

Keyifli Okumalar Dileriz

Binlerce kategoride milyonlarca PDF e-kitap, ders kitapları, dergiler ve romanlara platformumuz üzerinden ücretsiz ulaşabilirsiniz.

RESMİ WEB SİTEMİZ

<https://rantey.org>

Yedek ve Duyuru Kanallarımız

Sitemize erişim engeli gelmesi veya adres değişikliği durumunda aşağıdaki kanallardan güncel giriş adresine erişebilirsiniz:

- Telegram: <https://t.me/birkitapbir>
- WhatsApp Kanalımız : <https://whatsapp.com/channel/0029VbDHv8uE50Us4lvMoc0Y>

BİLİM ADAMLARIMIZ SERİSİ

HAREZMİ

Sıfır Rakamını Bulan Deha

paraf



Sıfır Rakamını Bulan Deha
HAREZMİ

PARAF YAYINLARI

PARAF YAYINLARI: 203

Bilim Adamlarımız: 10

Eser: Harezmi

Yazar: Ali Kuzu

Yayın Koordinatörü: Ahmet Üzümcüoğlu

Editör: Burak Fazıl Çabuk

Kapak Tasarım: Ali Koca

İç Tasarım: Ali Koca

Baskı-Cilt: Alioğlu Matbaacılık

Orta Mah. Maltepe Cad.

Fatin Rüştü Sok. No: 1/3A

Bayrampaşa /İstanbul

Tel: 0(212) 612 95 59

T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı Sertifika No: 17265

ISBN: 978-605-5218-39-3

1. Basım: Haziran 2013

© Ali Kuzu

© Paraf Yayınları

Bu kitabın her türlü basım hakları Paraf Yayınları'na aittir... Yazarın, çevirmenin, derleyen, hazırlayanın veya yayınevinin yazılı ve resmî izni olmadan basılamaz, yayımlanamaz, kopyalanamaz ve dijital kopyalar dahil çoğaltılamaz. Ancak kaynak gösterilerek kısa alıntı yapılabilir.

Paraf Yayınları

Mareşal Çakmak Mah. Soğanlı Cad. Can Sok. No: 5-A Güngören İstanbul

Tel: 0212 483 47 96 Faks: 0212 483 47 97

web: www.parafyayinlari.com e-posta: info@parafyayinlari.com



Sıfır Rakamını Bulan Deha
HAREZMİ

Ali Kuzu

paraf

*Geçmişini iyi bil ki
geleceğe sağlam basasın.
Nereden geldiğini unutma ki
nereye gideceğini unutmayasın.*

Şeyh Edebali`den Osman Gazi`ye...



İÇİNDEKİLER

Kimdir?	11
Harezmi'nin Hayatı.....	13
Merhametli Allah Adına.....	18
Harezmi ve Cebir	21
Harezmi'den Pratik Cebir Formülü	24
Eski Hint Dünyası'nda Cebir	31
Eski Mısırlılarda Cebir.....	33
Eski Yunan'da Cebir	35
Bizanslılarda Cebir.....	37
Türk - İslam Dünyası'nda Cebir	39
Cebir'in Avrupa'da Görülmesi.....	41
Sıfır Sayısını İlk Kez Kullanması	43
Harezmi ve Analitik Geometri	52
Eski Mısırlılarda Geometri	55
Eski Yunan'da Geometri	57
Mezopotamyalılarda Geometri	59
Rönesans Dönemi Geometrisi.....	62
Türk - İslam Dünyasında Geometri	64
Astronomi Çalışmaları	65
Avrupa'da Harezmi	66
Eserleri	68
Sıfır ile İlgili Bir Makale.....	87
Birinci Dereceden Denklem Çözme Metodu	104
Matematğin Önemi	111
Matematğin Bilimler İçindeki Yeri	113
Matematğin Temel İlkeleri.....	115
İlkçağ Mağara İnsanı ve Aritmetik	118
Eski Mısırlılarda Aritmetik	120

Eski Mısırlılarda Trigonometri	124
Türk İslam Dünyasında Trigonometri.....	125
Bilim Tarihinde Matematik Adamları	127
Matematik Terimleri Sözcüğü.....	133
Kaynaklar	142

Kimdir?

Harezmi, dokuzuncu yüzyılda yetişen cebir alanında ilk defa eser yazan Müslüman-Türk matematik, coğrafya ve astronomi âlimidir. Asıl İsmi Muhammed bin Musa el-Harezmi, künyesi Ebu Abdullah'tır. Adı Latinceye "Alkhorizmi", Fransızcaya "Algorithme", İngilizceye ise "Augrim" şeklinde geçmiştir. 780 (Hicri 164) senesinde Harezm'de doğduğu kabul edilir.

Harezmi, ilk defa birinci ve ikinci dereceden denklemleri analitik metotlarla, bir bilinmeyenli denklemleri de cebirsel ve geometrik metotlarla çözmenin kurallarını ve usullerini tespit etti.

Matematikte ilk defa sıfır rakamını kullandı. Cebir ilmini, metodik ve sistematik olarak, ilk defa kendisi ortaya koydu. Harezmi'ye gelinceye kadar cebir adı altında olmamakla beraber, cebire ait birçok mevzular yer almıştı. Harezmi, bunları yeni usul ve keşifleriyle sistematik bir duruma getirerek cebir ismi altında toplayıp aşağıdaki kare ve dikdörtgenden ibaret misalde açıklanan geometrik ispat yolunu kullandı.

Harezmi, matematik ilminin yanında astronomi ve coğrafya ilimlerinde de söz sahibiydi. O, yeryüzünün yapısını inceleyerek, kendi buluşu olan bilgileri ortaya koydu. O zamanlar bilinen; şehir, dağ, nehir ve adaları inceledi.

Harezmi, 850 (Hicri 236) senesinde Bağdat'ta vefat etti. Üç oğlu olup, hepsi de matematik ilmi üzerinde ciddi çalışmalarıyla tanınır.



Harezmi'nin Hayatı

Eski çağlardan arta kalan, dünyanın matematiksel düşünce hayatını değiştirmiş, bu nedenle, bilim tarihine ismini yazdırmış, kuramlarının kullanımı günümüz bilimi içinde gelişerek süren, çok az çalışma vardır.

Bu tür çalışmalardan birinin yaratıcısı, ülkemizde çok az tanıtılan Türk kökenli, Müslüman ve gerçek adından çok, takma sanı ile ünlenmiş bilim adamı: Arapça deyişle “*Al-Harezmi*”, batılıların deyişi ile “*Al-Khowarizmi*” Alkarismi, Algoritmi, Algorismi, Algorism ve Türkçe deyişle “*Harzemli*” dir.

Harezmi dokuzuncu yüzyılda yetişen cebir alanında ilk defa eser yazan Müslüman-Türk matematik, coğrafya ve astronomi âliminin künyesi Muhammed bin Musa el-Harezmi, Ebu Abdullah'tır. Adı Latinceye Alkhorizmi, Fransızcaya Algorithme, İngilizceye ise Augrim şeklinde geçmiştir. 780 (Hicri 164) senesinde Harezm'de doğduğu kabul edilir.

İbn Haldun ve onu takibeden Salih Zeki Brockelmann, Kadri Hafız Tukan ve Hamid Dilgan gibi bazı klasik ve modern yazarlar Harezmi için Ebu Abdullah künyesini kullanmaktadırlar. Muhtemelen bu yazarlar Harezmi ile onu çağdaşı olan Musaoğulları'ndan Muhammed b. Musa b. Şakir'i veya daha sonra yaşamış olan Mefatih el-Ulum sahibi Ebu Abdullah Muhammed b. Ahmed b. Yusuf el-Harezmi (ö. 975 civarı)'yı birbirine karıştırmış gözükmektedirler.

Salih Zeki'ye ve ondan naklen Tukan ve Dilgan'a göre ise Ebu Cafer, Muhammed b. Musa b. Şakir'in künyesidir; Harezmi'nin künyesi tersine olarak Ebu Abdullah'tır. Yine bu iki yazara göre Avrupa'lılar uzun süre bu ikisini birbirine karıştırmışlardır. Kamus-ı Alam sahibi Şemseddin Sami'de bu karışıklığı yapanlardan biridir.

Klasik kaynaklardan İbn Nedim ve İbn el-Kifti, Ebu Cafer künyesini vermemektedir. Kadı Said el-Endelusî ise eserinde üç kez zikrettiği Harezmi'nin iki yerde künyesini Ebu Cafer olarak vermiştir. Harezmi'nin anonim bir şerhinde ise Ebu Bekir künyesi verilmektedir. Bu künye muhtemelen Harezmi'nin cebir kitabının şarihi olan el-Huzai'nin verdiği bir künyedir ve IV/X. asır edebiyatçısı Ebu Bekr Muhammed b. Abbâs el-Harezmi (ö. 393/1002-3) ile yapılan bir karıştırmadır.

Tarihçi el-Taberi Hicri 210 yılının olaylarının zikri esnasında “Muhammed b. Musa el-Harezmi'den rivayet edildiği üzere...” tabiriyle Harezmi'den rivayette bulunmakta, Hicri 232 yılının olaylarını kaydederken ise Halife el-Vasık'ın hasta yatağında yanında bulunan astronomların bir listesini vermektedir. Bu listede Harezmi'nin ismi Muhammed b. Musa el-Harezmi el-Mecusi el-Kutrubbullî şeklinde kaydedilmiştir.

Buradan hareket ederek G. Toomer, DSB'deki “Al-Khwârizmî” maddesinde Harezmi'nin Bağdat yakınında

bulunan Kutrubbull bölgesinden geldiğini belirtmekte, dolayısıyla Harezmi'nin değil atalarının Harizm menşeli olduğunu söylemektedir. El-Mecusî nisbesinden hareket ederek ise Harezmi'nin Zerdüş dinine mensup olabileceğini, aynı zamanda onun Fars kökenli olmasına delalet edebileceğini kaydetmektedir.

Ancak Cebir kitabının önsözünden hareketle Harezmi'nin sünni olduğunu dolayısıyla Taberi'nin ifadesinin en azından Harezmi'nin gençliğinde Zerdüş dini ne mensup olduğuna işaret edebileceğini belirtmektedir. Toomer'in düştüğü hata iki ayrı şahsın ismini tek bir şahsın ismi olarak okumasından ortaya çıkmıştır.

Gerçekte Taberi eserinde iki kez zikrettiği Harezmi'nin ismini, yukarıda da ifade edildiği üzere, doğru olarak vermiştir. Ancak ikinci zikredişte Muhammed b. Musa el-Harezmi'den sonra gelen el-Mecusî el-Kutrubbullî'nin önündeki atıf harfi olan “vav” harfi düşmüş, bu da karışıklığa sebep olmuştur.

Harezmi'nin, tarihteki şöhretinin tersine, hayatı hakkında bilgi yok denecek kadar azdır. Hayatı hakkında verilen bilgiler tabakat kitaplarında bulunan kısa kayıtlardan ibarettir; ayrıca tarih ve coğrafya eserlerinde de dolaylı bazı bilgiler verilmektedir.

Bu bilgilere göre Harezmi, Bağdat'da yaşamış bir ilim adamıdır. Memun döneminde (198-218/813-833) Beyt el-Hikme'nin kütüphanesinde görevli olan Harezmi, aynı zamanda Beyt el-Hikme'nin en önemli üyelerinden biriydi. Aşağıda tanıtılacak olan astronomi, matematik ve coğrafya sahalarındaki eserlerini bu dönemde hazırlayıp Memun'a sunmuştur.

MS 810 tarihlerinde; Abbasi İmparatoru Halife Memun'un daveti üzerine, doğum yeri olan, o günkü adı ile Harzem gölü, bugünkü adı ile Aral Gölü'nün (Hazar

Denizi'nin kuzey doğusu) güneyindeki bölgeye adını veren Harzem (Harizm, Hiwa) kentinden, Hire bölgesinde bir Türk şehri olan Harezmi'den ilim öğrenmek için ayrıldı ve zamanın ilim merkezi olan Bağdat'a gitti.

Burada kıymetli İslam âlimlerinden ders aldı ve kendini yetiştirdi. Zamanın Abbasi halifesi Memun'dan (813-833) büyük yardım ve destek gördü. Memun kurduğu kütüphanenin idaresini Harezmi'ye verdi. Böylece o zamana kadar gelebilen matematik ve astronomi kaynaklarını inceleme imkanı bulan Harzemli ona ün kazandıran çalışmalarını Bağdat Sarayı'nın en haşmetli döneminde gelişen ve ün kazanan bilimsel araştırma merkezi "*Darü'l-Hikme*"de yapmıştır.

Darü'l-Hikme, devrinin en zengin kütüphanesini, gözlem evini ve çoğunlukla matematik, astronomi ve yer bilimleri ağırlıklı, çeşitli çalışma birimlerini içine alan, çevrenin en yetkin bilim adamlarını toplayan, bir araştırma merkezi ve akademisidir. Bu merkez, bilim tarihinde "*Bağdat Okulu*" olarak anılır ve birçok araştırmacı ve bilim adamı burada yetişmiştir.

Bunlar arasında; *Sabit bin Kurre*, *Al-Tabari*, *Al-Usturlabi*, *Farabi*, *Fergani*, *Harani* sayılabilir. Avrupa'da başta *Pisa'li Loenardo*, diğer adı ile *Fibonacci* olmak üzere birçok bilim adamı onun yapıtlarından ve bu okuldan yararlanarak çalışmalarını geliştirmiştir.

Bütün ihtiyaçları halife tarafından karşılanan Harezmi, Bağdat'ta ve seyahatlerinde matematik, astronomi ve coğrafya alanında kıymetli araştırmalar yaptı.

Harzemli, Darü'l-Hikme'de, çeşitli matematiksel problemlerin çözümü üzerinde çalışırken, Hintli matematikçilerin yeni bir aritmetik üzerinde çalıştıklarını öğrenir.

MS 825 tarihlerinde Halife Memun'un izni ile Hint matematiğini izlemek üzere Hindistan'a gider. Hint matema-

tikçilerinin kullandığı yeni sayı sistemini ve aritmetiği bütün yönleri ile inceler, notlar alır ve bilgi yükü ile Bağdat'a döner.

Bilim tarihçilerinin bir konuyu işleme zenginliğini görmek ve bu yaklaşımın ulaşımını değerlendirmek için, bilim tarihçisi B.K. Stonaker'in , "Famous Mathematicians" (1966, N.York) isimli kitabından Harzemli'nin Bağdat dönüşü hikayesini okuyalım:

"Kervan Bağdat'a doğru tekrar yola çıktı. Havanın sıcağından, çölde yolculuk çok zor geçiyordu. Kervan bin güçlükle Bağdat'a ulaştı. Harzemli'yi Halife Memun karışladı.

Ve *"Harzemli sağlıkla döndüğüne sevindim."* dedi.

Harzemli, *"Allah ve sana bin şükürler olsun!"* yanıtını verdi ve ekledi, *"Allah, bana çok yararlı ve başarılı bir gezi bahşetti."*

Harzemli koltuğunda bir deste kağıt ve kitap taşıyordu. Bir ara kağıtların bir bölümü yere düştü. Birinin üzerinde şifre gibi bilinmeyen simgeler vardı. Halife bu acayip şekilleri görünce kızar gibi oldu ve *"Bunlar nedir?"* diye sordu.

Harzemli; *"Bunlar Hint sayılarıdır."* diye yanıtladı ve ekledi. *"Bunlar sayıların tanımlanmasını ve aritmetik işlemleri çok kolaylaştıracaktır efendim."*

Bu yararlı bilgiler, sonradan Arap sayıları diye anılan onlu sayı sistemini oluşturmuştur. Aritmetiğe onlu sayı sisteminin girişi Harzemli'nin yapıtının çevirileri ile dünyaya yayılmıştır. Halife, Harzemli'nin Hindistan'dan getirdiği yenilikleri iyi karşıladı ve *"geliştirip herkese yararlı hale getirmesini ve diğerlerine öğretmesini buyurdu."*

Merhametli Allah Adına

Harzemli, Hint gezisi dönüşünde, orada matematik işlemlerde kullanımını incelediği onlu sayı birimleri ile kurulan sayıların işlemsel kullanımı yöntemlerini geliştirdi, cebrinde, güncel problemlerin çözümünde kullanmak için çalışmalar yaptı ve kendine özgü bir yöntem geliştirdi, yöntemini öğretmeyi amaçlayan bir kitap hazırladı.

Harzemli, Cebir Kitabı'nın önsözünde:

“Lütüfkâr ve merhametli Allah adına, bu eser Harzemli Musa Oğlu Muhammed tarafından yazılmıştır.”

O şöyle bir başlangıç yapmak ister:

“Allah’a şükürler olsun ki onun iyilikseverliğine ve korumacılığına sığınabildim. Onun emirlerine uydum. Şükürler olsun ki görevimi yapmak için O’nun değerli ve sürekli yardım severliğinden yararlandım. O’nun kudretli, eksilmeyen yüceliğini ve saygın büyüklüğünü kabul ederim. O

Muhammedi Allah'ın elçisine yakışır bir görevle görevlendirdi. Ne zaman haklılık zayıflasa, doğru yolda ilerlemek çaresiz kalsa, O'nun yardımları yetiştirdi. Allah, sadık komutan Al-Memun 'u ilim sevgisi ile ünlü kıldı öyle ki O bilim adamlarından yardım ve desteğini hiç eksik etmedi. Onları güçlüklerden korudu. O halifeliliği yanında, yüceltmede, ödünlendirmede, adalet ve hak dağıtmada da cömertti. Beni "bir araya getirme-cebir ve sadeleştirme-mukabele" kuralları ile hesaplama üzerine özlü bir yapıt yazmaya teşvik etti, bana cesaret verdi."

Bir kaynağa göre, Harzemli, Cebir Kitabı'nı yazar ve Halife Memun'a sunar. Memun:

"Harzemli çok güzel ama bunları halkım anlayıp kullanamaz. Haydi, git yeniden, öyle yaz ki herkes bu kurallarla problem çözebilsin." der.

Bu buyrukla, Harzemli konuyu yeniden inceler ve kitabını yeniden herkesin anlayıp, uygulayabileceği sistemli bir anlatım yapısı düzeni ile düzenler. Gerek, Harzemli'nin ön-sözünde belirttiği; Memun'un "Özlü bir kitap yaz." Gerekse, yukarda sözü edilen; *"yeniden öyle yaz ki herkes anlayıp kullanabilsin"* cümlelerinin içinde yatan anlamı, Harzemli öylesine değerlendirmiş ki özgün bir anlatım yöntemi yaratarak, çığır açan üç kavramı birbirinin bütünleyicisi olarak ortaya koymuştur.

Bunlar; onlu sayı sistemi, denklem kuramı ile çözüm ve yeni çözümleme yöntemi ya da algoritmik anlatımlardır ve ayrı ayrı önem taşıyan Ortaçağ biliminin ilkleridir.

Ancak el-Taberî'nin verdiği bilgilerden hareketle Harezmi'nin Memun'un ölümünden sonra da hizmetine devam ettiği ve hatta el-Vasik Bi'llah'ın 232/847 tarihindeki ölümünde yanında bulunduğu söylenebilir.

Rivayete göre Halife hasta yatağında aralarında Harezmi'nin de bulunduğu müneccimleri çağırtmış, onlar

Sıfır Rakamını Bulan Deha

da astrolojik işlemlerden sonra Halife'ye elli yıl daha sağlık içinde yaşayacaklarını bildirmişler ancak Halife bu olaydan on gün sonra vefat etmiştir.

Yukarıda verilen bilgilerden hareketle Harezmi'nin Miladi dokuzuncu asrın başlarından, Hicri 164 veya 185 senesinden önce doğduğu düşünülebilir. Dolayısıyla Harezmi'nin 164 veya 185/780 veya 801-232/846-847 yılları arasında yaşadığı söylenebilir.



Harezmi ve Cebir

Cebir sözcüğü de Harezmi'nin "El'Kitab'ül-Muhtasar fî Hısab'il Cebri ve'l-Mukabele" (Cebir ve Denklem Hesabı Üzerine Özet Kitap) adlı eserinden gelmektedir.

Bu eser aynı zamanda doğu ve batının ilk müstakil cebir kitabı olma özelliğini taşımaktadır.

Matematik alanındaki çalışmaları cebirin temelini oluşturmuştur. Bir dönem bulunduğu Hindistan'da sayıları ifade etmek için harfler ya da heceler yerine basamaklı sayı sisteminin kullanıldığını saptamıştır.

Harezmi'nin bu konuda yazdığı kitabın Algoritmi de numero Indorum adıyla Latinceye tercüme edilmesi sonucu, sembollerden oluşan bu sistem ve sıfır, 12. yüzyılda Batı dünyasına sunulmuştur.

Hesab-ül Cebir vel-Mukabele adlı kitabı, matematik tarihinde, birinci ve ikinci dereceden denklemlerin sistematik çözümlerinin yer aldığı ilk eserdir.

Bu nedenle Harezmi (Diophantus ile birlikte) “cebirin babası” olarak da bilinir.

İngilizcedeki “algebra” ve bunun Türkçedeki karşılığı olan “cebir” sözcüğü, Harezmi’nin kitabındaki ikinci dereceden denklemleri çözme yöntemlerinden biri olan “el-cebr”den gelmektedir.

Harezmi, verilen bir denklemin çözümünü sağlamak maksadıyla genel ikinci dereceden denklemleri şu beş duruma ayırmıştır:

- 1) İkinci ve birinci derece terimleri birbirine eşittir: $ax^2 = bx$;
- 2) İkinci derece terimi bir sabit sayıya eşittir: $ax^2 = b$;
- 3) İkinci ve birinci derece terimleri toplamı sabit sayıya eşittir: $ax^2 + bx = c$;
- 4) İkinci derece terimi ile sabit sayı toplamı birinci derece terimine eşittir: $ax^2 + c = bx$;
- 5) İkinci derece terimi birinci derece terimi ile sabit sayı toplamına eşittir: $ax^2 = bx + c$.

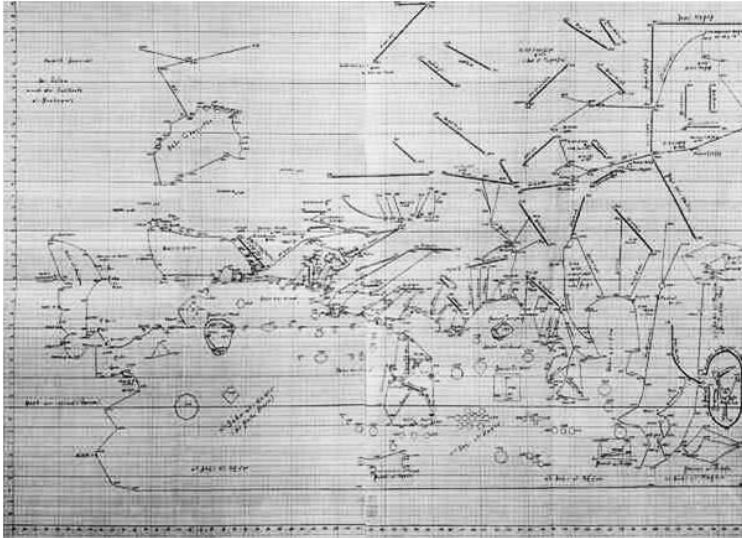
Harezmi, her durumda a , b , c , rakamlarını pozitif tam sayı kabul etmiştir. O sadece pozitif gerçek köklerle ilgilenmiş, daha önce hiç düşünülmemiş olan ikinci kökün farkına varmıştır. Yukarıdaki üçüncü duruma örnek olarak Harezmi; $x^2 + 10x = 39$ kökü ifade eden (x) denklemindeki bilinmeyenini şu metotla buluyordu:

$(x^2 + 10x)$ ifadesini ihtiva edecek tarzda düzenlenen karenin alanı:

$(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$ ve buradan $x^2 + 10x = 39$ olduğundan

$(x+5)^2 = 25 + 39 = 64$ yazıyor ve sonuçta $(x+5)^2 = 64$ veya $(x+5) = 8$ ve buradan da $x=3$ 'ü elde ediyordu.

Burada x 'in kat sayısı olan 10 sayısının yanı sıra (5) e kök diyor ve kareyi tamamlamak için “kök”ün karesini sabit terim olarak yazıyordu. Bugün de aynı işlem “Kareye tamamlamak” olarak bilinmekte ve kullanılmaktadır.



Harezmi'den Pratik Cebir Formülü

Harezmi'nin El Cebr ve'l – Mukabelesi 1145 yılında zamanın ilim dili olan Latinceye çevrilmiş ve Müsteşrik F. Rosen tarafından “The Algebre Muhammed Bin Musa” adlı tercümesi 1831 yılında Arapça metni ile birlikte Londra’da yayınlanmıştır. Eser, medenî muamelat, arazi Ölçümü, bina yapımı ve kanal hafriyatında rastlanan pratik meseleleri cebir yolu ile halle yarayacak karakterde umuma mahsus olarak kaleme alınmıştır.

Eser, bir önsöz ile beş esas bölüm ve bir de ek bölümden meydana gelmiştir.

Birinci Kısım: Birinci ve ikinci dereceden altı ayrı tip-ten denklemin (muadele) geometrik yolla çözüm metodunu ihtiva eder:

1) $x^2 = a$,

2) $x^2 = bx$,

- 3) $ax = b$,
- 4) $x^2 + ax = b$,
- 5) $x^2 + b = ax$,
- 6) $x^2 = ax + b$

Bu bölümün ikinci kısmında: $(a \hat{A} \pm x)$ ve $(b \hat{A} \pm x)$ gibi “Binom Formüllerinin” çarpım kaideleri de vardır.

Ayrıca, ikinci dereceden tam olmayan üç ayrı tip denklemin (muadele) tamamen kendisine mahsus değişik çözüm yolları belirtilmiştir.

İkinci Kısım: İkinci dereceden tam olmayan denklemlerin geometrik çözümünü mevzu edinir. Her tip denklem için iki ayrı çözüm yolu göstermiştir. Bu çözüm yollarından birincisi geometrik çözüm yolu olup, bugünkü cebirde “Kare ve dikdörtgen metodu” denmektedir.

Bu çeşit bir çözüm yolunu, ne eski Mısır ve Mezopotamya, ne de eski Yunan ve eski Hindu matematiğinde görmek mümkün değildir. Harezmi’nin bu çözüm şekli, matematikte cebir ile geometri arasında bir nevi yakınlık kurmayı hedef tutan araştırmanın ilk mahsulüdür.

Üçüncü Kısım: Birer terimi bilinmeyen iki terimli bir çarpanın neticesinin nasıl bulunacağını mevzu edinir. Burada, çarpanlara ayırma ve “özdeşlik” nevinden hususiyetleri görmek mümkündür : $(x + a)(x + b)$, $(x + a)(x - b)$, $(x - a)(x + b)$, $(x - a)(x - b)$... Çarpım durumlarını incelemiştir.

Dördüncü Kısım: işlemlerin çözüm kaidelerini ve çözüm yollarını belirtir.

Beşinci Kısım: Cebirle çözülebilecek bazı problemlere ayrılmıştır.

Eserin son ek bölümünde de; devri, için gerekli olan, amelî ve tatbikî hesaplama şekilleri, zamanın hükümet iş-

lerine ait hesapların yapılması, kanalların açılması, bina inşaatı, esnaf, tüccar ve ölçme memurları için gerekli hesapların cebirle çözüm yolları, Hint sayı işaretleri, vasiyet memurları için gerekli olan Kur'ân-ı Kerim'deki miras hukuku uygulamasını hem aritmetik hem de cebir yolu ile çözümlenecek şekilde, gerekli çözüm yollarını misalleriyle beraber gösterir.

Harezmi'nin; cebir kelimesini matematiği ithal edip, matematikte geniş bir dal olan cebiri, metodik ve sistematik hâle getiren; ikinci derece denklemlerin pozitif köklerini veren orijinal bir çözüm metodunu ilk olarak ortaya koyan; ikinci derece denklemler için, bugün "kare ve dikdörtgen metodu" denilen "grafik metotla" yani geometrik yolla çözüm yollarının, gerçekleştirilmesini cebire ilk olarak kazandıran "Kitabü'l- Cebir ve'l- Mukabele"si üzerinde bir nebze daha durarak bazı tahliller yapalım:

Cebir kelimesi Arapçada kırık olan bir şeyi doğrultmak manasına gelir. Hatta kırık ve çıkık olan bir uzva sarılan tahtalara cebire denilir. Matematikte cebir, bir kesri tam kılma karşılığı olarak alınmıştır. Harezmi ise, cebir ve mukabele tabirini şu manada almıştır:

Cebir, bir eşitliğin bir tarafındaki negatif işaretli terimleri diğer tarafa geçirmektir (eşitliğin her iki tarafında pozitif işaretli terimler kalacak şekilde). Mukabele ise, benzer terimlerin irca' ve ıslahıdır. Meselâ: Matematik tarihinde Ömer Hayyam'ın "yaklaşık karekök formülü" adını alan münasebeti, cebir ile şeklini alır.

Cebir ve Mukabele'nin Birinci Kısım başta ele aldığımız gibi, "Durûbu Sitte" veya "Mesail-ı Sitte" dediği altı denklemin çözüm kaidelerini ispatsız olarak ihtiva eder.

İkinci Kısım, İlim Tarihi bakımından en orijinal olanıdır. Bu bölümde ikinci dereceden tam olmayan denklemlerle, aşağıdaki üç tip denklemin geometrik (ki biz buna Kare

ve Dikdörtgenler metodu diyeceğiz) çözümlerinden bahsedilmektedir:

$$\text{I. } x^2 + Ax = B$$

$$\text{II. } x^2 + B = Ax$$

$$\text{III. } x^2 = Ax + B$$

Harezmi bilinmeyen miktara Şey; Şey'in karesine Mâl; Mâl'in Şey ile çarpımına, Kâab demiş ve bunları sırasıyla "Ş, M, K" harfleriyle göstermiştir.

Şimdi bu kısmın meselelerini modern harf ve sembollerini kullanarak çözelim:

$$\text{I. } x^2 + Ax = B$$

Bu denklem için Harezmi'nin verdiği misal: Bir Mâl ile 10 Şey' toplamının 39 dirheme eşitliğini temin edecek şeyin belirtilmesi yani $x^2 + 10x = 39$ denkleminin çözümünün tayinidir. Harezmi, yukarda-ki üç tip meselenin çözümü için aynı geometrik metodu kullanmıştır.

Şöyle ki daima malum farz olunan Mâl, bir kare ile temsil olunur ve verilen denklemin şartlarına (kat sayılarına) göre, Şey' belirtilir. Harezmi verilen denklemi iki tarzda çözmüştür.

Birinci tarz: Farz edelim ki Mâl, ABCD karesiyle gösterilmiş olsun. Bu karenin kenar uzunlukları Şey'e eşit olacaktır. Şey'in yanındaki sayı (katsayı) olan 10'un dörtte birine eşit olarak (DKLC), (CMNB), (BOPA), (ARSD) gibi birbirine eşit dört dikdörtgen çizelim.

Bundan başka şeklîn A, B, C, D köşelerinde meydana gelen dört küçük karenin alanları toplamı olacağı gibi, yeni meydana gelen karesinin alanı da $39 + 25 = 64$ olur; yani bu karenin bir kenarının uzunluğu 8'e eşittir.

Çünkü verilmiş denklem, $x^2 + 10x = 39$ dur. Bu ne-ticeye göre Şey' ile 5 sayısının toplamı 8'e eşit olur. Yani $x + 5 = 8$ denklemi yazılır. (Çünkü $x + 5 = 8$ 'dir). O halde aranılan Şey' (bilinmeyen) $x = 3$ tür. Bu metot gösteriyor ki Şey'i veren formüldür.

I. Meselenin II. Tarz Çözümü: Bu metodda Mâl yine (ABCD) karesi ve Şey'de kenarlardan biridir. Bu sefer CK ve AE uzunluktan denklemdeki 10 kat sayısının yarısına eşit alınır ve (CKJB) ile (AEFB) dikdörtgenleri teşkil olunur. Buna göre şekilde taranmış alanlar toplamı x^2 ile $10x$ toplamına, yani 39'a eşit olur ve Kare (ABCD) + 2 Dikdörtgen (BCKJ) = 39 yazılır.

Diğer taraftan, şeklin köşesinde meydana gelen (FBJI) karesi ki alanı 25V eşittirde taranmış alanlara ilâve edilmekte, $39 + 25 = 64$ Alan (EDKI karesi) eşitliğe yazılır ve $ED = 8$ bulunmuş olur. O halde aranılan Şey': $8 - 5 = 3$ den ibarettir.

II. Kısım II. Mesele: $x^2 + B = Ax$ denklemi: Harezmi; bu mesele için Mâl ile 21 dirhem toplamının 10 Şey'e eşit olması misalini vermiştir. (Yani, $x^2 + 21 = 10x$ denklemi). Burada Mâl'i temsil eden kare (ABCD) olsun. Yani Şey' = $X = AB$ alalım. Şimdi, bir kenarı, bilinmeyene eşit farzolanun (DEFC) dikdörtgeninin alanını, denklemdeki mutlak sayı olan 21 dirheme eşit alalım.

Bu halde (AEFB) dikdörtgeninin alanı $x^2 + 21$ 'e eşit olacağından verilen $x^2 + 21 = 10x$ denklemi kurulur. (AEFB) dikdörtgeninin bir kenarının uzunluğu x olduğundan diğer kenarın uzunluğu 10'a eşittir. (Yani $BF = 10$ dur)

Şimdi de BF'nin orta noktası K olmak üzere (LEMN) karesini çizelim, bu karenin alanı 25'e eşittir. Bundan sonra da FP'yi AD'ye eşit alıp (PFMR) dikdörtgenini teşkil edelim, bunun alanının, (DLKC) dikdörtgeninin alanına eşitliği aşikârdır.

Bu meselede de görülüyor ki verilen denklemi tahkik eden 3 değeri, formülü ile bulunmuş oluyor. (Klâsik 2. derece denklem formülünün tek işaretli hâli).

II. Kısım III. Meselesi: Bu meselede denklemin tipi $X_2 = AX + B$ dir. Harezmi'nin verdiği nümerik misal, 3 Şey' ile 4 dirhem bir Mâl'e eşit olması, yani $X_2 = 3X + 4$ denkleminin çözümüdür. Burada da X_2 yi temsil eden şekil (ABCD) karesi ve aranılan Şev' de AB uzunluğudur. Karenin AB kenan üzerinde $BK = 3$ (Şey' in katsayısı olan 3) alalım.

Bu suretle teşkil olunacak (KTCB) dikdörtgeninin alanı; $3X$ eşit olacağı gibi (ADTK) dikdörtgeninin alanı da $4'$ e (denklemdaki mutlak sayı) eşit olur, çünkü verilen denklem, $3X + 4 = X_2$ dir.

Şimdi KB nin N orta noktasını işaret etmek suretiyle (KLMN) karesini çizelim, bu karenin alanı olur.

Aynı suretle, bir kenarı AN olan (ARSN) karesini teşkil edelim, meydana gelen (RDTP) dikdörtgeni, (LPSM) dikdörtgenine eşit olur. Çünkü RD kenarı NB ye veya KN ye veyahut da LM'ye eşittir. RP kenarı ise LP ye eşittir. Çünkü her ikisi de AN-KN'ye eşittir.

O halde (ARSN) karesinin alanı, (ADTK) dikdörtgeni ile (KLMN) karesinin alanı toplamına eşit olur. Bundan dolayı (ARSN) Haresinin alanı: olacağından bunun bir kenarı olan AN de olur.

Aranılan Şey 1 AB uzunluğu olduğundan eşitliği bulunur. Görülüyor ki bu çizim yolu ile x bilinmeyenini vermek üzere: formülü kullanılmış demektir.

Görüldüğü gibi Harezmi ikinci derece denklemlerinin pozitif köklerini veren orijinal bir çözüm metodu bulmuştur. Çünkü kendisinden önce birçok ilim adamı bu mevzuda çalışmalar yapmıştır. Kısaca özetleyecek olursak:

I. Hippocrates (MÖ 460), denkleminin çözümünü veren geometrik bir yol göstermiştir

II. Menaechmus (MÖ. 350), $X^3 = k$ kübik denklemini, $y^2 = bx$, $xy = ab$ (parabol, hiperbollerin kesiştirilmesiyle) çözmüştür.

III. Euclid (MÖ 300), $x^2 + ax = a$ ve $x^2 + ax = b^2$ denklemlerini geometrik metotla çözmüştür.

VI. Archimedes (MÖ. 215), (De Sphaera et Cylindro, Lib, II) de küreye dair bir problemi çözerken, orantısına veya, $x^3 + c^2 b = cx^2$ kübik denklemine rastlamıştır.

V. Heron (MS 50), $144 x (14 - x) = 6720$ denklemini yolunu çözmüştür.

VI. İzmirli Theon (MS. 125), $x^2 - 2y^2 = 1$, belirsiz denkleminin çözümü için bir kaide vermiştir.

VII. Diophantus (MS 275), $x^3 + x = 4x + 4$ denklemini çözmüş ve bazı belirsiz ikinci derece denklemlerini ($x^2 - Ay^2 = 1$, tipinde) hal ve münakaşa etmiştir.

VIII. Aryabhata (MS 510), ikinci derece denklemlerinin pozitif köklerini veren formülü bulmuştur.

IX. Eutocius (M. S. 560), $x^3 + c^2 b = cx^2$ denklemini koniklerinin kesiştirilmesi yolu ne çözmüştür.

Harezmi'nin ise (MS 825) adı geçen bu meşhur eserinde, Cebirde sembolizm ve ikinci derece denklemlerin çözümleri için Rönesans matematikçilerine, ikinci derece cebirine dair yapılacak büyük işler bırakmayacak kadar sistematik çalışmaları vardır.

Eski Hint Dünyası'nda Cebir

İçinde bulunduğumuz yüzyılın araştırmaları; Eski Hint Dünyası'nda özellikle 6., 7., 9. ve 12. yüzyıllarda, matematikle ilgili olarak, çağının bilgi seviyesinin üst düzeyinde ilginç bilimsel çalışmaların varlığını ortaya koymuştur. Eserleriyle adları zamanımıza kadar gelebilen, Hint matematikçileri, bilim tarihinde kendilerini etkin bir şekilde göstermektedir.

Bunlardan belirttiğimiz yüzyıllar içinde yaşamış olanlardan: Brahmagupta, Aryabatha, Mahavra ve Bhaskara adlarını belirtebiliriz. Kaynaklar; Brahmagupta'nın Kutakhadyaka adlı eserinde de münferit cebir konularının görüldüğünü, ancak bunların düzenli ve ayrıntılı olarak, cebir konularını kapsayan sistematik bir eser olmaktan uzak olduğunu belirtir.

Sıfır Rakamını Bulan Deha

Buraya kadar; adlarını belirttiğimiz; Diofantos'un "Aritmetika" ve Brahmagupta'nın Kutakhadyaka adlı iki eserde, ikinci derece denklemlerin çizim yoluyla (geometrik yolla) çözümlerinden bahis olmadığını ve mevcut bilgilerin de Mezopotamya menşeli olduğunda kaynaklar hemfikirlerdir.



Eski Mısırlılarda Cebir

İnceleyebildiğiniz kaynaklarda; Mısırlılarda bugünkü cebirin herhangi bir şeklinin varlığına dair kesin bilgiler görülmemektedir. Ancak Mısırlılarda bugünkü cebir konularına benzeyen oldukça ilkel cebirin varlığı görülmektedir. Bu konuda aha hesabı adı verilen bir hesaplama türüne rastlanmaktadır. Bu hesaplama türü hakkında Aydın Sayılı Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik Astronomi ve Tıp adlı eserinde Berlin ve Rhind Papirüslerine dayanarak şu bilgiyi vermekte;

Aha kelimesi grup ya da miktar anlamına gelmektedir. Böyle adlandırma bir metot görüşü olarak yapılmış olmakla beraber a h a hesaplarında “Yanlış ve Deneme yoluyla Yoklayarak çözüm” metodu kullanılmış olduğu görülmektedir. Ayrıca bu usulle bazı çözümler cebiri hatırlatıyor. Adı geçen eserde; bu tür hesabın nasıl yapıldığına dair açıklamalı

Sıfır Rakamını Bulan Deha

iki örnek verildikten sonra; müsteşrik S. Gantz'a atfen altı örnek belirtmektedir. Bunlar:

- 1) $x/y = 4/3$; $xy = 12$
- 2) $xy = 40$; $x = (5/2)y$
- 3) $xy = 40$; $x/y = (1/3) + (1/15) = 2/5$
- 4) $10xy = 120$; $y = (3/4)x$
- 5) $x^2 + y^2 = 100$; $y = (3/4)x$
- 6) $a^2 + b^2 = 400$; $a = 2x$; $b = (3/2)x$

Hemen belirtmek gerekir ki bu örnekler Mısırlıların a h a hesabında yaptıklarının bugünkü cebrik düşünceye göre düzenlenmiş gösterim ve tertip şekilleridir.

Yukarıdaki altı tip örnekte görülebileceği gibi problemler hep özel durumları temsil ediyor. Ancak Aydın Sayılı adı geçen eserinde bu konuda : “Mısırlı matematikçinin zihninde belli çözüm yollarının ve genel formüllerin bulunduğu şüphe yoktur.

Örneğin aha hesaplarıyla ilgili papirüslerde herhangi bir metot söz konusu edilmemesine rağmen bunlarda özel bir metoda uyulduğu gayet sarıh bir şekilde görülmektedir... Problemlerin pedagojik amaçlarla bu şekilde tertiplenmiş oldukları söylenebilir.»

Eski Yunan’da Cebir

Çoğu kaynaklarda; cebir denildiğinde, Eski Roma çağı Yunan matematikçisi Diofantos’un (225-400) adından bahsedilir. Diofantos’un Aritmetika adlı bir eseri mevcut olup, bu eserde sistematik olmamak üzere, münferit bazı cebir konuları ile birlikte, ikinci derece denklemlerin çözümü görülmektedir.

Ancak Diofantos devri Yunan matematiği, bazı harf ve semboller ile ifade edilmekte olduğundan, Diofantos’un Junkarda adını belirttiğimiz eseri, Harezmi’deki cebir işaretleri ve sistemlerinin oynadığı rolden mahrum olması bakımından gerçek anlamda düzenli ve disiplinli bir cebir kitabı olmaktan uzaktır.

Kaldı ki Harezmi’nin Cebri ve’l Mukabele adlı eserinde görülen çözüm yolları, tamamen geometrik düşüncelerle temellendirilmiş olup, bu tür sistematik çözümü de cebire

İlk ithal edenin, Harezmi olduğu son yüzyıl içinde yapılan araştırmalarla ortaya konulmuştur.

Diofantos'ta görülen ikinci derece denklemlerin çözüm metodları, Mezopotamyalılar'ınkine benzemektedir. Aydın Sayılı adı geçen eserinde: "Mezopotamyalılarda görülen denklem çözme geleneklerinin, Diofantos'ta devam ettiği görülmektedir.

Demek ki Diofantos'taki şek-liyle Yunan cebri Mezo-potamya cebirinin hemen hemen, doğrudan doğruya bir devamını, Abdülhamit İbn-i vasi Türk (? - 847) ile Harezmi cebri ise tadil edilmiş bir şekilde devamını teşkil etmektedir."

Gene adı geçen eserde: Öklid'in Elementler adlı kitabında görülen:

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2) \text{ veya}$$

$2(a^2+b^2) - (a+b)^2 = (a-b)^2$ şeklindeki özdeşliğin, cebirsel ifadelerin basitleştirilmesi ve çözümlerin kolay tiplere irca edilmesi için, Mezopotamya matematikçileri tarafından kullanılmış olduğu belirtilir.

Bizanslılarda Cebir

Bazı kaynaklar Bizans'ta ileri bir matematiğin varlığı hakkında geniş bilgi verirler. Ortalama 1000 yıllık hayatı olan Bizans matematik tarihinde eski Yunan matematiğini ilerletip geliştirmesi bakımından pek parlak bir duruma sahip değildi.

Bu devir matematikçileri olarak belirtilen ve aynı zamanda Nikomedyalı (İzmit) rahibi olan Masimus Planudes (İzmit 1260 - İstanbul 1310) Diofantos'un birinci ve ikinci kitaplarına dair sadece tefsir yazabilmiştir. M. Planudes'in en çok bahsedilen eseri 1300 yılında yazdığı Hint Hesabı'dır. Planudes bu eserinde karekök alma kuralını Diofantos'un eserini esas alarak Hint metodunu tatbik etmişti.

14. yüzyılın ikinci yarısından itibaren 15. yüzyılın ilk yarısına kadar (İstanbul'un fethi yıllarına kadar) Bizans matematiğinde bilim tarihinde isim bırakmış matematik-

çilere rastlanılmaz. Bu tarihlerde siyasi olaylar yüzünden bilim ihmal edilmiştir.

Bu tarihlerin ilginç bir olayı İstanbul'da gizli kalmış özel kişisel kitaplıkların dışında elyazması ne kadar eser varsa İtalya'ya götürülmüştür. İstanbul'da el yazmalarına ait hiçbir eser bırakmamışlardır. Giovanni Aurispa'nın (1369-1460) Bizans'tan Venedik'e 238 el yazması eser götürdüğü tarihî bir olay olarak bilinmektedir.

Bizans matematiğinin durumunu ayrıntılarıyla incelemiş olan Hamit Dilgan Matematik Tarih ve Tekamülüne Bir Bakış adlı eserinde şöyle yazar: “*Bizans'ta tam anlamıyla büyük matematikçi yetişmemiştir. Bir çoğunun eserleri (birkaçı müstesna) mütevazi ve basittir hatta bazılarının eserlerindeki problemlerin yazarları tarafından anlaşılamadığı seziliyor.*

Bütün bu hususlar Eski Yunan dehasının gerilemiş ve tükenmiş olduğuna canlı birer örnek teşkil eder. Şu kadar var ki Bizans matematiği aynı devrelerdeki Roma matematiğinden çok daha ileri bir durumda olmakla beraber Doğu İslam Dünyası Matematiğine nazaran çok geri kalmıştı.”

Türk - İslam Dünyası'nda Cebir

Objektif olarak hazırlanmış, matematik tarihî eserleri incelendiğinde, açık olarak şu hüküm görülür; Matematiğin geniş bir dalı olan cebire ait temel bilgilerin büyük bir çoğunluğu, 8. ile 16. yüzyıl Türk - İslam Dünyası âlimleri tarafından ilk olarak ortaya konulmuş ve belli bir noktaya kadar da geliştirilmiştir.

İslamiyet'in başlangıç yıllarında; dinî günlerin tespiti, namaz vakitlerinin belirlenmesi, takvim hazırlanması gibi dinî problemlerle uğraşılmış olduğu muhakkak ise de o devir İslam matematikçilerinin, arazi ölçüleri, veraset hesapları, yükseklik tayini ve günlük yaşantı için gerekli pratik ölçme ve hesaplamalar hakkında bazı çalışmaların varlığı söz konusu olabilir.

Hamid Dilgan; Büyük Matematikçi Ömer Hayyam adlı eserinde bu konuda şunları yazar: “İslam matematiği, an-

Sıfır Rakamını Bulan Deha

cak hicretin ikinci yüzyıl ortalarında Bağdat'ta doğmuştur.” Ancak bu tarihten itibaren, Bağdat'ta kurulan ve bugünkü Üniversitelere benzer kurum olan Darü'l-Hikme'de başta matematik olmak üzere, öteki bilimler hızla gelişmeye başlamıştır.

Gıyasuddin Cemşid, aritmetikle ilgili ilmi çalışmaları yanında, cebirde yüksek dereceden nümerik denklemlerin yaklaşık çözümlerine, kendi görüşü olarak ortaya koyduğu orijinal çözüm yolları ile etkinliğini zamanımıza kadar sürdürmüştür. Bu konuda; özellikle; $ax^3 + x^3 = bx$ tipindeki üçüncü derece denklemlerin çözümünde, zamanı için yeni olan çözüm yolları ortaya koymuştur.

Handwritten manuscript page showing a table of numbers and calculations, likely related to the discovery of the zero digit. The page includes a title at the top: "Tablâ ad cognoscendâ modū medium centesimalarū". The table is organized into columns with headers: "Anni abundant", "Signa", "Gradus", "Minuta", "Secunda", "Tertia", "Quarta", "Quinta", "Sexta", "Septima", "Octava", "Nona", "Decima", "Undecima", "Duodecima". The table contains numerical data and calculations, including a section titled "Anni abundant" with values like 1, 75, 150, 225, 300, 375, 450, 525, 600, 675, 750, 825, 900, 975, 1050, 1125, 1200, 1275, 1350, 1425, 1500, 1575, 1650, 1725, 1800, 1875, 1950, 2025, 2100, 2175, 2250, 2325, 2400, 2475, 2550, 2625, 2700, 2775, 2850, 2925, 3000, 3075, 3150, 3225, 3300, 3375, 3450, 3525, 3600, 3675, 3750, 3825, 3900, 3975, 4050, 4125, 4200, 4275, 4350, 4425, 4500, 4575, 4650, 4725, 4800, 4875, 4950, 5025, 5100, 5175, 5250, 5325, 5400, 5475, 5550, 5625, 5700, 5775, 5850, 5925, 6000, 6075, 6150, 6225, 6300, 6375, 6450, 6525, 6600, 6675, 6750, 6825, 6900, 6975, 7050, 7125, 7200, 7275, 7350, 7425, 7500, 7575, 7650, 7725, 7800, 7875, 7950, 8025, 8100, 8175, 8250, 8325, 8400, 8475, 8550, 8625, 8700, 8775, 8850, 8925, 9000, 9075, 9150, 9225, 9300, 9375, 9450, 9525, 9600, 9675, 9750, 9825, 9900, 9975, 10050, 10125, 10200, 10275, 10350, 10425, 10500, 10575, 10650, 10725, 10800, 10875, 10950, 11025, 11100, 11175, 11250, 11325, 11400, 11475, 11550, 11625, 11700, 11775, 11850, 11925, 12000, 12075, 12150, 12225, 12300, 12375, 12450, 12525, 12600, 12675, 12750, 12825, 12900, 12975, 13050, 13125, 13200, 13275, 13350, 13425, 13500, 13575, 13650, 13725, 13800, 13875, 13950, 14025, 14100, 14175, 14250, 14325, 14400, 14475, 14550, 14625, 14700, 14775, 14850, 14925, 15000, 15075, 15150, 15225, 15300, 15375, 15450, 15525, 15600, 15675, 15750, 15825, 15900, 15975, 16050, 16125, 16200, 16275, 16350, 16425, 16500, 16575, 16650, 16725, 16800, 16875, 16950, 17025, 17100, 17175, 17250, 17325, 17400, 17475, 17550, 17625, 17700, 17775, 17850, 17925, 18000, 18075, 18150, 18225, 18300, 18375, 18450, 18525, 18600, 18675, 18750, 18825, 18900, 18975, 19050, 19125, 19200, 19275, 19350, 19425, 19500, 19575, 19650, 19725, 19800, 19875, 19950, 20025, 20100, 20175, 20250, 20325, 20400, 20475, 20550, 20625, 20700, 20775, 20850, 20925, 21000, 21075, 21150, 21225, 21300, 21375, 21450, 21525, 21600, 21675, 21750, 21825, 21900, 21975, 22050, 22125, 22200, 22275, 22350, 22425, 22500, 22575, 22650, 22725, 22800, 22875, 22950, 23025, 23100, 23175, 23250, 23325, 23400, 23475, 23550, 23625, 23700, 23775, 23850, 23925, 24000, 24075, 24150, 24225, 24300, 24375, 24450, 24525, 24600, 24675, 24750, 24825, 24900, 24975, 25050, 25125, 25200, 25275, 25350, 25425, 25500, 25575, 25650, 25725, 25800, 25875, 25950, 26025, 26100, 26175, 26250, 26325, 26400, 26475, 26550, 26625, 26700, 26775, 26850, 26925, 27000, 27075, 27150, 27225, 27300, 27375, 27450, 27525, 27600, 27675, 27750, 27825, 27900, 27975, 28050, 28125, 28200, 28275, 28350, 28425, 28500, 28575, 28650, 28725, 28800, 28875, 28950, 29025, 29100, 29175, 29250, 29325, 29400, 29475, 29550, 29625, 29700, 29775, 29850, 29925, 30000, 30075, 30150, 30225, 30300, 30375, 30450, 30525, 30600, 30675, 30750, 30825, 30900, 30975, 31050, 31125, 31200, 31275, 31350, 31425, 31500, 31575, 31650, 31725, 31800, 31875, 31950, 32025, 32100, 32175, 32250, 32325, 32400, 32475, 32550, 32625, 32700, 32775, 32850, 32925, 33000, 33075, 33150, 33225, 33300, 33375, 33450, 33525, 33600, 33675, 33750, 33825, 33900, 33975, 34050, 34125, 34200, 34275, 34350, 34425, 34500, 34575, 34650, 34725, 34800, 34875, 34950, 35025, 35100, 35175, 35250, 35325, 35400, 35475, 35550, 35625, 35700, 35775, 35850, 35925, 36000, 36075, 36150, 36225, 36300, 36375, 36450, 36525, 36600, 36675, 36750, 36825, 36900, 36975, 37050, 37125, 37200, 37275, 37350, 37425, 37500, 37575, 37650, 37725, 37800, 37875, 37950, 38025, 38100, 38175, 38250, 38325, 38400, 38475, 38550, 38625, 38700, 38775, 38850, 38925, 39000, 39075, 39150, 39225, 39300, 39375, 39450, 39525, 39600, 39675, 39750, 39825, 39900, 39975, 40050, 40125, 40200, 40275, 40350, 40425, 40500, 40575, 40650, 40725, 40800, 40875, 40950, 41025, 41100, 41175, 41250, 41325, 41400, 41475, 41550, 41625, 41700, 41775, 41850, 41925, 42000, 42075, 42150, 42225, 42300, 42375, 42450, 42525, 42600, 42675, 42750, 42825, 42900, 42975, 43050, 43125, 43200, 43275, 43350, 43425, 43500, 43575, 43650, 43725, 43800, 43875, 43950, 44025, 44100, 44175, 44250, 44325, 44400, 44475, 44550, 44625, 44700, 44775, 44850, 44925, 45000, 45075, 45150, 45225, 45300, 45375, 45450, 45525, 45600, 45675, 45750, 45825, 45900, 45975, 46050, 46125, 46200, 46275, 46350, 46425, 46500, 46575, 46650, 46725, 46800, 46875, 46950, 47025, 47100, 47175, 47250, 47325, 47400, 47475, 47550, 47625, 47700, 47775, 47850, 47925, 48000, 48075, 48150, 48225, 48300, 48375, 48450, 48525, 48600, 48675, 48750, 48825, 48900, 48975, 49050, 49125, 49200, 49275, 49350, 49425, 49500, 49575, 49650, 49725, 49800, 49875, 49950, 50025, 50100, 50175, 50250, 50325, 50400, 50475, 50550, 50625, 50700, 50775, 50850, 50925, 51000, 51075, 51150, 51225, 51300, 51375, 51450, 51525, 51600, 51675, 51750, 51825, 51900, 51975, 52050, 52125, 52200, 52275, 52350, 52425, 52500, 52575, 52650, 52725, 52800, 52875, 52950, 53025, 53100, 53175, 53250, 53325, 53400, 53475, 53550, 53625, 53700, 53775, 53850, 53925, 54000, 54075, 54150, 54225, 54300, 54375, 54450, 54525, 54600, 54675, 54750, 54825, 54900, 54975, 55050, 55125, 55200, 55275, 55350, 55425, 55500, 55575, 55650, 55725, 55800, 55875, 55950, 56025, 56100, 56175, 56250, 56325, 56400, 56475, 56550, 56625, 56700, 56775, 56850, 56925, 57000, 57075, 57150, 57225, 57300, 57375, 57450, 57525, 57600, 57675, 57750, 57825, 57900, 57975, 58050, 58125, 58200, 58275, 58350, 58425, 58500, 58575, 58650, 58725, 58800, 58875, 58950, 59025, 59100, 59175, 59250, 59325, 59400, 59475, 59550, 59625, 59700, 59775, 59850, 59925, 60000, 60075, 60150, 60225, 60300, 60375, 60450, 60525, 60600, 60675, 60750, 60825, 60900, 60975, 61050, 61125, 61200, 61275, 61350, 61425, 61500, 61575, 61650, 61725, 61800, 61875, 61950, 62025, 62100, 62175, 62250, 62325, 62400, 62475, 62550, 62625, 62700, 62775, 62850, 62925, 63000, 63075, 63150, 63225, 63300, 63375, 63450, 63525, 63600, 63675, 63750, 63825, 63900, 63975, 64050, 64125, 64200, 64275, 64350, 64425, 64500, 64575, 64650, 64725, 64800, 64875, 64950, 65025, 65100, 65175, 65250, 65325, 65400, 65475, 65550, 65625, 65700, 65775, 65850, 65925, 66000, 66075, 66150, 66225, 66300, 66375, 66450, 66525, 66600, 66675, 66750, 66825, 66900, 66975, 67050, 67125, 67200, 67275, 67350, 67425, 67500, 67575, 67650, 67725, 67800, 67875, 67950, 68025, 68100, 68175, 68250, 68325, 68400, 68475, 68550, 68625, 68700, 68775, 68850, 68925, 69000, 69075, 69150, 69225, 69300, 69375, 69450, 69525, 69600, 69675, 69750, 69825, 69900, 69975, 70050, 70125, 70200, 70275, 70350, 70425, 70500, 70575, 70650, 70725, 70800, 70875, 70950, 71025, 71100, 71175, 71250, 71325, 71400, 71475, 71550, 71625, 71700, 71775, 71850, 71925, 72000, 72075, 72150, 72225, 72300, 72375, 72450, 72525, 72600, 72675, 72750, 72825, 72900, 72975, 73050, 73125, 73200, 73275, 73350, 73425, 73500, 73575, 73650, 73725, 73800, 73875, 73950, 74025, 74100, 74175, 74250, 74325, 74400, 74475, 74550, 74625, 74700, 74775, 74850, 74925, 75000, 75075, 75150, 75225, 75300, 75375, 75450, 75525, 75600, 75675, 75750, 75825, 75900, 75975, 76050, 76125, 76200, 76275, 76350, 76425, 76500, 76575, 76650, 76725, 76800, 76875, 76950, 77025, 77100, 77175, 77250, 77325, 77400, 77475, 77550, 77625, 77700, 77775, 77850, 77925, 78000, 78075, 78150, 78225, 78300, 78375, 78450, 78525, 78600, 78675, 78750, 78825, 78900, 78975, 79050, 79125, 79200, 79275, 79350, 79425, 79500, 79575, 79650, 79725, 79800, 79875, 79950, 80025, 80100, 80175, 80250, 80325, 80400, 80475, 80550, 80625, 80700, 80775, 80850, 80925, 81000, 81075, 81150, 81225, 81300, 81375, 81450, 81525, 81600, 81675, 81750, 81825, 81900, 81975, 82050, 82125, 82200, 82275, 82350, 82425, 82500, 82575, 82650, 82725, 82800, 82875, 82950, 83025, 83100, 83175, 83250, 83325, 83400, 83475, 83550, 83625, 83700, 83775, 83850, 83925, 84000, 84075, 84150, 84225, 84300, 84375, 84450, 84525, 84600, 84675, 84750, 84825, 84900, 84975, 85050, 85125, 85200, 85275, 85350, 85425, 85500, 85575, 85650, 85725, 85800, 85875, 85950, 86025, 86100, 86175, 86250, 86325, 86400, 86475, 86550, 86625, 86700, 86775, 86850, 86925, 87000, 87075, 87150, 87225, 87300, 87375, 87450, 87525, 87600, 87675, 87750, 87825, 87900, 87975, 88050, 88125, 88200, 88275, 88350, 88425, 88500, 88575, 88650, 88725, 88800, 88875, 88950, 89025, 89100, 89175, 89250, 89325, 89400, 89475, 89550, 89625, 89700, 89775, 89850, 89925, 90000, 90075, 90150, 90225, 90300, 90375, 90450, 90525, 90600, 90675, 90750, 90825, 90900, 90975, 91050, 91125, 91200, 91275, 91350, 91425, 91500, 91575, 91650, 91725, 91800, 91875, 91950, 92025, 92100, 92175, 92250, 92325, 92400, 92475, 92550, 92625, 92700, 92775, 92850, 92925, 93000, 93075, 93150, 93225, 93300, 93375, 93450, 93525, 93600, 93675, 93750, 93825, 93900, 93975, 94050, 94125, 94200, 94275, 94350, 94425, 94500, 94575, 94650, 94725, 94800, 94875, 94950, 95025, 95100, 95175, 95250, 95325, 95400, 95475, 95550, 95625, 95700, 95775, 95850, 95925, 96000, 96075, 96150, 96225, 96300, 96375, 96450, 96525, 96600, 96675, 96750, 96825, 96900, 96975, 97050, 97125, 97200, 97275, 97350, 97425, 97500, 97575, 97650, 97725, 97800, 97875, 97950, 98025, 98100, 98175, 98250, 98325, 98400, 98475, 98550, 98625, 98700, 98775, 98850, 98925, 99000, 99075, 99150, 99225, 99300, 99375, 99450, 99525, 99600, 99675, 99750, 99825, 99900, 99975, 100050, 100125, 100200, 100275, 100350, 100425, 100500, 100575, 100650, 100725, 100800, 100875, 100950, 101025, 101100, 101175, 101250, 101325, 101400, 101475, 101550, 101625, 101700, 101775, 101850, 101925, 102000, 102075, 102150, 102225, 102300, 102375, 102450, 102525, 102600, 102675, 102750, 102825, 102900, 102975, 103050, 103125, 103200, 103275, 103350, 103425, 103500, 103575, 103650, 103725, 103800, 103875, 103950, 104025, 104100, 104175, 104250, 104325, 104400, 104475, 104550, 104625, 104700, 104775, 104850, 104925, 105000, 105075, 105150, 105225, 105300, 105375, 105450, 105525, 105600, 105675, 105750, 105825, 105900, 105975, 106050, 106125, 106200, 106275, 106350, 106425, 106500, 106575, 106650, 106725, 106800, 106875, 106950, 107025, 107100, 107175, 107250, 107325, 107400, 107475, 107550, 107625, 107700, 107775, 107850, 107925, 108000, 108075, 108150, 108225, 108300, 108375, 108450, 108525, 108600, 108675, 108750, 108825, 108900, 108975, 109050, 109125, 109200, 109275, 109350, 109425, 109500, 109575, 109650, 109725, 109800, 109875, 109950, 110025, 110100, 110175, 110250, 110325, 110400, 110475, 110550, 110625, 110700, 110775, 110850, 110925, 111000, 111075, 111150, 111225, 111300, 111375, 111450, 111525, 111600, 111675, 111750, 111825, 111900, 111975, 112050, 112125, 112200, 112275, 112350, 112425, 112500, 112575, 112650, 112725, 112800, 112875, 112950, 113025, 113100, 113175, 113250, 113325, 113400, 113475, 113550, 113625, 113700, 113775, 113850, 113925, 114000, 114075, 114150, 114225, 114300, 114375, 114450, 114525, 114600, 114675, 114750, 114825, 114900, 114975, 115050, 115125, 115200, 115275, 115350, 115425, 115500, 115575, 115650, 115725, 115800, 115875, 115950, 116025, 116100, 116175, 116250, 116325, 116400, 116475, 116550, 116625, 116700, 116775, 116850, 116925, 117000, 117075, 117150, 117225, 117300, 117375, 117450, 117525, 117600, 117675, 117750, 117825, 117900, 117975, 118050, 118125, 118200, 118275, 118350, 118425, 118500, 118575, 118650, 118725, 118800, 118875, 118950, 119025, 119100, 119175, 119250, 119325, 119400, 119475, 119550, 119625, 119700, 119775, 119850, 119925, 120000, 120075, 120150, 120225, 120300, 120375, 120450, 120525, 120600, 120675, 120750, 120825, 120900, 120975, 121050, 121125, 121200, 121275, 121350, 121425, 121500, 121575, 121650, 121725, 121800, 121875, 121950, 122025, 122100, 122175, 122250, 122325, 122400, 122475, 122550, 122625, 122700, 122775, 122850, 122925, 123000, 123075, 123150, 123225, 123300, 123375, 123450, 123525, 123600, 123675, 123750, 123825, 123900, 123975, 124050, 124125, 124200, 124275, 124350, 124425, 124500, 124575, 124650, 124725, 124800, 124875, 124950, 125025, 125100, 125175, 125250, 125325, 125400, 125475, 125550, 125625

Cebir'in Avrupa'da Görülmesi

Matematik tarihî eserleri; yazılan ilk cebir kitabının Harezmi'nin el-Kitabü'l Muhtasar fî Hesabî'l Cebri ve'l Mukabele adlı eseri olduğunu belirtir. Batılı yazarların da belirttikleri gibi, İspanya yoluyla Avrupa'ya giren ilk cebir kitabı, Harezmi'nin adını belirttiğimiz eseridir.

Bu eserde görülen çözüm yolları, İtalyan matematikçi, Leonardo Pisano (1170 - 1250) tarafından yazılmış Liner Abacı (Hesap Metodu) adlı kitap ile 1202 yılında İtalya'ya girmiştir. Bu eser, Batılı matematikçilerden; Passioli, Tartagliе ve Cardon'un çalışmalarına temel eser olmuştur.

Öyle ki bu matematikçilerin eserleri incelendiğinde, Harezmi'ye ait izlerin varlığını görmek mümkündür. Harezmi'nin eseri ile yukarıda adlarını belirttiğimiz matematikçilerin eserlerini ayrıntılarıyla incelemiş olan Hamid Dilgan bu konu ile ilgili olarak aynen şunları söyler: “*Batılı yazarlar cebiri, Cebri ve'l Mukabel adlı eserin Latince tercümesinden öğrenmişlerdir.*”

Adnan Adıvar ise bir makalesinde şunları yazar:

“G. Libri tarafından, 1915 yılında New-York'ta yapılan tercümenin eski Latince nüshanın üzerinde İspanya'da bulunan Sagovia şehrinin adı 1145 yılında yazılı olduğunu belirterek bu tarihe, aynı zamanda Avrupa'da Cebir'in Doğuş Tarihi olarak bakmak mümkündür.”

Harezmi'nin bu eseri, temel eser kabul edilerek bu konuda, Avrupa'da cebirle ilgili yeni eserler yazılmış ve Harezmi adı ile eserinin adı kısa sürede yayılmaya başlamıştır.



Sıfır Sayısını İlk Kez Kullanması

*“Sekiz diğer sekizden çıkınca geriye bir şey kalmaz.
Boş kalmaması için bir dairecik koy!”*

İşte böyle diyor Harezmi; Hint hesabını anlatan ve Latinceye tercümesi yapılan ikinci yapıtında. Yani ‘*Kitab al-Muhtasar fil Hisap al Hind*’ de. Bu eserin matematik tarihindeki iki önemli rolü daha bulunmaktadır.

Bunlardan ilki Avrupalıların toplama ve çıkarmaya ait örnekleri ilk kez bu eserde bulması, diğeri ise rakamların birler basmağından başlanarak sağdan sola yazıldığını ilk kez bu eserle öğrenmeleri.

Harezmi’nin Hint hesabı ve bunlarla yapılabilecek işlemleri tanıtmak üzere yazdığı kitabının Salem manastırında bulunan ve 13. yüzyıl başından kaynaklanan İtalyanca

bir çevirisinde, metni çoğaltmakla yükümlü yazıcı kendi görüşlerini de eklemekten duramamı:

“Tüm sayılar bir’den çıkmıştır, bir ise sıfır’dan . Sıfır’da büyük bir mabedin saklı olduğunu bilmek gerek: O (Tanrı),ne başlangıcı ne de sonu olan sıfır’da simgelenir ve tıpkı sıfır gibi ne çoğalır, ne de azalır; ne O’na akan, ne de O’ndan kopan bir ırmak vardır. Ve sıfırın tüm sayıları on katı çoğaltması gibi, O da yalnızca on kat değil, binlerce kat çoğaltır, hatta doğrusu, O her şeyi hiçlikten yaratır, esirger ve yönlendirir.”

Şunu belirtmek de fayda var ki sıfırın varlığını ilk kez Hintliler hissetmiş ve rakamları yazarken sıfır yerine boşluk kullanmışlardır. Bu ise hiç de pratik değildir.

Ancak ona bir sembol veren ve kimlik kazandıran ve eserinde; ‘9 rakam ve bu yeni sembol ile tüm işlemleri yapmak mümkündür’ diyen, Harezmi **sıfırın gerçek** kâşifidir. Yani sıfırı diğer rakamlara ekleyerek onluk sistemi tamamlayan adamdır o. Böylece Hintlilerin sunya dediği sıfır, İslam bilim dünyasında içi boş anlamına gelen es-sıfır ile gerçek kimliğine kavuşmuş ve Avrupa’ya olan yolculuğuna başlamıştır.

Almanlar ona ziffer, Fransızlar chiffre adını vermişlerdir. Yalnız sıfırın Fransızca isminde çok ilginç bir husus vardır. Chiffre aynı zamanda şifre anlamına da gelmektedir . Acaba sıfırdaki muhteşem gücü hisseden Fransızlar onda gizleniş olan şifrenin ne olduğunu düşünüyorlar dersiniz?

Sıfır Rakamı Hakkında

Onluk sistemin bir üstünlüğü, sıfır rakamı için ayrı bir işaretin (sembolün) bulunmasıdır. Sıfır işaretinin, gerektiğinde basamaklara (hanelere) yazılması gerekmektedir. Aksi halde, boş bırakılan basamak (hane) birçok yanlış anlaşılmalara sebep olur. Örneğin: Bugün, rakamla 407 şek-

linde yazdığımız, dört yüz yedi sayısını, sıfır işareti kullanmadan, 4,7 veya 4 7 (4 ve 7'nin arası biraz boş bırakılarak) şeklinde göstermek mümkünse de anlam bakımından birçok karşılıklara sebep olabilir.

Sıfır kavramını (fikirini) ilk olarak, hangi medeniyet içerisinde ve kim tarafından ortaya konulmuş (kullanılmış) olduğunda, kaynaklar hemfikir değildi. Bununla beraber, Eski Hintlilerde, milattan sonra 632 yılından itibaren sıfır için özel bir işaretin kullanılmış olduğunu, zamanımıza kadar intikal eden belgeler göstermektedir.

Eski Hintlilerden kalma kitabelerde (yazıtlarda) görülen, rakam ve işaretler, günümüzde “Hint-Arap Sistemi” olarak adlandırılan sisteme göre benzerlik olduğunu ve nümerik (terkiym) sistemin, o devirde kullanıldığını göstermektedir.

Daha sonraki yıllara ait kitabeler, sayılarda, rakamın kendi zat'ı değeriyle vaz'i (konum) değeri, (yani sayı içindeki anlam değeri) arasındaki bağıntının bilindiğini, sıfır anlamını veren, “0” gibi bir işaret kullanıldığını da göstermektedir.

Sıfır için, ayrı bir özel işaretin bulunuşu ve basamak fikrinin ustaca kullanılışı, onluk sistemi (decimal), sadece matematiğin değil, ilim dünyasının, en elverişli sistemlerinden biri yapmıştır. Onluk sistemin bu halı için, Fransız matematikçi Pierre Simon Laplace (1749-1827), bu konuda “Dünyanın en faydalı sistemlerinden biridir.” demektedir.

Sıfır Rakamı ve Eski Hint Dünyası

Romalı ve Çinlilerin eksine, Eski Hint âlimleri, aritmetik işlemleri, özel bir harf ve işaret belirtmeden, sadece 1 den 9 a kadar olan rakamlardan istifade ederek yazarlardı. Rakamla, hesap yapmanın tek örneği olan, bu pozisyonun tespiti ve yazılması merhalesine ulaşanlar, sadece Eski Hintliler ve Mayalardı.

Kaynaklar; Hindistan'dan, 300 yıl kadar önce, sayı işaretinin, rakam şekline dönüşmeye başladığını belirtmekte. Hintliler, en geç, 6. yüzyıla doğru, belki de biraz daha önceki tarihlerde, aritmetik işlemlerde, sadece 1'den 9'a kadar devam eden dokuz ayrı rakam halinde kaldılar.

Böylece, hesap işlerinde, sağdan sola doğru çoğalan (yükselen) rakamlar, ilk olarak ortaya çıktı. Bu rakamlar, hemen hemen 622 yılından itibaren Hindistan dışında da tanınmaya başladı. Fırat'ta bir okul müdürü, aynı zamanda da manastır idarecisi olarak çalışan Suriyeli âlim Sevarus Sabokht: *“Bilinen bütün usullere üstün olan, Hint hesabının, yani dokuz ayrı rakamın (işaretin) maharetli usulünden bahseder”* Bu durum, Hint rakamlarının mahzar olduğu ilk takdirdir. S. Sabokht, bu dokuz ayrı rakamlarla, yeni bir usul dâhilinde hesap yapabildi.

Ancak bu dokuz ayrı rakam, bazı sayıları ifade etmeye yeterli gelmiyordu. Çünkü üç bin yedi yüz elli dört olan bir sayıyı 3754 şeklinde belirtmek mümkündür. Değeri üç yüz sekiz olan bir sayının da 38 şeklinde meydana çıkmaması için, noksan (boş) kalan onlar basamağına (ha-nesine) değişik bir işaretlemenin yapılması zorunludur.

Noksan (boş) kalan, basamağı (haneyi) işaretleyip, belirtmek için “boşluğu” şekillendirmek, anlamlandırmak zorundaydılar. Noktayı “sunya” veya “sunyabinde”, boşluk veya içi boş yuvarlağı da “kha” kelimesi ile adlandıran Hint âlimleri, boş kalan basamağa (haneye), sembol olarak “dai-re” veya “nokta” şeklinde yeni bir sembol verdiler.

Düşünce tarihin en önemli olaylarından biri sayılan, bu sayı yazısına, son mükemmeliyeti Hintlilerin vermiş olduğu ortaya çıkmaktadır. O halde, menşe itibariyle, sadece, basamak sistemi içinde, noksan basamağa (haneye) gerekli işaret olarak başvuru bu sembol, yani bugünkü ifadeyle

“sıfır” rakamı, derhal müstakil bir sayı şeklinde, ilk olarak Hint hesabında ortaya çıkmıştır.

Bu sayı işareti, yani “0” (sıfır) veya “.” (nokta) anlamındaki işaret, miladın 400. yılında, ilk defa Hint yazılı eserleri içinde görülmeye taşlar. Hint Dünyası’nın, ünlü matematikçi ve astronomu Brahmagupta (598-660), 632 yılında yazdığı, astronomi konuları ile ilgili Siddhanta adlı eserinde, dokuz ayrı sayı işareti ve sıfır ile birlikte hesap yapmaya dair kaideleri göstermiştir.

Sıfır Rakamı ve Türk -İslam Dünyası

773 yılında, Kankah isimli Hintli bir astronom, Halife el-Mansur’un (754-775), Bağdat’taki sarayına gelir. Zamanın ünlü İslam âlimi İbn’ül Adami, astronomi cetvelleri ile ilgili eserinde, ilim tarihi için önemli olan bu olayı, “İnci Gerdanlık” başlığı altında şöyle açıklar;

“Hicretin 156. (773) yılında, Hintli bir âlim elinde bir kitapla, Halife el-Mansur’un huzuruna çıkar. Kar dağların Kral Figar adına istinsah ettikleri bir kitabı, Halifeye sunar. El-Mansur, bu eseri, hemen Arapçaya çevrilmesini ve gezenlerin hareketleri ile ilgili bir eser yazılmasını emreder.

Bu görevi, Muhammed bin İbrahim el-Fezari üzerine alarak ‘Astronomlar Nazarında Büyük Sinhind’ adlı bir eser yazar. Bu eserin etkinliği, halife el-Memun zamanına kadar sürer. Eseri, Muhammed bin Musa el Harezmi, astronomlar için yeniden hazırlar (yazar). Sinhind Metodunu uygulayan astronomlar, eseri çok beğenirler ve konusunun süratle yaygınlaşmasını sağlarlar.”

Hintli âlimin, beraberinde Bağdat’a getirdiği ve onunla, önce Halife el-Mansur’un ilgisini çektiği kitap, gerçekte Brahmagupta’nın Siddhanta adlı eserinden başka bir eser değildi. Sinhint adıyla Arapçaya çevrilen bu eser, zamanın halife ve âlimleri arasında, hemen ilgi görüp süratle yayıldı.

Harezmi tarafından yeniden hazırlanan söz konusu eser, İngiliz tercüman Baht'lı Adelhard tarafından, zamanın ilim dili olan Latinceye tercüme edildi ve Batılı âlimlerin istifadesine sunuldu. Bu tercüme kitap; Hint sayılarını açıklayan, Hint hesabını, sayı yazısını, toplama ve çıkarma, ikiye bölme, iki misli artırma, çoğaltma ve bölme ile kesir hesabını öğreten Hesap Sanatına Dair adlı ikinci eserdir.

Bu Latince tercüme eser, önceleri İspanya'ya gelir ve 12. yüzyıl başlarında, Orta Avrupa'ya geçerek yaygınlaşır. Hint âlimleri, daire şeklinde gösterdikleri ve bugünkü ifadeyle "0" (sıfır) olarak adlandırılan kelime için, bir şeyin hiçliği ve boşluğu anlamını ifade eden sunya adını vermişlerdir.

İslam âlimleri (Araplar) da bu işareti ve anlamını öğrenince; Arapça da boşluk anlamına gelen essıfır adını vermişlerdir. Leonardo, essıfır kelimesini Latinceye tercüme ederek Latince metinlerde cephrum şeklinde Latinceleştirdi. Daha sonraki yıllarda, Avrupa'nın değişik memleketlerinde, değişik yazım (imla) şekilleri kazanmıştır.

Bunlardan: Leonardo'nun eserine istinaden, önce zefero, daha sonra da zero yazım şeklini aldı (Livra kelimesinin zamanla lira yazım şeklini alması gibi.) Fransa'da ise; gizli işaret anlamına gelen chiffre şeklinde adlandırılan cephirum kelimesi, chiffer = hesap yapmak şeklini alarak, yaygınlaşmaya devam etti.

Batı'da, İtalyanca aynı anlama gelen, zero kelimesinin kabulü sonucu, bu kelimenin iki ayrı anlamı sebebiyle İngiltere'de cipher ve zero şeklini aldı. Almanya'da da ziffer yazım şeklini aldı. 14. yüzyıldan sonraki yıllarda da ziffern yazım şeklinde kullanılmaya başlandı.

Saverus Sabokht, Brahmagupta ve Harezmi isimleri, Arap rakamlarının, Batı'da görülmesinde birbirini takip eden üç isim olarak karşımıza çıkmaktadır. Batı literatürün-

de “Arap Rakamları” olarak bilinen, İslam Dünyası rakamlarının, sıfır “0” dâhil olmak üzere, on ayrı şeklini Batı’ya ilk defa öğreten, papalık tahtının şair ve matematikçisi Gerbert olmuştur.

Gerbert’in etkisi tam sekiz yüz yıl devam etmiştir. Gerbert, öğrenimini Aurlillac Kilisesi’nde tamamlamıştır. Burada edindiği bilgiler sonucu, birçok matematikçinin dikkatini çekti. Sonuçta da matematik araştırmalarını hızlandırdı. İstinsah faaliyetlerini çoğalttı. Gerbert, hakkında değişik rivayetler vardır. Bu rivayetlerden birisi şudur

Gerbert, sıfır kavramını bilmiyordu. Mesela 1002 sayısında sıfır olmayınca, yazılanların anlaşılması mümkün değildi. Gerbert ve öğrencileri, sıfır hakkında, herhangi bir bilgiye sahip olmadıklarından, yapılanların manasını kavrayamadıkları anlaşılmakta. Gerbert, sayı yazısını, Batı Araplarından getirir. Araplardan, İspanya seyahati sırasında öğrendiği sanılmaktadır.

Gençliğinde itibaren, Hindistan’ın bir ucundan öbür ucuna yaptığı birçok seyahatlerle, Hint dilini ve ilmini tam anlamıyla Öğrenen Gerbert’in çağdaşı olan Beyruni’den o sıralarda, Hindistan’da yazılmış harf şekillerinin ve ilk rakam şekillerinin diğer memlekete geçince, değiştiğini öğreniyoruz, Beyruni, Arapların, Hintlilerden en elverişli rakamları aldıklarını açıklar. Arapların birbirinden farklılık gösteren iki çeşit, Hint sayı yazısını kullandıklarını, Harezmi de açıklar.

Harezmi tarafından, 830 yılında yazılan eserin ilk kopyaları, Viyana Saray Kütüphanesinde bulunmaktadır. Bu elyazmaları (manüskri), 1143 tarihini taşımaktadır. Salen Manastırı’nda bulunan ikinci bir kopya ise, bugün Heilderburg’ta muhafaza edilmektedir.

Avrupa, ilim dün-yasında sunulan bu önemli belge ile Arapların, önce birler basamağından başlayarak, rakamları

sağdan sola doğru yazıp okuduklarını, bu eserden öğrenir. Harezmi'ye ait bu eser-de; toplama ve çıkarma işlemlerine ait örnekler görülmektedir.

Brahmagupta'nın, Siddahta adlı eseri, 776 yılında, Saverus'tan 114 yıl sonra, Arapçaya çevrilen bir eserinin içinde yer almıştır. Gerbert'ten yüz yıl sonra, Harezmi'nin Latince tercümesi, Orta İspanya yoluyla Batı'ya ulaşır. Bu tarihlerde, “Arap Sayı Yazısının”, ilim dünyasındaki zaferine çığır açan başka bir şahıs ile karşılaşırız.

Pizza'lı Leonardo (1180 - ?); matematik bilgisinin, esaslarını bizzat, ilk kaynaklarından, yani Mısır'a yaptığı uzun süreli seyahatler sonucu elde etmiştir. Elde ettiği bilgileri de Batı'ya öğretmiştir. Leonardo'nun babası, Cezayir sahillerinde ticaret işleri ile meşgul idi. İslam medeniyetinin etkinliğini gören, baba Leonardo, oğlunu yetiştirmek için yanına çağırır.

Oğlu Leonardo Hint, yani Arap (İslam) rakamları ile hesap yapmaya hayran kalır. Hint hesap sistemlerinin, her türlü uygu-lamasını öğrenir. Bu arada, İskenderiye ve Şam kütüphanelerinde, eline geçirebildiği ilmi değeri olan eserleri de toplayıp, Avrupa'ya götürdüğü tarihî bir gerçek olarak bilinmektedir.

Kronolojik Gelişimi

MÖ 3000 yılları: Eski Mısırlılar, onluk sistemi bilmediklerinden, sıfır anlamını ifade eden bir sembol (işaret) kullanmamışlardır.

MÖ 700-500 yılları: Mezopotamyalılar, sadece astro-nomi metinlerinde, sıfır anlamına gelecek, özel bir işareti sürekli olarak kullanmışlardır.

MS 2. yüzyıl: Eski Yunan'da, Batlamyos'un astronomi metinlerinde, Yunan alfabesinde görülen, içi boş anlamını ifade eden “0” şeklinde bir harf kullanmışlardır. Ancak ma-

tematiklerinde, bu harfi (işareti) kullanmadıklarını, kaynaklar açık olarak belirtmektedir.

MS 400 yılları: Eski Hint Dünyasında, ilk defa, bugünkü ifadeyle sıfır anlamına gelen, “0” ve “.” şeklinde işaret (sembol) görülmeye başlamıştır.

MS 632: Eski Hint âlimi Brahmagupta’nın astronomi ile ilgili olan Siddhanta adlı eserin-de, dokuz ayrı ve sıfır rakamı ile hesap yapmayı gösteren kaideler belirtilmiştir.

MS 830: İslam Dünyasının önde gelen matematik âlimi Harezmi tarafından, dokuz ayrı rakam dâhil sıfır rakamı ile birlikte aritmetik işlemlerin nasıl yapılacağı açık olarak gösterilmiştir.

MS 1100 yılları: Avrupa matematik dünyasında, yaygın olarak kullanılmaya başlar.

Harezmi ve Analitik Geometri

Harezmi tarafından 830 yılında yazılan Cebri ve'l Mukabele adlı eserin ikinci bölümü; ikinci dereceden tam olmayan denklemlerin geometrik çözümünü konu edinir. Her tip denklem için, iki ayrı çözüm yolu gösterilmiştir. Bu çözüm yollarından birincisi geometrik çözüm yolu olup, bu çözüm yoluna “kare dikdörtgen metodu” denmektedir.

Bu tür çözüm şeklini, Eski Mısır, Mezopotamya, eski Yunan ve Eski Hint matematiğinde görmek mümkün değildir. Harezmi'nin bu çözüm şekli, matematikte cebir ve geometri arasında, bir nevi yakınlık tesisini hedef tutan araştırmanın ilk ürünüdür.

Hemen belirtmek gerekir ki matematik tarihî eserleri, analitik geometriyi Fransız matematikçisi Descartes ile başlatır. Konun gerçek yönü şudur: Harezmi, Descartes'ten

tam 1000 yıl analitik geometriye ait uygulamanın ilk örneklerini vermiştir.

Avrupa bilim dünyasının tartışmasız kabul ettiği bir olgudur; analitik geometriyi Descartes'in kurduğu kabulü. Derler ki analitik Geometri Descartes'in 'La Geometri' adlı eseri ile başlar. Oysa bir gerçek apaçık ortada durmaktadır. Descartes'ten tam 830 yıl önce bir Türk bilgininin yazdığı bir eserde ikinci derece tam olmayan denklemlerin çözümü verilmiştir.

Bu denklemlerin çözümü için sunulan iki çözüm yönteminden biri; kare ve dikdörtgen yöntemi olarak adlandırılan geometrik çözüm yöntemidir ki bu matematik tarihinde bir ilktir. Yani ilk kez cebire matematik girmiş, dolayısı ile ilk kez cebirsel (analitik) geometriye dair bir örnek matematiğin hizmetine sunulmuştur. Buradan da şu sonuç çıkıyor ki analitik geometriyi Descartes değil Harezmi kurmuştur.

Harezmi'nin İzlediği Yöntem

Onun geometrik çözümünü anlamak için, $x^2+10x=39$ denklemini akılda tutmak gerekir. Burada x^2 terimi kenar uzunluğu x olan bir kareyi temsil eder. Denklemdaki $+10x$ terimi ise kenar uzunluğunun 10 katının, karenin alanına eklendiğini gösterir. Denklemin sağındaki 39 sayısı, karenin alanına kenarın 10 katı eklendikten sonraki toplam alanın değeridir.

Diğer bir deyişle, x^2+10x teriminin temsil ettiği yeni alan 39'a eşittir. Harezmi, alanı 39 olan şekli, kareye tamamlamak ister. Böylece yeni (hayali) karenin kenar uzunluğunu hesaplayabilecektir.

Buradaki $10x$ terimi, bir kenarı x uzunlukta ve diğer kenarın uzunluğu da 10 olan, bir dikdörtgenin alanını temsil eder. Bu alanı 4 eşit parçaya bölüp, kenar uzunluğu x olan orijinal karenin dört tarafına ekler.

Bu dikdörtgenlerin bir kenarı x uzunlukta olacağı için, diğer kenar doğal olarak $10/4$ veya $5/2$ olur. Yeni şeklin toplam alanı 39 'a eşittir. Ancak yeni şekil henüz kare değildir, çünkü köşelerde dört küçük boşluk vardır. Köşelerdeki boşluklar, kenar uzunluğu $5/2$ olan karelerdir.

Bu nedenle her küçük karenin alanı, $5/2$ 'nin karesine eşittir veya $25/4$ 'tür. Dört küçük karenin toplam alanını bulmak için $25/4$ 'ü 4 'le çarpınca 25 çıkar. Bir önceki yeni şeklin alanı 39 idi, bu alana 25 eklenince 64 çıkar.

Harezmi, böylece büyük kareyi tamamlar ve 64 'ün karekökü olan 8 'i bulur. Büyük karenin kenar uzunluğu 8 olduğu için 8 sayısından iki küçük karenin kenar uzunluğunu çıkartarak, x değerini bulur. Küçük karelerin kenar uzunlukları $5/2$ idi. İki küçük karenin kenarlarının toplamı, 2 çarpı $5/2$ yani 5 'tir. Büyük karenin kenar uzunluğu olan 8 'den 5 çıkarılınca x değeri 3 olarak bulunur.

Harezmi bu yöntemle ikinci derece bir denklemin sadece geometri kullanarak çözüleceğini anlatır. Aynı zamanda geometri kullanmadan, pratik olarak da x değerinin nasıl bulunacağını açıklar. Pratik yöntem, şekil çizmeksizin, geometri ile ulaşılan yolu ezberleyip işlemi kısa sürede yapmaktır. Denklem genel olarak, $ax^2+bx=c$ şeklinde yazılabilir.

Harezmi, $b/2$ 'nin karesini alarak 10 'un yarısının karesi olan 25 'i bulur. Bu sayıyı, c terimine yani 39 'a ekler ve 64 'ü bulur. Ardından 64 'ün karekökünü alıp 8 'i bulur. Daha sonra 8 'den $b/2$ 'yi yani 5 'i çıkartıp $x=3$ sonucuna ulaşır. Harezmi'nin açtığı yol sayesinde günümüzdeki cebir yöntemleri gelişti.

Eski Mısırlılarda Geometri

Eski Mısır'da görülen geometri bilgileri, yüzey ve hacim hesapları olarak karşımıza çıkmak-tadır. Mısırlılar, kare ve dikdörtgen alanlarını, doğru bir şekilde hesaplayabiliyorlardı. Düzgün olmayan bir yüzeyin planını ise, dörtgenleştirme yoluyla elde ediyorlardı. Üçgen alanı bilgi-sinden hareket ederek de yamuğun alanını elde ediyorlardı.

Mısırlıların; üç boyutlu cisimler-den; silindir, koni, piramit, dikdörtgen prizma ve kesik prizma hacimlerini de bildikleri anlaşılmaktadır. Kesik piramidin hacminin hesaplanması, zamanın geometrisi için son derece önem taşımaktadır.

Aydın Sayılı; adı geçen eserinde konu ile ilgili geniş bilgi verdikten sonra şunları yazar: “*Mısırlılar’ın, aritmetiklerinde olduğu gibi geometri problemlerinin çözümünde de tamamıyla somut özel hallerin ele alınmasından ileri gidilmiyor. Karşılaşılan bütün örneklerde ortak bir vasıf Mı-*

sır geometrisinde genel formül kavramının mevcut olmayışındır. Zihinde bir nevi genel formül fikri ve belli genellemeler vardı. Açık geometrisi mevcut değildi. Bunun yanında doğru geometrisi gelişmiş durumdaydı.”

Burada doğru geometrisi ile ölçü için; sadece doğruları kullanan ve açı kavramına başvurmeyen bir geometri kastedilmektedir. Alan ve hacim hesapları, doğruların yardımıyla yapılmaktadır. En, boy, taban, dikme, köşegen, çap ve çevre, hem ölçülebilen, hem de ölçüde aracı rolünü kullanıyordu. Bugünkü ifadeyle; 45 derecenin, bazı trigonometrik özelliklerini de bildikleri anlaşılmaktadır.

Burada akla şöyle bir soru gelmektedir; Mısırlılar, ilkel geometri bilgisi diyebileceğimiz, ama bugünkü geometrinin temel bilgilerini, hangi ihtiyaçları sonucu ortaya koymuşlardır?

Bilindiği gibi; Nil Irmağının mevcudiyeti, Mısır'ın günlük hayatı için son derece önemlidir. Bu ırmağın taşmasıyla, su altında kalan arsaların sık sık ölçülmesi, kaybolan ya da zarara uğrayan arsanın ölçüsünün doğru olarak tespiti ve vergi miktarlarının da buna göre belirlenmesi gerekmektedir.

Mısır mezar lahitlerinin, piramitlerin, tahta işlerinin estetik bakımdan üstünlük sağlaması, hem çalışmaların ihtiyacından doğmuş ve hem de zaman için var olan ölçü tekniği ile, basit de olsa, bu ölçülerin hesaplama tekniğinin kısmen ileri derecede olmasıdır.

Eski Yunan’da Geometri

Eski Yunan matematikçilerinden Demokrit’te, gelişmiş bir geometri bilgisi görülmektedir. Ancak kaynaklar; Demokrit’in Eski Mısır matematiği ile temasta olduğunda hemfikirdir. Thales, ikizkenar üçgenin taban açılarının eşit olduğunu bildiği, ancak üçgenin iç açılarının 180 derece olduğu yolundaki bilgilerin Thales’e ait olmadığı anlaşılmıştır.

Pisagor, geometri çalışmalarında, güney İtalya’da Kroton’da okullar açmış ve geometrinin gelişmesini sağlamıştır. Öklid, Elementler adlı geometri kitabını yazmakla ün yapmıştır. Bu eserdeki geometri bilgileri 2000 yıl kadar, fazla bir değişikliğe uğratılmadan, geometri derslerinde okutulmuştur. Bu eserin, bazı kısımlar günün ihtiyaçlarına cevap vermek için, 1700 yılından itibaren modernleştirilmiştir. Bugünkü geometride bilinen birçok bilgiler, Elementlerde vardır.

Kaynaklar; geometrinin önce Eski Mısır'da başladığını, Eski Yunanlılar'ın geometriyi Eski Mısır'dan öğrenmiş olduklarını belirtmektedir. Tarihçi Herodot (MÖ 485-425), geometrinin Eski Mısır'da başladığını ve arazi ölçüsü ihtiyacından doğmuş olduğunu belirtir.

Aydın Sayılı: *“Bunun gerçeğe uygun olduğunu, yani bölge bir menşeden başlayarak, geometrinin Eski Mısır’da bir ilim haline geldiğini kabul edebiliriz”* der. Eski Yunanlıların, matematikte ve özellikle geometri bakımından, Eski Mısırlılardan geniş şekilde yararlanmış oldukları anlaşılmıştır. Bu durumda, Eski Yunanlılara atfedilen geometri bilgileri hakkında şu görüşü belirtebiliriz:

Eski Yunanlılar, Eski Mısır yörelerini uzun yıllar dolaşmışlar. Bu yöreleri ilk dolaşan ve Eski Yunan'ın ilk bilgini sayılan Tales'tir (MÖ Miletos, 640 ? - 548 ?) Tales'ten sonra Pisagor'un ve Öklid'in bu yöreleri uzun yıllar dolaştıkları tarihî bir gerçektir.

Bu bilginler, buralardan elde ettikleri geometri bilgilerini almışlardır. Ayrıca, geometriyi sistemli ispatlara dayanan müstakil bir bilim haline getirmişlerdir. Eski Yunanlıların başarısı, geometriyi sistemleştirip, müstakil bir matematik dalı haline getirmiş olmalarıdır.

Mezopotamyalılarda Geometri

Mezopotamya matematiği hakkındaki bilgiler, zamanımıza kadar intikal etmiş tabletlerin değerlendirilmesi sonucu elde edilmektedir. Bu tabletler bilim tarihinde; Susa, Vatikan 8512, Tell Halman, Plimpor 322, British Museum 85114 ve Elam tabletleri şeklinde adlandırılmıştır.

Bugün, Tales Teoremi olarak bilinen teoremin varlığı, Tales'ten 1700 yıl ve Öklid'ten 2000 yıl kadar önce biliniyordu. Bu bilgiye esas olan kaynak tabletteki geometrik resim, gayet doğru ve güzel şekilde çizilmiştir.

Aydın Sayılı; adı geçen eserinde, Susa tabletlerine dayanarak: Tales Teoremlerinin nasıl ortaya çıktığını belirtir. Bu teoremlerin, Öklid tarafından bilindiğini ve Elementler adlı eserinin, 6. ve 8. teoremler olarak açıklandığını yazar.

Kaynaklardan şu sonucu çıkarmaktayız. Bugünkü klasik geometri veya Eski Yunan geometrisinin temsilcileri olarak görülen, Tales, Pisagor ve Öklid'e dayalı geometri bilgilerinin temelinde Mezopotamya matematiği bulunmaktadır.

Başka bir ifadeyle Mezopotamyalılar tarafından, bu geometri bilgileri, Eski Yunan matematikçilerinden, çok önceki yıllarda bilinmekte olduğu anlaşılmaktadır.

Aydın Sayılı, bu konuda adı geçen eserinde, belirgin örnekler verdikten sonra şunları yazar; “*Mezopotamyalıların, açıkladığımız bu bilgilere, ya da mahiyeti ne olursa olsun, bunlara denk olan bilgilere sahip olmaları gerekmektedir.*”

Başka bir yerde de: “*Mezopotamya geometrisi ile bazı müşterek vasıflara sahip olması hiç de imkansız olmasa gerek.*” Konunun en büyük otoritelerinden Neugebauer’un yorumlanmış şekline göre, yukarıdaki sonucu alabilmeleri için, Mezopotamyalıların aşağıdaki temel bilgilere sahip olmuş olmaları gerekmektedir;

- 1) Kirişin çevreye uzaklığını veren doğru parçasının uzantısı çemberin merkezinden geçer.
- 2) Bu doğru parçası kirişe diktir ve kirişi ortalar.
- 3) Çapı gören çevre açısı diktir.
- 4) Aynı doğruya ayrı ayrı dik olan iki doğru, aralarında paraleldir.
- 5) Dik üçgenleri için “Thales Teoremi” münasebeti.
- 6) Pithagoras Teoremi.

Kaynaklar; geometri konusunda şu bilgileri de vermektedir. Çemberi de ilk önce 360 dereceye Mezopotamyalıların ayırdığı, bu geleneğin Mezopotamya menşeli olup Yunanlılara, Mezopotamyalılardan geçtiği bilinmektedir. Kesik piramidin hacminin ortaya konması ve ispatlanması geometride önemli bir yer tutar. Mezopotamyalılar, kesik piramit hacmine ek olarak, piramit hacim formülünü de bilmiş olmaları gerekiyor.

Netice itibariyle, Babilliler, bugün Eski Yunandan beri Fisagor Bağıntısı diye adlandırılan teoremi biliyorlardı. MÖ

18. yüzyıla (Birinci Babil İmparatorluğu Devri) ait tablette, bugün Fisagor Bağıntısı dediğimiz: $a^2 = b^2 + c^2$ formülüyle bağlı; a, b, c gibi sayılar üç sütun üzerine sıralanmış; birinci sütuna c ikinci sütuna a, üçüncü sütuna da b gibi sayılar kaydedilmiş, c lere karşılık olan sayılar belirtilmemiş.

Fakat Örneğin; $52 = 42 + 32$ ifadesinden ve buna benzer sonuçlardan yararlanmışlardır.

Bu suretle, Pisagor'dan on iki yüzyıl önce, bu gibi sayılara ait özellikleri bilen Mezopotamyalıların soyut aritmetik problemlerine dayanarak, sayılar teorisi esasları üzerinde zihni bir merak aşamasına varmış oldukları anlaşılmaktadır.

Mezopotamya geometrisi hakkında bir fikir vermek üzere, düzgün olmayan şekillerin alanlarının nasıl bulunduğuna hakkında bir resim aşağıda göstermiştir.



Rönesans Dönemi Geometrisi

Batı’da geometri araştırmalarına ancak XV. yüzyılın ortalarına doğru yeniden bir canlanma geldi. Eskiden geometrik şekiller üzerinde ayrı ayrı özel uygun metotlarla durulur, inceleme yapılırken, yeni bir anlayışla, genelleme ve soyut inceleme yoluna girilir oldu.

Mesela meşhur teğetler problemi bu açıdan yeni bir metotla ele alındı. Konikler, Arşimed spirali gibi eğrileri ilgilendiren teğetler, eskiden beri çok dikkatli, derin, fakat birbirinden farklı görüşlere göre incelenmekte idi.

Daire dışında, daha karmaşık eğriler için yapılacak teğet tanımının, daire teğetleri için yapılan, “yalnız tek bir ortak noktası bulunan doğru” tanımından farklı olması gereği anlaşılmıştı. Ve teğet için “eğri ile ortak tek bir değme noktası bulunan ve bu noktadan eğri ile kendisi arasında başka hiçbir doğru çizilemeyen doğru” tanımı kabul edilmişti.

Yeni ve artık modern diye nitelendirilecek olan görüşte ise, genel olarak, teğete eğrinin bir noktası etrafında dönen bir kesenin limit durumu gözüyle bakılmaya başlanmıştır. Bu görüş ve tanım özellikle Descartes ve Fermat gibi XVII. yüzyıl matematikçileri tarafından benimsenerek yararlı hale sokulmuştur.

Bundan başka, şekilleri tamamıyla belirli ve basit olma özelliğiyle nitelendirmek yerine, yeni matematikçiler, inceleme konusu yapılan şekle, değişken bir şeklin özel hali gözüyle bakmaya başlamışlardır. Bir eğriye de içine çizili ve kenarları gittikçe küçülen bir poligonun limiti gözüyle bakılma geleneği kuruldu.

Rönesans devri geometrisinin başka karakteristik bir yanı da geometri meselelerine yavaş yavaş cebir hesaplamalarının ithal edilışıdır. Bu da görüleceği üzere, Analitik Geometri'nin oluşturulmasına yol açmıştır. Geometri araştırmaları bakımından bu dönem matematikçileri arasında kendilerinden özellikle bahsedilmesi gerekli olanlar Vieté ve Kepler'dir.

Kepler'in ünü daha çok astronomi konuları üzerindeki çalışmaları nedeniyledir. Bununla beraber, parabola elipsin limit hali gözüyle bakma suretiyle geometriye süreklilik kavramını kazandırmasını, hiperbolü de sonsuzda birbirini kesen iki paralel doğrunun limit hali olarak tanımlamasını Kepler'in ilgi çekici buluşları arasında saymak gerekir.

Türk -İslam Dünyasında Geometri

Matematiğin; aritmetik, cebir ve trigonometri dallarında kurucu denecek kadar eser ortaya koyan, 8. ile 16. Türk-İslam Dünyası âlimleri; geometri dalında da temel teşkil edecek, zamanı için orijinal ve kıymetini uzun yıllar koruyan eserler ortaya koymuşlardır.

İlk defa, cebiri geometriye tatbik etme fikri, ilmi metotlarla çalışan, bu devir matematikçilerinin eseri olmuştur. Bu durum, geometrinin çok kısa zamanda gelişmesini sağlamıştır.

Özellikle, Eski Yunan âlimlerinin ortaya koydukları geometri konularını kapsayan eserler, uzun yıllar anlaşılamaştır. Ne zaman ki İslam âlimlerinin bu eserlere yazdıkları yorumlamalar sonucu, Öklid ve çağdaşlarının eserleri ancak anlaşılabilirlik kazanmıştır.

Astronomi Çalışmaları

Harezmi, matematik ilminin yanında astronomi ve coğrafya ilimlerinde de söz sahibiydi. O, yeryüzünün yapısını inceleyerek, kendi buluşu olan bilgileri ortaya koydu. O zamanlar bilinen; şehir, dağ, nehir ve adaları inceledi. Yeryüzünün çapını hesaplamak için Halife tarafından bir heyetle vazifelendirildi.

Kitabu-Sûret-il-Arz adlı enlem ve boylam kitabını, heyetin hazırladığı esere ilave etti. Bu eserinde Nil Nehri'nin kaynağını açıkladı. Malva'nın merkezi olan ve Hindistan'ın Gwalyar eyaletinin Ujjain şehrinden geçen boylam dairesini başlangıç meridyeni olarak almıştır. Batlamyus'un astronomik cetvellerini tashih etti.

Onun hazırladığı astronomi tabloları asırlarca ilim dünyasına rehberlik etti. Bu tablolar 16. asır Avrupalı bilginlere rehber olmakla kalmayarak, başta Endülüs âlimleri olmak üzere bütün Müslüman fen âlimleri tarafından incelendi. Güneş ve Ay tutulmaları ile paralaksa dair incelemelerinin bulunduğu Zic-ül-Harezmi adlı eserinde, astronomi için lüzumlu trigonometri bilgisi ve trigonometri cetvelleri de vardır.

Avrupa’da Harezmi

Harezmi’ye Avrupa’da, Al-Kourism derler. Algoritmanın kurucusudur. Algoritmaya isim veren (algoritma sözcüğü el-Harezmi’nin Avrupa’daki yazılışı olan al-Kourism’den türemiştir) Harezmi, Avrupa da eserlerinin Latinceye tercüme edilmeye başladığı 1145 ten beri büyük bir ilgi ile izlenmektedir.

Denilebilir ki o, gerek eserlerinde ilk kez sunduğu cebirsel işlem, teorem ve ispatlarla gerekse kendinden önce bilinenleri derleyip geliştirerek matematiğin istifadesine sunmak üzere eserlerinde bir araya getirişi ile Avrupa’nın matematiği açılan kapısı olmuştur.

Hatta bazı Avrupalı tarihçiler Avrupa da Rönesans’ın öncülerinin iddia edildiği gibi Grek uygarlığı değil, Harezmi ve onu takip eden bilginlerin vasıtasıyla (Ömer Hayyam, Ebu’l Vefa, Gıyasüddin Cemşid gibi) doğudan öğrenilen ve uygulanan yenilikler olduğunu ifade edebilme cesaretini göstermişlerdir. Velhasıl ışık doğudan yükselmiştir. Bugün her ne kadar batının semasını aydınlatsa da.

Son olarak şunu belirtmek de fayda var ki Avrupa hak ettiği değeri olmasa da bizden daha çok değer vermiştir Harezmi'ye. Kendi değerlerini reddetmeye hatta yok etmeye fazlaca meraklı bir toplum olduğumuzdan yadırgamak lazım bunu.

Çünkü ne acıdır ki araştırma yaptığım pek çok kaynakta Harezmi'den Arap bilgini diye bahsedilmektedir. Ve yine acı olan bir durum daha var ki o da bu hatanın genelde Türk yazarlar ve araştırmacılar tarafından yapılması.

Oysa ki Harezmi Arap değil, Türk'tür. Asıl adı Muhammed bin Musa el-Harezmi olan ve dünyanın gördüğü en büyük matematik, astronomi ve coğrafya bilgini olan bir Harzem Türküdür.



Eserleri

Harezmi'nin matematik, astronomi ve coğrafya alanında yazdığı birçok eserinden bazıları şunlardır:

İbn Nedim el-Fihrist adlı eserinde Harezmi'yi astronomi ilminin ileri gelenlerinden biri olarak tavsif etmekte ve insanların onun Sindhind olarak bilinen birinci ve ikinci zicine başvurdıklarını belirtmektedir.

Eserleri olarak: 1. Kitab el-Tarih, 2. Kitab el-Ruame, 3. Kitab el-Zic= birinci ve ikinci redaksiyonu, 4. Kitab el-Amel bi el-Usturlab, 5. Kitab Amel el-Usturlab'ı, vermektedir. İbn Nedim değişik yerlerde şerhlerini zikrederken Harezmi'nin Kitap el-Cebr ve el-Mukabele adlı eserinden de bahsetmektedir.

Kadı Said el-Endelusi Tabakat'ında Hint bilimi kısmında, Hintlilerin İslam dünyasına sayı konusunda ulaşan bilimi olarak hesab el-gubar'ı zikretmekte ve bunu Ebu Cafer Muhammed b. Musa el-Harezmi'nin düzenlediğini belirtmektedir.

İbn el-Kifti, Tarih el-Hukema’da İbn Nedim’in Fihrist’inde verdiği bilgileri aktardıktan sonra Kitap el-Cebr ve el-Mukabele’yi eserlerine eklemektedir. Ayrıca İbn el-Kifti, Kanka el-Hindi’nin tercümesi esnasında Hintlilerden bahsederken “*Onların ilimlerinden bize ulaşan ve Ebu Cafer Muhammed b. Musa el-Harezmi tarafından düzenlenen Hisab el-Aded...*” ifadesini kullanmaktadır. Muhtemelen burada geçen Hisab el-Aded tabiri Hisab el-Hindi yerine kullanılmıştır.

Nellino, el-Fihrist’te Harezmi’nin tercümesinden hemen sonra gelen Sind (veya Sened) b. Ali’nin tercümesinde geçen “*Ona nispet edilen kitaplar: Kitab el-Hisab el-Hindî, Kitab el-Cem ve el-Tefrik, Kitab el-Cebr ve el-Mukabele...*” ibaresinin tamamen Harezmi’ye ait olduğunu ifade etmiştir.

Ona göre bu ibare İbn Nedim tarafından daha sonra Harezmi’nin tercümesine eklenmek istenmiş ancak yanlışlıkla Sind b. Ali’nin tercümesine yazılmıştır. Ayrıca Saidan, el-Fihrist’te Harezmi’nin tercümesinden hemen önce gelen Sehl b. Bişr’in tercümesinde bulunan “*Bana, Rumların (Bizanslıların) onun Kitab el-Cebr ve el-Mukabele’sini önemli buldukları ve övdükleri söylendi*” şeklindeki son cümlelerin de Harezmi’nin tercümesine ilave edilmek istenen bir bilgi olduğu kanaatindedir.

Saidan’ın bahsettiği bilgi el-Fihrist’in Şehid Ali Paşa nr. 1934’de kayıtlı nüshasının hamışinde Sehl b. Bişr’in tercümesi kenarında verilmiştir. Nellino ve Saidan’ın yaptığı tashihler, bazı batılı araştırmacıların tek bir kitap olarak kabul ettikleri Kitab el-Hisab el-Hindî ile Kitap el-Cem ve el-Tefrik haricinde, Harezmi hakkında mevcut olan tarihî bilgilerle tamamen uyusmaktadır.

1. Zic el-Sindhind: Cedvel veya cedveller anlamına gelen Zic kelimesi Müslümanlar tarafından gezegenlerin

hareketlerini gösterenen astronomi cetvellerini ihtiva eden astronomi ve astroloji kitaplarına verilen bir isim olmuştur. Sindhind, Sanskritçe sidhantâ tabirinin tahrif edilmiş şeklidir.

Harezmi'nin yazdığı Zic el-Sindhind Ebu Cafer el-Mansur zamanında 154 yılları civarında bir hind heyetinin Bağdat'a getirdiği Brahmagupta'nın Sidhanta adlı eserine veya Brahmagupta'nın aynı adlı eserine dayanan başka bir Sidhanta isimli esere dayanır.

Kadı Said el-Endelusi, Tabakat el-Umem adlı eserinin hind bilimi kısmında ve ondan naklen İbn el-Kifti İhbar el-Ulema bi Ahbar el-Hukema adlı eserinde, Kanka el-Hindi'nin tercümesi esnasında Hintlilerin nucum konusunda tanınmış üç ekole sahip olduklarını belirtmektedir:

1. Sindhind (Suraya Siddhanta),
2. Arcbahd (Aryabhatiya),
3. Arkand (Khandakhadyaka).

İbn el-Kifti'ye göre bu ekollerden sadece birincisi İslam dünyasına ulaşmış ve İslam âlimlerinden başta Muhammed b. İbrahim el-Fezzari, Habeş b. Abdullah el-Bağdati, Muhammed b. Musa el-Harezmi ve İbn el-Âdemi olarak tanınan el-Huseyn b. Muhammed b. Hamid olmak üzere bir grup bu ekolu taklid ederek bu ekol üzere zic telif etmişlerdir.

Kadı Said el-Endelusi'nin bu konuda verdiği bilgiler oldukça ilginçtir: Ona göre Halife Mansur döneminde 156 senesinde Hint'ten gelen heyetin getirdiği astronomi kitabı Sindhind İbrahim el-Fezzari tarafından Arapça'ya tercüme edilmiştir. Daha sonra Harezmi, Memun döneminde bu zici ihtisar etmiş ve ayrıca ona dayanarak kendi meşhur zicini İslam ülkeleri için hazırlamıştır.

Kadı Said'e göre Harezmi bu zicinde hind sisteminde büyük değişikler yapmış ve bazı astronomi konularında Pers sistemini bazı astronomi konularında da Batlamyus yöntemini esas almıştır. Ayrıca kendisi de birçok keşifte bulunmuş ve yeni bilgiler eklemiştir.

Ancak Kadı Said'e göre Harezmi'nin bu zici tüm bu özelliklerine rağmen onun geometri konusundaki bilgisinin zayıflığı ve astronomi ilminden uzaklığı sebebiyle yanlışlar ihtiva etmiştir. Daha sonra gelen Sindhind ekolu takipçileri tarafından bu yanlışlar düzeltilmiş ve böylece bu zic daha kullanılışlı bir hal almıştır.

Tarihî karinelerden hareket eden araştırmacılar Harezmi'nin bu zici Memun döneminde ve ilmi kariyerinin ilk yıllarında hazırladığını belirtmektedir. Hint astronomisi ile ilk dönem İslam astronomisi arasındaki ilişki konusunda klasik kaynaklarda rivayet olarak verilen bilgiler ile modern araştırmalar neticesinde elde edilen sonuçlar birleştirildiğinde karşımıza şu tablo çıkmaktadır.

Halife Mansur döneminde Miladi 770 yılından hemen sonra Bağdat'a gelen Hint siyasi heyetinde bulunan bir kişi, tam anlamıyla otantik olmasa da Brahmagupta'nın Brāhmasphuṭasiddhānta adlı sanskritçe eserini beraberinde getirmiş ve bu eser Mansur döneminde muhtemelen el-Fezzârî tarafından Arapça'ya tercüme edilmiştir. Tercüme edilen esere de Zij el-Sindhind adı verilmiştir.

Astronomi tabloları anlamına gelen zic kelimesi yanında sindhind, sanskritçe siddhānta kelimesinin tahrif edilmiş bir şekli olarak kullanılmıştır. Bu tercümeden sonra Bağdat'ta Miladi sekizinci sonlarında bu esere dayanarak el-Fezzârî ve Yakup b. Tarık tarafından telif edilen astronomik eserlere de "Zic el-Sindhind" ismi verilmiştir.

Ancak İslam astronomları eserlerinde başka kaynaklara da dikkate almışlardır. Özellikle yine Hind kaynaklarına

dayanan ve Sasani Şahı Enuşirvan I döneminde Pehlevi dilinde hazırlanan Zic el-Şah'ın Arapça tercümesi bu kaynakların başında gelmektedir.

Harezmi'nin eseri de bu Zij el-Hind'in bir versiyonudur. Eserin diğer bir önemi tam anlamıyla otantik olmasa bile zamanımıza gelen ilk İslam astronomi eseri olmasıdır. İbn Nedim, Harezmi'nin bu zicini iki nüsha olarak düzenlediğini söylemektedir. İbn el-Kıfti ise bu zici, el-Zic el-Evvel ve el-Zic el-Sani olarak iki ayrı kitap şeklinde vermektedir.

Ancak ikisi de zamanımıza ulaşmadığı için aralarında kı farkı bilemiyoruz. Zamanımıza ulaşan Miladi XII. asrın başlarında Bath'lı Adelard'ın yaptığı Latince tercümedir. Ancak Adelard'ın tercümesi de IV. Hicri asırda Endülüslü İslam astronomu Mesleme b. Ahmed el-Mecritî (öl. 1007-1008)'in tahriridir.

El-Mecritî'nin bu tahririni de öğrencisi İbn el-Saffar (öl. 1035) düzenlemiştir. Dolayısıyla bu düzenlemelerle eserin aslı arasındaki farkları tespit edemiyoruz. Ancak Harezmi zicinin ilk dönem astronomları tarafından yapılan şerhlerinin arta kalan parçalarından hareketle orijinali hakkında bazı fikirler elde edebiliyoruz.

Mesela, Miladi onuncu yüzyıl şarihlerinden İbn el-Musennâ'nın şerhinden Harezmi'nin, sinüs cedvellerini Hint parametresi olan 150 tabanına bağlı olarak hazırladığını öğreniyoruz. Zamanımıza gelen nüsha da ise bu sinüs cetvelleri İslam astronomisinde Sümer-Babil geleneğinin devamı olarak Yunan üzerinden gelen 60 tabanına bağlı olarak hazırlanmıştır.

Yine aynı kaynaktan başlangıç tarihî olarak orijinal cetvellerde, el-Mecritî'nin edisyonunda olduğu gibi Hicretin (14 Temmuz 622) değil, Yezdigerd döneminin (16 Haziran 632) alındığını öğreniyoruz.

Güneş, ay ve antik dönemde bilinen beş gezegenin hareketleri ile cetveller ve denklem tablolarının muhtevaları eserde, en azından Adelard'ın tercümesinde Hint unsurlarının yanında Batlamyus'un cetvellerini andırır cetvellerin de kullanıldığını göstermektedir. Bu cetvel ve tabloların yanında ekliptik, güneş tutulması ve benzeri astronomik olayların hesabı ve çeşitli trigonometrik cetveller de bulunmaktadır.

Bütün bu bilgiler ilk dönem bazı İslam astronomlarının Batlamyus'un cetvellerinin Theonlu Alexandria versiyonlarını bildiklerini göstermektedir. Eserde ayrıca Pers dönemi Zic el-Şah'dan alınma bir cetvele de rastlıyoruz.

Ancak birbirinden farklı bu unsurları (Hind-Fars-Yunan) tevfiğ etme teşebbüsü görülmemektedir. Bunların yanında zicte verilen bilgilerin ne kadarının aktarma ve ne kadarının yeni yapılan rasatlara dayandığı da açık değildir.

Çünkü zamanımıza gelen Harezmi zicinin versiyonu orijinal bir rasat ve hesaplama ihtiva etmemektedir. Ancak orijinal eserin mukaddimesinde Harezmi'nin, Memun döneminde Bağdat'ta ekliptiğin eğilimini belirlemek için yapılan rasatları tartıştığı bilinmektedir.

Bu değer doğruya yakın bir şekilde olarak tespit edilmiştir. Ancak mevcut Harezmi cetvellerinde daha yanlış bir değer olan Theon'un değeri bulunmaktadır. Bütün bu çelişik ifadeler bize Harezmi'nin zicinin orijinal yapısını tespit etme imkanını vermemektedir.

Harezmi'nin bu zicinin her ne kadar zamanımıza otantik bir nüshası gelmemişse de kendinden sonra gelen İslam astronomlarının yaptıkları iktibaslardan zicin İslam coğrafyasında çok geniş bir alanda kullanıldığı anlaşılmaktadır. Bu astronomlardan özellikle İbn Yunus el-Misrî ve el-Birunî zikredilmelidir.

Bunun yanında Harezmi zici üzerine kendisinden son-

ra bazı şerhlerin ve açıklamaların kaleme alındığını, ayrıca bazı eleştirilerin yapıldığını ve bunlara cevaplar telif edildiğini görüyoruz. Yukarıda zikredilenlerin dışında ünlü astronom el-Ferğânî ve Muhammed b. Abdülaziz el-Haşimî, T'alîl li-Zic el-Harezmi şeklinde benzer isimle birer eser yazmışlardır.

El-Biruni ise Harezmi zicine getirilen eleştiriler ve zikredilen astronomik bilgilerin ispatı için Kitâb el-Mesâil el-Müfîde ve el-Cevâbât el-Sedîde fî İlâl Zîc el-Harezmi ve İbtâl el-Buhtân bi İrâd el-Burhân 'alâ A'mâ el-Harezmi fî Zicihi adlı iki ayrı eser kaleme almıştır.

Harezmi'nin zicinin Latince tercümesi üzerine H. Suter Almanca bir çalışma yapmış, ayrıca J. Ruska, J. J. Burckhardt, O. Neugebauer, G. J. Toomer ve J. Vernet adlı Avrupalı bilim tarihçileri ve araştırmacılar zicin çeşitli yönlerini ele alıp incelemiştir.

Ayrıca J. M. Millás Vallicorsa ve B. R. Goldstein İbn el-Musennâ'nın Harezmi zicine yaptığı şerh üzerine çalışmıştır. Aynı şerhin değişik yönlerini E. S. Kennedy, E. M. Bruins ve J. J. Burckhardt çeşitli makalelerle ele alıp tartışmıştır.

2. *Kitab el-Muhtasar fî Hisab el-Cebr ve el-Mukabele:* Zic gibi Harezmi'nin ilk teliflerindendir. Çünkü her ikisinin de mukaddimesinde bu eserleri Halife Memun zamanında telif ettiğini belirtmektedir. Harezmi bu eseri hind hesabı ile ilgili olan eserinden önce yazmıştır.

Ancak İbn el-Nedim ve Kadı Said el-Endelusî eserden doğrudan bahsetmezler. Sadece İbn el-Nedim şerhleri dolayısıyla eseri zikreder. Eseri ilk olarak veren İbn el-Kiftî'dir. Fakat daha sonra gelen İslam matematikçilerinin eserlerinde verdikleri bilgiler eserin Harezmi'ye ait olduğu konusunda şüpheye mahal bırakmamaktadır (Mesela bkz. İbn

el-Mecdî, Hâvî el-Lubâb ve Şerh Telhîs el-Hisâb, Süleymaniye, Esad Efendi, nr. 3168, yaprak 101b-102a).

Hatta bu dönemde Harezmi ile İbn Türk arasında, İbn Türk'ün torunu Ebu Berze tarafından canlı tutulan “cebirin keşfinde öncelik” tartışması mevcuttur. Bu konuda Ebu Kamil'in Harezmi lehinde sarf ettiği cümleler eserin Harezmi'ye aidiyeti konusunu kesinleştirmektedir (Harezmi'nin cebir kitabının ilklği ve bu konudaki tartışmaların özeti için bkz. Diyanet İslam Ansiklopedisi Cebir maddesi).

Harezmi'nin bu eseri Matematik tarihinde Cebir sahasında düzenli olarak telif edilmiş ve adında “cebir” kelimesini taşıyan ilk kitap olarak kabul edilmektedir. Harezmi'nin bu eseri ile ilk defa cebir ilmi hesap ilminden ayrılmış ve ilk kez cebir bir ilmin adı olarak kullanılmış oldu.

Harezmi'nin çağdaşı İbn Türk ve ondan sonra gelen Ebu Kâmil, el-Kerecî, el-Samavel, Ömer Hayyâm, Şerefuddîn el-Tusî gibi cebirciler cebir konularının geliştirmiş ve derinleştirmişlerdir.

Böylece Harezmi'nin kitabı yeni telif edilen cebir eserlerine göre bidai kalmıştır. Ancak tüm İslam cebircileri bu eseri kendi çalışmalarına temel olarak almışlar, hatta eserin problem ve örneklerini bile muhafaza etmişlerdir. Doğu İslam dünyasında Ebu Kamil ve el-Kereci, Batı İslam dünyasında da İbn Bedr ve İbn el-Benna bunun en güzel örneklerini oluştururlar.

Her ne kadar genel kabul Harezmi'nin ilk defa cebiri keşfettiği şeklinde ise de F. Sezgin'in de işaret ettiği gibi Harezmi ve çağdaşı İbn Türk'ten önce İslam dünyasında sözlü bir cebir geleneği vardı. Gerçekte Harezmi tarafından tespit edilen ilk İslam cebri muhtevası ve konuları itibarıyla daha önceki Hint ve Yunan cebrinden daha basitti.

Ancak usul olarak Harezmi cebri daha oturmuştu ve

Diophantus gibi aritmetiksel niceliğe dayalı dağınık bir yapıdan çok yeni bir bilim formu içinde ortaya konmuştu ve cebirsel nicelik kavramını esas olarak almıştı.

Haydarabad'da M.S. Salar Jung Museum nr. 2178 - matematik 20'de yer alan Harezmi'nin Cebir kitabının anonim şerhinde bulunan kayıt, Hz. Ömer döneminde Medine'ye bir grup İranlı matematikçinin geldiğini; Hz. Ali'nin, Hz. Ömer'den Bey'ül-Mal'dan bu gruba para verilmesini bunun karşılığında onların da insanlara cebir ve mukabele öğretmelerini istediğini ve Hz. Ömer'in bunu kabul ettiğini, bunun üzerine önce Hz. Ali'nin beş gün içinde onlardan cebir ve mukabele ilmini öğrendiğini belirtmektedir.

Kayda göre bundan sonra insanlar bu bilgiyi şifahi olarak aktardıklarını (yedâvelûne hazâ el-ilm bi elsinetihim) kitaba dökmediklerini, Memun döneminde, Memun, Harezmi'den bu ilmi kitaba dökmesini istediğini, bunun üzerine Harezmi, cebirin temellerinin ihtiva eden ve daha sonra insanlar için bir model olacak bir kitap yazdığını belirtir.

Yazmada verilen bilgiler daha farklı delillerle temellendirilmedikçe ihtiyatla ele alınmalıdır. Ancak yazmanın verdiği bilgiler Harezmi'den önce İslam dünyasında yazıya dökülmemiş şifahi bir cebir geleneğinin olduğunu ifade eden düşüncüyü destekler mahiyettedir.

Ayrıca Memun ve Harezmi hakkında verilen bilgiler tarihî vakıa ile uygunluk içindedir. Bundan daha ilginç olanı cebir kitabının önsözünde Harezmi'nin, Halife el-Memun'un isteği üzerine böyle bir eseri kaleme aldığını belirttiği ifadelerle, bu yazmada verilen bilgiler uyusmaktadır.

Nitekim Harezmi de eserinin önsözünde kendinden önceki birikime imâ yolu ile de olsa atıfta bulunmaktadır. Harezmi'ye göre bir ilim adamı ya kendinden önce kimsenin tespit edemediği bir konuda eser kaleme alır ve ken-

dinden sonrakilere aktarır, ya kendinden önce gelen ilim adamlarının kapalı bıraktığı konuları açıklar, kolaylaştırır ve anlaşılır kılar veya daha önce yazılmış eserlerde bulunan eksiklikleri giderir, yanlışları düzeltir.

Harezmi'de eserde önce aritmetiksel sayı tanımını verir ve bu sayının konumlu ve on tabanlı sistemde nasıl ifade edildiğini kısaca açıklar. Sonra cebirsel sayı tanımına geçer ve kendi sistemleştirdiği cebir ve mukabele içinde bu sayının (cezr), (mâl) ve (aded müfred) şeklindeki üç türünü (durûb) zikreder.

Daha sonra bu üç cebirsel niceliğin birbirleriyle olan ilişkisinde ortaya çıkan altı durumunu (durûb sitte veya mesâil sitte) ele alır. Bu altı ilişkiden üçü şeklinde basit (müfredât), diğer üçü şeklinde katışık (mükterenât)'dır. Harezmi önce bu denklemlerin analitik çözümlerini verir, daha sonra katışık denklemlerin geometrik ispatı ('illet) veya daha doğru bir ifadeyle analitik olarak tespit edilen çözümün geometrik tersimini ve sağlamasını yapar.

Bu tersim yönteminde de kare ve dikdörtgen şekillerini kullanır. Çarpma başlığı altında gibi cebirsel sayı ifadelerinin (binom ifadelerinin) çarpımını ele alır. Toplama ve çıkarma başlığı altında cebirsel sayıların toplama ve çıkarma işlemlerini gösterir; burada ayrıca kaidesini verir. Bölme başlığı altında kaiderini zikreder ve köklü ifadelerle ilgili olarak verdiği bu kaidelerin ispatını yapar.

Harezmi daha sonra altı cebirsel denklem förmülü ile, verdiği sırayı takip ederek, analitik çerçeve içinde örnekler çözer; akabinde yeni bir başlık altında karışık örnekler ve çözümlerini verir. Muamelât babında ise Harezmi dört orantılı sayı yöntemini ele alır ve bu yöntemle çözülebilen problem ve örnekler zikreder. Pratik geometri kısmında ise bazı geometrik şekillerin alan hesaplarının formüllerini örneklerle anlatır.

Harezmi'nin eserinin bu kısmının en dikkat çekici tarafı iki geometri problemini cebir yöntemi ile çözmesidir. Woepcke'nin ifadesi ile bu tavır matematik tarihinde cebirin geometrik problemlere uygulanımını açık seçik gösteren ilk teşebbüstür. Bu aynı zamanda cebir geometri ilişkisine (analitik geometri) giden yolda atılan ilk iptidai adımdır.

Harezmi eserinin son bölümünü "*Vasiyetler Kitabı*" olarak isimlendirir ve bu bölümde ilk defa İslam fıkhnın tereke hesabı bölümüne cebri uygular. Bu çerçevede değişik başlıklar altında çeşitli vasiyet problemlerini cebir ve mukabele yöntemi ile çözer.

Harezmi cebri her şeyden önce ikinci derece denklemlerle sınırlı bir cebirdir. Bunun yanında negatif sayıları hiç kullanmamış, dolayısıyla denklemlerin tespitinde pozitif kökleri bulmakla yetinmiştir. Ayrıca eserde sayılar dâhil hiçbir aritmetiksel ve cebirsel işlem için sembol kullanılmamış ve tüm işlemler sözel olarak ifade edilmiştir.

Ancak Harezmi, Mezopotamya-Yunan geleneğinden gelen aritmetiksel nicelik, Mısır-Yunan geleneğinden gelen geometrik nicelik yanında cebirsel niceliği açık ve seçik bir biçimde ilk ortaya koyan ilim adamıdır. Bunun yanında cebirsel denklemleri çözerken analitik çözüm yanında geometrik tersimi de ilk kullanan matematikçidir. Harezmi'nin bu eseri ile yaptığı önemli bir katkı da Hint aritmetiğine ilişkin kitabında aritmetikte yaptığının benzeri olarak cebirde, cebirsel denklemleri çözerken yapılacak işlemleri ve bunların sırasını vermesi ve belirli bir düzen anlayışı içinde bunu uygulamasıdır. Bu anlayış daha sonra matematik tarihinde algoritma (Harezmiyyat) yani düzenli hesap tekniği olarak isimlendirilecektir.

Fihrist'in verdiği bilgiye göre Harezmi'nin eseri kendinden sonra Abdullah b. el-Huseyn el-Saydenanî, Sinan b. el-Feth el-Harrânî ve Ebu'l-Vefâ el-Buzcanî tarafından

şerhedilmiştir. Ancak zikredilen bu üç şerhin hiçbirisinin nüshaları zamanımıza gelmemiştir.

Ebu Kamil de Kitab el-Vasaya bi el-Cebr ve el-Mukabele adlı eserinin önsözünde kendi eseri Kitab el-Cebr ve el-Mukabele'yi de Harezmi'nin eserinin bir şerhi olarak görmektedir. Bunu yanında klasik kaynaklarda zikredilmeyen ve zamanımıza gelen Muhammed b. Ahmed el-Huzâ'î'nin Şerh Muhtasar el-Cebr ve el-Mukabele li Ebî Bekr Muhammed b. Musa el-Harezmi (Süleymaniye, Şehid Ali, nr. 2706/5, yaprak 144b-282a) ve Tekmilet alâ Şerh Kitab el-Cebr ve el-Mukabele li el-Harezmi (Şehid Ali, nr. 2706/6, yaprak 283b-288b) adlı eserleri zikredilmelidir.

Ancak el-Huzâ'î'nin şerhi daha çok eserin “vasiyet” bölümü üzerine yoğunlaşmıştır. Bu açıdan cebir tarihî açısından daha çok fıkıh açısından önemlidir.

Eser Latince'ye 1145'te Liber algebrae et almucabala adı ile Chesterli Robert tarafından tercüme edilmiştir. Chester'li Robert'in Latince tercümesi L. C. Karpinski tarafından 1915'te New York'ta yayınlanmıştır. Harezmi'nin eserinin ilk bölümü ayrıca Cremonalı Gerard (öl. 1187) tarafından De Jebra et al-Mucabala adıyla tercüme edilmiş ve bu tercüme de G. Libri tarafından Historie des Sciences Mathématiques'in birinci cildinde s. 253-297'de (Paris 1838) neşredilmiştir.

Ayrıca eser Firedrick Rosen tarafından 1831'de Arapça ve İngilizce tercümesi ile birlikte Londra'da yayınlanmıştır. Daha sonra Rosen'in tercümesinin 1869'da New York'ta tıpkıbasımı yapılmıştır. Eser 1939'da Kahire'de Mustafa Meşrefe ve Muhammed Mersa Ahmed tarafından Arapça olarak tekrar neşredilmiştir.

Fakat her iki neşir de sadece Bodleian nüshasına dayanmaktadır. Ancak eserin beşe yakın yeni nüshası daha tespit edilmiştir (Mesela; Berlin nr.6/5955 yaprak 60b-95a). Sala-

mon Gandz ise 1932 ve 1938 tarihlerinde eserin, misaha ve vesayâ fasıllarını yayınlamış ve bu fasılları Miladi 150'de yazıldığını iddia ettiği Mishnat ha-Middot adlı İbranice bir kitapla karşılaştırmıştır. Gandz'ın bu karşılaştırmadaki niyeti Harezmi'nin eserindeki bilgileri büyük oranda İbrani kaynaklarına geri götürmeye çalışmaktır.

Ancak Gad Sarfatti adlı İsrailli bilim adamı 1968'de yayınladığı bir araştırma ile Gandz'ın kendine temel aldığı İbranice eserin İslam'ın ilk dönemlerinde yazılmış bir kitap olduğunu göstermiştir. Martin Levy ise 1966 senesinde Ebu Kamil'in Kitab el-Cebr ve el-Mukabele'sini yayınlamış ve Harezmi'nin kitabı ile bir karşılaştırmasını yapmıştır. Ayrıca eser üzerinde çok değişik dillerde yapılmış binlerce çalışma mevcuttur.

Harezmi'nin en önemli eseridir. Aslı İngiltere Oxford, Bodlyn Kütüphanesindedir. Bu eser cebir ilmine adını veren ve bu alanda yazılan ilk eserdir. Günümüzden on bir asır önce yazılan eserde cebir sistemlerine aid kaide ve teoremler ile yeni çözüm yolları anlatılmaktadır.

Eserde birinci ve ikinci derecede denklemlerin çözüm şekilleri, bilinmeyenleri, çeşitli cebir hesaplarını misallerle açıkladıktan sonra; nazari ve tatbiki hesaplama şekilleri, zamanın hükümet işlerine ait hesapların yapılması, kanalların açılması, bina yapımı; esnaf, tüccar ve ölçme memurları için sayı işaretlerini, miras taksim memurları ve Müslümanlar için elzem olan Kur'an-ı Kerim'de bulunan mirasa ait hükümler ve farazi bilgisi hesaplarını hem aritmetik hem de cebir yoluyla çözümleyerek misallerle gösterir.

Eser, bir önsöz ve birkaç bölümden meydana gelmiştir. Müşerrefe ve Ahmet'in 1968 Kahire baskılı kitabına göre birinci bölüm, birinci ve ikinci dereceden denklemlerin çözümünü gösterir.

Ayrıca bu bölümde, ikinci dereceden tam olmayan

denklemlerin geometrik çözümü konu edilir. Her tip denklem için ayrı çözüm yolu gösterilmiştir.

Bugünkü cebirde Harezmi'nin kullandığı bu geometrik çözüm metodu matematikte cebir ile geometri arasında bağlantı kuran ilk çözüm yoludur. Matematik tarihî bakımından pek orijinal olan bu bölüm, analitik geometrinin ilk öncüsü olması bakımından son derece önemlidir.

Yine bu bölümde, bir bilinmeyenli ve iki terimli bir çarpanın neticesinin nasıl bulunacağı gösterilmektedir. Burada çarpanlara ayırma ve özdeşlik türünden özellikler görülür.

Kitabın ikinci bölümünde kare, dikdörtgen, üçgen, eşkenar dörtgen, daire, daire parçası gibi düzlem, geometrik şekillerin alanları verilmiştir. Alanın ikinci dereceden veya lineer bir ifade ile verilmesi halinde ve cebrik çözüm usullerinin geometrik ispatında bu bölüm birinci bölüm ile irtibatlıdır. Harezmi ve kendinden sonra gelenler bu geometrik ispat yolunu çok kullanmıştır.

Kitabın üçüncü bölümünde feraiz (İslam hukukuna göre miras taksimi) hesapları anlatılmıştır. Bu bölüm, mahkemeler için çok faydalı olmuştur. Miras, meyyite yakınlık derecesine göre oğul, kız, zevce, ebeveyn, amca, büyük ebeveyn, torunlar vs. arasında Kur'an-ı Kerim'de belirtilmiş muayyen hisseler halinde dağıtılır. Bu işi aritmetikle çözmek zor olmaktaydı. Harezmi, minimum hisseyi bilinmeyen kabul edip, her durum için bir bilinmeyenli denklemler kullanmıştır.

3. *Kitab el-Hisab el-Hindî*: Bu kitabın en önemli özelliği İslam dünyasına ilk defa olarak hind rakamlarını ve ondalık konumlu sayı sistemini sokmasıdır. Kitabın Arapça aslı zamanımıza ulaşmamıştır. Eser, Algoritmi de Nembro Indrium adı ile Miladi XII. yüzyılda Latinceye tercüme edilmiş ve bu Latince tercüme 1857 tarihinde Cambridge

kütüphanesinde bulunmuştur. Bu tercüme ile beraber düzenli hesap yapma tekniği Avrupa’da “algorithm” olarak biline gelmiştir.

Bu tercüme 1963’te Fucel tarafından yayınlanmıştır. Kitap 16 sahifeden oluşmaktadır. Ancak eserin mevcut bölümünün ihtiva ettiği konulara bakılırsa en azından bir yaprağının kaybolmuş olduğu söylenebilir. Çünkü eserde “kısmet el-kusûr” ve “istihrac el-cuzur” konularına yer verilmemektedir.

Ancak el-Bağdati, el-Tekmile fi el-Hisab adlı eserinde Harezmi’nin irrasyonel sayısı için yaklaşık formülünü verdiğini belirtmekte ve Harezmi’yi eleştirmektedir.

Eserin konu başlıklarına baktığımızda Harezmi’nin tasnifinin hind hesabından bahseden hesap kitapların tasnifine benzediğini tespit edebiliriz. Ancak eserin mevcut Latince nüshasında konu başlıkları verilmemiştir; bu durum muhtemelen müstensihinden kaynaklanmaktadır. Latince nüshanın müstensihinin ikinci ve önemli bir kusuru da hind rakamlarının yerlerini boş bırakmasıdır. Naşır bu boş yerleri modern rakamlarla doldurmuştur.

4. *Kitab el-Cem ve el-Tefrik*: Bu kitabın nüshası zamanımıza ulaşmamıştır. İsminden hareketle hesap el-yed ile ilgili olduğu düşünülebilir. Çünkü el hesabında “cem”, toplama=ziyade ve çarpma=darb; tefrik ise çıkarma=nuksan ve bölme=kısme anlamına gelmektedir. Harezmi’den da sonra el-Cem ve el-Tefrik adı ile bir kitap yazılmıştır.

Bu kitabın zamanımıza Latince tercümesi Liber Augmenti et Diminutions ismi ile ulaşmıştır. Bu eserin Ebu Kamil’in olduğu zannedilmektedir, ancak Harezmi’nin eseri de olabilir. Harezmi’nin bu eserini Abdulkahir b. Tahir el-Bağdati el-Tekmile fi el-Hisab adlı eserinde zikretmekte ve alıntı yapmaktadır.

Bu bilgiler ışığında Kitab el-Cem ve el-Tefrik'in birçok araştırmacının tersine Hisab el-Hindi'den farklı olduğu görülmektedir. Çünkü el-Bağdatî'nin alıntısındaki yöntem hisab el-hindi ile değil hisab el-yed ile uygunluk göstermektedir.

Neticede Harezmi'nin hisab sahasında iki eser yazdığı söylenebilir: birincisi hisab el-yed sahasında olan Kitab el-Cem ve el-Tefrik'tir ve bu hisab yöntemini takip edenler Batı'da Algorists olarak tanınmışlardır; ikincisi hisab el-hindi sahasındadır ve "taht" üzerinde icra edildiğinden Batı'da bu hisap yöntemini takip edenler Abacists olarak anılmışlardır.

Latince eserlerde bu iki grup hisab sistemine ve bu sistemi takip eden insanlara sıkça atıflar yapılmaktadır. Birinci hisab sisteminde hind rakamları kullanılmamaktadır. İkincisinde ise hind rakamları taht üzerinde "mahv ve nakl" işlemleri ile icra edilmektedir.

İbn Nedim'in Fihrist'te verdiği ifadeler açık olmasa da bu eserin Abdullah b. el-Huseyn el-Saydenanî (Fihrist, s.562) ve Sinan b. el-Feth el-Harrani tarafından şerhedildiği düşünülebilir (Fihrist, s.564).

5. *Kitab fî el-Coğrafya veya Kitab el-Suret el-Ard:*

Harezmi'nin coğrafya sahasında telif ettiği bu eser şehirlerin ve belirli bazı coğrafi bölgelerin tulu ve arzının listelerini ihtiva eder. Eserde coğrafi yerler, Grek geleneği takip edilerek yedi iklime göre taksim edilir. Eserin birinci bölümü şehirlerin dökümünü, ikinci bölümü dağları, üçüncü bölümü denizleri, dördüncü bölümü adaları, beşinci bölümü bazı coğrafi bölgelerin merkezi noktalarını, altıncı bölümü nehirleri ele alır.

Her bir bölümde gerekli olan coğrafi bilgiler düzenli bir şekilde verilmeye çalışılır. Harezmi'nin eserinin zikredilen

tertibî daha sonraki İslam coğrafyacılarının bu sahada yaptıkları çalışmalara örnek olmuştur.

Harezmi'nin coğrafya sahasındaki bu eserinin kaynakları konusunda bilim tarihçileri arasında değişik tartışmalar mevcuttur. Bu tartışmalar şu şekilde özetlenebilir: Harezmi çalışmasında İslam medeniyetinden önceki eserleri özellikle Grek kaynaklarını kullanmış, bunun yanında Memun döneminde Bağdat'da coğrafya sahasında yapılan değişik araştırmaları da değerlendirmiştir.

Harezmi'nin eseri ile Batlamyus'un Coğrafya'sı arasında bazı ilişkiler mevcuttur. Her iki eserde de bir dünya haritası ve bölgelere göre düzenlenmiş ana coğrafi merkezlerin koordinat noktaları bulunmaktadır. Batlamyus'un eserinde bulunan coğrafi yerlerin birçoğu Harezmi'nin eserinde de mevcuttur. Koordinatlara gelince bazıları aynı olmakla beraber Harezmi'nin eserinde sistematik bir değişiklik görülmektedir.

Dolayısıyla Harezmi'nin eserini Batlamyus'un eserinin doğrudan bir tercümesi olarak kabul eden görüş doğruluğunu kaybetmektedir. Dünya haritasına gelince; her iki haritayı birbirinden ayıran köklü farklılıklar mevcuttur. Her iki haritanın tasarımı ise birbirinden tamamen değişiktir. Nallino'nun tezine göre Harezmi'nin haritası Memun zamanında Harezmi'nin de aralarında bulunduğu âlimlerin, Batlamyus haritasından da faydalanarak, çizdikleri haritanın geliştirilmiş şekliinden ibarettir.

Harezmi'nin haritasını Batlamyus'inkinden üstün kılan diğer bir yön de İslam medeniyetinin yayıldığı coğrafi saha hakkında verilen bilgilerin çokluğu ve doğruluğudur. Özellikle Akdeniz, Africa ve Uzak Doğu hakkında Harezmi'nin haritası tartışılmaz bir üstünlüğe ve orjinaliteye sahiptir. Ancak Avrupa hakkında verilen bilgiler yanlışları ile beraber Batlamyus'un bir tekrarından ibarettir. Harezmi'nin bu eseri 1926'da Viyana'da yayınlanmış 1962'de tekrar basılmıştır.

6. *Risâle fî İstihraç Tarih el-Yahud*: Harezmi'nin zamanımıza gelen muhtasar eserlerinden biridir. Harezmi bu eserde İbranilerin kullandığı takvimi pratik astronomi anlayışı çerçevesinde ele alır. Kısa olmasına rağmen eserde İbrani takvim sisteminin değişik cepheleri hakkında verilen bilgiler sağlıklıdır ve bugün antik çağ İbrani takvim sistemi için önemli bir bilgi kaynağıdır.

Harezmi ayrıca bu eserde İbrani takviminde kullanılan, güneş ve ay arasındaki ortalama tulu belirleme kaidelerini de verir. Eser Haydarabad'da 1948'de astronomi ile ilgili değişik risalelerle beraber basılmıştır. E. S. Kennedy ise risale üzerine bir araştırma yayınlamıştır.

7. *Kitab el-Tarih*: Bu eser de Harezmi'nin zamanımıza gelmeyen çalışmalarındandır. Ancak daha sonraki birçok İslam tarihçisinin yaptığı iktibaslar eserin belli bir dönem tarih sahasında kaynak bir eser olarak kullanıldığını göstermektedir. Bu eserde Harezmi çağdaşı Ebu M'aşer gibi astrolojik kaidelerle tarih arasında belirli bir ilişki kurma çabası içerisinde görülmektedir. C. A. Nellino eser üzerinde bir çalışma yapmıştır.

8-9. *Kitab 'Amel el-Usturlab ve Kitab el-Amel bi el-Usturlab*: Harezmi'nin usturlab konusunda yazdığı bu iki eser de kayıptır. Sadece Ferğani'ye nispet edilen bir risalede Harezmi'nin astronomi problemlerini usturlab yolu ile nasıl çözdüğünü açıklayan bir parça mevcuttur. Bu parçanın da muhtevasında bir yenilik yoktur; verilen bilgiler konu ile ilgili daha önce mevcut olan eserlerden derlenmiş olmalıdır. Avrupa'da eser üzerinde J. Frank ve C. Schoy birer araştırma yapmıştır.

10. *Kitab el-Ruhamé*: Yukarıda zikredilen klasik kaynaklarda kaydedilen eserin konusu muhtemelen hinde de kullanılan “mezvele” ile ilgilidir. Eserin nüshası için bkz. Süleymaniye, Ayasofya, nr. 4830, 231b-235a, İstinsahı 622/1225.

11. *Zarâif min Amel Muhammed b. Musâ el-Harezmi* fî M’arifet el-Semt bi el-Usturlâb: Klasik kaynaklarda zikredilmeyen eserin zamanımıza bir nüshası gelmiştir. Bkz. Süleymaniye, Ayasofya, nr. 4830/13, yaprak 198b-200a, İstinsahı: 622/1225.

12. *Kitabün fil-Hisab vel-Hendese vel-Mûsiki*

13. *Kitabun fit-Tarikati Marifet-il-Vakt bi Vesatat-iş-Sems*

14. *Kitabun fil-Cem’i vet-Tarh*

15. *Kitab-ül-Macisti*

16. *Kitabu Zic-il-Harezmi*

17. *Kitabu Takvim-il-Büldan.*

Matematiğin, ilimler içinde oynadığı rol ve taşıdığı kıymet göz önüne alınınca, Harezmi’nin bu sahadaki çalışması ve başarılarının ne ölçüde köklü, derin ve etkili olduğu anlaşılabilir. Allah-ü Teâlâ’nın çeşitli hikmet ve intizam içinde yarattığı kâinattaki kanun ve incelikleri, belli ölçüde anlamaya büyük yardımcı olan bu ilmin, bir Müslüman-Türk bilim adamı tarafından sağlam esaslar üzerine oturtulup geliştirilmesi, büyük bir iftihar vesilesi ve ilmi çalışma için köklü bir teşvik kaynağıdır.

Sıfır ile İlgili Bir Makale

Sıfır'ın tarihçesi ile ilgili Prof. Dr. Erol Köktürk yazdığı makalede şu bilgileri vermektedir;

Ondalık sisteminde sıfır rakamının bulunuşu matematiğe çok büyük bir hizmet vermiştir. O güne kadar kullanılan latin rakamlarında sıfır olmadığı için matematik işlemleri pek güç yapıliyordu. Sıfır için, ayrı bir özel işaretin bulunuşu ve basamak fikrinin ustaca kullanılışı, ondalık sistemini, sadece matematiğin değil, ilim dünyasının, en elverişli sistemlerinden biri yapmıştır.

Ondalık sisteminin bu hâli için, Fransız matematikçi Laplace (1749-1827) “Dünyanın en faydalı sistemlerinden biridir.” demektedir. İslâm Dünyası'nın önde gelen matematik âlimi Harezmi'nin, 9 ayrı rakam dâhil sıfır rakamı ile birlikte aritmetik işlemlerin nasıl yapılacağını açık olarak gösteren eseri, İngiliz tercüman Baht'lı Adelhard tarafından, zamanın ilim dili olan Latinceye tercüme edildi ve Batılı âlimlerin istifadesine sunuldu.

İslâm âlimleri; bugünkü ifadeyle “sıfır” olarak adlandırılan kelime için, Arapçada boşluk anlamına gelen essıfır adını vermişlerdir. Leonardo, essıfır kelimesini Latinceye tercüme ederek Latince metinlerde “cephrum” şeklinde Latinceleştirdi. Daha sonraki yıllarda, değişik imlâ şekilleri kazanmıştır.

Batı literatüründe “Arap Rakamları” olarak bilinen, bugünkü rakamların, 10 ayrı şeklini Batı’ya ilk defa öğreten, papalık tahtının şair ve matematikçisi Gerbert olmuştur. Gerbert, sayı yazısını, İspanya seyahati sırasında Araplardan öğrenmiştir.

Ondalık sistemin Müslümanlardan alınmasıyla, Avrupa, bir keşişin deyiimiyle; “*Bütün sayıların gaddarlığından kurtuldu.*”

Harezmi tarafından, 830 yılında yazılan eserin ilk kopyaları, Viyana Saray Kütüphanesi’nde bulunmaktadır. Bu el yazmaları, 1143 tarihini taşımaktadır. Salen Manastırı’nda bulunan ikinci bir kopya ise, bugün Heilderburg’ta muhafaza edilmektedir. Avrupa, ilim dünyasına sunulan bu önemli belge ile Arapların, önce birler basamağından başlayarak, rakamları sağdan sola doğru yazıp okuduklarını, bu eserden öğrenir. Harezmi’ye ait bu eserde; toplama ve çıkarma işlemlerine ait örnekler görülmektedir.

Sıfır, diğer rakamlardan çok sonra bulundu. Romalılar onu hiç tanımadılar. Babilliler onu hiç kullanmadılar. Tek başına hiçbir şey olmayan, ama diğerlerine bir büyüklük kazandıran bu tuhaf rakamın potansiyelini ilk olarak Hintliler keşfettiler. Sıfır, eğitilmiş-eğitimsiz her insanın yaşamına girmiş önemli simgelerden birisi olan sıfır, ilginç bir tarihe sahiptir. Bugün sayılar dizisinde otomatik olarak konumlandığımız sıfır, bu sağlam yerini edinebilmek için birçok süreçten geçmek zorunda kalmıştır.

Hegel çok uzun zaman önce “saf varlığın” (çelişkiden arınmış) saf hiçlikle aynı şey olduğunu, yani boş bir soyut-

lama olduğunu açıklamıştı. Aynı şekilde, eğer her şey beyaz olsaydı, bu bizim için sanki her şeyin siyah olmasıyla aynı olurdu. Gerçek dünyada her şey pozitif ve negatif, olmayı ve olmamayı içerir. Çünkü her şey sürekli bir hareket ve değişim halindedir.

Bu arada matematik, sıfırın hiçliğe eşit olmadığını göstermektedir. Engels – Çeviri (1996: 284-285) şöyle yazıyor: Sıfır, herhangi belirli niceliğin yadsınması olduğundan içerikten yoksun değildir. Tersine, sıfırın çok belirli bir içeriği vardır. Bütün pozitif ve negatif büyüklükler arasındaki sınır olarak, ne artı, ne de eksi olabilen biricik gerçek nötr sayı olarak, yalnızca çok belirli bir sayı olmakla kalmaz, aynı zamanda, kendisinin sınırlamış olduğu öteki bütün sayılardan kendi içinde daha önemlidir.

Gerçekte sıfır, herhangi bir başka sayıdan, içerik yönünden daha zengindir. Başka herhangi bir sayının sağına konunca, sayı sistemimizde ona on katlı değeri verir. Sıfır yerine başka herhangi bir işaret de kullanılabilirdi. Ancak bu işaretin, tek başına alındığı zaman sıfır anlamına gelmesi, sıfıra eşit ($=0$) olması koşuluyla. O halde sıfırın bu kullanılışı kendinde bulması ve tek başına onun böyle kullanılabilmesi, doğasında vardır.

Sıfır, birlikte çarpıldığı başka her sayıyı yok eder. Bölün ya da bölünen olarak başka herhangi bir sayı ile işleme girince onu birinci halde sonsuz büyüklükte (tanımsız), ikinci halde ise sonsuz küçüklükte bir duruma sokar; başka bir sayı ile sonsuz ilişkide bulunan tek sayıdır. $0/0$, -sonsuz ile +sonsuz arasındaki her sayıyı ifade edebilir ve her durumda gerçek bir büyüklüğü ifade eder. Cebirdeki negatif büyüklükler, yalnızca pozitif büyüklüklerle ilişkisi içinde anlam kazanırlar. Yoksa hiçbir gerçeklikleri olmaz. Diferansiyel hesapta, var olmak ve var olmamak arasındaki ilişki özellikle belirgindir.

Bunu Mantık Bilimi'nde uzun uzun işleyen Hegel, son-
suz küçükten yararlanan ve "sıfıra eşit olmayan, ama ihmal
edilebilecek kadar önemsiz olan bir nicelik önerisi olmak-
sızın yapamayan" ve yine de her zaman kesin sonuç veren
bir yöntemin kullanılışı karşısında şok geçiren geleneksel
matematikçilerin şaşkınlığıyla çok eğlenir. Dahası her şey,
diğer her şeyle sürekli bir ilişki içindedir." Bu anlatım üze-
rine sıfır sayısı üzerine biraz daha araştırınca bu yazıyı yaz-
mak bana ilginç geldi.

Bütün sayılara anlam veren başlangıç noktası nedir? Bu
öyle bir zemindir ki eğer bu zeminin bilincini kaybeder-
seniz, rakamların hiçbir anlamı kalmayacaktır. Gözünüzün
önüne getirin; ben, odanın ortasında durmuş vaziyetteyim
ve ileriye doğru bir adım atıyorum. Benim "bir adım"ımın
anlamı olabilmesi için, ilk durduğum yerin ne olması ge-
reker? "1" rakamının anlamı, ancak "0" zeminine anlam
kazanır. Evet, odanın ortasında durduğum yer "0" olmalı ki
bir adım atarak "1" diye saymamın bir anlamı olsun. "Sıfır
zemin" matematikte tüm sayılara anlam veren zemindir.
"Sıfır", matematikte sayıların başlangıç noktasıdır.

Başlangıça ilişkin bu tarihî bakış açısı bir yana bırakıl-
ırsa, çağdaş yaşamın büyük bir bölümü ve diğer yandan
elektronik veri işlemenin yarısı sıfırlardan oluşmaktadır.
Alfabenin ve 0 ile 1'in kombinasyonu olarak sayıların be-
timlenmesi, zekâ olarak sınırlı bilgisayar için en iyi çözüm
olarak ortaya çıkmıştır. İkili sayı sisteminin basit "evet" ve
hayır"ını, bilgisayar çok fazla düşünmeksizin algılayabilir.
Buna dayanarak da sıfırlardan ve birlerden oluşan uzun bir
metni, bir çırpıda değerlendirebilir.

Bilgisayarın tersine, sıfır, gündelik yaşamımızda giz-
lenmemiş olarak karşımıza çıkar:

Bir evin ederi, 100.000.000.000 TL'dir;

Türkiye'nin borçları 200.000.000.000 USD'dir;

20 kilometrelik bir yol 15.000.000.000.000 TL'ye mal olmuştur. Ya da bir elektron mikroskobunda görülebilen bir virüs 0.000000025 metre uzunluğundadır vs. “Giga” ve “Nano” boyutlarında nitelemelerde sıfırların sayısı daha da artar.

Yaşamımıza bu kadar girmiş olan sıfıra ilişkin olarak Davenport (web p.)'e sorulan “Matematik dilinde +1, 0, -1 ve sonsuz ne anlamlara gelir, açıklar mısınız?” sorusu üzerine şunları yazıyor: “Sıfır” bir sayı veya bir değer değil, her tür niteleme ve nicelemenin “Yok”luğudur aslında. “Hep”likle “Hiç”liğin sınırı olarak algılanır... Bir bakıma bir “başlangıç” çağrışımı içerir, ama negatif ve pozitif değerler arasında bir referans noktasıdır.

Fizikte “enerjinin sakınımı” prensibiyle ifade edildiği üzere, evrendeki tüm güçlerin, hareketin ve enerjinin toplamı “Sıfır”dır! Bunun nihilizme kadar uzanan çok farklı felsefi yansımalarının olması da şaşırtmamalı...

+1 ve -1, iki yönde ilk “tam” değerler olduğuna göre, temel eril ve dişil prensibi simgeliyor bir bakıma; “Çok”luğun asal birimleri... “Sonsuza gelince... Ama gelemeyiz ki... Sonsuz bir sayı değil, bir limit durumu... Sayısız paradoksla beslenen bir kavram... Achilles’in kaplumbağayı yakalamak için sonsuz sayıda adım atması gerektiği gibi... Bir “Tam”ı sürekli yarıya bölerek sonsuz parçalara ayırabileceğimiz için, sonsuz parçanın toplamının bir “Tam” etmesi gibi... Muhteşem ve akıl ötesi... Bu nedenlerle bu ilginç matematiksel simgenin, bugün Türkçemizde gösterim şekli olan “0”, Arapçada gösterim şekli “.” olan simgenin; Türkçe yazım şekli olan “sıfır”ın; diğer Batı dillerinde kullanılan “rakam” ve “yazım” şekillerinin tarihî gelişimini, kavramın büründüğü anlamları incelemek ve öğrenmek ilginç olacaktır... Aşağıda bu incelemeyi bulacaksınız...

MS 630’a Kadar Olan Dönem Sıfır rakamının geçmişini incelenirken MS 630 yılının bir dönüm noktası oluşturdu-

ğu görülmektedir. Bu dönüm noktasına gelinceye kadar da insanoğlu sıfırın matematiğe dayalı işlemlerde kendisini duyumsatan konumu üzerine kafa yormuştur. Bu dönemle ilgili Davenport (web p.) şunları yazmaktadır:

Yeni ufukların açılmasında çok büyük etkileri olan sıfır, kimi zaman lanetli, kimi zaman ise vazgeçilmez bir rakam olarak kitaplarımızda yer almıştır. Bir zamanlar şeytanın rakamı olarak suçlanmıştı... Ardından barbarların buluşu (icadı) olarak anıldı. 1299 Floransa tarihli bir kararnamede, İtalyan Floransa kambiyo loncalarının, Arap rakamlarını, özellikle de “sıfır”ı kullanmayı yasakladığını görüyoruz. Kararın altına da küçük bir not düşülmüş: *“Bu çok yaygın olmayan rakamın, Arap ülkeleri dışında kullanımı, ticaretle çok büyük kargaşaya yol açabilir...”*

Ne var ki Floransa kambiyo loncasının bu kararına karşılık, o tarihlerde kağıt üzerinde hesap yapmaya başlayan Avrupalı tüccarlar, yoğun bir biçimde Araplardan gelen sıfır rakamını kullanmışlardır. Çünkü sıfır olmadan, yalnızca Romen rakamlarıyla yazılı hesap yapmak hemen hemen olanaksızdı.

Avrupa’ya sıfır oldukça geç bir tarihte gelmesine karşın, Antik Çağ’ın birçok uygarlığında sıfır kavramının var olduğu görülüyor. Örneğin Eski Mısır’da sıfır yerine bir sembol kullanılıyordu. Öte yandan, yine Mısırlıların sıfırlı rakamların varlığından MÖ 2000 yıllarında bile bilgileri olduğu kanıtlanmıştır. Eski Mısırlılar, 10 rakamını “U” harfiyle, 100 rakamını “C” harfiyle ve 1000 rakamını da “lotus çiçeği” şekliyle gösteriyorlardı.

Ancak matematikteki en büyük devrim, kuşkusuz sıfır rakamının devreye girmesi ile değil, rakamların yerleştirilmesinde “konum” kavramının ortaya çıkmasıyla gerçekleşmiştir. Örneğin, 249 rakamında 2 rakamı 100’ler hanesini oluşturunuyordu, çünkü sağdan itibaren üçüncü pozisyonday-

dı. 4 rakamı 10'lar hanesini oluşturuyordu, çünkü sağdan itibaren ikinci sıradaydı. Bu “rakamların konum sıralaması” sistemini ilk uygulayanlar Babilliler oldu.

Ancak 60'lık bir sayma sistemine sahiptiler ve onlar için 32 rakamı şu işlemin karşılığıydı: $3 \times 60 + 2$ oysa bu sayının günümüzde kullanılmakta olan yüzlük sistemde karşılığı bilindiği gibi $3 \times 10 + 2$ 'dir. Babilliler rakamların konum sistemini bulmuşlardı, ama “0” rakamı için herhangi bir simge kullanmıyorlardı. Yalnızca sıfır yerine, rakamın ortasında bir boşluk bırakıyorlardı.

Tabii, bu da 11 ile 101 gibi rakamları birbirinden ayırt etmede sorun yaratıyordu. Yüzlerce yıl sonra Babilli tüccarlar, sıfır yerine birbirine paralel iki çizgiden oluşan bir simge geliştirmişlerdi. Bu simge ilk kez, MÖ 300 yıllarında Büyük İskender döneminde kullanılmıştı.

Çok yararlı bir buluş olmasına karşın, sıfır rakamı Antik Çağ'da diğer toplumlar tarafından hemen kabul edilmedi. Eski Yunanlılar sıfıra eşdeğer saydıkları “yokluk” kavramının çok iyi bilincindeydiler. Ancak bunu bir rakam biçiminde yorumlamak gereksinmesi duymuyorlardı. Eski Yunan'ın mistik-felsefi düşüncesinde her rakamın belli bir değeri vardı ve bu değerler sistemi içinde boşluğu anlatan sıfır rakamına yer yoktu.

Yunanlılara göre, erkek bir rakam olan 1, mantığı; dişi bir rakam olan 2, genel düşüncüyü; 3 rakamı, genel uyumu; 4 rakamı, cezayı simgeliyordu. Sıfır gibi yeni bir rakam, bütün bu mistik-felsefi sistemi altüst etme tehlikesi taşıyordu. Sıfır rakamı Çin'de 8. yüzyılda ortaya çıktı. Büyük olasılıkla Hindistan'dan gelmişti.

Sıfırı tanıyan bir başka eski uygarlıkta Mayalardı. Bu rakamı kendi özel yazım biçimlerinde bir göz şeklinde çiziyorlardı. Ancak Mayaların neden 0 rakamıyla ilgilendikleri bugün bile bir bilmedir. Çünkü Maya hesap sistemi, sıfı-

rın kullanılmasını gerektirmeyen bir sistemdi. Maya hesap sisteminde birli haneleri, 10'lu haneler yerine 20'li haneler, onları da 100'lü haneler izliyordu.

Sıfırın Tarihinde Dönüm Noktası ve Sonrası

Matematikte günümüzün temel sistemi olan “onluk sistem”in bir üstünlüğü, sıfır rakamı için ayrı bir işaretin (sembolün) bulunmasıdır. Sıfır işaretinin, gerektiğinde basamaklara (hanelere) yazılması gerekmektedir. Bu biçim I.S. 632 yılında uygulanmaya başlanmıştır ve bu tarihten sonra sıfırın sayılar dizisi içindeki konumunun sağlamlaşmaya başladığı görülmektedir.

Gerçi kaynaklar, sıfır kavramının (fikrinin) ilk olarak hangi uygarlık döneminde ve kim tarafından ortaya konulmuş (kullanılmış) olduğunda hemfikir değildir. Ancak yine de zamanımıza kadar ulaşan belgeler Eski Hintlilerde, MS 632 yılından başlayarak sıfır için özel bir işaretin kullanılmış olduğunu göstermektedir. Romalı ve Çinlilerin tersine, Eski Hint Bilginleri, aritmetik işlemleri, özel bir harf ve işaret belirtmeden, sadece 1'den 9'a kadar olan rakamlardan yararlanarak yazarlardı. Böylece, hesap işlerinde, sağdan sola doğru çoğalan (yükselen) rakamlar, ilk olarak ortaya çıktı.

İşte bu rakamlar, MS 632 yılından sonra Hindistan dışında da tanınmaya başladı. Fırat'ta bir okul müdürü, aynı zamanda da manastır yöneticisi olarak çalışan Suriyeli bilgin Severus Sebokht (575-666/7), bilinen bütün yöntemlere üstün olan Hint hesabının, yani dokuz ayrı rakamın (işaretin) becerilerinden söz eder. Bu durum, Hint rakamlarının anlam düzeyinin eriştiği değerin bir ifadesidir. Ancak bu dokuz ayrı rakam, bazı sayıları ifade etmeye yeterli gelmiyordu.

Çünkü üç bin yedi yüz elli dört olan bir sayıyı 3754 şeklinde belirtmek olanaklıdır. Değeri üç yüz sekiz olan bir sayının da 38 şeklinde ortaya çıkmaması, noksan (boş) ka-

lan onlar basamağına (hanesine) değişik bir işaretlemenin yapılması zorunludur. Noksan (boş) kalan, basamağı (haneyi) işaretleyip, belirtmek için “boşluğu” şekillendirmek, anlamlandırmak zorundaydılar.

Noktayı “sunya” veya “suniyabinde”, boşluk veya içi boş yuvarlağı da “kha” kelimesi ile adlandıran Hint bilginleri, boş kalan basamağa (haneye), sembol olarak “daire” veya “nokta” şeklinde yeni bir simge verdiler.

Bu sayı işareti, yani “0” veya “.” (nokta) anlamındaki işaret, miladın 400. yılında, ilk kez Hint yazılı eserleri içinde görülmeye başlar. Hint Dünyası’nın, ünlü matematikçisi ve astronomu Brahmagupta2 sıfır rakamının bugünkü anlamda kullanımı dönemini başlatmıştır.

Karesel eşitlikler üzerinde çalışan Hintli matematikçi ve astronom Brahmagupta, 632 yılında yazdığı, astronomi konuları ile ilgili Siddhanta adlı eserinde, dokuz ayrı sayı işareti ve sıfır ile birlikte hesap yapmaya ilişkin kuralları göstermiştir. Bu bilgine kadar, bir sayıyı sıfırla bölmeyi aklından geçiren kişi, matematikçiler tarafından deli olarak nitelenirdi.

Çünkü sıfırla bölmenin sonucu, sıfırla çarpıldığında yeniden başlangıç sayısını veren bir sayı olmalıydı. Böyle bir sayı sıfırla çarpıldığında her zaman yalnızca sıfır olacağından, hiçbir zaman sıfırdan farklı bir sonuç elde edilemezdi. Bu nedenle matematikçiler sıfıra bölmeyi yasaklamışlardır. Buna karşın en azından sıfır sayısını sıfıra bölmeye izin verilebilirdi.

Çünkü bu durumda, sözgelimi sonuç sayısı 23 olabilir. Bunun anlamı, 23 sayısı sıfırla çarpılırsa, yeniden başlangıç sayısına dönmüş demektir. İşlemi yapan, “hepsi iyi de matematik olarak yine de uygun değil,” diye yanıt verebilirdi.

Çünkü sıfırla çarpılan her sayı işleminin sonunda sıfır elde edilirken, sıfıra bölme sonucunda bütün sayılar uza-

yında herhangi bir sonuç bulunabilir. Bu sonuç ise doğru düşünen matematikçi için bir çözümün olmamasından çok daha kötüdür.

İşte astronom Brahmagupta MÖ 628 yılında, matematik kitabında, toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve üs almadan oluşan beş temel işlemin yalnızca pozitif sayılara değil, negatif sayılara ve sıfır sayısına nasıl uygulanacağını göstermiştir.

Böylece sıfır ile işlemler için kesin mantıksal kuralları belirlemiştir. Brahmagupta, uzaysal büyüklüklerde sıfırla bölme cesareti göstermiş ve “Herhangi bir sayının sıfırla bölünmesinin sonucu sonsuzdur,” diyebilmiştir. Böylelikle Hindistan’ın cebir dünyasına hediye ettiği kurala ulaşılmış, sayı kavramının diğer genellemeleri için yolun önü de açılmış, doğa bilimleri ve teknik sağlam bir matematiksel temele oturmuştur.

Bunun tek istisnası, kesin bir sonuç olmayan sıfırın sıfıra bölünmesiydi. Bir diğer Hintli matematikçi Bhaskara (1114-1185), sonsuzu şöyle tanımlamıştır: “Hiçbir değişiklik göstermeyen bir miktar... Bu miktara ne ekler ya da çıkarırsanız, Brahmagupta’nın doğum tarihi değil, ama ilginç biçimde ölüm tarihi konusunda farklılıklar var. Doğum tarihi olarak genellikle 598 yılı kullanılmakta ama ölüm tarihi olarak 660 ile 670 arasında değişen tarihler verilmektedir.

Hiçbir değişiklik ortaya çıkmaz... Yani Tanrı’nın sonsuzluğu gibi...” Sıfır için, ayrı bir özel işaretin bulunuşu ve basamak fikrinin ustaca kullanılışı, onluk sistemi, sadece matematiğin değil, bilim dünyasının en elverişli sistemlerinden biri yapmıştır. Onluk sistemin bu durumu için, Fransız matematikçi Pierre Simon Laplace (1749-1827), bu konuda “*Dünyanın en yararlı sistemlerinden biridir.*” demektedir.

Türk-İslam Dünyası ve Avrupa

773 yılında, Kankah adında Hintli bir astronom, Halife el-Mansur'un (754-775) Bağdat'taki sarayına gelir. Zamanın ünlü İslam bilgini Ibn'ül Adamı, astronomi cetvelleri ile ilgili eserinde, bilim tarihi için önemli olan bu olayı, "İnci Gerdanlık" başlığı altında şöyle açıklar:

"Hicretin 156. (773) yılında, Hintli bir bilgin elinde bir kitapla, Halife el-Mansur'un huzuruna çıkar. Kardağa'ların Kral Figar adına kopya ederek örnek çıkardıkları bir kitabı Halifeye sunar. El-Mansur; bu eserin hemen Arapçaya çevrilmesini ve gezegenlerin hareketleri ile ilgili bir eser yazılmasını emreder.

Bu görevi Muhammed bin İbrahim el-Fezari üzerine alarak 'Astronomların Gözünde Büyük Sinhind' adlı bir eser yazar. Bu eserin etkinliği, Halife el-Mamun zamanına kadar sürer. Eseri, Muhammed bin Musa el Harezmi, astronomlar için yeniden hazırlar. Sinhind Yöntemini uygulayan astronomlar eseri çok beğenirler ve konusunun hızla yaygınlaşmasını sağlarlar."

Hintli bilginin, beraberinde Bağdat'a getirdiği ve onunla, önce Halife el-Mansur'un ilgisini çektiği kitap, gerçekte Brahmagupta'nın Siddhanta adlı eserinden başka bir eser değildi. Sinhint adıyla Arapçaya çevrilen bu eser, zamanın halife ve bilginleri arasında hemen ilgi görüp hızla yayılmıştır.

Harezmi tarafından yeniden hazırlanan söz konusu eser, İngiliz çevirmen, Bath'lı Adelhard tarafından, zamanın bilim dili olan Latinceye çevrilmiş ve Batılı bilginlerin yararlanmasına sunulmuştur. Bu çeviri kitap; Hint sayılarını açıklayan, Hint hesabını, sayı yazısını, toplama ve çıkarma, ikiye bölme, iki misli artırma, çoğaltma ve bölme ile kesir hesabını öğreten Hesap Sanatı Üzerine adlı ikinci eserdir.

Brahmagupta'nın, Siddhanta adlı eseri, 776 yılında, Severus'tan 114 yıl sonra, Arapça'ya çevrilen bir eserin içinde yer almıştır. Gerbert'ten yüz yıl sonra, Harezmi'nin Latince çevirisi, Orta İspanya yoluyla Batı'ya ulaşmıştır. Harezmi tarafından, 830 yılında yazılan eserin ilk kopyaları, Viyana Saray Kütüphanesinde bulunmaktadır. Bu elyazmaları, 1143 tarihini taşımaktadır. Salen Manastırı'nda bulunan ikinci bir kopya ise, bugün Heilderberg'de korunmaktadır.

Bu tarihlere kadar Avrupalılar, bu tip buluşlardan çok, ama çok uzaktılar. Bu nedenle de belirtildiği gibi, Avrupa, ekonomik gereksinmelerin sonucu, sıfır rakamını dışarıdan ithal etme zorunda kalmışlardır. Hintlilerden Araplara geçen sıfır rakamını ithal eden Avrupa, o tarihlerde rakamın biçimi konusunda da bir tutarlılığa sahip değildi...

Bazı Avrupalı matematikçiler Arapların kullandığı noktayı tercih ederken, diğerleri daire biçimini yeğliyordu. Sıfır rakamını Avrupa'ya getiren ilk kişinin İtalyan Matematikçi Leonardo Pisano Fibonacci olduğu ileri sürülmektedir. Tüccar babası Bonnaccio ile birlikte uzun yıllar Doğu toplumlarını gezen Pisano, 1202 tarihinde yayınladığı "Liber Abaci" isimli kitabında, "sıfır kullanarak yazılı hesap yapmanın tekniklerini," anlatmaktadır..

Oğul Leonardo, Hint, yani Arap (İslam) rakamları ile hesap yapmaya hayran kalır. Hint hesap sistemlerinin her türlü uygulamasını öğrenir. Bu arada, İskenderiye ve Şam kütüphanelerinde, eline geçirebildiği bilimsel değeri olan eserleri de toplayıp Avrupa'ya götürdüğü, tarihî bir gerçek olarak bilinmektedir.

Oğul Leonardo, İslam (Arap) hesap öğretmenlerinden öğrendiği bütün bilgileri, sıfır rakamı dâhil olmak üzere, çevre -sindekilere, uygulamaları ile birlikte öğretir. Oğul Leonardo'nun bu öğretisi sırasında konu ettiği rakamlar, bugünkü gösterim şekliyle şöyledir;

Bu rakamlar, Arapçada “sıfır” adı verilen “.” işareti ile her türlü hesabın yapılabilmesini açıklar. 1202 tarihinden sonra Hint-Arap rakamlarının Avrupa’da hızla yükseldiği gözleniyor. Ancak iki yüzyıl daha Arap rakamlarıyla Romen rakamları birlikte varlıklarını sürdürmüşlerdir. Romen rakamlarının savunucularına “abaküsçüler” deniyordu.

Bu grup, matematiksel işlemleri ısrarla abaküslerde yapmayı sürdürdüler. Arap rakamlarını savunanlara ise “cebirciler” adı veriliyordu. Bu sözcük de bu alanda sayısız eserler veren ve ileride Circum Spice’ta yerini alacak Arap matematikçi Muhammed El Harezmi’den geliyordu. İki taraf tam iki yüzyıl boyunca her türlü silahı deneyerek birbirleriyle yarışmıştır.

13. yüzyılda şair Alessandro di Villedieu, Hint-Arap rakamlarını savunmuş ve “Carmen’in Algoritması” adlı şiirinde sıfır rakamını gözden geçirmiştir. Nitekim bilimsel bir kavgada, şairlerin tüccarların yanında yer almaya başlamasıyla birlikte zafer kısa bir zaman sonra Hint-Arap rakamlarının olmuştur.

Antik çağların tüccarları, hesap yaparken, gerçek anlamda bir piyano virtüözü gibi hareket ediyorlardı. Parmakları “abaküs” adı verilen aletin küçük halkaları üzerinde hızlı bir biçimde gidip geliyordu. Böylece rakamları tanımaya gerek duymaksızın toplama ve çarpma işlemlerini yapmak olanaklı oluyordu.

Daha sonra abaküs ile yapılan işlemleri bir kâğıda dökme gereksinmesi ortaya çıkınca “dizaynli abaküs” denilen karmaşık bir sisteme geçildi. Ortaya satranç tahtasını anımsatan bir görüntü çıkıyordu. Bu sistem, bugün bile bazı ülkelerin geleneklerinde varlığını sürdürüyor. Örneğin İngiltere’de Hazine Bakanlığı, bu işlemlerin yapıldığı satranç tahtasını anımsatan kumaş parçasından hareketle “Satranç Tahtası Bakanlığı” olarak adlandırılıyor.

Ancak Hint-Arap matematiği Avrupalı tüccarlar için öylesine kullanışlı olarak görülüyordu ki bu kadar yaygın kullanımına her şeyden önce kilise karşı çıktı. Çünkü abaküsle işlem yapma her şeyden önce profesyonellere, genellikle de keşişlere ait bir iş iken, algoritma, Arap harflerinin bir kamışla yazımı, sıradan insanlar tarafından da öğrenilebilir olmuştur.

Yüzyıllar boyunca “algoritmacılar”la “abaküsçüler” arasında epey gürültülü ideolojik savaşlar olmuştur. Hintli buluş, tanımsal gedik, ilk önce Fransız Devrimi ile açıldı. Abaküs okullardan ve kurumlardan kaldırılınca, “demokratik” aritmetiğin yolu açılmış oldu.

Batı yazınında “Arap Rakamları” olarak bilinen, İslam Dünyası rakamlarının, “0” içinde olmak üzere, on ayrı şeklini Batı’ya ilk defa öğreten, papalık tahtının şair ve matematikçisi Gerbert olmuştur. Gerbert’in etkisi tam sekiz yüzyıl sürmüştür.

Gerbert, öğrenimini Aurlillac Klisesinde tamamlamıştır. Burada edindiği bilgiler sonucu, birçok matematikçinin dikkatini çekmiştir. Sonuçta da matematik araştırmalarını hızlandırmıştır.

Severus Sebohkt, Brahmagupta ve Harezmi isimleri, Arap rakamlarının, Batı’da görülmesinde birbirini izleyen üç isim olarak karşımıza çıkmaktadır.

Sıfırın Farklı Dillerde Adlandırılışı

Antik Çağda Çinliler sıfır rakamını “ling” kelimesiyle çağırıyorlardı. “Ling” yağmur yağdıktan sonra herhangi bir nesnenin üzerinde kalan küçük su parçasına verilen isimdi. Bugünkü birçok Latin dilinin kökenini oluşturan Sankrit dilinde, sıfırın “gagana (uzay)”, “sunya (boşluk)” ve “bindu (nokta)” sözcükleriyle adlandırıldığı görülmektedir.

Hint bilginleri, daire şeklinde gösterdikleri ve bugünkü

ifadeyle “0” olarak adlandırılan kelime için, bir şeyin hiçliği ve boşluğu anlamını ifade eden “sunya” adını vermişlerdir. İslam bilginleri da bu işareti ve anlamını öğrenince; Arapçada boşluk anlamına gelen “es-sıfır” adını vermişlerdir. Leonardo, es-sıfır kelimesini Latinceye çevirerek Latince metinlerde “cephrum” şeklinde Latinceleştirmiştir.

Latince çevirisinde, bugünkü yazım şekline göre, “0”a ait bir örnek şöyledir: $38-18=20$ “Sekiz diğer sekizden çıkınca, geriye bir şey kalmaz. Bu durumda, boş kalmaması için, bir dairecik koy. Dairecik, boş hanenin yerine geçmek zorundadır. Eğer bu hane boş kalırsa, diğer haneler de sınırlandırılmış olurlar. Artık ikinci hane, birinci hanenin yerini tutar. Yani; ikinci hane, birinci haneden başka bir şey değildir.

Daha sonraki yıllarda, Avrupa’nın değişik ülkelerinde, değişik yazım biçimleri ortaya çıkmış ve bu arada “0” da değişik isimler almıştır. Leonardo’nun eserine dayanılarak, önce bir rüzgâr adı olan “zephyrum”, daha sonra “zefiro” ve son olarak da “zero” adını almıştır.

Bugün, bütün Batı dünyasında sıfırı anlatmak için kullanılan “zero” kelimesi Arapça “sıfır” kelimesinden geliyor. Fransa’da ise, “gizli işaret” anlamına gelen “chiffre” şeklinde adlandırılan cephirum kelimesi, “chiffer= hesap yapmak,” şeklini alarak, yaygınlaşmayı sürdürmüştür. Batı’da, İtalyanca aynı anlama gelen, “zero” sözcüğünün kabulü sonucu, bu sözcüğün iki ayrı anlamı nedeniyle İngiltere’de “cipher” ve “zero” biçimini, Almanya’da “ziffer” yazım biçimini almış, 14. yüzyıldan sonraki yıllarda da “ziffern” yazım şeklinde kullanılmaya başlanmıştır.

Sıfır Üzerine Değerlendirmeler

Sıfır, bir bölüm tarihçi ve bilim adamına göre, insanlık için çok büyük bir buluştur. Sıfır olmasaydı, bugünkü

çağdaş matematik sistemine asla ulaşılmayacaktı. Bir başka grup tarihçi ve bilim adamına göre ise “hiç de öyle değil.” Bu grupta yer alanlar, binlerce yıl insanlığın onun yokluğunu hissetmediğini söylüyorlar.

Gerçekten de geometrinin, aritmetiğin ve astronominin temelleri, sıfırın kullanımından çok önceleri atılmıştı. Nitekim sıfıra olan gereksinme, bugün de kullanılan yatay konumlama sistemiyle birlikte ortaya atılmıştı.

Bu sistemde, en sağdaki birinci rakam birler hanesini temsil ederken, sonrakiler 10’lu haneler olarak sürüyor. İşte bu noktada, boş kalan kısmı belirtmek için sıfıra olan gereksinme ortaya çıktı. Batı geleneğinde sıfırın kullanımı doğu toplumlarına oranla çok daha geç yıllara rastlamaktaydı.

Bunun en büyük nedeni de Eski Yunanlıların aritmetik yerine geometri ile ilgilenmesiydi. Çizgilerin ve pergelin egemen olduğu bir alanda sıfıra olan gereksinmenin kendini pek duyumsatmaması doğaldı. Öte yandan Eski Yunan’da aritmetik işlemleri oldukça ilkel, ama pratik bir yöntemle gerçekleştiriliyordu. Yunanlılar

Sonuç

“Sıfıra sıfır, elde var sıfır” deyip sıfırı küçültmeden; “sıfırı tüketmek” deyip, sıfıra haksızlık yapmadan yaşamak... Her sıkıntı sonrası yaşamı sıfırdan kurmadan, başladığımız noktanın değerini ve ona göre ölçtüğümüz yaşamın anlamını bilerek yaşamak... Güneş, her gün “sıfır çizgisi” diyebileceğimiz ufuk çizgisinden doğsa da dünya aynı dünya değildir.

Bizler her gün “sıfır eşiği” diyebileceğimiz kapıdan geçerek evimize girsek de o ev sabah bıraktığımız ev değildir. Sıfırın ve değişimin anlamını kendi bütünü ve ilişkisi içinde kavrayarak yaşamak gerekir. Ölümü, yaşamın sıfırlanması olarak görmek de doğru değildir.

Çünkü ölüm, yaşamın bir evresinde gerçekleşen, yaşamın fiziksel sonlanmasıdır. Ama ölüm aynı zamanda yaşamın ölümsüzleşmesidir de... Sıfır noktasını, yani doğum tarihini başlangıç olarak alan bir sonsuzlaşma... Yeter ki doğumla ölüm arasındaki dönemde, yaşamda iz bırakacak eylemlilik gösterilsin... Doğumla ölüm arasında, zaman zaman niyetlenilen “sıfırdan başlamak” girişimleri...

Oysa hiçbir başlangıç aslında sıfırdan yola çıkmaz... Çünkü insanın doğum olayı, doğma anından önceki süreçlerin sonucudur yalnızca... Öte yandan yaşamın kendi akışı içindeki davranışlarımızı belirleyen insanın kişiliğidir. Kişiliğin olgunluğu, olumluluğu, yansımaları insanın toplum içindeki değerini de belirler.

Tolstoy, “İnsanoğlunun değeri bir kesirle ifade edilecek olursa; payı gerçek kişiliğini gösterir, paydası da kendisini ne sandığını; payda büyüdükçe kesrin değeri küçülür,” der. Ya payda sıfır olursa?.. Alete bakıp sayı gören, defterleri sayılarla dolu olan, hesaplarında sayılarla uğraşıp, sonucunda sayılar üreten, bu arada sıfırı bolca kullanan bir mesleğin ilgilisi olarak, “sıfır” üzerine bu dolulukta bir kere daha düşünmek çok keyifliydi...

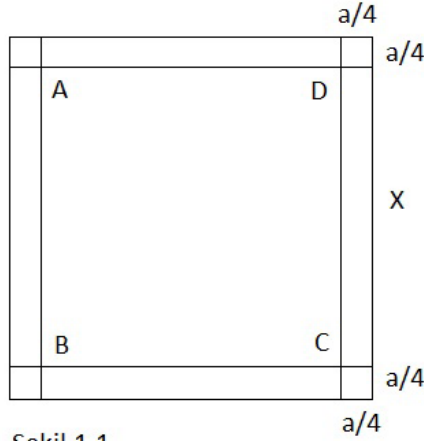
Birinci Dereceden Denklem Çözme Metodu

El-Harezmi ikinci dereceden olan ve birinci tip diye kùm elediđi denklemlerin genel ifadesi:

$$x^2+aX=b \text{ (1.1)}$$

Şeklinde sol tarafında ikinci ve birinci dereceden bilinmeyenleri, sağ tarafında da sabit terimi ihtiva eder. El-Harezmi bunun çözümü için birbirinden farklı iki yöntem önermiştir. Bunlar,

1) Önce terimi geometrik olarak bir kenar X olan, Şekil 1'deki ABCD ile gösterilen bir kareyi ifade ettiği düşünülür.



Şekil 1.1

Denklem 1.1'in sol tarafındaki birinci dereceden bilinmeyen, yani ikinci terim bir kenarı X ve yüksekliği a olan bir dikdörtgeni gösterir. Şekil 1.1'de simetrikliği sağlamak için alanı aX olan bu dikdörtgeni ABCD karesinin her kenarına eşit dağıtabilmek için X kenarının uzunluğu aynı kalacak ve yüksekliği $a/4$ olacak şekilde içi taralı dört tane dikdörtgen ilave edilir. Böylece, ortaya çıkan en dıştaki noktalı çizgilerle gösterilmiş olan en büyük karenin alanı, A , dört köşede beliren küçük noktalı karelerinin de göz önünde tutulması ile;

$$A = X^2 + aX + 4 \left(\frac{a}{4} \right) \left(\frac{a}{4} \right) = x^2 + aX + a^2/4 \quad (1.2)$$

Olur. Diğer taraftan, en büyük karenin alanı bir kenarın uzunluğu cinsinden yazılacak olursa aşağıdaki alan ifadesi elde edilir.

$$A = \left(X + \frac{a}{4} + \frac{a}{4}\right) \left(X + \frac{a}{4} + \frac{a}{4}\right) = \left(X + \frac{a}{2}\right)^2 \quad (1.3)$$

İşte bu son iki denklem birbirine eşit olduğundan

$$X^2 + aX + \frac{a^2}{4} = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$$

Yazılabilir. Denklem (1.3)'ün göz önünde tutulması ile bu son ifadenin sol tarafındaki ilk iki terimin toplamının b olduğu anlaşılır. Burada da

$$b + \frac{a^2}{4} = \left(X + \frac{a}{2}\right)^2 \quad (1.4)$$

(1.4) Elde edilir.

Burada, bilinmeyen terimi sadece eşitliğin bir tarafında kalan bir ifadeye ulaşılr. Son olarak, karekök alınarak gerekli düzeltmelerin yapılması ile

$$X_1 = -\frac{a}{2} - \sqrt{b + a^2/4} \quad (1.5)$$

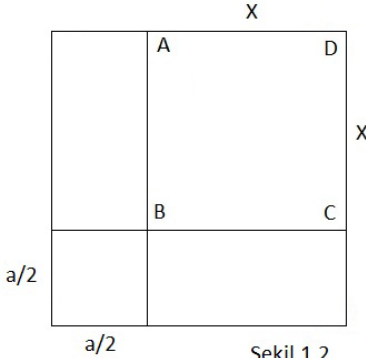
$$X_2 = -\frac{a}{2} + \sqrt{b + a^2/4} \quad (1.6)$$

Çözümleri elde edilir.

2) Burada yine X^2 aşağıdaki şekilde ABCD ile gösterilen bir kare ile temsil edilir. Yine daha büyük ve tam bir kare elde edebilmek için bu temel kare, Denklem(1.1)'deki aX terimini temsil edebilmek için bir yatay, bir de düşey kenarı $\left(\frac{a}{2}\right)$ uzunluğunda uzatılırsa ortaya iki adet taralı ve her birinin alanı $(a/2)X$ olan dikdörtgenler çıkar. Bu taralı

iki dikdörtgenin alanlarının toplamı aX 'dir. Böylece ABCD karesi ile taralı iki dikdörtgenin alanlarının toplamı bize Denklem (1.1)'in sol tarafındaki bilinmeyenli terimlerinin toplamını verir. Bu üç alanı da içine alan ve kenar uzunluğunu $\left(X + \frac{a}{2}\right)$ olan en büyük karenin alanı, (1.7)

$$A = \left(X + \frac{a}{2}\right) \left(X + \frac{a}{2}\right) = \left(X + \frac{a}{2}\right)^2 \text{ Olarak bulunur.}$$



Şekil 1.2

Aslında en büyük kare alanı biri X^2 karesini, ikisi $\left(\frac{a}{2}\right)X$ dikdörtgenlerini ve sonuncusunu da Şekil 1.2'de noktalı kenarlar gösterilen $\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)$ karesini içerir. Buna göre, en büyük karenin cebirsel alanını;

$$a = x^2 + 2 \left(\frac{a}{2}\right)X + \left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right) = x^2 + aX + a^2/4 \quad (1.8)$$

(1.8) Şeklinde yazılır. Son iki ifadenin birbirine eşit olmaları sebebi ile $x^2 + aX + \frac{a^2}{4} = \left(X + \frac{a}{2}\right)^2$ yazılır

Bu ifadenin sol tarafındaki iki tane X bilinmeyeninin ih-tiva eden terimlerin toplamını Denklem(1.1)'i göz önünde tutarak yeniden yazarsak $b + \frac{a^2}{4} = \left(X + \frac{a}{2}\right)^2$ (1.9)

Denklemleri elde edilir ki bu da birinci çözümde elde edilen (1.+) denkleminin aynısıdır. O halde, göz önünde tutulan (1.1) denklemindeki ikinci dereceden bilinmeyenli denkleminin kökleri (1.5) ve (1.6) denklemleri ile verilir.

İkinci Dereceden Denklem Çözme Metodu

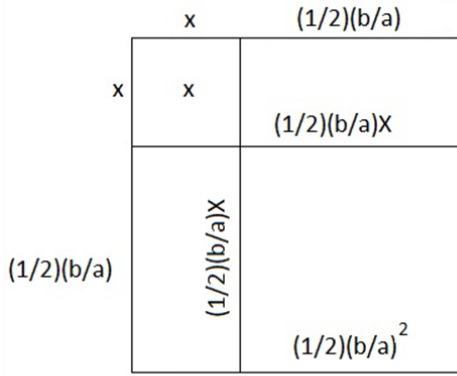
El-Harezmi en genel hali ile aşağıdaki ikinci dereceden denklemin köklerinin çözümünü düşünmüştür. Uzun uğraşlar sonrasında, aklına geometrik bir modelin öncelikle incelenen olay esas alınarak kurulmasının gerektiğini düşünmüştür. Denklem, en genel halinde a,b ve c katsayıları ile ve X bilinmeyeni içeren

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1.10)$$

Şeklinde cebirsel olarak yazılabilir. İnsanın aklına buradaki X^2 terimin kenarı X 'e eşit olan bir kare olduğu gelmektedir. O halde, bilinmeyen karesi yani X^2 geometrik olarak kare ile temsil edilebilir. El-Harezmi önce denklemin her iki tarafını a ile bölerek ilk terimin bir kenarı X olan kare olmasını sağlamıştır.

$$x^2 + \left(\frac{b}{a}\right)X + \left(\frac{c}{a}\right) = 0 \quad (1.11)$$

Şekil (1.1)'de X^2 terimi kare alan olarak gösterilmiştir. İlk terim bir alanla temsil edildiğine göre diğerlerinin de alanlarla ifade edilmesi gerekir ki modelde esas alınan büyüklüğü sağlayabilelim.



Şekil 1.3

İkinci terim de bir alan olarak düşünülmesi, birinci terimdeki karenin kenarı X olduğunda göre, ikinci terimi bir kenarı bu kare ile ortak diğer kenarı da $[X + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{b}{a}\right)]$ olan bir dikdörtgenle modelleyebiliriz. (Şekil 1.3)

Böylece şekilde gösterildiği üzer kenarları olan daha büyük bir kare meydana çıkar. Bu karenin alanı, A , alt alanlarının toplamına eşittir. Alt alanlar ikisi farklı yüzey alanlı kare, diğer ikisi de birbirinin aynı alana sahip dikdörtgen olmak üzere 4 tanedir. Toplam alan

$$A = x^2 + \left(\frac{b}{a}\right)x + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{b}{a}\right)^2 \quad (1.12)$$

dir. Denklem (1.3)'deki toplam alanın ilk iki terimi (1.8) denkleminin ilk iki terimin aynısıdır Toplam kare alanı

$$A = [X + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{b}{a}\right)]^2 \quad (1.13)$$

şeklinde yazılabilir. Böylece, Denklem (1.12) ve (1.13) birbirine eşdeğerdir. Buna göre,

$$x^2 + \left(\frac{b}{a}\right)X + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left[X + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{b}{a}\right)\right]^2$$

Denklem (1.11)'ye benzer bir ifade elde etmek için bu son denklemin her iki tarafına (c/a) ilave edersek eşitlik bozulmaz

$$x^2 + \left(\frac{b}{a}\right)X + \left(\frac{c}{a}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left[X + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{b}{a}\right)\right]^2 + \left(\frac{c}{a}\right)$$

Elde edilir. Ancak sol taraftaki ilk üç terimin toplamı (1.11) eşitliğine göre sıfır olduğundan elimizde

$$\left[X + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{b}{a}\right)\right]^2 = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{c}{a}\right) = (b^2 - 4ac)/4a^2$$

kalır. Her iki tarafın karekökünün alınmasıyla

$$X + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{b}{a}\right) = \pm(b^2 - 4ac)^{\frac{1}{2}}/2a$$

elde edilir. Buradan da sonuç olarak iki kök

$$x_1 = [-b + (b^2 - 4ac)^{\frac{1}{2}}]/2a \quad (1.14)$$

$$x_2 = [+b + (b^2 - 4ac)^{\frac{1}{2}}]/2a \quad (1.15)$$

bulunur. Böylece ikinci dereceden bir denklemin kökleri bulunmuş olunur.

Matematiğin Önemi

Matematik, genel mantığın uygulama alanı ve insan zekâsının bu yolda işlemesi görevini görür. Ayrıca; mekanik, fizik, astronomi bilimlerinin de temelini teşkil eder. Bunların dışında, sosyal bilimler, tıp, jeoloji, jeofizik, psikoloji, sosyoloji ve iş idareciliği gibi alanlarda da matematiğe geniş bir şekilde ihtiyaç duyulur ve yaygın bir şekilde kullanılır.

Bugünün medeniyetinde ön safı tutan, büyük endüstri ve yan kuruluşları, istihkâm hizmetleri hep matematiğin yardımı ile yapılmış eserlerdir. Şu an siz bu yazıyı okurken, karşınızda duran bilgisayarınızın içinde milyonlarca matematik işlemi büyük bir sürat ile yapılmakta ve sonuçları size görüntü ve ses olarak sunulmakta. Yolda yürürken gör-

düğünüz binalar, taşıtlar ve yollar hep matematik ve mühendisliğin ortaya koymuş olduğu tasarımlardır. Onun için en soyut bir ilim olan matematik, ikinci elden pratik hayata da tesir ediyor demektir.

Denilebilir ki günlük yaşantımızın her evresinde, karşı karşıya olduğumuz bir bilimin tarihini bilmek, matematiğin önemini kavramanın temeli olsa gerekir.

Matematiğin Bilimler İçindeki Yeri

Özellikle; fizik, kimya ve astronomi (gökbilim) gibi, müspet bilimler bilimleri, yani fen bilimleri söz konusu olduğunda, bu bilimlerin hem temelinde ve hem de bugünkü ileri duruma gelmelerini hazırlayan faktörlerin başında matematik vardır.

Bugün matematik için 544 ayrı bilim dalı vardır. Astro-nomi için de 40 ayrı bilim dalı belirtmek mümkündür.

Ayrıca, bu temel bilim dalları için, ara disiplinler de söz konusudur. Örneğin: Fizik-kimya, biyo-kimya, biyo-fizik, astro-fizik, jeo-fizik gibi.

Matematik, bir zihin (zekâ) çalışmanın sonucu ortaya çıkmıştır. Özellikle, atom modeli ve yapısı üzerinde yapılan araştırmalar ilerledikçe, çekirdek fiziği, bugünkü ilerleme safhasına eriştikten sonra, fen bilimlerinde matematik, en güvenilir bir açıklama aracı haline gelmiştir. Bu önemi her geçen gün artmaktadır.

Matematiğin, bu önemini almasındaki niteliklerini, şu şekilde sıralamak mümkündür:

- A) Doğruluğu Kesindir.
- B) Geneldir.
- C) Soyuttur.

Matematiğin Temel İlkeleri

Her kelimeyi tanımlamak mümkün olmadığı gibi, her hükmü de ispat etmek mümkün değildir. Bir kelime, başka kelimelerle tanımlanır, bu sonuncular da daha başka kelimelerle tanımlanır. Böylece kullanılan her kelimeyi tanımlamak için, sonsuz şekilde geriye gitmek gerekmektedir ki bunun imkansız olduğu ortaya çıkar. Bunun gibi; matematikte, bir teorem, başka teoremlerle, o teoremler de başkalarıyla İspat edilir. Her şeyi ispat için, imkansız olan, bir sonsuz geriye gitme lazım geldiğinden, ister istemez bir yerde durmak icap ediyor. Şu halde, nasıl ki tanımlanamayan şeyler varsa, öylece ispat edilmeyen şeyler de vardır. İspat edilemeyen bu şeylere, matematikte prensipler adı verilir. Gerçi, prensipler ispat edilemezler, fakat her şey bunlara dayanarak ispat edilir. Bunların ispatsız kabul edilmelerinin sebebi budur.

Matematiğe ait, sistematik eserler meydana getiren Eski Yunan (Grek) matematikçileri, bazı hükümleri is-

patsız kabul etmek lazım geldiğinin farkına varmışlardır. Bunlardan Öklid, Elementler adlı eserinin başında, bu gibi hükümleri ifade etmiştir. Bunlara da “*Kabulü istenen Şeyler*” adını vermiştir. Zamanla, bu kabulü istenen şeylerin sayısı değişmiştir. Örneğin, 19. yüzyıla kadar, matematikçiler, Öklid’in ispatsız kabul ettiği ve Öklid Postülatı denilen “*Bir doğrunun dışındaki bir noktadan, o doğruya yalnız bir paralel doğru çizilebilir*” şeklindeki hükmünü ispat etmeye çalışmışlardır. Fakat daima ispatsız birtakım hükümler, yeni yeni prensipler kabul edilmiştir.

Eskiden beri, matematikçiler tarafından, matematiğin temel prensipleri üç grupta toplanmıştır. Bunlar:

- A) Tanımlar
- B) Aksiyonlar
- C) Postülatlar

Bu üç temel prensibe ait ilginç örnekler ve geniş bilgileri, herhangi bir matematik kitabında görmek mümkündür.

Matematik diğer müspet bilimlerin gelişmesini sağlar. Matematiğin diğer bilimlerle olan başka bir ilginç özelliği ise şudur; öteki bilimler de matematiğin bugünkü ileri seviyeye gelmesinde katkıda bulunmuştur. Örneğin: 17. yüzyıl başlarında, gök cisimlerinin yörünge hesapları sırasında, mevcut matematik bilgileri, astronomlar için yeterli olmamıştır. Netice itibariyle de astronomların zorlamaları sonucu, matematikçiler tarafından, diferansiyel denklem kavramları ortaya konmuştur.

Fen bilimlerinden olan; fizik, kimya ve astronominin varlığı düşünüldüğünde, bu bilimlerde temel özellik, gözlem ve deneye dayalı, aynı zamanda da ölçülebilir, olmasıdır. Hâlbuki matematik, soyut bir bilim olmakta ve temel konusu da sayılar ve çevremizde gördüğümüz şekillerdir.

Matematiğin öteki bilimlerden diğer farkları ise, şu şekilde sıralamak mümkündür:

Sembol ve şekiller kullanılır, uygulama alanı geniş, soyut ve kesin sonuç esasına dayanır, kesin kanunları vardır, kendisini devamlı yeniler, öteki bilimlerde yapılan çalışmalarını kanuniyet halinde ifade edilebilir duruma getirir, var olanı inceler, kesin sonuç verir, birbirine bağımlı olarak sürekli gelişme gösterir ve gelişmeleri birbirini tamamlar.

Yeterli bir matematik bilgisi ile iyi bir araştırma zihniyetine sahip olmak gerekir. Böyle olunca da araştırma için gerekli bilgilerin kaynağı olan, yabancı dilleri bilmek gerekir. Daha sonra da bilimin ilk yazılı belgelerinden, yani bilgi kaynaklarından olan; papirüs, kil tablet, mağara resimleri, parşömen kağıtlar, çivi ve resim (hiyeroglif yazılarını okuyabilecek kadar bilmek gerekir.

Diğer bir husus da; bilimin etkin olduğu devrelerin bilim dili olan, Latince, Arapça ve Farsça dillerini bilmek gerektiğidir. Ayrıca, zamanın bilim dili olan ve bugün ölü dil olarak kabul edilen Sanskritce ve Pevleviceyi de bilmek gerekmektedir.

Pek doğaldır ki bu kadar geniş bir bilgiyi, bir bilim tarihçisinin veya matematik tarihçisinin bilmesi pek zor bir iştir. Ancak gerekli durumlarda, konu ile uzmanlaşmış kişilerle işbirliği yapmak veya eserlerinden yararlanmak gerekir.

Matematiğin, sayı ve sayma ile şekil kavramının ortaya çıkışından başlayarak, bu kavramların doğuşunu ve gelişimini incelemektir. Bugün, 544 ayrı dalı olduğu bilinen matematik konularını ve gelişim safhalarını bilimsel düşünce çerçevesi içerisinde ortaya koyar.

Uzun yıllar yapılan bilimsel araştırmalar sonucu elde edilen belge ve bilgiler, bilimsel temel esaslara göre sınıflandırılır. Ortaya çıkan bu bilgilerin, tarihte görülen medeniyetler içindeki yerleri mukayeseli bir şekilde sergilenir.

İlkçağ Mağara İnsanı ve Aritmetik

İlkçağ insanı (ilkel insan, mağara insanı), rakam ve sayıları kullanmak ihtiyacını duymuştur. Bu devir insanları, ihtiyaçlarını kaydedip saklamasını da biliyordu. Avladıkları hayvanların veya sürüsündeki koyunların sayılarını belirtmek için, yaşadıkları mağara duvarlarına çizikler çizmişler, bir ağaç dalına çentikler yapmışlardır. Bazen de ipe düğüm atmışlar veya çakıl taşlarını kullanmışlardır.

Bu devrin, 13-15 yaşındaki insanı, koyun ve geyik gibi varlıkları, ok gibi eşyaları sayabilmek için, ufak yuvarlak çakıl taşlarına sahip olması veya kesilmiş bir ağaç dalı (sopa) üzerine çentik yapması icap edecekti. Bir taş veya sopa Üzerinde işaretlenmiş bir adet çentik, tek koyunu ifade ederdi. Belli bir zaman sonra, eğer her bir taş veya çentik için bir koyun yoksa o insan bir veya birkaç koyunun kayıp

olduğunu anlardı. Bu devrin insanları; sayıları bir yere kaydedip saklanmasını da biliyorlardı.

İlkçağ insanları, sayılar için kil tabletler üzerine çizikler kazmayı veya kesilmiş ağaç dalına çentikler yapmaya başlamakla, ilk defa, sayıları yazılı olarak ifade etmiş oluyorlardı. İlkçağ insanının kullandığı bu işaretler, rakam ve sayıların ilk yazılı ifadeleridir.

Bunların yanında; ilkel insanlar, sayıları belirtmek için, değişik ses ve kelimeler de kullanmışlardır. Bugün sayıları belirten standart hale gelmiş sembol (şekil) ve sözcükler vardır. Günümüzde; sayılar, hem 1, 2, 3, ... Gibi sembollerle ve hem de; bir, iki üç, ... Gibi kelimelerle ifade edilmektedir. Bugün dört adet kalem, “dört kalem» kelimesi ile belirtip “4» sembolü ile gösterebiliyoruz.

Tarih bakımından biraz daha ilerlediğimizde, karşımıza Eski Mısırlılar ve Mezopotamyalılar çıkar.

Eski Mısırlılarda Aritmetik

Bilinen en eski sayma sistemlerinden biri, Eski Mısırlılara ait olanıdır. Eski Mısırlıların kullandıkları resim yazısının (hiyeroglif) başlangıç tarihi, MÖ 3300 yılına kadar geri gider. Böylece, Mısırlılar ortalama 5300 yıl önce, milyona kadar olan sayıları kapsayan bir sistem geliştirmişlerdir. Eski Mısırlılara ait sayma sistemi, ilkçağ mağara, insanının önceleri kullandığı sayma sisteminin gelişmiş şeklidir.

Eski Mısır aritmetiği hakkındaki bilgilerimiz, zamanımıza kadar intikal etmiş papirüs tomarlarından elde edilmektedir. Bugün bu papirüsler; bilim tarihinde, MÖ 1900-1800 yılları için adlandırılan, Kahun ve Berlin papirüsleri ile MÖ 1700 ile 1600 yılları için adlandırılan Hiksoslar Devrinden MÖ 1788-1580 kalma Rhind ve Moskova matematik papirüsleridir. Mısır matematiği hakkındaki diğer kaynaklar, birkaç parşömen tomarı ile kil ve tahta tabletlere dayanmaktadır.

Eski Mısır'da rakam ve sayılar bazı sembollerin (şekillerin) yan yana gelmesiyle ortaya çıkıyordu. Bütün rakamlar, 7 değişik şeklin bir araya gelmesiyle ifade ediliyordu. Örneğin: 1 için (yukardan aşağı düşey bir çizgi), 10 için (at nalı şekli), 100 için (Çengel işareti) şekillerini kullanmışlardır. 1.000, 10.000 ve 1.000.000 için de değişik semboller kullanmışlardır ve yazım biçimi de sağdan sola doğru ifade ediliyordu.

Sayıları da bu sembollerle göstererek bir sayı sistemi geliştirmişlerdir.

Diğer sayıları göstermek için de bu rakamları (sembollerini) yan yana veya gerekirse toplu olarak gruplar halinde yazarlardı. Bu sistemde, bir rakam dizisindeki rakamların, yer değiştirmesiyle, bu dizinin gösterdiği sayı değişmez. Bu durumda, verilen sembollerin, 123, 213. 312 sayılarından hangisini ifade ettiğini anlamak çok güçtür. Bu güçlüğü ortadan kaldırabilmek için; metin, konu ve karine yardımıyla sonuç çıkarma yoluna gidilirdi. Buna karşılık, bizim sistemimizde, 123. 213 ve 312 ifadeleri başka başka sayıları gösterir.

Eski Mısırlılar; bu sembollerini, gerektiğinde tahta, ağaç ve taş üzerine de oymuşlardır. Bu rakamları birkaç kez kullanarak, istenilen sayıları göstermişlerdir. Bu sistemde; gruplamalar onarlık yapıldığından, sistem onluk sistemdir.

Eski Mısır sistemi, aşağıdaki belirtilen özelliklerinden dolayı, mağara insanının kullandığı sistemin geliştirilmiş şekli idi:

a) Bir kümede bulunan şeylerin toplam sayısı, sadece bir tek sembolle belirtilmiştir. Örneğin: 10 sayısının bir topuk kemiği sembolü ile belirtilmesi gibi.

b) Diğer sayıları göstermek için, aynı semboller tekrarlanmıştır.

c) Bu sistemde 10'luk gruplar esas alınmıştır. On düşey çizgi, bir topuk kemiği sembolünü, on topuk kemiği sem-

bolü de bir çengel sembolüne eş değerdir. Bu şekilde devam eder.

Afet İnan Eski Mısır Tarih ve Medeniyeti adlı eserinde eski Mısır rakamları hakkında aynen şunları yazar:

“Mısır’da rakamların yazılışını çok eski zamanlardan itibaren bulmak mümkündür. IV. sülale zamanında (MÖ 2778-2413) Methe’in mezarında bulunan yazılarda ölçü sistemlerinin mükemmel bir şekilde tespit edildiği de anlaşıyor.”

Kaynaklar, XII. sülale zamanından (MÖ 2000-1787) kalma, bir takım aritmetik problemlerini açıklayan papirüsler ele geçtiğini, bunların bugün, Kahun, Moskova, Berlin ve Rhind papirüsleri diye adlandırıldığını belirtir.

Afet İnan adı geçen eserinde, bu konuda şu bilgileri de verir:

“Bu papirüs metinlerinde, birçok aritmetik ve geometrik esaslar, ilmi bir şekilde konulmuştur. Bilhassa Rhind Papirüsü, Mısır matematiğinin başlıca bir abidesi sayılır. Bu türlü vesikalarda, ölçülerin ne gibi esaslara göre yapılacağı örneklerle mevcuttur. Ehramlar, doğrudan doğruya bir geometrik problemin tatbik edilmiş şeklidir. Bunlardan başka, diğer yapılar da bu hesaplara göre yapılmıştır...”

Mısırlılar pytagoras Teoreminin yalnız 3, 4, 5 özel halini, yani kenarları 3, 4, 5 olan bir üçgenin, bir dik üçgen olduğunu biliyor ve bundan inşa ve ölçü işlerinde faydalanıyorlardı.”

Hemen belirtmek gerekir ki Eski Mısırlıların hayatı, Nil Irmağının yükselme ve alçalmasına bağlı olduğundan, bu durumu daima ölçmek ve kontrol etmek lazımdı. İşte bu hesaplar ve arazi ölçülerinden dolayı, Eski Mısır’da aritmetik ve geometrik ilimler büyük gelişme göstermiştir. Çünkü suyun yükselme ve alçalmasıyla, şahıslara ait arazi üzerindeki sınırlar bozuluyor ve bunları belirli ölçülere göre, ye-

niden tespit etmeleri gerekiyordu. Bu sebepten büyük bir itina ile gerekli ölçme ve hesaplamalar yapılmıştır.

Aydın Sayılı, Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda, Matematik, Astronomi ve Tıp adlı eserinde bu konuda şunları yazar:

“Mısır rakamlarının oldukça ilkel bir vasıf taşımalarına rağmen, bunlar tarihte bilinen ilk ve en eski rakamlar arasında bulunmakla, büyük bir değer ve önem taşırlar. Çünkü bunlar belirli sembollerle ifade edilmesi, zihniyet ve düşüncesinin ilk örneklerinden, belki sadece Sümerliler istisna edilirse, en eskisini teşkil etmektedir.”

Eski Mısırlılarda Trigonometri

İnceleyebildiğimiz kaynaklar; Mısır Matematiğinde seked veya sekd kelimelerinin, bir açının cotangent'ına denk anlam ifade etmesinden hareket ederek, trigonometrinin, başlangıcını eski Mısırlılara kadar götürmenin gerektiğini belirtir. Bu konuda Aydın Sayılı Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp adlı eserinde şunları yazar: Mısır'da seked dışında, bu konuda herhangi bir gelişmeye şahit olmuyoruz. Seked'e benzeyen ya da onunla aynı olan bir kavramla, "Mezopotamya Matematiğinde» de karşılaşılmakta olduğu ve trigonometrinin başlangıcını Mısırlılara götürmek isabetli düşünce sayılmaz. "Mısır Geometrisinin», "Doğru Geometrisi" olarak vasıf taşıdığını belirterek, müşterek Gandz'a atfen de Mısır'da "Açı Geometrisinin» mevcut olmadığını belirtir.

Türk-İslam Dünyası'nda Trigonometri

İçinde bulunduğumuz yüzyılda yapılan bilimsel araştırmalar. Göstermiştir ki trigonometriye ait temel bilgiler, 8. ile 16. yüzyıl Türk-İslam Dünyası matematikçileri tarafından ortaya konulmuş ve belli bir noktaya kadar da geliştirilmiştir. Bunun nedenini, şu şekilde açıklamak mümkündür.

Bilindiği gibi, 8. ile 16. yüzyılda Türk-İslam Dünyası'nın hemen her yöresinde astronomi (gökbilim) çalışmaları ve bunun sonucu olarak da yoğun bir rasathane (gözlemevi) kurma çalışmaları vardı. Bu rasathanelerdeki bilimsel çalışmalarda, astronomiye yardımcı olarak, trigonometri kullanılmaktaydı.

Astronominin temelini teşkil eden küresel astronomi, doğrudan doğruya, küresel trigonometrinin astronomiye uygulanmasından doğmuştur. Gezegen ve uydu ile yıldızla-

rın gökküresindeki yerleri (koordinatları) ve hareketleri ile ilgili hesaplamalar; küresel üçgenin, küresel trigonometriye uygulanmasıyla elde edilebilmektedir. Dolayısıyla, o devir Türk-İslam Dünyası'nda, Trigonometri müstakil bir bilim haline gelmiş ve oldukça gelişmiştir.

8. ile 16. yüzyıl Türk-İslam Dünyası matematik ve astronomi bilginlerinin hazırlamış oldukları “Ziyc” adlı eserin hepsinde, bugünkü trigonometrinin temel bilgileri, ilk olarak ortaya konulmuştur. Gene bu devir Türk-İslam Dünyası bilginleri, Batlamyos'un (Cladius ptolemeios 85-160) ünlü eseri, değişik tarihlerde değişik matematik ve astronomi bilginleri tarafından mıcısı (al-magesti) adıyla şerh edilmiştir. Bu şerhlerde de yer yer trigonometri bilgileri zenginleştirilip geliştirildi.

Batı'da objektif olarak hazırlanmış, matematik tarihi ve astronomi tarihi ile ilgili eserlerde, bu hükümlerin açık olarak belirtildiğini görmek mümkündür.



Bilim Tarihinde Matematik Adamları

Matematik ile ilgili eserler incelendiğinde; birinci grup olarak, Eski Yunan matematikçilerinden Tales (Thales MÖ 624-547), Pisagor (Pythagoras MÖ 569-500), Zeno (MÖ 495-435), Eudoxus (MÖ 408-355), Öklid (Euclides MÖ 330?-275?), Arşimed (Archimedes MÖ 287-212), Apollonius (MÖ 260?-200?), Hipparchos (MÖ 160-125), Menelaos (doğumu, MÖ 80) İskenderiyeli Heron (? -MS80), Batlamyos (Ptolemaios Claudius 85-165) ve Diophantos (325-400) ile bunların çağdaşlarının adları görülür.

Daha sonra, ikinci grup olarak da Batı Dünyası matematikçilerinden; Johann Müller (Regiomontanus, adıyla da tanınır, 1436-1476), Cardano (1501-1596), Descartes (1596-1650), Fermat (1601-1665), Pascal (1623-1662), Newton (Isaac Newton 1642-1727), Leibniz (1646-1716), Mac Loren (1698-1748), Bernoulli'ler (Bu aileden sekiz ünlü matematikçi vardır. Bunlar; Jean Bernoulli 1667-1748, Jacques

Bernoulli 1654-1705, Daniel Bernoulli 1700-1782...), Euler (1707-1783), Gaspard Monge (1746-1818), Lagrange (1776-1813), Joseph Fourier (1768-1830), Poncolet (1788-1867), Gauss (1777-1855), Cauchy (1789-1857), Lobatchewsky (1793-1856), Abel (1802-1829), Boole (1815-1864), Riemann (1826-1866), Dedekind (1831-1916), H. Poincare (1854-1912) ve Cantor (1845-1918) ile bunların çağdaşlarının adları belirtilir.

Bu bilginlerin adlarını ve matematikle ilgili sistem, teorem ve kavramlarını her kademedeki orta dereceli okul ile üniversite ve dengi okul matematik kitaplarında görmek mümkündür.

Yukarıda; birinci grup olarak belirttiğimiz; Eski Yunan (Antik çağ, Grek) matematikçileri; MÖ 8. yüzyıl ile MS 2. yüzyıl arasında, ikinci grup olarak belirttiğimiz Batı Dünyası matematikçileri ise, 16. ile 20. yüzyıl arasında yaşamışlardır. Burada akla şöyle bir soru gelmektedir.

16. yüzyıldan önceki zaman içerisinde matematik konularında hiçbir araştırma ve çalışma olmamış mıdır? Özellikle, İslamiyet'in ilk yılları olan 7. yüzyıl ile 16. yüzyıl arasında yaşamış olan Türk-İslam Dünyası matematik bilginlerinin varlığı ve çalışmaları görmezlikten gelinmiştir.

Gerçek olan şu ki Türk-İslam Dünyası matematikçileri, yukarıda birinci grup olarak adlarını belirttiğimiz Eski Yunan bilginlerinin ortaya koyup, yeterli çözüm getiremedikleri, matematik sorunlarına yeni çözümler getirdikleri gibi, bu bilime yeni sistem, kavram ve teorem kazandırmışlardır.

Bu başarılarının sonucu bugünkü ileri matematiğin temelini atmışlardır. Her ne kadar, Batı'lı bazı bilim tarihçileri, Eski Yunan matematiğini geliştirmiş olmakla vasıflandırıyorlarsa da son yüzyıl içinde yapılan araştırmalar, bu hükmün temelinden yanlış olduğunu ortaya koymuşlardır.

Ülkemizde, evrensel nitelikteki kendi âlimlerimizin

bilimsel yönlerine gereken ve yeterli önem verilmezken; Batı'da, özellikle son yüzyıl içerisinde, bilginlerimize ait yüzlerce cilt eser ve makalelerin yayınlandığı, hatta bu bilginlerimiz için, yaşadığı yüzyıllara adlar verildiği ve anma törenleri düzenlendiğini görmek mümkündür.

Bunlardan birkaç örnek vermek gerekirse; dünyada ilk cebir kitabı yazarın Harezmi (Harezm 780-Bağdat 850), trigonometrinin temel bilginlerinden olan sinüs ve cosinüs tanımlarını ilk açıklayan el-Battani (Harran 858-Samarra 929), tanjant ve cotanjant tanımları ile ilgili temel bilgileri Ebu'l Vefa (Buzcan 940-Bağdat 998), Pascal'a (Blaise pascal 1623-1662) izafe edilen ve cebirde önemli kuralları ihtiva eden "Binom Formülünün" Ömer Hayyam'a (1038-Nişabur 1132) ait ve Kepler'in (Johannes Kepler 1570-1630) araştırmalarına rehberlik edenin İbn-i Heysem (Basra 965-Kahire 1039). Olduğunu belirtebiliriz.

Ayrıca Sabit bin Kurra (Harran-826-Bağdat 901) için "Türk Öklid'i" bilim dünyasının en büyük alimi, Beyruni (Bruni) (Ket 973-Gazne 1052) için "Onuncu Yüzyıl Bilgini", ünlü Türk hükümdarı Uluğ Bey için "On Beşinci Yüzyıl Bilgini" öğrencisi Ali Kuşçu için "On Beşinci Yüzyıl Batlamyos'u" dendiğini de belirtmek mümkündür.

Yukarıda sadece birkaçının adını belirttiğimiz 8. ile 16. yüzyıl Türk-İslam Dünyası âlimlerinin eserleri, Batı'da "Tercüme Yüzyılı" olarak adlandırılan 12. yüzyıl başlarından itibaren, önceleri zamanın bilim dili olan Latinceye, daha sonradan da öteki Batı dillerine çevrilmiştir.

Çevrilen bu eserlerin asılları ise, Doğu Yazma Eserleri ile zengin olan Avrupa kütüphanelerinde muhafaza edilmekte ve hala, ilgili bilim adamlarının elinde, gerektiğinde temel müracaat kitabı, ya da kaynak eser olarak değerlendirilmektedir

Bazı kaynaklar, matematiğin kurucusu ve geliştiricisi

olarak, Batı dünyası matematikçilerinin adlarını belirtir. Gerçekte; Avrupa, 8. ile 16. yüzyıl Türk-İslam Dünyası matematikçilerinin hazırlamış oldukları temel eserlerden büyük istifadeler sağlayarak, matematiği, bugünkü ileri seviyesine ulaştırabilmişlerdir.

Öyle ki Türk-İslam Dünyası matematikçileri, Batı dünyasının ilmi düşünce ve araştırma duygularını ateşleyerek harekete geçirip beslediler ve yeni bir canlılık kazandırdılar. Cebir, geometri, aritmetik ve trigonometri konularında Batı'yı kendi görüş ve keşiflerine dayanarak ilerleyebileceği seviyeye getirdiler.

16. yüzyıl sonları için İtalyan matematikçi Cordano'nun (1501-1576) adını belirtebiliriz.

17. yüzyılda; İngiliz (İskoçyalı) Jean Napier (1550-1617), İsviçre matematikçilerinden Gulden (1577-1643); İtalyan matematikçilerinden Cavalieri (1598-1647); Fransız matematikçilerinden Rene Descartes (1596-1650), Desargues (1593-1662), Blaise Pascal (1623-1662), Pierre Fermat (1601-1663); Hollandalı matematikçi Huygens'in (1629-1695) adlarını belirtebiliriz.

Bu kişilerden J. Napier logaritmaya ait sistemleri ortaya koymuştur. R.Descartes de analitik geometriye ait yeni bazı temel esasları ortaya koymuş, mevcut analitik geometri bilgilerini sistemleştirmiştir. Diğer matematikçiler de matematiğin çeşitli dallarına ait, bazı yeni temel bilgiler kazandırmışlardır.

18. yüzyılda; İsviçre matematikçilerinden; Bernouilli (Jacques I 1654-1705), Cramer (1704-1752), Leonard Euler (1707-1783), Alman matematikçilerinden Gottfried-Wilhelm Leibniz (1146-1716), İngiliz matematikçilerinden Isaac Newton (1642-1727), Mac-Loren (1698-1746), İtalyan Matematikçilerinden Ceva (1648-1734), Riccati (1676-

1754), Fransız matematikçilerinden Clairaut'ın (1713-1765) adlarını belirtebiliriz.

19. yüzyıl Fransız matematikçilerinden; Jooeeph-Louis Lagrange (1736-1813), Gasport Monge (1746-1818), Pierre-Simon Laplace (1749-1827), Joseph Fourier (1768-1830), Galois (1811-1832), Legendre (1752-1833), F. W. Bessel (1784-1846), Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), Jean-Victor Poncolet (1788-1857), Poincot (1771-1859), Brianchan (1785-1864), Dupin (1784-1873), Chasley (1793-1880), Charles Hermite (1822-1901); İtalyan matematikçilerden Carnot (1753-1823); Norveç matematikçilerinden Niels Henrik Abel (1802-1829), Alman matematikçilerden, Jacobi (1804-1851), Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Gerge Friedrich Berhard Riemann (1826-1866), Leopold Kronecker (1823-1891), Erust Kummer (1810-1893), Weierstrass (1815-1897); Sovyet matematikçilerinden Nicolas Ivanawitch Lobatchewsky (1793-1856), Sonia Kowallewska (1850-1891); ingiliz matematikçilerden Gerge Boole (1815-1864), Cayley (1821-1895), James Joseph Sylvester (1814-1897) ve İrlandalı matematikçi William Rawan Hamilton (1805-1865) adlarını belirtebiliriz.

Bu kişilerden; Gasport Monge, tasarı geometrinin; Carnot, konum geometrisinin; Newton, sonsuz küçükler geometrisini; pascal, Huygens ve Fermat da olasılık hesabını ve gök mekaniğini geliştirdiler.

20. yüzyıl başları için; Alman matematikçilerinden Dedekind (1831-1916), L.Fhillip Cantor (1845-1918), Fransız matematikçilerinden Henri Poincare'nin (1854-1912), ülkemizde de Henri poincare'nin öğrencisi Salih Zeki'nin (1864-1921) adlarını belirtebiliriz.

Daha sonra gelen; Alman, İngiliz, Fransız, Amerika Birleşik Devletleri ve Sovyet Sosyalist Cumhuriyetleri Birliği, Japonya ve Hindistan ile Çin'de yetişen matematikçi-

ler, matematiğe kazandırdıkları yeni bilgiler ile matematiği insan zekâsının en yüksek eseri haline getirmeyi başardılar.

Yapılacak kısa açıklamalardan sonra, şu gerçek ortaya çıkacaktır. Bugünkü ileri matematik ve bunun uygulama alanı olan astronomi (gökbilim) ve fiziğin temel bilgileri, uygulamaları ile birlikte, başlangıçta, Eski Mısır ve Mezopotamya’da vardı.

Daha sonraları bu bilgiler, Eski Yunan, Eski Hint ve 8. ile 16. yüzyıl Türk-İslam Dünyasında ileri seviyeye gelmiştir. Bilahare 17. yüzyıl sonrası, Batı Dünyasında yapılan çalışmalar sonucunda, bugünkü “*Saadet Devrine*” ulaşabilmiştir. Bu gelişimde, 17. yüzyıl öncesi medeniyetlerin şeref payları inkâr edilemeyecek kadar açıktır.

Matematik Terimler Sözlüğü

Açı: Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşimine açı denir.

Ağırlık merkezi: Bir üçgende üç kenarortay bir noktada kesişir. Kesim noktasına ağırlık merkezi denir. Ağırlık merkezi G ile gösterilir.

Alt Küme: A ve B iki küme olmak üzere A'nın her elemanı B'nin de elemanı oluyorsa A ya B'nin alt kümesi denir. B ye de A'nın kapsayan kümesi denir. Her küme kendisinin bir alt kümesidir. Boş küme her kümenin bir alt kümesidir.

Alt küme sayısı: Kümenin eleman sayısını n ile gösterirsek alt küme sayısı $= 2^n$ dir. Boş kümenin alt küme sayısı 1 dir.

Asal sayılar: 1 ve kendisinden başka hiçbir sayıya sayı ile bölünemeyen 1 den büyük tam sayılara asal sayılar denir. $\{2,3,5,7,11,\dots\}$ kümesinin elemanları birer asal sayıdır. 2 den başka çift asal sayı yoktur.

Aralarında asal sayılar: 1 den başka pozitif ortak bölüneni olmayan sayma sayılarına aralarında asal sayılar denir. Örnek: 4 ile 9 aralarında asaldır. 7 ile 11 aralarında asaldır.

Ardışık sayılar: Kendisinden önce ve sonra gelen sayılara bir kural ile bağlı olan sayılara ardışık sayılar denir.

Aritmetik ortalama: Verilen sayı dizisindeki terimlerin toplamının, terim sayısına bölünmesiyle elde edilen değerdir. Örnek : -3, 7, 17, 23 sayılarının aritmetik ortalaması = $(-3+7+17+23)/4 = 11$

Asal Çarpanlara Ayırma: Bir sayının en küçük asal sayıdan başlamak üzere sıra ile bölünüp 1 kalıncaya kadar devam eden bölme işlemine asal çarpanlara ayırma denir.

Ayrık küme: Ortak elemanı olmayan kümelere ayrık kümeler denir.

Basamak: Bir sayıda rakamların yazıldığı yerlere denir.

Basamak değeri: Rakamların, sayıda bulunduğu basamağa göre gösterdiği değerlere denir. Örnek: 1048 sayısındaki 4 rakamının basamak değeri 40'tır.

Basit kesir: Payı paydasından mutlak değerce küçük olan kesre basit kesir denir. Örnek: $2/5$, $-7/9$

Bileşik kesir: Payı paydasından mutlak değerce büyük veya eşit olan kesre bileşik kesir denir. Örnek : -15 , $9/-4$, $-9/5$

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler: $ax + b = 0$ e_ıtlıne birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler denir. Bu e_ıtlıkteki x e bilinmeyen a ve b ye de katsayı ad1 verilir.

Birleşim: A ve B kümelerinin elemanlarından oluşan kümeye A ile B nin birleşim kümesi denir ve $A \cup B$ ile gösterilir.

Boş küme: Elemanı olmayan kümeye boş küme denir. $\emptyset$ veya $\{\}$ ile gösterilir.

Bütünler açılar: Ölçüleri toplamı 180° olan komşu açılara bütünler açılar denir.

Çap: Merkezden geçen kirişe çap denir. En büyük kiriş çaptır.

Çember: Bir düzlemde, sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların kümesine çember denir.

Çeşitkenar üçgen: Kenarları farklı uzunlukta olan üçgenlerdir.

Çift sayı: n bir tam sayı olmak şartıyla; $2n$ genel ifadeyle belirtilen tam sayılardır. Diğer bir ifade ile 2 ile bölündüğünde kalanı 0 olan tam sayılara çift sayı denir. Çift sayılar kümesi : $\mathbb{C} = \{ \dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots \}$ şeklinde gösterilir.

Çokgen: Herhangi üçü bir doğru üzerinde bulunmayan noktaların birleştirilmesiyle oluşturulan kapalı şekillere çokgen denir. Çokgenler kenar sayılarına göre adlandırılır. Örnek : 4 kenarlı bir çokgene dörtgen, 6 kenarlı bir çokgene altıgen denir.

Çözümleme: Bir sayı, kendi basamağındaki rakamın basamak değeri ile çarpılıp toplanması ile bulunur. Örnek: a, b, c birer rakam olmak üzere, $ab = 10a + b$ { ab iki basamaklı sayı} veya $abc = 100a + 10b + c$ { abc üç basamaklı bir sayı}

Daire: Çember ile, çemberin iç bölgesinin birleşimine daire denir.

Dairenin alanı: Yarıçapın karesinin π sayısı ile çarpımına eşittir.

Dairenin çevresi: π sayısının (yaklaşık 3,14) iki katının yarıçap ile çarpımına eşittir.

Dar açılı üçgen: Üç açısı da dar açı olan üçgene denir.

Deltoid: Bitişik iki kenarı birbirine eş, diğer bitişik iki kenarı da birbirine eş olan dörtgene denir.

Dik açı: Ölçüsü 90° olan açıdır.

Dikdörtgen: Bir açısı dik açı olan paralelkenara dikdörtgen denir. Karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşittir. Karşılıklı kenarları paraleldir. Alanı uzunluğu ile genişliğinin çarpımına eşittir.

Dik üçgen: Bir açısı dik açı olan üçgene denir.

Dik Yamuk: Yan tabanlarından biri tabana dik olan yamuğa denir.

Doğal Sayılar : $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesine doğal sayılar kümesi denir.

Doğru: İki yönde sınırsız olarak uzayan noktalar kümesidir. Yalnız boyu vardır. Eni ve yüksekliği yoktur. Başlangıcı ve bitiş noktası yoktur.

Doğru açı: Ölçüsü 180o olan açıdır. Düz açıda denir.

Doğru orantı: Orantılı iki ifadeden biri artarken diğeri de artıyor, bir azalırken diğeri de azalıyorsa bu iki ifade doğru orantılıdır.

Denk Kümeler: Eleman sayıları aynı olan kümelere denk kümeler denir. A kümesinin B kümesine denkliği A ve B biçiminde gösterilir. Eşit kümeler aynı zamanda denk kümelerdir. Denk kümeler, eşit kümeler olmayabilir.

Doğru parçası: Bir doğru üzerindeki A ve B noktaları ile bunların arasında kalan bütün noktaların kümesine doğru parçası denir.

Düzgün çokgen: Bütün kenarları ve açıları eş olan çokgenlere düzgün çokgenler denir.

Düzgün piramit: Tabanı düzgün çokgen ve yüksekliği taban merkezinden geçen piramitlere düzgün piramit denir.

Eşit kümeler: Bütün elemanları aynı olan kümelere eşit kümeler denir. A kümesinin B kümesine eşitliği $A = B$ biçiminde gösterilir. Eşit kümeler aynı zamanda denk kümelerdir. Denk kümeler, eşit kümeler olmayabilir.

Eşkenar dörtgen: Kenarlarının uzunlukları eşit olan paralelkenara eşkenar dörtgen denir. Karşılıklı kenarları paraleldir. Dörtkenarının uzunlukları eşittir. Karşılıklı açılarının ölçüleri eşittir. Ardışık iki açının ölçüleri toplamı 180o dir. Köşegenler birbirine diktir. Köşegenler birbirini ortalar.

Eşkenar üçgen: Üç kenarının uzunlukları eşit olan üç-

gene denir. İç açıların her birinin ölçüsü 60o dir.

Faktöriyel: n o $N+$ olmak üzere 1 den n ye kadar doğal sayıların çarpımına n faktöriyel denir ve $n!$ İle gösterilir.

Örnek: $5!=5.4.3.2.1$

Geniş açı: Ölçüsü 90o ile 180o arasında olan açılardır.

Geniş açılı üçgen: Bir açısı geniş açı olan üçgene denir.

Grafik: İstatistik çalışmalarında elde edilen bilgiler, ilk bakışta anlaşılabilmesi için, resim, şekil veya çizgilerle gösterilir. Bu şekillere grafik denir.

Işın: Bir başlangıç noktası olup diğer taraftan sonsuza giden noktaların kümesine ışın denir. Eğer başlangıç noktası kümeye dâhil değilse, buna yarı doğru adı verilir.

İki kümenin farkı: A ve B herhangi iki küme olmak üzere, A nın elemanı olup da B nin elemanı olmayan elemanların kümesine A fark B kümesi denir. Fark kümesi $A - B$ veya AB ile gösterilir.

İkizkenar üçgen: İki kenarının uzunluğu eşit olan üçgenlere denir. Taban açıları eşittir. Tepe noktasından çizilen yükseklik; hem kenarortay, hem açıortaydır.

İkizkenar Yamuk: Paralel olmayan iki kenarı eş olan yamuğa ikizkenar yamuk denir. Karşılıklı açılar toplamı 180o dir.

İrrasyonel Sayılar: Rasyonel olmayan reel sayılara veya virgülden sonrası kesin olarak bilinmeyen sayılara denir. Q ile gösterilir.

Kare: Kenarları ve açıları eşit olan dörtgene denir. Bir açısının ölçüsü 90° olan e_kenar dörtgendir. Kar_111kl1 kenarlar1 paraleldir. Dörtkenar1n1n uzunluklar1 e_ittir. Açılar1 birbirine e_it ve 90 ar derecedir. Alan1 iki kenar uzunluunun çarp1nma e_ittir.

Kenarortay: Bir üçgenin bir kenarının orta noktasını karşı köşeye birleştiren doğru parçasına kenarortay denir.

Kesen: Çemberi iki noktada kesen doğruya denir.

Kesişim: A ve B kümesinin ortak elemanlarından oluşan kümeye A ile B nin kesişim kümesi denir ve $A \cap B$ ile gösterilir.

Kiriş: Bir çemberin üzerinde alınan iki noktayı birleştiren doğru parçasına giriş denir.

Küme: İyi tanımlanmış nesneler topluluğuna küme denir. Kümeyi oluşturan nesnelere kümenin elemanları denir ve $\in$ sembolü ile gösterilir. Kümenin elemanlı olmayan nesneler $\notin$ sembolü ile gösterilir. Bir kümenin elemanları A küme içinde yer alırsa A kümeyi A küme dışı değildir. Kümede her eleman bir kez yazılır.

Küp: Tüm yüzleri kare olan dik prizmaya küp denir.

Komşu açılar: Köşeleri ve birer kenarları ortak olan iki açıya komşu açı denir.

Medyan: Verilen bir sayı dizisinde terimler büyüklük sırasına göre yazıldıktan sonra ortadaki sayıya medyan denir. Dizinin terim sayısı tek ise tam ortadaki sayı medyanıdır. Terim sayısı çift ise ortadaki iki terimin aritmetik ortası medyanıdır. Örnek: 6,8,10,11,12,14,16,17,18,20 sayı dizisinin medyanı ortadaki 12 ve 14 sayılarının toplamının 2 ye bölünmesi ile bulunur. $\text{Medyan} = (12+14)/2=13$

Merkez açı: Köşesi çemberin merkezinde olan açıya çemberin merkez açısı denir.

Mod: Bir dizide en çok tekrar eden sayıya o dizinin modu denir. En çok tekrarlanan sayı birden fazla ise, bu sayıların her biri dizinin modu olur.

Mutlak değer: Bir reel sayının eşlendiği noktanın başlangıç noktasına olan uzaklığına x in mutlak değeri denir. x in mutlak değeri $|x|$ şeklinde gösterilir.

Negatif Tam Sayılar : $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1\}$ kümesine negatif tam sayılar kümesi denir.

Nokta: Boyutsuzdur. Tanımsızdır. İzdir. Belirtidir.

Ondalık kesirler: Paydası 10 un kuvvetleri olan (10,

100, 1000, ...) kesirlere ondalık kesirler denir. Örnek: 17,615

Oran: a ve b reel sayılarının en az biri sıfırdan farklı olmak şartıyla a / b ye, a nın b ye oranı denir.

Özalt küme: Bir kümenin, kendisi dışındaki bütün alt kümelerine, bu kümenin özalt kümeleri denir.

Özalt küme sayısı: Kümenin eleman sayısını n ile gösterirsek, özalt küme sayısı $= 2^n - 1$ dir. Boş kümenin özalt kümesi yoktur.

Paralel kenar: Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgene paralelkenar denir. Yamuğun bütün özelliklerini taşır. Karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşittir. Karşılıklı açılarının ölçüleri eşittir. Ardışık iki açının ölçüleri toplamı 180° dir. Köşegenler birbirini ortalar. Paralel kenarın alanı bir kenarı ile bu kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

Permütasyon: Bir küme elemanlarının belli bir sıraya göre dizilişlerinin her birine “bir permütasyon” denir.

Pisagor bağıntısı: Bir dik üçgende dik kenarlarının kareleri toplamı hipotenüsün karesine eşittir.

Pozitif Doğal Sayılar: Bakınız: Sayma sayıları.

Pozitif Tam Sayılar : $Z = \{1, 2, 3, \dots\}$ kümesine pozitif tam sayılar kümesi denir.

Rakam: Sayıları ifade etmeye yarayan sembollere denir.

Rasyonel Sayılar: a, b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere; a / b şeklinde yazılabilen sayılara rasyonel sayılar denir. Rasyonel sayılar kümesi Q ile gösterilir.

Reel (Gerçel) Sayılar: Rasyonel sayılar ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşimi olan kümeye denir. Reel sayılar kümesi: $R = Q \cup Q^c$ şeklinde ifade edilebilir.

Sapma: Bir dizinin terimlerinin her biri ile aritmetik ortalamadaki farka sapma denir. Fark negatif ise negatif sapma, fark pozitif ise pozitif sapma olur.

Sayı: Rakamların birçokluk belirtecek şekilde bir araya getirilmesiyle oluşturulan ifadelere denir.

Sayı değeri: Sayıda, rakamların bulunduğu basamak düşünülmeden, her rakamın ifade ettiği sayıya o rakamın sayı değeri denir. Örnek: 1048 sayısındaki 4 rakamının sayı değeri 4'tür.

Sayma Sayıları: $N^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ kümesine sayma sayıları kümesi veya pozitif doğal sayılar kümesi denir.

Tam aç: Ölçüsü 360° olan açıdır.

Tam Sayılar: $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesine tam sayılar kümesi denir.

Tam sayılı kesir: Sıfır hariç bir tam sayı ve basit kesir ile birlikte yazılan kesir sayılarına tam sayılı kesir denir.

Örnek : -3, $\frac{1}{5}$, $5\frac{8}{15}$

Teğet: Çemberle bir noktası ortak olan doğrulara teğet denir. Bir çemberde teğet, değme noktasından geçen yarıçapa diktir.

Tek sayı: $2n - 1$ genel ifadesiyle belirtilen tam sayılardır. Diğer bir ifade ile 2 ile bölündüğünde kalanı 1 olan tam sayılara tek sayı denir. Tek sayılar kümesi : $T = \{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$ şeklinde gösterilir.

Ters açılar: Kesişen iki doğrunun oluşturduğu dört açıdan herhangi ikisine birbirine komşu olmayan açılar (ters açılar) denir. Ters açılar birbirine eşittir. Komşu iki ter açının toplamı 180° dir.

Ters orantı: Orantılı iki ifadeden biri artarken diğeri azalıyor, biri azalırken diğeri artıyorsa bu iki ifade ters orantılıdır.

Tümler açılar: Ölçüleri toplamı 90° olan komşu açılara tümler açılar denir.

Üçgen: A, B, C; üçü birden doğrusal olmayan üç farklı nokta olmak üzere, [AB], [AC] ve [BC] doğru parçalarının birleşimine ABC üçgeni denir.

Üçgenin alanı: Herhangi bir üçgenin alanı, tabanı olarak alınan bir kenarın uzunluğu ile bu tabana ait yükseklik uzunluğu çarpımının yarısına eşittir.

Üs: a bir reel sayı, n bir pozitif tam sayı olmak üzere; n tane a sayısının çarpımı a^n dir. a^n ifadesindeki a ya taban, n ye kuvvet (üs) denir.

Vektör: Doğrultuları, yönleri ve boyları aynı olan yönlü doğru parçalarının kümesine, düzlemde bir vektör denir.

Yamuk: Yalnız iki kenarı paralel olan dörtgene yamuk denir. Paralel kenarlarla bir yan kenarın oluşturduğu iki açının toplamı 180° dir.

Yarı doğru: Bakınız: Işın. A

Kaynaklar

- “Harzemli, Bilime İki Temel Kuram Veren Türk Kökenli Matematikçi Harzemli (Al-Harezmi, Al-Khowarizmi)”, Matematik Derneği, 17 Aralık 2011 tarihinde erişildi.

- A. Hooper, *Maykers of Mathemetics*, NY. Dower Pub., 1948.

- A. Sayılı, *Al-Khwarazmi's Algebra*, Pakistan Hijra Council, İslamabad, 1989.

- A.F. Aveni, *Empires of Time: Calendars, Clocks and Cultures*, New York, Basic Books, 1993.

- A.S. Saidan, *The Algbra and Arithmetic of Mohammad İbn Musa*, Ankara, Atatürk Kültür Merkezi, 1985.

- Adil Enbubâ, *İhyâ el-Cebr -Dersun li Kitab el-Harezmi fi el-Cebr ve el-Mukabele*, Beyrut, 1955.

- Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlm el-Cebr el-Arabî*, C. I, Kuveyt, 1986, s. 17-24.

- B.B. Hughes, *Chester's Latin Translation of Al-Khwarizmi's Al-Jabr*, Stuttgart, Franz Steiner Verlag, 1989.

- C. Brockelmann, *Geschichte der Arabischen Litteratur*, I-II, Leiden, 1943-1949, s. 240-241.

- David A. King, “A Medieval Arabic Report on Algebra al-Khwârizmî”, *Al-Masâq, Studia Arabo-İslamica Mediterranea*, C. I, Leeds 1988, s. 25-32.

- E. Kâhya, “Hindistan’da Bir Gözlemevi: Jantar Mantar”, *Bilim ve Ütopya*, S. 131, 2005, s. 54-57.

- El-Taberî, *Tarih el-Rusul ve el-Mulûk*, tahkik: Muhammed Ebu’l-Fadl İbrahim, C. III, Kahire 1960-1968.

- F. Rosen, *Algebra of Muhammad Ben Musa*, Londra, Oriental Translations Fund., 1831.

- Fuat Sezgin, *Geschichte Des Arabischen Schrifttums*, C. V, Leiden 1974.

- G. Toomer "Al-Khwârizmî", Dictionary of Scientific Biography, New York 1970-1978, C. VII, s. 357-358, 358-365.

- G.R. Kaye, The Astronomical Observatories of Jai Singh, Archaeological Survey of India, New Imperial Series, 1973. (<http://www.jantarantar.org/>)

- H. Dilgan, Muhammed İbni Musa El_Harezmi, İTÜ Yayınları, 1957.

- H. Evens, An Introduction to History of Mathematics, NY., Holt Rinerhart and Wiston Inc., 1969.

- H. Suter, Die Mathematiker, Leipzig, 1900.

- H.M. Said, Peronalities Nobles Scientists and Thinkers of Muslim Era, Karachi, Hardard Foundation, 1983.

- Hamid Dilgan, Muhammed İbni Musa el-Harezmi, İstanbul, 1957.

- Harezmi, Kitab el-Cebr ve el-Mukabele, Neşr. Ali Mustafa Meşrefe ve Muhammed Mersa Ahmed, Kahire, 1939.

- İbn el-Kifti, Kitab İhbar el-Ulema bi Ahbar el-Hukema, Kahire, 1326.

- İbn el-Nedim, el-Fihrist, Neşr: Nahid Abbas Osman, Davha, 1985.

- İhsan Fazlıoğlu, "Cebir", Diyanet İslam Ansiklopedisi, C. VII, İstanbul, 1993, s. 195-201.

- İhsan Fazlıoğlu, "Harezmi", Diyanet Vakfı İslâm Ansiklopedisi, C. XVI, İstanbul, 1997.

- J. Hoyrop, Algeraic Traditions Behind İbn Türk and Al-Khowarizmi, Roskilde, Roskilde Universitet, 1985.

- Jan P. Hogendijk, "Al-Khwarizmi", Pythagoras, 1998.

- Jeffrey A. Oaks, "Was al-Khwarizmi an applied algebraist?", University of Indianapolis. Retrieved on 2008-05-30.

- Kadı Said el-Endelusi, Tabakat el-Umem, tahkik: Hayate Bu-Alvan, Beyrut, 1985.

- Kadri Hafız Tukan, Turas el-Arabi fi el-Riyadiyyat ve el-Felek, III. baskı, Nablus, 1963.

- Kâtip Çelebi, Keşf el-Zunûn, C. I.

- L. Göker, Matematik Tarihi ve Türk-İslam Matematikçile-

Sıfır Rakamını Bulan Deha

rinin Yeri, Düşünce Eserleri Dizisi, Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları, 1997.

- L.C. Karpinski, Robert Chester's Latin Translation of The Algebra of Al-Khowarizmi, 1915.

- N.K. Ayyubi, Contribution of Khwarizmi to Mathematics and Geography, Ataürk Kültür Merkezi, 1985.

- N.K. Kılan Cebrin Babası Harezmi, Populer Bilim Dergisi, S. 30, Ankara, 1996.

- N.K. Kılan, "Sayılar? Kim Geliştirdi? Kim Tanıttı", Popüler Bilim Dergisi, S. 43, Ankara, 1997.

- N.K. Kılan, Bilgisayar Programlamasının Kökeni, TBD 8. Ulusal Bilişim Kurultayı, Bildiri, Ankara, 1990.

- N.K. Kılan, Bilime İki Temel Kuram Veren Türk Kökenli Matematikçi, Matematikçiler Dergisi, S. 5, 1999.

- N.K. Kılan, Contribution of Al-Khowarizmi to Computer Science, 5th Kharazmi Science Festival, 1992.

- Ömer Akın, Melek Dosay, Beş Büyük Cebir Bilgini, İstanbul, 1994.

- R. Morelon, "General Survey of Arabic Astronomy", Encyclopedia of the History of Arabic Science, 1, Astronomy – Theoretical and Applied, Ed. Roshdi Rashed, 1996.

- Rüşdi Raşid, Tarih el-Riyadiyyât el-Arabiyye Beynel el-Cebr ve el-Hisâb, Çev. Hüseyin Zeynuddin, Beyrut, 1989.

- S.B. Ashri, Delhi's Jantar Mantar (Observatory), New Delhi, Shalini Publication, 2004.

- Salih Zeki, Asar el-Bakiye, C. II, İstanbul, 1329.

- Supplementband, I-III, Leiden, 1937-1942; s. 381-382.

- Şemseddin Sami, Kamus-ı Alam, C. VI, s. 4894.

- The Fihrist of al-Nadim, Çev. Bayard Dodge, New York, 1970.

- www.biltek.tubitak.gov.tr/bilgipaket/biliminsanlari/caginasanlar/S-280-49.pdf.

- www.dergiler.ankara.edu.tr/dergiler/34/971/11952.pdf.

- www.muslimheritage.com/topics/default.cfm?articleID=631.