ucundan bile geçirmezsiniz. Çişiniz gelse bile! Tycho Brahe de bol içkili bir yemekten sonra bu kural nedeniyle sidik torbasının patlaması pahasına bu kurala uymuş ve bunun sonucu olarak ölüm döşegine düşmüştür. Son gecesinde yardımcısı Kepler'i çağırıp o ana kadar büyük bir kıskançlıkla ondan sakındığı rasatlarını ona vermiş ve bunları değerlendirmesini istemiştir.

Güneş sistemi üzerine kabul edilen teoriler gezegenlerin yörüngelerinin daire şeklinde olduğunu ileri sürüyordu. Fakat zaman içinde biriken gözlemler, özellikle Brahe'nin hassas ölçümleri, gezegenlerin teorisinin onlara emrettiği daire biçimindeki yörüngelere pek rağbet etmediğini gösteriyordu. Aradaki sapmanın ölçüm hata paylarını aşması bilim dünyasını zor durumda bırakıyordu. Besbelli ki yörüngelerin ne olması gerektiğini ileri sürme durumunda değil, biriken gözlemlere bakarak yörüngelerin ne olduğunu bulmak zorundaydılar.

Bugün biz gezegenlerin elips şeklinde yörüngelerde döndüğünü biliyoruz, çünkü ilkokul kitaplarımızda öyle yazıyor. Ama Kepler'in ilkokul kitabında öyle yazmıyordu. Üstelik gezegenlerin yörüngeleri öyle ilkokul kitaplarında gösterildiği gibi abartılmış yayvan elipsler değildir. Örneğin Dünya'nın yörüngesi olan elipsi gerçek oranlarında bir defter sayfasına çizerseniz bununla bir daire arasındaki farkı gözle görmeniz mümkün değildir. Üstelik gökyüzünde bir gezegenin her gece görüldüğü yeri işaretleseniz sonunda size bir daire ya da elips çıkmaz. Hem Dünya hem de gezegen Güneş etrafında döndüğünden, üstelik de değişik hızlarda döndüğünden, gezegenin gökyüzünde çizdiği eğri kendi kendini kesen karamalara benzer. Bu gözlemle ilgili sayıları alıp, koordinat değişiklikleri uygulayıp, çıkan eğrinin neye benzediğini tahmin etmek zorundasınız. Her şeyden önemlisi başkalarını da ikna edecek sağlamlıkta hesaplarınız olmalı. Bilimde de bir fikrin doğru olmasından çok inandırıcı olması önemli olagelmıştır. Bilim adamlarının sıkıntısı hep gerçekleri inandırıcı kılabilmenin zorluğunda yatmıştır. Çünkü gerçeğin ufku hayalden daha geniştir.

Takiyeddin Efendi

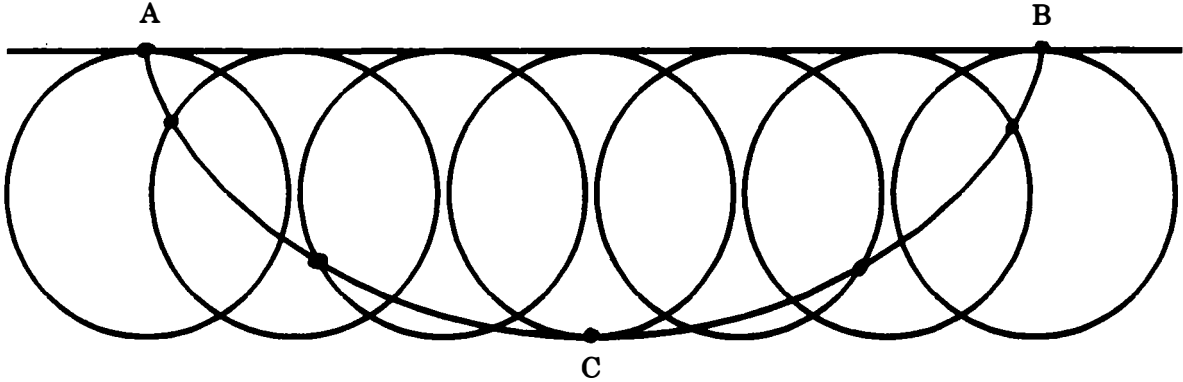
Avrupa'da resmi görevleri saray müneccimliği olan Brahe ve Kepler astronomi alanında önemli çalışmalar sürdürürken İstanbul'da da görevi saray müneccimliği olan Osmanlı bilim adamı Takiyeddin Efendi, III. Murad'ı bir gözlemevi açmaya ikna eder. Böylece biz de bu bilim yarışında rakiplerimizle birlikte start alırız. Ama şans-

sızlık yakamızı bırakmaz! Önce İstanbul semalarında görülen kuyruklu yıldız, arkasından da İstanbul'da baş gösteren salgın hastalık bu rasathanenin yıkılmasını zorunlu hale getirir... Osmanlıların bilim alanındaki bu zamanlaması doğru çıkışları ne yazık ki bilim tarihinde yalnızca bir dipnot olarak kalmıştır.

Newton ve Pençesi

Matematik dünyasının 'mafyası' olarak anmaktan gizli bir zevk duyduğumuz Bernoulli ailesinin mensuplarından Johann Bernoulli, Avrupalı matematikçilere 1682'de bir problem sorar. Bu problemi teknik terimlerinden arındırarak şu şekilde sorabiliriz: Bir kayak pistinin başlangıç ve bitiş noktalarını sabit tutarak bu pistin tabanını ne şekilde oymalıyız ki bir kayakçı başlangıç noktasından kendini bıraktığında bitiş noktasına en kısa sürede gelebilsin. İlk aklınıza gelen şekil pistin başlangıç noktası ile bitiş noktasını birleştiren düz bir çizgi olacaktır. Oysa deneyerek daha hızlı pistlerin kurulabileceğini bulabilirsiniz. Öyleyse en hızlısı ne şekilde olmalı? (Bernoulli'nin bu problemi Galileo'dan çaldığını biliyoruz. Ama 'mafya'ya' eleştiri yöneltmek ne haddimize!)

Bu problemi Bernoulli kendisi elbette çözmüştü. Ayrıca ağabeyi Jakob Bernoulli'den de bir çözüm geldi. Zamanın ünlü matematikçileri Leibniz ve L'Hospital de birer çözüm gönderdiler. Bir de imzasız bir çözüm geldi. Rivayet olunur ki Johann Bernoulli bu çözümü okur, duralar ve "Aslan pençesinden belli olur" diyerek çözümün altına "Isaac Newton" yazar.



AB doğrusuna değen ve kaymadan AB boyunca dönen bir çemberin üzerindeki sabit bir noktanın çizdiği eğriye sikloit eğrisi denir. A noktasından bırakılan bir misket, yalnız yerçekimi etkisi altında bir eğri boyunca yuvarlanıp C noktasına mümkün olan eğriler arasından hangisi üzerinde yuvarlanırsa en erken gelir? Bu sorunun cevabının şekildeki gibi bir sikloit eğrisi olacağı 17. yüzyıl matematikçileri tarafından gösterilmiştir.

Oysa aynı Newton kendisine yöneltilen iltifatlar karşısında “Ben meslektaşlarımdan daha ilerisini görebildiysem bunun nedeni devlerin omuzlarına basıyor olmamdır.” diyebilmiştir. Burada sözünü ettiği ‘devler’ eserlerinden ve fikirlerinden yararlandığı bilim adamları, özellikle Kepler’dir.

Bitirirken

Newton’un kafasına bir elma düşmeseydi yerçekimi kanunundan haberimiz olmayacak mıydı? Arşimed hamamda tasla oynayacağı yerde doğru dürüst yıkansaydı suyun kaldırma gücünü hiç öğrenemeyecek miydik?

Aslında özel yazışmalarında arkadaşlarına belirttiğine göre Newton’un kafasına zaten bir elma düşmemiştir. Leibniz ile arasında olan integral ve differansiyel hesap tekniklerini “ben önce buldum, sen sonra buldun” kavgasında öne çıkabilmek için bu elma masalını Newton kendisi uydurmuştur. Kepler’in çalışmaları nedeniyle zaten bilim dünyası gezegenlerin birbirlerini çekmesi gerekip gerekmediği gibi konuları konuşmakta idi. Hatta gezegenlerin hareketlerinin çok kısa zaman aralıkları için incelenmesi gerektiği tartışılmaya başlanmıştı. Newton’un hocası da bir mektubunda Newton’a bu hesaplara bakmasını salık verir. Zaten aynı hesapları Leibniz’in de yapmış olması ortamın hazır olduğunun bir başka delilidir. Kısacası Newton hiçten var olmamıştır. Hele hele bir ağacın altında tembel tembel otururken kafasına düşen bir elmayla birden kalkıp işler becermemiştir.

Kendisinden önce gelenlerin teorileri ve Brahe'nin gözlemleriyle Kepler hesaplarını yapabilmiştir. Apollonius kendisinden önce yaşamış matematikçilerin bıraktığı birikimle sekiz ciltlik bir eser ortaya çıkarmıştır. Öte yandan İstanbul'da, Takiyeddin Efendi'nin kurduğu rasathane ise bir bilim mirasının uzantısı olmadığı için sudan bahanelerle yıkılmıştır.

Birbirinden binlerce kilometre ve yüzlerce yıl uzakta yaşamış bu insanlar ortak bir heyecanı taşımışlar ve aynı maceranın kahramanları olmuşlardır. İşte bu binlerce yıldır süren insanlığın ortak macerasının adıdır matematik.

Bu kitapta bu maceranın bazı kahramanlarını, birbirleriyle olan ilişkilerini ve rahat hayatlarını bırakıp bu işlere neden soyunduklarını anlatmaya çalıştık.

Her ne sürçülisan ettikse affola...

Dizin

Abel, 8, 20-24
 Ablamyus, bkz. Apollonius
 Acarsoy, A., V
 Ağırnas, 86
 Akademi, 45
Aktarma ve Kısaltma Bilimi, 11
 Alpar, A., V, 43, 72
 Altın oran (ϕ), 59-61
 Altıntaş, A., V, 3
 Anaksimandros, 78
 Analiz, 102
 Anthemios, 79
 Apollonius, 2, 63, 80, 105, 116
Aritmetika, 96, 107
 Arkhimedes, bkz. Arşimed
 Arslan, F., V, 9
 Arşimed, 30, 91-95
 asal sayılar, 80-82
 Atâullah Efendi, 27
 Ayasofya, 79
 Ayfer, R., V, 85
 Aytuna, A., V, 84

 Bernoulli ailesi, 113
 Brahe, T., 103, 111-112
 buğday, 13-16

 Cardano, 22
 Cauchy, 21, 24
 Cebelitarık, 101
 Chevalier, 26
 Craeve, V., V, 77, 78
 Crelle, 21

Çakıl taşları, 101
 Çeçen, K., V, 86, 90, 98, 99
 Çiçero, 94
 Çin'de dik üçgenler, 50

Dağın yüksekliği, 51
 Davutlar Milli Parkı, 46
 deha, 106
 Dik üçgen teoremi, 47
 Diophantos, 96, 97
 Duru, O., V, 95

Eflatun (Platon), 19, 28, 30, 45
 elips, 2, 35, 64
 Escher, 17
 Eukleides, bkz. Öklit
 Euler, 108

Fermat, 96-97, 107-108
 Ferrari, 22
 Fibonacci, 53
 Fibonacci sayıları, 53, 57-59
 formalistler, 20
 fraktal, 39, 42, 56

Galileo, 5, 113
 Galois, 8, 24-27
 Gauss, 83
 gezegenler, 45
 gogol (İng. *googol*), 18, 19
 gogolpleks (İng. *googolplex*), 18, 19
 Goldbach önermesi, 86
 Gödel, 19, 20
 Gökova Körfezi, 100
 Güneş sistemi, 45

Hakioğlu, T., V, 39
 Halley, 66
 Harizmi, 11
 Hayyam, 11, 12, 27-28
 helis, 36, 55, 88
 Heysem, 65, 66, 82

Hieron, 91, 92
 hiperbol, 64
 Hipodamos, 78
 Hipparkhos, 37

ideogram, 10
 irrasyonel sayı, 35
 İsidoros, 79
 İznik, 37

Kanuni, 91, 108
 Kepler, 66, 103, 111-112, 114, 116
Kitab-ı Bahriye, 99, 100, 110
Kitab-ı Mahrutat, 66, 82
 Koca, M., V, 71
 Kocatepe, M., V, 74
 koni kesitleri, 64, 79
Konika, 80, 82

Leibniz, 101, 115
 L'Hospital, 113
Liber Abaci, 53

mafya, 113
 Marcellius, 93
 matesis, 86
 Mars'ın yörüngesi, 104
 Milet, 76
 Miratül Memalik, 110
Mona Lisa, 61
 Murad, III., 112
 Murad Reis, 109

Nasirettin Tûsi, 91
 Nesin, A., V, 5, 68, 73
 Newton, 101, 106, 113, 115
 nilüfer problemi, 52
 nötron yıldızları, 43

Öklit, 2, 30, 47, 68, 81
 ölümsüzlük, 89

Pamfilya, 63
 parabol, 64
 Perge, 63
 Pi sayısı (π), 33, 34
 piramidin yüksekliği, 77
 Piri Reis, 99, 108-110
 Pisagor (Pythagoras), 30, 46-49
 Platon, bkz. Eflatun
Potemkin Zırhlısı, 61
 Pythagoras, bkz. Pisagor

riyaziye, 86

Samanyolu, 38
 satranç, 13
 Selimiye Camii minareleri, 88-90
 Seydi Ali Reis, 108-110
 sıfır, 11
 sikloit eğrisi, 114
 Sinan, Mimar, 86-91
 Sisam adası, 46
 spiral, 55

Şuhubi, E., V, 7

Takiyeddin, 112, 116
 Terzioğlu, N., 66
 Terzioğlu, T., V, 6, 31, 70
 Tezer, C., V, 69, 75
 Tezer, M., 69
 Thales, 76
 Tülin, I

Wiles, A., 97

Yavuz Selim, 108
 Yıldırım, Y., V, 75, 95
 yörüngeler, 111-112

Matematik,
akademisyenlerin loş koridorlarda
birbirlerinin kulağına fısıldadığı
anlaşılmaz kavramlardan oluşan
bilgiler yumağı değildir. Matematik,
hayatı dolu dolu yaşamış insanların
sevinçleri, üzüntüleri, başarı ve
yenilgileriyle oluşturdukları
bir insanlık macerasıdır. Bu kitapta,
bir kısmı topraklarımızda geçen
bu büyük insanlık macerasının
öyküsünü bulacaksınız.
Halen Bilkent Üniversitesi,
Matematik Bölümü'nde
öğretim üyesi olan Sinan Sertöz,
Matematiğin Aydınlık Dünyası'nı
TRT için hazırladığı aynı adlı
belgeseli esas alarak kaleme almıştır.



ISBN 975-403-058-8



Fiyatı: 3.500.000 TL (KDV DAHİL)

3,50 YTL (KDV DAHİL)

Basılı fiyatından farklı satılamaz