

Keyifli Okumalar Dileriz

Binlerce kategoride milyonlarca PDF e-kitap, ders kitapları, dergiler ve romanlara platformumuz üzerinden ücretsiz ulaşabilirsiniz.

RESMİ WEB SİTEMİZ

<https://rantey.org>

Yedek ve Duyuru Kanallarımız

Sitemize erişim engeli gelmesi veya adres değişikliği durumunda aşağıdaki kanallardan güncel giriş adresine erişebilirsiniz:

- Telegram: <https://t.me/birkitapbir>
- WhatsApp Kanalımız : <https://whatsapp.com/channel/0029VbDHv8uE50Us4lvMoc0Y>

Mantığa Giriş

160
MEN.M
2005

56498

Albert Menne

elis

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - <https://rantey.org>

Albert Menne

1923 yılında dünyaya gelen Albert Menne, felsefe, psikoloji ve teoloji eğitimi aldı. 1962 yılından beri Hamburg Üniversitesinde felsefe seminerlerinde bilimsel danışman, 1971'den sonra da Bochum Ruhr-Üniversitesinde mantık çalışma grubunun yöneticisi olarak görev yapmaktadır. Sayısız yayınları olan yazar Prof. Bochenski ile de mantık sorunları, metodoloji, bilim kuramı ve bunların uygulamalarına ilişkin ortak çalışmalar yürütmektedir.

Elis Yayınları: 32

Mantığa Giriş/Albert Menne

© Anka Basım Yayın San. ve Tic. Ltd. Şti.

Çeviri

Doç. Dr. Lokman Çilingir

Editör

Mehmet Vural

Ofset Hazırlık

Fadime Özger

Dizgi

Ankara Dizgi Evi

Kapak

Elis

Baskı, Cilt, Kapak Baskısı

Özkan Matbaacılık

Birinci Basım

Aralık 2005

ISBN: 975 - 8774 - 30 - 1

Elis Yayınları

İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/81 Ulus/Ankara

Tel/faks: (0312) 341 06 90

Web: <http://www.ankaraokulu.com/elisyayinlari.html>

e-mail: elis@ankaraokulu.com

160

MEN.M

2005

56498

14/65905

Mantığa Giriş

Albert Menne

Çeviri

Doç. Dr. Lokman Çilingir

A.Ü.	
İLAHİYAT FAKÜLTESİ	
Ay:	14/65905
Yer No:	56498

Bu küçük çevirinin yayına hazır hale gelmesinde ilgi ve desteklerini esirgemeyen başta sevgili meslektaşım Doç. Dr. Zekiye Kutlusoy ve Elis Yayınevi çalışanları olmak üzere herkese en içten teşekkürlerimi sunarım.

Lokman Çilingir

İçindekiler

Önsöz	7
0. Giriş	9
1. İşaretler Üzerine	15
2. Önergeler Üzerine	37
3. Yüklemler Üzerine	67
4. Kümeler Üzerine	89
4.5. Tanımlanmış Kümeler Kalkûlû ve Klasik Yargı Öğretisi	99
4.7. Tasımlar Üzerine	107
5. Bağlantılar Üzerine	129
Kaynakça	137
Dizin	143

1. Baskıya Önsöz

Yıllardan beri, matematiksel mantık veya lojistik olarak da anılan modern mantığa giriş niteliğinde bir dizi çalışma ortaya konulmuştur. Ayrıca geleneksel mantıkla ilgili genelde çok iyi olmayan bir sürü ders kitabı mevcuttur. Bu kitap klasik ve modern mantığın bir sentezini sunmak istiyor. Bununla birlikte çalışma kendini mantığın temel öğretisiyle sınırlandırıyor ve matematik veya felsefe üzerine asla bir ön-bilgi gerektirmeyecek şekilde bir anlayış ortaya koyuyor. Ama bu hiçbir şekilde bilimsel güvenilirliği yok sayma pahasına olamaz. Ortaya konulan ödev çerçevesinde sunulan şey, araştırmamızın günümüzdeki konumuna uygun düşmektedir. Buna uygun olarak, örneğin mantıkta bu zamana kadar henüz yayımlanmamış olan bazı şeyler de sunuldu.

Sıkça basit örneklerle, kesin olduğu sürece oldukça yalın kanıtlamaların da mantıksal yapılarla örtüşmek zorunda olduğu gösterilmelidir. Ama en önemli formüller de bir kenara itilmiş değildir. Bunlar bir kez anlaşıldığında birer örnek işlevi görerek mantıksal bağıntıları belirgin ve açık bir şekilde aydınlatacaklardır. Kitabın bilgisel ilk gözden geçirilişiy-le birlikte yeni başlayan bir kişi gittikçe bunları bir kenara atabilir. Ama her kim gerçekten mantık öğrenmek isterse mantığın çalışma atölyesinden uzak durmamalı; o formülleri kullanmak ve kanıtları iyice gözden geçirerek anlamak zorundadır. Klavye çalmayı öğrenmek isteyen kişi, her şeyden önce el (parmak) egzersizleri yapmak zorundadır. Kim buna ilave olarak kalküldeki mantıksal kanıtların mekanik olarak nasıl kullanılacağını öğrenirse, belli bir program dahilinde elektronik bilgi işlemlerinin nasıl çalıştığını da anlayabilir. Önergeler kalkülünde mantıksal ve aritmetik işlemlerin bağıntısı belirgin bir şekilde gösterilmiştir. Sembolik (Mantık), Heinrich Scholz ile Wilhelm Britzelmayer'in geliştirdiğine ve benimkine karşılık gelmektedir. Silogistik'in (Tasım Öğretisi) gösterimi Mennez'ye dayanmaktadır (burayı ve diğerlerini kitabın kaynakça bölümüyle karşılaştır.). Ayrıca bu çalışma her şeyden önce mantığın eski ustaları I. M. Bochenski ve Heinrich Scholz'a borçludur ki, onların yapıtları özellikle ilerlemiş çalışmalar için önerilmeye değerdir.

Hamburg, 15. 01. 1966

A. Menne

2. Baskıya Önsöz

Metin 2. baskı için esaslı olarak gözden geçirilmiş, hata ve olası yanlış anlaşılmalara ortadan kaldırılmıştır. Bunun için H. Christiansen'a teşekkür borçluyum. 1969 yılında Madrid'de, Leopoldo-Eulogio Palacios'un *Introduccion a la Lo'gica* adı altında editör Gredos tarafından bir İspanyolca çevirisi yayınlandı.

Düzeltilmeler Dr. U. Neumann'la birlikte yapıldı.

Hamburg, 31. 07. 1972

A. Menne

4. Baskıya Önsöz

3. Baskı 2. baskının değiştirilmemiş şekliydi. Bu 4. baskının yayınında formüllerle, metindeki baskı hataları ve çelişkileri düzelttim, bunun için bana Bayan Dr. Corinna Ullrich'in kıymetli katkıları oldu. Ayrıca kaynakça bölümü eklendi. Arzu etmeme rağmen, kitabın fiyatını gereksiz yere yükseltmemek için, modalite ve çok-değerli mantık üzerine bir bölüm eklemekten uzak durdum. Bu ve benzeri sorunlarla ilgilenenler, bunları Bochenski/Menne'nin *Biçimsel Mantığın Temelleri*'nde veya Menne'nin *Biçimsel Mantığa Giriş*'inde bulabilirler.

Bochum, 18. 06. 1986

A. Menne

0. GİRİŞ

Daha Goethe'nin Faust'unda yeni başlayan öğrenciler için "ilkın mantık dersi" önerilir. Bu talep önceleri normal karşılandı ve bundan ne anlaşılması gerektiği de açıktı. Goethe'nin çağdaşlarından olan büyük filozof Immanuel Kant (1724-1804) *Saf Aklın Eleştirisi*'nin girişinde, mantığın kurucusu Aristoteles (384-322) onu o derece yetkin bir şekilde ortaya koydu ki, bugüne değin ne ileriye ne de geriye doğru bir adım atabildi diyor. Gerçi Kant'ın bu kanaati yanlıştır -doğrusu o, mantığın o zamana kadar gerçekten yaptığı ilerlemeleri hesaba katmadı. Ama biz bu yaklaşımdan daima, eskiden mantıktan Aristoteles'in *Organon*'da incelemiş olduğu problemler tarzındaki bir bilimin anlaşıldığını çıkartabiliriz.

Bir sözcüğün anlamının incelenmesinde en yaygın yöntemlerden biri, onun kaynağına geri dönmektir. Mantık Grekçe *logos*dan gelir. Ama onun işaret ettiği şey üzerine Faust bile kafa yorar ve "sözcük", "anlam", "güç", "edim" gibi bir dizi yorum sunar. Burada bir kez daha üstüne basarak bu tür yöntemlere karşı uyarıda bulunmak istiyorum; çünkü pek çok sözcük tarihin akışı içerisinde anlamını esaslı olarak değiştirmiştir: *Idiotus* daha ziyade sıradan bir asker veya resmi görevi olmayan kişi demektir, asla "idiot-apıl" değil; *biologos*, biyolog olarak çevrilemez, tersine o "aktör" anlamına gelmektedir. Ayrıca *philosophia*, "felsefe" olarak çevrilmemeli, tersine o genel olarak "bilim" demektir. Eğer bu bir kez bilinirse, Platon'un devlet filozoflar tarafından yönetilir talebi tümüyle değişik bir anlam kazanır! Böylece, mantığın ne olduğunu kavramamız için "mantık" sözcüğü çok az işe yarayacaktır -bizzat konuyu incelemek zorundayız. Eğer bunu yaparsak, eğer Aristoteles'in *Organon*'da ele aldığı problemleri göz önünde bulundurursak, o zaman şunu söyleyebiliriz: "Mantık çıkarsanabilirlik öğretisidir."

Ama çıkarsanabilir olma ne demektir? Bunu ben birkaç örnekle açıklamak istiyorum:

0.11 (Eğer) tüm antiloplar memeli ve tüm memeliler omurgalıysa, (o halde) tüm antiloplar omurgalıdır.

Bu örnekte “eğer” ile dile getirilen, yani “o halde”den öncekilere *varsayımlar* veya *öncüller* diyoruz; sonuç olarak gelen, “o halde”yi takip eden de *sonuç (önermesi)* veya *çıkarımdır*. Biz bir önermeye, eğer önermenin yalın biçimi (form) öncüllerden sonuç çıkarmayı garanti ediyorsa *çıkarsanabilir (geçerli)* diyoruz. Bununla birlikte bir önermenin biçiminden anladığımız şey soyutlamanın her bir derecesine bağlıdır ki, bu daha sonra ayrıntılı olarak belirtilecektir –burada öncelikle yeniden örnekler sayesinde açıklama yapmak gerekiyor:

0.12 Elma kırmızıdır

Önermesinde daha sonra ayrıntılı olarak belirlenecek olan “elma” deyimini, ilk deyim daha yakından belirleyen “kırmızıdır” deyiminden ayırt edebiliriz. Daha yakından belirlenmesi, tam olarak aydınlatılması gereken bu tür deyimlere biz *ad (konu/argüman)* diyoruz. Adları belli etmek için yuvarlak parantez içerisinde yazmak istiyoruz. Açıklaman veya ayrıntılı belirlemeye yaran deyimlere *yüklem (funktör)* diyoruz. Bunlar küme parantezleri içerisinde gösterilmek zorundadır. O zaman bizim önermemiz şu şekle bürünür:

0.13 (Elma) {kırmızıdır}

Şimdi bazı yüklemeler vardır ki, onlar birden fazla adı belirlerler. Örneğin “...den daha büyüktür” yüklemi iki ada (özneye) sahiptir.

0.14 (Hamburg) (Bremen'den) {daha büyüktür}

Amaçsal nedenlerden ötürü genelde yüklemeler adlardan önce gelir ve ihtiyaç duyulduğunda, ne kadar adı belirlemeleri gerektiğini anlamlandırmak için onlarla bir indeks ilişkilendirilebilir. Aşağıdaki örnekte “arasındadır” yüklemi dört haneli olur:

0.15 {arasındadır}₄ (Hollanda) (Almanya) (Belçika) (Kuzey Denizi)

Böyle bir yapıda adların yeri (diğer sözcüklerin de ad olarak yerleştirilebilmesi için) boş bırakılırsa, boş yerlerin uygun bir şekilde doldurulmasıyla yeniden bir önerme meydana getiren belli bir biçim elde edilir.

0.16 {kırmızıdır} ()

dan, boş yere “bayrak” yerleştirilerek ad olarak,

0.17 {kırmızıdır} (bayrak)

elde edilir.

Bu tür boş yerleri açık bir şekilde belirtmek için, onlar *değişken* olarak adlandırılan harflerle gösterilir.

0.18 {kırmızıdır} (x)

“x” gibi böylesi bir değişken kendi başına bir anlam taşımaz, tersine yalnızca yerine bir şey koyulabilecek boş bir yeri gösterir. Doğal olarak yüklem yerine de bir değişken koyulabilir ve o zaman şu şekil ortaya çıkar:

0.19 {f} (elma)

Bununla birlikte “f” yerine “tatlıdır” veya “yuvarlaktır” vb. koyulabilir. Sabit kalan, yani değişkenlere karşın sabit bir anlam içeren ifadelere *değişmez* denir. Yüklem ve addan oluşan bir ifade yeniden bir yüklem tarafından belirlenebilir. Aynı şeylerin yerleştirildiği boş yerler aynı değişkenler sayesinde gösterilebilir. Bizim örneğimiz 0.11 de şöyle yazılabilir:

0.21 Eğer tüm x ler y ve tüm y ler z ise, o halde tüm x ler z dir.

Böylece asıl yapı şu şekli alır:

0.22 {Eğer ise, o halde}₂ {(ve)₂ ((tümüdür)₂ (x) (y) (tümüdür)₂ (y) (z)) (tümüdür)₂ (x) (z))

Şimdi 0.21 ve 0.22 önermenin biçimini bize göstermektedir. Daima biz bu biçimin yerine koyduğumuz şeyle -sonuç olarak doğru bir önerme elde ederiz. Yani, önermenin yalın biçimi onun geçerliliğini (Folgerichtigkeit) garanti eder. Örneğin, “x” yerine “kare”yi, “y” yerine “dikdörtgen”i, “z” yerine “dörtgen”i koyabiliriz ve böylece şu meydana gelir:

0.23 Tüm kareler dikdörtgen ve tüm dikdörtgenler dörtgense, tüm kareler dörtgendir.

Keza anlamları bizim tarafımızdan bilinmeyen örtük (ruhig) deyimleri de alabiliriz; örneğin “ziklatorlar”, “değişkenler”, “permutasyonlar” ve sonra şu elde edilir:

0.24 Tüm ziklatörler değişken ve tüm değişkenler permutasyonsa, tüm ziklatörler permutasyondur.

Başka yerleştirmeler denenirse, aşağıdaki türden örneklerle karşılaşılabılır:

0.25 Tüm Westfalyalılar sigara içiyor ve tüm sigara içenler Alman ise, tüm Westfalyalılar Alman'dır.

Bu örnekte öncüller açık bir şekilde yanlış olmasına karşın sonuç doğrudur.

0.26 Tüm öğrenciler yüzme bilmiyor ve tüm yüzme bilmeyenler mavi gözlüyse, tüm öğrenciler mavi gözlüdür.

Bu örnekte yanlış öncüllerden yanlış bir sonuç (önermesi) çıkar. Çıkarsanabilir (geçerli) önermelerde öncüller ile sonuç arasında doğruluk ve yanlışlıkla bağlantılı olarak aşağıdaki ilişkiler ortaya çıkabilir:

0.27 *doğru* – *doğru* (krş. 0.11)

yanlış – *doğru* (krş. 0.25)

yanlış – *yanlış* (krş. 0.26)

Çıkarsanabilir önermelerde söz konusu olmayan şey (ise) *doğru-yanlış* ilişkisidir. Bu şu demektir, çıkarsanabilir bir önermede doğru öncüllerden asla yanlış bir sonuç çıkmaz.

Bir önermenin çıkarsanabilir olması ilk aşamada sonucun doğruluğu üzerine hiçbir şey söylemez. İlkın, eğer çıkarsanabilir bir önermede öncüllerin doğruluğu belirlenirse, o zaman sonucun doğruluğu da belirlenmiş olur. Gerçekten tüm ziklatörler değişken ve tüm değişkenler permutasyon olduğundan, 0.24'den, tüm ziklatörler permutasyonlardır sonucu çıkar.

Aşağıdaki örnekte öncüller gibi sonuç da doğrudur:

0.31 Tüm kareler dörtgen ve tüm dikdörtgenler dörtgense, tüm kareler dikdörtgendir.

Yine de bu önerme çıkarsanabilir değil midir! Onun biçimi şöyle olmalı:

0.32 Tüm x ler y ve tüm z ler y ise, tüm x ler z dir.

Burada “ x ” yerine “köpek”, “ y ” yerine “memeli (hayvan)” ve “ z ” yerine “kedi”yi koyarsak, şu meydana gelir:

0.33 Tüm köpekler memeli ve tüm kediler memeliyse, tüm köpekler kedidir.

Burada doğru öncüllerden açıkça yanlış olan bir sonuç meydana geldiğinden çıkarsanabilirlik söz konusu olamaz. Yani 0.32 çıkarsanabilir bir önerme biçimi değildir.

Niçin ama bazı biçimler çıkarsanabilir bazıları ise çıkarsanabilir değildir? Çıkarsanabilir bir biçim nasıl tanınabilir ve yenileri nasıl oluşturulabilir? Çıkarsanabilir biçimler sınırlı temel biçimlerden tümüyle çıkarsanabilir bir şekilde elde edilebilir mi? Bunlar, diğer sorularla birlikte mantığın çıkarsanabilirlik öğretisi içinde cevabı verilen sorulardır.

Çıkarsanabilirliği garanti eden kalıbı 0.21 deki şemada öğrenmiştik. Şimdi biz “ x ” için “tasarruf eden”, “ y ” için “kapitalist” ve “ z ” için “soyguncu”yu koyduğumuzda şunu elde ederiz:

0.41 Tüm tasarruf edenler kapitalist ve tüm kapitalistler soyguncuysa, tüm tasarruf edenler soyguncudur.

Burada öncüller doğru görünüyor -ama sonuç değil. Bu örnekle açık bir şekilde, doğru öncüllerden yanlışın çıkarsandığı çarpık durum ortaya konulmuş olur. O zaman bizim şemamız çıkarsanabilir değil mi yoksa?

Burada akla yatmayan şey aşağıdaki örnek sayesinde belki daha anlaşılır olacaktır:

0.42 Deniz aşırı gemilerin tüm amirleri kaptan ve tüm kaptanlar 90 PS ise, deniz aşırı gemilerin tüm amirleri 90 PS'tir.

Burada “kaptan” ilkin gemiyi kumanda eden kişi, ikinci olarak da bir oto markasıdır. Aynı şekilde önceki örnekte “kapitalist” ilkin sadece sermaye sahibi olan kişi anlamına gelmektedir. Ancak şimdi, aynı değişken ile gösterilen yerler aynıadlar aracı-

lığıyla doldurulmak zorundadır. Buna göre yukarıdaki örneklerde eksik olan şu: Gerçi aynı değişkenin yerine aynı sözcük koyuluyor –ama her defasında farklı bir anlam taşıyor.

Öncüllerde iki defa kullanılan, sonuçta ise tekrar yer almayan kavrama *orta terim* denir; ortada yer aldığından değil, tersine onun yardımıyla sonucun çıkarsandığı öncülleri bağlayan aracı durumunda olduğundan. Şimdi bu orta terim iki yerde aynı anlamda kullanılmak zorundadır, bu demektir ki (b.d.) o *tek anlamlı* olmalıdır. Böylece çıkarsanabilirliğin esaslı bir koşulu tek anlamlılıktır. Bu herhangi bir şey sayesinde gelmeyen, tersine bir ilişki sayesinde elde edilen bir özelliktir; bizim durumumuzda bir kelime ile bir nesne arasında bir işaret veya bir anlamın gösterdiği bir ilişkidir. Bu yüzden biz mantığın ilk bölümünde işaretler öğretisini incelemek zorundayız.

1. İşaretler Üzerine

En genel anlamıyla işareten başka bir şeye, işaret edilene karşılık gelen şeyi anlıyoruz; böylece genel olarak bir işaretin algılanması veya tasarımı işaret edileni meydana getirir.

İşaretler ile işaret olunanlar arasındaki karşılıklılık kendiliğindense, *doğal işaretlerden* söz ederiz. Bu tür doğal işaretler örneğin şunlar olabilir: Yapraklı ağaçların açması baharın işareti olarak, ateşlenme bir hastalığın işareti olarak, katırtırnağı çalılıkları kuraklığın işareti olarak. Mantık kitaplarının eskiden beri beylik örneği, dumanın ateşin doğal işareti olduğudur.

Ancak işaretler yapay tarzda insanlar tarafından da var edilebilir: Bu şekilde, cüzdandaki ünlü düğüm belli bir sözün (randevu) işareti olmalıdır.

Kullanımları iradi olarak kararlaştırılan işaretlere *uzlaşım sal (konvensiyonel) işaretler* denir. Bu tür konvensiyonel işaretlere örnek trafik talimatlarını içeren belli ışık sinyallerinin karşılıklıdır, yani kırmızı “durun”, yeşil “devam edin”, sarı “kavşağı boşaltın”, yanıp sönen sarı “dikkat edin” demektir.

Levhamsı (indizierend) işaretler, işaret edilen nesnelerin bulunması için bir gösterge olabilirler. Bu şekilde levha işaret ettiği yerin yönünü gösterir; trafik polisi kolları ile serbest olan yönü gösterir; büyük gök araçlarının arka tekerlekleri kutup yıldızını bulmak içindir ve ışıklı “Holsternbrau” ışıklı yazısı orada su ihtiyacının giderileceğine işaret eder.

Görüntüsel (ikonik) işaretler işaret edilen nesneyi herhangi bir şekilde resmeder. Bundan başka doğal olarak işarete işaret edilenin rengi, biçimi, büyüklüğü, niteliği farklı bulunabilir. Hamburg garibeler müzesindeki (Reeperbahn Panoptikum) 8. Heinrich’in balmumu heykeli bu şekilde ünlü hükümdar, reformcu ve eş-katilinin ikonik bir işaretidir. (Modern sanatın bu-

nu ne ölçüde başardığı doğrusu sorunsaldır.) Bir harita veya metro ağının salt topolojik taslağı da ikonik işaretler olarak kabul edilebilir.

Sembolik işaretlerden veya kısaca sembollerden işaret belli bir düşünceyle (ide) doğal veya tarihsel bir bağlantı içinde bulunduğu söz edilir. Bu şekilde güneş yaşamın, haç inancın, bayrak anavatanın sembolü olabilir. Buna karşın mantıkta “sembol”e, arka planda bu tarz düşünceler olmaksızın bakılır ve her bir kalkül işareti sembolü olarak adlandırılır. Dolayısıyla “*Sembolik Mantık*”, kısaca yapay işaretleri kullanan bir mantıktır.

Bir işarete işaretlerin farklı türleri ve isteklerin değişik dereceleri sıkça iç içe girmiş durumdadır. Bu şekilde dairevi trafik işaretleri, yasak ve emirleri içeren iradi uzlaşımlar, üçgen uyarıcılar ve dikdörtgen şeklindeki yalın işaretlerdir. Buna karşın yüksek bir soyutlamayla “karşı ulaşım” için ters yöndeki oklar ve “kavşak” için “Z” şeklinde ikonik bir işaret bulunur.

Önemli olan şu ayrımıdır: Tek başına hiçbir şeyi belirtmeyip ancak diğer işaretlerle birlikte gösteren işaret *tam-olmayan, kendiliğinden-olmayan veya birlikte anlamlı [sinkategorematik] işaret* adını alır. Bunun için örnekler:

“De, “da”, “üzerinde”, “ile” takılan tek başlarına hiçbir şeye işaret etmeseler de, “barda”, “cumartesi gününde”, “St. Pauli’de”, “benim arkadaşım” birlikte kullanıldıklarında durum değişir. Aynı şekilde matematikte parantezler veya noktalama işaretleri kendi başlarına bir anlam taşımazlar; “16’dan 19’a kadar” yazan bir levha trafik işareti olarak eğer bir park veya bir durakta bulunursa anlam taşır.

Bu sinkategorematik işaretlere karşın *tam, kendinden veya tek başına anlamlı [kategorematik] işaretler* özel bir anlam taşırlar: “Aristoteles” M.Ö. 384-322 yılları arasında yaşayan mantık ve metafiziğin kurucusu ünlü bir filozofu gösterir. “Sandalye” herhangi bir oturma mobilyasına verilen addır. “Dortmund” Ruhr bölgesinde en ünlü Alman demir ve çelik fabrikalarını içinde barındıran bir şehri gösterir. “İçmek” yaşamsal olan bir eyle-

mi ve buna uygun olarak zevk ve heyecan veren bir maddeyi, tüketmeyi "ahmaklık" mantık okumakla dahi ortadan kaldırılamayacak bir özelliği. Teuteburger ormanındaki Hermann heykeli de tek başına anlamlı bir işarettir ve aynı şekilde selamlama şapkası işaretidir.

Böylece işaretler bilimde olduğu gibi günlük yaşamın her alanında karşımıza çıkar. İşaret olmadan bu kitap imkansız olurdu –çünkü basılı her bir harf bir işarettir. İşaret olmadan insan topluluğu imkansız olurdu –bizzat dilsizler jestlerle (işaretlerle) anlaşılır. Gülmek sevinç ve iyiliğin, inilti acının, alna yükseltilmiş parmak konuşulan kişinin ruhsal yeteneklerinin değersizliğinin işaretidir.

İşaretlerin bu köklü anlamından ötürü sayısız bilim işaretler yoluyla kavranır. Anlatım psikolojisi ve dilbilimi yanında, işaretlerin genel öğretisi olarak *anlambirim (semantoloji)* veya *kavrambirim (semasiyoloji)* vardır. *Göstergebilim (semyotik)* aynı zamanda iki anlam taşır: o işaret dizgeleri öğretisi olabilir veya *metalojik* olarak adlandırılan işaretlerin mantıksal öğretisi olabilir. Bu sonuncusu tekrar işaretlerin kendi aralarındaki ilişkilerini araştıran *sözdizimi (sentaktik)*, işaret ve işaret edilen ilişkisini konu edinen *anlambilim (semantik)*ten oluşur; *pragmatik* işaretler ile onların kullanıcıları arasındaki ilişkiyle ilgilenir. Nihai olarak *anlamlama (signifik)* insanlar arası bir anlaşma aracı olarak işaretler öğretisidir.

Birinci türden işaretler altında biz, tümüyle belli bir olay veya nesneye karşılık gelen somut bir nesne veya fiziki ya da psikolojik bir olayı anlıyoruz. Bunun için örnek Fritz Meier'in 10 Mayıs'ta kırmızı-beyaz kareli mendiline, eve dönüşte karısına alacağı gülleri hatırlatması için diktiği düğmedir. Yine eğer Gerd belli bir ısıklık çalmakla belli akşamları arkadaşını sokağa çağırıyorsa ilk türden böylesi bir işaret söz konusudur; aynı şekilde Brandenburg kapısını Berlin'in gerçek işareti olarak adlandırmamız da. İlk türden işaretler *belirtke (sinyal)* olarak da adlandırılabilir.

İlk türden yaklaşık çoğu aynı yapıdaki işaretin aynı tarzda gösterilmesi gerektiği konusunda uzlaşma varsa, o zaman *ikinci türden işaretleri* elde ederiz. Bunun için örnekler: Park yasaklarını gösteren şiltlerin kümesi (bu şiltlerin her biri yalnızca parkla ilgili belli bir durumu yansıtmaz, tersine tümüyle geneldir); “bölük dur!” komutlarının kümesi (bu komut verildiğinde, asker bununla her seferinde yürüyüş kolunun aynı tarzda duracağını öğrenir); Mercedes-yıldızlarının kümesi (bu yıldızların her biri aynı firmanın ürünü olan bir otomobili gösterir).

İki işaret *eşyapılı* olduğunda uzlaşım söz konusudur (bu şekilde bir harfin büyüklük veya renginin onun anlamını değiştirmemesi gerektiğine dair uzlaşma sağlanabilir; ama italik veya gotik harflerin antikayla aynı değerde olmaması gerektiğine dair de uyuşma sağlanabilir). Eşyapılı işaretler asla sürekli ve her yerde aynı tarzda gösterilmek zorunda değildir. Örneğin, tek yönlü yol işareti (üç çevrimli tarzda hafif eğimli beyaz oklarla düzenlenmiş mavi bir dairevi levha) Almanya’da daire içerisinde bulunan araçların öncelik hakkına sahip olduğunu gösterirken, İsviçre’de daire içerisinde bulunan araçların sağ taraftan daireye giren araçlara öncelik tanıma zorunluluğunu gösterir. Dolayısıyla işaretlerin geçerlilik alanına –zaman ve mekan açısından– dikkat etmek gerekir.

Sözcükler de işarettir. Bir *sözcükten* biz esas olarak insanı bir konuşma aracı sayesinde ifade edilen, akustik olarak algılabilen işareti anlıyoruz, bunu sözcüğün *akustik/ses dağılımsal işaret* (*akustem*) yanı diye adlandırmak istiyoruz. Söylenen söze göre düzenlenen yazılı işarete *yazıbirim/çizgisel işaret* (*grafem*), söze göre adlandırılan psikolojik olaya *psişik* (*psişem*), el kol işaretleri (jestler) sayesinde anlamlandırılan sözcüğe *devinimsel işaret* (*kinem*) diyoruz.

Akustemler, grafemler, psişemler ve kinemler öncelikle ilk türden işaretlerdir. Bu türden sözcüklerin tekrarı sayesinde aynı türden sözcükler kümesi oluşur; bunlara biz ikinci türden sözcükler diyoruz. Ancak *ikinci türden* bir *sözcük* daha fazla belli somut bir nesneye işaret etmez, tersine bu nesneler bir

kavram içerisinde düzenlenmiştir. (İnsani dil yalnızca ikinci türden kelimeleri kapsar, b.d. aynı tarzda tekrar edilerek kullanılan, aynı tarzda gösterilen kelimeleri. Örneğin bir sözlük yalnızca bu ikinci türden sözcükleri içerir. Buna karşın birinci türden bir sözcük, belli bir kişi özel bir durumu veya belli bir nesneyi tümüyle belli bir sözcükle gösterdiğinde söz konusu olabilir. Gerçek durumda konuşulan veya yazılan sözcük gerçi daima birinci türden bir sözcüktür, ama o ikinci türden bir sözcüğün işareti olarak vardır.)

Gottlob Frege (1848-1925) bir sözcüğün işareti/göstergesi (*Sinn*) ile anlamı (*Bedeutung*) arasındaki farkı belirtmiştir. İşaretten gerçeklik tarzı, *anlamdan* nesnel olarak işaret edilen şey anlaşılmalıdır. Onun ana örneğindeki, “sabah yıldızı” ile “akşam yıldızı” farklı işaretlere, ama aynı anlama (yani Venüs gezegeni), sahiptirler.

İşaret ile işaret edilen şey arasındaki ilişki bir bağıntıdır. Bu yüzden bağıntının özelliklerini kavramak zorundayız. Ön-üyenin her defasında pek çok art üyeye sahip olabildiği ilişkiye *bireçok* denir. Örneğin: “*A B'nin annesidir*” cümlesindeki “... in annesi”. Burada bir *A* için her defasında pek çok *B* verilebilir, çünkü bir anne birden çok çocuk sahibi olabilir. Ama *B* için her defasında yalnızca bir *A* verilebilir, çünkü her çocuk yalnızca bir anneye sahip olabilir (doğaldır ki anne burada öz anne olarak alınıyor, üvey, koruyucu, vb., anne değil).

Bir art-üye için her defasında birçok ön-üyeye sahip olabilen bağıntıya *çoğabir* denir. Örnek: “*A B'nin kareköküdür*”, çünkü *B* pozitif ve negatif olmak üzere iki kareköküne sahip olabilir.

Her ön-üye için tam olarak bir art-üyeye sahip olan bağıntıya *birebir* denir. Örnek: “*Biriyle evli*”, çünkü bir *A* (en azından Orta-Avrupa’da) aynı anda yalnızca bir *B* ile evli olabilir ve tersi.

Bir ilişki, eğer ön-üyelerden her biri pek çok art-üyeye ve tersine sahip olabiliyorsa *çoğaçok* diye adlandırılır. Örnek: “*Biriyle tanışık*”, “...in arkadaşı”, “...in okul arkadaşı”, çünkü çoğu kez

birçok insan pek çok tanıdık, iş arkadaşı ve okul arkadaşına sahiptir.

Bireçok bağıntısının özel bir durumu *analoji (benzetme)*dir. O, işaret edilen çeşitli nesneler birbirlerine karşı belli bir bağıllık ilişkisi içerisinde bulunduğunda veya bünnyeleri tam bir benzerlik taşıdığında söz konusu olur. İlk duruma örnek: “Sağlıklı olmak” esas olarak insanın normal bedensel durumunu gösterir, ama eğer nesnelere *analog* olarak kullanılırsa sağlıklılığın ifadesi veya buna yardımcı olmayı ifade eder. Bu anlamda “sağlıklı bir görüntü”den, “sağlıklı beslenme”den, “sağlıklı iklimden”, “sağlıklı elbise”den, “sağlıklı ev”den vb. söz ederiz. İkinci duruma örnek: “Ayak” esaslı olarak insan bedeninin bir parçasını gösterir; benzer şekilde “lambda ayağı”, “dağın ayağı (eteği)”, “masa ayağı”, “ayak yolu (tefile)” vb. söz edilir.

Tüm işaretler tek-anlamlı bir şekilde işaret edilenleri karşılayabilseydi ideal olurdu, çünkü her çok-anlamlılık belirsizliğin, değişimin, ya da hatanın nedeni olabilir. Ama tarihsel olarak gelişen insan dili ne yazık ki çok-anlamlılıkları içermektedir. Gelecekte diller kendiliğinden mantıksal olarak inşa edilmediğinden ötürü, dilin yanında özel bir mantığa gereksinim duyarız. Mantık için dildeki çok-anlamlılıklar dezavantaj olsa da, avantaja da sahiptir. Dil bunu, kelimelerin sınırlı bir rezervi ile nesnelerin yalnızca sınırlı bir miktarını ifade ederek ve yeni nesneler için daima uygun sözcükler bularak yapar.

İlk önce “akustem” ile “grafem”, yani işitilen ile yazılan sözcük arasındaki ilişkiyi gözlemleyelim: Eğer biz Almanca’da “stat” dersek, bu “Stadt (şehir)” ve “statt (...in yerine)” diye yazılabilir! Aynı akustem için bazen “malen” bazen de “mahlen” (övmek) vb. yazarız. Tüm bu örnekler burada bir “bireçok (bağıntı)”nın var olduğunu gösterir. İngilizce ve Fransızca’da sözcük ve yazı arasındaki bu tür bir bire çokluğa ilişkin pek çok örnek verilebilir; “hið” “hear” ve “here”; “ðeð” “there” ve “their” olarak yazılabilir. Bizzat bir Fransız için, aşağıda içinde dokuz kere “si” fonetik bağı geçen cümleyi ilk duyuşta düzgün bir gramerle itirazsız bir şekilde yazması zor görünüyor: “Si six scies scient six cyprès,

une scie scie un cyprès.” (Eğer altı hızar altı selvi ağacını keserse, bir hızar bir selvi ağacını keser.) Ve bir keresinde Voltaire Büyük Friedrich’i, onun şatosu “Sans souci (kaygısız)”yi, “Cent Soucis (yüzlerce kaygı) anlamına gelebilecek şekilde ifade ettiği için kızdırmıştır. “Souci” ölü çiçeği anlamına da geldiğinden, iki farklı yorum imkanı doğabilir.

Ama şimdi farklı ifadelerin aynı yazım tarzına uyduğu örnekler de mevcuttur, bu şekilde “übersetzen” (aşmak, karşıya geçmek), “übersetsen” (çeviri) ile aynı yazılmaktadır. Benzer durum Paris şehri ile Troyalı Paris için de geçerlidir. Latince’de aynı kelime “Maria” vurgulamaya bağlı olarak bir kız ismi ve “mare”nin çoğulu (das Meer-deniz) anlamlarına gelmektedir. “Populus” kısa veya uzun “o” olarak söylendiğinde, duruma göre ya “Volk (halk)” ya da “Pappel (kavak ağacı)” demektir. Tüm bu durumlarda akustem ile grafem arasındaki ilişkinin çoğabirliği söz konusudur.

Belli bir akustem ile onun grafemi arasındaki ilişki için doğal olarak onun tek-anımlı (birebir) olma imkanı doğmaktadır. Bu şekilde “iskele tahtası” sözcüğü yalnızca bir ifade veya yazım tarzı olarak kabul edilebilir. Ancak ne yazık ki bu ideal durum, yukarıdaki örnekte gösterildiği gibi, daima mevcut değildir: akustem-grafem ilişkisi böylece hem birebir hem bireçok, hem de çoğabir olabilir. Buna karşın çoğaçok (bir ilişki) asla söz konusu olamaz.

Sözcükler içerisinde tümüyle belirli tek bir nesne veya bireyi adlandıranlar vardır. Bu tür sözcüklere *özel isimler* veya kısaca *isimler* deriz. Örnekler: “Bir parça tebeşir”, “Hamburg şehri”, “Büyük Karl”, “Köln Katedrali”, “Faust’un yazarı”.

Aynı tür nesnelerin sınıfını gösteren başka sözcükler vardır; örneğin “sandalye” belli bir sandalyeyi değil, tersine rahatlık ve konfor açısından oturak ile koltuk arasındaki tüm oturma takımlarını kastediyor. Ayrıca “sandalye” ile “koltuk” kesin bir şekilde birbirinden ayırt edilmiş değildir –bazı nesneler her ikisi olarak da gösterilebilir. Bu tür nesne sınıflarına *tümel* veya *genel kavramlar* denir. “Kavram” kavramına daha sonra ayrıntılı olarak döneceğiz.

Şimdi biz yeniden tümel bir sözcük ile onun gösterdiği nesne arasındaki ilişkiyi gözlemlersek, hemen bireçokluk için örnekler buluruz. “Bauer” bir köylüyü ve bir kuş kafesini, “Reis” bir besin maddesini (pirinç) ve bir bitkiyi (filizi), “Seip” bitkilerde yoğunlaşan nemlilik ve Grekçe bir heceyi, “Dom” bir kilise ve lokomotifin buhar haznesini, “Hund” bir hayvan ve madendeki bir nakil aracını, “Lore” bir kız ismi ve bir tren vagonunu, “Schloß” bir binayı, silahın bir bölümü ve herhangi bir kilit tesisatını veya kapı, askı, direksiyon vb. ndeki korumayı gösterebilir. Eğer biz yalnızca akusteme dikkat edersek, “lerche” bir ağaç veya bir kuş, “Seite” bir müzik aletinin bir bölümü (Saite) veya ön, bazen de arka taraf, “leib” bir canlının bedeni olduğu kadar bir ekmek (Laib) de olabilir.

Hemen hemen tüm diğer tarihsel dillerde bireçokluğun benzer örneklerinin bir dizisi bulunabilir. Buna karşın Esperanto gibi yapma diller bu tür çok anlamlılıktan kaçınmaya çalışırlar.

Tam tersinden çoğa bir için örnekler bulunabilir, yani bir dilde bir nesnenin pek çok kelimeye karşılık geldiği durumlar: “Kravat” gibi “boyunbağı”da, herhangi bir toplum söz konusu olmaksızın, sıkıcı moda özelliğini gösterir. “Ulme” ve “Rüster” aynı ağaç türünü (karaağaç) gösterir; “Fernsprecher” gibi “telefon”, “Motorrad” gibi “Krafrad” (motosiklet) aynı şeyleri kasteder. “Samstag” ve “Sonabend”ın (Cumartesi) her biri haftanın yedinci günü anlamına gelir. “Opa” ve “Großvater” (büyükbaba) “Bottich” ve “Bütte” (gerdel), “Karbonade” ve “Kotelett” (pirzola), “Schornstein” ve “Kamin” (baca) çoğabirliği gösteren diğer örneklerdir.

Bu tarz eksik anlamlılık genel olarak pek fazla sorun yaratmaz, çünkü hangi anlamın kastedildiği ilişkiden hareketle ortaya çıkabilir. Bizzat çeviri makineleri geniş ölçüde ilişkiden hareketle ayırt edilebilir ve onlar, eğer işe yarayacaklarsa bunu yapmak zorundalar. Analoji ve sınıflandırmada olduğu gibi, ayrımın az belirgin olduğu durumlarsa daha güçtür.

Analoji biraz önce belirttiğimiz gibi, bireçokluğun özel bir türüdür. O, deyim yerindeyse, dilin yaşamsal ögesidir, çünkü o bir

ve aynı kelimenin daima yeni anlamlar kazanmasını mümkün kılar. Bu şekilde örneğin renk asıl anlamında görsel olarak algılanan bir şeydir. Gerçi analog olarak “tını renk”ten, “stilin renkliliği”nden; “politik renk”ten de söz edilir. “Sıcaklık” hararet derecesinden duygu ve renklere taşınır. Analoji nihayet metafor olarak belirir: “Deniz gülümsüyor”, “Gökler övünüyor”, “Tüm dünya bu kitap gibidir, bizim için onun renkli satırlarında bazen, Tanrı gibi kendimize sadık kalalım sözü yazılıdır”. Analojiler ne kadar sık ve renkli(!) olursa, dil o denli esnek(!) ve şiirsel olur. Öte yandan Jean Paul dilin uçuk(!) metaforlardan oluştuğunu söyler.

Çıkarsanabilirlik tek anlamlılığı şart koşar. Ama analoji ve metafor çok anlamlılıktır. Mantıkçı asla tüm metaforları yasaklayacak ve yok edecek ölçüde şiir karşıtı değildir –ancak yalın metaforlardan hareketle geçici tutarlılık taşıyan aceleci yargılara varmamak için onları bu şekilde değerlendirmek zorundadır. Şiirsel fantezi (hayal) yapısını kavramak için bizzat insan her şeyden önce fantezi üzerine sağlam bir ölçüye sahip olmalıdır: fantezi yoksunu dar kafalı bir insan asla keskin görüşlü bir mantıkçı olamaz. (Analoji üzerine daha ayrıntılı bilgi için kitabın sonunda verilen kaynakçaya bakılabilir: Menne₁, Boschenski₁, Söhngen₁.)

Bir sözcüğün *sınıflandırılmasından*, sözcüğün kullanım tarzı anlaşılmaktadır. Sınıflandırma (Supposition) kuramı Skolastik dönemde işlendi ve daha o zamanlar çok yüksek bir düzeye erişti. On üçüncü yüzyıldan beri mantığın en yaygın olarak kullanılan ders kitabı, Petrus Hispanus’un (1210/20-1277) *Summulae logicales*’inin, bir bölümü tümüyle sınıflandırmaya ayrılmıştı. Bu kuram ne tuhaftır ki daha sonra gittikçe unutuldu ve ilkin basit biçimiyle modern mantık tarafından yeniden ortaya konuldu. O en esaslı şekilde Una Saarnio’nun *Sembolik Mantık Üzerine Araştırmalar*’ında (Helsinki 1935) işlendi.

Her iki önerme: “Hamburg en önemli Alman limanıdır” ve “Hamburg addır”da “Hamburg” sözcüğü her defasında açıkça tümüyle farklı kullanılmaktadır. Bu farklı kullanım tarzları sı-

sınıflandırma olarak adlandırılır. Birinci durumda Hamburg belli bir konuya işaret ettiğinden, *biçimsel sınıflandırmadan* söz edilir; ikinci durumda “Hamburg” bizzat “Hamburg” kelimesine işaret ettiğinden *içeriksel sınıflandırmadan* söz edilir. İngilizce’de *use* (kullanma) ve *mention* (anma) sözcükleri kullanılır. Belli ölçüde sözcük içeriğinin bizzat gözlemlendiği içeriksel sınıflandırmada ilgili sözcük tırnak işareti sayesinde gösterilir. Örnek: “‘Ruth’ tek hecelidir” şu anlama gelir: “‘Ruth’ sözcüğü tek hecelidir.”- Ama “Ruth tek hecelidir” daha ziyade şu demek: “Ruth sessizdir”. Ayrıca “tek heceli” her iki cümlede tek anlamlı değil, benzer (analog) olarak kullanılmıştır.

Biçimsel sınıflandırma kavramsal veya gerçek (reel) olabilir. Eğer sözcük kavramın türüyle ilgili kullanılmışsa, kavramı anlaşılar kılan durumuyla ilgili kullanılmışsa o zaman o *kavramsal*, *mantıksal* ya da *sezgisel* demektir. Örnek: “Varlık bir cinstir”; “İnsan bir türdür”. Eğer sözcük konu içinse bizim düşüncemizden bağımsız olan sınıflandırma *gerçek* demektir. Örnek: “Köpek memeli bir hayvandır”; “Helgoland bir adadır”; “St. Pauli-köprüsü 800m uzunluğundadır”.

Yine gerçek sınıflandırma, sözcük kavramsallaşan nesneleri amaçlayan bu doğanın taşıyıcısı olmaksızın doğaya dair *tümel* bir kavramı veya bir nesnenin varlığını kastediyorsa *mutlak* olur. Örnek: “İnsan akıl sahibi bir varlıktır”; “Yeşil gözlere huzur verir”; “Üçgen iki doğru açının toplamıdır”.

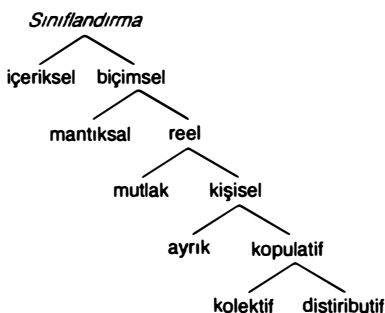
Buna karşın gerçek sınıflandırma, sözcük sayesinde hem doğa hem de bu doğanın taşıyıcısı gösterilir, *tümel* kavramın yanında kavramın ortaya konulduğu nesneler de kastedilirse *kişisel* dir. Örnek: “Her insan akıl sahibi bir varlıktır”; “Her yeşil yüzey gözlere huzur verir”; “Her üçgen iki doğru açının toplamıdır”; “Helgoland” ve “St. Pauli köprüsü” gibi tekil adlarda gerçek sınıflandırma daima kişiseldir. Sınıf belirten veya tümel kavramlarda kişisel sınıflandırma, örneğin genellikle “her” gibi bir ilaveyle gösterilir.

Kişisel sınıflandırma, sözcük doğanın tüm taşıyıcılarına atıfta bulunmuşsa *bağlayıcı* veya *kopulatiftir*. Örnek: “İnek geniş

getiren bir hayvandır"; "Kuşlar tüylüdür"; "Otomobil motorlu bir araçtır".

Buna karşın sözcük yalnızca doğanın bir taşıyıcısını gösterirse, diğer bir anlatımla; kavramın oluşturduğu nesnelerin yalnızca bir kısmı kastediliyorsa, sınıflandırma *ayırıcı* veya *disjunktif*dir. Örnek: "İnek siyah-beyaz beneklidir", "Bir kısım kuşlar yırtıcıdır", "İki zamanlı-motorlu otomobiller vardır". Kopulatif sınıflandırma nihai olarak distributif (dağıtılmış) veya kolektif olabilir. Eğer sözcük kendi içeriğinin tüm taşıyıcılarını ve özellikle her bir teki kastediyorsa *distributif*dir. Örnek: Yukarıda kopulatifte olduğu gibi; ayrıca: "Her insan ölümlüdür". Eğer sözcük içeriğinin taşıyıcılarının yalnızca tümüyle bağlantısı kastediliyorsa *kolektif*dir. Örnek: "Tüm havariler on iki tanedir"; "Tüm federal başkanlar federal yönetimi oluştururlar".

1.1



Bu beşli ayırım sınıflandırmanın ne anlama geldiğini ve ne işe yaradığını güzel bir şekilde göstermektedir. (Günlük dilde sınıflandırma kısmen "tüm", "her bir", "birkaç/bazı", "hepsi birden" gibi eklerle veya edatların kullanımı sayesinde anlamlandırılır.)

Sınıflandırma öğretisi Skolastik'te daha da geliştirildi ve düzeltildi. Gerçi normal mantık kullanıcısı için burada sunulan sınıflandırma yeterlidir. Kim bunun üzerine bir şey söylese, -bu, (Skolastikte sıkça yerildiği gibi) aşırılık yapma, kılı kırk yarma olur, o sınıflandırma kuramı olmadan paradokslar ve hatalı çıkarımlardan asla uzak durulamayacağını kanıtlamış olur. Ve mantığın çöküşü için, -Yeni-Skolastik hariç- 1500'den itibaren

artan bir tarzda arka plana itilmesi ve daha sonra modern mantık tarafından yeniden keşfedilmesine değin 1900'lü yıllarda hemen hemen tümüyle unutulması geçici bir durumdur.

Ayrıntılı anlam analizlerinin dışında sınıflandırma bilgisi tek-anlamlılığın ve böylece de sonucun çıkarsanabilirliğinin garanti edilmesi için önemlidir. Örnek: "Eğer tüm havariler on iki ve tüm on ikiler sayı ise, o halde tüm havariler sayıdırlar". Bu çıkarım zayıftır, çünkü "havari" ve "on iki" ilk öncülde kolektif sınıflandırmada bulunmasına karşın, "on iki" ikinci öncülde ve "havari" sonuç önermesinde dağıtılmış sınıflandırmadır.

Sınıflandırma benzer kavramların oluşmasına imkan tanır: "Masa", "sandalye", "tebeşir" gibi ifadeler sözcüktür. "Masa", "sandalye", "tebeşir", sözcük için sözcükler veya sözcük-sözcüklerdir. Eğer biz sözcük-sözcükleri ve sözcükleri birlikte "sözcükler" olarak gösterirsek, o zaman "sözcük" sözcüğünü "sözcük"e analog olarak ilk anlamıyla kavramalıyız. Benzer şekilde şeyler (nesneler) için işaretler ve işaretler için işaretler vardır; ama her biri ortaklaşa analog anlamda yalnızca işaretlerdir. Bu tür analog ifadelerin karıştırılması, aşağıdaki örneklerde görülebileceği gibi, paradokslara yol açabilir: Kendisine ait olan sözcüğe "autolog" denir; kendisine ait olmayan sözcüğe "heterolog" denir; buna göre "üç-heceli (dreisilbig)" sözcüğü autologdur, çünkü üç heceye sahiptir; burada basılı olan "siyah (Schwarz)" sözcüğü autologdur, çünkü o siyah basılmıştır; buna karşın "tek-heceli (einsilbig)" heterolog olur, çünkü o bir değil, üç heceye sahiptir; "kırmızı" sözcüğü de heterolog olur, çünkü o burada siyah renkle basılmıştır. Şimdi eğer tüm sözcükler her iki sınıfta "autolog", "heterolog" olarak dağıtılırsa, o zaman gerçi "autolog" bizzat autologdur, ama "heterolog", heterolog olduğu sürece autolog sözcükler sınıfına aittir; ama autolog olduğu sürece heterolog sözcükler sınıfına ait olur. Böylece bu ayırım açık bir çelişkiye yol açar: Bunun nedeni, "heterolog"un bir sözcük sözcüğü (Worteswort) olduğunu, yani başka bir sınıflandırma sözcüğü içinde diğer sözcüklerden biri olduğunu dikkate almamadır.

Bir kütüphanenin kataloğu kitapların bir listesine sahiptir. Şimdi bu katalog bir kitap formundadır. O zaman bu katalogun bizzat kitap olarak kendini ortaya koyma veya bunu yerine getirememesi imkanı belirir. Şimdi buna göre kendini tümüyle ve yalnızca katalog olarak kapsamak zorunda olan, ama bizzat kendini içermeyen bir katalog yazmak görev oluyor; bu durumda bu katalogun bizzat kendini içerip içermediği sorunu ortaya çıkar: eğer o bizzat kendini içerirse, bizzat kendini içermeyen bir katalog olamaz, dolayısıyla bizzat kendini içermesi mümkün değildir. Bizzat kendini içermediğinde, kendini bizzat içermeyen bir katalogdur, dolayısıyla bizzat kendini içermek zorundadır. Bu ödev böylece tekrar bir paradoksa yol açar. Bu durum, yalın katalog veya katalog katalogunun her birinin açıkça aynı anlamda olmasından, tersine yalnızca "katalog"a benzer olarak adlandırılabilmesinden kaynaklanıyor.

"İşaret"in analog anlamı çerçevesinde kavramlar işaret olarak anlaşılabilir. Buna göre bir kavram belli ölçüde bir nesnenin entelektüel bir işareti olur. Bu kavrayış, kavramı psişik bir fenomen yaptığından ve böylece de mantığın önemli bir sıkıntısı olan mantığın *psikolojikleştirilmesine* yol açtığından ötürü belli tehlikeler barındırmaktadır. Frege kendi zamanında haklı olarak serzenişte bulunur: "Ve böylece bizim, tümüyle ince biçimlerle doldurulmuş sağlıklı psikolojik yağ tabakası kabalığındaki kalın mantık kitaplarımız ortaya çıkar." (yer: *Aritmetiğin Temel Yasaları*, yazı-kavramsal türetilmiş, Jena 1893 p. XXV.) Mutlaka düşünce psikolojik bir yöne de sahiptir ve böylece psikolojinin de yasal bir konusudur; gerçi düşüncenin ne ölçüde gerçekliği kavrayabileceği ve benzeri problemleri psikoloji bir karara vardiıramaz; bu bilgi öğretisinin problem sahasına girer ve geçerliliğin nereden kaynaklandığı ve düşüncenin hangi yapılarının geçerli olduğu da mantığın problemidir. Mantığın psikolojizimden arındırılması iki önemli filozofun, yaklaşık aynı asırlarda yaşamış iki Alman filozofun başarısıdır: 1900'lerden başlayarak *Mantık Araştırmaları* ile *Fenomenolojiyi* kuran Edmund Husserl (1859-1938); ve *Kavram Yazıları* ile 1879'da *Lojistik'i* kuran Gottlob Frege (1848-1925).

Kavramın ne olduğuna dair sağıın açıklamayı ona borçluyuz. Geleneksel olarak kavramdan “genel olarak nesnelerin tasarımı” anlaşılıyor. Bir kısmı yaklaşık olarak şöyle diyor: “Bir sözcük ile gösterilen düşünce içeriğine kavram denir”. Aristoteles dil ile sıkı bir bağlantı kurar ve bir kavramdan önermenin özne ve yüklem olarak çözümlendiği öğeleri anlar. Felsefenin yalnızca önemli okullarını göz önünde bulundurursak, kavramın ne olması gerektiğine dair en az iki düzine tanıma rastlarız!

Frege’nin açıklaması yalnızca en sağıın olanı değil, aynı zamanda psikoloji veya bilgi teorisinin varsayımlarından en az etkilenenidir. O bizim başlangıçta öğrendiğimiz, sözü edilen *önerme biçiminden* hareket eder: “Gül kırmızıdır” önermesini parçalarına ayırdığımızda şunu elde ederiz:

1.2 {kırmızıdır} (gül)

Ad (argüman) için “ x ” değişkeni sayesinde gösterilebileceğimiz boş bir yer oluşturduğumuzda şu önerme biçimi meydana gelir:

1.3 {kırmızıdır} (x)

Genel olarak bir önerme biçimi şu yapıya sahiptir:

1.4 [f] (x)

Adları sırasıyla boş yerlere koyarsak, (matematiksel bir işlev benzeri) bu tür bir önerme biçimini bir işlevin ifadesi olarak gözlemleyebiliriz. O zaman biz açık önermeden söz ederiz. Böylece şu geçerli olur: Bir kavram, kendi değer alanındaki her ad için doğru veya yanlış bir önerme meydana getiren bir değişkenli açık bir önermedir.

Değer alanından biz, yeniden sözdizimsel (sentaktik) doğru bir önermeyi meydana getiren tümüyle yerleştirilebilir adların kümesini anlıyoruz, bununla birlikte önerme olarak yalnızca anlamlı bir şekilde doğru veya yanlış diyebileceğimiz yapılar geçerlidir. Buna göre adlar aynı *sözdizimsel türe (sentaktik kategori)* ait olmak zorundalar. Yukarıdaki örneğimizde bu adlar kategorisidir, tam olarak bireysel-adlar. Böylece değer alanına tek tek belirli şeylerin adları aittir: “Domates”, “bayrak”, “burun”,

“limon”, “bu tebeşir”, “oradaki sincap”, “şu karga”, “benim otomobilim”, “senin şemsiyen” vb. Bu tür adların (kırmızıdır) (x) önerme işlevine yerleştirilmesi kısmen doğru, kısmen yanlış önermeleri meydana getirir. İşlevin değer alanına, “konuşmak”, “dır”, “uyuyor”, “öğrenciler” vb. gibi ifade tarzları ait değildir. Onların yerleştirilmesi anlamsız bir yapı meydana getirir.

Nasıl matematikte bir işlevin değerinden söz ediliyorsa, benzer şekilde bir önerme işlevi de bir değer meydana getirir, gerçi doğru veya yanlışın değerini. Bu değerlerin her biri doğruluk değeri diye adlandırılır. Bir önerme işlevine yerleştirilmeleriyle doğru değerini alan adlar (*onlar ilgili kavramı karşılıyor denir*) bu kavramın belirleyicileridir (Designat). Tüm diğer adlar (*bunlar ilgili kavramla buluşmazlar*) bu kavramın belirleyecileri değildir. Bir kavramın tüm belirleyenlerinin sınıfına kavramın çevresi veya kaplamı denir. Eğer A kavramının içine dahil olan bir nesne B kavramına da dahilse, ama tersi değil, o zaman B kavramı A kavramının bir bölümüdür. Örnek: “Her kuş iki ayaklıdır”. Burada “iki ayaklı”, “kuş” kavramının bir bölümü olarak anlaşılabilir.

Bir kavramın öğelerinin tümüne o kavramın içeriği (*Inhalt*) denir. Bir kavramın içeriği, önerme biçimini oluşturan, eklemi içeren yüklemde de çıkarımlanabilir. Buna kavramın içlemi (*Intension*) denir. Bir kavram bu yüklemde adlandırılması sayesinde ifade edildiğinde, içlemsel gözlemde söz edilir. Örnek: “İskandinav monarşisi” yüklemi içlemsel olarak bir kavramı belirler. Buna karşın, kendilerine bir kavramın karşılık geldiği nesneler sayılırsa kaplamsal gözlemde söz edilir. Örnek: “Danimarka, İsveç, Norveç” “İskandinav monarşisi” kavramının kaplamasını meydana getirirler.

Şimdi doğaldır ki, hiçbir nesneye karşılık gelmeyen kavramlar da vardır. Bu tür kavramlara boş kavramlar diyoruz, onların kaplamı boş kümedir. Örnekler: “Kendi kendinin kuzeyinde bulunan şehir”, “dört köşeli daire”, “31 ile 37 arasındaki asal sayı”.

Tam olarak bir nesneye karşılık gelen kavrama bireysel veya tekil kavram denir, onun kaplamı birli bir kümedir. Örnek: “Mil-

yonluk Bavyera şehri", "görelilik kuramının kurucusu", "Köln Katedrali".

Birden fazla nesneye sahip olan kavramlara genel, cins veya tür kavramları denir. Örnekler: "Masa", "ev", "el", "hayvan", "şehir", "öğrenci".

Bu türden genel kavramların kendi belirleyicilerinden soyutlanmasıyla, tam olarak *tümünden (total) soyutlama* sayesinde oluştukları düşünülebilir: Tür ve cinsi meydana çıkarmak için, *nesnelerin tümü bir kenara itiliyor, yalnızca tipik olanlar alınıyor*, esaslı olmayan nitelikler ihmal ediliyor. Örnek: İlk esaslı olmayan tarzda gözlemleyelim, bir kişinin Alman veya yabancı, erkek veya kadın, evli veya bekar olup olmadığını, tıp, hukuk, doğa veya sosyal bilimlerle meşgul olup olmadığını kavrar ve esaslı olarak yalnızca onun eğitim ve öğretimi için yüksek bir okula kayıt yaptırdığını göz önünde bulundurursak, o zaman "öğrenci" tümel kavramını elde ederiz.

Buna karşın *biçimsel soyutlamada* niteliklerin taşıyıcıları bir kenara bırakılır ve böylece tümel bir niteliğe erişmek için her bir taşıyıcıdaki tümüyle belirli baskın özelliklere erişilir. Buna göre sonuç soyut bir kavramdır. Örnek: "Krallık", "güzellik", "akıllılık".

Tekil bir kavram tekil bir ad sayesinde gösterilir. Buna uygun olarak tümel bir kavram işaretini de bir ad yardımıyla ifade ederiz. Buna göre biz tersinden, bir kavramın bir adın anlamı (Be-deutung) olduğunu söyleyebiliriz. Bu açıklama müteakip aydınlatmaya gereksinim duyar: "Ad"dan biz burada belli tekil bir akustem veya grafemi değil, yani birinci türden bir işareti değil, tersine aynı yapıdaki tüm işaretlerin *kümesini*, yani ikinci türden bir işareti anlıyoruz. Birinci türden işaretlerin bir nesneyi göstermelerine karşın, ikinci türden işaretlerin bir kavramı ifade ettiklerini söylemek istiyoruz. Şimdi, tekil adlarda işaret ve anlamın örtüştüğü sanılabilir –gerçi bu yalnızca tekil kavram tek tek nesneler ile aynı şey olduğunda söz konusu olabilir. Ancak bu, boş bir kavramda olduğu gibi az bir olasılıktır. Çünkü boş bir kavramın bu şekilde elde edilebilmesine karşın, onun içerdiği hiçbir belirleyici yoktur.

Frege'de bir kavramın *içlemine işaret (Sinn)*, *kaplamına da anlam (Bedeutung)* karşılık gelmektedir. Tekil kavramlarda işaret ve anlam ayrımına örnekler: "Elbe'deki en büyük liman" ve "Federal Almanya'nın en büyük şehri" farklı işaretlere sahip olan iki addırlar, ama aynı nesneyi, yani Hamburg'u kastediyorlar. Benzer şekilde "Büyük İskender'in hocası" ile "Organon'un yazarı"nın her biri aynı kişiyi kastediyor, ama farklı işaretlerle. Frege'ye göre bir sözcüğün anlamı işaret olunan nesnedir, işareti ise onun gerçeklik tarzıdır.

Pascal (1623-62) ile öğrencileri Nicola ve Arnould tarafından 1662'de *La logique ou l'art de penser* adıyla yazılan ünlü "Port Royal Mantığı", kavramın işlem ve kaplamının daima birbirine karşıt olduğu, yani işlemin artmasının daima kaplamanın azalmasına karşılık geldiği şeklindeki yanlış öğretiye geri döner. Bu tez için pek çok örnek verilebilir: Eğer ben "dörtgen" kavramının işlemini "paralel kenarlar" ögesiyle artırmak istersem, o zaman kaplam düzensiz dörtgen ve yamuklar için azalır. Eğer ben bu şekilde oluşan "paralel kenar" kavramını "dik açılı" ögesi için artırırsam, tüm eşkenarlar için kaplam azalır; "dikdörtgen" kavramını "eşkenar" ögesi için artırırsam, o zaman kaplam yeniden azalır, ve yalnızca kare geriye kalır. Eğer ben "insan", "-Avrupalı", "-Almanca konuşan" - "Hessli", "-Frankfurtlu", "Sachsenhausenli", "Sachsenhausen'un elma şarabı-birahanecisi" kavram dizilerinde ilerlersem tümüyle benzer durum ortaya çıkar.

Bernard Bolzano (1781-1848) *Bilim Kuramı*'nda, işlem ve kaplamanın karşıtlığı tezinin genel bir yasaya dayandırılmayacağını kanıtladı. Kaplam hiç değişmeden kalırken, işlemde bir artış olur. "Küre" için "yuvarlak" ögesini ve "kuş" için "tüylü" ögesini ya da "insan" için "iki bacaklı" ögesini eklediğimde, muhtemelen denilebilir ki, tüm bu durumlarda işlemin gerçek genişlemesi söz konusu değildir, çünkü eklenen ögeler esasen kavramın işleminde daha önceden var olanları içermektedir. Ama Bolzano buradan işlemin genişlemesiyle aynı anda kaplamanın da genişlediği örneklerle geçiyor. Kavramı genişletiyorum: "Tüm Avrupa dillerini anlayan insan", o zaman bu şekilde kesin olarak kaplam genişler, çünkü şu an için Latince, Grekçe, Keltçe, Go-

tikçe, vb. daha fazla koşul sayılamaz. Tümüyle benzer bir durum "yünlü-kumaş" ve bir "yün içeren kumaş" veya "yeşil" ve "yeşil bitkilerden elde edilen renkler" için de söz konusu olabilir.

Şimdi iki kavram işlem ve kaplamaları açısından karşılaştırılabilir. Mantığı mümkün olduğu ölçüde kesin olarak inşa edebilmek için Rudolf Carnap (1891-1970) esas olarak yalnızca kaplamsal açıyı dikkate alır. Sonradan o bu talepten, yani *kaplamsallık ilkesinden* vazgeçer. Doğrusu bu, Bruno v. Freitag-Löringhoff'un kaplam mantığına karşı polemiği gibi, tek yanlıydı.

Eğer iki önerme işlevi, yerleştirilen her bir ad için her seferinde aynı doğruluk değerini verirse, onların aynı değer akışına (Wertverlauf) sahip olduğunu söyleriz. O zaman buna uyan her kavram kaplamsal olarak eşit veya eşdeğerdir. Örnek:

(Berlin'de hüküm süren Alman İmparatoru)	(x) ve
(19. yüzyılın ikinci yarısında tahta çıkan Prusyalı Kral)	(x)
(Ren'de "n" adlı Üniversite şehri)	(x) ve
(Ren'de tek heceli adı olan büyük şehir)	(x)
(Akıllı varlık)	(x) ve
(Tüylü olmayan iki ayaklı)	(x)

Bunların her biri eşdeğer kavramlardır.

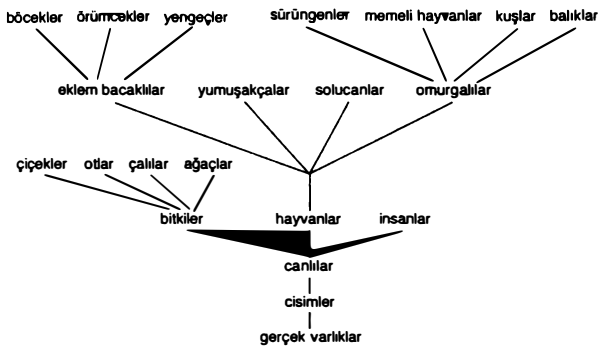
İki kavram bundan başka *tam-girişimlilik* veya *eksik-girişimlilik* ilişkisi içinde bulunabilir, eğer bir kavramın kaplamı diğerinkini kapsıyor veya onda içeriliyorsa. Örnek: Öğrenciler - hukuk öğrencileri; askerler - astsubaylar; kuşlar - güvercinler; dörtgenler - dikdörtgenler.

Eğer iki kavramdan her biri kaplamalarının yalnızca bir kısmına ortaklaşa sahiplerse *kesişiktirler*. Örnek: Satranç oyuncular - Almanlar; eşkenar düzey - dörtgen; gazlar - kimyasal öğeler; mantar - gıda maddeleri.

Ortak belirleyicilere sahip olmayan kavramlara *ayrık* kavramlar denir. *Ayrık* kavramların üç çeşidi ortaya konulabilir: *yanya-na-sıralı* kavramlar tümel bir kavram altında sıralanmıştır. Örnekler: Alman - İngiliz (üst kavram: Avrupalı); kurt - aslan (yirtici hayvan); motor - otomobil (motorlu araç); *tümleyenli* kavramlar

hep birlikte *universe of discourse* (söylem evreni) denilen, tüm konuşma/tartışma evrenini, yani tümüyle tartışmalı nesneler alanını oluştururlar. Örnekler: insan - insan olmayan; Avrupalı - Avrupalı olmayan; metal - metal olmayan; *ayrık* (*disparate*) kavramlar ise tamamıyla farklı bir düzene sahiptir, yani hiçbir ortak yönleri yoktur. üçgen - sincap; cesaret - yeşil; sıcaklık - asal sayı.

Tyruslu Porphyrios (233-300) kavramları, *arbor Porphyriana* denilen, oldukça ünlü bir şema içerisinde tam-girişimli bir sınıflandırma sayesinde kavrar:



Sıkça bu şema kafa üstü döndürülür. Sonra da bir kavram piramidi elde edilir. Tümel kavram böylece altında sıralanan özelin üstünde yer alır.

Üstteki kavram her defasında *cins* veya *genus*, alttaki (kavram) *tür* veya *species* diye adlandırılır. Tür cinsten *türü oluşturan* *ayrım*, *türsel ayrım* (*differentia specitica*) sayesinde ayırt edilir, örneğin “insan” “canlı” türünden türsel ayrım olan “akıl sahibi olmak”la; “kare”, “dikdörtgen”den türsel ayrım olan “eş-kenar” ile. Tür ve cins göreceli kavramlardır, böylece “canlı” “ci-sim”e nazaran tür, “hayvan”a nazaran cinstir. Arbor Porphyrii’de bir kavramın tanımı bilindik yönleme dayanır: *Yakın cins ve türsel ayrımın belirtilmesiyle yapılan tanım* (*Definitio fit per genus proximum et differentiam specificam*).

Tanım, sözlü sınırlandırma, çok farklı anlamlara sahip olabilir: Wölter Dubislav’a (1895-1937) göre bir tanım şunlardan bi-rine yöneliktir:

1. Öz belirlenimi
2. Kavram belirlenimi
3. Kavram veya sözcük açıklaması
4. İşaretlerin kullanımının belirlenmesi (kararlaştırılması).

Birinci anlam bizi mantıkta ilgilendirmiyor, çünkü biz burada şeylerin özünü araştırmıyoruz. Bu metafiziğin, ontolojinin veya fenomenolojinin konusudur. İkinci ve dördüncü anlam, eğer kavramlar geniş anlamıyla işaret olarak gözlemlenirse birlikte kavranılabilir. Bu şekilde bize iki tür tanım kalıyor: 1. bir kavram bir sözcük, bir işaret için mevcut bir dil kullanımının açıklanması; bu *açıklayıcı* veya *analitik* (çözümleyici) tanım diye de adlandırılır; 2. bir kavram, bir sözcük, bir işaretten yapmak istediğimiz kullanımın belirlenmesi; buna *belirleyici* veya *sentetik tanım* denir. Birinci türden tanımlara örnek: Biz “bıçak”ı bu sözcüğün bu zamana kadar ki dil kullanımını araştırarak, onunla keskin, uzunca, nispeten ince “levha”, kılıç namlusu, bir ucunda sapı olan, normal şekilde uzunluğu insan avucunun genişliğine uyan kesici bir aletin anlaşıldığını belirliyoruz. İkinci tarzdan tanım şöyle olur: “Rheingold-ekspres”, Köln ile Basel’i birbirine bağlayan hızlı tiren anlamına gelmeli. İkinci türden bu tanımlar genelde kısaltmaya yararlar: Kısa bir işaret kompleksi uzun birinin yerine geçmeli. Tanımlayan (kısaltan) *definiens*, tanımlanan veya (kısaltılan) *definiendum* diye adlandırılır. Mantık çalışmaları ve formüllerde tanımlanan ile tanımlayan arasında ki bir tanım işareti için “=df(*Dk*)” yazılır. Bazen (*df*) veya (*D*) olarak da yazılır, veya (=) diye yazılır ve tanımlayan (*Df*) ilkinden sonra gelir.

Motorlu araçların resmi plakalarındaki yer belirten harfler görevli trafik memuru için kısaltmalardır. Bu aşağıdaki gibi yazılabilir:

HH =*Dk* *Hamburg*

“*HH*” burada tanımlanan, “*Hamburg*” tanımlayandır. Kimyasal elementler harfler sayesinde kısaltılır:

$Na =_{Dk}$ Sodyum (Natrium)

$\text{Çember} =_{Dk}$ Bir merkezden aynı uzaklıktaki noktaların oluşturduğu geometrik yer.

Bu son örnek her şeyden önce mekan ve zamandan tasarruf eden tanımların nasıl yararlı olabildiklerini göstermektedir.

Tanımlananın bir yönüyle kendisi için yapıldığı tanımlara *açık/belirtik (explizite) tanımlar* denir. Ancak biz şimdi, tanımlanan ifadeyi sırf kendisiyle değil, tersine önceden bilinen ifadeler sayesinde tanımlıyorsak, onun nasıl işlemsel kullanıldığını göstermek zorundayız. Bu tür tanımlar *örtük (implizite) tanımlardır*.

Bunun için bir örnek *kullanım tanımıdır*.

Örnekler:

$b / \log a =_{Dk}$ c sayısı, $b^c = a$ için geçerlidir

$a : b =_{Dk}$ c sayısı, $bxc = a$ için geçerlidir

A alt küme $B =_{Dk}$ A nın her belirleyeni B nin de belirleyenidir, ama tersi değil.

Örtük tanımların özel bir türü *aracılı (rekursif)* denilen *tanımların* içinde bulunur. Bunlar en az iki tanımdan oluşur; ilki tümüyle belli bir durumu tanımlarken, ikincisi belli bir durum için tanımın önceden biliniyor olması koşuluna bağlı olarak diğer durumları tanımlıyor.

Örnek olarak çarpımın örtük tanımları gösterilebilir:

$1 \times a =_{Dk} a$

$(n + 1) \times a =_{Dk} (n \times a) + a$

Burada çarpım ilkin 1 çarpanı için ve daha sonra, çarpan n 'in tanımlanmış olduğu koşulundan hareketle, $n + 1$ için tanımlanıyor.

Diğer örnekler:

" p " bir önerme olsun.

Eğer " p " bir önermeyse, o halde " p -değil" de bir önermedir; bu şekilde " p ve q ", " p veya q ", "eğer p ise o halde q " de önermedirler.

Biçimsel sistem için aksiyomatik denilen tanım da önemlidir. Eğer bir (veya pek çok) önerme doğru olarak varsayılırsa, bir sistemin işlevleri bir aksiyom sistemi sayesinde tanımlanır denir; onlar bu işlevleri içermektedir ve buradan verili kurallara göre bu işlevleri içeren tüm gerçek önermeler türetilebilir. Bu şekilde 2.992-5 aksiyom sistemi, içinde eklem olarak bulunan koşul eklemi ve tikel evetleme eklemi için aksiyomatik bir tanım ortaya koyar.

Tanımın teknik ve anlamına ilişkin ayrıntılar yöntem öğretisine aittir.

2. Önermeler Üzerine

Son örnekler bizi çoktan mantığın 2. bölümünün önermeler öğretisine vardırdı. Önce biz başlangıç örneğimize geri dönelim! Önermemiz şu idi:

2.11 “(Eğer) Tüm antiloplar memeli ve tüm memeliler omurgalıysa, (o halde) tüm antiloplar omurgalıdır.”

Yüklem ve adlara bölünmesi sayesinde şu meydana gelir:

2.12 [Eğer ise o halde]₂ [(ve)₂ [(tümüdür)₂ (antiloplar, memeliler) (tümüdür)₂ (memeliler, omurgalılar)) (tümüdür)₂ (antiloplar, omurgalılar))

2.13 [Eğer ise o halde]₂ [(ve)₂ (p,q) r]

2.14 Eğer p ve q ise , o halde r .

Burada p , q , r , önermelerin koyubileceği boş yerleri göstermektedir. Biz bir *önermeden*, bir durumu (konuyu) dile getiren ve böylece doğru veya yanlış olma karakterini kazanan dilsel bir yapıyı anlıyoruz. Örnekler:

“Hamburg limanındaki yıllık mal değişimi 30 mil. tonu buluyor”,
“Beş, iki basamaklı bir sayının kare kökü olan asal bir sayıdır.”

“Limon sarıdır”. “On yedi Mayıs 1963 saat 12 sularında güneş Hamburg’taki filozof kulesi üzerinde parlıyordu.”

Bunlar örneğin doğru önermelerdir.

“Bonn Almanya’nın en büyük şehridir.” “36 asal bir sayıdır.” “Domates mavidir.” “Wallenstein dramasını Goethe yazdı.”

Bunlar normalde yanlış önermelerdir.

Acaba bunların yanında bazen doğru, bazen yanlış olan belirsiz önermeler de var mıdır? Örnek:

“Yağmur yağıyor”. “Kız öğrenciler kırmızı cilalı turnak takıyorlar”.
“Güller sarıdır”.

Bu ifadeler tamamlanmamış ve belirsizdirler, bu yüzden de henüz önerme değildirler. İlk uygun tamamlama sayesinde önerme olabilirler, yani: "16 Mayıs 1963 saat 13 sularında Hamburg' Jungfersteig'te yağmur yağdı." "Birkaç kız öğrenci kırmızı cilalı turnak takıyor". "Sarı güller vardır."

Bildirilen konuyla uyuşan önerme doğru bir önermedir. Bu açıklama şüphesiz müteakip belirlemeye açık ve muhtaçtır. Bu tarz bir belirlenim Alfred Tarski'nin çığır açan çalışmasında bulunabilir. Gerçi nihai olarak "doğru"nun ne anlama geldiği mantığın değil, bilgi kuramının sorunuudur. Mantık için "doğru" son noktada tanımlanamayan temel bir kavramdır.

Demek ki önerme, bir *doğruluk değeri*ne sahip olan bir yapıdır. Frege ile birlikte doğruluk değerinin önermenin *anlamı* (Bedeutung) olduğunu söylüyoruz. Önermenin *işaretinden* (Sinn) onun ifade ettiği düşüncüyü anlıyoruz. Tanımımızda ortaya koyduk ki, iki doğruluk değeri vardır, yani doğru ve yanlış. Böylece biz *iki değerli önermeler mantığını* belirlemiş oluyoruz. Doğaldır ki, üç veya daha fazla değer kabul edilebilir, o zaman *üç değerli mantık* daha doğrusu üç değerli kalkül meydana gelir. Bu, bizim doğru ve yanlışların yanında anlamsız önermeleri dikkate almamızla mümkün olabilir. Eğer ikiden fazla değer kabul edilirse "doğruluk değeri" yerine "geçerlilik değeri"nden söz ederiz. İlk önce biz iki değerli önermeler mantığını araştırmak istiyoruz. Böylece anlamsız olan şeyi basitçe önerme olarak gözlemlemiyoruz.

Biz ana örneğimizde gördük ki, önermeler eklemler sayesinde birbirlerine bağlanabilir. Bu tarz, önermeleri biçimlendiren veya yeni bir önermeye bağlayan eklemlere *önerme eklemleri* diyoruz. Bununla birlikte biz yalnızca, doğruluk değeri nihai olarak önermelerin doğruluk değerine bağlı, yeni önermeleri oluşturan eklemleri inceleyeceğiz. Bunu ifade etmek için bu eklemlere doğruluk değeri eklemleri diyoruz.

2.15 *Doğruluk değeri eklemi (fonksiyonu)* = D_k Ad olarak bir doğruluk değerine sahip olan ve buradan bir doğruluk değeri oluşturan eklem.

Bir doğruluk değeri eklemi için basit bir örnek *değilleme eklemi* (Negator)dir. O doğrunun doğruluk değerini yanlışla ve yan-

lışını doğruya dönüştürür. Değillenen önermenin üstünün çizilmesi sayesinde yazılır.

$$2.16 \quad \begin{array}{c|c|c} p & \bar{p} & \\ \hline D & Y & \\ Y & D & \end{array}$$

Değilleme'nin bir önerme eklemi olduğuna, yani önermenin tümüyle onun tarafından değillendiğine dikkat etmek gerekir. Örnek: Eğer " p " "Hamburg limanındaki su temiz ve berraktır" önermesini gösteriyorsa, " $\bar{p}$ " "Hamburg limanındaki suyun temiz ve berrak olduğu doğru değildir" veya "Hamburg limanındaki su temiz ve berrak değildir"i gösterir.

" p " ye "Köln Kilisesi Almanya'daki en yüksek kilise kulesine sahiptir" karşılık geliyorsa, " $\bar{p}$ " "Köln Kilisesi Almanya'daki en yüksek kilise kulesine sahip değildir" demektir. " p " "Hamburg Elbe'nin kenarındadır". - " $\bar{p}$ " "Hamburg Elbe'nin kenarında değildir".

D ve Y nin yerine doğru ve yanlış ya da " I " ve " O " yazılır. Değilleme kimi zaman bir çizgi veya kuyruk sayesinde değillenen ifadeden önce gösterilir, yani " $\neg p$ ", veya " $\sim p$ ". " $\text{non } p$ ", " $\text{değil } p$ " veya " $p \text{ quer}$ " söylenir.

Eğer değilleme iki defa art arda kullanılırsa ne olur?

$$2.17 \quad \begin{array}{c|c|c} p & \bar{p} & (\bar{\bar{p}}) \\ \hline D & Y & D \\ Y & D & Y \end{array}$$

Böylece biz tekrar temel ifadeyi elde ederiz. Ve bu " p "nin tek tek nesneler için ne anlama geldiğinden, nasıl bir düşüncüyü ifade ettiğinden tümüyle bağımsızdır.

Şimdi biz iki önermeyi " p " ve " q "'yu inceleyelim. Her biri doğru ve yanlış diye 2 ihtimale sahip olduğu için dört doğruluk değeri kombinasyonu ortaya çıkar. Böylece biz birleşimin yalnızca, bileşenlerin her iki yerde doğru olduğunda doğru olmak zorunda olduğunu ve *tümel/birlikte-evetleme önermesini* meydana getirdiğini saptarız. Tümel-evetleme eklemi " $\wedge$ " ile gösterilir.

2.21

$p \setminus q$	D	Y
D	D	Y
Y	Y	Y

Lineer yazıldığında şu meydana gelir:

2.22

p	q	$p \wedge q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

Tümel-evetleme eklemi iki haneli bir doğruluk eklemidir, çünkü o iki argümana sahiptir. Tek haneli eklemeler *birli*, iki haneliler *ikilidir*. Lorenzen ikili doğruluk değeri eklemine *junktor* der. Üç haneli eklemeler *üçlü* vb. diye adlandırılır.

Tümel-evetleme eklemi günlük dilde en iyi şekilde “ve” veya “her ikisi aynı anda” ile gösterilir. –Örnekler: “Her ikisi aynı anda: 17 asal bir sayıdır; 25 bir kare sayıdır”. Bunun yerine: “17 bir asal sayıdır ve 25 bir kare sayıdır”. Bu tümel-evetleme, her iki önerme doğru olduğundan *doğrudur*. “Kertenkele bir sürüngendir ve kurbağa bir memelidir.” İkinci önerme yanlış olduğundan bu tümel-evetleme *yanlış* değerini alır. “1. Napolyon Elbe’de öldü ve oğlu Paris’te İmparator oldu”. Bu tümel-evetleme her iki önerme yanlış olduğundan *yanlış* değerini alır. –“ $p \wedge q$ ” yerine bazen “ $p \cdot q$ ” veya “ $p \& q$ ” da yazılır. “ p ve q ” veya “ p kon q ” söylenir. “ $\wedge$ ” Heyting’e kadar gider, eklem Scholz tarafından yaygınlaştırılmış ve Lorenzen tarafından da kullanılmıştır.

Şimdi, her iki önermeden en az biri doğru olduğunda tüm önermenin doğru olduğu durumu da gözlemleyebiliriz. Şu meydana gelir:

2.23

p	q	$p \vee q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Bu ikili doğruluk değeri izergesine *tikel evetleme önermesi* denir ve günlük dilde “veya” ile gösterilir. Bununla birlikte “veya”nın Almanca’da çok anlamlı olduğuna dikkat etmek gerekir. Tikel-evetleme durumunda “veya” her iki bileşenin doğru olabileceği, yani “ya da” anlamına gelir. Örnek: “Otomobiller kasnaklı veya itmeli frenlidir.” Onlar her iki tür frene de sahip olabilirler, örneğin önler itmeli, arkalar kasnaklı frenli. Gerçi günümüz otomobilleri içerisinde kasnaklı ya da itmeli frene sahip olmayan bir tip yoktur.

Yukarıdaki ilk örnek tümel evetleme olarak yanlış, tikel-evetleme olarak doğrudur: “Kertenkele bir sürüngendir veya kurbağa memelidir.” Buna karşın tikel evetleme olarak da şu yanlışır: “1. Napolyon Elbe’de öldü ve oğlu Paris’te taç giydi.”

Tikel-evetlemeyi oluşturan ekleme *tikel evetleme eklemi* denir. Genel olarak “ $p \vee q$ ” şeklinde yazılır ve “ p veya q ” veya “ p dis q ” diye söylenir. “ $\vee$ ” Latince “vel”den gelir. Tikel-evetlemeye bazen de *ayrıklık (seçeneklilik)* denir. Lorenzen *adjunktion* diyor. Tikel-evetleme klasik mantıktaki *alt-karşıta* karşılık gelir.

Tüm önermenin bizim şemamızın yalnızca ikinci yerinde (hanesinde) yanlış, bütün diğer durumlarda doğru olduğu saptamasından yola çıkarsak, o zaman *koşul önermesini* elde ederiz:

2.24

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

Bu izerge, ön-bileşen yanlış veya art-bileşen doğruysa daima doğrudur; ön-bileşen doğru ve aynı anda art-bileşen yanlışsa yanlış olur. Bu koşul ile biz daha önce çıkarsanabilirliğin açıklamasında karşılaşmıştık. Eğer mantıksal bir sonuçlandırma varsa, koşullamadan söz edilir. Böylece de *koşul önermesinden*. Günlük dilde böylesi sonuçlar “eğer ise- o halde” ile ifade edilir. Gerçi burada bu “eğer ise, o halde”nin çok-anlamlılığına ve sıkça içeriksel olarak koşulluğuna, örneğin önermelerin nedensel veya sonuçsal

bağlantılarını anlamlandırabileceğine de dikkat etmek gerekir. Yeni başlayanlar için koşullu önermelerde karşılaşılan pek çok yanlış anlaşılmalardan ötürü; bir daha vurgulamak gerekir ki, o yalın bir doğruluk değeri izergesidir, yani nihai olarak tek tek yalın önermelerin ve oluşan tüm bileşik önermenin doğruluk değeri üzerine bir şey söylemektedir. O *yeterli koşulun* biçimsel yapısıdır. Bu nedenle açık olarak şu söylenebilir: “*daima, eğer p ise o halde q*”. Örnekler: “Yağmur yağarsa, sokaklar ıslanır”; “29 asal bir sayıysa, helyum havadan hafiftir”. Buna karşın şu koşullular yanlıştır: “Hamburg Elbe kıyısında, Köln Weser kıyısındadır”. “Sigara içmek kansere yol açıyorsa, 27 bir asal sayıdır.”

Klasik mantığın *altıkı* koşul önermesi olarak ortaya konulabilir. Ön-bileşenleri yanlış olan koşul önermesi günlük dilde genelde anlamsız olarak görülür, gerçi karşı örnekler de mevcuttur: “Mart birası yağar ve kızartma sucuğu kesilirse, havanın böyle kalması için Tanrı’ya dua ederiz.”

Bir yolcu Hamburg merkez istasyonundan Alpler ekspresi ile Kopenhag’a gitmek ister ve Hamburg-Harburg banliyösünde merkez istasyonuna gitmek için bekler. Alpler-ekspresi aniden görünür ve plan haricinde Harburg’da durur (belki vakit oldukça erken olduğundan). Yolcu, inip binmeden tasarruf edeceğini düşünerek trene biner ve tam o esnada kontrolör seslenir: “Durun, binemezsiniz, tren burada durmuyor!” Ancak yolcu pencereden, 4. sıraya karşılık gelen koşul önermesiyle seslenir: “Tren burada durmuyorsa, ben de binmiş olamam!”

Koşul önermesini oluşturan ekleme *koşul eklemi*, ön-bileşene *koşullayan/içeren/yüklenen*, art-bileşene *koşullanan/içerilen/yüklenen* denir. “ $p \rightarrow q$ ” diye yazılır ve: “ p q ’yu içeriyor” veya “ p ok işareti q ” denir. Peano-Russellci yazım tarzında “ $p \supset q$ ” şeklinde gösterilir. Lorenzen *Subjunktion* der ve “ $p \vdash q$ ” diye yazar.

Megaralı Philon (M.Ö 2. Yüzyıl) daha o zamanlar koşul önermesini tanımlamış ve Skolastikler şöyle demişti: Yanlıştan ehven çıkar, doğru ise her şeyden (çıkarmak) (*ex falso sequitur quodlibet, verum sequitur ex quolibet*).

Tümüyle benzer bir izerge, eğer biz tüm önermenin yalnızca 3. durumda yanlış olması gerektiğini belirlersek, meydana gelir, yani:

2.25

p	q	$p \leftarrow q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	Y
Y	Y	D

Bu izerge *evrik-koşulludur (Replikation)*. O yalnızca, ön-bileşen yanlış ve art-bileşen doğru olduğunda yanlıştır. Günlük dilde evrik koşul aynı şekilde “eğer ise” ile betimlenir. O *gerekli koşulun* biçimsel yapısına karşılık geldiğinden tam olarak “yalnızca (eğer) ise, o halde” denilebilir. Örnekler: “Hava güzelse, konser açık havada yapılacaktır.” “Erkek ancak yaşı tutuyorsa evlenebilir”. “Kimin en az iki kere hırsızlıktan ötürü kesinleşmiş yargısı varsa, üçüncü defa hırsızlığın tekrarından ötürü cezalandırılabilir.”

Evrik koşul önermesinin eklemine *evrik-koşul eklemi* denir. “ $p \leftarrow q$ ” diye yazılır ve “ p evrik-koşulluyor q ” veya “ p ters ok q ” denir. Lorenzen “*evrik Subjunktion*” der ve “ $p \rightarrow q$ ” diye yazar.

Son olarak şemamızın yalnızca 1. sırasının yanlış olduğu durumu göz önünde bulunduralım:

2.26

p	q	p / q
D	D	Y
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	D

Bu izergeye *bağdaşmazlık önermesi* denir. Yalnızca her iki önerme doğru olduğunda yanlış olur. Yani o, “en az iki önermeden birinin yanlış olduğunu” söyler. Günlük dilde bunun için sıkça “veya” da denir. Örnekler: “Şuradaki araba Opel veya Ford’tur.” (O onlardan biri olamayabilir, tersine Mercedes olabilir.) Bağdaşmazlık önermesi eklemine *bağdaşmazlık eklemi* de-

nir. “ p/q ” diye yazılır ve “ p bağdaşmaz q ” veya “ p çizgi/slaş q ” denir. Yeri geldiğinde tikel-evetleme olarak da adlandırılır. Lorenzen bağdaşmazlık eklemi (Negatadjunktion) der ve “ $p \gamma q$ ” diye yazar. Bağdaşmazlığa klasik mantıkta “karşıt” da denilir.

Tüm önermenin 1. ve 4. satırlarda doğru olması gerektiğinin belirlenmesi, yeniden günlük dilde “eğer ise” ile betimlenen bir önerme izergesine vardır:

2.27

p	q	$p \leftrightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

Bu “eğer ise” aynı zamanda yeterli ve gerekli koşula karşılık gelir ve tam olarak “ancak ve ancak ... ise” olarak ifade edilebilir. Bu izerge, her iki önerme aynı doğruluk değerine sahip olduğunda doğru ve farklı doğruluk değerine sahip olduğunda yanlış olduğundan, *karşılıklı-koşulludur*. Örnekler: “Kutsal Akşam Salı gününe geliyorsa, gelecek yılbaşının ilk günü Çarşambaya gelir.” “Her iki diyagonal dörtgen aynı uzunluktaysa, kırıntı reçine içerisindeki en yüksek çıkıntıdır.” “36 asal sayıysa, Hamburg Ren kıyısındadır.” Buna karşın karşılıklı-koşul önermesi yanlış olur:

“New York ABD’nin başkentiysen, Paris Fransa’nın başkentidir”. Bu örnek koşul, bağdaşmazlık veya tikel-evetleme olarak doğru, tümel-evetleme veya evrik-köşul olarak her halükarda yanlıştır.

Karşılıklı-köşul önermesinin eklemine *karşılıklı-köşul eklemi* denir. Karşılıklı-köşüllü “ $p \leftrightarrow q$ ” diye yazılır ve “ p karşılıklı (köşüllü) q ” veya “ p çift ok q ” denir. “*Principia Mathematica*”da “ $p \equiv q$ ” şeklinde yazılır. Lorenzen *ikili bağlaç* (*Bisubjunktion*) der ve “ $p \text{—} q$ ” diye yazar. Hilbert Ackermann’da “ $p \sim q$ ” şeklinde yazılır.

Karşılıklı-köşüllünün karşıt bir durumu olarak, ana önermenin 2. ve 3. satırda doğru, diğer satırlarda yanlış olması gerekliliğini gözlemleyebiliriz:

2.28

p	q	$p \succ \prec q$
D	D	Y
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Bunu biz günlük dilde yeniden “veya” ile betimleyebiliriz, ama burada “ya - ya da” anlamında güçlü bir “veya” kastediliyor. *Bağdaşmaz seçeneklilik* diye adlandırılan bu önerme izergesi için örnekler: “Bir sayının rakamlarının toplamı dokuza bölünebilir veya bu sayı doğrudan 9’a bölünemez”. “Her dörtgen en azından bir doğru açıya sahiptir, veya ters açılar birbirine eşittir”. -Buna karşın *tekil*-evetleme olarak yanlış olur: “Su (deniz seviyesinde) 1 atmosfer basıncında 100°C’de kaynar veya oksijen azottan daha ağırdır.” Tümel-evetleme, karşılıklı-koşul, tikel-evetleme, evrik-koşul olarak bu önerme doğrudur; buna karşın bağdaşmazlık olarak yanlış olur. Aynı şekilde *bağdaşmaz seçeneklilik* için de yanlıştır: “Mosel Elbe’nin yan koludur veya Nürnberg Bavyera’nın başkentidir.” Bu önerme karşılıklı-koşullu, bağdaşmazlık, koşullu, evrik-koşullu için doğru -buna karşın tümel-evetleme veya tikel-evetleme için yanlış olur.

Bağdaşmaz seçeneklilik önermesi eklemine *bağdaşmaz seçeneklilik klemi* denir. “ $p \succ \prec q$ ” diye yazılır ve “ p karşıt koşullu q ” diye söylenir. Lorenzen “*Bisubtraktion*” der ve “ $p _ q$ ” diye yazar. *Bağdaşmaz seçeneklilik* klasik mantığın *çelişik*’ine karşılık gelir.

Gördük ki, günlük dilde bazı ifadeler çok anlamlıdır, önerme eklemlerinin pek çoğuna karşılık gelebilirler. Diğer taraftan önerme eklemleri çok çeşitli şekilde konuşma dilinde betimlenebilir. Günlük dilde genelde bağlantıdan hareketle neyin kastedildiği yeteri ölçüde tam olarak bilinebilir. *Önermelerin ilişkisinin* mantıksal olarak sağın bir şekilde nasıl anlaşılması gerektiği tam olarak bilinmemektedir. Buna karşın bilimsel araştırmalarda sıkça kesin ayrımlar söz konusudur. Aynı şekilde, metin çözümlemeleri ve yorumlar da, hangi mantıksal anlamların öncelikle esaslı olarak mümkün olduğunu bilmede faydalı olabilir. Örnek olarak Protestanlığın ilkesi verilebilir: “Kim inanır ve vaftiz olursa mut-

luluğa erişir.” Buradaki “ve” kesin olarak tümel-evetleme anlamındadır, her iki öncülde verilmek zorundadır. Önerme bizzat koşul önermesidir. “Kim inanır ve vaftiz olursa, mutlu olacaktır.” Her iki önerme doğru olursa, *tüm önerme* de geçerli olur. Şimdi hemen şu eklendiğinde: “Kim inanmazsa lanetlenir.” “Kişi lanetlenecek”in “Kişi kurtuluşa erecek”le sıkı karşılıklı-gerektirme içinde olduğunu varsayalım, bu şekilde bu art-bileşen, her iki önerme yanlışsa tüm önermenin geçerli olması gerektiğini söyler.

Şimdi şu sorulabilir, önerme, bir kimse inanmış olsa da kurtuluşa eremez kabulü ile bağdaşabilir mi? Bu dolaysız bir şekilde bizzat önermeden hareketle belirlenemez, her şeyden önce örneğin vaftiz ekstra olarak talep ediliyor, yani biz her iki ihtimali açık bırakmak zorundayız. Üçüncü durum, yani bir kimsenin inanmadığı halde kurtuluşa ermesi, gerçi yalın metinden hareketle böyle bir neticeye varılamıyor ama formüldeki vurguya dayanılarak (ki bununla burada inanmayanlar cehennemle tehdit edilmektedir) doğrusu reddedilmek zorundadır.

2.31	p	q	
1.	D	D	D
2.	D	Y	D/Y
3.	Y	D	Y
4.	Y	Y	D

Şimdi ikinci durumda net bir çözümün olmayışı ne anlama geliyor? Burada her iki olasılık arasında bir karara varmak için diğer yazıların yorumlarına bakılmalıdır. Bununla ilgili olarak İncillerde İsa'ya ait başka bir söze rastlanmaz. Şimdi Hristiyan teolojisi İncil'de var olan Havarilerin Mektuplarının aynı değerde inanç kaynakları olduğundan hareket eder. Luther Roma Mektubu'ndaki, inanç bizim suçsuzluğumuzu kanıtlar ifadesini kendi İncil çevirisinde “yalnızca” sözcüğünün bilinen ilavesi sayesinde, inancın olduğu yerde haklılaştırma (Rechtfertigung) vardır şeklinde yorumlar. Ama bu ikinci satıra bir “Y” koymak anlamına gelir. Mantıksal olarak buradan önermenin karşılıklı-koşul olduğu sonucu çıkar: Tam olarak, kim inanırsa, kurtuluşa erer. Gerçi Katolik teolojisi Roma Mektubundaki yerin haklı ne-

denlere bağlı olarak bu şekilde yorumlanabileceğine itiraz etmez, ama Jakop'un Mektubu'nda bariz bir şekilde, iyi amel olmadan inancın ölü olduğuna işaret eder ve buradan inancın gerekli ama tek başına yeterli olmadığı sonucuna varır. Şimdi buna göre ikinci satıra bir "D" konulmak zorundadır ve böylece bir evrik-koşullu meydana gelir: "Yalnızca inanan kurtuluşa erer" (Gerçi inanç tek başına bunun için yeterli değildir.)

Burada Katolik öğretisi ile Protestan öğretisi arasındaki köklü dogmatik bir ayrımın iki önerme eklemi sayesinde açıklandığı görülüyor. Ancak doğaldır ki, bu burada mantığın belli ölçüde teolojinin yerini aldığı anlamına gelmez –mantık en fazla yorum ihtimallerini gösterebilir ve farkları açıklayabilir. Bir yerin gerçekten nasıl yorumlanabileceği farklı bir sorudur. Biz bunu bu durumda teologlara bırakmak zorundayız. Ve onlar genelde katı hermeneutik yazı tefsirini deneyip sonra da buna uygun inanç ilkelerini formüle etmezler –tersine tümüyle farklı yönden: Luther önce ona birden bire inancın köklü anlamını yakalattırarak ünlü Kilise olayını kavradı –ve daha sonra kendi İncil tefsirini Roma Mektubu'na uygun olarak yorumladı, ardından Jakop'un Mektubu'nun kendi yorumuna ters düştüğünü açık olarak belirtip, onu değersiz kılan bir tarzda "hakiki bir saman mektubu" diye adlandırdı. Eğer Katolik bir dogmaya göz atılırsa, genelde zirvede kilise tarafından öğretilen bir dogma yer alır ve sonra da onu haklı çıkaracak yazılar takip eder.

Ancak şimdi yalnızca teolojinin bu tarz hareket ettiği sanılmasın: Bizzat matematikçi takriben iki veya üç öğretiyi ele alıp, buradan mantıki olarak ne çıkarımlanabilir diye denemez, tersine o ilkin erişmek istediği şeyden sezgisel bir fikre sahiptir ve sonra da, ilkin kabul edilen önermeyi kesin bir şekilde kanıtlamaya çalışır.

Yorumlama soruları hukukta da önemli bir rol oynar. Hukukçular yalnızca olguları yasalara uyarlamak zorunda değiller (doğrusu bu mantıki bir yöntem olurdu), tersine sıkça kötü formüle edilen yasaları öyle kullanır ve yorumlarlar ki, kullanılabilir (uygulamalı) hukuk buradan oluşabilir. Ama çoğu yasa yapısal açıdan "eğer ise - o halde" önerme yapısındadır. Böylece ilk

soru şu olur: Koşullu, evrik-köşullu veya karşılıklı-köşullu –başka bir deyişle, yeterli, gerekli veya hem yeterli hem de gerekli bir koşul söz konusu mu?

Örnekler: 14 yaşını dolduran kimse (q), cezayı ehliyeteye sahiptir (p).

Doğruluk değeri analizi:

1. Durum: Bir kimsenin 14 yaşında olduğı doğrudur ve onun bir suçtan ötürü cezalandırılabilceğı doğrudur. O zaman önermemiz doğrudur.

2. Durum: Bir kimsenin 14 yaşında olduğı doğrudur ve onun bir suçtan ötürü cezalandırılabilceğı yanlıştır. Bu durum, eğer sanık ruh sağlığı bozursa doğru olabilir.

3. Durum: Bir kimsenin henüz 14 yaşında olduğı, onun bir suçtan ötürü cezalandırılabilceğı yanlıştır. Bu durum ceza yasaları açısından belirgin bir şekilde çelişki oluşturur, yani önermemiz bu durumda yanlıştır.

4. Durum: Bir kimsenin henüz 14 yaşında olduğı yanlıştır, ve onun bir suçtan ötürü cezalandırılması yanlıştır. Bu durum STGB (ceza) yasalarına tam olarak karşılık gelmektedir, yani doğrudur.

2.32	p	q	Önerme
1. Durum	D	D	D
2. Durum	D	Y	D
3. Durum	Y	D	Y
4. Durum	Y	Y	D

Böylece önerme evrik-köşullunun doğruluk değeri çizelgesine sahiptir. Başka bir ifadeyle: Burada 14 yaşında olmak bir kimsenin cezalandırılabilmesi için gerekli koşuldur. “Kim kağıt paraları taklit eder veya sahtesini üretir veya taklit veya sahte üretimi tedarik eder ya da pazarlarsa iki yıldan az olmamak koşuluyla cezalandırılır.” Doğruluk değeri analizi: “Kim ... pazarlarsa” önermesi p , “iki yıldan ... cezalandırılır” önermesi q olsun.

1. Durum: p doğru, q doğru olduğunda: o zaman tüm önerme de doğru olur.

2. Durum: p doğru, q yanlış olduğunda: bu, sahte paralar hapisle cezalandırılmalıdır yasasıyla çelişir, yani yanlış olur.

3. Durum: p yanlış, q doğru olduğunda: bu tümüyle mümkündür, çünkü bir kimse örneğin adam öldürmeden ötürü hapisle cezalandırılabilir, yani burada tüm önerme doğrudur.

4. Durum: p yanlış, q yanlış olduğunda: bu ilkin ancak bir kimse kalpazan olmaz ve hapisle cezalandırılmazsa mümkündür, yani önerme bu durumda doğrudur.

2.33	p	q	Tüm önerme
1. Durum	D	D	D
2. Durum	D	Y	Y
3. Durum	Y	D	D
4. Durum	Y	Y	D

Tüm önerme böylece koşul önermesinin doğruluk değeri çizelgesine sahiptir. Dolayısıyla kalpazanlık hapis ile cezalandırılma için yeterli koşuldur.

“Kim bir başkasının malını kanuna aykırı bir şekilde elde ederse, hırsızlıktan ötürü cezalandırılır”. İlk önerme p , son önerme q olsun,

Doğruluk değeri analizi:

1. Durum: p doğru, q doğru olduğunda: O zaman önerme doğrudur.

2. Durum: p doğru, q yanlış olduğunda: Bu durum hırsızlık maddesi ile çelişki oluşturur, dolayısıyla yanlıştır.

3. Durum: p yanlış, q doğru olduğunda: Bu durum da bizim önermemizle bağdaşmamaktadır, dolayısıyla yanlıştır.

4. Durum: p yanlış, q yanlış olduğunda: Bu tümüyle mümkündür, dolayısıyla önerme bu durumda doğrudur.

2.34	p	q	Önerme
1. Durum	D	D	D
2. Durum	D	Y	Y
3. Durum	Y	D	Y
4. Durum	Y	Y	D

Karşılıklı-koşul önermesinin çizelgesi meydana gelir. İlk önermede kanıtlanan olgu böylece hırsızlık cezasının yeterli ve gerekli koşuludur.

Ödevler: Aşağıdaki önermeler doğruluk değeri analizi sayesinde kontrol edilmektedir. Çözüm parentez içinde veriliyor.

Hava -180°C 'de soğursa, sıvılaşır. ($\rightarrow$)

Üçgen iki eşit açıya sahipse, iki eşit kenara da sahiptir. ($\leftrightarrow$)

Trafik lambası kırmızıyı gösteriyorsa, durmak gerekir. ($\rightarrow$)

Dünyanın gölgesi ay üzerine düşerse, bir ay tutulmasını gözlemleriz. ($\leftarrow$)

Çiçek koparmak yasaktır, ve çimlere basmak yasaktır. ($\vee$)

Trajedinin adı Kabale ve Liebe veya Luise Miller'in idi. ($\leftrightarrow$)

Hans evli değilse, Grete ile evlenebilir. ($\leftarrow$)

(§ 53) Bir eylem meşru müdafanın sonucuysa, cezai bir eylem mevcut değildir. ($\rightarrow$)

Hamburglu bir senatör erkek soyludur, veya o kadın soyludur. ($\vee$)

Alıntı Schiller'den, veya Don Carlos oyunundandır. ($\leftarrow$)

Bu adam Katolik'tir veya Müslüman'dır. ($\vee$)

Doğruluk değeri çizelgesinin bir diğer anlamı, onun elektronik olarak programlanmış hesap otomatlarına uyarlanmasına dayanmaktadır.

Bu hesap otomatları ve veri işleme makineleri artan oranda dual sistemde çalışmaktadır, b.d., tüm sayılar, harfler, işaretler ve komutlar temel işaretlerin yalnızca iki türünü içeren (mors alfabesindeki nokta ve çizgi benzeri), yani "0" "1" işaret grupları sayesinde temsil ediliyorlar. Doğruluk değeri "D" "1" işaretine, ve doğruluk değeri "Y" "0" işaretine göre düzenlenirse, o zaman "p" "q" deki çarpım değeri gibi tümel-evetleme de aynı çizelgeyi meydana getirir.

2.35	p	q	$p \wedge q$	Çarpım
	1	1	1	$1 \times 1 = 1$
	1	0	0	$1 \times 0 = 0$
	0	1	0	$0 \times 1 = 0$
	0	0	0	$0 \times 0 = 0$

Bu nedenle tümel-evetleme “*mantıksal çarpım*” olarak da adlandırılır.

2.36	p	q	$p \vee q$	Toplam
	1	1	1	$1 + 1 = 1$
	1	0	1	$1 + 0 = 1$
	0	1	1	$0 + 1 = 1$
	0	0	0	$0 + 0 = 0$

Tikel-evetleme buna karşın $1 + 1 = 1$ uygunluğunun belirlenmesi koşuluna bağlı olarak, toplamda olduğu gibi, “ p ” ve “ q ” değerlerinin aynı çizelgesini meydana getirir. Bu yüzden tikel-evetlemeye “*mantıksal toplam*” da denilir. Normal olarak toplam dual sisteme uyarlanırsa, o zaman “ $1 + 1 = 10$ ” elde edilir; şimdi iki haneli sayıların tümünü elde etmek için “1” yerine “01” de yazılabilir. Böylece toplam tablosu oluşturulur:

$$\begin{array}{l}
 2.37 \quad 1 + 1 = \hat{1} \overset{\sim}{0} \\
 1 + 0 = 0 \ 1 \\
 0 + 1 = 0 \ 1 \\
 0 + 0 = 0 \ 0
 \end{array}$$

Bu şekilde, sonucun ilk sütunu tümel-evetleme çizelgesini, ikinci sütunu tekil-evetleme çizelgesini meydana getirir. Bu, toplama ve çarpma işlemlerinin tümel-evetleme ve tekil-evetleme yardımıyla, aritmetik olanın mantıksal işlem sayesinde ortaya konulduğu bir hesap otamatına uygulanabilir demektir.

Doğruluk değeri çizelgesinin bir diğer kullanımı doğruluk değeri gelişimi sayesinde önerme bağlantılarının gözden geçirilmesidir.

Ayrıca burada tek tek önermeler yerine öncelikle önerme değişkenleri koyulacak şekilde hareket ediliyor. Önerme eklemleri doğruluk değerlerinin mümkün kombinasyonlarının sırasına göre düzenlenir, önermeleri bağlayan edatlar onlara karşılık gelen doğruluk değeri eklemlerine ve daha sonra doğruluk değeri eklemleri çizelgesine göre düzenlenerek, tüm eklemlerin "kullanımına" değin ifade geliştirilir. Bu şekilde elde edilen çizelge tüm satırlarda "*D*" değerini kazanırsa, buna karşılık gelen önerme bağıntısı daima doğru, b.d. geçerlidir, mantıksal bir yasadır. Tüm hanelerde "*Y*" olduğunda, önerme bağıntısı daima yanlıştır, b.d. çelişiktir. Her iki değer çizelgede mevcutsa, o zaman önerme bağıntısı bazen doğrudur, b.d. *tutarlıdır*, gerçi tek tek önermelerin sonuç çizelgesinde tümüyle "*D*" lerden meydana gelen bir doğruluk değerine sahip olmaları koşuluyla.

Doğruluk değeri gelişimi yöntemini bir örnekle aydınlatmak gerekirse: "Bu sayının çift sayı ve rakamlarının toplamının 3'e bölünebildiği doğruysa, o zaman bu sayı çift sayıysa rakamlarının toplamının 3'e bölünebildiği doğrudur." Bundan şu formül çıkar:

$$2.41 \quad (p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

Her iki değişken *p* ve *q*'nin doğruluk değerinin *DD*, *DY*, *YD*, *YY* şeklinde dört kombinasyonu olabilir.

1. İlk kombinasyon için şu meydana gelir: $(D \wedge D) \rightarrow (D \rightarrow D)$ buradan tümel-evetlemenin gelişimi ile sonunda:

$D \rightarrow D$ bu koşul önermesi çizelgesine göre şunu meydana getirir:

D

2. Kombinasyon şunu meydana getirir:

$$(D \wedge Y) \rightarrow (D \rightarrow Y)$$

$$Y \rightarrow Y$$

D

3. Kombinasyon şunu meydana getirir:

$$(Y \wedge D) \rightarrow (Y \rightarrow D)$$

$$Y \rightarrow D$$

D

4. Kombinasyon şunu meydana getirir:

$$(Y \wedge Y) \rightarrow (Y \rightarrow Y)$$

$$Y \rightarrow D$$

$$D$$

4 durumun tümünde “D” sonucu meydana gelir, yani önerme geçerlidir. Tümel-evetlemeden böylece koşul önermesi ortaya çıkar. Her eklemin altına meydana çıkan değer yazılırsa yöntem bir şemada gösterilebilir:

2.42

$(p \wedge q)$	$\rightarrow$	$(p \rightarrow q)$
D D D	D	D D D
D Y Y	D	D Y Y
Y Y D	D	Y D D
Y Y Y	D	Y D Y

Burada çizelge en son geliştirilen ekleme (sonuç çizelgesi) bağlı olarak sonucu gösterir.

Bu yöntemle aşağıdaki önermeden neyin çıkarımlandığı denetlenir: “Yağmur yağarsa, sokaklar ıslanır.”

1. “Yağmur yağmamışsa, sokaklar ıslak değildir”.
2. “Sokaklar ıslaksa, yağmur yağmıştır”.
3. “Sokaklar ıslak değilse, yağmur yağmamıştır”.

1.nin doğruluk değeri gelişimi:

2.43

$(p \rightarrow q)$	$\rightarrow$	$(\neg p \rightarrow \neg q)$
D D D	D	Y D D Y D
D Y Y	D	Y D D D Y
Y D D	<u>Y</u>	D Y Y Y D
Y D Y	D	D Y D D Y

Bu sonuç, 3. satırda “Y” olduğundan geçerli değildir.

2.nin doğruluk değeri gelişimi:

2.44

$(p \rightarrow q)$	$\rightarrow$	$(q \rightarrow p)$
D D D	D	D D D

$D Y Y$	D	$Y D D$
$Y D D$	$\underline{Y}$	$D Y Y$
$Y D Y$	D	$Y D Y$

Bu durumda geçerli değildir.

3.nün doğruluk değeri gelişimi:

2.45	$(p \rightarrow q) \rightarrow$	$(-q \rightarrow -p)$
	$D D D$	D
	$D Y Y$	D
	$Y D D$	D
	$Y D Y$	D

Bu durum ise geçerlidir. Böylece bir koşul önermesi devrik yapılabilir (b.d her iki bileşen değiş-tokuş yapılabilir ve aynı zamanda her ikisi *kendilerini* değilleyebilir). Buna karşın koşullunun *çevriği* (Durum 1: üyelerin her birinin değillenmesi) ve *evriği* (Durum 2: Her iki bileşenin değiş-tokuşu) geçerli değildir.

Üç farklı değişken, böylece 8 doğruluk değeri kombinasyonu “DDD”, “DDY”, “DYD”, “DYY”, “YDD”, “YDY”, “YYD”, “YYY” aşağıdaki örneği içermektedir:

“Sanık eylem anında Roma’daysa (“p”), eylemi yapmamıştır (“q”) ve “O eylemi yapmamışsa (“q”), tanık yalan yere yemin etmiştir (“r”): “Sanık eylem anında Roma’da değilse (“ $\bar{p}$ ”), tanık yalan yere yemin etmemiştir (“ $\bar{r}$ ”).

2.46	$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow$	$(-p \rightarrow -r)$
1.	$D D D$	D
2.	$D D D$	Y
3.	$D Y Y$	Y
4.	$D Y Y$	Y
5.	$Y D D$	D
6.	$Y D D$	Y
7.	$Y D Y$	D
8.	$Y D Y$	D

Sonuç yanlıştır, çünkü 5. ve 7. satırda bir Y vardır (Burada altı çizili).

Çeşitli, eşbiçimli olmayan değişkenlerin sayısı n ise, o zaman doğruluk değerlerinin her biri için 2^n kombinasyonu söz konusu olur; yani 1'de 2, 2'de 4, 3'de 8, 4'de 16 kombinasyon vb. vardır. Her bir kombinasyon formül sayesinde hesap edilir. Bununla birlikte amaca uygun bir yöntem şöyle uygulanır: Kombinasyon değerleri değişkenlerin altına yazılır ve buradan her bir eklemin değeri hesap edilir ve eklemin altına yazılır ve sonra da gerekli olmayan ad değerlerinin her defasında altı çizilir.

Bir değişken, değillemeli bir değişken veya bir eklem ile birleştirilen iki değişken temel önerme diye de adlandırılır. Böylesi temel önermeler yeniden eklemlerle birleştirilebilir vb. Erişilen son eklem, eğer bir formülün yapısı temel ifadelerden hareketle gözlemlenirse, yani belirgin bir şekilde içten doğru başlamışsa, *ana eklem* adını alır. Doğruluk değeri gelişimi yönteminde ana eklem tüm durumlarda " D " değerine sahipse, buna karşılık gelen önerme *mantıksal bir yasa veya teoremdir*. Frege'ye göre, bu tarz da ima doğru önermeler, ileri sürülen *iddia (tez)* işareti " $\vdash$ " (türetilbilme imi) ile gösterilir, yani örneğin $\vdash ((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{p}))$.

Parantezleri azaltmak için $\wedge$, $\vee$ 'den daha sıkı bağladığı, bunun tekrar $/$ 'den daha sıkı bağladığı saptanır, bunları $\rightarrow$, $\leftarrow$, $\leftrightarrow$, $\succ \prec$ takip eder. Buna yaklaşık olarak toplama "+" işaretinden daha sıkı bağlayan çarpım işaretinin "." cebir yöntemi karşılık gelir. Böylece önceki örnekte $\vdash (p \rightarrow q \leftrightarrow \bar{q} \rightarrow \bar{p})$ yazmak yeterlidir. Formülleri açık bir şekilde ortaya koymak veya parantezleri, özellikle köşeli ve eğri vb. değişik düzenleri azaltmak için, işaretlerin yanında noktalara yer verilir. İddia işareti buna göre $\succ \prec$ 'e göre daha üstte yer almalıdır. O zaman, her işaret n noktalarıyla onun etkisini eşbiçimsel olana veya $n + 1$ noktalarıyla alttaki bir işarete veya n noktalarıyla üstteki işarete değin genişletir.

Yukarıdaki örneklerin ikincisi şöyle yazılır:

$$p \rightarrow q \cdot \wedge \cdot q \rightarrow r \cdot \rightarrow \cdot \bar{p} \rightarrow \bar{r}$$

Doğruluk değeri gelişimi yöntemimiz sayesinde bir dizi temel yasayı geçerli olarak kanıtlayabiliriz:

$$2.51 \quad \vdash p \leftrightarrow p$$

Bu önermeler mantığının *özdeşlik ilkesidir*. Bu ara sıra zayıf bir biçim dahilinde de kullanılır.

$$2.52 \quad \vdash p \rightarrow p$$

$$2.53 \quad \vdash \bar{\bar{p}} \leftrightarrow p \quad \text{Çifte değilleme yasası}$$

$$2.54 \quad \vdash \bar{\bar{\bar{p}}} \leftrightarrow \bar{p} \quad \text{Üçlü değilleme yasası}$$

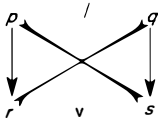
$$2.55 \quad \vdash \overline{p \wedge \bar{p}} \quad \text{Çelişmezlik ilkesi}$$

$$2.56 \quad \vdash p / \bar{p} \quad \text{Çelişmezlik ilkesi}$$

$$2.57 \quad \vdash p \succ \bar{p} \quad \text{Üçüncü şıkkın olmazlığı ilkesi. Zayıf bir şekilde:}$$

$$2.58 \quad \vdash p \vee \bar{p}$$

Çelişki veya karşıtların çeşitli türleri birbirlerine karşı belirli bir ilişki içinde bulunurlar ki, bu mantıksal kare diye adlandırılır:



Bağdaşmazlık " p / q "ya üst karşıt, tikel-evetleme " $r \vee s$ "ye alt karşıt, karşılıklı gerektirme " $p \succ s$ " ve " $r \succ q$ "ye çelişik denir.

Koşullu " $p \rightarrow r$ " altık, evrik-köşül " $s \leftarrow q$ " *super* altık demektir.

Bu mantıksal kareyi denetlemek için, örneğin şunlar yerleştirilebilir: " p " için: " $p \wedge q$ ", " q " için: " $\bar{p} \wedge \bar{q}$ ", " r " için: " $p \vee q$ ", " s " için: " p / q ". Ama " p ", " q ", " r ", " s " için " $\bar{p} \leftrightarrow q$ ", " $p \wedge \bar{q}$ ", " $p \rightarrow q$ ", " $p \succ q$ "nın yerleştirilmesi de örneğin mantıksal kareyi meydana getirir.

Görmüş olduğumuz gibi, önerme bağıntılarını geçerliliklerinden hareketle denetleyebiliriz, yani onları 1 ile formülleştirerek, b.d. aynı önermelerin yerine eşbiçimsel değişkenleri yerleştirerek ve edatlara karşılık gelen önerme eklemlerini vererek, ve da-

ha sonra 2. doğruluk değeri gelişimi sayesinde, formülün geçerli olup olmadığını (b.d. ana eklem daima “D” değerini alıp almadığını) denetleyerek. Böylesi sürekli doğru bir formüle *mantıksal özdeşlik* veya *totoloji* de diyoruz. Ana eklem daima “Y” değerini alırsa, buna karşılık gelen önerme her durumda yanlış olur, b.d. *mantıksal* bir *çelişki* içerir. Bu tür sürekli yanlış bir formüle de *çelişki* (*kontradiktio*n) veya *antiloji* diyoruz. En az bir “D” değerine sahip olduğumuzda formülün *tutarlı* veya *doğrulanabilir* olduğunu söylüyoruz. Satırlarında “D” bulunan doğruluk değeri kombinasyonu, hangi koşullar altında formülün tutarlı olduğunu bildirir. En az bir “Y”ye sahip olduğunda, formülün *çürütülebilir* (*geçersiz*) olduğunu söylüyoruz. Satırlarında “Y” bulunan doğruluk değeri kombinasyonu, yeniden hangi koşullar altında formülün çürütülebilir olduğunu belirtir.

“P mantıksal bir yasadır”, “p bir çelişkidir”, “p tutarlıdır”, “p çürütülebilirdir” önermeleri tekrar mantıksal bir kareyi oluşturur. Buradan örneğin, ““p” mantıksal bir yasaysa, “p” tutarlıdır da”. Bir önerme aynı zamanda tutarlı ve çürütülebilir olabilir. Bir önerme ya tutarlı ya da çelişiktir vb.

Her defasında doğruluk değeri gelişiminin karmaşık yöntemi kullanmak zorunda kalmamak için, ilk ve son kez birkaç mantıksal kuralı hatırlatmak faydalı olacaktır. Mantıksal sonuçlandırma için gerekli formüllerin ayrıntılı bir serimi Bochenski’nin §§ 5 ve 6’da bulunmaktadır. Bunların en önemlilerinden bir bölümü burada ortaya konuluyor.

2.6 Tümel/birlikte-evetleme yasaları

2.61 $\vdash p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$ Tümel-evetleme *bakışımı*lıdır veya *yer değiştiricidir* (*kommutativ*) ya da *dönüştürülebilirdir* (çarpım ve toplamda olduğu gibi)

2.62 $\vdash p \wedge q \cdot r \leftrightarrow p \wedge q \wedge r$ Bu *ortaklaştırmacıdır* (aynen çarpım ve toplamda olduğu gibi)

2.63 $\vdash p \wedge p \leftrightarrow p$ Tümel evetlemenin denkgüçlülüğü

2.64 $\vdash p \wedge q \leftrightarrow \overline{p \vee q}$ Tümel evetlemenin indirgenmesi

2.65 $\vdash \overline{p \wedge q} \leftrightarrow \overline{p} \vee \overline{q}$ *De Morgan yasası*

2.661 $\vdash p \wedge q \rightarrow p \vee q$ Tümel-evetleme tikel-evetlemeden “daha güçlü”dür

2.662 $\vdash p \wedge q \rightarrow \cdot p \rightarrow q$ Tümel-evetleme koşulludan daha güçlüdür

2.663 $\vdash p \wedge q \rightarrow \cdot p \leftarrow q$ Tümel-evetleme evrik-kosulludan daha güçlüdür

2.664 $\vdash p \wedge q \rightarrow \cdot p \leftrightarrow q$ Tümel-evetleme karşılıklı-kosullu dan daha güçlüdür

2.67 $\vdash p \wedge q \cdot \wedge \cdot q \wedge r \cdot \rightarrow p \wedge r$ Tümel evetlemenin *geçişliliği*

2.68 $\vdash p \wedge \cdot q \vee r \cdot \leftrightarrow \cdot p \wedge q \vee p \wedge r$ Tikel evetlemeye ilişkin *dağıtıcılık*

2.69 $\vdash p \wedge q \rightarrow p$ Petrus Hispanus yasası

Şimdi bu mantık yasaları ne işe yarıyor? Örneğin “ p ” “169 sayısı bir kare sayıdır” önermesini gösterdiğini varsayalım ve “ q ” da “169 sayısı 3’e bölünebilir”i göstereyim. 2.65 kuralına göre: “169 sayısının kare sayısı olduğu ve 169 sayısının 3’e bölünebilirliğinin doğru olmaması, tam olarak, eğer 169 sayısı kare sayısı olmaz veya 169 sayısı üçe bölünmezse geçerlidir.” De Morgan olarak tanınan bu kural (diğeri Petrus Hispanus olarak tanınmıştı, aynı şekilde geçen yüzyılda “keşfedilen” önermeler mantığının tüm kuralları hemen hemen daha Skolastikte biliniyordu) iki önermeli tümel-evetlemenin değillesmesi her biri kendi içinde değillenen önermelerin tikel-evetlemesi ile eşdeğerdir diyor.

2.65 Yasası bir kuralın formüllerinin dönüştürülüp elde edilmesi için kullanılabilir, yani:

2.65' Ancak ve ancak $\overline{p \wedge q}$ ise, o halde $\overline{p} \vee \overline{q}$.

2.51-58 ve 2.61-69'un genel yasaları ortaya koyarken, b.d. doğruluk değerinin önerme değişkenleri için her bir yerleştirmede doğru önerme meydana getiren ifadeler, örneğin 2.65 benzeri bir *kural* verir: Nasıl ben geçerli bir ifadeyi başka bir ifade içinde de geçerli kalabilecek şekilde dönüştürebilirim? Şimdi her bir yasa için ona karşılık gelen bir kural oluşturabilir ve tersinden her kural için ona karşılık gelen bir yasa oluşturabilir. Yasalar *olanı* söyler; buna karşın kurallar neyin *yapılması* gerektiğini veya ne-

ye izin verildiğini söyleyen *eylem direktifleridir*. Yasaların toplamı olarak ortaya konulan bir mantık sistemine *önerme(ler) mantığı* denir; kuralların toplamı olarak inşa edilen mantık sistemine *kural(lar) mantığı* denir. Bir kural, kalkül işaretleri yanında, kalkül işaretleri *üzerine* bir şeylerin söylendiği ifadeleri içerir, aynen Latince sözcükler üzerine Almanca sözcüklerle bir şeylerin söylendiği, Latin dilinin kurallarının formüle edildiği Almanca gramerinde olduğu gibi. Kendileri hakkında konuşulan ifadeler (kalkül ifadeleri veya bizim örneğimizde Latince) *nesnel dil/sözedilen dildir*; nesnel dil üzerine *ikinci düzeyden sözeden dil* aracılığıyla konuşulur (bizim kurallarımızda konuşma dili veya gramer örneğindeki Almanca dili).

Mantıkta sözedilen-dil kalküldür, onun kuralları (üst-dilde) formüle edilir, b.d. onun üzerine ikinci düzeyden sözeden dilde konuşulur. Bu üst-dil konuşulan dilde formüle edilebilir –doğal olarak o aynı şekilde kalkülize edilebilir. Bunun için her şeyden önce ikinci düzeyden sözeden dildeki kurallara gereksinim duyulur; onun kalkülize edilmesi için üst-üst dile (Meta-Metasp-rache) vb. gereksinim vardır. Nihai olarak böylece daima konuşulan dilin restine (arta kalanına) gereksinim duyulur, b.d. sadece bir anlayışa uyarlanması gereken, kalkülize edilmemiş bir rest kalır. Bu şu probleme yol açar: Nasıl mantık, şimdilerde sahip olduğu gibi, kesin sonuçlara sahip bir mantık olmadan, kesin bir şekilde inşa edilebilir? Şimdi bunun nasıl başarılabacağı burada ayrıntılı olarak ortaya konulamaz –eğer bu başarılabacaksa paradoksal yöntem sayesinde mümkün görünüyor ki, kirli bir suda kirli bir bez ile kirli tabaklar temizlenebilsin.

2.61 yasasından şu kural türetilir:

2.61' Eğer $\vdash p \wedge q$ ise, o halde $\vdash q \wedge p$ ve tersi.

B.d. ben tümel-evetlemenin bileşenlerini birbiriyle değiş-tokuş edersem tümel-evetleme geçerli kalır.

2.62'den buna benzer bir kural elde edilebilir:

2.62' Eğer $\vdash p \wedge q \cdot \wedge r$ ise, o halde $\vdash p \cdot \wedge q \wedge r$ ve tersi.

Bu demektir ki, bir tümel-evetlemede tümel-evetlemenin ilk bileşeni tekrar bir tümel-evetlemeden oluşuyorsa, o zaman bu,

sonraki tümel-evetlemenin 2. bileşeninden ve önceki tümel-evetlemenin 2. bileşeninden oluşturduğum bir tümel-evetleme ve bu şekilde meydana gelen tümel-evetlemeden yeniden sonraki tümel-evetlemenin 1. bileşeniyle birlikte oluşturduğum tümel-evetlemeyle eşdeğer olur. Bu kuralın dilsel hantallığı ve zor kavranırlığı tekrar, nasıl biçimsel işaretlerin kullanımı sayesinde yalnızca ifadelerin nasıl kısaltıldığını değil, aynı zamanda anlayışın esaslı bir şekilde aydınlatabildiğini de göstermektedir. Buna ilave olarak 2.62' den, yalnızca tümel-evetleme eklemleri ve (muhtemelen değillenen) önerme değişkenlerinin var olduğu bir ifadede noktaların zorunlu olmadığı sonucuna varılabilir.

2.62" $p \wedge q \cdot \wedge r$ ile $p \wedge q \wedge r$ eşdeğerdir ve böylece $p \cdot \wedge q \wedge r$ ile de eşdeğerdir.

2.63'den, şu kural oluşturulabilir: İki biçimdeş üyeli bir tümel-evetleme yerine bu üyelerden yalnızca biri yazılabilir ve tersinden bir önerme yerine bu biçimdeş önermelerin ikisinden meydana gelen bir tümel-evetleme koyulabilir.

2.661-67 devrik yapılamayan kuralları verir:

2.661' Eğer $\vdash p \wedge q$ ise, o halde $\vdash p \vee q$.

B.d. iki önermeden oluşan bir tümel-evetleme geçerli olduğunda, bu iki önermenin tikel-evetlemesi de geçerlidir –ama tersi değil! Örnek: “Bu otomobil önden çekişlidir ve kasnaklı freni vardır.” geçerliyse, “Bu otomobil önden çekişlidir veya kasnaklı freni vardır.” da geçerlidir. Buna karşın tersi daima geçerli değildir.

Tikel-evetleme adeta tümel-evetlemenin zayıf bir şekli olarak meydana gelir –bu belli ölçüde daha güçlüdür. Tikel-evetleme her durumda koşulludan veya evrik koşulludan ya da karşılıklı-kosulludan daha güçlüdür. (2.662—64).

2.68 yasası, cebirdeki karşılığını göz önüne alırsak, belki daha kolay anlaşılır, o tümel-evetlemeye karşılık çarpım, tikel-evetlemeye karşılık toplam, karşılıklı-kosulluya karşılık eşdeğerlik işaretini verdiğimizde meydana gelir:

$$2.68'' \quad a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Cebirde olduğu gibi önermeler kalkülünde de parantezler “çarpım dışına çıkarılabilir”.

2.7 Tikel-evetleme/ayrıklık yasaları

- 2.71 $\vdash p \vee q \leftrightarrow q \vee p$ Tikel-evetleme *bakışımı*lıdır
(krş. 2.61)
- 2.72 $\vdash p \vee q \cdot \vee r \leftrightarrow p \vee \cdot q \vee r$ Tikel-evetleme *ortaklaştırmacı*dır
(krş. 2.62)
- 2.73 $\vdash p \vee p \leftrightarrow p$ Tikel-evetleme *denkgüçlü*dür
(krş. 2.63)
- 2.74 $\vdash p \vee q \leftrightarrow \bar{p} / \bar{q}$ Tikel-evetlemenin *indirgenmesi*
- 2.75 $\vdash \overline{p \vee q} \leftrightarrow \bar{p} \wedge \bar{q}$ *De Morgan yasası* (krş. 2.65)
- 2.76 $\vdash p \vee q \leftrightarrow \bar{p} \wedge q$ Tikel evetlemenin *koşulluya dönüştürülmesi*
- 2.77 $\vdash p \vee q \rightarrow \cdot \bar{q} \cdot \rightarrow p$ *Değilleme yoluyla evetleme*
(*modus tollendo ponens*)
- 2.78 $\vdash p \vee q \wedge r \leftrightarrow p \vee q \cdot \wedge \cdot p \vee r$ *Tümel-evetlemeye ilişkin dağıtıcılık*
- 2.79 $\vdash p \rightarrow p \vee q$ *Tikel-evetleme genişlemesi*

Tikel-evetleme tümel-evetlemeyle birlikte birkaç özelliği paylaşır (2.61-3, 2.65). 2.78'den 2.68'in cebirsel karşılığı elde edilebilir, eğer bundan böyle tikel-evetleme eklemine çarpma eklemi “ $\cdot$ ” ve tümel-evetleme eklemine toplama eklemi “ $+$ ” olarak gösterirsek.

Buna karşın tikel-evetleme için aşağıdaki kural karakteristiktir:

$$2.76' \quad \text{Eğer } \vdash p \vee q \text{ ise, o halde } \vdash \bar{p} \rightarrow q \text{ ve tersi.}$$

Bu kural örneğin: “Radyoların dalgaları vardır, veya transistörleri vardır” önermesinin, eşdeğer bir şekilde: “Radyonun dalgası yoksa, transistörü vardır” içinde dönüştürülebileceğini ve tersini söyler.

Sıkça gündelik düşüncelerde az veya çok bilinçsiz bir şekilde kural kullanılır:

$$2.77' \quad \text{Eğer } \vdash p \vee q \text{ ve } \vdash \bar{q} \text{ ise, o halde } \vdash p$$

Bu şekilde örneğin, borçlanmadan sakınmak için şu fikri ileri sürerim: “Daha az harcamalıyım veya daha fazla kazanmalıyım, ama ben daha fazla kazanmıyorum: o halde daha az harcamalıyım.”

2.79' Eğer $\vdash p$ ise, o halde $p \vee q$

Bununla, gerçek bir önermeyi herhangi bir önerme yardımıyla ayrıkسال olarak (disjunktif) genişletebilirim demekteyim, yani “altın demirden daha ağırdır” gerçek bir tikel-evetlemeyi meydan getirir: “Altın demirden daha ağırdır veya ertesi gün Stuttgart'a yağmur yağacak.”

2.8 Koşullu yasaları

- | | | |
|-------|--|---|
| 2.81 | $\vdash p \rightarrow \cdot q \rightarrow r \leftrightarrow \cdot q \rightarrow \cdot p \rightarrow r$ | Öncüllerin değişimi |
| 2.82 | $\vdash p \rightarrow q \leftrightarrow \bar{q} \rightarrow \bar{p}$ | Koşullu devriği |
| 2.83 | $\vdash p \rightarrow p$ | Koşullu yansıması |
| 2.84 | $\vdash p \rightarrow q \leftrightarrow p / \bar{q}$ | Koşullu indirgemesi |
| 2.85 | $\vdash \overline{p \rightarrow q} \leftrightarrow p \wedge \bar{q}$ | Koşullu değillemesi |
| 2.861 | $\vdash \bar{p} \rightarrow \cdot p \rightarrow q$ | Koşullu paradoksu |
| 2.862 | $\vdash q \rightarrow \cdot p \rightarrow q$ | Koşullu paradoksu |
| 2.87 | $\vdash p \rightarrow q \cdot \wedge \cdot q \rightarrow r \rightarrow \cdot p \rightarrow r$ | Koşullu geçişliliği |
| 2.88 | $\vdash p \rightarrow q \cdot \wedge p \rightarrow q$ | Olumlama yoluyla evetleme
(modus ponendo ponens) |
| 2.89 | $\vdash p \rightarrow \bar{p} \rightarrow \bar{p}$ | Saçmaya indirgeme |

Koşul önermesi bakışımli değildir. Yani ön- veya art-bileşen tümel-evetleme veya tikel-evetlemede olduğu gibi sürekli bir şekilde değiştirilemez. Ama 2.81'e göre öncüllerin çevirgeçliliği (Kommutativität) vardır. Önemli olan tamdevirme yasasına dayalı kuraldır:

2.82' Eğer $\vdash p \rightarrow q$ ise, o halde $\vdash \bar{q} \rightarrow \bar{p}$ ve tersi.

Bundan sonra, örneğin “Yağmur yağarsa, sokaklar ıslanır”dan, “Sokaklar ıslak değilse yağmamıştır” çıkartılır.

Reflexivität (dönüştürme) yasası 2.83 ünlü özdeşlik önermesinin bir önermeler mantığı formülüdür. (krş. 2.52)

2.85 Koşullu değillemesi, art-bileşeni değillenen bir tümel-etlemeye eşdeğerdir. Örneğin, eğer biri koşulluya karşı çıkar-sa: “Patlayıcı gaz tutuşursa, su ortaya çıkar”, bu şu iddiayla eş-değer olur: “Patlayıcı gaz tutuşturulur ve su ortaya çıkmaz”.

Daha Skolastik'te bilinen koşullu paradokslar ünlüdür: 2.861 *yanlıştan ehven çıkar (ex falso sequitur quodlibet)*, b.d. yanlış bir varsayım ile her bir önerme kanıtlanabilir. 2.862 *doğru herşey-den çıkar (verum sequitur ex quolibet)*, b.d. eğer bir önerme doğ-ruysa, o zaman o herhangi bir varsayımdan çıkarsanabilir.

2.87' Eğer $\vdash p \rightarrow q$ ve $\vdash q \rightarrow r$, o halde $\vdash p \rightarrow r$

Bu kural önermeler mantığında klasik tasıma karşılık gelir. Bir örnek:

“Sokaklar ıslaksa, otomobillerin yüksek oranda kayma ve savrulma tehlikesi vardır” ve “Otomobillerin yüksek oranda kayma ve savrulma tehlikesi varsa, dikkatli araba sürmek gerekir”, dolayısıyla: “Sokaklar ıslaksa, dikkatli araba sürmek gerekir.”

Mantiğin tümü için çok esaslı anlamlardan biri, Skolastik'te *modus ponens* olarak adlandırılan *ayırma kuralı*dır:

2.88' Eğer $\vdash p \rightarrow q$ ve $\vdash p$ ise, o halde $\vdash q$

Örnek: “Ampül kırmızı yanıyorsa, durmak zorundayım”, ve şu an gerçekten: “Ampül kırmızı yanıyor”, o halde: “Durmak zorundayım” geçerlidir. Bu kural şunu dile getirir: Eğer bir koşul- lu ve onun koşullayanları geçerliyse, o zaman koşul bizzat ken- di için de geçerlidir: Yani, o belli ölçüde koşulludan ayrılıp, ken- disi için ileri sürülebilir.

2.89 yasası kısaca bunu hemen aydınlatır. 2.69'u göz önün- de bulundurmak koşuluyla buradan karmaşık bir yapı elde edi- lebilir:

2.89" Eğer $\vdash p \wedge q \wedge r \wedge s \rightarrow \bar{p}$ ise, o halde $\vdash \bar{p}$

Bu demektir ki, eğer bir kuramdan varsayımların biri ile çe- lişen bir sonuç meydana geliyorsa, o zaman bu varsayım (ve bu- nunla birlikte tüm kuram) yanlıştır. *Yanlış* sonuçlandırmaları

nedeniyle reddedilen bilindik yöntemler, kuramlar bu kurala dayanmaktadır.

2.9 Karşılıklı-koşullu yasaları

2.91	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow \cdot q \leftrightarrow p$	Karşılıklı-koşullu bakışımı
2.92	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow r : \leftrightarrow : p \leftrightarrow \cdot q \leftrightarrow r$	Karşılıklı-koşullu ortaklaştırmacılığı
2.93	$\vdash p \leftrightarrow p$	Karşılıklı koşullu yansıması (krş. 2.83, 2.51)
2.94	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow \cdot p / \bar{q} \cdot \wedge \cdot \bar{p} / q$	Karşılıklı-koşullu indirgemesi
2.951	$\vdash \overline{p \leftrightarrow q} \cdot \leftrightarrow \cdot p \succ \neg q$	Karşılıklı-koşullu değillenmesi
2.952	$\vdash \bar{p} \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow \cdot p \succ \neg q$	Karşılıklı-koşullu değillenmesi
2.961	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \rightarrow \cdot p \rightarrow q$	Karşılıklı-koşullunun koşullu zayıflatılması
2.962	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \rightarrow \cdot p \leftarrow q$	Karşılıklı-koşullunun evrik-koşullu zayıflatılması
2.97	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \wedge \cdot q \leftrightarrow r \cdot \rightarrow \cdot p \leftrightarrow r$	Karşılıklı-koşullunun geçişliliği
2.98	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow \cdot \bar{q} \leftrightarrow \bar{p}$	Karşılıklı-koşullu tam-devriği (krş. 2.82)
2.99	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow \cdot \bar{p} \leftrightarrow \bar{q}$	Karşılıklı-koşullu evriği

2.91'den, bir karşılıklı-koşullunun bileşenlerinin sıradizisinin, tümel-evetleme ve tikel-evetlemede olduğu gibi, dönüştürülebileceği kuralı ortaya çıkar. Bu her iki fonksiyonla birlikte karşılıklı-koşullu ortaklaştırmacılığı da bölümlenir (2.92). O koşulluyla birlikte yansımaliğe (2.93), tav-devirme (2.98) ve geçişliliğe sahiptir (2.97). Bununla birlikte karşılıklı-koşullu koşulludan (2.961) ve evrik-koşulludan (2.962) daha güçlüdür, b.d. o bunlar tarafından her defasında zayıflatılabilir. Onun için aynı sonucu veren tüm fonksiyonun (2.951) değillenmesi, bileşenlerinden birinin değillenmesi gibi (2.952), karakteristiktir. Keza çevirme kuralı da karakteristiktir:

2.99' Eğer $\vdash p \leftrightarrow q$ ise, o halde $\vdash \bar{p} \leftrightarrow \bar{q}$ ve tersi.

Yani bir karşılıklı-koşullu her iki taraftan değillenebilir.

Bağdaşmazlık, devrik-koşul ve tekil-önerme için doğruluk değeri gelişimi yardımıyla, yasaların hangi türlerinin geçerli olduğu bizzat denenebilir. İndirgeme yasaları 264, 2.74, 2.84 ve 2.94 bu eklemlerin her defasında bağdaşmazlık üzerinden indirgenebileceğini göstermektedir; ayrıca bu önerme eklemlerinin tümü için de söz konusudur: Onların tümü bağdaşmazlık ekleminden elde edilebilir. Bundan başka önermeler mantığının tüm yasalarının, aksiyom denilen ayırım kuralı 2.88' ve *yerleştirme kuralı* sayesinde birkaç temel yasadaki hareketle kanıtlanabilir olduğu gösterilebilir:

2.991' Tüm yerlerde Z nin yerine X 'in konulmasıyla, Z nin bir alt deyimi X , Y deyiminin yerine konulabilir.

Aksiyom olarak örneğin aşağıdaki 4ü yeterlidir:

$$2.992 \quad \vdash p \vee p \rightarrow p \quad (\text{karş. 2.73, 2.961})$$

$$2.993 \quad \vdash p \rightarrow p \vee q$$

$$2.994 \quad \vdash p \vee q \rightarrow q \vee p \quad (\text{krş. 2.71})$$

$$2.995 \quad \vdash p \rightarrow q \cdot \rightarrow \cdot r \vee p \rightarrow r \vee q$$

Ayırım kuralı 2.88'den yerleştirme kuralı 2.991' ve 4 aksiyom 2. 992-5 den önermeler kalkülü önermelerinin türetileceği Bochenski'nin § 8'de gösterilmektedir.

3. Yüklemler Üzerine

İşaretler öğretisinde deyimlerin *yüklem* ve *adlara* bölünmesini öğrendik. Bir örnek vermek gerekirse, “Gül kırmızıdır” önermesi “kırmızıdır” yüklemi ve “gül” adına bölünmektedir.

3.011 {kırmızıdır} (gül)

Bu örneğin yapısı genel tarzda şöyle yazılabilir:

3.012 {f} (a)

Burada *a* konu olarak bireysel bir ad görevi görürken, *f* yüklem olarak bu argümana bir nitelik kazandıran ve böylece de bir önermeyi oluşturan bir yüklemidir. Böylesi bir deyime *yüklemci* diyoruz. *Yüklem*den *bir niteliğin adını* anlıyoruz. *Birli yüklem*ler *niteliklerin adları*, *çoklu yüklem*ler *ilişkilerin adlarıdır*. Yüklemci yüklemi ve onun adla bağlantısını ifade eder, yani *nitelik artı koşacı* (*kopula*) içerir.

Birli yüklemli önermelere örnekler:

3.013 {Fransa'nın başkentidir} (Paris)

3.014 {sigara içiyor} (Peter)

3.015 {beyazdır} (tebeşir)

3.016 {asal sayıdır} (17)

İkili yüklemlere örnekler:

3.021 {in öğretmenidir} (Sokrates, Platon'un)

3.022 {selamlıyor} (Bay Miller, Bay Lehmann'ı)

3.023 {daha büyüktür} (Hamburg, Bremen'den)

3.024 {yiyip bitirdi} (Ursula, bir porsiyon ıstakozu)

Genel olarak:

3.025 $f(a, b)$

Üçlü yüklemlere örnekler:

3.031 {veriyor} (Klaus, Dieter'e, kitabı)

3.032 {in çarpımıdır} (12, 3, 4)

3.033 {aktarıyor} (büyükelçi, bakana, sözleşme koşullarını)

Genel olarak:

3.034 $f(a, b, c)$

Dörtlü yüklemlere örnekler:

3.041 {arasındadır} (Hollanda, Almanya, Belçika, Kuzey Denizi)

3.042 {yürüyüşe çıkıyor} (Albert, Ulla ile, akşamları, Alster kenarında)

Genel olarak:

3.043 $f(a, b, c, d)$

Bir ad boş bir yere koyulduğunda, 3.012'den şu elde edilir:

3.11 $f()$

Boş yer bireysel bir değişken sayesinde gösterilebilir.

O zaman şu meydana gelir:

3.12 $f(x)$

Bu şekilde ortaya çıkan yapıya *önerme biçimi (formu)* denir. Değişkenlerin yerine değişmezlerin yerleştirilmesiyle tekrar doğru ve yanlış önermeler elde edilir.

3.13 $f(a)$

Bir önerme biçimi, *bağımsız* değişkenler *niceleme işaretleriyle bağlanarak* önermeye dönüştürülebilir.

3.14 $\forall x f(x)$ okunuşu: her x için $f x$

$\forall x$ *tümel niceleyici* veya *tüm operatör* demektir. Arasına bu "(x)" diye yazılır.

3.15 $\exists x f(x)$ okunuşu: Bazı x ler için $f x$ (f olan en az bir x vardır)

$\exists x$ (gibi bir deyme) *tikel niceleyici* veya *varlık operatörü* denir. Arasına bu “ $\exists x$ ” veya “ $(\exists x)$ ” diye de yazılır.

Tümel niceleme, boş yerlere *tüm* yerleştirmelerde doğru önermeleri meydana getiren önerme biçimi anlamına gelir, yani:

$$3.161 \quad \forall x f(x) =_{Dk} f(a_1) \wedge f(a_2) \wedge f(a_3) \wedge \dots$$

Buna karşılık *tikel-niceleme*, boş yere yerleştirilenlerden *en az birinin* doğru bir önerme meydana getirdiği anlamına gelir, yani:

$$3.162 \quad \exists x f(x) =_{Dk} f(a_1) \vee f(a_2) \vee f(a_3) \vee \dots$$

Demek ki adların sonlu alanı söz konusu olduğu sürece, her bir işlev yalnızca kısaltmaları gösterir. Onlar ortaklaşa *niceleme işaretleri* diye adlandırılır. “ $\forall$ ” ve “ $\exists$ ” işaretlerinin her biri *niceleyicidir*; bazen niceleme işareti yerine basitçe *niceleyici* de denilir. *Principia Mathematica*’da parantez içerisinde yazıldıkları için, *parantez işaretleri* diye adlandırılırlar.

Niceleme işaretleri bir önerme biçiminden bir önerme oluşturan işlevlerdir. Önerme biçimindeki benzer değişkenler niceleyicilerin eşbiçimli değişkenleri sayesinde *bağlanır*, b.d. onlar için şimdi daha fazla değişmez yerleştirilemez. *Bağımsız* değişken, *gerçek* değişken, *bağlı* değişken ise *sözde* değişken diye de adlandırılır.

Aşağıdaki her iki formülde x bağımsız bir değişkene örnek oluşturur:

$$3.171 \quad f(x) \rightarrow g(x)$$

$$3.172 \quad \forall y \cdot f(y) \leftrightarrow g(x)$$

Aşağıdaki üç formülde x bağlı bir değişkene örnek oluşturur:

$$3.181 \quad \exists x \cdot f(x) / g(x)$$

$$3.182 \quad \forall x f(x) \rightarrow f(y)$$

$$3.183 \quad \forall x \exists y \cdot f(x) \rightarrow g(y)$$

Yazım tarzı üzerine: Niceleme işareti daima ancak onu dolaysız bir şekilde izleyen önerme biçimini kapsar. Geçerlilik alanının genişlemesi gerekiyorsa ona noktalar eklenir. Daha sonra o aynı sayıların bir nokta grubuna değin genişler, örneğin şunda;

$$3.19 \quad \forall x : f(x) \rightarrow \cdot p \vee f(x) : \leftrightarrow \cdot q \wedge \exists x \cdot f(x) \rightarrow g(x)$$

tümel niceleyici karşılıklı-koşulluya, tikel niceleyici formülün sonuna değin genişleyebilir.

Bir önerme biçiminin tüm değişkenleri bir tümel-niceleyici yardımıyla bağlandığında *genelleştirmeden* söz edilir; tümü bir tikel-niceleyici yardımıyla bağlandığında buna *tikelleştirme* denir. İkili koşul önermesinin genelleştirmesi *biçimsel koşullu*, bir karşılıklı koşullununki *biçimsel karşılıklı-koşullu* adını alır.

Örnekler:

$$3.211 \quad \forall x \cdot f(x) \rightarrow g(x) \text{ biçimsel koşullu}$$

$$3.212 \quad \forall y \cdot f(y) \leftrightarrow g(y) \text{ biçimsel karşılıklı-koşullu}$$

Biçimsel koşullu veya biçimsel karşılıklı-koşulludan farklı olarak *içeriksel* koşullu veya karşılıklı-koşulludan da söz edilir, eğer bunlar önermeler kalkülü formülü içinde ortaya konulursa. Biçimsel koşullu, konuşulan günlük dilin tümel yargılarını belirtmek için kullanılabilir.

Örnekler:

“Bütün kargalar siyahtır”; “K ()” “karga” yüklemcisini ve “S ()” “siyahtır” yüklemcisini gösterir, böylece:

$$3.221 \quad \forall x \cdot K(x) \rightarrow S(x) \quad \text{tümel-olumlu yargı meydana gelir.}$$

“Hiçbir kuş memeli değildir” buna uygun olarak:

$$3.222 \quad \forall x \cdot K(x) \rightarrow \bar{M}(x) \quad \text{tümel-olumsuz yargı meydana getirir.}$$

Bununla birlikte burada özellikle, ön-bileşen yanlış olsa da hi koşullunun yine de doğru olduğuna dikkat etmek gerekir, b.d. eğer hiçbir karga veya hiçbir kuş olmasa da. Yani Aristotelesçi mantıkta (ve konuşulan dilde) esaslı olarak kabul edildiği gibi, yalnızca en az bir bireye karşılık gelen yüklem kullanılabilir. Aristotelesçi mantığın tüm yasalarını elde etmek için bu varsayımı kalkülümsü türetmelerde hesaba katmak ve yüklemelerin değillemelerinin en az bir bireye karşılık geldiğinden emin olmak gerekir. Bu şekilde formüller bazen uzun ve etraflıca olurlar, b.d. yüklem kalkülü klasik tümel yargıların iyi bir şekilde ö-

zellemeleri (dolaylaması) için uygun değildir. Yukarıdaki her ikisinin özellemleri buna göre şu yapıya sahip olur:

$$3.221' \quad \forall x \cdot K(x) \rightarrow S(x) \cdot \wedge \exists x K(x) \wedge \exists x S(x) \wedge \exists x \bar{K}(x) \wedge \exists x \bar{S}(x)$$

$$3.222' \quad \forall x \cdot K(x) \rightarrow \bar{M}(x) \cdot \wedge \exists x K(x) \wedge \exists x M(x) \wedge \exists x \bar{K}(x) \wedge \exists x \bar{M}(x)$$

Tikel yargıların özellemesi tikel niceleme işareti ve tümel evetleme eklemi yardımıyla başarılıdır. *Tikel-olumlu* bir yargıya örnek: “Bazı mantıkçılar pipo içer”den:

$$3.223 \quad \exists x \cdot M(x) \wedge P(x) \quad \text{meydana gelir.}$$

Tikel-olumsuz bir yargıya örnek: “Bazı Amerikalılar beyaz değildir”den:

$$3.224 \quad \exists x \cdot A(x) \wedge \bar{B}(x) \quad \text{meydana gelir.}$$

Burada gerçi yüklem olan bireylerin varlığı korunmuştur. Ama kalkülümsü türetmeler de, değillemelerin boş yüklem oluşturmaması için korunmak zorundadır. (Bir bireye karşılık gelmeyen yüklem *boş bir yüklemdir*.)

O zaman formüller şöyle olur:

$$3.223' \quad \exists x \cdot M(x) \wedge P(x) \cdot \wedge \exists x \bar{M}(x) \wedge \exists x \bar{P}(x)$$

$$3.224' \quad \exists x \cdot A(x) \wedge \bar{B}(x) \cdot \wedge \exists x \bar{A}(x) \cdot \wedge \exists x B(x)$$

Sonradan göreceğimiz gibi, *küme kalkülü* Aristotelesçi yargı türlerini betimlemek için daha uygundur.

Şimdi yalnızca yüklemciler değil, aynı zamanda niceleyiciler de değillenebilir. Örnek:

“Her bulut yağmur getirmez”

$$3.231 \quad \bar{\forall} x \cdot B(x) \rightarrow Y(x)$$

“Beyaz olan fare yoktur.”

$$3.232 \quad \bar{\exists} x \cdot F(x) \wedge B(x)$$

Niceleyiciler ile yüklemcilerin değillemeleri arasında aşağıdaki yasalı ilişki ortaya çıkar:

$$3.233 \quad \vdash \forall x f(x) \leftrightarrow \bar{\exists} x \bar{f}(x)$$

$$3.234 \vdash \bar{\forall}x f(x) \leftrightarrow \exists x \bar{f}(x)$$

$$3.235 \vdash \exists x f(x) \leftrightarrow \bar{\forall}x \bar{f}(x)$$

$$3.236 \vdash \bar{\exists}x f(x) \leftrightarrow \forall x \bar{f}(x)$$

Bu dört yasa, eğer genelleştirme bir tümel-evetlemenin (krş. 3.161) ve tikelleştirme bir tikel-evetlemenin kısaltılması şeklinde kavranılırsa, De Morgan yasaları sayesinde kanıtlanabilir. Bunlar ilkesel olarak şöyle özetlenebilir:

3.237 Tüm niceleyiciler ve önerme biçimleri değillenir ve tümel niceleyicilerin yerine tikel niceleyiciler koyulur ve tersi, yapılırsa, önermenin doğruluk değeri aynı kalır. Tek tek şu kurallar meydana gelir:

3.233' Eğer $\vdash \forall x f(x)$ ise, o halde $\vdash \bar{\exists}x \bar{f}(x)$ ve tersi.

Örnek: “Her şey adlandırılabilir”, “Adlandırılmayan hiçbir şey yoktur” ile eşdeğerdir. “Adlandırılabilir” yüklemi “A” ile gösterildiğinde, sembolik olarak şu şekli alır:

$$3.233'' \vdash \forall x A(x) \leftrightarrow \bar{\exists}x \bar{A}(x)$$

3.234 için şu örneği seçeriz: “Herkes sigara içmez”, bu şu demektir, “Sigara içmeyenler vardır”, sembolleştirildiğinde:

$$3.234'' \vdash \bar{\forall}x S(x) \leftrightarrow \exists x \bar{S}(x)$$

3.235 yasası şöyle bir örnekle aydınlatılabilir: “Sağlıklı olanlar vardır”, bu “Herkes için, onlar sağlıklı değildir denilemez” ile eşdeğerdir, sembolleştirildiğinde:

$$3.235'' \vdash \exists x S(x) \leftrightarrow \bar{\forall}x \bar{S}(x)$$

3.236 için: “Seyahat eden (biri) yoktur” aynen şunun gibidir; “Tüm varlıklar için, ki onlar seyahat etmezler”, formül olarak:

$$3.236'' \vdash \bar{\exists}x S(x) \leftrightarrow \forall x \bar{S}(x)$$

Bu şekilde özetlenen ifadeler *dönüştürülebilir* ve örneğin şu kanıtlanabilir: “Tüm İskoçlar tasarruf ederler” şununla eşdeğerdir:

“Tasarruf etmeyen hiçbir İskoç yoktur.” “İ” “İskoç”u, “T” “tasarruf etme”yi gösterebilir. O zaman bizim varsayımımız meydana gelir:

$$3.241 \quad \forall x \cdot \dot{I}(x) \rightarrow T(x),$$

buradan 3.233'e göre

$$3.242 \quad \exists x \quad \overline{\dot{I}(x) \rightarrow T(x)},$$

buradan 2.85'e göre

$$3.243 \quad \exists x \cdot \dot{I}(x) \wedge \overline{T(x)}$$

ama bu bizim iddiamızdı.

Başka örnek olarak, "Her cimri İskoç değildir" önermesinin: "İskoç olmayan cimriler vardır" ile eşdeğer olduğu gösterilebilir.

$$3.251 \quad \overline{\forall x \cdot C(x) \rightarrow \dot{I}(x)}, \text{ buradan 3.234'e göre}$$

$$3.252 \quad \exists x \quad \overline{C(x) \rightarrow \dot{I}(x)} \quad \text{buradan 2.85'e göre}$$

$$3.253 \quad \exists x \cdot C(x) \wedge \overline{\dot{I}(x)}$$

Yüklemeler kalkülü çalışmasında aşağıdaki aksiyomlar kullanılır ki, onlar esasen yukarıda adı geçen niceleyicilerin tümel-etlemeli veya tikel-etlemeli yorumu dahilinde kolayca önermeler kalkülünde kanıtlanabilir:

$$3.31 \quad \vdash \forall x f(x) \rightarrow f(a)$$

$$3.32 \quad \vdash f(a) \rightarrow \exists x f(x)$$

İlki diyor ki: Eğer bir önerme biçimi tüm yerleştirmelerinde doğru önermeler meydana getirirse, o zaman belli bir ad a için de doğru bir önerme meydana getirir. Örnek: "Tüm cisimler yerçekimine tabi ise, bu kitap da yerçekimine tabidir."

2. aksiyom diyor ki: Eğer bir yüklem belli bir ad a 'yı karşılıyorsa, o zaman her halükarda ona karşılık gelen önerme biçiminden doğru bir önerme oluşturan bir yerleştirme vardır. Böylece örneğin: "Bu gül kırmızıdır"dan: "Kırmızı şeyler vardır" önermesi meydana gelir.

Her iki aksiyomdan ortaklaşa olarak koşul önermesinin geçişliliği gereğince (2.87) bir başka yasa türetilir:

$$3.33 \quad \vdash \forall x f(x) \rightarrow f(a) \cdot \wedge \cdot f(a) \rightarrow \exists x f(x) \cdot \rightarrow \cdot \forall x f(x) \rightarrow \exists x f(x)$$

Buradan hareketle ayırım kuralı 2.88' gereğince:

$$3.34 \quad \vdash \forall x f(x) \rightarrow \exists x f(x)$$

Bu şu demektir: Eğer bir önerme kalıbı tüm yerleştirmeler için doğru önermeler meydana getiriyorsa, o zaman en azından

doğru bir önerme meydana getirecek doğru bir yerleştirme ver-
melidir.

Kural:

3.34' Eğer bir önerme biçiminin genelleştirmesi iddia edili-
yorsa, tikelleştirilmesi de iddia edilebilir. (Evriği geçerli değildir.)

Yüklemler kalkülünün pek çok yasası 3.31-32 aksiyomların-
dan elde edilebilir. Ayrıca yüklem kalkülünde önerme kalkü-
lünün tüm yasaları ve aşağıdaki *analoji-ilkesine* göre türetilibi-
lecekler geçerli sayılır:

3.35 Önergeler kalkülünün her bir yasasından yüklem-
ler kalkülünün bir yasası, “ p ” için “ $f(x)$ ”, “ q ” için “ $g(x)$ ”, “ r ” için “ $h(x)$ ”,
“ s ” için “ $j(x)$ ” vd. yerleştirilerek ve hepsi genelleştirilerek elde edi-
lebilir.

Örnekler: *Çelişmezlik ilkesinin değillemesi/çelişmezlik ilkesi*

$$2.55 \quad \vdash \overline{p \wedge \overline{p}} \text{den}$$

$$3.36 \quad \vdash \forall x \overline{f(x) \wedge \overline{f(x)}} \text{ meydana çıkar, buradan 3.236'a göre:}$$

$$3.37 \quad \vdash \exists x \cdot f(x) \wedge \overline{f(x)}$$

Böylece çelişme ilkesinin değillemesinin yüklem-
ler mantığındaki formülasyonu şunu dile getirir: “Bir niteliğe aynı anda hem
sahip olan hem de olmayan bir nesne olamaz.”

Geçişlilik yasasından hareketle

$$2.87 \quad \vdash p \rightarrow q \cdot \wedge \cdot q \rightarrow r \cdot \rightarrow \cdot p \rightarrow r \text{ meydana gelir:}$$

$$3.38 \quad \vdash \forall x : f(x) \rightarrow g(x) \cdot \wedge \cdot g(x) \rightarrow h(x) \cdot \rightarrow \cdot f(x) \rightarrow h(x)$$

Buradan aksiyom 3.33 gereğince:

$$3.39 \quad \vdash f(a) \rightarrow g(a) \cdot \wedge \cdot g(a) \rightarrow h(a) \cdot \rightarrow \cdot f(a) \rightarrow h(a)$$

Şimdi “ a ” “bu hayvan”, “ f ” “büyük ağı dişlere sahip”, “ g ” “ge-
viş getiren”, “ h ” “çift tırnaklı” anlamına gelsin. O zaman şu mey-
dana gelir: “Bu hayvan büyük ağı dişlerine sahipse, geviş getiren
bir hayvandır ve geviş getiren bir hayvansa, çift tırnaklıdır, ge-
çerliyse; buradan şu çıkar: Bu hayvan ağı dişlere sahipse, çift
tırnaklıdır.”

Niceleyiciler için *dağıtıcılık yasası* da önemlidir.

$$3.41 \quad |- \forall x \cdot f(x) \wedge g(x) \leftrightarrow \forall x f(x) \wedge \forall x g(x)$$

Tümel niceleyici tümel-evetlemeye oranla dağıtıcıdır (distributif).

Örnek: Eğer, “Her silah bir namlu ve bir tetik düzeneğine sahiptir” geçerliyse, o zaman: “Her silah bir namluya sahiptir ve her silah bir tetik düzeneğine sahiptir” de geçerlidir. Aynı şekilde bunun evriği de geçerlidir.

$$3.42 \quad |- \exists x \cdot f(x) \wedge g(x) \cdot \rightarrow \exists x f(x) \wedge \exists x g(x)$$

Örnek: Eğer, “İki zamanlı motorlu ve önden çekişli bir otomobil vardır” geçerliyse, o zaman: “İki zamanlı motorlu bir otomobil vardır ve önden çekişli bir otomobil vardır” da geçerlidir. Burada evirme asla daima doğru olamaz. Karşı örnek: Eğer evli bir insan varsa ve Papa olan bir insan varsa, o zaman buradan asla, evli olan bir insan vardır ve aynı zamanda Papa’dır sonucu çıkmaz.

$$3.43 \quad |- \exists x \cdot f(x) \vee g(x) \cdot \leftrightarrow \exists x f(x) \vee \exists x g(x)$$

Örnek: Eğer, “Mantık veya psikoloji okuyan bir öğrenci vardır” geçerliyse, o zaman: “Mantık okuyan bir öğrenci vardır veya psikoloji okuyan bir öğrenci vardır” da geçerlidir. Aynı şekilde evriği de geçerlidir.

$$3.44 \quad |- \forall x f(x) \vee \forall x g(x) \rightarrow \cdot \forall x \cdot f(x) \vee g(x)$$

Böylece bir tikel-evetlemeden bir tümel niceleyici dışta bırakılabilir, gerçi o genel olarak tikel-evetlemeye oranla dağıtıcı değildir.

Örnek: Eğer, “Bu çiçek tarlasının tüm laleleri kırmızıdır veya bu çiçek tarlasının tüm laleleri sarıdır” geçerliyse, o zaman: “Bu çiçek tarlasının tüm laleleri kırmızı veya sarıdır” da geçerlidir. Bununla birlikte evriği geçerli değildir: “Bu çiçek tarlasının tüm laleleri kırmızı veya sarıysa, bu çiçek tarlasının tüm laleleri kırmızıdır veya bu çiçek tarlasının tüm laleleri sarıdır”; çünkü her iki renk aynı anda varolabilir.

$$3.45 \quad \vdash \forall x \cdot f(x) \rightarrow g(x) \cdot \rightarrow \cdot \forall x f(x) \rightarrow \forall x g(x)$$

Örnek: “Eğer her öğrenci için: Kim felsefe okursa günümüzün felsefe akımlarını anlar” geçerliyse, o zaman: “Eğer tüm öğrenciler felsefe okuyorlarsa, o halde günümüzün düşünsel akımlarını anlarlar” da geçerlidir.

$$3.46 \quad \vdash \forall x \cdot f(x) \leftarrow g(x) \cdot \rightarrow \cdot \forall x f(x) \leftarrow \forall x g(x)$$

Örnek: “Eğer her öğrenci için: Yalnızca Grekçe bilen felsefe-de doktora yapabilir” geçerliyse, o zaman: “Eğer tüm öğrenciler Grekçe bilirse, tüm öğrenciler felsefede doktora yapabilir” de geçerlidir.

$$3.47 \quad \vdash \forall x \cdot f(x) \leftrightarrow g(x) \cdot \rightarrow \cdot \forall x f(x) \leftrightarrow \forall x g(x)$$

Örnek: “Eğer her sayı için: Bir sayı 3’e ancak ve ancak rakamlarının toplamı 3’e bölünebilirse bölünür” geçerliyse, o zaman: “Ancak ve ancak, her sayının rakamlarının toplamı üçe bölünebilirse, her sayı 3’e bölünebilir” de geçerlidir. Evirme her zaman geçerli değildir, çünkü: “Ancak ve ancak tüm sayılar asal sayı ise, tüm sayılar tek sayıdır” önermesinden asla: “Tüm sayılar için, onlar tam olarak ancak, eğer tek sayı iseler, asal sayıdırlar” sonucu çıkmaz. İlk önerme böylece doğrudur, çünkü o iki yanlış önermenin eşdeğerliğini ortaya koyar; buna karşın ikinci önerme yanlıştır. Ama eğer yanlış bir önerme doğru iki önermeden meydana gelirse, yanlış bir koşul önermesi söz konusudur! (krş. 0.27’e göre)

Eğer x ’in p ’de ortaya çıkmayacağı kabul edilirse o zaman şunlar geçerlidir:

$$3.481 \quad \vdash \forall x \cdot f(x) \vee p \cdot \leftrightarrow \forall x f(x) \vee p$$

$$3.482 \quad \vdash \exists x \cdot f(x) \vee p \cdot \leftrightarrow \exists x f(x) \vee p$$

$$3.483 \quad \vdash \forall x \cdot p \rightarrow f(x) \cdot \leftrightarrow p \rightarrow \forall x f(x)$$

$$3.484 \quad \vdash \exists x \cdot p \rightarrow f(x) \cdot \leftrightarrow p \rightarrow \exists x f(x) \text{ geçerlidir.}$$

Bununla beraber niceleyici aşağıdaki iki önermede değişir:

$$3.485 \quad \vdash \forall x \cdot f(x) \rightarrow p \cdot \leftrightarrow \exists x f(x) \rightarrow p$$

$$3.486 \quad |- \exists x \cdot f(x) \rightarrow p \cdot \leftrightarrow \forall x f(x) \rightarrow p$$

Önermeler kalkülünün biraz önce belirtilen yasaları yüklem-ler kalkülünde meydana gelir:

$$3.491 \quad |- \forall x \cdot f(x) \rightarrow g(x) \cdot \wedge \exists x f(x) \cdot \rightarrow \exists x g(x) \text{ (krş. 2.88)}$$

Buradan hareketle şu kural oluşur:

$$3.491' \quad \text{Eğer } |- \forall x \cdot f(x) \rightarrow g(x) \text{ ve } |- \exists x f(x) \text{ ise, o halde } |- \exists x g(x)$$

Örnek: “Tüm kuşlar tüylüdür” ve “Burada kuşlar var” verilmiş olsun, buradan hareketle şu sonuca varılabilir: “Burada tüylü hayvanlar vardır”.

$$3.492 \quad |- \forall x \cdot f(x) \rightarrow g(x) \cdot \wedge f(a) \cdot \rightarrow g(a) \text{ (krş. 2.88)}$$

Bunun için uygun bir kural 3.492' oluşturulabilir. Örnek olarak: “Tüm dikdörtgenler eşit diyagonallere sahiptir” ve “Bu şekil bir dikdörtgendir”, demek ki: “Bu şekil eşit diyagonallere sahiptir”. 3.492' kuralı klasik mantıkta Barbara tasımına karşılık gelir.

$$3.493 \quad |- \forall x \cdot f(x) \rightarrow g(x) \cdot \wedge \bar{g}(a) \cdot \rightarrow \bar{f}(a) \quad \text{modus tollendo tollens}$$

Örnek: “Tüm Westfalya'lılar Alman'dır” ve “Bay Dupont Alman değildir, demek ki: “Bay Dupont Westfalyalı değildir.”

*İkili yüklem*ler iki adın bir yükleme karşılık geldiği eklemlerdir. Örnek: “Hamburg Elbe'nin kenarındadır”

$$3.511 \quad \{ \text{kenarındadır} \} (\text{Hamburg, Elbe})$$

Genel olarak:

$$3.512 \quad f(x,y)$$

İkili bir yüklem ikili bir özellik veya ilişkinin adıdır. Üç veya daha fazla bireyler arasında ilişkiler de söz konusudur ve buna uygun olarak *üçlü*, *dörtlü*, *beşli* yüklemeler vardır. (krş. 3.03-04)

Bunun için uygun önerme biçimleri oluşturulabilir (Scholz *izergelerden* söz eder). Bir yüklem hane sayısı, parantezlerden sakınmak için, bir indeks sayesinde de gösterilebilir, yani;

$$3.513 \quad f_3 x,y,z$$

Çoklu nicelemeler için aşağıdaki kurallar geçerlidir:

$$3.521 \quad \forall xy \, f(x,y) =_{Dk} \forall x \cdot \forall y \, f(x,y)$$

$$3.522 \quad \exists xy \, f(x,y) =_{Dk} \exists x \cdot \exists y \, f(x,y)$$

$$3.523 \quad \forall x \exists y \, f(x,y) =_{Dk} \forall x \cdot \exists y \, f(x,y)$$

$$3.524 \quad \exists x \forall y \, f(x,y) =_{Dk} \exists x \cdot \forall y \, f(x,y)$$

Niceleyicilerin sıralanışı yalnızca kısmen değişebilir.

$$3.531 \quad \vdash \forall x \forall y \, f(x,y) \leftrightarrow \forall y \forall x \, f(x,y)$$

$$3.352 \quad \vdash \exists x \exists y \, f(x,y) \leftrightarrow \exists y \exists x \, f(x,y)$$

Yalnızca tümel veya yalnızca tikel niceleyiciler bir önerme biçiminin önünde yer alırsa, önermenin doğruluk değerine zarar vermeden niceleyicilerin sıralaması değiştirilebilir.

$$3.533 \quad \vdash \exists x \forall y \, f(x,y) \rightarrow \forall y \exists x \, f(x,y)$$

Bu yasa geçerli bir şekilde evrilemez. Örnek: “*f*” “daha büyük” anlamına gelsin, değişkenler sayıların bireysel alanına göre düzenlenmiş olsun. O zaman içeren (İmplikans) söz konusudur: “Tüm sayılardan büyük olan bir sayı vardır.” Ama en büyük bir sayı olduğu gerçekte yanlıştır. İçerilen (İmplikat) şöyle olur: “Her sayı için daha büyük bir sayı vardır”, ve bu doğrudur. Yukarıdaki önerme evrildiğinde, doğru bir önermeden, yetersiz olan yanlış bir önerme çıkarsanmış olur (krş. 0. 27’e göre). Çoklu yüklemeler zorunlu olarak matematik kanıtların formülasyonunda kullanılır. Örneğin ünlü *paralellik aksiyomu* şöyledir: “Bir doğruya o doğrunun dışındaki bir noktadan sadece bir paralel çizilebilir”. Bu zamana kadar ki araçlarımızla bunu şöyle ifade edebiliriz: “Bir *x* nesnesi vardır, bu bir doğrudur, ve bir *y* nesnesi vardır, bu bir noktadır, ve bir *z* vardır ki bu bir doğrudur ve *z*’yi kesiyor ve *x* *z* ile paraleldir ve doğru olan tüm *u* nesneleri *y*’yi keserler ve *x*’e paraleldirler’den: onlar *z* ile ayırdırlar.”

$$3.54 \quad \exists x \exists y \exists z \forall u: \{doğru\} (x) \wedge \{nokta\} (y) \wedge \{doğru\} (z) \wedge \{kesiyor\} (z,y) \wedge \{paralel\} (x,z) \wedge \{doğru\} (u) \wedge \{kesiyor\} (u,y) \wedge \{paralel\} (u,x) \rightarrow \{özdeş\} (u,z)$$

Bu önerme mantıksal bir yasa oluşturmuyor, bu demektir ki, eğer özel yüklemeler “doğru çizgi”, “nokta” vb. yerine yüklem değişkenleri “ f ”, “ g ” vb. koyulursa, önerme geçerli olmaz. Ancak daha sonra onun geçerli olacağı uygun yerleştirme durumları oluşturulabilir. Onun tutarlı olduğunu söylüyoruz.

Tutarlı yüklemsi deyimlere örnekler:

$$3.551 \quad \exists x f(x)$$

Bu, “ f özelliğine sahip olan bir şey var demektir. “ f örneğin “kırmızı” anlamına gelirse, o zaman bu: “Kırmızı şeyler vardır” demektir.

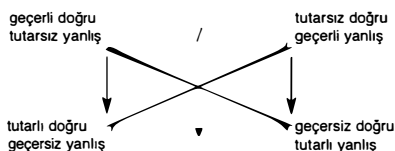
$$3.552 \quad \forall x f(x)$$

Bu, tüm şeyler f niteliğine sahiptir demektir. Bu önerme de, eğer biz örneğin “ f ’yi “kendiyile özdeşdir” diye anlamlandırırırsak kesin olarak tutarlıdır:

$$3.553 \quad \exists x \exists y \cdot f(x) \wedge \bar{f}(y)$$

Biz “ f ’yi yalnızca “çift sayı” olarak yorumlamak durumundayız, o zaman şöyle olur: “Çift ve tek sayılar vardır”. “Geçerlilik” ve “tutarlılık”tan hareketle mantıksal bir kare oluşturulabilir:

3.554



Böylece bir önerme biçimi aynı anda geçerli doğru ve geçerli yanlış olamaz. Ama aynı anda tutarlı doğru ve tutarlı yanlış olabilir. Geçerli doğru olduğunda, tutarlı doğrudur da, ama tersi değil. Geçerli yanlış olduğunda, geçerli doğru olamaz, ama tersi değil.

Belli bir birey alanında tutarlı olma, her birey alanında tutarlı olma anlamına gelmez.

Örneğin aşağıdaki formül:

• 3.555 $\forall x \forall y f(x,y)$

(Eğer “ f ’den farklı” anlamına geliyorsa) kesin olarak en az *iki* bireyin olduğu bir alanda tutarlıdır, ama eğer yalnızca *bir* birey varsa tutarsızdır. Şimdi:

3.556 Eğer bir formül n bireyli bir birey alanında tutarlı oluyorsa, o zaman n den (daha) fazla birey içeren her alanda da tutarlıdır.

Bu yüzden *n-sayılı birey alanları* veya *n-sayılı dünyalardan* söz edilebilir.

Adı (konusu) önerme veya önerme biçimi olan bir yüklem “tutarlı”dır. Bireylere ad olarak sahip olan yüklemelere 1. *dereceden yüklem*ler de denir. Ad olarak bireyler yerine 1. dereceden yüklemelere sahip olan yüklemelere 2. *dereceden yüklem*ler denir. Örnek: “Aynı büyüklüktedir’ yüklemi bakışımıdır”.

3.61 {bakışimli} (aynı büyüklüktedir)

Bu tür yüklem-yüklemleri yeniden önerme biçimlerini oluşturabilir ve onları niceleyebilirler.

Örnek olarak eklemlerin yapısal özelliklerini tanımlamak için eklemden ad olarak ve buna karşılık gelen yapısal nitelik (özellik) 2. dereceden yüklem olarak ele alınır:

3.621 {geçişli} (f) $=_{Dk} \forall x \forall z \exists y f(x,y) \wedge f(y,z) \rightarrow f(x,z)$

3.622 {bakışimli} (f) $=_{Dk} \forall x \forall y f(x,y) \leftrightarrow f(y,x)$

3.623 {denkgüçlü} (f) $=_{Dk} \forall x \cdot f(x,x) \leftrightarrow f(x)$

3.624 {kontrapotent} (f) $=_{Dk} \forall x \cdot f(x,x) \leftrightarrow \bar{f}(x)$

3.625 {yansımali} (f) $=_{Dk} \forall x \cdot f(x,x)$

3.626 {kontraponibel} (f) $=_{Dk} \forall x \forall y \cdot f(x,y) \leftrightarrow f(\bar{y}, \bar{x})$

3.627 {çevrimsel} (f) $=_{Dk} \forall x \forall y \cdot f(x,y) \leftrightarrow f(\bar{x}, \bar{y})$

Tam tümevarım ilkesi: “ f ’nin tüm özellikleri için: f 1 sayısına karşılık gelir ve x ’e karşılık geldiği sürece, x de diğer sayıya karşılık gelirse, f tüm sayılara karşılık gelir.” Bu şöyle sembolleştirilir:

$$3.63 \quad \forall f: f(1) \wedge \cdot \forall xy \cdot f(x) \wedge \{ \text{takip ediyor} \} (y, x) \rightarrow f(y) \cdot \rightarrow \forall x f(x)$$

Şimdi önerme de oluşturulabilir:

$$3.641 \quad f(f)$$

Bu demektir ki: “*f* bizzat kendini içerir.” Bundan sonra “*f* bizzat kendini içermez” yaklaşık olarak “*g*” yüklemi sayesinde gösterilebilir ve aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$3.642 \quad g(f) =_{DK} \bar{f}(f) \text{ buradan biz:}$$

$$3.643 \quad g(f) \leftrightarrow \bar{f}(f) \text{ elde ederiz ve 2.991' kuralına göre } f' \text{'in her geçişinde } g' \text{'yi yerleştiririz:}$$

$$3.644 \quad g(g) \leftrightarrow \bar{g}(g) \text{ -ama bu bir çelişkidir! (krş. 2.89)}$$

3.642-4'ün türetimi aşağıdaki örneklerle açıklanacak olursa: Bir sözcük dile getirdiği özelliğe bizzat sahipse *autolog*dur. Örneğin “dreisilbig (üç heceli)” sözcüğü bizzat üç heceli olduğundan *autolog*dur. Aynı şekilde “Wort (sözcük)” sözcüğü bir sözcüktür ve dolayısıyla da *autolog*dur, benzer şekilde “töz”, “okunabilir”, “basılı” vb. Bir sözcüğün dile getirdiği şey bizzat kendi değilse ona *heterolog* diyoruz; örneğin “einsilbig (tek heceli)” sözcüğü bizzat tek heceli değil, tersine üç hecelidir ve dolayısıyla da *heterolog*dur. Benzer şekilde “masa” sözcüğü bizzat masa değildir, böylece *heterolog*dur (ve çoğu sözcükler!). Şimdi durum bizzat “*heterolog*” sözcüğü için nasıldır? Eğer o *heterolog*sa bizzat kendini içermektedir, yani *autolog* olur; ama eğer *autolog*sa o zaman kendini içermemektedir, yani *heterolog*dur. Her durumda burada bir çelişki meydana geliyor: Demek ki gerçek bir *antinomi* (çatışkı) söz konusudur.

Böylece yüksek basamaklı yüklemeler mantığı başka garanti olmaksızın çelişkiden arınmış değildir. Bu *mantıksal çatışkının* (*antinomi*) 20. yüzyılın başlarında kümeler öğretisinde keşfi *matematikte temellendirme krizi* denilen şeye yol açtı. Bunun kaldırılması için pek çok deneme yapıldı. İlk ve en tanınmış Russell'in *tipler kuramı*dır. O yüklemelerin basamakları arasında bir ayrıma gitti ve bir yüklem adı olarak daima aynı tipten ifadelerin bir adın yerine koyulabileceğini ve eğer ad tip *n*'den ise, yüklem tip

$n+1$ 'den olacağını kesin olarak belirledi. Tip 0 basamağını bireyler oluşturur; böylece tip 1 basamağı bireysel yüklemelerdir, yüklem-yüklemleri tip 2 basamağıdır vb. Her ne kadar bu belirleme paradoksları kaldırsa da başka zorlukları beraberinde getirir.

Çok önemli bir ikili yüklem *özdeşliktir* (Identität). O şöyle tanımlanabilir:

$$3.71 \quad I(x,y) =_{Dk} \forall f \cdot f(x) \leftrightarrow f(y)$$

Bu G. W. Leibniz'in (1646-1716) ünlü *identitas indiscernibilium*'u, *ayrılmazların özdeşliği*dir.

Buna göre, tüm özelliklerinde (mekansal ve zamansal belirlemeler de özelliklerdir) f ile uyuşan iki nesne özdeşdir. Bu tanım bazı açılardan felsefi sorunlar içerdiğinden mantıkta bunlardan kaçınılmaya ve "özdeşlik" tanımlanamayan temel bir kavram olarak belirlenmeye çalışılıyor. Buna göre şu geçerli olur:

$$3.72 \quad |- \forall xy: I(x,y) \rightarrow \cdot \forall f \cdot f(x) \leftrightarrow f(y)$$

Özdeş olan iki nesne, tam olarak aynı özelliklere sahiptir. Burada önemli olan özdeşliğin bireyin, daha doğrusu birey adının bir özelliği olmasıdır. Özdeşlik iki adın aynı bireyi gösterdiğini dile getirir. İşaret olunanın bağıntısı dört haneli olur:

$$3.731 \quad \{i\text{şaret edilen}\} (n,a,g,l)$$

Bu şu demektir: Bir n adı bir a nesnesindeki belli bir g içeriğini l dilinde gösterir. Bununla birlikte n adı fonetik veya grafik bir yapıdır, a nesnesi tek bir nesne (birey), g içeriği bu bireyde içeren şeydir. (Bir birey böylece çok değişik içerikler altında kavranılabilir: "Straßburglu öğrenci, Friederike Brion'un arkadaşıydı", "Şiir yazar Frankfurtlu avukat eğlenceye daldı ve stajını ihmal etti", "Faust'un yazarı", "Weimarlı bakan ve dük Ernst August'ün arkadaşı" her biri aynı birey Goethe'deki farklı içerikleri kastedmektedir.) Dil birlikte (bir bütünlük içinde) bildirilmelidir, çünkü farklı dillerdeki adlar farklı anlamlara gelebilirler.

Şimdi iki farklı ad n ile m 'nin iki işaret bağıntısına karşılık geldikleri, onların geri kalan üç adının biçimdeş olduğu belirlenmiş olsun:

3.731 $\{i\text{şaret edilen}\} (n,a,g,l)$

3.732 $\{i\text{şaret edilen}\} (m,a,g,l)$

bu şekilde bu iki bağıntıdan beş haneli bir bağıntı elde edilebilir, ve bu özdeşliktir:

3.733 $l(n,m,a,g,l)$

Böylece *özdeşlik*, iki farklı adın aynı dilde aynı içeriği gösterdiği zaman ortaya çıkan ilişkidir.

Buna karşın özellikler ve kümelerde özdeşlikten değil *eşitlik*-ten söz edilir: İki misafir aynı dilimi yiyemezler, tersine en fazla aynı özelliklere sahip olan iki farklı dilimi. Eğer baba ve oğul aynı otomobile sahipler, ikisi birlikte yalnızca *bir taneye* sahip olurlar; ama eğer *eşit* (*benzer*) otomobile sahipler, o zaman bu onların aynı tip, aynı renk vb. *iki* otomobile sahip oldukları anlamına gelir.

“*Farklı*” sözcüğü maalesef çok anlamlıdır: o “*özdeş olmayan*” ve “*eşit olmayan*” anlamlarına gelebilir. B. v. Freytag-Löringhoff “*özdeş olmayan*” yerine “*başka (divers)*” diyor; Scholz “*ayrı (distinkt)*” diyor. Özdeşlik için farklı bir yazım tarzı şu şekilde olabilir:

3.741 $x \equiv y =_{Dk} \bar{O}(x,y)$

3.742 $x \not\equiv y =_{Dk} \overline{x \equiv y}$

Özdeşliğin bir diğer önemi sayısal önermeleri belirtebilmesinden ileri gelir:

3.751 $\exists_1 f =_{Dk} \exists x f(x)$

Bu *eklem birli-minimatördür*. Söylenişi: “En azından bir *f* vardır”.

3.752 $\exists_2 f =_{Dk} \exists xy \cdot x \not\equiv y \wedge f(x) \wedge f(y)$

Bu *eklem ikili-minimatördür*; söylenişi: “En az iki *f* vardır”; o *f* yüklemine karşılık gelen en az iki nesne olduğunu söyler.

3.753 $\exists_3 f =_{Dk} \exists xyz \cdot x \not\equiv y \wedge x \not\equiv z \wedge y \not\equiv z \wedge f(x) \wedge f(y) \wedge f(z)$

Üçlü-minimatör

$$3.754 \quad \exists n f = D_k \exists x_1 \dots x_n \cdot x_1 \neq x_2 \wedge x_1 \neq x_3 \dots \wedge x_2 \neq x_3 \dots \wedge x_{n-1} \neq x_n \\ \wedge f(x_1) \wedge \dots \wedge f(x_n)$$

n'li-minimatör, *f* özelliğine sahip en az *n* nesnesi olduğunu söyler.

Örnekler:

$$3.751' \quad \exists_1 \quad \text{Ay, b.d. en azından bir Ay vardır}$$

$$3.752' \quad \exists_2 \quad \text{Dünya savaşı}$$

$$3.753' \quad \exists_3 \quad \text{Milyonu aşan Alman şehirleri}$$

$$3.754' \quad \exists_{12} \quad \text{Havariler (Apostel)}$$

$$3.755' \quad \exists_{106} \quad \text{Kimyasal elementler}$$

$$3.756' \quad \exists_{261} \quad \text{Papalar}$$

Minimatör yalnızca, verilen nesnelerin en az *n* tanesinin var olduğunu iddia ediyor; yani daha fazla olabilir; örneğin (muhtemelen gelecekte) daha fazla dünya savaşları, elementler ve Papalar olabilir. Eğer Paulus ve Barnabas birlikte sayılırsa 12'den fazla havari olur.

$$3.761 \quad \exists n! f = D_k \bar{\exists}_{n+1} f$$

Bu *eklem maksimatördür* ve yüklem *f*ye karşılık gelen en fazla *n* nesnesi olduğunu dile getirir. *En fazla n*'nin *f*için varolması, *en az n+1*'in *f*için varolmaması anlamına gelir.

$$3.762 \quad \exists_2! f \leftrightarrow \exists xy \forall z : z \neq y \rightarrow z \equiv x \cdot \wedge \cdot z \neq x \rightarrow z \equiv y \cdot \wedge f(x) \wedge f(y)$$

Örnekler:

$$3.761' \quad \exists_1! \quad \text{Şu an başta bulunan Papa, b.d. şu an başta bulunan en fazla bir papa vardır -ama hiçbir Papa olmayabilirdi de (Sedisvakanz zamanında olduğu gibi).}$$

$$3.762' \quad \exists_2! \quad \text{Bir yüzeyin iki tarafı, b.d. bir yüzey en fazla iki tarafa sahiptir, ama daha az da olabilir, örneğin möbius sayfası.}$$

$$3.763' \quad \exists_3! \quad \text{Federal Almanya'nın şehir devletleri b.d. Hamburg, Bremen ve Berlin; sonuncusu Federal Almanya'dan sayılmazsa yalnızca iki kalır.}$$

$$3.771 \quad \exists n!! f = D_k \exists n f \wedge \exists n! f$$

Bu *eklem* *numeratördür*. Söylenişi: “*Tam olarak n f vardır.*”

Örnekler:

3.771' $\exists_1!!$ Çift asal sayı

3.772' $\exists_2!!$ Bir sayının kare kökü

3.773' $\exists_3!!$ Yüksek şatoların kralı

3.774' $\exists_4!!$ Kutsal İnciller

3.775' $\exists_5!!$ Düzenli geometrik cisimler

Özdeşlik yansımalıdır (refleksif):

3.781 $\vdash a \equiv a$ b.d. “Her şey kendiyle özdeşdir”

3.782 $\vdash \forall x \cdot x \equiv x$, buradan 3.34'e göre:

3.783 $\vdash \exists x \cdot x \equiv x$

Özdeşliğin refleksifliğinden, en az bir birey vardır sonucu çıkar. *Özdeşlik ilkesi* 3.781'in geçerli olduğu bir dünyada da en az bir birey vardır: Dolayısıyla böylesi bir dünya *boş olamaz*.

Çeşitli mümkün dünyaların bireylerinin sayılarından ötürü farklı olması gerektiği varsayıldığında tüm mümkün dünyalar için geçerli olan *özdeşlik önermeleri* oluşturulabilir. Buna göre yalnızca bizim gerçek dünyamız için değil, aynı zamanda *tüm mümkün dünyalar* için de geçerli olan böylesi önermeler Scholz ile birlikte, *metafizik önermeler* olarak gösterilebilir. (krş. Scholz₁)

Niceleyici, bir önerme biçiminden bir önerme oluşturan bir *eklem*dir. Bir önerme biçiminden bir birey elde etmek içinse, başka bir *eklem*, *betimleyici* kullanılır.

Yazılışı:

3.81 $\cap x f(x)$

ve söylenişi: “*f olan tek x*”. Tüm ifade “işaret” veya “betimleme”dir. Bazen “*x*” yerine “ $\cap x$ ” yazılır. *Principia Mathematica*'da “ıx” diye yazılır. Scholz *betimleyici (Unifikatör)* der.

Örnekler: “ f ” “Quantum öğretisinin kurucusudur” anlamına geldiğinde, “ $\cap x f(x)$ ”, “Quantum öğretisinin kurucusu” anlamına gelir.

Yani bu işaret aynı bireyi, “Max Planck” adını gösterir. İşaretler için diğer örnekler:

Danimarka’nın başkenti

Köln kilisesi

Havariler tarihinin yazarı

Beşin üçüncü kuvveti

Babamın evi

Kardeşim Otto’nun hanımı

$$3.82 \quad \exists!(\cap x f(x)) \Rightarrow \text{Dk} \exists a \forall x \cdot f(x) \leftrightarrow x \equiv a$$

Bu: “ f olan tek x vardır” anlamındadır. Bu tanım, işaret edilen bir nesne vardır ve tam olarak bu türden tek bir nesne vardır diyor, çünkü $f(x)$ ’in geçerli olduğu diğer nesneler işaret edilen nesne ile özdeş olmak zorundadır. Almanca’daki belirli *artikül* aşağı yukarı betimleyiciye karşılık gelir. “Almanya’nın başbakanı” anlamsızdır, çünkü Almanya’nın pek çok başbakanı vardır. “İsveç’in iktidardaki Kralı” da aynı ölçüde anlamsızdır, çünkü bu şekilde gösterilen nesne var değildir. Aynı şey, “23 ile 29 arasındaki asalsayı”, “Immanuel Kant’in eşi”, “Tam olarak yedi eşit beşgenle sınırlı cisim” için de geçerlidir.

$$3.83 \quad \vdash \exists!(\cap x f(x)) \leftrightarrow \exists_1!!f$$

$$3.84 \quad \vdash g(\cap x f(x)) \rightarrow \exists!(\cap x f(x))$$

Bir betimleme bir bireydir ve böylece bir yüklemnin argümanı olabilir –gerçi yalnızca işaret edilen bir birey varsa. İşaret edilen nesnenin belli bir özelliğe sahip olduğu saptamasından hareketle, onun var olduğu sonucuna da varılır. Örnek: “Hubert’in arabası bir Mercedes’tir”, bayan Hubert’in bir arabası olduğunu söyler. “Hamburg’daki filozoflar kulesi 14 kattır”: Yani Hamburg’da bir filozoflar kulesi vardır.

İki betimleme arasında özdeşlik olabilir:

$$3.85 \quad \cap x f(x) \equiv \cap x g(x)$$

Örnek: “ f ” “Albert Magnus’un gömülü bulunduğu şehir”i, “ g ” “Üniversitesi belediye başkanı Adanauer tarafından yeni kurulan şehir”i gösterebilir; Formül 3.85 her iki durumda da aynı şehrin (yani Köln) söz konusu olduğunu ifade eder.

Özdeşlik, adlar olarak betimlemelerle birlikte bakışım ve geçişlidir:

$$3.86 \quad \vdash \cap x f(x) \equiv \cap x g(x) \leftrightarrow \cap x g(x) \equiv \cap x f(x)$$

$$3.87 \quad \vdash \cap x f(x) \equiv \cap x g(x) \wedge \cap x g(x) \equiv \cap x h(x) \rightarrow \cap x f(x) \equiv \cap x h(x)$$

Örnek olarak 3.87 yerine “ f ” için “mantığın kurucusu”, “ g ” için “Büyük İskender’in hocası”, “ h ” için “Nikomakhos’a Etik’in yazarı” koyulur.

Bununla birlikte özdeşlik betimlemelere oranla, eğer işaret edilen nesne varsa, yalnızca yansımalı olur:

$$3.88 \quad \vdash \exists! \cap x f(x) \rightarrow \cap x f(x) \equiv \cap x f(x).$$

4. Kümeler Üzerine

Betimleyici, bir önerme biçiminden bir birey oluşturan eklemdir; ama belli bir eklemın karşılık geldiği tüm bireyleri göstermeye gereksinim vardır. Bunu *soyutlayıcı* denilen şey yerine getirir. Örneğin, “ f “üniversite profesörü” demekse, “ $f(a)$ ” önermesi oluşturulabilir, b.d. “ a bir üniversite profesörüdür”, “ $f(b)$ ” “ b bir üniversite profesörüdür” ve nihayet “ $f(x)$ ” önerme biçimi b.d. “... üniversite profesörüdür”. Şimdi üniversite profesörleri olan “ a , b , ...”nin tümünü göstermek için, veya diğer bir ifadeyle, “ x ” için “ $f(x)$ ” önerme biçiminde yerleştirilerek gerçek bir önerme elde edilen tüm adların alanı için

4.01 $\lambda \{f(x)\}$ diye yazılır.

Söyleniş: “ fx için geçerli olan x ”. Eklem “ λ ” *soyutlayıcı* veya *komprehensör* ya da *harf-yöneticisi* (*Lambda-operatör*) diye adlandırılır. Onun bir önerme biçimine uyarlanması, önerme biçiminin ada sahip olması gibi aynı değişkene sahip olduğu sürece, bir *kümeyi* (Klasse) meydana getirir. Küme *genel* bir kavramın veya bir *tümenin* kaplamıdır. Küme belli ölçüde aynı konuya oranla yüklemın tamamlayıcı bir yönünü sunar.

İlk önce belli özellikler ve onların bireylere uygulanışına bakıyorum ve bu şekilde bir yüklemi elde ediyorum. Bu, *içlemsel* bakış tarzı diye nitelendiriliyor. Buna karşın *kaplamsal* bakış tarzında bir yükleme karşılık gelen bireyden hareket ediyorum; onları her defasında birlikte kavradığımda bir küme elde ediyorum. Yüklemler yüklemler kalkülünde, kümeler *kümeler kalkülünde* incelenir. Böylece her ikisi yalnızca aynı mantık kanunun iki yönüdür. Bazıları basitçe içlemsel bakış tarzını, b.d. yüklemeler mantığının tanımlamasının kullanımına bağlı olanı, bazıları daha kolay olan kaplamsal bakış tarzını, b.d. kümeler kalkülündekini ortaya koyuyor ve biçimsel olarak araştırıyor.

Kümelere örnekler: “Köln’de oturanlar” (b.d. Könlüler), “pipo içenler”, “öğretmenler”, “daktilolar”, “kırmızı nesneler”, “araba sürücüleri”, “masalar”.

Birli bir yüklemde özellik olarak bulunan her şey, bir kümeyi de oluşturabilir, örneğin, “sarışınlar kümesi”, “açlar kümesi”, “ahmaklar kümesi” vb. oluşturulabilir. Bir tiyatro salonunun localarında mevcut olan herkes “o seansın izleyiciler kümesi”ni oluşturur. Nasıl her bir yüklem için bir küme oluşturulabiliyorsa, aynı şekilde her bir küme için de bir yüklem oluşturulabilir. Uç durumlarda, bir kümenin bireylerinin hangi niteliklerinden ötürü kapsanacağı bilinmiyorsa, bireylerin sayımı bizzat bir kümeyi belirleyen bir yüklemi meydana getirir. Örneğin bir küme üç bireyden, Meier, Müller ve Lehmann’dan oluşuyorsa, aynı evin yaşıt olan iş arkadaşları veya sakinlerinin bir iskambil kulübü oluşturup olurturamayacakları veya hangi özelliklerinden ötürü sürekli bir kümeye bağlı oldukları belirsiz kalır. Böylesi bir özelliği elde etme amacıyla, onları oluşturan küme üzerine önerme biçimi inşa edilebilir: “x bay Meier, bay Müller veya bay Lehmann’dır”. Buradan “bay Meier-veya-Müller-veya-Lehmann’dır” yüklemi meydana gelir.

Böylece soyutlayıcı içlerinde değişkenler bulunan tek tek bireylerden soyutlanmak zorundadır ve öncelikle bağlı olduğu yüklem (kaplam) genişlemesiyle gözlemlenmelidir. Uygun değişkenlere dair soyutlayıcı “~” yerine, uygun değişkenlerin önüne “λ” yazılır ki, bu uzun bir ifadeden soyutlama yapılacaksa daha kolaydır.

$$4.02 \quad \lambda x \{f(x)\} = D_k \hat{x}\{f(x)\}$$

Kümeye karşılık gelen yüklem bulunduğu bireyleri küme öğeleri olarak da adlandırırız. a’nın Hamburglular kümesinin bir öğesi olduğu önerme:

$$4.03 \quad a \in \hat{x}\{h(x)\}$$

şeklinde yazılır, bununla birlikte “h” “Hamburglu”nun yüklemcisidir. “x, hx kümesinin elemanıdır” diye söylenir. “ε” eklemine

öğelik işareti (*elementator*) denir. O, bir birey ve bir kümeden bir önerme oluşturur.

Kümeler, yani 4.01 formundaki deyimler için büyük harfler “K”, “L”, “M”’yi kısaltma olarak kullanınız. Buna göre:

$$4.04 \quad K =_{Dk} \hat{x} \{f(x)\}$$

Biraz daha ayrıntılı deyim olan “*a için, x Hamburglular kümesinin bir ögesidir*” ifadesi

$$4.05 \quad a \in K \text{ şeklinde yazılabilir, ayrıca}$$

$$4.06 \quad K =_{Dk} \hat{x} \{h(x)\} \text{ kısaca: “a bir Hamburgludur”}.$$

Aşağıdaki iki tanım kısaltmaya hizmet eder:

$$4.07 \quad a \notin K =_{Dk} \overline{a \in K}$$

$$4.08 \quad a, b \in K =_{Dk} a \in K \wedge b \in K$$

“ $\notin$ ” yerine “ $\bar{\in}$ ” de yazılmaktadır.

Aşağıda tanımlanan *küme eklemleri* yardımıyla bir veya daha fazla kümeden daha fazla kümeler elde edilebilir.

$$4.11 \quad K' =_{Dk} \hat{x} \{x \notin K\}$$

“K-tümleyen” denilir. Bu eklem *tümleyen işareti* diye adlandırılır; onun K kümesine uygulanmasıyla K’nın *tümleyeni* meydana çıkar. Öge olarak bu, K’nın ögesi *olmayan* tüm nesneleri kapsar.

Örnekler: “K” “aslanlar” kümesini gösterdiğinde, “K” “aslan-olmayanlar” kümesini gösterir, b.d. aslan olmayan tüm nesneleri, örneğin kaplanlar, timsahlar, yaban arıları ve bülbüller, ama aynı zamanda elmaslar, gezegenler, lokomotifler, teğetler, yüklemeler, kanal işçileri, çardaklar ve önerme işaretleri, kısaca bizzat aslanın dışındaki tüm mümkün şeyler.

Şimdi her şeyden önce göz önünde bulundurulması gereken (*söylem evreni* denilen) şeyler alanı belli bir evren ile sınırlandırılabilir. Örneğin evren olarak, gündemde olan yırtıcı hayvanlar varsayılırsa, o zaman aslanların tümleyeni kümesine yalnızca

diğer yırtıcı hayvanlar (etçiller) aittir: Kurtlar, leoparlar, tilkiler vb. Kara hayvanları alanı esas alınırsa o zaman aslanların tümleyen kümesine ayrıca filler, atlar, kirpiler, yer solucanları vb. de aittir; tümüyle hayvanlar içerisinde kartallar, kelebekler vb. de dahildir; tümüyle yaratıklar arasında ıhlamur ağaçları, streptokoklar, kırmızı turplar, terliksi hayvanlar, laleler de; tümüyle fiziksel şeyler içerisinde Köln Katedrali, büyük çan, Güneş, tüm mektup pulları, tüm kıymetli taşlar vb. nesnelerdeki üçgenler, integraller, kırmızı başlıklı kız ve Zeus, Schubert'in h-moll senfonisi, özdeşlik ilkesi ve koşul eklemi, kısaca aslan olmayan tüm mümkün şeyler alanı.

Evren belirgin bir şekilde sınırlanmadığında, tüm nesneleri kapsayan, kendi içinde *çelişkili* olmayan (örneğin dörtgen daire gibi) en geniş alan alınmak zorundadır. Aşağıdaki tümleyenli kümelerle ilgili örneklerde genelde evrenin herhangi bir sınırlanımı varsayılmıştır: Sigara içmeyenler, yüzmeyenler, metal olmayanlar, madeni olmayanlar, sınıf locası olmayanlar, üye olmayanlar.

Principia Mathematica'da kümeler Grekçe alfabenin ilk küçük harfleriyle gösterilir, yani α , β , γ ; tümleyen “- α ” diye yazılır.

$$4.12 \quad K \cup L = D_K \hat{x} \{x \in K \vee x \in L\}$$

“ K birleşim L ” denir ve bu şekilde ortaya çıkan küme K ve L 'nin *birleşimi* veya *mantıksal toplamı*dır. Buna göre “ $\cup$ ” eklemi-ne de birleşim eklemi (Summator) denir. Örnekler: K otomobil sürücüleri, L motor sürücüleri kümesi olduğunda, $K \cup L$ birleşimi hepsinin, otomobil, motor veya her ikisinin sürücüleridir. “Öğrenciler ve gençlere indirimli geçiş vardır” denildiğinde, burada açıkça öğrenci ve gençlerin oluşturduğu birleşim kümesi kastediliyor, b.d. indirimli giriş hakkına yaşlı öğrenciler, genç öğrenciler ve öğrenci olmayan gençler sahiptir –ancak ne okuyup ne de genç olanlar değil.

Kümeler köşeli parantez işareti ile yazılır.

$$4.121 \quad [\text{işçi}] \cup [\text{sözleşmeli}] \cup [\text{memur}], \text{ çalışanların kümesi olur.}$$

4.122 $[erat] \cup [astsubay] \cup [subay]$, askerler kümesi olur.

4.123 $[pipo \text{ içenler}] \cup [sigara \text{ içenler}] \cup [puro \text{ içenler}]$, tütün içenler kümesini meydana getirir; buna hem pipo hem puro içen veya her iki gruba dahil olanlar da aittir.

4. 13 $K \cap L =_{Dk} \hat{x} \{x \in K \wedge x \in L\}$

“ K kesişim L ” denir ve K ve L gibi iki kümenin *kesişimi* veya onların *mantıksal çarpımıdır*. İki kümeden *küme-kesişimini* oluşturan “ $\cap$ ” eklem *mantıksal çarpım eklemi* olarak da adlandırılır.

Örnekler: K İspanyollar ve L öğrenciler kümesi olduğunda, $K \cap L$ kesişimi İspanyol öğrenciler kümesini oluşturur. “Genç çalışanlar velilerinin onayıyla ücretten kesinti yapmaya gerek duyarlar” olduğunda, “genç çalışanlar” kesişimi ile gençler ve çalışanlar kastedilmektedir.

4.131 $[terzi] \cap [işçi \text{ ustası}]$ [terzi ustası]nı meydana getirir

4.132 $[eşkenar \text{ yüzey}] \cap [üçgen]$ [eşkenar üçgen]i meydana getirir

4.133 $[Bavyera'da \text{ bulunan}] \cap [üniversite]$ [Bavyera üniversitesi]ni meydana getirir

4.141 $K - L =_{Dk} \hat{x} \{x \in K \wedge x \notin L\}$

4.142 $K - L =_{Dk} K \cap L'$

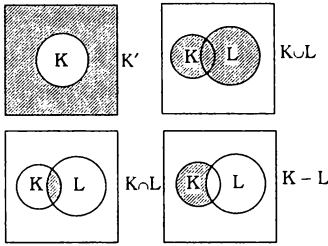
“ L 'siz K ” denir ve bu ifade K ve L 'nin *farkı* diye adlandırılır: “-” eklemi *fark eklemidir* (*Differenzator*).

Örnekler: K kimyasal elementler kümesini ve L metalleri gösterdiğinde, $K - L$ farkı metal olmayanlar kümesini meydana getirir. Aşağıdaki ifade bir fark kümesidir: “İki hariç tüm asal sayılar tek sayıdır.”

4.143 $[üniversite \text{ hocası}] - [ordinaryüs \text{ profesör}]$ [ordinaryüs olmayan]ı meydana getirir.

4.144 $[denetleme \text{ kurulu üyesi}] - [genel \text{ kurul tarafından seçilen}]$ [denetleme kurulunda çalışanların temsilcisi]ni meydana getirir.

Taralı alan ile gösterilirse:



İki kümeden yalnızca yeni bir küme değil, aynı zamanda kümeler üzerine önermeler de yapılabilir: *Küme önermelerinin en önemlileri:*

$$4.21 \quad K = L =_{Dk} \forall x \cdot x \in K \leftrightarrow x \in L$$

“ K eşittir L ” denir. “=” eklemi *eşitlik eklemi* (*Äquator*), bunun yardımıyla oluşan küme deyimi “eşitlik”tir. Örnekler: Eğer K Avrupa’daki federal devletleri ve L ağırlıklı olarak Almanca konuşan halkların oluşturduğu Avrupa Cumhuriyetleri’ni gösteriyorsa, o zaman $K = L$ eşitliği doğru bir önermedir. Dört bacaklı hayvanlar ile memeli hayvanların eşitliği ise yanlış bir önermedir.

$$4.22 \quad K \subseteq L =_{Dk} \forall x \cdot x \in K \rightarrow x \in L$$

“ K altküme L ” denir. “ $\subseteq$ ” eklemi *alt-küme eklemi*, onun iki kümeden oluşturduğu önerme ise bir altküme önermesidir (*Subsumption*). *Principia Mathematica*’da altküme öz alt-küme (*Inklusion*) olarak adlandırılır ve “ $\subset$ ” şeklinde yazılır.

Örnekler: Eğer K Almanlar kümesi, L Avrupalılar kümesiye, $K \subseteq L$ altkümesi doğru bir önermedir, Almanlar kümesinin Avrupalılar kümesi tarafından kapsandığını söyler, b.d. “Tüm Almanlar Avrupalıdır”. İsviçreliler ve Fransızlar kümesinden yanlış bir altküme önermesi meydana gelirdi: [*İsviçreliler*] altküme [*Fransızlar*]. $K \subseteq L$ altkümesi, K ’nın L ile eşit olduğu sınır durumlarda bir altkümedir. Bu son imkan dışta bırakıldığında öz alt-küme elde edilir:

$$4.23 \quad K \subset L =_{Dk} K \subseteq L \wedge \overline{K} = L$$

Öz altküme “ K ’nin içindedir” diye söylenir ve ekleme öz alt-küme eklemi denir. Altküme sıkça öz altküme olarak da adlandırıldığından, hatadan kaçınmak için kesin öz altküme denilir. Böylesi kesin bir öz altküme için örnek [doğal sayılar] içindeki [asal sayılar] olabilir, b.d. asal sayılar doğal sayıların gerçek alt kümesidir, ama her iki küme eşit değildir, çünkü asal sayı olmayan doğal sayılar vardır. Her iki küme [yüksek şatoların Kayser’i] ve [2. Alman İmparatoru] buna karşın yanlış bir öz alt-küme ilişkisi sergiler; çünkü her ikisi eşit olduğundan, eşitlik ve alt küme ilişkileri açısından doğru sayılırlar.

Bu vesileyle, küme eklemlerinin küme önermeleri eklemlerinden daha dar ve bunların yeniden önerme eklemlerinden daha dar bağlanmak zorunda olduğunu hatırlamak gerekir.

$$4.231 \quad \vdash \exists x \cdot x \in K \wedge K \subset L \cdot \rightarrow \cdot \exists x \cdot x \in L \wedge x \notin K$$

Bu demektir ki, K kümesi bir eleman içerir ve K ’nin içinde bulunursa, L ’de, K ’nin elemanı olmayan bir eleman var demektir. Eşitlik, altküme ve öz altküme arasındaki farkı aşağıdaki örneklerle aydınlatmak gerekirse: K bir bowling kulübünün üyesi, L bir satranç kulübünün üyesi olsun. Buna göre $K = L$ eşitliği bir bowling kulübünün tüm üyelerinin satranç kulübünün de üyesi ve tersi olduğunu söyler, diğer bir ifadeyle, her iki kulüp tümüyle aynı üyeleri içermektedir. $K \subset L$ öz altkümesi bowling kulübünün tüm üyelerinin satranç kulübünün de üyeleri olduğunu, ama satranç kulübünün de başka üyelere sahip olduğunu söylemektedir. $K \subseteq L$ altkümesi bowling kulübünün tüm üyelerinin şah oyunu kulübüne ait olduğunu söylüyor, satranç kulübünün başka üyelere sahip olup olmadığını açık bırakıyor.

$$4.24 \quad \vdash K \subseteq L \leftrightarrow K \subset L \vee K = L$$

$$4.25 \quad K \supset L =_{Dk} \forall x: x \in K \leftarrow x \in L \cdot \wedge x \in K \rightarrow x \in L$$

$$4.251 \quad \vdash K \supset L \leftrightarrow L \subset K$$

“ K üstküme L ” denir. “ $\supset$ ” eklemine üstküme eklemi (Circumcloser) denir; o iki kümeden bir küme oluşturur ve üst-küme diye adlandırılır. Üstküme alt kümenin evriğidir.

Örnek: K dörtgen ve L dikdörtgen kümesini gösterirse, $K \supset L$ üst-kümesi doğru bir önermeyi meydana getirir. Buna uygun olarak memeli hayvanlar ve yırtıcı hayvanlardan yanlış bir üst-küme ilişkisi elde edilir.

Altküme $K \subseteq L$ ile benzerlik kurularak *supersumption* oluşturulabilir:

$$4.26 \quad K \supseteq L$$

O zaman " K *super* L " denir ve eklem *supersumptor* diye adlandırılır. Örnek: K yüzücüler kümesi, L kurbağalama yüzücüler kümesi olsun; o zaman $K \supseteq L$ tüm yüzücüler kümesinin kurbağalama yüzücülerin üyelerini kapsadığını veya her iki kümenin muhtemelen eşit olduğunu söyler.

$$4.27 \quad K \not\supseteq L =_{Dk} \exists x \cdot x \in K \wedge x \in L \cdot \wedge \cdot \exists x \cdot x \in K' \wedge x \in L \cdot \wedge \cdot \exists x \cdot x \in K \wedge x \in L' \cdot \wedge \cdot \exists x \cdot x \in K' \wedge x \in L'$$

" K üzeri L " denir. Bu önerme *üstkesişimdir*.

Örnekler: K memurlar ve L askerler kümesini gösterdiğinde, üstkesişim $K \not\supseteq L$ doğru olur, b.d. memur olan askerler vardır. Böcekler ve hayvanların üstkesişimi yanlış olur.

$$4.28 \quad K \not\supseteq L =_{Dk} \exists x \cdot x \in K \wedge x \in L$$

" K ortaklaşa L " denir. Bu önerme *ortaklaşalık* demektir ve K ve L kümelerinin en az bir elemanının ortak olduğunu söyler, bununla birlikte her iki kümenin eşitlik, öz altküme, üstküme veya üstkesişim'inin olup olmadığı açık kalmaktadır; K tümleyeninin L 'de bulunması durumu kabul edilmektedir.

$$4.281 \quad \vdash K \not\supseteq L \leftrightarrow K=L \vee K \subset L \vee K \supset L \vee K \not\supseteq L \vee K' \subset L$$

Ortaklaşalığın karşı durumu kümelerin *yabancılaşması* (birbirini dışlaması) olabilir ki, bu altküme ve tümleyen işaretleri yardımıyla betimlenebilir:

$$4.29 \quad K \subseteq L'$$

" K altküme L -tümleyen" yerine " K L 'ye yabancı" da denir.

Yabancılaşmaya aşağıdaki küme çiftleri örnek oluşturur:

[Atlar] ve [kediler]; [üçgenler] ve [yırtıcı hayvanlar]; [farmasonlar] ve [aktif Katolikler]; [dikkatli şoförler] ve [ayyaşlar].

Kümelere ait iki sınır durum özel bir öneme sahiptir:

$$4.31 \quad \hat{I} = \text{Dk } \hat{X} \{x \equiv x\}$$

“ $\hat{I}$ ” *evrensel kümeyi* gösterir. O kendiyle özdeş olan b.d. çelişik olmayan tüm nesnelerin alanını tanımlamaktadır. Buna esaslı olarak çelişik olmayan tüm mümkün nesneler aittir; buna karşın *evren, söylem evreni (universe of discourse)*, sınırlandırılırsa, o zaman bu sınırlı evren evrensel kümeyle örtüşür. Evrensel “ $\vee$ ” veya “ Υ ” olarak da yazılır.

$$4.32 \quad \hat{O} = \text{Dk } \hat{X} \{x \neq x\}$$

Boş küme kendi kendiyle özdeş olmayan tüm nesnelerin alanıdır, b.d. var olmayanların, çelişkili, imkansız olanların. Boş küme yerine *hiçbir ögesi olmayan (küme)* de denir. “ $\wedge$ ” veya “ λ ” şeklinde de yazılır.

Boş kümeye örnek şunlar olabilir: [kendi kendinin kuzeyinde bulunan şehir], [dairevi dörtgen], [ahşap demir], [23 ile 29 arasındaki asal sayı]

$$4.33 \quad \vdash \hat{O} \subseteq K \quad \text{Boş küme her kümede içkindir.}$$

$$4.34 \quad \vdash K \supseteq \hat{O} \quad \text{Her küme boş kümeyi kapsar.}$$

$$4.35 \quad \vdash \hat{I} \supseteq K \quad \text{Evrensel küme her kümeyi kapsar.}$$

$$4.36 \quad \vdash \hat{O} \subseteq \hat{I}$$

$$4.37 \quad \vdash \hat{O}' = \hat{I} \quad \text{Boş kümenin tümleyeni evrensel kümedir.}$$

$$4.38 \quad \vdash \hat{I}' = \hat{O} \quad \text{Evrensel kümenin tümleyeni boş kümedir}$$

Kümeler kalkülünde ayrıca aşağıdaki yasalar geçerlidir:

$$4.411 \quad \vdash K \cup L = L \cup K \quad \text{Birleşimin bakışımllığı}$$

$$4.412 \quad \vdash K \cap L = L \cap K \quad \text{Kesişimin bakışımllığı}$$

$$4.413 \quad \vdash K \cup L \cdot \cup M = K \cup \cdot L \cup M \quad \text{Birleşimin ortaklaştırmacılığı}$$

$$4.414 \quad \vdash K \cap L \cdot \cap M = K \cap \cdot L \cap M \quad \text{Kesişimin ortaklaştırmacılığı}$$

4.415	$\vdash K \cup K = K$	Birleşimin denkgüçlülüğü
4.416	$\vdash K \cap K = K$	Kesişimin denkgüçlülüğü
4.417	$\vdash K = K$	Eşitliğin yansımaliği
4.418	$\vdash K \subseteq K$	Özaltkümenin yansımaliği
4.419	$\overline{K \subset K}$	Altkümenin yansimasızlığı
4.421	$\vdash K'' = K$	Çifte tümleme
4.422	$\vdash K \subseteq L \leftrightarrow L' \subseteq K'$	Altkümenin tam-evriği
4.423	$\vdash K \subset L \leftrightarrow L' \subset K'$	Öz altkümenin tam-evriği
4.4241	$\vdash K = L \wedge L = M \rightarrow K = M$	Eşitliğin geçişliliği
4.4242	$\vdash K \subseteq L \wedge L \subseteq M \rightarrow K \subseteq M$	Altkümenin geçişliliği
4.4243	$\vdash K \subset L \wedge L \subset M \rightarrow K \subset M$	Öz altkümenin geçişliliği
4.425	$\vdash K \cap L = K \leftrightarrow K \subseteq L$	1. Altküme ölçütü
4.426	$\vdash K \cup L = L \leftrightarrow K \subseteq L$	2. Altküme ölçütü
4.427	$\vdash K \subseteq L \wedge K \supseteq L \leftrightarrow K = L$	1. Eşitlik ölçütü
4.428	$\vdash K \cup L \subseteq K \cap L \leftrightarrow K = L$	2. Eşitlik ölçütü
4.429	$\vdash K \cap L = \emptyset \wedge K \cup L = I \leftrightarrow K = L'$	Tümleyen ölçütü
4.431	$\vdash K \not\subseteq L \leftrightarrow L \not\subseteq K$	Ortaklaşalığın bakışmıllığı
4.432	$\vdash K \not\subset L \leftrightarrow L \not\subset K$	Üstkesişimin bakışmıllığı
4.433	$\vdash K \not\subseteq L \wedge L \subseteq M \rightarrow K \not\subseteq M$	
4.434	$\vdash \overline{K = \emptyset} \leftrightarrow \exists x \cdot x \in K$	
4.435	$\vdash \exists ! K = D_k \exists x \cdot x \in K$	
4.436	$\vdash \exists ! K \leftrightarrow \overline{K = \emptyset}$	

Bu yasalardan hareketle kümeler kalkülüne ait deyimlerin dönüştürülmesi için uygun kurallar oluşturulabilir, örnek:

4.427' Eğer $\vdash K \subseteq L$ ve $\vdash K \supseteq L$ ise, o halde $\vdash K = L$.

4.5 Belirli Kümeler Kalkülü ve Klasik Yargı Öğretisi

$$4.501 \quad K \subsetneq L =_{Dk} K \subseteq L \wedge \exists! K \wedge \exists! K' \wedge \exists! L \wedge \exists! L'$$

$$4.502 \quad K \not\subseteq L =_{Dk} K \not\subseteq L \wedge \exists! K \wedge \exists! K' \wedge \exists! L \wedge \exists! L'$$

*Belirli (definit) kümeler kalkülünde yalnızca sıfır- ve tüm kümelerden farklı olan kümelere izin verilir, b.d. hem kümeler hem de onların tümleyeni boş olamaz. Belirli altküme $K \subsetneq L$ klasik mantığın tümel-olumlu yargısına karşılık gelir ve bu orada SaP diye yazılır. (S ve P ileride *belirli* kümeler olarak gösterilecek)*

$$4.503 \quad SaP =_{Dk} S \subsetneq P$$

Belirli başkalaşma klasik mantığın tümel-olumsuz yargısına karşılık gelir:

$$4.504 \quad SeP =_{Dk} S \not\subsetneq P'$$

Belirli ortaklaşalık tikel-olumlu yargıya karşılık gelir:

$$4.505 \quad SiP =_{Dk} S \not\subseteq_1 P$$

Belirli ortaklaşalık tümleyenli art-bileşen ile tikel-olumsuz yargıyı tanımlamaya yarar.

$$4.506 \quad SoP =_{Dk} S \not\subseteq_1 P'$$

Bu dört yargı türünü Aristoteles (384-322) ortaya koydu. S kümesi *geleneksel mantıkta* özne, P kümesi *yüklem* olarak adlandırılır. Tümel veya tikel şeklindeki özellik *yargının niceliğidir*; olumluluk veya olumsuzluk özelliği ise *niteliği*.

Örnekler:

4.503' SaP için: Tüm asal gazlar kimyasal elementlerdir.
Dokuza bölünebilir tüm sayılar üçe bölünebilir.
Tüm kelebekler kelebektirler.

Dilsel formülasyonunda sıkça yalnızca kümeler adlandırılır: İnsan ölümlü bir varlıktır.

B.d. [insan] kümesi [ölümlü varlık]ın bir alt kümesidir.

4.504' SeP için: Hiçbir sürüngen memeli değildir.
Hiçbir dikdörtgen eşit olmayan diyagonale sahip değildir.
Hiçbir kör bir otomobilin sürücüsü değildir.

4.505' SiP için: Bazı öğrenciler müzisyendir.
Bazı atlar siyahtır.
Beyaz fareler vardır.
Bazı gemiler mazotlu motorludur.

4.506' SoP için: Bazı üçgenler dik açılı değildir.

Bazı kimyasal bileşikler kükürt içermez.

Bazı siyasetçiler iyi diplomat değildir.

Bazı Çin yemekleri fazla baharatlı değildir.

Kümeler kalkülündeki dört geleneksel yargı türüne dair be-
timlemelerimizden ilk önce dolaysız bir şekilde *eşdeğerlik yasa-*
ları denilen yasalar meydana gelir:

4.511 $\vdash SaP \leftrightarrow SeP'$ çünkü:

4.511' $\vdash S\check{C}P \leftrightarrow S\check{C}P''$

4.512 $\vdash SaP' \leftrightarrow SeP$ çünkü:

4.512' $\vdash S\check{C}P' \leftrightarrow S\check{C}P'$

4.513 $\vdash SiP \leftrightarrow SoP'$ çünkü:

4.513' $\vdash S\check{I}P \leftrightarrow S\check{I}P''$

4.514 $\vdash SiP' \leftrightarrow SoP$ çünkü:

4.514' $\vdash S\check{I}P' \leftrightarrow S\check{I}P'$

Bu, *olumsuz yargıların* yüklemi değillediğini söylüyor. Böyle-
ce Kant (1724-1804) tarafından *sonsuz* veya *sınırlı* denilen yar-
gılar olumlu ve olumsuz yargıların yanında özel bir yargı türü
olarak geçersiz sayıldı.

Bu dört geleneksel yargı türünün yanında yargıların pek çok
farklı biçimlerini de tanımaktayız, örneğin *tekil* yargılar:

4.515 $s \in P$ Örnek: Sokrates bir insandır.

4.516 $f(a,b,c)$ A, B ile C arasındadır.

Eğer bir yargı tümüyle değillenirse, o zaman bunun kendi
değillesiyle *çelişkili karşı olum* arzettiğini söyleriz. Tümel-
olumlu yargıların değillesi tikel-olumsuzları meydana getirir;
böylece her ikisi arasında *bağdaşmaz seçeneklilik* ortaya çıkar.
Geleneksel ifade şekliyle: Onlar çelişiktir. 4. 521'den 2.99 ve
2.53 nedeniyle 4. 523 meydana gelir.

4.521 $\vdash \overline{SaP} \leftrightarrow SoP$ çünkü:

4.521' $\vdash \overline{S\check{C}P} \leftrightarrow S\check{I}P'$

4.522 $\vdash SaP \succ \prec SoP$ çünkü:

$$4.522' \mid - S\check{C}P \succ \neg S \check{\emptyset} P$$

$$4.523 \mid - SaP \leftrightarrow \overline{SoP} \quad \text{çünkü:}$$

$$4.523' \mid - \overline{S\check{C}P} \leftrightarrow S \check{\emptyset} P'$$

Tümel-olumsuz yargının değillesi tikel-olumlu yargıyla eşdeğerdir: yani ikisi de her halükarda çelişiktir ve tümel-olumsuz-yargı bunun neticesinde tikel-olumlu yargının değillesiyle eşdeğerdir.

$$4.524 \mid - \overline{SeP} \leftrightarrow SiP \quad \text{çünkü:}$$

$$4.524' \mid - \overline{S\check{C}P'} \leftrightarrow S \check{\emptyset} P$$

$$4.525 \mid - SeP \succ \neg SiP \quad \text{çünkü}$$

$$4.525' \mid - S\check{C}P' \succ \neg S \check{\emptyset} P$$

$$4.526 \mid - SeP \leftrightarrow \overline{SiP}$$

$$4.526' \mid - S\check{C}P' \leftrightarrow S \check{\emptyset} P$$

Örnekler: (4.521-23) “Tüm çift tırnaklıların memeliler olduğu doğru değildir”, “Bazı çift tırnaklılar memeli değildir” ile eşdeğerdir. Aynı şekilde bu son önermenin değillesi, değillenmemiş ilkiyle eşdeğerdir. Her iki önerme “Tüm çift-tırnaklılar memelidir” ve “Bazı çift-tırnaklılar memeli değildir” çelişiktir. B.d. tam olarak onlardan biri doğru biri yanlıştır.

(4.524-26) Ya “Hiçbir asal gaz yanıcı değildir” ya da “Bazı asal gazlar yanıcıdır” geçerlidir. Her iki cümle çelişiktir. Onlardan biri değillendiğinde bu, değillenmeyen diğeri ile eşdeğer olur. -Yüklem değillendiğinde, aynı nicelik dahilinde olumlu yargıdan olumsuz yargıya geçiriyoruz; tümel yargı durumunda geleneksel mantık *karşıtlık yasasından* söz eder. Bu, 2.26'daki *bağdaşmazlık* eklemine karşılık gelir.

$$4.531 \mid - SaP / SeP \quad \text{çünkü:}$$

$$4.531' \mid - S\check{C}P / S\check{C}P'$$

Örnek: Tüm eğrelti otlarının sporlar (Sporen) sayesinde çoğaltılabileceği ve hiçbir eğrelti otunun sporlar sayesinde çoğaltılamıyacağı aynı anda doğru olamaz. Ama aynı özne ve yükleme sahip tümel-olumlu ve tümel-olumsuz yargılar, aşağıdaki örneklerde olduğu gibi, bir arada yanlış olabilirler: “Tüm karbon-

hidratlar sindirilebilirdir" ve "Hiçbir karbonhidrat sindirilebilir değildir".

Tikel yargılarda olumlu ve olumsuz yargı arasındaki ilişkiye *altkarşıt* diyoruz. Bu *tikel-evetleme* 2.23'e karşılık gelir:

4.532 $\vdash SiP \vee SoP$ çünkü:

4.532' $\vdash S \text{ } \text{ } P \vee S \text{ } \text{ } P'$

Örnek: Bazı organik bileşiklerin asit (ekşi) olduğu ve bazı organik bileşiklerin asit olmadığı aynı anda yanlış olamaz. Ancak, bu örnekte olduğu gibi, her ikisi doğru olabilir. Aynı şekilde bu "Bazı kareler dikdörtgendir" – "Bazı kareler dikdörtgen değildir"; "Bazı Hamburg'lular tüccardır" – "Bazı Hamburg'lular tüccar değildir" önerme çiftleri için de geçerlidir.

Aynı nitelik dahilinde tümel yargıdan tikel yargıya geçiş *altıklık* olarak adlandırılır. Bunun için şu geçerlidir:

4.541 $\vdash SaP \rightarrow SiP$ çünkü:

4.541' $\vdash S\check{a}P \rightarrow S \text{ } \text{ } P$

4.542 $\vdash SeP \rightarrow SoP$ çünkü:

4.542' $\vdash S\check{e}P' \rightarrow S \text{ } \text{ } P'$

Evirme yani *üst-seçeneklilik* (*Superalternation*) geçerli değildir. Ayrıca şuna dikkat etmek gerekir ki, burada *koşullu* yalnızca tümel olumlu önermeye karşılık gelen tikelin yanlış olması durumunu kapsar. Tümel yanlışsa, tikel doğru veya yanlış olabilir. Örnekler:

Tüm kuşlar tüylüyse, bazı kuşlar da tüylüdür.

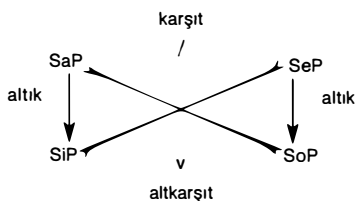
Tüm öğrenciler kırmızı saçlıysa, bazı öğrenciler de kırmızı saçlıdır.

Hiçbir kuş memeli değilse, bazı kuşlar memeli değildir.

Hiçbir memur sigortalı değilse, bazı memurlar sigortalı değildir.

Hiçbir omurgalı akciğer sayesinde teneffüs etmezse, bazı omurgalılar akciğer sayesinde teneffüs etmez.

Çelişiklik, karşıtlık, altkarşıtlık, karşı olum ve altıklık yasaları Boethius'un (480-524) bilindik *mantık karesinde* gösterilebilir:



Diyagonaller *çelişikliğe* karşılık gelmektedir. Çelişikliğin altküme ve ortaklaşalık için geçerli olmasına karşın, bu mantık karesinin çerçeve ilişkileri yalnızca belirli altküme ve ortaklaşalık için geçerlidir, b.d. onlar *boş küme* yargıları için daha fazla geçerli değildir. Bu şekilde örneğin altıklık yalnızca *belirli* alanda geçerlidir!

Döndürme (Dönüştürme) Yasaları

a- ve o-yargısı nicelik değişmeden devrik yapılabilir. Buna *biz basit* veya *tam devirme* diyoruz. Eşdeğerlik yasalarından 4.512'nin kullanımıyla, bzw. 4.414, tam devirme 4.551'den 4.552 formülünü elde ederiz ve 4.553'ten de 4.554'ü.

4.551	$\vdash SaP \leftrightarrow P'aS'$	çünkü:
4.551'	$\vdash S\check{c}P \leftrightarrow P'\check{c}S'$	(krş.4.422)
4.552	$\vdash SaP \leftrightarrow P'eS$	(krş. 4.512)
4.553	$\vdash SoP \leftrightarrow P'oS'$	çünkü:
4.553'	$\vdash S \check{\downarrow} P' \leftrightarrow P' \check{\downarrow} S$	(krş. 4.431)
4.554	$\vdash SoP \leftrightarrow P'iS$	(krş. 4.513)

Örnekler: “Tüm bazılar fenollar (asit fenikler) ile kırmızı tortu meydana getirir” 4.552’e göre meydana gelir: “Fenollar ile kırmızı tortu meydana getirmeyen hiçbir şey, baz değildir”.

“Tüm Kastilyalılar İspanyoldur”dan: “İspanyol olmayan herkes Kastilyalı olmayandır.”

“Bazı balıklar yüzme kesesine sahip değildir”, 4.554’e göre: “Yüzme kesesine sahip-olmayan bazıları balıktır”. “Bazı üniversite şehirleri büyük şehir değildir”den: “Büyük şehir olmayan bazıları üniversite şehridir” meydana gelir.

Tam devirme yalnızca *a-* ve *o-*yargıları için geçerlidir. Eşzamanlı altıktaki bir devirme *eksik devirme* diye adlandırılır. Bunun için aşağıdaki yasalar meydana gelir:

$$4.555 \quad |- \quad SaP \rightarrow PiS'$$

$$4.555' \quad |- \quad S\check{C}P \rightarrow P' \check{I} S'$$

$$4.556 \quad |- \quad SaP \rightarrow P'oS \quad (4.555'den \ 4.514'e \ de\u011fin)$$

$$4.557 \quad |- \quad SeP \rightarrow P'oS'$$

$$4.557' \quad |- \quad S\check{C}P' \rightarrow P' \check{I} S$$

$$4.558 \quad |- \quad SeP \rightarrow PiS \quad (4.557'den \ 4.513'e \ de\u011fin)$$

a- ve *e-*yargıları yarı devrik yapılabilir, örnekler:

(4.556 için) Tüm ağır maluller motorlu taşıt vergisinden muafsa, bazı motorlu taşıt vergisinden muaf olmayanlar ağır malul değildir.

(4.558 için) Hiçbir yemek mantarı zehirli mantar değilse, bazı zehirli mantar-olmayanlar yemek mantarıdır.

Özne ile yüklem yer değiştirmesine *evirme* denir; eğer bununla birlikte yargıların niceliği değişmiyorsa, bu *tam evirme*dir.

$$4.561 \quad |- \quad SeP \leftrightarrow PeS$$

$$4.561' \quad |- \quad S\check{C}P' \leftrightarrow P\check{C}S'$$

$$4.562 \quad |- \quad SiP \leftrightarrow PiS$$

$$4.562' \quad |- \quad S \check{I} P \leftrightarrow P \check{I} S$$

Yalnızca *e-* ve *i-* yargısı tam evrilebilir. Örnekler:

“Hiçbir çift tırnaklı yırtıcı değildir”den: “Hiçbir yırtıcı çift tırnaklı değildir” meydana gelir; “Komünizmle yönetilen hiçbir ülkede serbest seçimler yapılmaz”dan: “Serbest seçimlerin yapıldığı hiçbir ülke komünizmle yönetilmez”; “Bazı lokomotifler dizel motorludur”dan “Bazı dizel motorlular lokomotifdir” meydana gelir; “Bazı bayan öğretmenler otomobil sürücüsüdür”den: “Bazı otomobil sürücüleri bayan öğretmendir”.

Evirme ile birlikte aynı anda altıklık öngörülüyorsa *eksik evirme* meydana gelir:

$$4.563 \mid - SaP \rightarrow PiS$$

$$4.563' \mid - S\check{c}P \rightarrow P \underset{1}{\check{S}}$$

$$4.564 \mid - SeP \rightarrow PoS$$

$$4.564' \mid - S\check{c}P' \rightarrow P \underset{1}{\check{S}'}$$

Eksik evirme tüm a- ve e-yargılar için geçerlidir. Örnekler: Tüm Almanca konuşan büyük şehirler üniversite şehriyse, bazı üniversite şehirleri Almanca konuşan büyük şehirlerdir.

Tüm İskandinav ülkeleri monarşi (ile yönetiliyor) ise, bazı monarşiler İskandinav ülkeleridir.

Hiçbir kilise kulesi 200 metreden yüksek değilse, bazı 200 metreden yüksek olanlar kilise kulesi değildir.

Hiçbir memur hapis cezasına çarptırılmamışsa, hapis cezasına çarptırılmış olanlar memur değildir.

Özne ve yüklem aynı anda değillenirse, bu çevirme olarak adlandırılır. Geçerli olan yalnızca *yarı çevirmedir* ki, bu, çevirme ile eşzamanlı altıklıktan oluşur. 4.513-14 eşdeğerlik yasaları gereği çevirme yasaları 4.571 ve 4.573, 4.572 ve 4.574 olarak sadeleştirilirler:

$$4.571 \mid - SaP \rightarrow S'iP'$$

$$4.571' \mid - S\check{c}P \rightarrow S' \underset{1}{\check{P}'}$$

$$4.572 \mid - SaP \rightarrow S'oP$$

$$4.573 \mid - SeP \rightarrow S'oP'$$

$$4.573' \mid - S\check{c}P' \rightarrow S' \underset{1}{\check{P}''}$$

$$4.574 \mid - SeP \rightarrow S'iP$$

Örnekler: Tüm sigara içenler kanser riski taşıyorsa, bazı siğara-içmeyenler kanser riski taşımaz. Tüm dikdörtgenler paralel kenarsa, bazı dikdörtgen-olmayanlar paralel kenar değildir. Hiçbir Amerika devleti monarşi değilse, bazı Amerika devleti-olmayanlar monarşidir.

Hiçbir asal gaz yanıcı değilse, bazı asal gaz-olmayanlar yanıcıdır.

Çevrik yargılar için aşağıdaki tanımları ortaya koyuyoruz:

$$4.581 \quad S\bar{a}P = D_k S'aP'$$

$$4.582 \quad S\bar{e}P = D_k S'eP'$$

$$4.583 \quad S\bar{i}P = D_k S'iP'$$

$$4.584 \quad S \bar{o}P = D_k S'oP'$$

Çevrik tümel yargılardan altıklık sayesinde çevrik olmayan tikel yargılar ortaya çıkar:

$$4.585 \quad \vdash S\bar{a}P \rightarrow SiP$$

$$4.586 \quad \vdash S\bar{e}P \rightarrow SoP$$

Örnekler: Tüm metal-olmayanlar elektrik akımını iyi geçirmiyorsa, bazı metaller elektrik akımını iyi geçirir. Tüm oy-kullanmayanlar kötü demokratsa, bazı oy kullananlar kötü demokrat değildir.

Aynı şekilde geleneksel tümel yargılardan altıklık sayesinde çevrik tikel yargılar ortaya çıkar:

$$4.587 \quad \vdash SaP \rightarrow S\bar{i}P \quad (\text{krş. 4.571})$$

$$4.588 \quad \vdash SeP \rightarrow S\bar{o}P \quad (\text{krş. 4.573})$$

Özet olarak belirtmek gerekirse:

4.611 Devirme *a* ve *o* için tam, *a* ve *e* için eksik geçerlidir.

4.612 Evirme *e* ve *i* için tam, *a* ve *e* için eksik geçerlidir,

4.613 Çevirme asla tam geçerli değildir, *a* ve *e* için eksik geçerlidir.

4.614 *a* ve *e*'ye ilişkin üç operasyon eksik, yani daima geçerli olarak kullanılabilir.

Aşağıdaki tablo döndürme yasalarını toplu olarak özetlemektedir. "t" "tam geçerli"yi, "e" "eksik geçerli"yi, "-" "sonucun geçerli olmadığını göstermektedir.

4.615		Evirme	Devirme	Çevirme
	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>te</i>	<i>e</i>
	<i>e</i>	<i>te</i>	<i>e</i>	<i>e</i>
	<i>i</i>	<i>t</i>	-	-
	<i>o</i>	-	<i>t</i>	-

4.62 Tüm yargıların yerine çevrikleri koyulursa dört geleneksel yargı tarzının tüm mantık yasaları da, geçerli olur (*ikillik yasası*).

Örnekler:

$$4.621 \quad |- \text{S}\bar{\text{a}}\text{P} / \text{S}\bar{\text{e}}\text{P} \quad (\text{krş. 4.531})$$

$$4.622 \quad |- \text{S}\bar{\text{a}}\text{P} \rightarrow \text{S}\bar{\text{i}}\text{P} \quad (\text{krş. 4.541})$$

$$4.623 \quad |- \text{S}\bar{\text{e}}\text{P} \rightarrow \text{S}\bar{\text{o}}\text{P} \quad (\text{krş. 4.542})$$

$$4.624 \quad |- \text{S}\bar{\text{e}}\text{P} \leftrightarrow \text{P}\bar{\text{e}}\text{S} \quad (\text{krş. 4.561})$$

vb. vb.

4.7. Tasımlar Üzerine

Tasım (kıyas) klasik mantığın özünü oluşturur. *Tasımdan*, *öncül* denilen iki önermeden bir sonuç çıkarma anlaşılır. Bu öncüller her defasında iki kümeye ilişkin bir deyim ortaya koyarlar. Her iki öncülde geçen bir kümeden, *orta terim* (Mittelbegriff) denilen bu kümenin elendiği *sonuç önermesine* (Schlußsatz) varılır. Orta terimin her iki öncüldeki konumuna göre tasımın dört biçimi (Figur) ayırt edilir:

$$4.701 \quad 1. \text{ Biçim: } \text{Mf}_1\text{P} \wedge \text{Sf}_2\text{M} \rightarrow \text{Sf}_3\text{P}$$

$$4.702 \quad 2. \text{ Biçim: } \text{Pf}_1\text{M} \wedge \text{Sf}_2\text{M} \rightarrow \text{Sf}_3\text{P}$$

$$4.703 \quad 3. \text{ Biçim: } \text{Mf}_1\text{P} \wedge \text{Mf}_2\text{S} \rightarrow \text{Sf}_3\text{P}$$

$$4.704 \quad 4. \text{ Biçim: } \text{Pf}_1\text{M} \wedge \text{Mf}_2\text{S} \rightarrow \text{Sf}_3\text{P}$$

Genelde sonucun yüklemine içeren önermeye *büyük önerme* denir ve ilk sırada yer alır; sonucun öznesini içeren öncüle *küçük önerme* denir ve ikinci sırada yer alır. Yargıda özne-yüklem sırasının bizzat sabitleştirilmesi bir çelişkidir, bu Günter Patzig'in esaslı çalışması *Aristotelesçi Syllogistik*'de kanıtlamış olduğu gibi (krş. Patzig₁), Aristoteles'in temel amacına da uygun düşmez.

Sorun, dört *tasım-eklemi* *a*, *e*, *i*, *o*'dan hangisinin *f*₁, *f*₂, *f*₃ için, hangi dört biçim şemasında yerine koyularak geçerli bir yasanın elde edileceğidir. Aristoteles yalnızca ilk üç biçimi kullandı ve 1. biçimin dört *sonuçlandırma tarzını* (*kalıp/modi*) olarak da adlandırılan) kendi içinde anlaşılır bir şekilde ortaya koydu ve daha sonra döndürme ve altıklık yasaları sayesinde 2. biçimi oluştur-

du ve 3. biçimi buradan türetti. Bugün biz biliyoruz ki (krş. *Menne*₂) önermeler kalkülünün birkaç kuralına dayanılarak, (temel kavram olarak *a*-ekleminden hareketle diğer üçü tanımlanırsa) üç aksiyomdan tüm tasımlar ve aynı şekilde önceden geçen dört klasik yargı türünün tüm yasaları türetilir. Bu üç aksiyom tekrar kümeler kalkülünde yasa olarak kanıtlanabilir, bununla birlikte yargı ve çıkarım üzerine tüm klasik öğreti kümeler kalkülünün özel bir kısmı olarak kanıtlanmıştır (*Menne*₃).

4.71 1. *Biçim sonuçları*:

4.711 $\vdash MaP \wedge SaM \rightarrow SaP$ *Barbara* (krş. 4.4242)

Örnekler:

Tüm hayvanlar duyuşal algıya sahipse ve tüm yer solucanları hayvansa, tüm yer solucanları duyuşal algıya sahiptir.

Tüm gece gölgesi bitkileri Amerika'da yetişmekte ve tüm domatesler gece gölgesi bitkisiyse, tüm domatesler Amerika'da yetişmektedir.

Tüm üçgenler dikdörtgen ve tüm kareler üçgensel, tüm kareler dikdörtgendir.

Tüm tinsel tözler ölümsüz ve tüm ruhlar tinsel tözse, tüm ruhlar ölümsüzdür.

Tüm dikdörtgenler paralel kenar ve tüm kareler dikdörtgensel, tüm kareler paralel kenardır.

Bu son türden örnekler tasımın tümüyle yeni bir şey getirmediginden ötürü yararsız olduğunu göstermek amacıyla sıkça kullanılır; zaten karelerin paralel kenar olduğu önceden bilinmektedir. Bu durum bu örnekte geçerlidir. Ve bu *Barbara* biçiminde genelde geçerlidir, çünkü o eklem *geçişliliği* tümü... *dür*'e dayanmaktadır, bu öylesine açıktır ki, *Barbara* biçiminin sonuçları mantık bilgisi olmadan da sıkça basit bir şekilde doğru olarak görülebilmektedir. Ama diğer kalıplarda, özellikle kullanılan kavramların kesin anlamı tüm yönleriyle bilinmezse, iki öncülünden hareketle asla her zaman ilk hamlede doğru sonuç ortaya konulamaz. 3. örnek yanlış öncüllerden doğru bir sonucun elde edilebileceğini açık bir şekilde göstermektedir. Gerçek bir tasımda sonucun doğruluğundan ancak, her iki öncül doğru ol-

duğunda, kesin olarak emin olabiliriz. Sondan bir önceki örnek nihai olarak bazı metafizik konular içermektedir. Felsefi bakış açısından hareketle zafer edasıyla denilebilir ki: “Ruhun ölümsüzlüğü böylece kesin bir mantıksal dil ile kanıtlanabilir!” veya yerici bir tarzda karşı da çıkılabilir: “Bu tarz oldukça sorunsal olan önermelerin mantık yoluyla kanıtlanmasının akıllıca olmadığı görülmektedir, her şeyden önce ruh gibi bir şeyin varolduğu tümüyle belirlenenemez.” Bunun için denilebilir ki, her tasım bir *koşul önermesi* ortaya koymaktadır. Tasım tümüyle, salt biçimi açısından doğrudur, gerçi sonuç yalnızca her iki öncül doğruysa doğru olur. Ancak bunun bizim örneğimizle uyuşup uyuşmadığının mantık bizzat karar veremez –bu felsefi antropoloji veya ontolojinin bir meselesidir. Ama bir kez belli felsefi görüşler veya kabullerden hareketle her iki öncül doğru olarak kabul edilirse, o zaman her durumda tutarlı bir şekilde ruhun ölümsüz olduğu ortaya konulabilir. Böylece mantık, felsefi ifadelerin muhtemel sonuçlarını araştıran bir araç olur. Hatta o belli koşullar altında, belli felsefi kabullerin çelişkili sonuçlara yol açtığını gösterebilir. Bunun söz konusu olmadığı bir sistem her şeyden önce kendi doğruluğunu garanti edemez: Felsefi bir sistemin veya bilimsel bir teorisinin çelişkiden uzak olması, yalnızca her ikisinin muhtemelen doğru olduğunu söyler. Buna karşın bir sistemin çelişkili olması onun doğru olmasının imkansız olduğunu gösterir, çünkü çelişkili bir sistemde her bir önerme reddedilebileceği gibi kanıtlanabilir de, b.d. böyle bir sistem değersizdir, çünkü onun hiçbir önermesinin doğru veya yanlış olduğu kesin değildir. Ama doğaldır ki, buradan bu tür çelişkili sistemlerin edebi veya şiirsel bir sanat eseri oldukları veya tümüyle derin düşünceler içerdikleri sonucu çıkartılamaz. Gerçekliğin bizzat çelişkili olduğu şeklinde sıkça dile getirilen iddialar, bu iddiaların sıklığı sayesinde gerçeklik kazanmıyor: Bu iddia basitçe *karşıt*, *alt karşıt*, veya *altıklık* ile *çelişiklik*in karıştırılmasına dayanmaktadır, bununla birlikte aynı zamanda *gerçeklik*, *gerçeklik üzerine önermeler* ile temellendiriliyor. Şimdi tekrar tasıma dönelim:

Belirli küme kalkülündeki yazım tarzında *Barbara* kalıbıyla (modus) olan benzerlik aşıkardır:

$$4.712' \mid - M\check{C}P' \wedge S\check{C}M \rightarrow S\check{C}P'$$

Barbara kalıbı belirli küme kalkülünde şöyledir:

$$4.711' \mid - M\check{C}P \wedge S\check{C}M \rightarrow S\check{C}P$$

Barbara kalıbında *P* yerine *P'* konulursa, *Celarent* meydana gelir. Bu kalıp için örnekler:

Hiçbir dindar Müslüman alkol kullanmaz ve tüm dervişler dindar Müslümansa, hiçbir derviş alkol kullanmaz.

Hiçbir dik açılı üçgen eşkenar değil ve bir açının diyagonal bölüm-lenmesi dik açılı bir üçgeni meydana getirirse, bir karenin diyagonal bölümlenmesi sayesinde hiçbir eşkenar figür meydana çıkmaz.

$$4.713 \mid - MaP \wedge SiM \rightarrow SiP \quad \text{Dari}$$

$$4.713' \mid - M\check{C}P \wedge S\check{\emptyset}M \rightarrow S\check{\emptyset}P$$

Bu sonuç kolayca *Barbara*'dan elde edilemez. Bunun için önermeler kalkülünden yardımcı bir önermeye gerek duyulur:

$$4.7131 \mid - p \wedge q \rightarrow r \leftrightarrow p \wedge \bar{r} \rightarrow \bar{q}$$

Şimdi bundaki önermelerin yerine *p/Map*, *q/SaM* ve *r/SaP* olacak şekilde yenilerini koyarsak o zaman

$$4.7132 \mid - MaP \wedge SaM \rightarrow SaP \leftrightarrow MaP \wedge \overline{SaP} \rightarrow \overline{SaM} \text{ ı elde ederiz.}$$

Ama bu karşılıklı-koşullunun sol tarafı *Barbara* modusu 4.711'dir ve böylece de doğrudur; keza sağ taraf da kendi içinde doğrudur.

$$4.7133 \mid - MaP \wedge \overline{SaP} \rightarrow \overline{SaM}$$

Şimdi ilk öncülün yerine onun devriğini koyarız, (keza bu tümel-olumlu yargı da eşdeğer kalır (4.551)), 2. öncül ve sonuç önermesinde de ilgili eşdeğerliği kullanırız (4.521). Böylece biz:

$$4.7134 \mid - P'aM' \wedge SoP \rightarrow SoM \text{ u elde ederiz.}$$

Şimdi biz *P'/M* ve *M/P'* olacak şekilde değişiklikleri yaptığımızda;

4.7135 $\vdash MaP'' \wedge SoM' \rightarrow SoP'$ u elde ederiz.

1. öncülde çifte tümlleme yasasına (4.421), 2. öncül ve sonuç önermesinde de tikel yargıların eşdeğerliğine dikkat etmemiz gerekir (4.513). Böylece sonuçta:

4.713 $\vdash MaP \wedge SiM \rightarrow SiP$ Darii'yi elde ederiz.

Darii bu şekilde bir önerme kalkülü teoremi sayesinde *Barbara*'dan türetilebilir. *-Darii* için örnekler: Tüm Moğallar çekik gözlü ve bazı insanlar Moğol'sa, bazı insanlar çekik gözlüdür. Tüm parlamenterler dokunulmazlık hakkına sahip ve bazı bakanlar parlamenterse, bazı bakanlar dokunulmazlık hakkına sahiptir.

4.714 $\vdash MeP \wedge SiM \rightarrow SoP$ Ferio

Belirli kümeler kuramındaki yazım tarzı, bu sonucun P/P' olacak şekilde P nin yerine geçirilmesiyle *Darii*'den elde edildiğini göstermektedir.

4.714' $\vdash M\check{C}P' \wedge S\check{\emptyset} M \rightarrow S\check{\emptyset} P'$

Örnekler:

Eğer hiçbir kare kök asal sayı değil ve bazı çift sayılar kare kök sayıysa, bazı çift sayılar asal sayı değildir. (Burada tutarlı bir şekilde, asla tüm çift sayılar asal sayı değildir sonucu çıkar: 2 sayısı bilindiği gibi bir çift sayıdır.)

Hiçbir şeker hastası dondurma yiyemez ve bazı çocuklar şeker hastasıysa, bazı çocuklar dondurma yememelidir.

1. biçimin genelde kullanılan bu dört kalıbının yanısıra, koşullunun geçişliliğine (2.87) dayalı altıklık yasaları (4.563-64) sayesinde, tümel sonuç önermeli her iki kalıptan da (4.711-12) başka iki kalıp daha kazanılabilir:

4.715 $\vdash MaP \wedge SaM \rightarrow SiP$ *Barbari*

4.716 $\vdash MeP \wedge SaM \rightarrow SoP$ *Celaront*

Tümel bir yargı, ona karşılık gelen tikel yargıdan daha fazla iddiaya sahip olduğundan, o *daha güçlü* diye de adlandırılır. Daha güçlü bir sonucun mümkün olduğu yerde, yalnızca zayıf olan biri çıkarsanırsa, *tasımın zayıflatılmışlığı*ndan söz edilir. Bundan önceki iki tasım böylece *zayıflatılmış tasımlardır*. 4.711-

12'nin sonuç önermelerinden (elde edilen) yarı çevirmeler (4.587-88) göz önünde bulundurulduğunda.

$$4.7151 \quad |- MaP \wedge SaM \rightarrow SiP \text{ Barbarij}$$

$$4.7161 \quad |- MeP \wedge SaM \rightarrow SöP \text{ Celarönt de meydana gelir.}$$

Sonuç önermesi öncüllerden daha güçlü olamaz, b.d. sonuç önermesi yalnızca her iki öncül tümelse tümel olabilir. Her iki öncül de tikelse asla geçerli bir çıkarımda bulunulamaz. Genelde daha kötü bir sonuç çıkar (*Conclusio sequitur peiorem partem*). Sıkça olumsuz bir yargının olumlu bir yargıdan daha zayıf olduğu dile getirildi ve daha sonra buna benzer bir yaklaşım olarak iki olumsuz öncülden hiçbir sonuç çıkmayacağı iddia edildi. Bu doğru değil. Doğrusu şu: Her iki öncül olumsuz olursa sonuç olarak dört bilindik yargı türününükilerden hiçbirisi meydana gelmez. Buna karşın çevrik yapılar da ilave edildiğinde, *iki tümel öncülden daima bir sonuç (önermesi) meydana gelir*. Bu şekilde birinci biçimden dört kalıp daha elde edilir. Bunun dışında çevrik sonuçlar göz önünde bulundurmakla zayıflatılmış tasımların sayısı çoğalır.

$$4.717 \quad |- MaP \wedge SeM \rightarrow SöP$$

$$4.717' \quad |- MçP \wedge SçM' \rightarrow S' \text{ \P } P'$$

Bu sonuç için Menne2'de *Garderönt* adını önermiştim. –Örnekler:

Tüm Sırplar Slav ve hiçbir İspanyol Sırp değilse, bazı İspanyol-olmayanlar Slav'dır.

Tüm Lutherçiler Protestan ve hiçbir Katolik Lutherçi değilse, bazı Katolik-olmayanlar Protestan'dır.

Garderönt'ün kanıtlanması için biraz önce kanıtlanmış olan *Celarönt*'ün zayıflatılmış kalıbından hareket ediyoruz:

$$4.716 \quad |- MeP \wedge SaM \rightarrow SoP$$

Şimdi biz tekrar önermeler kalkülü yasasını kullanarak:

$$4.7171 \quad |- p \wedge q \rightarrow r \leftrightarrow \bar{r} \wedge q \rightarrow \bar{p}$$

ve p/MeP , q/SaM , r/SoP olacak şekilde yerleştirerek şunu elde ederiz:

$$4.7172 \vdash MeP \wedge SaM \rightarrow SoP \leftrightarrow \overline{SoP} \wedge SaM \rightarrow \overline{MeP}$$

Bu karşılıklı-koşullunun sol tarafı henüz kanıtlanan 4.716 ile birlikte biçimdeştir; yani sağ taraf da tek başına doğrudur:

$$4.7173 \vdash \overline{SoP} \wedge SaM \rightarrow \overline{MeP}$$

1. öncül ve sonuca eşdeğerlik 4.523 veya 4.524'ü kattığımızda şu meydana gelir:

$$4.7174 \vdash SaP \wedge SaM \rightarrow MiP$$

Şimdi biz ikinci öncülü 4.551'e göre evrik yapıyoruz:

$$4.7175 \vdash SaP \wedge M'aS' \rightarrow MiP$$

2. öncül ve sonuç önermesine eşdeğerlik yasaları 4.512 veya 4.513'ü uyguluyoruz:

$$4.7176 \vdash SaP \wedge M'eS \rightarrow MoP'$$

Şimdi biz S/M ve M'/S olacak şekilde yerleştiriyor ve şunu elde ediyoruz:

$$4.7177 \vdash MaP \wedge SeM \rightarrow S'oP'$$

Buradan da tanımın sonucun çevriği 4.584'e uygulanmasıyla nihayet *Garderönt* meydana gelir:

$$4.717 \vdash MaP \wedge SeM \rightarrow SöP$$

Böylece bizim bu sonucu *Celaron't*un zayıflatılmış kalıbından elde ettiğimiz kanıtlanmış oldu. Yani o da bizzat zayıflatılmış bir kalıbı ortaya koyuyor: Bu demektir ki, o yalnızca altıklık yasalarına bağlı olarak geçerlidir. İki olumsuz öncülden bir şeyin sonuçlandırılabilceğini aşağıdaki kalıp gösteriyor:

$$4.718 \vdash MeP \wedge SeM \rightarrow SiP$$

$$4.718' \vdash M\bar{C}P' \wedge S\bar{C}M' \rightarrow S' \bar{I} P'$$

Bu sonuç için ad olarak *Helenij* vazife görür, bununla birlikte "*ij*" tikel-olumlu yargı olan SiP 'in çevriği olarak anlaşılmalı. Bu iki olumsuz öncüllü sonuca örnekler:

Latince dersinin kaldırılmasını onaylayan hiç kimse kendi kültürümüzün antik yönünün bilincinde değilse ve hiçbir hümanist Latince dersinin kaldırılmasını onaylamazsa, bazı hüma-

nist-olmayanlar modern kültürümüzün antik bölümünün bilincinde değildir.

Hiçbir meme çocuğu akciğer kanserinden ölmez ve hiçbir sigara içen meme çocuğu değilse, bazı sigara-içmeyenler akciğer kanserinden ölmez.

Helenij'in kanıtlanması için henüz kanıtlanmış olan *Garderönt*'ten hareket ediyoruz:

$$4.717 \vdash MaP \wedge SeM \rightarrow SöP$$

ve burada P/P' olacak şekilde yerleştiriyoruz

$$4.7181 \vdash MaP' \wedge SeM \rightarrow SöP'$$

Burada 1. öncüle 4.512 eşdeğerliğini ve sonu^ç önermesine de 4.513 eşdeğerliğini uyguluyoruz:

$$4.718 \vdash MeP \wedge SeM \rightarrow SiP \quad \text{Helenij}$$

Garderönt zayıflatılmış kalıba ait olduğundan, *Helenij* de ona aittir.

$$4.719 \vdash MiP \wedge SeM \rightarrow SöP \quad \text{Liberö}$$

$$4.719' \vdash M \oint P \wedge S \text{ç} M' \rightarrow S' \oint P$$

Örnekler: Bazı ehliyetliler dikkatsizlikleri yüzünden başkalarını tehlikeye atmakta ve hiçbir kör ehliyetli değilse, bazı kör-olmayanlar dikkatsizlikleri yüzünden başkalarını tehlikeye atmaktadır.

Bazı Müslümanlar İranlı ve hiçbir Hristiyan Müslüman değilse, bazı Hristiyan-olmayanlar İranlı'dır.

Liberö'yü kanıtlamak için, *Ferio*'dan hareket ediyoruz:

$$4.714 \vdash MeP \wedge SiM \rightarrow SoP$$

Her iki öncülü 4.561-62'ye göre eviriyor, (2.61)'e göre değiş-tokuş ediyor ve sonuç önermesini de 4.553'e göre devrik yapıyoruz:

$$4.7191 \vdash MiS \wedge PeM \rightarrow P'oS'$$

Şimdi S/P nin yerine P/S nin yerine konuluyor o zaman şu meydana geliyor:

$$4.7192 \vdash MiP \wedge SeM \rightarrow S'oP'$$

Böylece çevirme tanımının 4.584 ün sonuç önermesine uygulanmasıyla *Liberö*'yu elde ederiz:

$$4.719 \vdash MiP \wedge SeM \rightarrow SöP$$

Şimdi burada hiçbir zayıflatılmış çıkış kalıbı ve hiçbir altık veya eksik işlemin kullanılmadığı kanıtlanmıştır, böylece bu sonuç dört klasik Aristotelesçi kalıpla aynı güçtedir.

$$4.7193 \vdash MoP \wedge SeM \rightarrow SiP \text{ Noverij}$$

$$4.7193' \vdash M \underset{\cdot}{\neg} P' \wedge S_{\cdot} M' \rightarrow S' \underset{\cdot}{\neg} P'$$

Bu sonuç iki olumsuz öncülü içerdiği için dikkate şayandır. -Örnekler:

Bazı kötü ısı iletkenleri iyi bir elektrik iletkeni değil ve hiçbir metal kötü bir ısı iletkeni değilse, bazı metal-olmayanlar iyi bir elektrik iletkeni değildir.

Bazı sudan korkanlar iyi sporcu değil ve hiçbir yüzücü sudan korkmazsa, bazı yüzücü-olmayanlar iyi sporcu değildir.

Noverij'i kanıtlamak için henüz kanıtlanmış olan *Liberö*'den hareket ediyoruz:

$$4.719 \vdash MiP \wedge SeM \rightarrow SöP$$

ve P/P' olacak şekilde yerleştiriyoruz; böylece şunu elde ederiz:

$$4.7194 \vdash MiP' \wedge SeM \rightarrow SöP'$$

1. öncül ve sonuç önermesinde 4.514 ve 4.513 eşdeğerlikleri göz önünde bulundurulduğunda *Noverij* meydana gelir:

$$4.7193 \vdash MoP \wedge SeM \rightarrow SiP$$

Bu sonuçta da asla zayıflatılmışlık söz konusu değildir.

4.7195 özetle belirtebiliriz ki, 1. biçimde öncüllerde geçen dört klasik yargı türünü göz önünde bulundurarak ve altıklık yasalarını kullanmaksızın sonuç önermesindeki çevrik yargının kabul edilmesiyle toplam 6 kalıp meydana gelir. Bunlardan ilk dördü daha Aristoteles zamanında biliniyordu: *Barbara*, *Celarent*, *Darii*, *Ferio*; *Liberö*, *Noverij*.

4.7196 Altığın kullanımına ek olarak *zayıflatılmış kalıp* denilen 6 kalıp daha meydana gelir: *Barbari, Barbarij, Celaront, Celarönt, Garderönt, Helenij*.

4.7197 Aşağıdaki öncüllerden hiçbir sonuç çıkarmak mümkün değildir:

a - o

e - o

i - a

o - a

Bu bir parola yardımıyla şu şekilde kavranılabilir: *Aynı şekilde bundan asla bir şey çıkmaz*.

4.7198 *İkillik ilkesine* göre tüm kalıplar, yargıların hepsi için çevrikleri alınırsa (bununla birlikte çifte çevirme kaldırılıyor) geçerli kalır.

Bu şekilde daha sonra örneğin *Bārbārā, Cēlārēnt* vb. veya da *Hēlēni, Nōvēri* vb. sonuçlar meydana gelir. Aşağıda verilen akıcı-olmayan dört öncül çevirmede bu özelliklerini muhafaza eder:

ā - ō

ē - ö

ī - ä

ō - ā

Bu dört öncülün birleşiminden geçerli hiçbir tasım meydana gelmez.

4.7199 çevrik yargıları tümüyle göz önünde bulundurulduğunda, b.d. öncüller de dikkate alındığında, 1. biçimden toplam 48 geçerli tasım kalıbı meydana gelir, yani henüz adlandırılan 12'nin dışında ve tam olarak biri çevrik ve biri çevrik olmayan 12 çifte ek olarak, öncüllerle birlikte 24 daha.

Böylece ben nihayet bu 24 kalıbı vermekle yetinmek istiyorum.

Bunların kanıtlamaları biraz önce ayrıntılı olarak ortaya koyulan kalıptaki gibidir ve örnekler basitçe onlara uygun bir şekilde oluşturulabilir.

	1. öncül	2. öncül	Sonuç önermesi
4.71990	1	$\vdash MaP \wedge S\ddot{a}M \rightarrow SiP$	
	2	a	$\ddot{e}$
	3	a	$\ddot{o}$
	4	$\ddot{a}$	i
	5	$\ddot{a}$	e
	6	$\ddot{a}$	o
	7	e	$\ddot{a}$
	8	e	$\ddot{o}$
	9	e	i
	10	$\ddot{e}$	a
	11	$\ddot{e}$	e
	12	$\ddot{e}$	o
	13	i	$\ddot{a}$
	14	i	$\ddot{o}$
	15	o	$\ddot{a}$
	16	o	$\ddot{o}$

Bunlardan 4'ü altığa dayanmaktadır, yani zayıflatılmış kalıplardır. Tümel sonuç önermeli 4 kalıba ilave olarak her birinden 2 zayıflatılmış kalıp oluşturulur:

4.7199	17	$MaP \wedge S\ddot{e}M \rightarrow S\ddot{o}P$	
	18	a	$\ddot{e}$
	19	$\ddot{a}$	e
	20	$\ddot{a}$	o
	21	e	$\ddot{i}$
	22	e	$\ddot{e}$
	23	$\ddot{e}$	i
	24	$\ddot{e}$	i

Böylece 1. biçimden, yarısı altıklık yasasına bağlı olan toplam 48 kalıp elde ederiz. Bununla birlikte izleyen 8 temsilci deyim (parola) sayesinde belirtilenleri dikkate almak yeterli olacaktır: *Barbara*, *Celarent*, *Darii*, *Ferio*, *Garderönt*, *Helenij*, *Liberö*, *Noverij*. Geriye kalan 40'ı esaslı olarak yeni birşey getirmiyor ve 8'inden altıklık, evirme, devirme, çevirme yardımıyla ve ikillik-ilkesine göre türetilabiliyor.

Ayrıca bu, diğer üç biçimin kalıpları için de geçerlidir. Bu yüzden ben kendimi en önemli kalıplarla sınırlandırmak istiyorum. Bununla birlikte tasımsal kalıpların parolaları, kalıbın 1. biçime indirgenmesi gibi, birkaç harf içermektedir.

1. harfler (*B, C, D, F*), 1. biçimin kalıbına ve kendisinden kalıbın türetilbildiği aynı başlangıç harflerine işaret etmektedir.

1. sesli harf 1. öncülün yargı türü için, 2. sesli harf 2. öncül için, 3. sesli harf sonuç önermesi için kullanılmaktadır.

“*m*” “*mutatio*”ya karşılıktır ve öncüllerin *değiş-tokuşu* anlamına gelir, yani 1. öncülün 2. öncülle ve tersi.

“*s*” “yalın evirme” yerine kullanılıyor, b.d. basit veya *tam evirme* ve öncesinde kullanılan sesli harf sayesinde anlamlandırılan öncül tam evrilebilir anlamına gelir.

“*p*” “ilineksel evirme (*conversio per accidens*)”, b.d. *eksik evir*medir ve önceki sesli harf sayesinde anlamlandırılan öncülün eksik olarak evrilebilir olduğunu gösterir, b.d. evirme ve altıklık aynı anda kullanılabilir. Adlarında bir “*p*” içeren tüm kalıplar zayıflatılmış kalıplardır.

“*c*” “devirme” yerine kullanılıyor. Bu kalıplar yalnızca, *içlemin devrik* olarak kullanıldığı ayrıntılı yöntemlerde 1. biçime indirgenebilir, aynen *Dari’yi Barbara*’dan türettiğimiz gibi.

2. *tasım biçimi* 1. den, 1. öncülün evriği sayesinde elde edilebilir:

4.7201	1. Biçim: $M-P$	2. Biçim: $P-M$
	$S-M$	$S-M$
	$S-P$	$S-P$

Böylece sorun, hangi yargıların f_1, f_2, f_3 için aşağıdaki şemaya yerleştirilerek geçerli önermelerin meydana çıkacağıdır:

$$4.7202 \quad Pf_1M \wedge Sf_2M \rightarrow Sf_3P$$

Daha Aristoteles’te 4 kalıp söz konusu:

$$4.721 \quad \vdash PeM \wedge SaM \rightarrow SeP \quad \text{Cesare}$$

Örnekler:

Hiçbir uçucu yağlı bitki bir soğuk bölge bitkisi değil ve tüm mersin ağacı bitkileri uçucu yağlıysa, hiçbir mersin ağacı bir soğuk bölge bitkisi değildir.

Cesare'nin başındaki "C", bu kalıbın 1. biçimdeki *Celarent*'ten türetilbileceği anlamına gelir. 1. heceden sonraki "s", bunun 1. öncülün tam evrilmesiyle mümkün olduğunu söyler.

Celarent şöyledir:

$$4.712 \quad |- MeP \wedge SaM \rightarrow SeP$$

1. öncül *MeP*in çevriği *PeM*i meydana getirir, böylece biz şunları elde ederiz:

$$4.721 \quad |- PeM \wedge SaM \rightarrow SeP \quad \text{Cesare}$$

$$4.722 \quad |- PaM \wedge SeM \rightarrow SeP \quad \text{Camestres}$$

Örnekler: Tüm sabit yıldızlar kendisinden ışık saçar ve hiçbir gezegen kendinden ışık saçmazsa, hiçbir gezegen sabit yıldız değildir. *Camestres* parolasındaki 1. harf kalıbın yine *Celarent*'ten elde edildiğini göstermektedir:

$$4.712 \quad |- MeP \wedge SaM \rightarrow SeP \quad \text{Celarent}$$

"m" öncüllerin değiş-tokuşunu öngörür:

$$4.7221 \quad |- SaM \wedge MeP \rightarrow SeP$$

Şimdi, ilk "s" ikinci öncülün tam evrilmesini gerektirir (krş. 4.561), sondaki "s" sonuç önermesinin tam evrilmesini talep ediyor:

$$4.7222 \quad |- SaM \wedge PeM \rightarrow PeS$$

Bundan böyle yalnızca geleneksel işaret tarzlarının adlandırılarak ortaya konulmasına gereksinim duyulur, b.d. *S/P* ve *P/S* olacak şekilde koyulur ve şu elde edilir:

$$4.722 \quad |- PaM \wedge SeM \rightarrow SeP \quad \text{Camestres}$$

Bir sonraki kalıp:

$$4.723 \quad |- PeM \wedge SiM \rightarrow SoP \quad \text{Festino}$$

Festino başka bir şey olmaksızın *Ferio* 4.714'ten 1. öncülün evriği 4.561 sayesinde meydana gelir. Örnekler: Hiçbir tüylü hayvan memeli değil ve bazı uçan hayvanlar memeliyse, bazı uçan hayvanlar tüylü değildir.

$$4.724 \quad |- PaM \wedge SoM \rightarrow SoP \quad \text{Baroco}$$

Kanıtlama için *Barbara*'dan hareket ediyoruz:

$$4.711 \quad \vdash MaP \wedge SaM \rightarrow SaP$$

Önermeler mantığından;

$$4.7241 \quad \vdash p \wedge q \rightarrow r \leftrightarrow p \wedge \bar{r} \rightarrow \bar{q} \text{ yu kullanıyoruz.}$$

p/MaP , q/SaM , r/SaP olacak şekilde yerleştiriyoruz

$$4.7242 \quad \vdash MaP \wedge SaM \rightarrow SaP \leftrightarrow MaP \wedge \overline{SaP} \rightarrow \overline{SaM}$$

Karşılıklı-koşullunun sol tarafı doğru olduğundan, çünkü *Barbara* ile biçimdeştir, sağ taraf da doğru olur:

$$4.7243 \quad \vdash MaP \wedge \overline{SaP} \rightarrow \overline{SaM}$$

2. öncül ve sonuç önermesini meydana getirir:

$$4.7244 \quad \vdash MaP \wedge SoP \rightarrow SoM$$

M/P , P/M olacak şekilde koyulduğunda, *Baroco* meydana gelir:

$$4.724 \quad \vdash PaM \wedge SoM \rightarrow SoP$$

Baroco'ya örnek: Tüm eşkenar dörtgenler dik açılı diyagonal-lere sahip ve bazı paralel kenarlar dik açılı diyagonal-lere sahip değilse, bazı paralel kenarlar eşkenar dörtgen değildir.

Daha Aristoteles zamanında tanınmış olan bu 4 geleneksel kalıptan 4 zayıflatılmış kalıp daha oluşturulabilir:

$$4.7251 \quad \vdash PeM \wedge SaM \rightarrow SoP \quad \text{Cesaro}$$

$$4.7252 \quad \vdash PeM \wedge SaM \rightarrow SöP \quad \text{Cesarö}$$

$$4.7253 \quad \vdash PaM \wedge SeM \rightarrow SoP \quad \text{Camestrop}$$

$$4.7254 \quad \vdash PaM \wedge SeM \rightarrow SöP \quad \text{Cameströp}$$

Ayrıca 1. biçim Aristotelesçi olmayan kalıplarından şunlar meydana gelir:

$$4.726 \quad \vdash PeM \wedge SeM \rightarrow SiP \quad \text{Heselij}$$

$$4.727 \quad \vdash PiM \wedge SeM \rightarrow SöP \quad \text{Listerö}$$

$$4.728 \quad \vdash PaM \wedge SaM \rightarrow SiP \quad \text{Gasanijn}$$

$$4.729 \quad \vdash PoM \wedge SaM \rightarrow SöP \quad \text{Moşalön}$$

Böylece biz 2. biçimden de toplam 12 kalıp elde ederiz, ki bunlardan 6'sı zayıflatılmıştır. Ayrıca ilaveten dualer (ikilliler) olarak her iki öncül ve sonuç önermesinin aynı anda çevrilebilmesiyle 12 adet daha oluşturulabilir. Karışık, yalnızca kısmen evrik öncüllerden 24 kalıp daha elde edilebilir. Bu şekilde 2., aynen 1. de olduğu gibi toplam 48 kalıp temin eder.

3. biçim 1. biçimden 2. öncülün evrilmesiyle meydana gelir ve şu şemaya sahiptir:

$$4.7301 \quad Mf_1P \wedge Mf_2S \rightarrow Sf_3P$$

1. biçim üzerine verilen örnekler ve yapılan indirgemelerle 3. ve 4. biçimden kaçınmak istiyoruz; okuyucu (alıştırmalarla) bunu bizzat deneyebilir. 3. biçimin geleneksel kalıbı şöyledir:

$$4.731 \quad |- \quad MaP \wedge MaS \rightarrow SiP \quad \text{Darapti}$$

$$4.732 \quad |- \quad MiP \wedge MaS \rightarrow SiP \quad \text{Disamis}$$

$$4.733 \quad |- \quad MaP \wedge MiS \rightarrow SiP \quad \text{Datisi}$$

$$4.734 \quad |- \quad MeP \wedge MaS \rightarrow SoP \quad \text{Felapton}$$

$$4.735 \quad |- \quad MoP \wedge MaS \rightarrow SoP \quad \text{Bocardo}$$

$$4.736 \quad |- \quad MeP \wedge MiS \rightarrow SoP \quad \text{Ferison}$$

Daha Aristoteles tarafından dile getirilenlerin yanında şunlar da geçerlidir:

$$4.7371 \quad |- \quad MaP \wedge MeS \rightarrow SöP \quad \text{Galestö}$$

$$4.7372 \quad |- \quad MeP \wedge MeS \rightarrow SiP \quad \text{Helestij}$$

$$4.7373 \quad |- \quad MiP \wedge MeS \rightarrow SöP \quad \text{Liresö}$$

$$4.7374 \quad |- \quad MoP \wedge MeS \rightarrow SiP \quad \text{Novestij}$$

$$4.7375 \quad |- \quad MaP \wedge MoS \rightarrow SöP \quad \text{Dalosnö}$$

$$4.7376 \quad |- \quad MeP \wedge MoS \rightarrow SiP \quad \text{Denosij}$$

Bu 12 kalıptan 4.731, 4.734, 4.7371 ve 4.7372 zayıflatılmış kalıplardır; onlar türetilmek için altıklığa muhtaçtırlar.

Bu 12 kalıptan ikillik ilkesi sayesinde başka 12 kalıp daha elde edilir. Nihayet diğer 24'ü de tam çevrik bir öncül sayesinde

gösterilir. Böylece 3. biçimden de toplam 48 geçerli tasım meydana gelmiş olur.

4. biçim 1.den her iki öncülün evrilmesiyle elde edilir:

$$4.7401 \quad Pf_1M \wedge Mf_2S \rightarrow Sf_3P$$

Aristoteles bu biçmi kullanmamıştı. Geleneksel mantıkta aşağıdaki 5 kalıp bilinmektedir:

$$4.741 \quad \vdash PaM \wedge MaS \rightarrow SiP \quad \text{Bamalip}$$

$$4.742 \quad \vdash PaM \wedge MeS \rightarrow SeP \quad \text{Camanes}$$

$$4.743 \quad \vdash PiM \wedge MaS \rightarrow SiP \quad \text{Dimatis}$$

$$4.744 \quad \vdash PeM \wedge MaS \rightarrow SoP \quad \text{Fesapo}$$

$$4.745 \quad \vdash PeM \wedge MiS \rightarrow SoP \quad \text{Fresison}$$

Bunların zayıflatılmış şekilleri:

$$4.7461 \quad \vdash PaM \wedge MeS \rightarrow SoP \quad \text{Camenop}$$

$$4.7462 \quad \vdash PaM \vee MeS \rightarrow SöP \quad \text{Camenöp}$$

Bamalip bizzat:

$$4.7471 \quad \vdash PaM \wedge MaS \rightarrow SäP \quad \text{Bamaläs'in zayıflatılmış bir şeklidir.}$$

Buna ek olarak diğer bir zayıflatılmış şekil:

$$4.7472 \quad \vdash PaM \wedge MaS \rightarrow SiP \quad \text{Bamalijp}$$

Ayrıca şunlar geçerlidir:

$$4.7481 \quad \vdash PeM \wedge MeS \rightarrow SiP \quad \text{Hesesij}$$

$$4.7482 \quad \vdash PiM \wedge MeS \rightarrow SöP \quad \text{Listesö}$$

$$4.749 \quad \vdash PeM \wedge MoS \rightarrow SiP \quad \text{Destosnija}$$

Böylece 4. biçimden de 12 kalıp meydana gelir, bunlardan 6'sı zayıflatılmıştır. Bunlara ek olarak tekrar 12 ikilli (dual) oluşturulabilir ve tam çevrik bir öncülle 24 daha ve böylece toplam 48 kalıp olur ki, bunların yarısı zayıflatılmıştır.

Böylece 4 biçimin tümünden toplam olarak $4 \cdot 48 = 192$ geçerli tasım kalıbı meydana gelir. Şimdi haklı olarak, tasımın basit çıkarım biçimlerine hükmedebilmek için 192 kuralı öğren-

mek zorunda olmak akıl karı mıdır diye sorulabilir? Geleneksel mantıkta daha önceden tanınan 19 kalıbı bir parola yardımıyla bilmek yeterliydi. Ve her iki altıklık yasası sayesinde tümel sonuç önermeli 5 kalıptan, 5 zayıflatılmış kalıp daha kazanılabilir. Eğer verilen bir sonuç bu 24 kalıptan hiçbirine karşılık gelmezse, o zaman o geçerli bir şekilde reddedilemez. Çevrik yargıları ve türetmeye yarayan ek yasaları dikkate alarak 8 adet daha geçerli kalıp elde ettik, ama biz 192 tasımın tümünü türetebilmek veya verili bir tasımın geçerliliğine hükmedebilmek ya da mevcut iki öncülden sonuç (önermesini) çıkarmak için yalnızca 4 kalıp ve 4 kurala gereksinim duyarız:

Bizim dört kuralımız şöyledir:

4.751 Öncüllerin *e*, *ë*, *i*, *î* tarzındaki yargılara evrilmeleri ve *a*, *ä*, *o*, *ö*'de devrik yapılmalarıyla tüm tasımlar 1. biçim şemasına taşınabilir.

4.752 1. biçimden bir tasım, büyük önermenin yüklemi ve sonucun yüklemi veya küçük önermenin öznesi ve sonucun öznesi her defasında aynı anda değillendiğinde veya her iki işlem gerçekleştirildiğinde geçerli kalır.

4.753 Her tasım, öncüller yerine aynı anda onların çevrikleri yerleştirilirse geçerli kalır. (*İkillik- veya çevirme kuralı*)

4.754 Sonuç önermesinde ister *e* yerine *ë*, gerek *o* yerine *ö* yerleştirilebilir ve isterse *a*'dan, *ä*'ye *i* den *î*'ye geçilebilir. (*Zayıflatılma kuralı*)

Beşinci olarak şuna dikkat etmeli:

4.755 1. biçimden aşağıdaki dört tasım geçerlidir:

4.7551 *Barbara*

4.7552 *Garderönt*

4.7553 *Darii*

4.7554 *Mijladij*

Bu beş kuralın kullanımını birkaç örnekle aydınlatalım:

1) Aşağıdaki tasımın geçerli bir kalıba dayanıp dayanmadığını denetleyelim: “Sağlıklı bir yaşam tarzı sürdürmeyen herkes ortalamanın altında bir yaşam süresine sahip ve sağlıklı bir yaşam tarzı sürdüren hiç kimse sigara tiryakisi değilse, tüm sigara tiryakileri ortalamanın altında bir yaşam süresine sahiptir.”

1. Adım: Bu önerme bağlamını sembolleştirmek gerekiyor. Buna göre, “S” ve “P”yi sırasıyla en basit şekilde “sigara tiryakisi” veya “ortalamanın altında bir yaşam süresine sahip olma” olarak çıkarımlayabileceğimiz bir sonuç önermesinden hareket ediyoruz; daha sonra orta terim olarak “sağlıklı bir yaşam tarzı sürdürme” alınıyor.

1. öncül tùmeldir, özne değillenmiştir: bu *ë*-yargısına karşılık gelmektedir; 2. öncül tùmeldir, yüklem değillenmiştir: bu *e*-yargısına karşılık gelmektedir; sonuç önermesi tùmel-olumludur, yani bir *a*-yargısıdır:

$$4.7561 \quad M\acute{e}P \wedge MeS \rightarrow SaP$$

Geleneksel mantık kurallarına göre bu sonuç yanlış olmak zorundadır, çünkü burada iki olumsuz öncülden sonuca varılmak zorunda kalınmıştır, gerçi bunun için de olumlu bir sonuç önermesine daha gerek duyulmaktadır!

2. Adım: Evirme veya devirme sayesinde öncüller öylesine dönüştürülmüştür ki, 1. biçimin şeması meydana gelmiştir. (Kural 4.751) 1. öncülün dönüştürülmesine gerek yoktur, çünkü o yüklem olarak sonuç önermesinin yüklemine sahiptir, 1. biçimde olduğu gibi. Buna karşın ikinci öncülde sonuç önermesinin öznesi özne olarak değil, tersine yüklem olarak bulunmaktadır. Bir *e*-yargısı söz konusu olduğu için bu, kural 4.751’e göre evirme yoluyla ortadan kaldırılabilir:

$$4.7562 \quad M\acute{e}P \wedge SeM \rightarrow SaP$$

3. Adım: Burada iki tùmel öncülden tùmel bir sonuç önermesinin meydana geleceğini saptıyoruz; bizim sonucumuz geçerli olduğu sürece, bu *Barbara* sonucundan meydana gelmektedir. Şimdi biz *Barbara* kalıbı altında sonucumuzu, 4.7562 eşdeğer *a*-yargısı sayesinde ifade edilen bir biçim içerisinde gösteriyoruz.

$$4.7563 \mid - MaP \wedge SaM \rightarrow SaP \quad \text{Barbara}$$

$$4.7564 \quad M'aP \wedge SaM' \rightarrow SaP$$

4. Adım: Basit bir karşılaştırmayla biz, eğer M yerine M' yerleştirilirse, sonucumuzun *Barbara*'dan meydana geldiğini saptıyoruz. Örnek önermemiz böylece geçerli bir kalıba dayanmakta, yani geçerli bir tasımı ortaya koymaktadır.

2) Örnek: "Tüm iyi Hristiyanlar İsa'nın emirlerine uygun bir şekilde yaşıyor ve İsa'nın emirlerine uygun bir şekilde yaşamayan bazıları vaftiz edilmişse, bazı vaftiz edilenler iyi Hristiyan değildir."

1. Adım: Sembolleştirme. Sonuç önermesinde " S " "vaftiz edilen" ve " P " "iyi Hristiyan"a karşılık geliyor; orta terim " M " buna göre "İsa'nın emirlerine uygun yaşamak"tır. 1. öncül tümel-olumlu, yani " a "dır; 2. öncül değillenmiş özne ile tikel, yani " $ö$ "dür; sonuç önermesi değillenmiş yüklem ile tikel, yani " o "dur.

$$4.7571 PaM \wedge MöS \rightarrow SoP$$

Bu, geleneksel kalıp içerisinde bulunmayan 4. biçimden bir kalıptır, yani geleneksel anlayışa göre geçerli sayılmıyor.

2. Adım: 1. biçimi elde etmek için 4.751'e göre her iki öncülü devrik yapmalıyız:

$$4.7572 M'aP' \wedge S'öM' \rightarrow SoP$$

Bu basitçe şöyle yazılabilir:

$$4.7573 MäP \wedge SoM \rightarrow SoP$$

3. Adım: Biz, 1. öncülün tümel, 2. öncülün tikel olduğunu saptıyoruz. Eğer sonuç geçerli olacaksa, o *Darii*'den türetilmek zorundadır. Böylece şimdi biz onu, her birini " a " veya " i " olarak, öncüllerin eşdeğer bir kavranışıyla *Darii* içerisinde gösteriyoruz.

$$4.7574 \mid - MaP \wedge SiM \rightarrow SiP \quad \text{Darii}$$

$$4.7575 \quad M'aP' \wedge SiM' \rightarrow SiP'$$

4. Adım: Karşılaştırma yoluyla basit şekilde sonucumuzu, " M "i " M "nin yerine ve " P "yi " P "nin yerine koyarsak *Darii*'den el-

de edilebileceğini saptıyoruz. Böylece bizim örneğimiz geçerli bir kalıba dayanmaktadır.

Bu türden başka örnekler bizzat denenebilir. Bu bağlamda 5 durum ortaya çıkabilir: 1. 1. adıma göre, her iki öncül ve sonuç tümelse, aranılan sonuç, (eğer geçerli olacaksa) *Barbara*'ya indirgenmelidir.

2. Her iki öncül tümel, sonuç tikelse kalıp *Garderönt*'e indirgenebilir, veya o *Barbara*'nın zayıflatılmış şeklini ortaya koyar.

3. 1. öncül tümel, 2. öncül tikel ve sonuç önermesi tümelse, sonuç önermesi hiçbir şekilde geçerli olamaz; ama sonuç önermesi tikelse, sonuç *Darii*'den türetilmelidir, eğer geçerli olacaksa.

4. 1. öncül tikel, 2.si tümel, sonuç önermesi tümelse, sonuç kesin olarak geçerli değildir; sonuç önermesi tikelse, sonuç *Mijladi*'ye indirgenmelidir, eğer geçerli olacaksa.

5. Her iki öncül de tikelse, geçerli bir sonuç söz konusu olmaz.

3) Örnek: “Hiçbir oportünist güvenilir değildir” ve “Tüm oportünistler uyum sağlamada yeteneklidir” öncüllerinden ne çıkarılabilir?

1. Adım: Sembolleştirelim. Bu dizideki her iki önermeyi öncül olarak aldığımızda, o zaman “oportünist” orta terim “*M*”, “uyum sağlamada yetenekli” “*S*”, “güvenilir” “*P*” olur.

$$4.7581 \text{ } MeP \wedge MaS \rightarrow S?P$$

2. Adım: 2. öncülün devrik yapılmasıyla 1. biçimden şemayı elde ederiz.

$$4.7582 \text{ } MeP \wedge S\bar{a}M \rightarrow S?P$$

3. Adım: Her iki öncül tümel olduğundan, onları *a*-yargısının eşdeğeri olarak *Barbara* kalıbıyla karşılaştırınız:

$$4.7583 \text{ } \vdash MaP \wedge SaM \rightarrow SaP \quad \textit{Barbara}$$

$$4.7584 \text{ } MaP' \wedge S'aM' \rightarrow S?P$$

4. Adım: Biz öncüllerimizin hiçbir şekilde *Barbara*'dan elde edilemeyeceğini saptıyoruz, çünkü orta terim bir yerde “*M*” bir

yerde “*M*” dir, yani aynı orta terim söz konusu değildir. *Geleneksel mantık* bilgeliği sonuçta kendini gösterir ve diyebiliriz ki, iki öncülümüzden geçerli bir çıkarım elde edilemez. Gerçi biz, *Garderönt*’ün de iki tümel öncüle sahip olduğunu ve böylece yenisinden 3. adımı tekrar etmek gerektiğini hatırlıyoruz:

5. Adım: Biz 1. öncülü *a*-yargısının eşdeğeri olarak, 2. yi *e*-yargısının eşdeğeri olarak yazarak *Garderönt* kalıbıyla karşılaştırırız.

$$4.7585 \mid - MaP \wedge SeM \rightarrow SöP \quad \text{Garderönt}$$

$$4.7586 \mid - MaP' \wedge S'eM \rightarrow S?P$$

6. Adım: Şimdi biz öncüllerimizi *Garderönt* kalıbından elde ettiğimizi saptıyoruz, eğer orada “*S*” yerine “*S*” ve “*P*” yerine “*P*” yerleştirirsek; bundan sonra biz, öncüllerimizden aranan sonucu elde etmek için *Garderönt* sonucuna da uygun bir şekilde hareket etmek zorundayız:

$$4.7587 \mid - MaP' \wedge S'eM \rightarrow S'öP'$$

Bu şu şekilde basitleştirilebilir:

$$4.7588 \mid - MeP \wedge SâM \rightarrow SoP$$

Aranılan sonuç önermesi *SoP*’tur ve şöyledir:

“Bazı uyum sağlamada yetenekli olanlar güvenilir değildir”.

4. Örnek: “Bazı memeliler etobur değildir” ve “Tüm memeliler akciğer solunumu yaparlar” öncüllerinden ne çıkar?

1. Adım: Sembolleştirelim: “Memeli” orta-terim, “*M*”, “etobur” “*P*”, nihayet “akciğer solunumu yapmak” “*S*” olsun, 1. öncül tikel-olumsuz, yani “*o*”, 2. si tümel-olumlu, yani “*a*” olur.

$$4.7591 MoP \wedge MaS \rightarrow S?P$$

2. Adım: 1. biçimi elde etmek için, 2. öncülü devrik yapmalıyız:

$$4.7592 MoP \wedge SâM \rightarrow S?P$$

3. Adım: 1. öncül tikel, 2. tümel olduğundan, *Mijladij*’le karşılaştırma yapmak zorundayız; 1. öncül böylece eşdeğer olarak “*r*”ye, 2.si “*a*”ya dönüştürülmelidir:

4.7593 $\vdash MiP \wedge SaM \rightarrow SiP$ *Mijladij*

4.7594 $M'iP \wedge S'aM' \rightarrow S?P$

4. Adım: “*M*” yerine “*M*” ve “*S*” yerine “*S*” geçirilirse, öncülümüzün *Mijladij*’i meydana getirdiğini saptarız. Bu yerleştirmeyi sonuç önermesine uyguladığımızda şu meydana gelir:

4.7595 $\vdash M'iP \wedge S'aM' \rightarrow SiP$

Bu şu şekilde sadeleştirilebilir:

4.7596 $\vdash MoP \wedge S\bar{a}M \rightarrow SoP$

Böylece aranan sonuç önermesi *SoP*’tur ve şöyledir:

“Bazı akciğer solunumu yapanlar etobur değildir.” Bu sonuç önermesi ile birlikte ana öncüller ayrıca 3. biçimden *Bocardo* kalıbını meydana getirir.

4.7597 1. biçimde iki tikel öncülün ve *a - o* ve *i - a* öncüllerinden ve 4.752-53 kurallarından meydana gelen tüm öncül çiftlerinden, yani örneğin *e - o*, *a - i*, *\bar{a} - \bar{o}*, ve benzerlerinden hiçbir sonuç çıkmaz. Bunların hepsi 16 öncül çiftini oluşturur. Parola olarak: “Davon niemals (Bunlardan asla)!”

5. Bağıntılar Üzerine

Nasıl bir birli-yüklemin kaplamı olarak kümeler elde ediliyorsa, aynı şekilde bir *ikili-yüklemin kaplamı* olarak bir *bağıntı* (*Relation*) elde edilir. Tanım:

$$5.01 \quad B =_{\text{Dk}} \hat{x} \hat{y} \{f(x,y)\}$$

Bu demektir ki, bağıntı B , $f(x,y)$ 'yi geçerli kılan tüm x ve y ikililerinin alanı olarak tanımlanıyor.

Örnek: "Daha büyüktür", x 'in y 'den büyük olduğu tüm x ve y ikililerinin alanı için geçerlidir.

$$5.02 \quad xBy,$$

o zaman bu, x ile y arasında B bağıntısı ortaya çıkar demektir. Bağıntı *sıralı bir çiftin kaplamını* ortaya koyar, b.d. bağıntı üyelerinin sıralanması sabittir, buna karşın ikililerin kümesinde öğelerin sıralanması eşdeğerdedir. Bağıntının 1. üyesine B 'nin *önceli*, 2. üyesine B 'nin *ardılı* denir. B teriminden B 'nin *önceli* veya *ardılı* anlaşılır. Küme eklemlerine benzer olarak *bağıntı eklemleri* oluşturulabilir:

$$5.11 \quad B' =_{\text{Dk}} \hat{x} \hat{y} \{\overline{xB y}\}$$

B -tümleyen deriz ve daha sonra bunu *bağıntı tümleyeni* veya *tümleyen bağıntısı* diye adlandırırız. *Principia Mathematica*'da " $\sim$ " R " diye yazılır. Örnekler: "İle evli"nin bağıntı tümleyeni, "arkadaş", "akraba", "daha yaşlı", "gibi, aynı göz rengine sahip", "başka ülke uyruklu", "...in işvereni" vb. gibi aralarında bağıntılar olan ancak "ile evli" bağıntısının olmadığı tüm çiftlerin kümesidir.

$$5.12 \quad B \cup S =_{\text{Dk}} \hat{x} \hat{y} \{xB y \vee xS y\} \quad \text{Birleşim bağıntısı}$$

("B birleşim S" denir); *Principia Mathematica* " $B \dot{\cup} S$ " şeklinde yazar.

Örnekler: Eğer " B " "den daha büyük"ü ve " S " "eşittir"i gösterirse, birleşim bağıntısı "daha büyük veya eşittir"i meydana ge-

tirir. Buna uygun olarak "...in beyi" ve "...in hanımı"ndan "ile evli" elde edilir; "...in oğlu" ve "...in kızı"ndan ise "...in çocuğu".

$$5.13 \quad B \cap S =_{\text{Dk}} \hat{x} \hat{y} \{xBy \wedge xSy\} \quad \text{Kesişim bağıntısı}$$

("B ile S" denir); *Principia Mathematica* " $B \cap S$ " şeklinde yazar.

Örnekler: "B" "ile akraba" ve "S" "...in komşusu" ise, o zaman " $B \cap S$ " "akraba komşu" bağıntısı olur. Buna uygun olarak "...den daha yaşlı" ve "...in öğrenci arkadaşı"ndan, "...in daha yaşlı okul arkadaşı" kesişim bağıntısı meydana gelir.

Bağıntı önermesi eklemleri ile iki bağıntıdan bir önerme oluşturulur.

$$5.21 \quad B \subseteq S =_{\text{Dk}} \forall xy \cdot xBy \rightarrow xSy \quad \text{Alt-küme bağıntısı}$$

("B altık S" denir); *Principia Mathematica* " $B \subset S$ " diye yazar. *Alt-küme bağıntı işareti* iki bağıntı B ve S'den, B'nin S'de içerildiğine veya S ile eşit olduğuna dair önermeyi oluşturur.

Örnek: Eğer "B" "...in annesi" ve "S" "ile akraba" anlamına geliyorsa, " $B \subseteq S$ ", "anne" bağıntısının "akraba" bağıntısında içerildiğini söylemektedir. Benzer şekilde "...in müşterisi" bağıntısı "...in ticaret ortağı"nda içerilmiştir.

$$5.22 \quad B = S =_{\text{Dk}} \forall xy \cdot xBy \leftrightarrow xSy \quad \text{Eşitlik bağıntısı}$$

("B eşittir S" denir); *Principia Mathematica* " $B = S$ " şeklinde yazar.

Örnekler: "...in askeri amiri" ve "...in üzerinde askeri komutaya sahip"; "ile kan akrabası" ve "ile aynı atalara sahip" eşit sayılabilirler.

$$5.31 \quad \bar{O} =_{\text{Dk}} \hat{x} \hat{y} \{x \neq x \wedge y \neq y\}$$

Principia Mathematica'da " $\wedge$ " diye yazılan boş bağıntı, kendiyle özdeş olmayan, yalnızca terimler arasında var olabilen bağıntıdır; b.d. bu bağıntıyı oluşturan hiçbir çifte sahip olmayan bir bağıntı söz konusudur.

$$5.32 \quad \bar{I} =_{\text{Dk}} \hat{x} \hat{y} \{x \equiv x \wedge y \equiv y\}$$

" $\bar{V}$ " diye de yazılan, evrensel bağıntı (Allrelation), birbiriyle özdeş olan tüm terimler arasında ortaya çıkar.

$$5.33 \quad \exists! B =_{Dk} \exists xy \cdot xBy$$

Bu, nesnelerden B bağıntısına karşılık gelen en az bir çiftin var olduğunu söyler. B boş değildir denilir.

Örnekler: “ B ” “daha genç” ve “ S ” “...in amiri”ni gösterirse, “ $\exists! B \cap S$ ”, “altlarından daha genç olan amirler vardır” anlamına gelir. Buna uygun olarak “...in kuzeni” ve “ile evli”den: “İkinci dereceden birbirleriyle akraba olan evliler vardır” meydana gelir.”

$$5.34 \quad x\bar{B}y =_{Dk} yBx \quad \text{Evrik}$$

(“ x B -evrik y ” denir)

Örnekler: “...in babası”nın evriği “...in çocuğu”dur; “...den daha büyük”ten “...den daha küçük” meydana gelir, “...in üstü”nden “...in altı”, “...in karesi”nden “...in kare kökü”.

Bağıntı kalkülü yasaları:

$$5.41 \quad \vdash B = S \leftrightarrow S = B$$

$$5.42 \quad \vdash \bar{B} = S \leftrightarrow \bar{S} = B$$

$$5.43 \quad \vdash (B \cap S)' = B' \cup S'$$

$$5.44 \quad \vdash B \subseteq S \leftrightarrow S' \subseteq B'$$

$$5.45 \quad \vdash B \subseteq S \leftrightarrow \bar{B} \subseteq \bar{S}$$

$$5.46 \quad \vdash \bar{\bar{O}} \subseteq B$$

$$5.47 \quad \vdash B \subseteq \bar{I}$$

$$5.48 \quad \vdash \bar{O} \subseteq \bar{I}$$

$$5.49 \quad \vdash \bar{O}' = \bar{I}$$

$$5.51 \quad B/S =_{Dk} \hat{x} \hat{z} \exists y \cdot xBy \wedge ySz \quad \text{Dizilim (Zincirleme)}$$

“ B dizili S ” denir. B ve S nin dizilimi, B ve S nin göreceli ürünü diye de adlandırılır. -Örnekler: “Kız kardeş” ve “anne” dizilimi “annenin kız kardeşi”ni meydana getirir, b.d. anne tarafından teyze; “eş” “...in kralı” ile dizimlendiğinde “...in kraliçesi”ni meydana getirir.

$$5.52 \quad B^2 =_{Dk} B/B$$

Bir bağıntı kendiyle dizilimlendiğinde buna “bağıntı karesi” denir: -Örnekler: “Baba”nın karesi” (baba tarafından) büyük baba’yı meydana getirir. “Yardım etme”nin karesi “yardım edene yardım eden” olur. Buna uygun olarak şunlar oluşturulabilir:

$$5.53 \quad B^3 = D_k B^2 / B$$

$$5.54 \quad B^n = D_k B^{n-1} / B$$

Sınır durumlarda bir bağıntının sıfır kuvveti *özdeşlik* olarak tanımlanır:

$$5.55 \quad xB^0y = D_k xIy$$

$$5.61 \quad B'y = D_k \cap x \cdot xBy$$

Söylenişi: “*y den B*”. Bu deyim *bireysel bağıntı işareti* demektir, çünkü o, başka belli bir birey için *B* bağıntısında bulunan, tek bir bireye işaret eder.

Örnekler: Eğer “*B*” “...in başkenti” ve “*b*” “İspanya”yı gösterirse, o zaman “*Bb*”: “İspanya’nın başkenti”ni gösterir, b.d. Madrid. Buna uygun olarak “...in 10. kuvveti” ve “2”den: “2’nin 10. kuvveti” meydana gelir, b.d. 1024.

$$5.62 \quad \vec{B}y = D_k \hat{x} \{xBy\}$$

“*B*”nin sağ yana oku” denir. Bu ifade *kümesel bağıntı işareti* diye adlandırılır. O, *B* bağıntısında *y* ile ilişkide bulunan terimlerin tümünün kümesini gösterir. Bu küme *B* nin *önceli* diye de adlandırılır. Eğer *B* bağıntısı uzun bir deyimden oluşuyorsa, o zaman “*sgB’y*” diye de yazılır. Örnekler: “*B*” için “...in yazarı” ve “*b*” “İncil” olduğunda “*Bb*” : “İncilin yazarı” anlamına gelir; buna uygun olarak “...in üyesi” ve “Federal parlamento”dan: “Federal parlamentonun üyesi” meydana gelir.

$$5.63 \quad \vec{B}x = D_k \hat{y} \{xBy\}$$

“*B-x’in sol yana oku*” denir. Bu ifade *B-ardıl* kümesini işaretlemeye yarar. Uzun *B*’lerde “*gsB’x*” de yazılır. Örnek: “*B*” “...in yazarı”nı, “*a*” da “Goethe”yi gösterebilir, o zaman “*Ba*”: “Goethe’nin yapıtları” anlamına gelir.

$$5.64 \quad B''K = D_k \hat{x} \{ \exists y \cdot y \in K \wedge xBy \} \quad \text{Çift-küme işareti}$$

(söylenişi: “*K’nin B kümesi*”); “*B*” “...in yazarı” ve “*K*” “polis-ye romanlar”ı gösterebilir, o zaman “*B*”*K*”: “Polisiye romanların yazarı” anlamına gelir.

$$5.65 \quad D_1'B =_{Dk} \hat{x} \{ \exists y \cdot xBy \} \quad \text{Ön-alan}$$

(söylenişi: “*B’nin ön-alanı*”); *Principia Mathematica*’da “*D*₁” yerine basitçe “*D*” yazılır. Bu deyim bir bağıntının ön-alanını tanımlıyor, b.d. *B* bağıntısında öncel olarak var olan tüm terimlerin kümesi. Örnek: “*B*” “...in öğretmeni” anlamına geldiğinde, o zaman *B*’nin ön alanı öğretmenler kümesidir.

$$5.66 \quad D_2'B =_{Dk} \hat{y} \{ \exists x \cdot xBy \} \quad \text{Art alan}$$

Principia Mathematica’da bunun için “*C*’ *B*” yazılır, art-alan yukarıdaki “*B*” örneğine göre öğrenciler kümesi olur.

$$5.67 \quad C'B =_{Dk} D_1'B \cup D_2'B \quad \text{Alan}$$

Bağıntının alanı, ön-alan ve art-alanın birleşim kümesidir. - Örnekler: “*B*” “...in kardeşi” olduğunda, o zaman bu bağıntının alanı çocuk olmayan tüm insanları kapsar. “*B*” “...in öğretmeni” olduğunda, alan tüm öğretmenler ve öğrencileri kapsar.

$$5.71 \quad K \uparrow B =_{Dk} \hat{x} \hat{y} \{ x \in K \wedge xBy \}$$

Bu tanım, *B* bağıntısının ön-alanının yalnızca *K* kümesinin öğelerinden oluşabileceğini söyler. O zaman biz: “*B’nin ön-alanı K ile sınırlanmıştır*” deriz. Örnek: “*B*” “...in doktora danışmanı” ve “*K*” “doçent olan üniversite hocası” demekse “*K* $\uparrow$ *B*”: “Doktora danışmanı bağıntısı doçent olan üniversite hocası ön-alanıyla sınırlıdır” demektir. B.d. yalnızca doçent olan üniversite hocaları ilk danışman olarak bir doktora tezini yürütebilir. Buna uygun olarak “...in hocası” bağıntısı yetişkin erkekler kümesinin ön-alanıyla sınırlanmış olur. “...in kare kökü” de pozitif sayıların ön-alanıyla sınırlıdır.

$$5.72 \quad B \uparrow K =_{Dk} \hat{x} \hat{y} \{ y \in K \wedge xBy \}$$

Buna uygun olarak burada, bir bağıntı belli bir küme *art-alanı*yla sınırlıdır diye tanımlanır. Örnekler: “*B*” “içer” anlamında ise, o zaman bu bağıntı akıcılık kümesi art-alanıyla sınırlıdır; “...in kaynanası” evlilik kümesi art-alanıyla sınırlıdır.

$$5.73 \quad B \vdash K =_{Dk} K \uparrow B \vdash K$$

Burada B bağıntı alanı K kümesiyle sınırlandırılıyor. -Örnekler: " B " "...in askeri üstü" anlamındaysa, bu bağıntı örneğin İngiliz hava kuvvetlerinin üyeleri kümesiyle sınırlandırılabilir. "Daha büyük" bağıntısı doğal sayılar kümesiyle sınırlandırılabilir, ama örneğin öğrenci kümesiyle de.

$$5.74 \quad Un_1 B =_{Dk} \forall xyz \cdot xBy \wedge zBy \rightarrow x \equiv z$$

Biz " B ön-anlamlıdır" veya " B bireçok (anlamlı)"tur diyoruz. Bu, her B -ardılı için her defasında yalnızca bir B -öncelinin olduğunu söylüyor. *Principia Mathematica*'da yazılışı: " $1 \rightarrow cls$ ". -Örnekler: Anne ön-anlamlıdır, çünkü her y yalnızca bir anneye sahip olabilir; "...in karesi", "10 tabanına göre logaritma" da ön-anlamlıdır.

$$5.75 \quad Un_2 B =_{Dk} "xyz \cdot xBy \wedge xBz \rightarrow y \mid z$$

Şimdi biz " B art-anlamlıdır" veya " B çoğa-birdir" diyoruz. Bu, B 'nin her önceli için B 'nin yalnızca bir ardılı var demektir. *Principia Mathematica*'da yazılışı: " $cls \rightarrow 1$ ". -Örnekler: "Şehirde doğdu", çünkü herkes her defasında yalnızca belli bir şehirde doğmuş olabilir; ayrıca: "...in kare kökü", "...tarihinde ölmek".

$$5.76 \quad Un_{1,2} B =_{Dk} Un_1 B \wedge Un_2 B$$

Bir bağıntı, gerek ön- gerek art-anlamlı ise *birebir* diye adlandırılır. *Principia Mathematica*'da yazılışı: " $1 \rightarrow 1$ ". Örnekler: "...in parmak izi", "motorlu vasıtaların resmi plakası", "şu günlerde ... ile evleniyor".

$$5.77 \quad \vdash Un_1 B \leftrightarrow B/\tilde{B} \subseteq I$$

$$5.78 \quad \vdash Un_2 B \leftrightarrow \tilde{B}/B \subseteq I$$

Bağıntıların Özellikleri

$$5.811 \quad B \in refl =_{Dk} \forall x \cdot xBx$$

$$5.812 \quad \vdash refl = \hat{B} \{B' \subseteq B\}$$

Özdeş olan öncel ve ardıllarda geçerli olan bir B bağıntısı *yansımali* (refleksif)dir. Yansımali bağıntıların bu kümesi, öncel

ve ardıl özdeşliğinde bu bağıntının daima var olduğu tüm bağıntıların alanıdır. –Yansımalı bağıntıya örnekler: eşitlik, benzerlik, özdeşlik, koşullu, evrik koşullu, karşılıklı-košullu.

$$5.813 \quad B \in ir \equiv_{Dk} \forall x \cdot \overline{x B x}$$

$$5.814 \quad \vdash ir = \hat{B} \{B^0 \subseteq B\}$$

Hiçbir şekilde özdeş olmayan öncel ve ardıldan meydana gelen bağıntı *yansımasızdır* (*irrefleksif*). Buna örnekler: "...ın babası", "...den daha yaşlı", "yiyip bitirmiş".

Ne yansımalı ne de yansımasız olan bağıntılar vardır, bunlar *kısmi yansımalı* olarak adlandırılır, örneğin "övünmek", "...in karesi", "tasarımlamak".

$$5.821 \quad B \in sym \equiv_{Dk} \forall xy \cdot xBy \leftrightarrow yBx$$

$$5.822 \quad \vdash sym = \hat{B} \{\bar{B} = B\}$$

Kendi evriği ile eşit olan bağıntı *bakışımıdır*, b.d. daima öncel ve ardılları değiş-tokuş edilebilir. Operatörlerde bakışimli yerine *yer değiştirici* (*komutatif*) deyimi de kullanılır. –Örnekler: "Bazıları ...dır", "...in komşusu", "akraba", "akran"; tümel-evetleme, tikel-evetleme, karşılıklı-košul, bağdaşmaz-seçeneklilik, bağdaşmazlık, birleşim, kesişim eklemleri de bakışımıdır.

$$5.823 \quad B \in as \equiv_{Dk} \forall xy \cdot \overline{xBy \leftrightarrow yBx}$$

$$5.824 \quad \vdash as = \hat{B} \{\bar{B} \subseteq B\}$$

Asla döndürülemeyen bağıntı *bakışimsızdır*. Örnekler: "...in kızı", "...den daha küçük", "...in önceli". Ne bakışimli ne de bakışimsız olan bağıntılar vardır; bunlara *kısmi bakışimli* denir, örneğin "saygı göstermek", "...den öğrenmek", "yardım etmek" gibi.

$$5.831 \quad B \in trans \equiv_{Dk} \forall xy \exists z \cdot xBz \wedge zBy \rightarrow xBy$$

$$5.832 \quad \vdash trans = \hat{B} \{B^2 \subseteq B\}$$

Geçişlilik yapısal özelliklerin en önemlilerinden biridir. –Örnekler: "Tümü ...dür", "...den yaşlı", "...in atası", tümel-evetleme, koşul, evrik-košul, karşılıklı-košul, altküme eklemleri de geçişlidir.

$$5.833 \quad B \in \text{intr} =_{\text{Dk}} \forall xy \exists z \cdot xBz \wedge zBy \rightarrow \overline{xBy}$$

$$5.834 \quad |- \text{intr} = \hat{B} \{B^2 \subseteq B\}$$

Hiçbir şekilde geçişli olmayan bağıntılar *geçissizdir*, örneğin "...in annesi", "...in logaritması" veya tikel-evetleme, bağdaşmaz seçeneklilik ve bağdaşmazlık eklemleri gibi.

Ne geçişli ne de geçissiz olan bağıntılar *kısmi-geçişlidir*, örneğin "arkadaş", "traş olmak", "tanımak" gibi.

$$5.84 \quad \text{üçlü-eş} =_{\text{Dk}} \text{trans} \cap \text{sym} \quad \text{Üçlü eşitlik}$$

$$5.85 \quad \text{ben} =_{\text{Dk}} \text{sym} \cap \text{refl} \quad \text{Benzerlik}$$

Bu bağıntı *hemen hemen eşit* olduğunu söylüyor.

$$5.86 \quad \text{eşd} =_{\text{Dk}} \text{trans} \cap \text{sym} \cap \text{rl} \quad \text{Eşdeğerlik}$$

Bu yapısal özellikler esaslı bir öneme sahiptir, çünkü onların doğru kullanımı "çıkarsanabilirlik"i temellendirir –ki bu mantığın dayandığı şeydir.

Böylece biz başlangıç noktamıza varmış oluyoruz: Mantık çıkarsanabilirlik öğretisidir ve çıkarsanabilirlik, eklemlerin kendi yapısal özellikleriyle uyum içinde doğru kullanılmasına dayanmaktadır.

Mantığa hükmetme, gerekli bilimsel sonuçları elde etmek için tek başına bir garanti oluşturmaz. O ancak bilimselliğin kontrolü olabilir. Biçimsel doğruluk için, güvenilir bilgi elde etmek için varsayımların içeriksel doğruluğuna da erişmek gerekir. İyi fikirler ve kesin olgular olmaksızın mantık, boş bir şekilde kendi kendini öğüten ve böylece sonuçta kendini aşındırarak kum üretmeye başlayan değirmen taşına benzer. Mantığın kontrolü altında kuramlardaki düşünceler ve olgular üzerine gidildiğinde ise kesin bilgi elde edilir, yani gerçek bilim.

Yardımcı Kaynakça

- ALONZO CHURCH, "A Bibliography of Symbolic Logic", in: *Journal of Symbolic Logic*. Vol. I (1936). -1666-1935 arasını kapsayan kronolojik olarak düzenlenmiş tam bir kaynakça sunmakta ve o zamandan beri *Journal of Symbolic Logic*'de devam ettirilmektedir.
- EVERETT BETH, *Mathematische Logik und Grundlegung der exakten Wissenschaften*. (Bibliyografik felsefe öğrenimine giriş, edit. I. M. BOCHENSKI) Bern 1948. -Konulara göre düzenlenmiş çok iyi bir seçim sunuyor.
- Bochenski₁ - Mantığın tek tek bölümleriyle birlikte oldukça önemli bir literatür sunuyor.
- Bochenski₂ - Mantığın tarihsel devirlerine ilişkin çok ayrıntılı bir kaynakça sunuyor.

Mantık Tarihi

- ALBERT MENNE, "Zur Logik und ihre Geschichte", in: *Philosophia Naturalis*, Bd. 22, 1985, pp 460—468. -Mantık ile Mantık Tarihi arasındaki ilişki üzerine esaslı açıklamalar içeriyor.
- CARL PRANTL, *Geschichte der Logik im Abendlande*, 4 Bde. Leipzig 1855—70. Yeni baskı Darmstadt 1957. -Antikçağ'dan Reformasyon çağına değin çok geniş bir materyal toplamı sunuyor, mantıktaki tüm yanlış anlaşılımları bizzat içeriyor.
- Bochenski₂ = I. M. BOCHENSKI, *Formale Logik*. (Dökümanlar ve örneklerle bilimlerin problem tarihçeleri) 2. Baskı, Freiburg 1962. -Hintliler'den Principia Mathematica'ya değin mantığın tarihçesinin standart eseri, ayrıntılı kaynakça ile.
- WILLIAM and MARTHA KNEALE, *The Development of Logik*. Oxford 1962. - Bu değerli yapının yarısı modern mantığı içermektedir.
- Çok sınırlı bir yönelim sunanlar:
- HEINRICH SCHOLZ, *Abriss der Geschichte der Logik*. Berlin 1931. 3. Baskı, Freiburg 1966.
- P. H. NIDDITCH, *The Development of Mathematical Logik*. New York 1962.
- ALBERT MENNE und NILS ÖFFENBERGER, *Zur modernen Deutung der aristotelischen Logik*, 3 Bde. Hildesheim 1982 (Bd. I), 1985 (Bd. II), 1987 (Bd. III).

Küçük Girişler

ALBERT MENNE, *Was ist und was kann Logistik?* Paderborn 1957. 2. Baskı 1970. –Modern Mantiğın yapısı ve ödevi üzerine küçük bir yönlendirme.

KAZIMIERZ AJDUKIEWICZ, *Abriß der Logik*. Berlin 1958. –Modern bakış açısından hareketle (her formül olmaksızın) Klasik Mantiğa değerli bir giriş.

W.R. FUCHS, *Eltern entdecken die neue Logik*. München 1971. – Önermeler mantığına esaslı, keza bilimsel güvenilir, kolay anlaşılır bir giriş.

RUDOLF CARNAP, *Abriß der Logistik*. Wien 1929. –Özellikle bağıntılar mantığının ışığı altında mantığın modern bölümüne kısa bir giriş.

BELA JUHAS, *Elemente der neuen Logik*. Wien 1954. –Mantiğın modern kısmına güzel bir giriş.

PAUL LORENZEN, *Formale Logik*. 3. Baskı, Berlin 1969. Mantiğın özel bir sistemine (bizzat L. Tarafından kurulmuş olan *operatif mantığa*) sıkı bir giriş.

W: K: ESSLER, *Einführung in die Logik*. 2. Baskı, Stuttgart 1969.

E. v. SAVIGNY, *Grundkurs im logischen Schließen*. München 1976.

W. STROMBACH, H. EMDE ve W. REYERBACH, *Mathematische Logik*. München 1972.

Schalt-Algebra ile ilgili olan:

T. VARGA, *Mathematische Logik für Anfänger*, 2. Bde. Frankfurt/Zürich 1972. –Orta-öğretim öğrencilerine uygun olarak, basit ve anlaşılır bir şekilde yazıldı.

Ders Kitapları

BochenskiM = I. M. BOCHENSKI und ALBERT MENNE, *Grundriß der formalen Logik*, 5. Baskı, Paderborn 1983. –Modern Mantiğa bibliyografik ve tarihsel dipnotlarla, kısa ama tüm alanları kapsayan bir giriş.

RUDOLF CARNAP, *Einführung in die symbolische Logik*. 2. Baskı, Wien 1962. –Aynı şekilde yeni başlayanlar için uygundur.

JOSEPH DOPP, *Formale Logik*. Einsiedeln 1969. –Ruhsal bilimlere değerli bir giriş.

KARL DÜRR, *Lehrbuch der Logistik*. Basel 1954. –Daha ziyade matematikçiler için.

- DAVID HILBERT und WILHELM ACKERMANN, *Grundzüge der theoretischen Logik*. 6. Baskı, Berlin 1972. –Yüklemler mantığını özellikle göz önünde bulunduran, matematiksel kanıtlama teorisine yönelik.
- HANS HERMES, *Einführung in die mathematische Logik*. 3. Baskı, Stuttgart 1972. aynı şekilde matematikçiler için, özellikle yüklemeler mantığını göz önünde bulunduran.
- ULRICH KLUG, *Juristische Logik*. 4. Baskı, Berlin 1982. –Modern mantığın hukuk bilimlerine uygulanma imkanlarını sunuyor.
- PAUL LORENZEN, *Einführung in die operative Logik und Mathematik*. Berlin 1955. –Modern Mantığın özel bir türünü işliyor, denilen *operative Mantık* ve onun matematiğin temellendirilmesine uygulanışı.
- BENSON MATES, *Elementare Logik*. Göttingen 1965. Ruh bilimleri için de oldukça uygun bir çalışma.
- ALBERT MENNE, *Einführung in die Methodologie*. 2. Baskı Darmstadt 1984.
- ALBERT MENNE, *Einführung in die formale Logik*, Darmstadt 1985.
- W. V. O. QUINE, *Grundzüge der Logik*. Frankfurt 1969. –Çok iddialı ve titiz bir çalışma.
- HEINRICH SCHOLZ und GISEBERT HASENJÄGER, *Grundzüge der mathem. Logik*. Berlin 1961. –Modern mantığın geniş kapsamlı semantik bir kuruluşunu sunuyor.
- ARNOLD SCHMIDT, *Mathematische Gesetze der Logik I* (Aussagenlogik). Berlin 1959. –Önermeler mantığının geniş bir serimini içeriyor.
- ALFRED TARSKI, *Einführung in die mathematische Logik*. 2. Baskı Göttingen 1966.

Standart Eserler

- JOHN NEVELLE KEYNES, *Studies and Exercises in Formal Logic*. 4. Baskı London 1906. Klasik mantığın standart yapısı.
- ALFRED NORTH WHITEHEAD and BERTRAND RUSSELL, *Principia Mathematica*. —Modern Mantığın standart yapısı.

Mantık ve Felsefe

- Bochenski3= I. M. BOCHENSKI, *Logisch-philosophische Studien*. Freiburg 1959.
- GISEBERT HASENJÄGER, *Einführung in die Grundbegriffe und Probleme der modernen Logik*. München 1962.

GUIDO KÜNG, *Ontologie und Logistische Analyse der Sprache*. Wien 1963.

Menne₂ = ALBERT MENNE, *Logik und Existenz*. Meisenheim 1954.

ALBERT MENNE, "Logik als Organon und als Wissenschaft", in: *Freiburger Zeitschrift f. Philo. u. Theologie*, Bd. 31, 1984, p9—19.

DERS., "Zur logischen Analyse der Wahrheit", in: *Ratio*, Bd. XVI, 1974, pp 62-58.

W.V. O. QUINE, *Philosophie der Logik*. Stuttgart 1973.

Scholz₁ = HEINRICH SCHOLZ. *Metaphysik als strenge Wissenschaft*. Köln 1941. Yeni baskı Darmstadt 1965.

Özel Problemlerle İlgili

Bochenski₁ = I. M. BOCHENSKI, "Über Analogie", in: Bochenski₃.

WALTER DUBISLAV, *Die Definition*. 4. Baskı, Hamburg 1981.

GOTTLOB FREGE, *Funktion, Begriff, Bedeutung*. Mantık üzerine beş konferans, edit. GÜNTHER PATZIG. Göttingen 1962.

BRUNO B. V. FREYTAG-LÖRINGHOFF, *Neues System der Logik*. Hamburg 1985. -Çevrik ("duale") yargılarla genişletilen klasik yargılar ve okul öğretisi ile syllogistik içerisinde otomatik kilitleme için bilgisayar programının grafiksel işlenişi.

RAILI KAUPPI, "Über die logische Paradoxien von Standpunkte der Inhaltslogik", in: *Acta XII. Congr. Int. Filos.* Firenze 1960, Vol. IV.

JAN LUKASIEWICZ, *Aristotle's Syllogistic*. 2. Baskı, Oxford 1957.

Menne₁ = ALBERT MENNE "Was ist Analogie?", in: *Philosoph, Jahrbuch* 1959, pp 389—395.

Menne₃ = ALBERT MENNE "Einige Ergebnisse der Syllogismusforschung und ihre philosophischen Konsequenzen", in Bochenski₃.

DERS., "Zu den triadischen bivalenten Aussagefunktoren", in: *Theoria XVII/I* 1952, pp. 66-69.

DERS., "Beweis und Negation", in: *Actes XI. Congr. Int. Phil.* Bruxelles 1953, Vol. V, pp. 91-97.

DERS., "Implikation und Syllogistik", in : *Zschr. f. Phil. Forschung XI/3* 1957, pp. 375-386.

DERS. "Zur Redaktion polyadischer Valenzfunktoren", in: *Acta XII. Cong. Int. Filos.* Firenze 1960, Vol. V. pp. 393-401.

DERS., "Über monadische Valenzfunktoren", in: *Actes XIII. Cong. Int. Phil.* Mexico 1964, Vol. V, p 23 ff.

Patzig₁ = GÜNTHER PATZIG, *Die Aristotelische Syllogistik*. 2. Baskı, Göttingen 1963.

- E. P. PLATZECK, *Klassenlogische Syllogistik*. Paderborn 1984. –Klasik Mantık temelinde geleneksel yargı- ve çıkarım öğretisinin kapsamlı işlenişi.
- UUNO SAARNIO, *Untersuchungen zur symbolischen Logik*. Helsinki 1935.
- HEINRICH SCHOLZ, "Logik, Grammatik, Metaphysik", in: *Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie* XXXVI/3, pp. 393-433.
- WOLFGANG STEGMÜLLER, *Das Wahrheitsproblem und die Idee der Semantik*. 2. Baskı, Wien 1972
- DERS., *Unvollständigkeit und Unentscheidbarkeit*. 3. baskı, Wien 1973.
- Söhngen₁ = GOTTLIEB SÖHNGEN, *Analogie und Metapher*. Freiburg 1962.
- Tarski₁ = ALFRED TARSKI, "Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen", in: *Studia Philosophica* (Lwow) I 1935.
- ULRICH BLAU, *Die dreiwertige Logik der Sprache*. Berlin 1978.
- PETER RUTZ, *Zweiwertige und mehrwertige Logik*. München 1973.
- NICHOLAS RESCHER, *Many-valued Logic*. New York 1969. –Ayrıntılı bir kaynakça ile birlikte çok değerli mantığın tarih ve farklı sistemlerinin kapsamlı bir serimi.



Dizin

- Açık (explizite) tanımlar 35
Açık önerme 28
Açıklayıcı tanım 34
Ad (konu/argüman) 10, 281
Adanauer 87
Adjunktion (tikel evetleme) 41
Akustem 18, 20, 30
Alan 133
Alt karşıt 41, 102, 109
Altküme 94
 bağıntı işareti 130
 bağıntısı 130
 eklemi 94
Altık 42, 103
Ana eklem 55
Analitik (çözümleyici) tanım 34
Analoji (benzetme) 19, 22
Analoji ilkesi 74
Anlam (Bedeutung) 19, 30
Anlamlama 17
Anlamlı 134
Antiloji 57
Antinomi (çatışkı) 81
Aracılı (rekursif) tanım 35
Arbor Porphyriana 33
Ardıl 129
Aristoteles 9, 16, 27, 107, 118, 120, 121
Arnould 31
Artalan 133
Artalanla sınırlı 133
Artanlı 134
Artbileşen 19, 41
Autolog 26, 81
Ayrıcı 24
Ayrırma kuralı 63
Ayrık 32
Ayrıklık (seçeneklilik) 41
Ayrılmazların özdeşliği 82
B. v. Freytag-Löringhoff 83
Bağ (kopula) 67
Bağdaşmazlık eklemi 43
Bağdaşmazlık önermesi 43
Bağımsız değişken 68
Bağıntı (Relation) 129
 alanı 133
 eklemi 129
 işareti 132
 kalkülü yasaları 131
 karesi 132
 tümleyeni 129
Bağlayıcı 24
Bağlı değişken 69
Bakışimli 57, 97, 135
Bakışimsız 135
Bamaläs 122
Bamaliip 122
Bamalip 122
Barbara 110, 115, 116, 117
Barbari 111
Barbarij 112, 116
Baroco 119
Basit devirme 103
Başka (divers) 83
Başkalaşma (yabancılaşma) 96

- Belirleyici (sentetik) tanım 34
 Belirli (definit) 99
 Belirtke 17
 Benzerlik 136
 Bernard Bolzano 31
 Betimleme 85
 Betimleyici 85
 Biçim (Figur) 107
 Biçimsel karşılıklı-koşullu 70
 Biçimsel koşullu 70
 Biçimsel sınıflandırma 24
 Biçimsel soyutlama 30
 Bilgi kuramı 38
 Bilim 31
 Birebir 19, 134
 Bireçok 19
 Birinci dereceden yüklem 80
 Birinci türden işaretler 17
 Birinci türden sözcük 18
 Birleşim eklemi (Summator) 92
 Birli küme 29
 Birli yüklem 67
 Birliminimotor 83
 Birlikte anlamlı (sinkategoreka-
 tik) 16
 Bisubtraktion 45
 Biyolog 9
 Bocardo 121
 Boschenski 23, 57
 Boş küme 97
 Boş yer 11, 37, 85, 87
 Boş yüklem 71
 Boş kavram 29
 Büyük önerme 107
 Camanes 122
 Camenop 122
 Camenöp 122
 Camestres 119
 Camestrop 120
 Cameströp 120
 Celarent 110, 115, 117, 119
 Celaront 111, 116
 Celarönt 112, 113, 116
 Cesare 119
 Cesaro 120
 Cesarö 120
 Cins 33
 Cins kavramı 29
 Conclusio seguitur peiorem par-
 tem 112
 Çarpım 35, 51
 dışına çıkarma 61
 Çelişki 57
 Çevirgeç 57
 Çevirme 54, 64, 105
 kuralları 123
 yasaları 105
 Çevrimsel 80
 Çıkarım 10
 Çıkarsanabilir 12, 15
 Çıkarsanabilirlik 9, 136
 Çift ok 44
 Çifte değilleme 56
 Çoğabir 19, 22, 134
 Çokanlamlılık 23
 Çürütülebilir 57
 Dağıtıcılık 58
 Daima, eğer... 42
 Dalosnö 121
 Darapti 121
 Darii 110, 111, 115, 117, 125

- Datısı 121
 Definit (belirli) 99
 Değer akışı 32
 Değer alanı 28
 Değilleme 56
 Değilleme eklemi (Negator) 38
 Değilleme yoluyla evetleme 61
 Değiřtokuř 59, 114
 Değişken 11
 Değişmez 11
 Denkgüçlü 57, 61, 80, 98
 Denosij 121
 Designat 29
 Destosnija 122
 Dil 19
 Dimatis 122
 Dis 41
 Disamis 121
 Distributif 25
 Dizili 131
 Dizilim 131
 Doğal işaretler 15
 Doğru 12, 38
 Doğru herşeyden çıkar 63
 Doğrulanabilir 57
 Doğruluk değeri 38
 Doğruluk değeri analizi 48
 Doğruluk değeri çizelgesi 48
 Doğruluk değeri eklemi 39
 Doğruluk değeri gelişimi 52
 Döndürme (devirme) yasası 103
 Dönüştürülebilir 57
 Dörtlü yüklem 68
 Edmund Husserl 27
 Eğer 41
 Eğer yalnızca, o halde 43
 Eksik (tek-) anlamlılık 22
 Eksikgiriřimlik 32
 Eřanlamlı/anlamdař 18
 Eşdeğerlik yasaları 100
 Eşit 94, 130
 Eşitlik bağıntısı 130
 Eşitlik eklemi (Äquator) 94
 Eşitlik ölçütü 98
 Eř yapılı 18
 Evirgeç (komutatif) 135
 Evirme 102
 Evren 90
 Evrik koşul 43, 60
 Evrik koşul eklemi 43
 Evrik koşullu 60
 Evrik subjunktion 43
 Eylem direktifi 59
 Fark 93
 Fark eklemi 93
 Felapton 121
 Felsefe 9
 Fenomenoloji 27
 Ferio 111, 114, 115, 117
 Ferison 121
 Fesapo 122
 Festino 119
 Frege 19, 27, 28
 Fresison 122
 Galestö 121
 Garderönt 112, 116, 117, 127
 Gasanijn 120
 Geçerli 52, 79
 Geçerlilik değeri 38
 Geçissiz 136
 Geçişli 58, 61, 62, 98, 108, 135

- Geçişlilik yasası 74
 Genel kavram 21
 Genelleştirme 70
 Gerçek alt küme 95
 Gerçek değişken 69
 Gerekli koşul 43
 Göreceli ürün 131
 Görüntüsel işaret 15
 Grafem 18, 20, 30
 Günter Patzig 107
- Haklılaştırma** (Rechtfertigung) 46
 Harf yöneticisi (Lambda operatör) 89
 Hatalı çıkarım 25
 Helenij 113, 114, 116, 117
 Helestij 121
 Her ikisi aynı anda 40
 Hemen hemen eşit 136
 Hesesij 122
 Heterolog 26, 81
 Hispanus 23
- Immanuel Kant** 9, 86
- İçeriksel** koşullu 70
 İçerilen (Implikat) 78
 İçerme/koşullu 102
 İçlem 29
 İddia (tez) işareti 55
 İdentitas indiscernibilium 82
 İdiot 9
 İki değerli mantık 38
 İkili (dyadik) 40, 67
 İkili yüklem 67
 İkili bağlaç (Bisubjunktion) 44
- İkili minimotor 83
 İkili yüklem 129
 İkilik ilkesi 107, 116
 İkillik kuralı 123
 İkinci dereceden yüklem 80
 İkinci düzeyden sözedilen dil 59
 İkinci türden sözcük 18
 İkinci türden işaretler 17
 İkonik işaretler 15
 İlineksel evirme (conversio per accidens) 118
 İlişki 67
 İndirgeme 61, 64
 İşaret (im) 82
 İşaret (Sinn) 19, 30, 86
 İşaret dizgeleri öğretisi 17
 İşaret edilen 19
 İşlev 28
- Jakop'un Mektubu** 47
- Kalıp** (modi) 107
 Kalkül işareti 16
 Kaplam 29
 Kaplamsallık ilkesi 32
 Karşılıklı koşullu yasaları 64
 Karşılıklı koşul eklemi 44
 Karşılıklı koşul önermesi 44
 Karşılıklı koşullu 44
 Karşıt 45, 56, 101, 109
 Karşıtlık yasası 101
 Kategori 28
 Kategoremantik işaret 16
 Kavram 18, 27, 30
 açıklaması 33
 belirlenimi 33
 içeriği 29

- Kendiliğinden işaret 16
 Kendiliğinden olmayan işaret 16
 Kesişik 32
 Kesişim 93, 97
 Kesişim bağıntısı 130
 Kısaltma 34
 Kısmi (partim) yansımalı 135
 Kısmi bakışimli 135
 Kısmi geçişli 136
 Komprehensor 89
 Kontraponibel 80
 Kontrapotent 80
 Konuşma (tartışma) evreni 32, 91
 Koşaç 67
 Koşul 41
 eklemi 42
 önermesi 41
 Koşul önermesi eklemi 41, 62
 Koşullanan/yüklenen 42
 Koşullayan/yüklenilen 42
 Koşullu yasaları 62
 Koşullu parodoksu 62
 Küçük önerme 107
 Küme eklemi 91
 Küme ögesi 90
 Küme kalkülü 71
 Kümesel bağıntı işareti 132
 Kural mantığı 59
 Kuram 55

Levhamsı (indizierend) işaret 15
 Libero 115
 Liberö 114, 117
 Liresö 121
 Listerö 120
 Listesö 122

 Logos 9
 Lorenzen 42, 43
 Luther 47

Magnus, Albert 87
 Maksimator 84
 Mantığın psikolojikleştirilmesi 27
 Mantık karesi 102
 Mantıksal çatışkı 81
 Mantıksal çelişki 57
 Mantıksal özdeşlik 57
 Mantıksal sonuçlandırma 41
 Mantıksal toplam 51
 Mantıksal ürün 51, 93
 Mantıksal yasa 55
 Max Planck 86
 Menne₁ 23
 Menne₂ 108, 112
 Menne₃ 108
 Meselij 120
 Metafizik 85
 Metafor 23
 Metalojik 17
 Mijladij 127
 Minimator 84
 Modus ponendo ponens 62
 Modus tollendo ponens 61
 Modus tollendo tollens 77
 Mosalön 120
 Mutatio 118
 Mümkün dünya 85

Nesnel-dil/sözedilen dil 59
 Niceleme işareti 68
 Niceleyici 69

Nicola 31
 Nitelik (özellik) 67
 Noverij 115, 117
 Novestij 121
 Numeratör 85
 Olumlama yoluyla evetleme
 (modus ponendo ponens)
 62
 Ontoloji 34
 Olumlu yargı 70, 99
 Olumsuz yargı 70, 99
 Organon 9
 Orta terim 14
 Ortaklaştırıcı 57, 61, 64, 98
 Öge 27, 91
 Öğelik işareti (elementator) 91
 Ön alan 133
 Ön alanıyla sınırlı 133
 Ön anlamlı 134
 Ön bileşen 19, 41
 Öncel 129, 132
 Öncül 10, 107
 Öncüllerin değiş tokuşu 118
 Önerme 37
 biçimi (formu) 28, 68
 eklemi 38
 Önergeler mantığı 38
 Örtük () deyimler 12
 Örtük (implizite) tanımlar 35
 Öteleme yasası 75
 Öz alt küme 94
 Öz alt küme eklemi 95
 Öz belirlenimi 33
 Özdeşlik (Identität) 82
 Özdeşlik ilkesi 56

Özel isim 21

Paradoks 26
 Paralellik aksiyomu 78
 Parantez işareti 69
 Pascal 31
 Patzigl 107
 Petrus Hispanus 58
 Philo 42
 Platon 9
 Porphyrios 33
 Port Royal Mantiğı 31
 Pragmatik 17
 Psikoloji 27
 Psikolojikleştirme 27
 Psişem 18

Roma Mektubu 46, 47
 Russell 81

Saçmaya indirgeme 62
 Sağ yana ok 132
 Semantik 17
 Semantoloji 17
 Semasioloji 17
 Sembolik işaret 16
 Sembolik mantık 16
 Sembol 16
 Semiyotik 17
 Sentetik tanım 34
 Sıfır kümesi 29, 97
 Sıkı karşılıklı-gerektirme 45,
 100
 Sıkı karşılıklı-gerektirme-eklemi
 45
 Sıkı öz alt küme 95
 Sınıflandırma 23, 24

- Sıralı çift 129
 Sol yana ok 132
 Sonuç (önermesi) 10, 107
 Sonuçlandırma tarzı 107
 Soyutlayıcı 89
 Söhngen 23
 Sözcük 18
 sözcüğü 26
 Sözde değişken 69
 Söz etme (mention) 23
 Söz dizimsel 28
 Subsumption 94
 Supersumption 96
 Supersumptor 96
- Tam devirme 103**
Tam evirme 104
Tam girişimlik 32
Tam işaret 16
Tam olmayan işaret 16
Tamdevirme 62
Tanım 33
Tanımlanan 34
Tanımlayan 34
Tasım (kıyas) 107, 111
Tek anlamlı 14
Tekil ad 30
Tekil (bireysel) kavram 29
Tekil evetleme (sıkı karşılıklı ge-
 rektirme) 51
Tekil kavram 30
Temel deyim 55
Temellendirme krizi 81
Ters ok 43
Tikel evetleme eklemi 41
Tikel evetleme genişlemesi 61
Tikel evetleme önermesi 41
- Tikel evetleme/ayrıklık yasaları**
 61
Tikel niceleyici 69
Tikelleştirme 70
Tip kuramı 81
Toplam 51
Totoloji 57
Tutarlı 52, 57, 79
Tüm küme 97
Tüm mümkün dünyalar 85
Tüm operatör 68
Tümünden (total) soyutlama 30
Tümel kavram 21, 30, 89
Tümel niceleme 69
Tümel olumlu yargı 70
Tümel olumsuz yargı 70
Tümel/birlikte evetleme öner-
 mesi 39
Tümel/birlikte evetleme yasası
 57
Tümleyen ölçütü 98
Tümleyenli bağıntı 129
Tür 33
Türsel ayrım (differentia specia)
 33
- Una Saarnio 23**
Uzlaşım 18
Uzlaşım (konvensiyonel) işa-
 ret 15
- Üç değerli 38**
Üçlü değilleme 56
Üçlü eşitlik 136
Üçlü yüklem 68
Üçüncü şıkkın olmazlığı ilkesi
 56

Üst dil 59

Üst kesişim 96

Üst küme (Umschliesung) 95

Üst küme eklemi 95

Üst seçeneklilik 102

Üst üst dil (Meta-Metasprache)

59

Üzeri 96

Varlık operatörü 69

Varsayım 10

Ve 41

Veya 41

Wolter Dibuslav 33

Yabancı 96

Ya - ya da 45

Yanlış 12, 37

Yanlıştan ehven çıkar 63

Yansımali (refleksif) 62, 80, 134

Yansımaz (irrefleksif) 135

Yarı çevirme 105

Yarı devirme 104

Yarı evirme 104

Yapısal nitelik 80

Yargı 71, 104

türleri 104

Yasa 55, 58

Yerleştirme kuralı 65

Yeterli koşul 42

Yorum(lama) 47

Yüklem (funktör) 10, 80

Yüklemci 67

Zayıflatılmış tasım 111, 64

Zayıflat(ıl)ma kuralı 123

Albert Menne

Mantığa Giriş

Bu kitap, lojistikçiler (sembolik mantıkçılar) ile klasik mantıkçılar arasındaki kavga sonucu adeta iki farklı disiplinmiş gibi anlaşılmaya başlanan klasik ve modern mantığı bir arada, bir senteze vardırıarak sunmayı amaçlıyor. Bununla birlikte çalışma kendisini, matematik veya felsefe üzerine bir ön-bilgi gerektirmeyecek şekilde, mantığın temel öğretisiyle sınırlandırıyor. Mantığa hükmetme, gerekli bilimsel soruları elde etmek için tek başına yeterli değildir. O ancak bilimselliğin kontrolü olabilir. Biçimsel doğruluk ve garantili bilgi elde etmek için varsayımların içeriksel doğruluğuna da erişmek gerekir. Doğru fikir ve kesin olgular olmadan mantık, boş şekilde kendi kendini öğütüp, aşındıran ve sonuçta da kum üretmeye başlayan değirmen taşına benzer. Mantığın kontrolüyle kazanılan kesin ve güvenilir önermeler aracılığıyla kuramlardaki düşünce ve olgular üzerine gidilirse kesin bilgi veya bilim ortaya konulabilir.

