

Keyifli Okumalar Dileriz

Binlerce kategoride milyonlarca PDF e-kitap, ders kitapları, dergiler ve romanlara platformumuz üzerinden ücretsiz ulaşabilirsiniz.

RESMİ WEB SİTEMİZ

<https://rantey.org>

Yedek ve Duyuru Kanallarımız

Sitemize erişim engeli gelmesi veya adres değişikliği durumunda aşağıdaki kanallardan güncel giriş adresine erişebilirsiniz:

- Telegram: <https://t.me/birkitapbir>
- WhatsApp Kanalımız : <https://whatsapp.com/channel/0029VbDHv8uE50Us4lvMoc0Y>

100 SORUDA

MANTIK EL KİTABI

PROF. DR.
CEMAL YILDIRIM

GERÇEK  YAYINEVİ

**Birinci Baskı
Ocak 1976**

**Kapak: Said Maden
Kapak Baskısı Reyofset**

**Dizgi Özdem Kardeşler Matbaası
Baskı Divan Matbaası**

100 SORUDA

ÖNSÖZ

Bu kitabın başlıca amacı mantıksal düşünmeyi tanıtmak, özellikle, «akıl yürütme» dediğimiz düşünme türünü geçerlik yönünden değerlendirmeye ilişkin yöntemleri açıklamaktır. İlk bakışta oldukça soyut ve teknik nitelikte görünen mantık, aslında günlük tartışma ve yargılarımızla yakından ilgilidir. Konuyu gereksiz teknik ayrıntılarından sıyrarak genel entellektüel ilgiye hitap edecek biçimiyle vermeğe çalıştım. Kitap bu özelliği ile öğrencilerimiz için de aranılan bir kaynak olabilir.

Kitabı yazarken önemle gözönünde tuttuğum iki noktayı burada belirtmek yerinde olur :

(1) Mantığı konusu, hatta yöntemi yönünden bir bütün olarak ele aldım. Kanımca, biri «geleneksel» öbürü «sembolik» veya «matematiksel» olmak üzere temelde ayrı iki mantık yoktur. Modern mantığa, geleneksel mantığın konu yönünden bir uzantısı, yöntem yönünden ileri bir aşaması gözüyle bakılabilir.

(2) Mantığı çok kere yapıldığı gibi sadece bir yığın kural veya çıkarım tekniği, bir semboller örgüsü biçiminde değil, ispat kavramı çevresinde oluşan belli bir düşünme ve denetleme yöntemi olarak sunmaya çalıştım.

Gerçekten, ders kitapları çoğunluk mantığı olup bitmiş birtakım sonuçların, anlamı belirsiz kuralla-

rın bir kataloğu biçiminde verirler. Oysa mantık tarihsel gelişimi, bir yandan bilim ve matematikle, öte yandan günlük düşünmeyle ilişkisi içinde ele alındığında bir canlılık kazanmakta, düşün ortamında somut yerini bulmaktadır. Kitabın bu canlılığa erişmesi için elden gelen hiç bir çaba esirgenmemiştir. Amacım okuyucuya temel ilke ve kavramlar üzerinde derinlemesine bir anlayış kazandırmak olmuştur.

Öte yandan, teknik nitelik taşıyan birtakım temel bilgileri, ilk bakışta yadırgamadan kurtulamadığımız sembolik formülleri tümüyle bir yana itmek olanaksızdır. Aslında buna gerek de yoktur. Konuya ilgi duyan okuyucu, çok az bir çaba ile, başlangıçtaki yadırgamayı yenmekte, sembollerin düşünmeye umulmadık bir güç ve etkinlik sağladığını görmekte gecikmiyecektir. Bununla beraber, sembollerle «başlı hoş» olmayan okuyucu, VI., VII. ve VIII. Bölümleri okumadan geçmek isterse, geriye kalan bölümleri anlamakta fazla bir güçlüğe uğramaz.

Başvurduğum kaynaklar arasında en büyük yeri, O.D.T.Ü.'nde ders kitabı olarak kullandığım LOGIC: The Study of Deductive Reasoning, adlı kitabımın tuttuğunu belirtmeliyim. Yararlandığım diğer kaynaklar dipnotlarda gösterilmiştir. Bibliyografya'da mantık alanında kalbur-üstü bilinen bazı kitapların bir listesini vermekle yetindim.

Kitapta yer alan Venn Diyagramlarını ince bir dikkat ve titizlikle çizen eski öğrencim Mimar Mehmet Borcaklı'ya teşekkür borcumu dile getirmeği zevkli bir görev saymaktayım.

Ankara, Ekim 1975.

Cemal Yıldırım

I. BÖLÜM

MANTIĞIN KONU VE METODU

Soru 1: Mantık nedir?

«Mantık» sözü* hiç değilse iki farklı anlamda kullanılmaktadır. İlkin, «mantık» deyince matematik, psikoloji veya fizik gibi okullarda okutulan bir konu, bir bilgi alanı akla gelir. İkinci anlamda «mantık», akıl-yürütme, usavurma, ya da yargılama diye belirliyebileceğimiz bir tür düşünme demektir. Örneğin,

Programa mantık konu mu?

sorusunda «mantık» sözü birinci anlamda,

Dediklerinde ne akıl, ne mantık var.

cümlesinde «mantık» sözü ikinci anlamda kullanılmıştır. Demek oluyor ki, bir konu veya dersin adı olan mantık, aynı zamanda belli bir düşünme biçimini de dile getirmektedir.

Bir bilgi alanı olarak mantığın konusu mantıksal dü-

* Batı dillerinde «logic» kelimesi, eski Yunancada söz veya akıl anlamına gelen «logos» dan, Arapça bir kelime olan «mantık» da gene demeç veya konuşma karşılığı olan «nutuk» tan türetilmiştir.

şünmedir. Bu nedendir ki, mantığı «doğru düşünme kurallarının bilgisi» diye tanımlamak yanlış olmaz. Şüphesiz mantığı başka terimlerle de nitelemek mümkündür. Nitekim çeşitli kaynaklarda, «akıl-yürütme bilimi,» «kanıtlama veya kanıt tartma bilgisi,» «sonuç ispatlama bilimi» gibi tanımlara da raslamaktayız. Önemli olan şu ya da bu tanımla doğru kabul edip benimsemekten çok, mantığa konu olan düşünme biçimini açıklığa kavuşturmak, mantıksal yaklaşımın özelliklerini belirtmektir.

İmdi düşünme üstü-örtük bir davranıştır ve tüm kişiliğimize bağlı bir etkinliktir. Mantığa konu olan akıl-yürütme yanında algılama, hayal kurma, tasarlama, hatırlama, problem çözme gibi çok kere mantıksal hiç bir kurala bağlı görünmeyen düşünme çeşitleri de vardır. Doğruluğu ya da geçerliği belli kurallara göre değerlendirilemeyen tüm düşünce biçimleri mantığın ilgi ve inceleme alanı dışında kalır. Bu gibi konular psikolojinin inceleme alanına girer. Ne var ki, psikoloji ile mantık arasında konu yönünden kesin bir işbölümü olduğu kolayca söylenemez. Çünkü psikoloji hiç bir ayırım yapmaksızın tüm zihinsel etkinlikleri, bu arada mantığa konu olan akıl-yürütmeyi de kapsamaktadır. Bu nedenle, mantık konusu yönünden psikolojinin bir alt-bölümü sayılabilir. İki disiplin arasındaki temel farkı konuda değil yaklaşımda bulmaktayız. Psikoloji ampirik bir bilim olarak gözlem veya deney yoluyla saptadığı olguları betimleme ve açıklama amacı güder. Bunları iyi ya da kötü, geçerli ya da geçersiz diye bir değerlendirmeye tabi tutmaz. Psikoloji için doğru ya da yanlış düşünme yoktur; düşünme olgusu vardır. Düşünmenin değişik koşullar altında nasıl oluştuğu, hangi koşullar altında etkinlik kazandığı inceleme konusudur. Oysa mantık, düşünmenin yalnız bir türü, akıl-yürütme türü ile ilgilidir; akıl-yürütmeyi, üstelik, bir olgu olarak ne betimleme, ne de açıklama yoluna gider;

sadece akıl-yürütme biçimlerini tanıtlama, bunlardan hangilerinin geçerli, hangilerinin geçersiz olduğunu kesinlikle ayırdetmeğe yarayan ölçüt veya kuralları saptamaya çalışır. Başka bir deyişle, mantık için düşünme olgusal nitelikte bir gözlem konusu değil, önceden konmuş birtakım ölçüt veya kurallara uyup uymaması yönünden eleştiri veya değerlendirme konusudur. İlerde daha ayrıntılı olarak belirteceğimiz bu fark önemlidir: Kepler'den bu yana gezegenlerin yörüngelerinin elips biçiminde olduğu bilinmektedir. Ne Kepler ne de onu izleyen hiç bir astronom bunun doğru olmadığını, gezegenlerin elips değil, daha «mükemmel» bir şekil olan çember çizmeleri gerektiğini söyleyemez. Söylerse ona artık bir bilim adamı gözüyle bakılmaz. Psikolog da bir astronom gibi davranır; inceleme konusu olguyu nesnel (objektif) yollardan inceleyen herhangi bir değer yargısı kullanmaz. Amacı değerlendirmek değil, anlamak ve açıklamaktır. Mantıkçı ise verilen bir yargı veya akıl-yürütmenin biçimine ve bu biçimin geçerlik kurallarına uyup uymadığına bakar; gerisi onu ilgilendirmez.

Soru 2: «Akıl-yürütme» den ne anlıyoruz?

Mantık, düşünme veya akıl-yürütmede geçerlik arar, dedik; ancak «akıl-yürütme» sözünden ne anlıyoruz?

Kısaca demek gerekirse, bir şeyin doğruluğunu başka bir veya daha fazla şeye dayanarak ileri sürme bir akıl-yürütmedir. Örneğin,

- (1) Ahmet doğruyu söylemez, çünkü o bir politikacıdır.

Burada Ahmet'in bir yalancı olduğu, politikacı kimliğine dayanılarak ileri sürülmektedir. Oysa, ne

(2) Ahmet doğruyu söylemez.

ne de

(3) Ahmet bir politikacıdır.

bir akıl-yürütme değildir; her iki cümle de tek başına birer iddia (doğru veya yanlış) olmaktan ileri geçmemektedir. Ancak (1)'de olduğu gibi ikincisi birincisine bir dayanak olarak gösterildiğinde akıl-yürütmeye bir örnek teşkil edebilir.

Akıl-yürütme bir düşünme türü olarak zihinsel bir olgudur. Birçok durumlarda sadece zihinden geçmekle kalır. Şu anda pencereden yaprakların kıpırdadığını görüyor, bundan havanın esintili olduğu sonucuna gidiyorum. Gene, bahçede bağlı köpeğimin havladığını duyuyor, bundan bir yabancıнын yaklaştığını düşünüyorum. Bunlar birer akıl-yürütmedir; ne var ki zihnimde geçen bu düşünceleri dile getirmedikçe mantıksal eleştiriye konu yapmak olanaksızdır. Herhangi bir akıl-yürütmenin mantıksal geçerliğini saptamak için onun her şeyden önce bir dil aracılığıyla dışa vurulmuş olması, bir «argüman» biçimi kazanması gerekir.* Demek oluyor ki, mantık öznel nitelikte olan akıl-yürütmelerle değil bunların dilsel ifadesi olan nesnel nitelikte «argüman»larla uğraşır. Bir argüman için iki veya daha fazla cümleye ihtiyaç vardır; öyle ki, bunlardan birinin doğruluğu ötekisine veya ötekilerine dayanılarak ileri sürülmüş olsun. Şu klasik örneğe bakalım:

* Fransızca telâffuzu ile «argüman» diye yazdığımız «argument» teriminin ne yazık ki dilimizde hazır bir karşılığı yoktur. Türk Dil Kurumunun sözlüğünde «çıkarsama» önerilmekte. Bazı yazarlar da «çıkarım» demekte. Ancak çıkarsama veya çıkarım dedüktif türden argümanlar için uygun düşmekte ise de endüktif ve diğer akıl -yürütmeler için biraz aykırı düşmektedir. Bu sonunculara «çıkarım»dan çok «varım» demek daha yerinde olur, herhalde.

- (4) Tüm insanlar ölümlüdür.
Sokrat bir insandır.
O halde, Sokrat lmldr.

Bu argüman  önerme (doğru veya yanlış olan cümle)’den kurulmuştur. Bunlardan ilk ikisine «ncl» sonuncusuna «sonuç» denir. Sonuç doğruluğu ne sürülen önermeyi, öncüller de birlikte bu iddiaya dayanak veya kanıt sağlayan önermeleri temsil etmektedir. «O halde» ise öncüllerle sonucu birbirine bağlamaktadır.

Her argüman bir ispat amacı güder, sonucun doğru olduğunu ispat amacı. Bu amacın gerçekleşmesi iki temel koşulun yerine getirilmesine bağlıdır: (1) ncllerde yer alan önermelerin doğru olması, (2) ncllerin sonucu zorunlu kılması. Bu koşullardan ilki mantıkçının görev alanı dışındadır. Bir önermenin doğruluk değerini saptama mantıkçının değil, bilim adamının işidir. Mantıkçı ne herhangi bir kişinin, ne de tüm insanların gerçekten ölümlü olup olmadığını irdeleme işini üstlenmez; bu sorun hangi bilim dalına giriyorsa orada ele alınır. İkinci koşula gelince, bunun gerçekleşip gerçekleşmediğini irdelemek mantıkçının görevidir. Bu koşulun yerine gelmesi öncüllerin sonuç için yeterli olması ile mümkündür. Mantıkçı birtakım ölçüt veya kurallara başvurarak öncüllerin sonuç için yeterli olup olmadığını, başka bir deyişle öncülleri doğru kabul ettiğimizde sonucu da doğru kabul etmemizin zorunlu olup olmadığını saptar. (1) deki örneğimizde öncül sonuç için yeterli değildir. Ahmet’in politikacı olması yalancı olmasını zorunlu kılmamaktadır. Çelişkiye düşmeksizin birini kabul edip ötekini inkâr edebilirsiniz. Oysa, (4) deki örneğimizde sonuç öncüllerden mantıksal olarak çıkarılabilir niteliktedir. Sokrat bir insansa ve insanların tümü ölümlü ise, Sokrat’ın ölümsüz olması olanaksızdır. İlk iki önermeyi doğru kabul ettiğimizde n-

cü önermeyi (sonucu) de doğru kabul etmemiz mantıksal bir zorunluktur. Hem tüm insanların ölümlü, Sokrat'ın da bir insan olduğunu söyleyelim, hem de Sokrat'ın ölümsüz olduğunu ileri sürelim, işte buna olanak yoktur. Böyle davranırsak düpedüz çelişkiye düşmüş oluruz. Oysa mantıkçılar çelişkiden vebadan kaçır gibi kaçırılır. Biri organizmanın sağlığı için ne denli tehlikeli ise, ötekisi de zihin sağlığımız için o denli tehlikelidir. Tutarlılık, mantıksal düşünmenin de ötesinde, deyim yerinde ise, kafa ah-lâkının bir gereğidir.

Soru 3: Günlük dildeki argümanları nasıl belirginleştiririz?

Günlük dildeki argümanlar çok kere yeterince belirtik değildir; ya tek tek cümlelerde ya da uzunca paragraflarda gömülüdür. Bunları belirtik hale getirmek için mantıksal çözümlemeye başvurmak gerekir.

Bir argümanda önce öncüllerin, sonra sonucun ileri sürülmesi mantık öğretiminde benimsenen düzgün bir biçim olup, herhangi bir zorunluğa dayanmamaktadır. Nitekim günlük konuşma ve tartışmalarda çok kere tam tersine bir sıranın yer aldığını görmekteyiz. Örneğin,

- (5) Şu tüpteki sıvı asit olmalı,
 çünkü mavi turnusol kâğıdını
 kırmızıya dönüştürmektedir.

Bir akıl-yürütmeyi dile getiren bu cümle iki cümlenin birleşmesiyle kurulmuştur: (a) Şu tüpteki sıvı asittir, (b) Şu tüpteki sıvı mavi turnusol kâğıdını kırmızıya dönüştürmektedir. İlk cümle argümanın sonucunu, ikinci cümle sonuca destek ya da kanıt sağlama amacı güden öncülü teşkil

etmektedir. İkinci cümleinin bu görevi «çünkü» kelimesiyle işaretlenmiştir. Aynı argümanı daha belirgin olarak şöyle ifade edebiliriz :

- (6) Şu tüpteki sıvı mavi turnusol kâğıdını kırmızıya dönüştürmektedir, o halde, bu sıvı asittir.

Burada «O halde» cümleyi ikiye bölmekte, önce gelen bölümün öncül, sonra gelen bölümün sonuç olduğunu göstermektedir.

«O halde», «çünkü», «öyle ise» gibi sözler, içinde geçtikleri cümle veya cümle gruplarında bir akıl-yürütmeyi işaretlerler. «O halde», «Öyle ise» ve «demek ki» gibi sözler sonucu; «çünkü» ise öncül veya öncülleri sunmaktadır.

Akıl-yürütmelerin (5) ve (6)'da olduğu gibi bileşik bir cümlede ifadesi çok kere yanlış yorumlara yol açtığından, mantık öğretiminde biçimi daha belirgin kılmak için öncül ve sonuç bir çizgiyle ayrılır; öncül çizginin üstünde, sonuç altında yer alır:

- (7) Şu tüpteki sıvı mavi turnusolu kırmızıya dönüştürmektedir.

O halde, bu sıvı asittir.

Günlük dilde kulağa pek hoş gelmeyen veya aykırı kaçan böyle bir ifade, mantık yönünden istenilen açıklık ve kesinliği sağlayan düzgün biçimi vermektedir. Mantıkça düzgün biçimi kullanmanın yararını göstermesi bakımından şu iki örneği ele alalım:

- (8) Mevsim kışsa, hava soğuktur.

- (9) Mevsim kış olduğundan hava soğuktur.

İlk bakışta aynı şeyi dile getirir görünen bu iki cümle temelde ayrılmaktadır. Örnek (8)'deki cümle bir argüman değildir; herhangi bir akıl-yürütme ifade etmemekte, sadece koşulsal biçimde bir önermedir. Bu cümleyi Örnek (7)'deki biçimde ifade etme olanağı yoktur.* Oysa Örnek (9)'daki cümle önerme biçiminde bir argüman'dır. «Mevsimin kış olduğu» gerçeği «havanın soğuk olduğu» iddiasını kanıtlama amacı gütmektedir. Nitekim bu cümleyi, «Hava soğuktur, çünkü mevsim kıştır» diye çevirdiğimizde argüman daha belirginleşmekte ve aşağıda görüldüğü gibi Örnek (7)'deki kalıba kolayca dökülebilmektedir:

(10) Mevsim kıştır.

O halde, hava soğuktur.

Günlük dilde akıl-yürütmeler her zaman bu örneklerde görüldüğü kadar basit değildir. Aşağıda verilen metin oldukça karmaşık bir düşünmeyi örneklemektedir:

«Evrenimizin büyük bir mühendislik zekâsı, yani Tanrı tarafından desenlenip gerçekleştirildiğini kesin matematiksel kanunlarla ispatlayabiliriz.

«Bir an cebinize birden ona kadar numaraladığınız on tane yirmibeş kuruşluk madenî para koyduğunuzu ve iyice karıştırdığınızı düşünün. Şimdi bunları birer birer çekin ve her çekişinizde yerine koyup cebinizi gene iyice karıştırın. Matematiksel olarak biliyoruz ki, ilk çekilişte 1 rakamı ile işaretli paranın çıkma olasılığı $1/10$ 'dir; 1 ve 2 rakamlı paraların ardarda çıkma olasılığı $1/100$; 1, 2, ve 3

* İleride koşullu bileşik önerme biçimi ile argüman kalıbı arasındaki ilişkiye değindiğimizde bu yargımızı değiştirmek gerekecektir. Bkz. Soru 58.

rakamlı paraların aynı sıra içinde çıkma olasılığı 1/1000'dir. Birden ona kadar rakamlı paraların aynı sıra içinde çıkma olasılığı on milyarda 1 gibi inanılması güç bir dereceye düşer.

«Aynı şekilde, hayatın gezegenimiz üzerinde ortaya çıkması o kadar çok koşulun bir araya gelmesine bağlıdır ki, bunun şans veya rastlantı ile oluşabileceğini söylemeye hemen hemen olanak yoktur. Dünya, eksenini etrafında 1000 mil hızla dönmektedir. Bu dönüş saatte 100 mil hızla olsaydı, gündüz ve gecelerimiz şimdikinden 10 kat daha uzun olur, gündüzleri güneş tüm bitkileri kavururken, geceleri geriye kalan her şey, soğuktan donup kalırdı. Öte yandan, hayatın kaynağı güneşin yüzeyindeki sıcaklığın 5000 °C'den daha yüksek olduğu gözönünde tutulursa, bu «cehennemî ateş»in dünyadan blzi yeterince ısıtacak fakat yakmıyacak bir uzaklıkta olduğu görülür. Güneşten şimdiki ışınımının ancak yarısını alsaydık, bir anda donmaktan, iki katı kadar alsaydık bir anda kavrulmaktan kurtulamazdık.

«Dünyanın yörünge düzlemi ile ekvator arasındaki 23 derecelik açı bize mevsimlerimizi vermektedir. Eğer bu eğiklik olmasaydı, okyanuslardan yükselen buharlar güney ve kuzeyde buz kıtaları meydana getirirdi. Gene, ay dünyamıza şimdiki uzaklıkta değil de 50.000 mil uzaklıkta olsaydı okyanuslardaki gel-gitler öylesine büyük olurdu ki, tüm kıtalar günde iki kere su altında kalır, erozyon dağları bile silip götürürdü. Arzın kabuğu, çok değil, 3 - 4 metre daha kalın olsaydı, oksijen olmayacak, oksijensiz de hayvan yaşamına olanak kalmayacaktı. Okyanuslar birkaç kadem daha derin olsaydı, havadaki karbon dioksit ve oksijen tümüyle yutulacak, bitki hayatı diye bir şey olmayacaktı.

«Bu ve benzer daha bir sürü örneklerden görülüyor

ki, hayatın gezegenimiz üzerinde şans veya rastlantı sonucu oluştuğuna milyarda 1 bile olanak yoktur.»*

Bu uzunca metin bir tek sonucu, Tanrı'nın var olduğu sonucunu, ispatlamaya çalışmaktadır. Argümanı kısaca şöyle dile getirebiliriz :

Eğer yüce bir zekâ, Tanrı, olmasaydı, evren böyle mükemmel bir düzende olmayacaktı.
Oysa evren mükemmel bir düzen içindedir.

O halde, yüce bir zekâ, Tanrı, vardır.

İlerde göreceğimiz üzere örneğimizi döktüğümüz bu kalıp mantıksal yönden geçerlidir. Fakat mantıksal geçerlik, sonucu doğru kabul etmemiz için yeterli değildir; ayrıca öncüllerin doğru olması gerekir.

Soru 4: Mantıksal geçerlik ne demektir?

Bir argümanda öncüller doğru ve sonuç için yeterli ise, sonucun yanlış olması olanaksızdır. O halde sonucun doğruluğunun **ispatı** hem tüm öncüllerin doğru olmasını, hem de öncüllerin sonucu zorunlu kılmasını gerektirir. Ancak öncüllerin doğruluğunun saptanması mantıksal sorun olmadığından ne zaman tam bir ispata ulaştığımız kesinlikle bilinemez. Mantıkçı öncülleri «doğru saymak»la işe başlar. Onu asıl ilgilendiren, bunları doğru saydığına göre daha neyi doğru saymasıdır. Doğru sayılan şey veya şeyler yanlış da olabilir. Fillerin uçtuğunu, önümüzdeki kitabın da fil olduğunu kabul ediyorsam, kitabın uçtuğu-

* A Cressy Morrison, «Bir bilginin Tanrıya inancının yedi nedeni,» Reader's Digest, Aralık 1956.

nu da kabul etmek zorundayım. Bu zorunluk sadece argümanın mantıksal yönden geçerli olduğunu gösterir; yoksa sonucun doğruluğunun ispatını değil. Argümanın geçerli olması sonucun ispatı için gerekli fakat yeterli değildir. Öncüllerin doğru olması gereği de vardır.

Görülüyor ki, bir argümanın geçerliği ile argümanı teşkil eden önermelerin doğruluk değeri arasında bir ilişki yoktur. Geçerlik bu önermelerin argümandaki ilişkilerinin bir özelliğidir. Eğer sonucun öncüllere olan ilişkisi, öncülleri doğru saydığımızda sonucu da doğru saymamızı zorunlu kılıcı nitelikte ise, argüman geçerli demektir. Argümanın geçerli olması ne öncüllerin, ne de sonucun doğru olduğunu gösterir; sadece argümanın geçerli bir çıkarım biçimine bağlı olduğunu gösterir.

Doğruluk ile geçerlik arasındaki ilişkiyi (ya da ilişkisizliği) daha fazla açıklığa kavuşturmak için şu üç noktayı belirtmek yerinde olur :

- a. Verilen bir argümanın geçerli ve öncüllerinin doğru olduğunu biliyorsak, sonucun doğru olduğunu kesinlikle söyleyebiliriz.
- b. Verilen bir argüman geçerli ve çıkarılan sonuç yanlışsa, öncüllerden hiç değilse birinin yanlış olduğunu kesinlikle söyleyebiliriz.
- c. Verilen bir argümanda tüm öncüllerin doğru, sonucun ise yanlış olduğunu biliyorsak, argümanın geçersiz olduğunu kesinlikle söyleyebiliriz.

Her üç halde de dayandığımız temel ilke, doğru öncüllerden yanlış bir sonucun geçerli olarak çıkarılamayacağıdır. Bu, şüphesiz, yanlış öncüllerden doğru veya yanlış bir sonucun geçerli olarak çıkarılamayacağı anlamına gelmez.

Ancak önermelerin doğruluk değerini saptama man-

tıkçıya düşmediğine göre, onun görevi argümanların geçerli olup olmadığını saptamakla sınırlı demektir. O bir takım çıkarım kurallarına başvurarak geçerli argümanları geçersiz olanlardan ayırdetmeğe çalışır.

Şüphesiz mantıkçı tüm argümanları tek tek testetme yoluna gitmez. Buna ne olanak vardır, ne de gerek. Geçerlik biçime bağlı bir özellik olduğuna göre, somut argümanlar yerine bunlara örnek teşkil eden çıkarım kalıplarına bakmak yeter. Bu kalıplar sayı yönünden sınırlı, biçim yönünden ise geneldir. Hem bu noktayı, hem de mantıksal geçerliğin içeriğe değil biçime bağlı olduğunu göstermek için (4)'teki argümanı salt biçim olarak vereyim:

(11) Tüm A'lar B'dir.
 X bir A'dır.

O halde, X bir B'dir.

Burada A, B ve X birer değişkendir; neleri adlandırdıkları belli değildir. Fakat öncüller gene sonucu zorunlu kılmakta, çıkarım geçerliğini sürdürmektedir. A, B ve X sembolleri neyi temsil ederlerse etsinler, eğer X bir A ise, ve A olan her şey aynı zamanda B ise, X'in B olması kaçınılmaz bir zorunluktur. Bu biçim geneldir, uygulandığı konu veya bilgi alanı ne olursa olsun geçerliğini sürdürür.

İmdi (11)'deki örnek bir çıkarım kalıbıdır. Kalıp geçerli olduğundan, kalıba uyan tüm somut argümanlar da geçerlidir. (4)'teki gibi her somut örnek genel nitelikte olan (11)'deki biçimin özel bir halini teşkil eder. Nitekim aşağıdaki örnek (4)'teki argümandan içerik yönünden farklı olmakla beraber, (11)'deki kalıba uymakta, yani aynı biçimi paylaşmaktadır.

- (12) Tüm filler kanatlıdır
Fino bir fildir
-

O halde, Fino kanatlıdır.

Bu rnek, aynı zamanda, geçerliğin içerikten bağım-
sız olduğunu göstermektedir: gerek öncüller, gerek so-
nutaki önerme yanlış olduğu halde çıkarım (argüman)
geçerlidir. İşte bu nedenle mantık, her konuda sayısı son-
suza varan somut örneklerle değil, bu örneklerin özel
hal teşkil ettiği soyut ve genel nitelikteki biçim veya ka-
lıplarla ilgilenir.

şüphesiz çıkarım kalıplarının tümü geçerli değildir.
Örneğin, değişik bir biçimi olan şu çıkarımın

- (13) Yağmur yağıyorsa, hava bulutludur.
şimdi yağmur yağmıyor.
-

O halde, hava bulutlu değildir.

geçerli olmadığını biliyoruz, çünkü çıkarımın özel hal teş-
kil ettiği genel kalıp

- (14) X, A ise; y, B'dir
X, A değildir
-

O halde, y, B değildir.

geçerli değildir.*

Mantık bize, hangi çıkarım kalıplarının geçerli, han-
gilerinin geçersiz olduğunu etkin ve kesinlikle ayırdet-
memiz için, çıkarım kuralları denilen birtakım ölçütler

* Çıkarım kalıplarını testetmede kullanılan teknikleri ileride
belirteceğiz. Bkz. Soru 27, 29, 60 - 65.

sağlar ve bu kuralların uygulama tekniklerini öğretir. İşte bu nedenledir ki, daha önce, «doğru düşünme kurallarının bilgisi» diye tanımladığımız mantığı, «geçerli çıkarım biçim veya kalıplarının bilimi» diye nitelememiz belki daha doğru olur.

Soru 5: Tüm dedüktif argümanlar geçerli midir?

Geçerli argüman biçimlerini ayırdetme ve belirleme mantıkta başlıca çalışma konusudur. Ne var ki, mantıksal geçerlik akıl-yürütme türleri arasında yalnız dedüktif çıkarım türünde aranabilir. Mantıkçıların çoğunluk dedüktif çıkarım biçimleri ile uğraşmaları bundan olmalı. Oysa yalnız günlük düşünmede değil bilimsel argümanlarda da dedüktif olmayan akıl-yürütmelere yer verildiği inkâr edilemez. Bunlar arasında hiç şüphesiz üzerinde en çok durulanı endüktif akıl-yürütmedir.

Dedüktif argümanın başta gelen özelliği, öncüllerin sonucu kesinlikle doğruladığı iddiasını taşımasıdır. Bu iddianın gerçekleşmesi halinde argüman geçerlik kazanır; aksi halde argüman dedüktif nitelikte olmasına rağmen geçersiz kalır. Örneğin, şu argüman

- (15) Bertrand Russell ateistti. Tüm komünistler ateisttir. Öyle ise Bertrand Russell komünistti.

dedüktif türden olmakla beraber mantıksal geçerlikten yoksundur. Bir kişinin, komünistler gibi ateist olması onun komünist olduğu sonucunu vermez; nasıl ki bir kişinin, komünistler gibi, yemesi veya uyuması onu komünist saymamızı gerektirmez. Nitekim argümanda öncüller doğru olduğu halde sonuç yanlıştır.

Buna karşılık, (15)'teki örneğimizi aşağıdaki gibi değiştirdiğimizde,

- (16) Bertrand Russell ateistti. Tüm ateistler komünisttir. Öyle ise Bertrand Russell komünistti.

dedüktif türden geçerli bir argüman elde etmekteyiz. Gerçekten bu örnekte öncülleri doğru, sonucu yanlış saymak çelişkiye düşmek olur. Bir şeyin A gibi bir özelliği varsa, A özelliği olan her şeyin aynı zamanda B gibi bir özelliği varsa, o şeyin B özelliği olması kaçınılmazdır. Fakat bir şey başka birtakım şeylerle belli bir özelliği paylaşıyorsa, bundan o şeyin diğer şeylere ait başka bir özelliği de paylaştığı sonucu çıkmaz.

Demek oluyor ki, bir argümanın dedüktif olması onun mutlaka geçerli olduğu anlamına gelmez. Aynı şekilde bir argümanın geçerli olması onun sonucunu ispatladığı demek de değildir. Sonucun doğru olarak ispatlanması hem argümanın geçerli olmasını hem de öncüllerin doğru olmasını gerektirir. Nitekim örnek (16)'daki argüman geçerli olmasına rağmen sonucunu ispatlayamamıştır; zira öncüllerden biri («Tüm ateistler komünisttir») yanlıştır.

Soru 6 : Tüm geçerli argümanlar dedüktif midir?

Bir argümanın dedüktif olması geçerli olması için gerekli fakat yeterli değildir. Dedüktif olduğu halde geçerli olmayan argüman vardır; buna yukarıda bir örnek verdik. Ancak geçerli olduğu halde dedüktif olmayan argüman yoktur; bir argüman geçerli ise mutlaka dedüktif-

tir. Bu demektir ki, geçerli argümanlar dedüktif çıkarımların bir alt-grubunu teşkil ederler.

Ne var ki, akıl-yürütmelerimizin tümü dedüktif türden değildir ve bunların mantık ve matematik gibi ispatta yönelik alanlar dışındaki etkinliği görmezlikten gelinemez. Şu örnekleri inceleyelim :

1. Yerler ıslak, o halde yağmur yağmış olmalı.
2. Ali çok şişmanlayacak, çünkü durmadan yiyor.
3. Şimdiye kadar gördüğüm kuğuların hepsi beyazdı, öyle ise tüm kuğular beyazdır.
4. Mars da dünya gibi atmosferi olan bir gezegen, öyle ise orada da hayat vardır.

Bunların hepsi dedüktif olmayan türden akıl-yürütmeler. Birincisinde bir gözlemimiz (yerlerin ıslaklığı) bizi gözlem konusu olmayan başka bir olguya götürmekte. Yağmurun yağmış olduğunu düşünmekle yerlerin ıslaklığını açıklamış oluyoruz. Ne var ki, bu açıklama zorunlu değildir; yerler başka türlü de ıslatılmış olabilir. O halde yerlerin ıslaklığı, yağmurun yağmış olmasını düşünmemiz için bir neden, hem de çok kere doğru bir neden olmakla beraber, yeter bir neden değildir. Başka bir deyişle yerlerin ıslak olması yağmurun yağmış olduğuna yüksek bir olasılık sağlamakta fakat onu zorunlu kılmamaktadır. Nitekim düzgün argüman biçiminde söz konusu akıl-yürütmenin geçerli olmadığı görülmektedir

(17) Yerler ıslanmış

O halde, yağmur yağmış olmalı

Öncülden sonuca geçişte geçmiş yaşantımız bize kuvvetli dayanak vermekle beraber hiç bir mantıksal zorun-

luk yoktur. Argümanın geçerli olması için, genelleme niteliğinde şöyle bir öncüle daha dayanmamız gerekir: Yerler ıslaksa, yağmur yağmış olmalı. Ancak bu cümlenin öncüle eklenmesi ile argüman niteliğini değiştirmekte, dedüktif bir kimlik kazanmaktadır.

İkinci örnek birincisinden pek farklı değildir. Şu kadar ki, burada akıl-yürütmemiz bir gözlemimizi, gözlem dışı kalmış bir olguya giderek açıklamaya değil, bir gözleme dayanarak henüz olmamış bir olguyu beklemeye yönelik. Geçmiş yaşantı veya gözlemlerimizden çok yemlekle şişmanlama arasında bir ilişkinin var olduğunu biliyoruz. Şişman bir kimse bize «iyi beslenmiş» olduğunu düşündürebileceği gibi, çok yiyen bir kimsenin şişmanlayacağını da düşünebiliriz. Ancak bu ilişki gene olasılıktan öte bir kesinlik sağlamamaktadır. Ali'nin çok yemesine bakarak onun şişmanlayacağını bekleyebiliriz. Fakat çok yeme, şişmanlama için yeter bir neden olmadığından, beklediğimiz sonuç zorunlu değil, iki olgu arasındaki ilişkinin kuvvet derecesine göre olasıdır. Argüman burada da geçerli değildir :

(18) Ali durmadan yiyor

O halde, Ali çok şişmanlayacak

Üçüncü örnek endüktif akıl-yürütmenin, dördüncü örnek ise analogi (benzetme)'ye dayanan akıl-yürütmenin tipik örneklerini vermekte. Bunları ayrı ayrı ele alacağız.

Soru 7 : Endüktif akıl-yürütmenin özelliği nedir?

Dedüksiyon kelimenin tam anlamıyla bir çıkarım metodudur. Verilen bir ya da daha fazla öncülden bir

sonuç çıkarılır. Bu sonuç açık ya da üstü örtük öncüllerde vardır: öncülleri içerik yönünden ne aşmakta ne de onlara yeni bir şey katmaktadır. Dolayısıyla dedüksiyona bilgilerimizi artırıcı değil, fakat bilgi veya hipotezlerimizi tahlil edici bir metod gözüyle bakabiliriz. Sokrat bir insan ve tüm insanlar da ölümlü ise, Sokrat'ın ölümlü olduğu bu iki iddianın ilişkisinde var demektir. Dedüksiyonun görevi çok kere üstü örtük olan bu sonucu sadece açığa çıkarmaktan ibarettir.

Oysa endüksiyona bir çıkarım metodu değil bir varım metodu demek belki daha doğru olur. Varılan sonuç ister tümel ister tikel türden bir önerme olsun öncül, ya da öncüllerle, sınırlı kalmamakta onları aşan, onların dışında bir olgu veya bilgiye bizi götüren bir nitelik taşımaktadır. Şimdiye kadar gördüğüm kuğular tüm kuğuların ancak bir bölümünü, belki de çok küçük bir bölümünü teşkil eder. Onlarda gözlediğimiz bir özelliği tüm kuğulara genellediğimizde, öncüllerin sınırını aşmakta, mantıkça haklı olmayan yeni bir iddiaya gitmekteyiz. Örneğimizi düzgün argüman biçimine koyduğumuzda bu özellik daha belirginleşmektedir.

Gözlediğim birinci kuğu beyazdı.

»	ikinci	»	»	
»	üçüncü	»	»	Öncüller
»	dördüncü	»	»	

O halde, tüm kuğular beyazdır. Sonuç.

Görülüyor ki, sonuç, öncüllerde yer alan gözlemlere dayalı fakat kapsamı yönünden bunları aşan bir genelleme niteliğindedir. Dedüktif çıkarımın tersine, burada öncüller sonuç için bir dayanak sağlamakta fakat onu zorunlu kılmamaktadır. Sonuç, evrenin tümünü kapsamakta, oy-

sa öncüller birlikte ancak bu evrenin bir parçasından sözetmektedir. Bu parça evreni temsil ettiği ölçüde, başka bir deyişle iyi bir örneklem olduğu ölçüde, sonucun doğruluk olasılığı artar, fakat bu doğruluk hiç bir zaman kesinlik kazanmaz. Öncüllerdeki gözlem sayımızı ne denli artırırsak artıralım, sonuçtaki iddiaya yetecek kanıtı sağlamak olanaksızdır. Çünkü mevcut kuğuların tümünü gözleme güclüğü bir yana, geçmişteki ve gelecekteki kuğuların hepsini gözleme olanaksızlığından kurtulamayız. İster istemez gözlemlerimiz bir örneklem sınırı içinde kalacak, evrenin tümünü kapsama olanağı bulamayacaktır. Bu nedenle, öncüllerin tümü doğru olsa bile, sonucun doğru olduğu kesin olarak söylenemez.

Dedüktif bir çıkarım ya geçerli, ya da geçersizdir; geçerliğin derecesi yoktur. Oysa endüktif argümanda mantıksal geçerlik söz konusu değildir; öncüllerle sonuç arasındaki ilişki zayıf veya kuvvetli olabilir; öncüllerin doğruluğu sonucun doğruluğunu güvence altına almamakla beraber ona değişen derecelerde olasılık verir. İyi bir endüktif argüman, öncülleri teşkil eden örneklerin tüm evreni temsil edecek yeterlikte olmasını gerektirir. Bunu sağladığımız ölçüde endüksiyon, mantıksal geçerlikten yoksun olsa da, bilimsel yönden güvenilir bir metod olarak kabul edilebilir.

Soru 8 : Analojiye dayanan akıl-yürütmenin özelliği nedir?

Dedüktif olmayan akıl-yürütmelerimiz arasında analoji veya benzetişe dayananlar önemli bir yer tutar. Diyelim ki, x gibi ortak bir özelliği olan A ve B gibi iki nesne var elimizde. A'nın y gibi bir başka özelliğinin oldu-

ğunu da biliyoruz; iki nesne arasındaki benzerliğe bakarak B'nin de y özelliğini taşıdığını düşünmemiz bu tür akıl-yürütmelerin esasını teşkil eder. Bunu somut bir örnekle gösterelim :

Elçin ile Yalçın çeşitli yönlerden birbirine benzemektedir: ikisi de solak ve resim yapmaya düşkün. Elçin'in bir özelliğini daha biliyoruz: renkler içinde en çok kırmızıyı sevmekte. O halde, Yalçın da kırmızıyı sever diye düşünebiliriz.

Görülüyor ki, analojiye dayanan akıl-yürütmelerde, bazı yönlerden benzerlik gösteren nesnelerin başka yönlerden de benzer olacağı gibi bir varsayım gizlidir.

Yukardaki örneğimizi düzgün argüman biçiminde şöyle ifade edebiliriz :

Elçin'de gözlediğimiz a, b, c özelliklerini
Yalçın'da da bulmaktayız.

Elçin'de d özelliğini de gözlemekteyiz.

O halde, Yalçın'da da d özelliğini buluruz.

Burada a, b, c özellikleri, sonuca giderken dayanılan benzerliği oluşturmaktadır. Ortak özelliklerin sayısı ne kadar fazla ise sonucun doğru olma olasılığı o kadar artar, kuşkusuz. Ne var ki, argümana asıl kuvveti sağlayan şey benzerliği oluşturan özelliklerle (a, b, c), sonuçta var olduğu ileri sürülen özellik (d) arasındaki ilişkidir. Bu ilişki çok kere zayıftır, ya da bir sonuç için yeter kanıt sağlayıcı olmaktan uzaktır. İlişkinin ancak kuvvetli olduğu hallerde sonuca az çok güvenle bakılabilir.

Analojiye dayanan argümanlar da, endüktif argümanlar gibi, sonucun doğruluğunu kesinleştirici nitelikte değildir; öncüllerin doğruluğu, sonucun doğruluğu için bir olasılık sağlamakta, fakat onu ispatlamaya yetmemek-

tedir. Sonuç öncülleri aşan bir nitelik taşımaktadır. Gene endüktif argümanlarda olduğu gibi, öncüllerdeki kanıtların miktar ve cinsine göre, sonucun doğruluk olasılığı en yüksekten en düşüğe kadar değişik değerlerde olabilir. Bu nedenledir ki, analojiye dayanan argümanlara çok ke-re endüksiyonun bir türü gözüyle bakılmıştır. Ne var ki, birtakım ortak özelliklere dayanılarak bir başka özelliğin de ortak olacağı sonucuna gitmek, temelde endüktif nitelikte bir akıl-yürütme olsa bile bazı yönlerden farklı olduğu söz götürmez. Tipik endüktif argümanda öncüller tek tek toplanan bazı gözlemleri, sonuç ise ancak bir örneklem teşkil eden bu gözlemlere dayalı bir genellemeyi dile getirir. O halde, endüktif akıl-yürütmenin temel özelliği, bazı nesneler için doğru olan bir özelliği o nesneleri kapsayan tüm bir sınıf için doğru saymaktır. Oysa, analojiye dayanan argüman'da ne öncüller bir örneklem niteliği taşımakta, ne de sonuç bir genelleme ifade etmektedir. Tam tersine, tikel bir önerme olan sonucun, ortak özelliklerle bir başka özelliğin arasındaki ilişkiyi dile getiren bir genellemeye dayandığı söylenebilir. Nitekim, «Bu elma da bundan önceki gibi tatlı olmalı; çünkü ikisi de iri ve kırmızıdır.» gibi analojiye dayanan bir akıl-yürütmede, «İri ve kırmızı elmalar tatlıdır.» genellemesi üstü-örtük olarak vardır.

Soru 9 : Mantık öğreniminden ne bekleyebiliriz?

Ünlü Roma filozofu Epictetus'tan mantık dersi alan bir öğrenci, «Mantık'ı ispat bilimi olarak niteliyorsunuz; mantık dersi almanın gerekli olduğunu ispat ediniz, o halde» diyerek hocasını sıkıştırmak ister. Epictetus'un cevabı kısa ve açık olur: «İspatımın iyi olduğunu nasıl bileceksiniz?»

Gerçekten verilen bir ispatın iyi ya da kötü olduğunu mantık öğrenmeden nasıl bilebiliriz?

Demek oluyor ki, ispatların (bunlar ister dedüktif çıkarım gibi «sıkı», ister diğer akıl-yürütme biçimlerine dayalı «gevşek» türden olsun) eleştirilmesi, tartılması veya denetlenmesi için mantık bilgisine ihtiyaç vardır. İspat bir önermenin doğruluğunu başka bir veya daha fazla önermenin doğruluğuna dayanarak ortaya koymaktır. Mantık bu iki tür önermenin ilişkisini inceler; birini doğru saydığımızda öbürünü doğru saymak zorunlu mudur, değil midir? sorusuna cevap arar. Fakat mantığın görevi bu kadarla bitmez. Başta matematik olmak üzere, felsefe ve diğer bilimlerin sonuçlarını eleştirme, kavram ve ilkelerini aydınlatma, dayandıkları temel varsayımları gözden geçirme işinde mantık'ın sağladığı tahlil metodları son derece etkin ve değerli olmuştur. O kadar ki, son yüzyıl içinde mantık alanındaki büyük gelişme, onun bir tahlil aracı olarak matematik ve felsefe problemlerine uygulanma ihtiyacından doğduğu söylenebilir.

Öte yandan sağlam bir mantık bilgisinin günlük pratik sorunların çözümünde, davranışlarımızın bağlı olduğu birtakım inanç ve varsayımların eleştiri yoluyla aydınlatılmasında etkin bir araç olduğu gözden uzak tutulmamalıdır. Çevremizdeki kişilerle zaman zaman düştüğümüz anlaşmazlıkların kökeninde çok kere kelime ve kavram kargaşılığı vardır. Mantık kişiye açık-seçik düşünme, düşünce ve duyguların belirli ve çıplak bir dille anlatma yollarını göstermekle bir sürü yanlış anlamaları, gereksiz tartışmaları önlemeye yardım eder. Pek çoğumuz şu ya da bu yoldan edindiğimiz birtakım inançlara, fikirlere ve «bilgilere» sımsıkı bağlıyız. Aslında bunlar çok kere sağlam bir dayanaktan yoksundur. Ne eleştiriye, ne de irdlemeye tahammülleri vardır. Mantık kişiye bir inanç veya

iddiayı doğru saymanın ne tür koşullara bağlı olduğunu gösterir. Bilimlerde olduğu gibi günlük düşünmede de ancak yeterince belgelenmiş, ya da belgelenme olanağı vadeden düşüncelere güvenle bakılabilir. Bir düşünce veya teori ne denli parlak ve akla yakın görünürse görünün olguların sınavından geçmedikçe doğru sayılmaz. «Mantıklı» dediğimiz kişi her şeyden önce şu iki gereğe sımsıkı bağlıdır:

- (1) Tutarlı olmak; başka bir deyişle birbiriyle çelişen veya bağdaşmayan düşünce, inanç veya iddialara zihninde yer vermemek.
- (2) Yeterince ve güvenilir yoldan belgelenmemiş hiç bir iddia veya teoriyi doğru kabul etmemek, aynı şekilde yeterince belgelenmiş iddia veya teoriler karşısında şu ya da bu nedenle ayak dirememek.

Tutarlılık ve olgusal kanıtlara saygı «mantıklı» olmanın başta gelen iki koşuludur. Mantık bu gerekleri açıklıkla ortaya koymakla kişisel ve sosyal sayısız sorunların çözümüne olanak sağlayabilir.

Soru 10: Bir disiplin olarak mantığı nasıl sınıflayabiliriz?

Mantığın bir yandan felsefe, bir yandan matematik, bir yandan da olgusal bilimlerle ilişkili olduğu bilinmektedir. Ancak bu ilişkilerin her zaman yeteri açıklıkla anlaşıldığı söylenemez. Mantık felsefenin bir kolu mudur, yoksa kendi başına konu ve metodu olan bir bilim midir?

Mantiğı matematiğin bir parçası sayanlar olduğu gibi, matematiğin mantığa indirgenebileceğini savunanlar da vardır. O halde entellektüel disiplinler arasında mantığın yeri nedir?

Hemen söylemeli ki, mantık rasyonel ya da mistik, her türlü düşünme biçimleri arasında en soyut ve genel nitelikte olanıdır. Mantığın genel ilkeleri evrensel geçerliktedir; hiç bir konu veya olgu türünün koşullarına bağlı değildir. Düşünme alanımız ne olursa olsun belli bir mantığı varsaymak zorunluğundan kurtulunamaz. Daha doğrusu mantıktan bağımsız ne bilim, ne felsefe ne de matematik düşünülebilir. Oysa mantık için herhangi bir disiplini varsaymak, ona dayanmak zorunluğu yoktur. Mantık kelimenin tam anlamıyla asal ve bağımsız bir disiplindir.

Ne var ki, mantığın bu kimliği 19'uncu yüzyılın ikinci yarısında başlayan gelişmelerle belirginlik kazanır. Daha önce (hatta günümüzde bile yer yer) bilgi teorisi, metafizik ve ahlâk gibi felsefenin bir kolu olarak görülmüştür. Hatta yüzyılımızın ilk yarısında felsefeyi metafizikten arındırmak isteyen Russell ve Carnap gibi filozoflarda zaman zaman felsefe ile mantığı özdeş görme, felsefeyi mantıksal bir tahlil metodu sayma eğilimi göze çarpar. Öte yandan 19'uncu yüzyılda Frege ve Peano gibi matematikçiler ve yüzyılımızın başlarında Russell ve Whitehead gibi matematikçi-filozoflar elinde mantık matematiksel bir nitelik kazanır, öyle ki, birinin nerede bittiği diğeri-
nin nerede başladığı kesinlikle belirlenemez olur artık.

Gerçekte, mantık, hem konusu hem de metodu yönünden matematikle özdeş olmasa bile çok yakın bir benzerlik içindedir. Her iki disiplin de olgusal içerikten yoksun birtakım soyut ve genel kavramlarla uğraşır. İkisi

de doğruluğu **a priori** bilinen önerme ve ilkelere dayanır. İkisinde de düşünme dedüktif çıkarım biçimindedir. İkisinde de son yargı katı gözlem ve deneye dayalı olgular değil **tutarlıktır**. Bu nedenlerle mantık ve matematiği bir yandan felsefe öte yandan ampirik bilimler dışında **«formel disiplinler»** başlığı altında ayrı bir kategoride toplamak yoluna gidilebilir. Aşağıdaki sınıflama bu görüşü yansıtmaktadır:

A Felsefe

- (1) Metafizik
- (2) Bilgi Teorisi (epistemoloji)
- (3) Ahlâk ve Estetik

B Formel Disiplinler

- (1) Mantık
- (2) Matematik

C Ampirik Bilimler

- (1) Fizik Bilimler (Fizik, Kimya, Astronomi, vb.)
- (2) Hayat Bilimleri (Zooloji, Botanik, Genetik, vb.)
- (3) Davranış Bilimleri (Psikoloji, Sosyoloji, Antropoloji, Ekonomi, vb.)

Formel disiplinler olgusal içerikten yoksun olmakla ampirik bilimlerden, zorunlu çıkarım veya dedüktif ispata dayanmakla felsefeden ayrılır. Onlar ne felsefede olduğu gibi spekülatif yoldan bir dünya görüşü oluşturma, ne de bilimlerde olduğu gibi gözlem ve gözlemlere ilişkin teorilere başvurarak olgusal dünyayı anlama ve açıklama amacı güder. Onlar uygulama ve olgularca doğrulanma kaygısı gütmeksizin yalnız soyut düzeyde tutarlı ve zorunlu olan birtakım biçimsel kavram ve sistemler geliştir-

mekle yetinirler. Bu kavram veya sistemlerin bazı alanlarda uygulama olanağı bulması kimisi için bir mutlu raslantı, kimisi için bir mucize, kimisi için ise doğadan ne kadar uzaklaşmış görünürse görünsün insan zekâsının tüm etkinliklerinde doğanın bir parçası olarak kaldığı ve bütünlüğünü koruduğu anlamına gelir.

II. BÖLÜM

ÖNERMELER

Soru 11 : Kanıtlamalarımızın geçerliği neye bağlıdır?

Mantığı, kanıtlama biçimlerinin bilimi veya bilgisi diye niteledik. Her kanıtlama ister dedüktif, ister endüktif, ister başka türden olsun birtakım önerme veya önerme kalıplarının kullanımını gerektirir. Bir şeyin doğruluğunu başka bir şey veya şeylerin doğruluğuna dayanarak (daha doğrusu doğruluğunu varsayarak) ileri sürmek bir kanıtlama teşkil eder. İleri sürülen şey (sonuç) de, dayandığı kanıtlar (öncüller) da birer önerme ile dile getirilir. Mantık bu önermelerden çok önermelerin birbiriyle olan ilişkisi, daha doğrusu kanıtlamanın biçimini oluşturan tertibi ile ilgilenir. Şu iki önermeyi ele alalım: (1) Sınıfta 20 öğrenci var; (2) Sınıftaki öğrenciler 4 eşit gruba ayrılabilir. Bu iki önermenin şu tertibi

(1) Sınıfta 20 öğrenci var

O halde, sınıftaki öğrenciler 4 eşit gruba ayrılabilir.

bize geçerli bir kanıtlama verdiği halde, şu tertibi

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - <https://rantey.org>

(2) Sınıftaki öğrenciler 4 eşit gruba ayrılabilir.

O halde, sınıfta 20 öğrenci var.

bize geçersiz bir kanıtlama vermektedir. (1)'deki kanıtlamada öncül sonucu mantıksal olarak içermektedir. Öncül doğru ise, sonucun yanlış olması olanaksızdır. Oysa (2)'deki kanıtlamada öncül doğru sonuç yanlış olabilir; iki önerme arasındaki ilişki (önermelerin bu tür tertibinde) geçerli bir akıl-yürütmeyi sağlayamamaktadır. Geçerli bir kanıtlama veya akıl-yürütme, öncüllerin sonucu içerdiği veya zorunlu kıldığı anlamında mantıksal bir ilişkiye dayanır. Kanıtlamalarımızı geçerli kılan mantıksal ilişkiler, mantığın başlıca konusudur. Ancak bu ilişkilere girmeden, onların meydana gelmesinde aracı rolü oynayan önermeleri gözden geçirmek yerinde olur.

Soru 12 : Önerme nedir?

Sözlü veya yazılı dil, kelimelerin belli kurallara uygun sıralanmasını gerektirir. Bazen bir **soru**, bazen bir **emir**, bazen bir **dilek**, bazen de bir **bildiri** biçimi alan bu sıralamalar birer cümle teşkil eder. Örneğin,

«Kitabımı nereye koydun?»

sıralaması **soru** kipinden bir cümle,

«Kitabı aldığın yere koy.»

sıralaması **emir** kipinden bir cümle,

«Keşke o kitabı okusaydım.»

sıralaması **dilek** kipinden bir cümle,

«Aradığım kitap masanın üstünde duruyor.»

sıralaması **bildiri** türünden bir cümle oluşturmaktadır. Bunlardan yalnız sonuncu tür önerme niteliği taşımaktadır. O halde, cümle ile önerme aynı şey değildir. «Cümle» bir dilbilgisi, «önerme» ise bir mantık terimidir. Bir önerme ancak belli türden bir cümle aracılığı ile dile getirilir; fakat ikisi arasında bire-bir karşılama yoktur. Aynı önermeyi değişik cümlelerle (hatta değişik dillere ait cümlelerle) dile getirmek olanağı yanında bazen bir cümlenin birden fazla önerme dile getirdiği de görülebilir. Örneğin,

(3) «Je pense, donc je suis.»

«Cogito, ergo sum.»

«I think, therefore I am.»

«Düşünüyorum, o halde varım.»

gibi değişik cümleler aynı önermeyi,

(4) «Kaymağı bu kez Ahmet çaldı.»

cümlesi ise hiç değilse iki değişik önermeyi dile getirmektedir. Bu örneklerden de görüldüğü gibi cümlelerin anlamı ile dile getirdikleri önermeler arasında sıkı bir ilişki vardır. Nitekim (3)'te verilen 4 cümle hem aynı anlamı taşımakta, hem de aynı önermeyi ifade etmektedir. Ne var ki, anlamla önermenin özdeş ya da eşdeğer olduğu söylenemez. Aynı anlamı taşıyan bir cümle ile doğruluk değeri değişik önermeler dile getirilebilir. Örneğin, «Bugün 50 yaşına bastım,» cümlesi anlam yönünden bir değişikliğe uğramadığı halde Ahmet için doğru, Hasan için yanlış bir önerme temsil edebilir. Önermeleri hem doğru veya yanlış iddialar olarak nitelemek, hem de dile geti-

rildikleri cümlelerin anlamı ile bir tutmak, anlam ile doğruluk değerini birbirine karıştırmak olur. Oysa bundan sonra göreceğimiz gibi bu iki kavram apayrı şeylerdir. Bu açıklamaların ışığında bir mantık kavramı olan önermeyi, «bildiri kipinde bir cümle ile dile gelen, doğru ya da yanlış bir iddia veya yargı» diye tanımlayabiliriz. Önermeler arasındaki ilişkileri konu alan mantık, doğru ya da yanlış bir iddia ortaya koymayan soru, emir, dilek kiplerindeki cümlelerle veya bunlar arasındaki ilişkilerle ilgilenmez.

Mantıksal ilişkiler yalnız önerme türünden cümleler arasında gerçekleşir, çünkü, yalnız bu tür cümleler **doğru** ya da **yanlış** birer yargı ifade ederler. Örneğin,

Dünya güneş sisteminde bir gezegendir.

cümlesi **doğru** bir önermeyi; buna karşılık,

Ay da güneş gibi bir ışık kaynağıdır.

cümlesi **yanlış** bir önermeyi dile getirmektedir.

Verilen bir önermenin doğruluk değerini (doğru mu, yanlış mı olduğunu) bilemeyebiliriz; ancak her önerme ya doğrudur, ya da yanlış. Mantıkta öncül olarak kullanılan önermeler ister doğru, ister yanlış olsun, **doğru sayılarak** işlem görür. P gibi bir önerme Q gibi bir önermeyi içeriyorsa, P'yi doğru saydığımızda Q'yi de doğru saymamız gerekir. «P gerçekten doğru mu, yoksa yanlış mı?» sorusuna mantık değil, P'nin ait olduğu bilim kolu cevap arar. Örneğin,

Hidroklorik asitte çinko erir.

önermesinin doğruluk değerini kimya bilimi,

Boşlukta cisimler sabit bir ivmeyle düşerler.

Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - <https://rantey.org>

önermesinin doğruluk değerini fizik bilimi,

$$2 \times 15 = 30$$

önermesinin doğruluk değerini aritmetik saptar. Oysa mantık,

$$2 \times = 30$$

önermesi doğru ise,

$$x = 15$$

önermesinin de doğru olması gerektiği gibi ilişkileri saptamakla yetinir.

Soru 13 : Anlam ve doğruluk değeri arasındaki fark nedir?

Önermeleri doğruluk değeri olan iddialar olarak nitelendik. Bu demektir ki, doğru bir önermenin doğruluk değeri doğrudur; yanlış bir önermenin doğruluk değeri yanlıştır. Öte yandan bir önerme ister doğru, isterse yanlış olsun, onu dile getiren cümlelerin anlamlı olması söz konusudur. Anlam ile doğruluk değeri arasındaki temel farkı belirtmek için anlamı cümlelerin, doğruluk değerini ise önermenin bir özelliği sayacağız. «Anlamlı önerme», «doğru cümle» ya da «yanlış cümle» deyimleri yerine «anlamlı cümle», «doğru önerme» ya da «yanlış önerme» deyimlerini kullanmayı yeğleyeceğiz.

Anlam ile doğruluk değeri arasındaki farkın yeterince belirlenmemiş olması birtakım kullanım hatalarına yol açmaktadır. Çok kere anlamsız saydığımız iddialar sadece yanlıştır. Biri çıkıp «kar beyaz değil siyahtır» dese onu anlamsız konuşmakla suçlarız; oysa söylediği (daha doğ-

rusu kullandığı cümle) anlamsız değil, olsa olsa o cümle-
nin dile getirdiği iddia yanlıştır.

Bir cümle-
nin anlamlı veya anlamsız olması alt olduğu
dilin kurallarına göre kurulup kurulmamasına bağlıdır. Di-
lin kurallarına uygun kurulmuş cümleler o dili bilenler için
anlamlı, kurallara uygun kurulmamış cümleler anlamsız-
dır. Kurallar deyince sadece sentaks kurallarından bahset-
miyoruz. Çünkü sentaks yönünden, «Dünya yuvarlaktır»,
cümlesi ile «Aşk yuvarlaktır», cümlesi arasında bir fark
yoktur. Oysa birincisinin anlamı üzerinde bir tereddüdümüz
olmadığı halde, ikincisi bir çoğumuz için ya düpedüz an-
lamsız, ya da sadece mecazî bir anlam taşır. Anlamla
doğruluk değerini yeterince ayırmak güç olmakla beraber
bir noktaya daha değinebiliriz. Anlamsız bir cümleyle doğ-
ru bir önermeyi dile getirmek şöyle dursun, herhangi bir
önermeyi bile dile getirmek olanaksızdır. Bu demektir ki,
anamlılık doğruluk değerinin bir gereği, bir ön koşulu-
dur. «Aşk yuvarlaktır», cümlesinin bir iddia dile getirdi-
ğini varsaysak bile, iddianın doğru mu, yoksa yanlış mı
olduğunu ortaya çıkarmak için, her şeyden önce cümle-
nin ne anlama geldiğini saptamaya ihtiyaç vardır. Baş-
ka bir deyişle anlam sorunu, doğruluk değeri sorunundan
önce gelir.

Önermelerin doğru ya da yanlış olduğunu saptama
mantığa düşen bir iş olmamakla beraber, bir önermenin
doğru ya da yanlış olması ne demektir? sorusu cevaplan-
dırılmak gerekir. «Ateş sıcaktır» önermesini doğru, «Kar
siyahtır» önermesini yanlış sayarız. Birincisini doğru, öte-
kisini yanlış saydıran şey nedir?

Soru 14 : Önermelerin doğruluk değeri neye bağlıdır?

Her önerme bir iddiadır; bir nesne veya olgunun bel-

li bir özellik taşıdığı, veya böyle bir özellikten yoksun olduğu iddiası. «Ateş sıcaktır» önermesi, «ateş» denilen nesnenin sıcak olduğunu ileri sürmektedir. Ateş gerçekten sıcaksa (ki bunu ateşe dokunarak doğrudan algılayabiliriz), «Ateş sıcaktır» önermesi doğru, sıcak değilse önerme yanlış demektir. Öyle ise bir önermenin doğruluk değeri iddia konusu şeyin var olup olmamasına bağlıdır. Nitekim gözlemlerimiz karın siyah değil, tersine beyaz olduğunu gösterir. Kar siyah olmadığı halde, «Kar siyahtır» dersek yanlış bir iddiada bulunmuş oluruz. Başka bir deyişle iddiamızla, iddiamıza konu olan nesnel dünyaya birbirini tuttuğunda iddiamız doğru, tutmadığında iddiamız yanlış demektir. Bu şekilde, önermelerle nesnel dünyada olup biten şeyler arasında bir ilişkiye dayanan doğruluk değeri olgusal nitelikte olup ancak bir bölüm önermeler için söz konusudur. Bu tür önermelere olgusal ya da ampirik içerikli önermeler denir. Bunlar dışında olgusal olmayan, ya da ampirik içerikten yoksun önermeler de vardır. Örneğin, «Tüm kara kediler karadır,» cümlesi bu türden bir önerme dile getirmektedir. Bu önermenin doğruluk değeri, önermenin nesnel dünya ile olan ilişkisine bağlı değildir. Kara bir kedinin kara olduğunu gözlem yoluyla saptamaya gerek yoktur; önermenin biçimi bunu belirlemektedir.

Böylece basit önermeleri doğruluk değeri olgusal, doğruluk değeri biçimsel ya da mantıksal olan önermeler diye iki gruba ayırabiliriz. Doğruluk değeri olgusal olan bir önermenin ne doğruluğu, ne de yanlışlığı zorunludur. Bu nedenle, doğru da olsa inkâr edilebilir ve inkârı bizi çelişkiye düşürmez. «Kar beyaz değil, siyahtır,» dersem yanlış bir iddiada bulunmuş olurum. İşlediğim hatta mantıksal değil, olgusal niteliktedir. Oysa biri çıkıp, «Kara kediler kara değil, beyazdır,» dese çelişkiye düşer.

şer, çünkü işlediği hata olgusal değil düpedüz mantıksal niteliktedir.

Doğruluk değeri mantıksal olan önermelerin doğru iseler doğrulukları, yanlış iseler yanlışlıkları zorunludur. Bu nedenle doğru iseler doğruluklarını çelişkiyi göze almaksızın inkâr etmek olanaksızdır.

Mantık dilinde olgusal içerikli önermelere «sentetik,» olgusal içerikten yoksun önermelere «analitik» denir. Sentetik önermelerin doğruluk değerini **aposteriori** (yaşantı sonrası veya gözleme bağlı), analitik önermelerin doğruluk değerini **apriori** (yaşantı öncesi veya gözleme bağlı olmaksızın) belirleyebiliriz. Daha açık bir deyişle, sentetik bir önermenin doğru ya da yanlış olduğu ancak gözlem veya deneye başvurularak, analitik bir önermenin doğruluğu ise, gözlem ve deneye gitmeksizin belirlenebilir. İki tür önermenin biçimleri arasındaki temel farka bakmak bize bu ayırımın nedenini açıklamaya yeter.

Son çözümlemede bütün sentetik önermeleri şu temel biçime indirgeyebiliriz: a, B 'dir. Bu ifadede genellikle a bir nesneyi, B de a 'yı niteleyen bir özelliği simgeler. B öyle bir özellik ki, « a, B 'dir» diyebileceğimiz gibi « a, B değildir» de diyebiliriz. Başka bir deyişle B 'ye a 'nın tanımlayıcı bir özelliği değil, deyiş yerinde ise, eğreti bir özelliği diyebiliriz.

Analitik önermelere gelince, bunların aldığı biçimi

a, a 'dır.

diye gösterebiliriz. Bu ifadede özne ile yüklem özdeş-tir. Yüklem özneyi ne nitelemekte, ne de ona yeni bir şey katmakta, sadece yinelemektedir. «Kara kediler karadır,» önermesi de analitik bir önerme olarak a, b, a 'dır, demekten ileri geçmemektedir. Gerçi bu örnekte özne ile yüklem tam özdeş değildir; fakat gene de yüklem özde-

şin bir parçası olarak onu yinlemekle kalmaktadır. Öyle ki, «a b, a değildir,» demek «a, a değildir,» demekten farksızdır; ikisine de çelişkiye düşülmeksizin olanak yoktur.

Soru 15: Biçimsel yapı yönünden önermeleri nasıl ayırabiliriz?

Yukarıda yaptığımız sentetik-analitik ayrımı içerikseldir; mantıktan çok bilgi teorisi veya bilim felsefesi yönünden önemlidir. Biçimsel ilişkileri konu alan mantık için önermelerin olgusal içerikli olup olmaması, ya da doğruluk değerlerinin belirlenmesinde gözleme başvurmanın gerekliliği veya gereksizliği asıl sorun değildir. Asıl sorun önermelerin biçimsel yapılarına dayanan akıl-yürütmelerin veya kanıtlamaların geçerliliğidir. Nitekim geleneksel mantıkta başlıca inceleme konusu olan kategorik önermeler ile modern mantıkta buna ilâveten ele alınan bileşik ve ilişkisel önermelerin ayırdedici özellikleri biçimsel yapılarındadır.

Yapısı «özne-yüklem» terimlerinin ilişkisine bağlı önermelere «kategorik» önerme denir. Örneğin,

Ali bir öğrencidir.

Bazı işçiler çalışkandır.

Tüm politikacılar yalancıdır.

gibi önermeler kategorik türden önermelerdir. Kategorik önemleri biçim yönünden «S, P'dir» veya «S, P değildir» kalıbına indirgeyebiliriz. «S» özneyi, «P» ise yüklemi simgelemektedir.

Biçimsel yönden kategorik önermelere benzemekle beraber, «özne-yüklem» kalıbına indirgenemeyen

Ali kardeşinden kısadır.

Ahmet Ayşe'den dolayı Veli'yi kıskanmaktadır.

2 + 5, 7'ye eşittir.

gibi önermeler (çünkü bu tür önermelerde özne belli olmakla beraber yüklem yoktur) ilişkisel önermelerdir. «Eşittir,» «...den kısadır,» «...dolayı kıskanmaktadır» biçimindeki ifadeler özne-yüklem arasında bir ilişki değil, iki ya da daha fazla özne arasında bir ilişki kurmaktadır. Gerçekten «Ali kardeşinden kısadır,» cümlesinde «Ali» de «kardeşi» de birer öznedir; cümlede «kısa» yüklem terimi gibi görünüyorsa da aslında yüklem terimi yoktur.

«İlişkisel önerme» denilen bu tür önermelerin mantıksal özelliklerini ve bunlar arasındaki ilişkilere dayanan akıl-yürütmeleri ilerde ayrıntıları ile göreceğiz. Şimdi sadece bir noktaya değinmekle yetineceğiz; bir ilişki için en az iki terime ihtiyaç vardır ve iki terimli bir ilişkiyi biçim yönünden şöyle bir kalıpla gösterebiliriz: a R b. Bu ifadede a terimi bir özneyi, b terimi başka bir özneyi R ise ikisi arasındaki ilişkiyi simgelemektedir.

Önermeleri bir de «basit - bileşik» diye ayırabiliriz. Örneğin,

(1) Gök mavidir.

önermesi basit

(2) Gök mavi ise, güneş sıcaktır.

önermesi bileşik bir önermedir. Bileşik önermeler, iki ya da daha fazla önermelere çözümlenebilen önermelerdir. Nitekim (2) çözümlendiğinde «Gök mavidir,» ve «Güneş sıcaktır,» gibi iki ayrı basit önerme ortaya çıkmaktadır. Oysa basit bir önermenin (kendinden başka) hiç bir bölümü bir önerme değildir.

Bileşik önermeler, «ve», «veya», «ise», «değil» gibi

eklemlerin aracılığı ile basit önermelerden kurulur. Basit önermeler çoğunluk ya özne-yüklem türünden, ya da ilişkisel önerme türünden önermelerdir.

Bileşik önermelerin kuruluşu, doğruluk değerlerinin belirlenmesi yönünden türleri ve bunlara dayalı akıl-yürütme biçimleri üzerinde ayrıntılı bilgi kitabımızın «önermeler mantığı» kısmında verilecektir. Fakat buna geçmeden kategorik önermeleri esas alan klasik çıkarımları inceleyeceğiz.

Soru 16: Özne-yüklem bağıntısı kaç türlü yorumlanabilir?

Kategorik önermeler arasındaki mantıksal ilişkilere geçmeden, özne-yüklem bağıntısına yakından bakmaya ihtiyaç vardır. Şu örnekleri gözden geçirelim:

1. Deniz mavidir.
2. Ali bir öğrencidir.
3. Bilginler filozoftur.
4. Paris Fransa'nın başkentidir.

İlk bakışta farklı görünmeyen bu önermelerdeki özne-yüklem bağıntısı değişik yorumlamalara elverişlidir. «Deniz mavidir,» önermesini yüklem özneye bir özellik verdiği biçiminde yorumlayabiliriz. Bu yorumda özne-yüklem ilişkisi bir «niteleme» veya «yükleme» ilişkisi olarak belirir. İkinci örneğimizdeki «Ali bir öğrencidir,» önermesini «Ali'nin öğrenci sınıfının bir üyesi olduğu» iddiası olarak yorumlayabiliriz. Bu takdirde özne-yüklem ilişkisi bir üye-sınıf ilişkisi olarak belirir. Üçüncü örneğimiz, «Bilginler filozoftur,» önermesi, «Bilginlerin filozofların bir alt

kümesi olduğu» biçiminde yorumlanabilir. Bu takdirde özne-yüklem ilişkisi bir alt-sınıf-sınıf ilişkisi olarak belirir. Son örneğimiz, «Paris Fransa'nın başkentidir,» önermesi bir «özdeşlik» ilişkisine dayanmaktadır. Gerçekten bu tür önermelerde özne ile yüklem terimleri aynı şeyi simgelemektedir. «Paris» neyi adlandırıyor, «Fransa'nın başkenti» de onu adlandırmaktadır. İsteğe göre birini ötekini yerine kullanabilirim. Özdeşlik ilişkisi özellikle tanım işlemi gören önermelerde kendini gösterir. Örneğin, «Üçgen, üç doğru kenarı olan, kapalı düzlem bir şekildir,» tanımında, «Üçgen» ile «üç doğru kenarı olan, kapalı düzlem bir şekil» aynı şeyi simgeleyen iki ayrı terim olarak belirlenmektedir. Biri yerine daima ötekisini kullanabiliriz: şu kadar ki, «Üçgen» tek ve kısa bir kelime olarak kullanımı daha kolay ve elverişli olduğundan tercih edilir.

Özne-yüklem ilişkisine dayanan kategorik önermelerin bu farklı yorumların ışığında ele alınması farkına varılmadan düşülen bazı hataları önlemesi bakımından önemlidir.

Mantık, işlemleri basitleştirmek amacıyla çeşitli biçimlerde dile getirilen kategorik önermeleri **nicelik** ve **nitelik** ölçütlerine vurarak sınıflamak yoluna gider.

Nicelik yönünden, **tümel**, **tikel** ve **tekil** olmak üzere üçlü bir ayırım, nitelik yönünden **evetleyici** ve **değilleyici** olmak üzere ikili bir ayırım yapılır. Tümel, tikel ve tekil önermeler evetleyici ve değilleyici olabileceklerine göre, tüm kategorik önermeleri altı öbekte toplayabiliriz demektir. Aşağıdaki tablo iki ölçüte göre yapılan sınıflamayı örnekleriyle göstermektedir.

Nitelik		
Nicelik	Evetleyici	Değilleyici
Tümel	1. Tüm bilginler filo- zoftur	2. Hiç bir bilgin filozof de- ğildir
Tikel	3. Bazı bilginler filo- zoftur	4. Bazı bilginler filozof de- ğildir
Tekil	5. Sokrat bir filozof- tur	6. Sokrat bir filozof değildir

Tablodan da görüleceği üzere her kategorik önermenin bir niceliği ve bir niteliği vardır. Başka bir deyişle bir önermenin tam belirlenmesi, iki ölçüt yönünden nereye düştüğünün saptanması ile olanak kazanır. Örneğin, 1 nolu gözdeki önermeyi «tümel-evetleyici», 4 nolu gözdeki önermeyi «tikel-değilleyici», 5 nolu gözdeki önermeyi «tekil-evetleyici» diye belirleyebiliriz.

Soru 17: Dört standart-form kategorik önermeye nasıl ulaşılmaktadır?

Mantıkçılar kategorik önermeleri standart biçimlere indirgeme yolunda iki adım daha atma gereğini duymuşlardır. Bunlardan biri özne ve yüklem terimlerini küme ya da sınıf adları olarak yorumlayarak, özne-yüklem ilişkisini bir alt-sınıf-sınıf ilişkisi biçiminde ele almaya; ötekisi tekil önermeleri tümel olarak işleme tabi tutmaya yönelik olmuştur. Birinci yorum bir güçlük çıkarmamaktadır. Fakat ikinci yorumun bir zorlama, hatta mantıkça hatalı bir yorum olduğu söylenebilir. Gerçekten günlük kullanım yönünden de «Sokrat bir filozoftur»u «Tüm Sokratlar filozoftur» diye ele almak aykırı gelmektedir. Kaldı ki, iki önermedeki özne-yüklem ilişkisi temelden farklıdır. Bl-

rincide bir üye-sınıf ilişkisi, ikincide bir alt sınıf-sınıf ilişkisi söz konusudur. Birini ötekisine indirgemek olanaksızdır, çünkü alt-sınıf-sınıf ilişkisi geçişli (transitive) olduğu halde, üye-sınıf ilişkisi geçişli değildir. Bu farkı bir örneklerle göstereyim.

Oktay A derneğinin, A derneği de B dernekler federasyonunun üyesi ise, Oktay'ın B dernekler federasyonunun üyesi olduğunu söyleyemeyiz. Çünkü kişiler değil ancak dernekler B dernekler federasyonunun üyesi olabilirler. Oysa, tüm memeliler omurgalı ve tüm omurgalılar hayvansa, tüm memelilerin hayvan olduğu kesinlikle söylenebilir.

Ne var ki, mantıkçılar bu güçlüğü bile bile söz konusu yoruma gitmekten geri kalmamışlardır. (Buna istersek, «mantığın mantıksızlığı» da diyebiliriz.) Böylece kategorik önermelerin tümü şu dört standart (kısaca A, E, İ, O, diye bilinen) biçime indirgenmiş oluyor :

Tümel evetleyici: Tüm S'ler P'dir. (A)

Tümel değilleyici: Hiç bir S' P değildir. (E)

Tikel evetleyici: Bazı S'ler P'dir. (İ)

Tikel değilleyici: Bazı S'ler P değildir. (O)

(Not: A ile İ evetliyorum anlamına gelen Lâtince «affirmo» kelimesinin ilk iki sesli harfini, E ve O de değilliyorum anlamına gelen Lâtince «nego» kelimesinin sesli harflerini temsil etmektedir.)

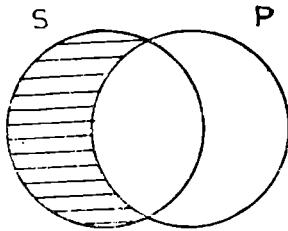
Bu harflerden yararlanarak standart biçimdeki önermeleri «S a P», «S e P», «S i P» ve «S o P» diye kısaltabiliriz. Bu ifadelerde «S» ve «P» terimleri, «a», «e», «i» ve «o» ise terim-eklemlerini simgelemektedir. Bu eklemlerin her biri iki terimle bir önerme kurduğundan, bunlara «2-li terim eklemleri» denir. Buna göre, «a»yı tümel-evetleme simgesi, «e»yi tümel-değilleme simgesi, «i»yi tikel-evetleme simgesi, «o»yu tikel-değilleme simgesi sayabiliriz.Ücretsiz PDF Kitap Arsivi - <https://rantey.org>

Soru 18: Terimlerin dağılımı ne demektir?

Kategorik önermelerin nicelik ve nitelik özelliklerine paralel olarak özne ve yüklem terimlerinin dağıtımından söz edilebilir. Kısaca demek gerekirse bir terim adlandırdığı sınıfın tümünü kapsamına alıyorsa «dağıtılmış» yalnız bir bölümünü kapsıyorsa «dağıtılmamış» diye bilinir. Bunu dört standart-formu oluşturan önerme kalıpları üzerinde gösterelim:

(1) $S a P$: Tüm S'ler P'dir.

Burada S terimi dağıtılmış, P terimi ise dağıtılmamıştır. Örneğin, «Tüm yargıçlar âdildir,» önermesinde yargıçların hepsi söz konusu iken âdil kişilerin ancak bir bölümü, âdil olan yargıçlar bölümü, söz konusudur. Bunu Venn diyagramı denilen kesişen dairelerle de gösterebiliriz.*



$S a P$

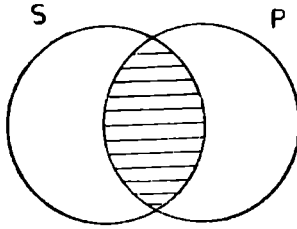
Görüldüğü gibi tüm S'ler P içinde yer almakta, fakat tüm P'ler S içinde yer almamaktadır. Başka bir deyişle «Tüm S'ler P'dir» biçimindeki bir önerme yalnız

* Diyagramda bir kesimin taranmış olması, o kesimin temsil ettiği alt-sınıfın üyesiz, ya da boş olduğunu gösterir.

P olmayan S yoktur demek, S olmayan P'nin var veya yok olduğundan söz etmemektedir.

(2) S e P: Hiç bir S, P değildir.

Burada iki terim de dağıtılmıştır. Örneğin, «Hiç bir yargıç suçlu değildir,» önermesinde hem yargıçların, hem de suçluların tümü söz konusudur. Yargıçların **tümü**, suçluların **tümünden** ayrılmıştır. Bu ayrılık Venn diyagramlarında şöyle gösterilir:



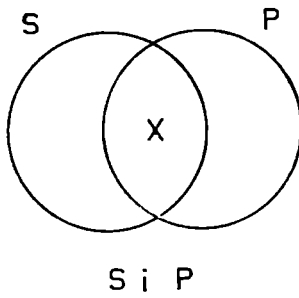
S e P

Görüldüğü gibi iki sınıf arasında bir kesişme veya çakışma alanı yoktur.

(3) S i p: Bazı S'ler P'dir.

Burada ne S, ne de P terimi dağıtılmıştır. Örneğin, «Bazı politikacılar yalancıdır,» önermesinde, politikacıların tümünün değil, sadece bir bölümünün söz konusu olduğu açıktır. Aynı şekilde, yalancıların da tümünden değil, ancak politikacı olan yalancılardan söz edildiği görülmektedir. Venn Diyagramında bu ilişki şöyle belirir:*

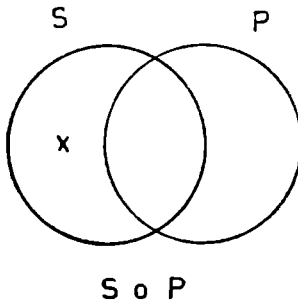
* Diyagramda bir kesimin «X» ile işaretlenmiş olması o kesimin temsil ettiği alt-sınıfın boş olmadığını, hiç değilse bir üyesinin var olduğunu gösterir.



Görüldüğü gibi, «Bazı politikacılar yalancıdır,» derken yalnız yalancı olan politikacılardan ve yalnız politikacı olan yalancılardan söz ediyoruz. Yalancı olan politikacıların politikacı sınıfını tükettiği söylenmediği gibi, politikacı olan yalancıların da yalancı sınıfını tükettiği iddia konusu değildir.

(4) S o P : Bazı S'ler P değildir.

Burada S terimi dağıtılmamış, P terimi dağıtılmıştır. Örneğin, «Bazı kitaplar roman değildir,» dendiğinde kitapların tümünden değil, bir bölümünden, oysa romanların tümünden söz edilmektedir. Çünkü roman olmayan kitaplar romanların bir bölümünden değil, tümünden ayrıktır. Venn diyagramı bu ilişkiyi açıkça ortaya koymaktadır:



Gerçekten «X» işareti S sınıfının yalnız bir kesiminde yer alırken, P sınıfının bir kesiminin değil, tümünün dışında kalmıştır.

Terimlerin dağıtımı konusunda söylediklerimizi aşağıdaki tablo topluca özetlemektedir.

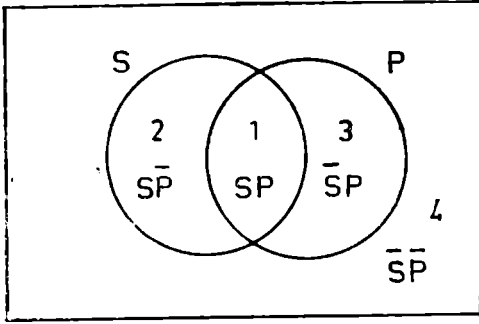
Terimler	Dağıtılmış	Dağıtılmamış
S (Özne)	S a P ve S e P	S i P ve S o P
P (yüklem)	S e P ve S o P	S a P ve S i P

Soru 19: Venn Diyagramını nasıl yorumlamalıyız?

Kategorik önermelerde özne ve yüklem terimleri biref sınıf adı olarak yorumlandığında, S a P, S e P, S i P ve S o P kalıpları ile temsil ettiğimiz dört ilişki türü ortaya çıkmaktadır. Sınıflar arası ilişkileri doğal dilde ifade edebileceğimiz gibi diyagram ve cebirsel simge (sembol)'lerle de ifade edebiliriz. Nitekim 18. Soruda dört standart-form kategorik önermenin Venn diyagramı ile nasıl ifade edildiğini gösterdik. Venn diyagramını yalnız özne-yüklem ilişkilerini göstermede değil, bu tür ilişkilere dayanan çıkarımları göstermede ve testetmede de kullanacağımız için, diyagramın yapı ve kullanımını iyi anlamaya ihtiyaç vardır.

XIX. yüzyıl İngiliz mantıkçısı John Venn'in icat ettiği bu teknik iki ya da daha fazla sınıflar arası ilişkiyi keşşen dairelerle geometrik olarak gösterme olanağı taşımaktadır. Standart-form kategorik önermelerden her birinin iki ayrı sınıf arasında bir ilişki dile getirdiğini biliyoruz. Diyagramın yapı ve kullanımını göstermek için, ilişkisiyle ilgilendiğimiz iki sınıfı, örneğin öğretmenlerle yazarla-

rı, ele alalım. Böylece konuşma evrenimizi bu iki sınıf ve bu iki sınıfın ilişkilerinden meydana gelen bazı alt-sınıflar oluşturacaktır. Aşağıdaki diyagram «konuşma evreni»ni göstermektedir.



Konuşma Evreni

Diyagramı oluşturan dikdörtgen ve kesişen iki daire konuşma evrenini dört kesime (1'den 4'e kadar numaralanmış) ayırmaktadır. (Diyagramda S dairesi öğretmenler, P dairesi yazarlar sınıfını temsil etmekte, S öğretmen olmayanları, P yazar olmayanları işaretlemektedir.)* İki sınıfın ilişkisinden ortaya çıkan dört alt-sınıfı şöyle belirleyebiliriz:

- 1 nolu kesimde öğretmen yazarlar (SP),
- 2 nolu kesimde yazar olmayan öğretmenler (S $\bar{P}$)
- 3 nolu kesimde öğretmen olmayan yazarlar ($\bar{S}$ P)
- 4 nolu kesimde ne öğretmen ve ne de yazar olan kişiler ($\bar{S}\bar{P}$)

* Diyagramda üstü çizgili olan harfler metinde, teknik olanaksızlık nedeniyle, «siyah» dizilmiştir.

yer alır. Diyagram bu şekli ile sözü geçen alt-sınıfların ne boş ne de dolu olduğunu göstermekte, sadece boş ya da dolu iddiası için olanak sağlamaktadır. Verilen önerme her öğretmenin yazar olduğunu söylüyorsa 2 nolu kesim boş demektir, bu o kesim taranarak belirtilir. Tersine bazı öğretmenlerin yazar olmadığı (ya da yazar olmayan öğretmenlerin var olduğu) ileri sürülüyorsa, 2 nolu kesim «X» işaretiyle işaretlenir.

Ayrıca diyagramın çeşitli kesimlerini simgeleyen SP, SP, SP ve SP ifadeleri kullanılarak 4 standart-form kategorik önerme kalıplarını (yani SaP, SeP, SiP, SoP) cebirsel denklem biçiminde yazabiliriz:

SaP: $SP = O$ — (SP kesimi boştur.)

SeP: $SP = O$ — (SP kesimi boştur.)

SiP: $SP \neq O$ — (SP kesimi boş değildir.)

SoP: $SP \neq O$ — (SP kesimi boş değildir.)

Önerme kalıplarının cebirsel ifadeleri önermeler arasındaki ilişkileri daha belirgin kıldıktan başka, önermelerin yorumlarını da kolaylaştırmaktadır. Bu denklemlere bakarak,

Tüm S'ler P'dir

önerme kalıbını

P olmayan S yoktur

ya da

Bir şey P değilse, S de değildir

diye yorumlayabiliriz. Aynı şekilde

Hiç bir S' P değildir

önerme kalıbını

P olan S yoktur

ya da

Bir şey S ise P değildir

diye yorumlayabiliriz.

Öte yandan,

Bazı S'ler P'dir

önerme kalıbını

P olan S vardır

ya da

Hiç değilse bir şey hem S hem de P'dir

diye yorumlarız. Aynı şekilde,

Bazı S'ler P değildir

önerme kalıbını

P olmayan S vardır

ya da

Hiç değilse bir S, P değildir

diye yorumlarız.

Bu yorumlar, tümel önermelerin temelde **hipotetik** veya **koşulsal**, tikel önermelerin **varlıksal** nitelikte olduğunu göstermektedir.

III. BÖLÜM

DEDÜKTİF MANTIK : KATEGORİK ÖNERMELERE DAYALI ÇIKARIMLAR

Soru 20: Önermeler arasındaki ilişkileri nasıl niteleyebiliriz?

Her türlü akıl yürütme veya çıkarımlar önermeler arasındaki ilişki veya bağıntılara dayanır. İki önerme arasında bir ilişki yoksa, başka bir deyişle bir önermenin doğruluk değeri diğerinin doğruluk değerini hiç bir yönde etkilemiyorsa, bu önermeler birbirinden bağımsızdır; birinden ötekine bir akıl-yürütmeye olanak yoktur. Örneğin,

(1) Deniz mavidir.

(2) Bal tatlıdır.

önermeleri böyle birbirinden bağımsız önermelerdir. Birini doğru saymamız diğerini doğru (ya da yanlış) saymamız için herhangi bir kanıt sağlamamaktadır. Bağımsızlığı bir ilişki saydığımızda şöyle tanımlayabiliriz («P» ve «Q» değişkenleri birer önermeyi temsil etmekte, «D» doğru, «Y» yanlış için kullanılmıştır):

	P	Q
(1)	D	?
(2)	Y	?

Buna göre P'nin doğruluk değeri Q'nin doğruluk değerini etkilememekte, iki önerme birbirinden bağımsız kalmaktadır.

Öte yandan birbirinden bağımsız olmadığı halde iki önerme arasındaki ilişki «ampirik» ya da «olgusal» nitelikte olabilir. Örneğin,

(1) Hava bulutludur.

(2) Yağmur yağacak.

önergeleri ile dile getirilen olgular arasında nedensel bir ilişki olmakla beraber, biri diğerini zorunlu kılmamaktadır. Havanın bulutlu olması yağmurun yağması için gerekli, fakat yeter olmayan bir koşul. Başka bir deyişle, «Hava bulutludur,» önermesine dayanarak «Yağmur yağacak,» diyebiliriz; ancak bu sonuç zorunlu değildir; öncül doğru olduğu halde, sonuç yanlış olabilir. Çünkü bu iki önerme, bağımsız olmamakla beraber, mantıksal olarak da birbirine bağlı değildir: biri diğerini içermemektedir. Bu tür ilişkiler dedüktif mantığın değil, endüktif mantığın konusudur.

Dedüktif mantık zorunlu veya mantıksal nitelikteki ilişkilere dayalı akıl-yürütme veya çıkarım teknikleri ile ilgilenir. Bunları dolaylı ve dolaysız çıkarım teknikleri olmak üzere iki ana bölümde toplayabiliriz. Dolaylı çıkarımlar sonucun en az iki öncüle dayanılarak kanıtlandığı çıkarımlardır. Bunlardan «kategorik tasım» (Syllogism) adı verilen iki öncüllü olanları bu bölümde, kategorik tasım türü dışında kalan çıkarımları ileriki bölümlerde ele alacağız.

Dolaysız çıkarımlar, sonucun tek öncüle dayandığı çıkarımlardır. Bunları, önermeler arasındaki ilişkilerin türüne göre «karşıtlık» ve «eş-değerlik» olmak üzere iki başlık altında inceleyebiliriz.

Soru 21: Karşıtlık bağıntılarına dayalı çıkarımlar nelerdir?

Dört temel (standart-form) kategorik önermelerin cebirsel ifadeleri

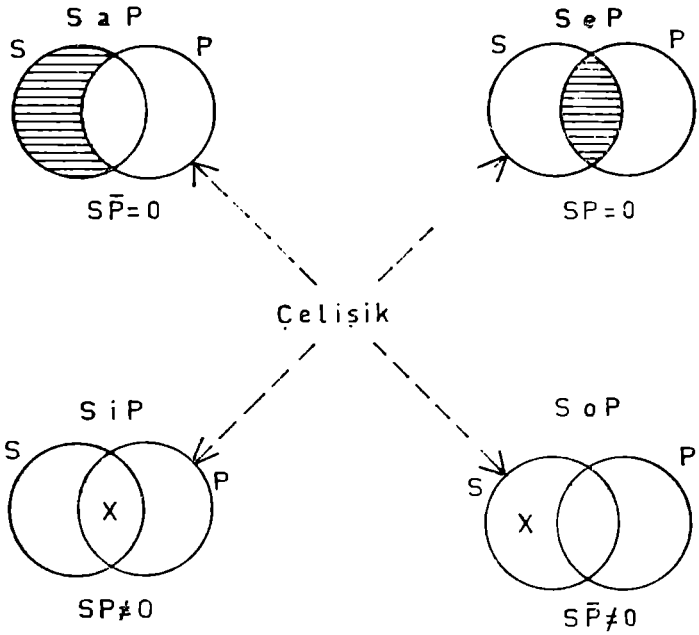
- (1) $SP = O$ (Tüm S'ler P'dir)
- (2) $SP = O$ (Hiç bir S, P değildir)
- (3) $SP \neq O$ (Bazı S'ler P'dir)
- (4) $SP \neq O$ (Bazı S'ler P değildir)

bu önermelerin aralarında bir temel ilişkiyi açıkça ortaya koymaktadır. $SP = O$ ile $SP \neq O$ ve $SP = O$ ile $SP \neq O$ çelişik iddialardır. Gerçekten $SP = O$, P olmayan S'nin var olmadığını; $SP \neq O$ ise P olmayan S'nin var olduğunu; aynı şekilde, $SP = O$, P olan S'nin var olmadığını; $SP \neq O$ ise P olan S'nin var olduğunu dile getirmektedir. Bu iddia çiftlerinin aynı zamanda doğru (veya yanlış) olmaları olanaksızdır. Biri doğru ise diğeri zorunlu olarak yanlıştır. 57. sayfadaki kare bu çelişkiyi göstermektedir.

Mantıkta çok önemli bir kavram olan çelişki veya çelişiklik kısaca şöyle tanımlanabilir. (P ve Q birer önerme değişkeni, «D» doğru, «Y» yanlış kısaltması olarak kullanılmıştır.):

	P	Q
(1)	D	Y
(2)	Y	D

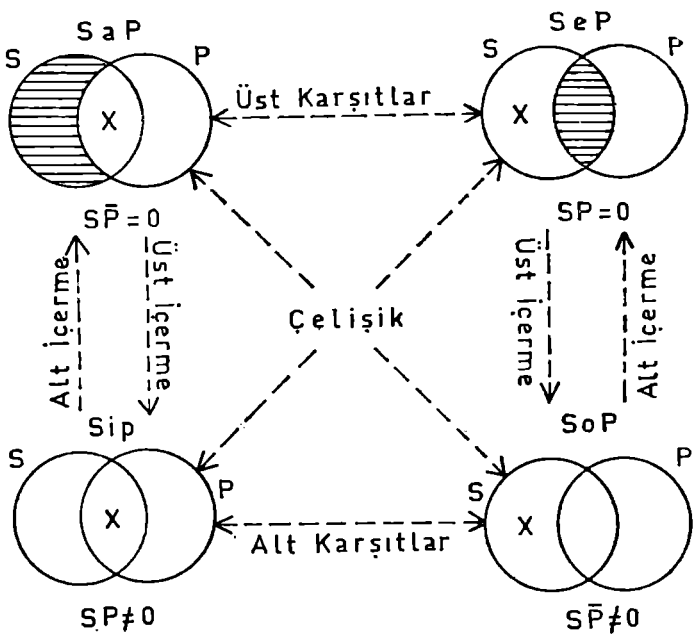
Buna göre P doğru ise, Q yanlış; P yanlış ise Q doğrudur.



Modern Karşıtlık Karesi

Yukardaki kare, kategorik tümel önermeler (SaP ve SeP)'in modern veya hipotetik yorumunu yansıtmaktadır. Geleneksel (Aristo) mantığında bu önermeler «varlıksal» olarak yorumlanır. Bu, kısaca şu demektir: «Tüm S'ler P'dir,» derken hem P olmayan S'nin yok olduğunu (ya da bir şey S ise aynı zamanda P'dir) hem de en az bir şeyin S olduğunu (yani S sınıfının boş olmadığını) söylemiş oluyoruz. Kısacası, geleneksel mantıkta tümel önermeler bir değil, iki iddia taşımaktadır. Bunlardan biri iki

sınıfın ilişkisini, ikincisi özne terimi S'nin simgelediği sınıfın boş olmadığını belirlemektedir. «Varlıksal» dediğimiz bu yorum altında, dört temel önerme arasında çelişiklik ilişkisi ile birlikte beş ilişki ortaya çıkmaktadır. Aşağıdaki şekil bu ilişkileri göstermektedir:



*
Geleneksel Karşıtlık Karesi

Buna göre

(1) SaP ile SoP, SeP ile SiP arasındaki ilişkiler,

* Tümel önermelerin varlıksal yorumu «X» işaretiyle belirlenmiştir.

daha önce de söylediğimiz gibi çelişiklik,

- (2) SaP ile SeP arasındaki ilişki, «üst karşıtlık»,
- (3) SiP ile SoP arasındaki ilişki, «alt-karşıtlık»,
- (4) SaP ile SiP arasındaki ilişki bir yönden üst içermeye, öbür yönden
- (5) Alt-içerme,

adlarını almaktadır. Üst-karşıtlık olan iki tümel önerme birlikte doğru olamaz, fakat birlikte yanlış olabilirler. Biri doğru ise, öbürü yanlıştır. Fakat biri yanlış ise öbürünün doğru olması gerekmez. Buna karşılık, alt-karşıtlık olan tikel önermeler birlikte yanlış olamaz, fakat birlikte doğru olabilirler. Yani, biri yanlışsa öbürü doğrudur; fakat birinin doğru olduğunu biliyorsak öbürünün yanlış olduğunu söyleyemeyiz. Üst içermeye ilişkisinde SaP doğru ise SiP (aynı şekilde SeP doğru ise SoP)'in yanlış olması olanaksızdır; ama tersi söylenemez: SiP doğru ise SaP yanlış olabilir. Alt-içerme ilişkisinde ise, SiP yanlış ise SaP doğru olamaz.

Unutmamak gerekir ki, bu ilişkiler aynı özne ve yüklem terimlerine dayalı dört temel kategorik önerme arasında söz konusudur. Özne veya yüklem terimleri değişik önermeler arasındaki ilişkilere sırası geldiğinde değineceğiz.

Soru 22: Kategorik tümel önermeleri niçin her zaman varlıksal yorumlayamayız?

Geleneksel mantığın tersine, modern mantık kategorik tümel önermeleri hipotetik olarak yorumlama eğilimindedir. Bu yorumda, «Tüm S'ler P'dir,» önermesi, «Eğer bir şey S ise, o şey P'dir,» demekten ileri geçmemekte, S olan şeylerin varlığından söz etmemekte-

dir. Böyle olunca çelişiklik ilişkisi dışında diğer ilişkilere olanak kalmamakta; SaP ve SeP üst-karşıt, SiP ve SoP alt-karşıt olmaktan çıkmakta; tümel önermeler aynı nitelikteki tikelleri içirme gücünü yitirmektedir. Gerçekten S sınıfını varlıksal saymadığımızda tümel önermelerin yanlış olma olanağı ortadan kalkar. «Tüm S'ler P'dir,» önermesinin yanlış olması için P olmayan bir S'nin olması gerekir; oysa S diye bir şey yoksa, P olmayan bir S'nin varlığı olanaksızdır. Böyle olunca «Tüm S'ler P'dir,» önermesini doğru saymak gerekir. Aynı şey, «Hiç bir S, P değildir,» için de geçerlidir. Bu önermenin yanlış olması için P olan bir S'nin bulunması gerekir. Oysa S sınıfı varlıksal değilse böyle bir şeyin bulunması olanaksızdır. O halde SaP gibi SeP'i de doğru saymak gerekir. İki önerme birlikte doğru olduğuna göre aralarında üst-karşıtlık ilişkisi ortadan kalkar, ve çelişiklikleri olan SiP ve SoP da birlikte yanlış olabileceklerine göre alt-karşıtlık ilişkisi de yok olur. Bu yorumda SaP'in doğru olması, SiP'in doğru olmasını gerektirmediği gibi, SiP'in yanlış olması da SaP'in yanlış olmasını zorunlu kılmamaktadır. «Tüm S'ler P'dir,» önermesinin doğru olması herhangi bir S'nin olmasını gerektirmez; oysa «Bazı S'ler P'dir,» önermesinin doğruluğu için en az bir S'ye, P olan bir S'ye ihtiyaç vardır. Aynı sonuç SeP ile SoP'un ilişkisi bakımından da geçerlidir. Böylece üst ve alt içermeler de ortadan kalkmaktadır.

Şimdi sorulabilir: özne teriminin simgelediği sınıfı varlıksal olarak yorumlamaktan kaçınmak niçin? Geleneksel mantığın yaptığı gibi, «tüm S'ler P'dir,» derken S'lerin varlığını farzetmek daha doğru olmaz mı? Bilimde de, günlük yaşamda da, biz ancak var olan şeyler üzerinde düşünür, konuşuruz; bizi var olmayan ya da varlığını bilmediğimiz şeyler neden ilgilendirsın?

Buna verilecek cevap řu olabilir, kısaca: yalnız var olan ya da varlığını bildiđimiz řeyler üzerinde dűřündűđűműz, konuřtuđumuz dođru deđildir. Konuřma ve dűřűn-melerimiz ne bilimde, ne de gűnlűk yařamda var olan ve-ya varlıđı bilinen řeylerle sınırlıdır. Őyle olsaydı bilimde, gűnlűk dűřűnmede ilerleme diye bir řey olmayacak, dűn-yamız son derece dar bir çerçeve içinde kalacaktı. Oysa mitoloji, din, felsefe ve bilim dediđimiz řeyler insanlıđın dűnyasını genişletme, gözlediđinin, var saydıđının ötesine geçme çabasının birer aşamasından başka bir řey deđil-dir. Hepsinde kiřinin gerçekliđi aşan muhayyilesi üstűn yer tutar. Bařlıca özelliđi olgusal olan bilimin bile özü hi-potetik dűřűnmedir. Birtakım hipotez ya da teorilere git-meksizin, bilim yapmak řöyle dursun, basit gözlem dűze-yinde bile bařarılı bir adım atamayız.

Modern mantık, hipoteetik yorumu benimsemekle, bi-lim ve matematiğin gerekleri dışında kalmaktan kurtul-muştur.

Öte yandan hipoteetik yorum mantığa varlıksal olan sınıfların ilişkileri gibi varlıksal olmayan sınıfların ilişkile-rini de doğru belirleme olanağı sağlamıştır. Nitekim var-lıksal-hipoteetik ayırımına gitmeksizin şu iki önerme,

Tűm řiřmanlar oburdur.

Tűm devler oburdur.

arasındaki farkı görmeğe olanak yoktur. Birinci önerme varlıksaldır; bu nedenle yanlışlanabilir. Bunun için obur olmayan bir şişman bulmak yeter. Oysa varlıksal olmayan ikinci önermeyi yanlışlamak, obur (ya da obur olmayan) bir dev gösterilemeyeceği için, olanaksızdır. «Tűm řiř-manlar oburdur,» doğruysa, «Bazı şişmanlar oburdur,» haydi haydi doğrudur. Buna karşılık, «Tűm devler obur-dur,» doğru olduğu halde «Bazı devler oburdur,» öner-

mesl doğru olamaz; çünkü hipotetik bir önerme varlıksal bir önermeyi içeremez.

Geleneksel mantık tüm önermeleri varlıksal saymakla, bu farkları görmekten uzak kalmıştır.

Soru 23 : Eş-değerlik ilişkisine dayanan çıkarımlar nelerdir?

Kategorik önermelere dayanan dolaysız çıkarımların ilk bölümünü, «karşılıklı bağıntıları» adı altında yukarda gördük. Şimdi, eş-değerlik ilişkisine dayanan ikinci bölümüne geçiyoruz.

Tüm koşullar altında doğruluk değeri aynı kalan iki önerme eş-değerdir, bunlar arasındaki ilişkiye de «eş-değerlik» diyor ve şöyle tanımlıyoruz (P ve Q farklı iki önermeyi simgelemek, D ve Y doğru ve yanlış göstermek için kullanılmıştır.)

	<u>P</u>	<u>Q</u>
(1)	D	D
(2)	Y	Y

Geleneksel mantık dört temel önerme kalıbının bazı dönüştürmelere uğramasına rağmen doğruluk değerlerini değiştirmedini göstermektedir. Şüphesiz bu sonuç, dönüştürmelerin belli birtakım kurallara bağlı olmasıyla olanak kazanmaktadır. Nedir bu dönüştürmeler?

Bu dönüştürmeler **çevirme**, **evirme** ve **devirme** olmak üzere üç türdür.

Bir önermenin çevrilmesi, önermedeki özne ve yüklem terimlerinin yer değiştirilmesi ile sağlanır :

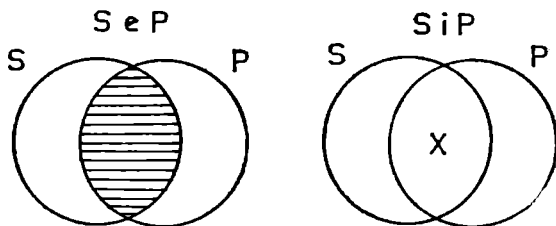
Temel kalıplar	Çevrikleri
Tüm S'ler P'dir (SaP)	Tüm P'ler S'dir (PaS)
Hiç bir S, P değildir (SeP)	Hiç bir P, S değildir (PeS)
Bazı S'ler P'dir (SiP)	Bazı P'ler S'dir (PiS)
Bazı S'ler P değildir (SoP)	Bazı P'ler S değildir (PoS)

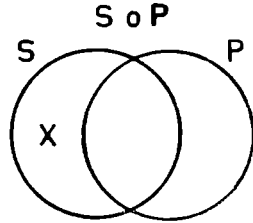
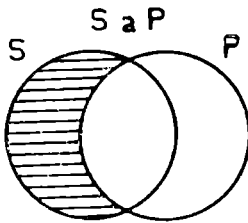
Ne var ki, bu çevirmelerin hepsi geçerli değildir. Nitekim, «Tüm S'ler P'dir,» önermesini doğru, «Tüm P'ler S'dir,» önermesini yanlış sayabiliriz. Birinin doğruluğu öbürünün doğruluğunu zorunlu kılmamaktadır. Aynı şekilde, «Bazı S'ler P değildir,» önermesini doğru saydığımızda çevriği olan «Bazı P'ler S değildir,» önermesini doğru saymak zorunda değiliz. Biri doğru olduğu halde, öbürü yanlış olabilir.

Buna karşılık diğer iki önerme geçerli çevirmeye elvermektedir. Gerçekten, hiç bir S, P değilse, hiç bir P'nin de S olmaması gerekir. Aynı şekilde bazı S'ler P ise, bazı P'lerin de S olması kaçınılmazdır.

«Çevirme» dediğimiz dönüştürmenin geçerliliği uygulandığı önermenin temsil ettiği ilişkinin niteliğine bağlıdır. İlişki simetrik nitelikte ise (SeP ve SiP'de olduğu gibi) dönüştürme geçerli, ilişki simetrik değilse (SaP ve SoP'da olduğu gibi) dönüştürme geçersizdir. Bunu Venn diyagramları da açıkça ortaya koymaktadır:

Çevrilmesi geçerli Simetrik önermeler :





Simetrik önermeleri temsil eden diyagramların simetrik, asimmetrik önermeleri temsil eden diyagramların asimmetrik olduğu gözden kaçmayacak kadar açıktır.

«Eş değer olmayı « $\equiv$ » işaretiyle, eşdeğer olmamayı « $\neq$ » işaretiyle gösterirsek çevirmeye dayanan dönüş-türmeleri şöyle belirleyebiliriz :

SaP	$\neq$	PaS
SeP	$\equiv$	PeS
SiP	$\equiv$	PiS
SoP	$\neq$	PoS

Soru 24 : «Evirme» ve «devirme» işlemlerinin geçerlik koşulları nelerdir?

Evirme, dört temel önerme için de geçerli bir dönüş-türme biçimidir. Bir önermenin evriğine dönüştürülmesi için iki işlem izlenir: (1) önermenin niteliği değiştirilir; yani önerme değillenerek olumlu ise olumsuz, olumsuzsa olumlu yapılır. (2) önermenin yüklem terimi «bütünleyici» si ile değiştirilir.* Örneğin, «Tüm S'ler P'dir,» önerme ka-

* Bir terimi evrene bütünliyen terim o terimin bütünleyicisidir. Örneğin «Şişman» teriminin bütünleyicisi «şişman olma-

libinin evriğini elde etmek için önce niteliğini değiştiririz: Hiç bir S, P değildir. Sonra yüklem terimi, «P» yerine bütünleyicisini, P'yi, koyarız: Hiç bir S, P değildir. Şimdi dört temel önerme kalıbı ile evriklerini göstereyim :

Temel kalıplar

Tüm S'ler P'dir

Hiç bir S, P değildir

Bazı S'ler P'dir.

Bazı S'ler P değildir.

Evrikleri

Hiç bir S, P değildir.

Tüm S'ler P'dir.

Bazı S'ler P değildir.'

Bazı S'ler P'dir.

Evirme biçimindeki dönüştürme dört önerme için de geçerli olduğundan sonucu şöyle gösterebiliriz :

SaP $\equiv$ SeP

SeP $\equiv$ SaP

SiP $\equiv$ SoP

SoP $\equiv$ SiP

Temel kalıplar ile evrikleri arasındaki bu eşdeğerlik, Venn diyagramlarında da açıkça görülebilir. Temel bir kalıbı temsil eden diyagram aynı zamanda onun evriğini de temsil etmektedir.

Devirmeye gelince, bu dönüştürme de çevirme gibi tüm önerme veya önerme kalıpları için geçerli değildir. Çevirme simetrik ilişkiye dayandığında geçerli iken, devirme tam tersine asimetrik ilişkiye dayandığında geçerli akıl-yürütmeyi sağlamaktadır.

Bir önermenin devriğine dönüştürülmesi şu işlemleri izlemeyi gerektirir: (1) önermenin evriği alınır; (2) alınan

yan,» «obur» teriminin bütünleyicisi «obur-olmayan» terimidir. Şişman sınıfı evrenin bir bölümüdür; geri kalan her şey «şişman-olmayan» sınıfına girer; ikisi birlikte evreninin tümünü kapsarlar. Bir terimi S ya da P ile gösteriyoruz; bütünleyicisini de S-olmayan, P-olmayan, ya da, kısaca S, P diye göstereceğiz.

evrik simetrik ise çevriği alınır; (3) alınan çevriğin yeni-
den evriği alınır. Örneğin, «Tüm S'ler P'dir,» kalıbının ev-
riği: Hiç bir S, P değildir, bu simetrik olduğundan çevriği
alınabilir: Hiç bir P, S değildir. Bunun evriği; Tüm P'ler
S'dir, bize «Tüm S'ler P'dir» kalıbının devriğini verir. Oy-
sa bu işlemi, «Hiç bir S, P değildir,» kalıbına tam uygula-
yamayız, çünkü bu kalıp simetrik bir ilişkiye dayandığın-
dan, devriğine dönüştürülmesi geçerli değildir:

1. Temel kalıp	Hiç bir S, P değildir	(SeP)
2. Evriği	Tüm S'ler P'dir.	(SaP)
3. Çevriği	Tüm P'ler S'dir.	(PaS)
4. Evriği	Hiç bir P, S değildir	(PeS)

Ancak, bu sonuç geçerli değildir; çünkü dönüştürme
3. adımda geçerli bir kurala dayanmamaktadır. Daha ön-
ce de gördüğümüz gibi, SaP ile PaS eşdeğer olmadığın-
dan birinden öbürüne geçmeye olanak yoktur.

Aynı şekilde, simetrik bir ilişkiye dayanan «Bazı S'ler
P'dir,» kalıbı için de devirme geçerli bir dönüştürme sağ-
lamamaktadır. Buna karşılık asimetrik olan «Bazı S'ler P
değildir,» kalıbının devriği; «Bazı P'ler S değildir» geçer-
lidir. Nitekim dönüştürme,

Temel kalıp	Bazı S'ler P değildir	(SoP)
Evriği	Bazı S'ler P'dir	(SiP)
Çevriği	Bazı P'ler S'dir	(PiS)
Devriği	Bazı P'ler S değildir	(PoS)

her adımda geçerliliğini sürdürmektedir.

O halde, devirme biçimindeki dönüştürme SaP ve
SoP temel önerme kalıpları için geçerli, SeP ve SiP temel
önerme kalıpları için geçersiz olduğuna göre sonucu şöy-
le gösterebiliriz:

SaP	≡	PaS
SeP	≠	PeS
SiP	≠	PiS
Sop	≡	PoS

Bu sonucu dilersek Venn diyagramlarında da gösterebiliriz. Ayrıca diyagram gerek karşıtlık, gerek eşdeğerlik ilişkilerini bir denetleme veya testetme aracı olarak da kullanılabilir.

Çevirme, evirme ve devirme kurallarına dayanan dönüştürmeleri ve elde edilen eşdeğerlikleri aşağıdaki tablo topluca vermektedir.

A	SP = O	Tüm S'ler P dir	SaP	Temel Kalıp
		Hiç bir S, P değildir	SeP	Evrik
		Tüm P'ler S'dir	PaS	Devrik
E	SP = O	Hiç bir S, P değildir	SeP	Temel kalıp
		Hiç bir P, S değildir	PeS	Çevrik
		Tüm S'ler P'dir	SaP	Evrik
I	SP ≠ O	Bazı S'ler P'dir	SiP	Temel kalıp
		Bazı P'ler Sdir	PiS	Çevrik
		Bazı S'ler P değildir	SoP	Evrik
O	SP ≠ O	Bazı S'ler P değildir	SoP	Temel kalıp
		Bazı S'ler P'dir	SiP	Evrik
		Bazı P'ler S değildir	PoS	Devrik

Soru 25 : Kategorik tasımı nasıl tanımlayabiliriz?

Kategorik önerme veya önerme kalıplarına dayalı çıkarımları «dolaylı» ve «dolaysız» olmak üzere iki gruba ayırmıştık. Bundan önceki dört soruda dolaysız çıkarımları inceledik. Bölümün bundan sonraki sorularında, «ka-

tegorik tasım» diye bilinen iki öncüllü dolaylı çıkarımları ele alacağız.

Kategorik tasım biçimini alan çıkarımlar geleneksel mantığın özü ve başlıca konusu olmuştur. Tasım ikisi öncül, biri sonuç olmak üzere, üç önermeden kurulu çıkarım türüdür. Önergeler kategorik biçimde olursa, çıkarım «kategorik tasım» («Categorical Syllogism») adını alır. Tipik bir örnek olarak şu çıkarıma bakalım :

Tüm şairler yazardır.

(1) **Bazı sanatçılar yazar değildir.**

O halde: Bazı sanatçılar şair değildir.

Dedüktif nitelikte olan bu çıkarımın yapısı incelendiğinde üç terimi (veya sınıf adını) içine aldığı ve her terimin iki kere geçtiği görülür. Bu terimler **şairler**, **yazarlar** ve **sanatçılar**'dır. Terimlerden biri (örneğimizde **yazarlar**) yalnız öncüllerde, diğer ikisi hem öncüllerde hem de sonuçta geçer. Yalnız öncüllerde geçen terime «orta terim» denir; görevi iki öncülün bağıntısını sağlamaktır. Sonuçta yüklem olarak geçen terime «büyük terim,» özne olarak geçen terime «küçük terim» denir. Büyük terimi ihtiva eden öncül «büyük öncül,» küçük terimi ihtiva eden öncül «küçük öncül» diye adlandırılır. Örneğimizde ilk öncül, «Tüm şairler yazardır,» önermesi büyük öncülü (çünkü büyük terim, «şairler,» bu öncülde geçmekte), ikinci öncül, «Bazı sanatçılar yazar değildir,» önermesi küçük öncülü (çünkü küçük terim, «sanatçılar,» bu öncülde geçmekte) oluşturmaktadır.

Büyük öncülün daima birinci önerme olması gerekmediği gibi, nicelik yönünden tümel, nitelik yönünden evetleyici (olumlu) olması da gerekmez. Nitekim aşağıdaki örneklerden (2)'deki örnekte büyük öncül ikinci önerme

olarak yer almakta, (3)'teki örnekte büyük öncül hem tikel hem de değilleyici türdendir.

- (2) Hiç bir düşünür şarlatan değildir.
Tüm filozoflar düşünürdür.
-

Hiç bir şarlatan **filozof** değildir.*

- (3) Bazı okurlar **politikacı** değildir.
Tüm okurlar kitap sever.
-

Bazı kitap severler **politikacı** değildir.

Aldığımız örneklerde çıkarımların hepsinin geçerli olması, kategorik tasımların tümünün geçerli olduğu sanısına yol açmamalıdır. Nitekim (4)'deki örnek kategorik tasım niteliğinde olmakla beraber geçersizdir:

- (4) Bazı hukukçular yargıçtır.
Hiç bir yargıç cahil değildir.
-

Bazı cahiller hukukçu değildir.

Tüm çıkarımlarda olduğu gibi kategorik tasımlarda da geçerlik çıkarımın içeriği ile değil biçimi ile ilgilidir. Bir çıkarımın biçimi geçerli ise (yani çıkarımda öncülleri doğru saydığımızda sonucu yanlış sayamıyorsak) o biçimi alan tüm somut örnekler de geçerlidir. Yukardaki örneklerimizden (1), (2) ve (3) ü geçerli, (4) ü geçersiz yapan şey, bu çıkarımlarda geçen terimler ya da bu terimlerin geçtiği önermelerin doğruluk değerleri değil, düpedüz bu terimlerin veya önermelerin biribiriyle olan ilişkilerinden oluşan çıkarım biçimidir. O halde geçerli ve geçersiz bi-

* Sonucun başında yer alan «.» işareti, «O halde,» demektir.

çimleri nasıl ayırd edeceğiz? Fakat bundan da önce, bir çıkarımın biçimini nasıl belirliyebiliriz?

Soru 26 : Kategorik tasım biçimlerini nasıl belirleyebiliriz?

Kategorik bir tasımın biçimini iki özellik belirler: (1) Tasımı meydana getiren önermelerin sıralanışı; (2) orta terimin öncüllerdeki konumu. Birinci özelliğe tasımın **sıralanımı** (the mood of syllogism), ikinci özelliğe tasımın **konumu** (the figure of syllogism) denir.*

Tasımsal sıralanım yönünden yukardaki örneklerimizi şöyle belirleyebiliriz :

(1) A O O (2) E A E (3) O A O (4) I E O

Ancak tasımsal sıralanım, bir tasımın biçimini tam belirlemediği için, geçerliğin saptanmasında yeterli bir ölçüt işlevi görememektedir. Nitekim aşağıdaki iki tasım kalıbı aynı sıralanım'da (E I O) oldukları halde (5)'teki çıkarım geçerli, (6)'daki çıkarım geçersizdir.

	E Hiç bir B, A değildir.	E Hiç bir A, B değildir.
(5)	I Bazı A'lar C'dir.	(6) I Bazı C'ler A'dır.
	O Bazı C'ler B değildir.	O Bazı B'ler C değildir.

İlk bakışta pek farklı görünmeyen bu çıkarımlarda, orta terimin konumu kesin bir değişiklik göstermektedir. (5)'deki çıkarımda önce yüklem, sonra özne olarak yer

* «Sıralanım» ve «konum» terimleri «mood» ve «figure» terimlerinin sözlük karşılıkları olmamakla beraber, anlam yönünden bize uygun karşılıklar olarak görünmektedir.

alan orta terim (A), (6)'daki çıkarımda önce özne sonra yüklem olarak yer almıştır. İki tasım kalıbı sıralanım yönünden benzer, konum yönünden farklı ise biçim yönünden farklı demektir. Çünkü biçimin tam belirlenmesinde hem sıralanım, hem konum vazgeçilmez faktörlerdir.

Orta terimin öncüllerde tutabileceği yer dört türlü olabileceğine göre, konum yönünden tasım kalıplarını dört öbekte toplayabiliriz. Aşağıdaki tablo, dört konum kalıbını göstermektedir (Orta terimi M ile, büyük terimi P ile, küçük terimi S ile simgeliyoruz):

I. Konum	II. Konum	III. Konum	IV. Konum
M — P	P — M	M — P	P — M
S — M	S — M	M — S	M — S
S — P	S — P	S — P	S — P

Görüldüğü gibi I. konumda orta terim M, önce özne, sonra yüklem, II. konumda her iki öncülde de yüklem, III. konumda her iki öncülde de özne, IV. konumda ise önce yüklem, sonra özne olarak geçmektedir. Terimler arasında «—» ile gösterilen yer önermenin türüne göre «a», «e», «i» ve «o» eklemleriyle doldurulmak üzere açık bırakılmıştır. Buna göre, örnek (5)'deki tasım kalıbının sıralanımı E I O, konumu I, olduğuna göre, bu tasımın biçimini I. konumda E I O sıralanımı olarak niteleriz.

İmdi, her tasımda 3 tane önerme yer aldığına ve elimizde de 4 tür (A, E, I, O) temel önerme bulunduğu göre, sıralanım yönünden altmış dört ($4^3 = 64$) tasım biçimi var demektir. Öte yandan 64 sıralanım (mood)'ın her biri dört konum (figure)'dan birinde olabileceğine göre, tüm tasımların biçim yönünden ikiyüz elli altı ($64 \times 4 = 256$) türe ayrıldığını görüyoruz. Ne var ki, mümkün olan bu 256 tasım biçiminin tümü geçerli değildir. Bunlardan ancak küçük bir bölüm, sadece 19 tanesi, geçerli, geri ka-

lanlar ise geçersizdir. Üstelik 4 tanesinin (altları çizgili) geçerliliği, tümel önermelerin varlıksal yorumuna bağlıdır. Aşağıdaki tablo geçerli tasım biçimlerini göstermektedir.*

Geçerli Biçimler Tablosu

I Konum	II. Konum	III. Konum	IV Konum
A A A	E A E	I A I	A E E
E A E	A E E	A I I	I A I
A I I	E I O	O A O	E I O
E I O	A O O	E I O	E A O
E A O	E A O		
	A E O		

Tabloda altları çizili olan dört tasım biçimini (öncülleri tümel olduğu halde sonuçları tikel olan bu çıkarımlar **zayıflatılmış biçim** diye bilinir) de bir yana bırakacak olsak elimizde sadece 15 tane geçerli tasım biçimi kalır.

İmdi bu 15 geçerli biçimi, kategorik tasım türünden çıkarımların geçerli olup olmadığını belirlemede ölçüt veya denektaşı olarak kullanabiliriz. Konusu ne olursa olsun, bir çıkarımın kalıbı bu biçimlerden birine uyuyorsa o çıkarım geçerli demektir. Tersine, bir çıkarım ne kadar akla yakın görünürse görünsün eğer sıralanım ve konu-

* Sıralanımı oluşturan dizilişte ilk önerme temsilcisi harf büyük öncülü, ikinci önerme temsilcisi harf küçük öncülü, üçüncü önerme temsilcisi harf sonucu simgelemektedir. Örneğin EIO sıralanımında, E büyük öncülün tümel değilleyici, I küçük öncülün tikel evetleyici, O da sonucun tikel-değilleyici türden birer önerme olduğunu göstermektedir.

mu yönünden bu biçimlerden birine uymuyorsa, o çıkarımın mantıksal geçerliliğinden söz edilemez.

Yukarda incelediğimiz örneklerden (1), (2), (3) ve (5)'deki çıkarımların geçerli, (4) ve (6)'daki çıkarımların geçersiz olduğunu söylemiştik. Gerçekten, sıralanımı A O O ve konumu II olan (1)'deki çıkarımın, sıralanımı E A E ve konumu I olan (2)'deki çıkarımın, sıralanımı O A O ve konumu III olan (3)'deki çıkarımın, sıralanımı E I O ve konumu IV olan (5)'deki çıkarımın tabloda yer aldığını; oysa sıralanımı I E O ve konumu IV olan (4)'deki çıkarım ile sıralanımı E I O ve konumu I olan (6)'daki çıkarımın tabloda yer almadığını görüyoruz.

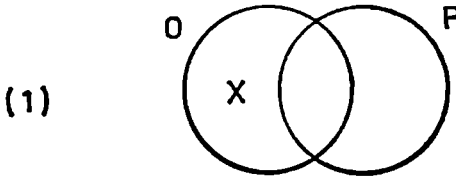
Soru 27: Kategorik tasımların geçerliliğini Venn diyagramları ile nasıl test edebiliriz?

Geçerli biçimler tablosuna başvurma yoluyla elimizdeki bir tasım kalıbının geçerli olup olmadığını belirleyebileceğimizi örnekleriyle gördük. Ancak bu yöntem etkin olmakla beraber pek kullanışlı değildir. Tablodaki listeyi ezberlemiş olmayı, ya da hiç değilse bir kâğıt üzerinde cepte taşımayı gerektirir. Oysa aynı derecede etkin, fakat aynı zamanda kullanışlı başka yöntemler var elimizde. Bunlardan biri Venn diyagramları tekniği.

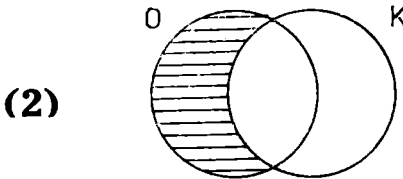
Venn diyagramları ile kategorik önermeleri nasıl temsil ettiğimizi biliyoruz. Kategorik bir tasımın geçerlik testinde de tekniğin kullanımı son derece basittir. Geçerli bir tasımda sonuç öncüllerde gömülü olduğundan öncüllerin diyagramla ifadesi, sonucun açığa çıkmasına yetmelidir. Aslında «çıkartım» terimi de bu gerçeği; üstü-örtük olanı belirttik yapma gerçeğini, dile getirmektedir. Bir tasımda öncüllerin ifadesi sonucun açığa çıkmasını sağ-

lamıyorsa, ya da birden fazla sonuca olanak veriyorsa, o tasım geçerli değildir. Örnek (3) ve (4)'deki çıkarımlara dönerek tekniğin uygulanışını görelim:

Örnek (3)'teki çıkarımın ilk öncülü, «Bazı okurlar politikacı değildir,»i, Venn diyagramları ile («Okurlar»ı O, «politikacılar»ı P ile temsil ederek) şöyle,



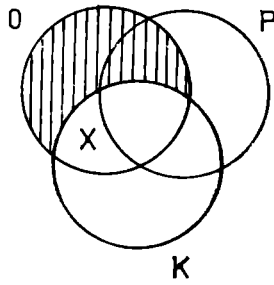
İkinci öncülü, «Tüm okurlar kitap sever»i («Kitap severler»i K ile temsil ederek) şöyle,



ifade ederiz. İki öncüle ait bu diyagramları birleştirdiğimizde, ikisinin ilişkisinde var olan sonucun («Bazı kitap-severler politikacı değildir»in) kendiliğinden ortaya çıktığını göreceğiz (75. sayfadaki ilk şekil.) :

Gerçekten (1)'deki diyagram bize okurlar (O) ile politikacılar (P) m ilişkisini, (2)'deki diyagram okurlar (O) ile kitap-severler (K) in ilişkisini, (3)'deki diyagram ise bu iki ilişkinin birleşiminden üçüncü bir ilişkiyi, kitap sever-

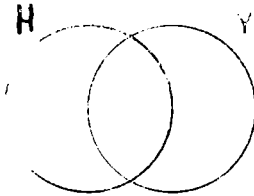
(3)



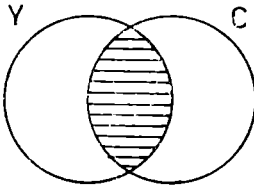
ler (K) ile politikacılar (P) in ilişkisini vermektedir. Diyagramın ortaya çıkardığı bu sonuncu ilişki, bazı K'lerin P olmadığını (yani, bazı kitap-severlerin politikacı olmadığını) söylemektedir ki, bu da örnek (3)'teki çıkarımın sonucundan başka bir şey değildir.

Şimdi örnek (4)'teki çıkarımı ele alalım:

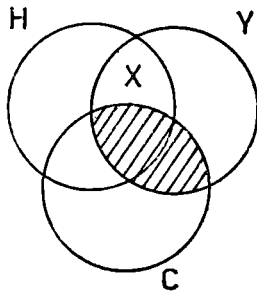
Birinci öncül: Bazı hukukçular yargıçtır:



İkinci öncül: Hiç bir yargıç cahil değildir;



Öncülleri diyagramda birleştirdiğimizde,



Çıkan sonuç, Bazı hukukçular cahil değildir, Örnek (4)'deki sonucu («Bazı cahiller hukukçu değildir») tutmamaktadır. Demek oluyor ki, örnek (4)'deki çıkarımın geçersizliği öncüllerin yetersizliğinden değil, düpedüz çıkarımın yanlış olmasındandır. Nitekim Venn diyagramları tekniği doğru sonucu («Bazı hukukçular cahil değildir») ortaya koymakla çıkarımın ne yönden geçersiz olduğunu anlamamıza da yardımcı olmuştur.

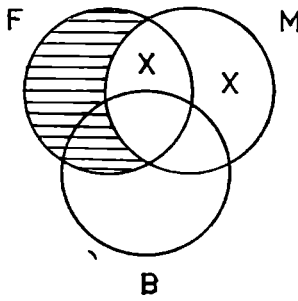
Kimi kez bir çıkarımın geçersizliği, akıl yürütmedeki hatadan çok, öncüllerin bir sonuç için yeterli olmamasından ileri gelir. Örneğin öncülleri şu iki önerme,

Tüm filozoflar mantıkçıdır.

Bazı mantıkçılar bilgin değildir.

olan hiç bir tasım geçerli olamaz; çünkü ikisinin ilişkisinden üçüncü bir ilişkinin, filozoflar ile bilginler arasındaki ilişkinin, zorunlu olarak çıkmadığını Venn diyagramları da ortaya koymaktadır (77. sayfadaki şekil) :

Gerçekten diyagramda F ile B arasında hiç bir ilişki görünmemektedir. Kaldı ki, ikinci öncülü temsil ederken tek bir kesimi değil iki kesimi «X» ile işaretlemek ge-

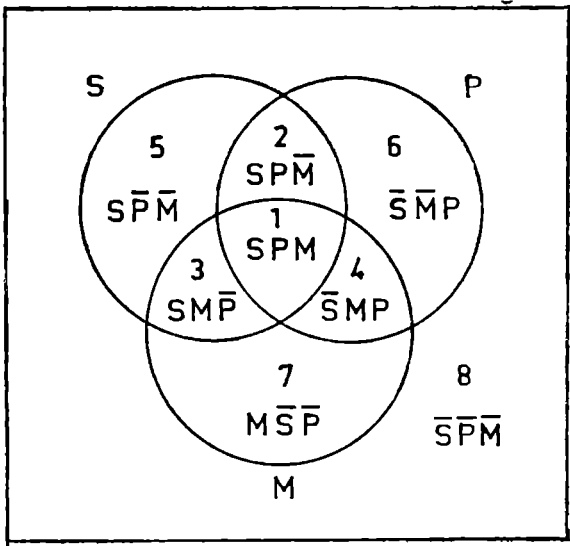


reliyor. Bu da, bir sonuç olsa bile, tasımın geçersizliğini gösterir.

Soru 28: Sınıf ilişkilerini belirlemede Venn diyagramlarının sağladığı olanak nedir?

Kategorik tasımlar üç ve yalnız üç terimin (daha doğrusu üç sınıfın) ilişkisine dayalı çıkarımlardır. Bu nedenle, yukardaki örneklerde de gördüğümüz üzere, bir tasımın diyagramla temsili, kesişen üç daireye ihtiyaç gösterir. Tasımda geçen üç terim öncüllerde bulunduğundan, iki öncülün ifadesi bize kesişen üç daireyi vermeye yeter; tasım geçerli ise, üçüncü önerme kendiliğinden belirir.

İmdi kesişen üç daire konuşma evrenini sekiz farklı kesime ayırır. Örneğin, evrenimizi oluşturan üç sınıfı S (sefiller), P (politikacılar) ve M (mutlular) olarak belirleyelim. Aşağıdaki diyagram bu üç sınıfın mümkün ilişkilerini, konuşma evrenini sekiz kesime ayırarak göstermektedir.



Konuşma Evreni

Sekiz kesimde yer alan ilişkileri şöyle yorumlayabiliriz:

Kesim 1	$S \cap P \cap M$	Bu kesime mutlu olan sefil politikacılar;
Kesim 2	$S \cap P \cap \bar{M}$	Bu kesime mutsuz olan sefil politikacılar;
Kesim 3	$S \cap M \cap \bar{P}$	Bu kesime politikacı olmayan mutlu sefiller;
Kesim 4	$\bar{S} \cap M \cap P$	Bu kesime, sefil olmayan mutlu politikacılar;
Kesim 5	$S \cap \bar{P} \cap \bar{M}$	Bu kesime ne mutlu, ne de politikacı olan sefiller,
Kesim 6	$\bar{S} \cap \bar{M} \cap P$	Bu kesime, ne mutlu ne de sefil olan politikacılar;

- Kesim 7 : M S P** Bu kesime ne mutlu ne de politikacı olan sefiller;
- Kesim 8 : M S P** Bu kesime ne mutlu, ne sefil ne de politikacı olan kişiler, girer.

Hemen belirtmeli ki, diyagram bu görünüşü ile hiç bir iddia veya önerme temsil etmemektedir; sadece ne gibi iddia veya önermeler için olanak olduğunu göstermektedir. Örneğin,

Mutlu olan sefil politikacı yoktur.

önermesi, kesim 1 taranarak,

Bazı politikacılar ne sefil ne de mutludur.

önermesi, Kesim 6 «X» ile işaretlenerek,

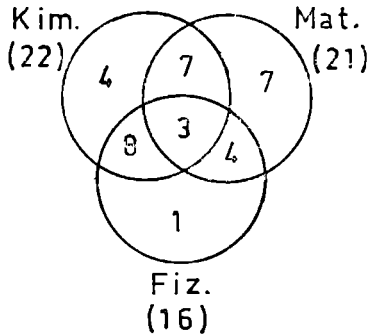
Tüm sefiller mutludur.

önermesi, kesim 5 ve 2 taranarak temsil edilir.

Sınıf veya alt-sınıf ilişkilerini belirleyen Venn diyagramları kategorik önermelere dayalı çıkarımların geçerliliğini testetmemize yardım ettiği gibi bazı aritmetik problemlerin çözümünü de kolaylaştırmaktadır. Örneğin şu probleme bakalım:

Bir okulda 22 öğrenci kimyadan, 21 öğrenci matematikten, 16 öğrenci fizikten sınıfta kalıyor. Bunlardan hem kimya, hem fizikten kalanların sayısı 11, hem fizik, hem matematikten kalanların sayısı 7, hem kimya hem matematikten kalanların sayısı 10'dur. Üç öğrenci de hem kimya, hem fizik, hem matematikten kalmıştır. Bu okulda tüm başarısızların sayısı nedir?

Problemin Venn diyagramıyla çözümü:



Kesim 1	K	M	F	3 öğrenci
Kesim 2	K	M	F	7 öğrenci
Kesim 3	K	F	M	8 öğrenci
Kesim 4	K	M	F	4 öğrenci
Kesim 5	K	M	F	4 öğrenci
Kesim 6	K	F	M	7 öğrenci
Kesim 7	K	M	F	1 öğrenci
Kesim 8	K	M	F	0 öğrenci

Toplam 34

Soru 29: Kategorik tasımları testetmede diğer yöntemler nelerdir?

Geçerli bir kategorik tasım biribiriyle tutarlı üç önerme veya önerme kalıbından oluştuğundan, öncüllerin, sonucun çelişği ile birleşmesi, tutarsız bir üçlü vermelidir. Başka bir deyişle bir tasımda sonucun çelişği öncüllerle birleştğinde ortaya tutarsız bir üçlü çıkıyorsa bu, ilk üçlünün tutarlı, yani tasımın geçerli olduğunu gösterir. Demek oluyor ki, her geçerli tasıma bir «tutarsız üçlü»

veya (antilogism) karşılık teşkil etmektedir. Dolayısıyla bir tutarsız üçlünün karşılık teşkil etmediği hiç bir tasımı geçerli sayamayız.

Bir tasımda sonucun değillenmesiyle elde edilen yeni üçlüğün tutarsız olup olmadığını belirlemede iki yöntem vardır. Bunlardan birine göre, değillenen (ya da çelişigine dönüştürülen) sonuç öncüllerden biriyle birleştirilerek yeni bir sonuç çıkarılır; eğer bu sonuç geride kalan öncülün çelişigi ise, yeni üçlü tutarsız, dolayısıyla test konusu olan ilk tasımımız geçerli demektir. Bu işlemi bir örnek üzerinde göstermek için şu tasımı ele alalım:

- (7) Hiç bir S, P değildir.
Bazı P'ler M'dir.
-

Bazı M'ler S değildir.

Bu tasım geçerli ise, sonucun değillenmesiyle elde edilen şu üçlünün tutarsız olması gerekir:

- (8) Hiç bir S, P değildir.
Bazı P'ler M'dir.
-

Tüm M'ler S'dir.

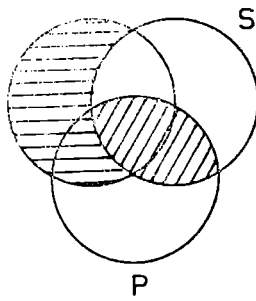
Bu üçlü tutarsız ise, sonuç ile öncüllerden birinin meydana getirdiği öncüllerden çıkan yeni sonucun kullanılmayan öncülle çelişik olması gerekir.

- (9) Tüm M'ler S'dir.
Hiç bir S, P değildir.
-

Hiç bir P, M değildir.

(Bakınız: 82. sayfadaki ilk şekil.)

Gerçekten geçerliği Venn diyagramı ile de doğrulanan yeni sonuç,



Hiç bir P, M değildir.

tutarsızlığı denetlenen (8)'deki üçlünün kullanılmayan öncülünü, yani,

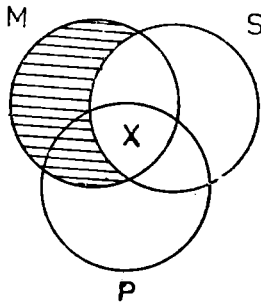
Bazı P'ler M'dir.

önermesini değillemektedir. Bu bize (8)'deki üçlünün tutarsız olduğunu, dolayısı ile (7)'deki tasımın geçerliliğini ispatlar.

(8)'deki üçlünün tutarsızlığını (9)'daki çıkarım yerine şu çıkarımla da kanıtlayabiliriz:

- (10) Tüm M'ler S'dir.
Bazı P'ler M'dir.

Bazı S'ler P'dir.



Bu çıkarımda (9)'da kullanılmayan öncülü, (8)'in sonucu ile birleştirdik; elde ettiğimiz yeni sonucun,

Bazı S'ler P'dir.

bu kez kullanmadığımız öncülle

Hiç bir S, P değildir.

çelişik olduğunu görmekteyiz.

Soru 30: İkinci yöntem nedir?

Bir üçlünün tutarsız olup olmadığını, dolayısıyla karşılık teşkil ettiği tasımın geçerli olup olmadığını, belirlemenin ikinci yöntemine gelince, bunun için her şeyden önce üçlüyü oluşturan önermelerin cebirsel denklem biçiminde ifadesine ihtiyaç vardır. (8)'deki örneğimizi ele alarak bunu gösterelim:

$$\begin{array}{ll} (11) & 1. \quad SP = O \\ & 2. \quad PM \neq O \\ & \hline & 3. \quad MS = O \end{array}$$

İmdi cebirsel denklem biçiminde ifade edilen bu üçlü tutarsız ise, (7)'deki tasım geçerli demektir. Üçlüyü tutarsız saymak için şu üç özelliği taşıması gerekir:

- (a) Üçlüde iki tümel bir tikel önerme kalıbı olmalı.
 - (b) İki tümel önerme kalıbında orta bir terim bulunmalı ve bu terim bir keresinde olumlu, bir keresinde olumsuz geçmeli.
 - (c) Ortak terim dışında kalan diğer iki terim tikel önerme kalıbında aynen bulunmalı.
- (11)'deki üçlü bu üç koşulu yerine getirmekte midir?

(Bu soruyu cevaplandırabilmek için tümel ve tikel önerme kalıplarını nasıl ayırdettiğimizi, bir terimin olumlu ve olumsuz görünümünü nasıl belirlediğimizi hatırlamaya ihtiyaç vardır. Kısaca demek gerekirse, tümel önerme kalıplarının cebirsel ifadesi eşitlik ($=$), tikel önerme kalıplarının cebirsel ifadesi eşitsizlik ($\neq$) biçimindedir. Olumlu terimler hiç bir işaret taşımamakta, olumsuz terimler klişelerde üstlerine konan bir çizgi ile metinde ise siyah dizilerek belirlenmektedir. Örneğin P olumlu, $\neg P$ olumsuz bir terimi temsil etmektedir.)

Evet, (11)'deki üçlü tutarsız mıdır? Üçlüde,

- (a) İki tümel önerme kalıbı ($SP = O$ ve $MS = O$), ve bir tikel önerme kalıbı ($PM \neq O$) vardır.
- (b) İki tümel kalıpta, bir keresinde olumlu (S), bir keresinde olumsuz ($\neg S$) geçen bir ortak terim görüyoruz;
- (c) Geriye kalan iki terim (P ve M), tikel kalıpta birleşmiştir.

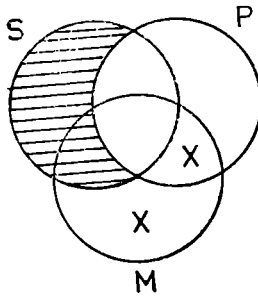
Koşulların üçü de yerine getirildiğinden, (11)'deki üçlü tutarsız, karşılık teşkil ettiği (7)'deki tasım ise geçerli demektir.

Yöntemin uygulanmasını bir de geçersiz bir çıkarım üzerinde göstermek için aşağıdaki örneği alalım:

(12) Tüm S 'ler P 'dir
 Bazı M 'ler S değildir

Bazı M 'ler P değildir

Bu çıkarım, 85. sayfadaki diyagramın da ortaya koyduğu üzere, geçersizdir; çünkü bir değil, iki sonuç vermektedir: Bazı M 'ler P değildir; Bazı M 'ler P 'dir. Oysa geçerli bir çıkarımın bir ve yalnız bir sonucu olmak gerekir.



(12)'deki çıkarım geçersiz olduğuna göre, ona karşılık teşkil eden üçlünün

$$\begin{array}{rcl}
 SP & = & O \\
 MS & = & O \\
 \hline
 MP & = & O
 \end{array}$$

tutarsız olması, yani üç koşuldan en az birini yerine getirememesi gerekir. Nitekim üçlüde yer alan üç önerme kalıbının da tümel olması birinci koşulu bozmakta, böylece, (12)'deki çıkarımın geçersizliği ispatlanmış olmaktadır.

Soru 31: Kategorik tasımların geçerlik ilkeleri nelerdir?

Geçerli kategorik tasımların biçimlerinin incelenmesinden, bazı ilkeler ortaya çıkmıştır. Bu ilkelere geçerliğin gerekli ve yeterli koşulları gözüyle de bakılabilir. Bunları, geçerliğin denetiminde ölçüt olarak kullanma mümkün olduğundan, kısaca gözden geçirmekte yarar görmekteyiz.

Sayısı dokuzu bulan bu ilkeleri aksiyom (postulat)

ve teorem olmak üzere iki ana grupta topluyoruz. Bir sistemde («aksiyom» veya «postulat» ispatlanmaksızın doğru kabul edilen, «teorem» aksiyomlara dayanılarak ispatlanan önermelere denir.)*

«Aksiyom» diye sınıflanan 5 ilkenin ilk ikisi nicelik, üçü de nitelik ile ilgili. Bu ilkelere göre geçerli olan herhangi bir tasımda,

- A 1 Orta terim hiç değilse bir geçişinde dağıtılmış olmalı;
- A 2 : Bir terim öncüllerde dağıtılmış geçmiyorsa, sonuçta dağıtılmış olamaz;
- A 3 : Öncüllerin ikisi de değilleyici olamaz;
- A 4 : Öncüllerden biri değilleyici ise, sonuç da değilleyicidir.
- A 5 : Öncüllerden hiç biri değilleyici değilse, sonuç evetleyicidir.

«Teorem» diye sınıflanan 4 ilke de şunlardır:

- T 1 Sonuçta dağıtılmış terimlerin sayısı, öncüllerde dağıtılmış terimlerin sayısından 1 tane azdır.

İspat: T1'in ispatı A1 ve A2'ye başvurularak yapılır. Gerçekten (a) en az bir kez dağıtılmış olması gereken orta terim yalnız öncüllerde geçtiğine, (b) öncüllerde dağıtılmamış bir terimin sonuçta dağıtılmış olması söz konusu olamayacağına göre, sonuçta dağıtılmış geçen terimlerin sayısının öncüllerde geçenlerden bir tane eksik olması kaçınılmazdır.

* Daha önce de belirttiğimiz gibi bir önermenin ispatı, doğru saydığımız bir veya daha fazla önermeden zorunlu olarak çıkarılabilir olduğunu gösterme demektir.

T 2 : İki öncülü de tikel olan bir tasımda sonuç geçerli olamaz.

İspat: İki öncülün tikel olması şu üç halden biriyle mümkündür:

(a) Öncüllerin ikisinin değilleyici olması; (b) öncüllerin ikisinin evetleyici olması; (c) öncülerden birinin evetleyici birinin değilleyici olması. Oysa bunlardan hiç birine olanak yoktur.

(a) A3'e göre geçerli bir tasımda öncüllerin ikisi değilleyici olamaz.

(b) Evetleyici-tikel önerme (SiP)'de dağıtılmış terim olmadığından, öncüllerin ikisinin de bu türden olması A1'e ters düşer.

(c) Öncüllerin birinin evetleyici birinin değilleyici olması halinde, A4'e göre sonucun da değilleyici olması gerekir. Bu ise ispatlanmış T1'e aykırı düşer.* Çünkü bu durumda hem öncüllerde hem de sonuçta yalnız birer (yani eşit sayıda) dağıtılmış terim var demektir.

T 3 : Öncüllerden biri tikelse, sonuç da tikeldir.

İspat: Biri tümel, biri tikel olan iki öncülün, A3'e göre ikisinin de değilleyici olması söz konusu edilemeyeceğine göre, ya (a) ikisi de evetleyici, ya da (b) biri evetleyici biri değilleyicidir.

(a) İkisi de evetleyici ise, öncüllerden biri tümel evetleyici (SaP), ötekisi tikel evetleyici (SiP)'dir. Ve ikisinde yalnız 1 tane dağıtılmış terim olduğundan A1'e göre, sonuçta dağıtılmış hiç bir terimin olmaması

* İspatlanmış bir teorem aksiyom gibi kullanılabilir.

gerekir. Bu ise ancak sonucun tikel-evetleyici (SiP) türünden bir önerme olması ile mümkündür.

(b) Öncüllerden biri evetleyici, biri değilleyici ise, o zaman iki şık karşımıza çıkmaktadır:

(i) Tümel önerme evetleyici (yani SaP), tikel önerme değilleyici (yani SoP) olabilir. Bunların herbirinde yalnız 1 tane dağıtılmış terim olduğundan, öncüllerde iki dağıtılmış terim var demektir. Öyle ise sonuçta yalnız 1 dağıtılmış terim olabilir. İmdi öncüllerden biri değilleyici olduğundan A4'e göre sonuç da değilleyici olmak zorundadır; ne var ki, bu önerme 2 dağıtılmış terimi olan tümel değilleyici türden olamaz; o halde sonuç tikel değilleyicidir.

(ii) Tümel önerme değilleyici (yani SeP), tikel önerme evetleyici (yani SiP) olabilir. Böyle ise, öncüllerde gene iki dağıtılmış terim olduğundan, sonuçta ancak bir dağıtılmış terim olabilir. Üstelik, bu bir dağıtılmış terimli önerme, A4'e göre değilleyici olmak zorunda, çünkü öncüllerden biri değilleyici nitelikte. Yalnız 1 terimi dağıtılmış değilleyici bir önerme ise tikel-değilleyici (yani SoP) türünden başka olamaz.

T 4: Büyük öncülü tikel-evetleyici (SiP), küçük ön-

cülü tümel değilleyici (SeP) olan bir tasım geçerli olamaz.

İspat: Böyle bir tasımda öncüllerden biri değilleyici olduğundan A4'e göre sonucun da değilleyici, biri tikel olduğundan, ispatlanmış T3'e göre sonucun da tikel olması gerekir. İmdi, hem tikel, hem de değilleyici olan bir önerme (SoP)'de yüklem terimi dağıtılmıştır. Oysa bu terimi içine alması gereken büyük öncül tikel-evetleyici (SiP)'de ise hiç bir terim dağıtılmış değildir. O halde böyle bir tasımda «SiP» türünden bir önerme büyük öncül olamaz; olursa tasım geçerli değildir.

Bu enformal ispatlarla aksiyometik bir sistem* oluşturduğunu gösterdiğimiz dokuz ilke, başta da söylediğimiz üzere, kategorik tasımların geçerli denetiminde her biri gerekli bir koşul olarak kullanılabilir. Bu demektir ki, ilkelerden birine bile ters düşen hiç bir tasım geçerli olamaz. Öte yandan ilkelerin dokuzu birlikte bize tüm geçerli tasımları belirlemenin yeterli koşulunu sağlayıcı güçtedir.

Soru 32: «Entimem»leri tasım sayabilir miyiz?

İlk bakışta bize oldukça yapay görünen tasımsal çıkarımlar aslında eksik biçimlerde günlük, hatta bilimsel düşünmede çok yaygın olarak yer alır. Öncüllerden biri ya da sonucu örtük tutularak ifade edilen tasımlara «entimem» denir.**

* «Aksiyometrik Sistem» kavramı ile ilgili daha geniş açıklama ilerde IX. Bölümde verilecektir.

** Eski Yunanca'da «enthymema» sözcüğü «akılda alıkoma» anlamını taşıyordu.

Entimem'leri üç türde toplayabiliriz. Büyük öncülü saklı tutulan tasımlara «birinci sıradan entimem», küçük öncülü saklı tutulan tasımlara «ikinci sıradan entimem,» sonucu saklı tutulan tasımlara «üçüncü sıradan entimem» diyoruz. Aşağıda bunların her biri bir örnekle gösterilmiştir:

(1) Spor yararlıdır; çünkü gençliğin beden gelişimini sağlar. Büyük öncülün saklı tutulduğu bu çıkarımda sporun, gençliğin beden gelişimini sağlama niteliği yararlı olduğu iddiasına neden veya destek olarak verilmektedir. Ne varki, bu şekliyle çıkarım zayıf kalmakta, gösterilen neden iddiayı zorunlu kılmaya yetmemektedir. Ancak çıkarım, büyük öncülün ifadesiyle geçerlik kazancak niteliktedir.

Gençliğin beden gelişimini sağlayan her şey yararlıdır.

Spor gençliğin beden gelişimini sağlar.
Öyle ise: Spor yararlıdır.

İlk şekliyle endüktif kanıtlama özelliği taşıyan argümanın, büyük öncülün belirtik hale getirilmesiyle dedüktif nitelik kazandığını görüyoruz. Bu nedenle, birçok endüktif kanıtlama veya akıl yürütmeleri entimem saymak yanlış olmaz.

(2) İçkiye aşırı düşkünlük ömrü kısaltır; bu gidişle dostumuz X'in sonu yakındır.

Bu çıkarımda ikinci öncül, «dostumuz X içkiye aşırı düşkündür,» saklı tutulmuştur.

(3) Gözüaçık politikacılar yalan ve hilede hünerli kimselerdir; Bay Emiral gözüaçık politikacıdır, gerçekten.

Bu çıkarımda sonuç, «Bay Emiral yalan ve hilede hünerli kimsedir,» saklı tutulmuştur.

Konuşmada şu veya bu entimem türüne yer verme-

miz, amacımıza, dinleyicimizin özelliğine ve yaratmak istediğimiz etkiye göre değişir. Büyük öncülü saklı tutmamız çok kere çıkarımın dayanağı ilkede anlaşmazlığa düşme veya tartışmaya yol açma endişesinden ileri gelir. Bu endişenin kökeninde ya kendi tereddüt ve kuşkumuz, ya da dinleyicimizden beklediğimiz itiraz vardır. Öte yandan, ikinci öncül veya sonucu saklı tutmamıza bir itham veya kötülemeyi açıkça ifadenin sakıncalarını göz önüne almamız yol açabilir. Aslında entimemin türü ne olursa olsun, konuşmalarımızda her şeyin açıkça söylenmemesi-ne, okuyucu veya dinleyiciyi düşüncemize ortak yapma inceliği, ya da düpedüz, edebî üslûp veya ustalık gereği diye de bakılabilir. Düşüncelerimizi hep tam tasım biçiminde dile getirdiğimizi düşünelim bir an; konuşmak ve dinlemek ne çekilmez bir yük olurdu hepimiz için!

IV. BÖLÜM

DEDÜKTİF MANTIK : KATEGORİK OLMAYAN TASIMLAR

Soru 33: Bileşik önermeler nasıl kurulur?

Tüm önermeleri kategorik olan tasımlar yanında, büyük öncülü kategorik olmayan, bu nedenle tasım biçimi değişik çıkarımlar da vardır. Bundan önceki bölümde, kategorik tasımların yapısal özelliklerini ve geçerlik koşullarını inceledik. Bu bölümde büyük öncülü kategorik olmayan tasım biçimlerini ele alacağız. Bu tasımlar büyük öncülün biçimine göre koşullu ve seçenekli olmak üzere başlıca iki ana grubu, ve bu ana grupların karışımı çıkarımları kapsamaktadır. Büyük öncülü koşullu önerme olan çıkarımlara «koşullu tasım» (hypothetical syllogism). Büyük öncülü seçenekli önerme olan çıkarımlara «seçenekli tasım» bunların karışımı olan çıkarımlara «dilem» (dilemma) denir. Koşullu ve seçenekli önermeler iki ya da daha fazla basit önermelerden meydana gelen bileşik önerme türleridir.*

Kategorik bir önerme, özne ve yüklem terimleri arasında bir ilişki ifade eder; bileşik bir önerme ise terimler

* Kendisinden başka hiç bir bölümü önerme olmayan bildirici cümlelerine «basit önerme»ler denir

arasında değil önermeler arasında ilişki kurar. Basit önermeleri bileşik önermeler biçiminde birleştiren «ve,» «veya», «ise» gibi kelimelere «önerme eklemleri» diyoruz. Bileşik önermenin biçimi, önerme eklemine bağlıdır. Örneğin;

- (a) Gök mavidir.
- (b) Güneş sıcaktır.

gibi birbiriyle ilişkili veya ilişkisiz herhangi iki önermeden, önerme eklemleri aracılığı ile aşağıdaki bileşik önermeleri oluşturabiliriz :

- (1) Gök mavidir **ve** güneş sıcaktır.
- (2) Gök mavidir **veya** güneş sıcaktır.
- (3) Gök mavi **ise** güneş sıcaktır.
- (4) **Ancak ve ancak** gök mavi **ise** güneş sıcaktır.

Bunlardan (1)'deki bileşik önermeye «birlikte-evetleme» diyoruz; çünkü önermenin doğruluğu bileşik önermelerin birlikte doğru olmasına bağlıdır. Bileşenlerden birinin yanlış olması bileşiğin yanlışlığı için yeterlidir.

Aynı önermeyi günlük dilde biraz değişik biçimlerde de ifade ederiz :

- Gök mavi, güneş sıcaktır.
- Hem gök mavi, hem güneş sıcaktır.
- Gök mavi ama güneş sıcaktır.

Fakat söylenişi kulağa aykırı da gelse birlikte evetlemenin standart veya temel biçimi olan (1)'deki kuruluşu kabul edeceğiz.

Birlikte-evetleme ile ilgili mantıksal işlemler ilerde «Önermeler Mantığı» bölümünde verilecektir.

Gelelim diğer üç bileşik önerme türüne.

(2)'deki önerme biçiminde olan bileşik önerme-

lere «seçenekli», (3)'teki önerme biçiminde olanlara «koşullu,» (4)'teki önerme biçiminde olanlara «karşılıklı-koşullu» önerme diyoruz.

Koşullu önermede önerme eklemi «ise»den önce gelen önermeye «ön-bileşen», «ise»den sonra gelen önermeye «ard-bileşen» denir. Bileşiğin doğru olması için şu üç koşuldan birinin olması yeter: (a) Her iki bileşen doğrudur, (b) her iki bileşen yanlıştır, veya (c) ön-bileşen yanlış, ard-bileşen doğrudur. Ön-bileşen doğru, ard-bileşen yanlış olduğunda ise, koşullu bileşik önerme yanlıştır. Bir cümlede toplamak gerekirse, «koşullu bileşik önermeler, ön-bileşenin yanlış, veya ard-bileşenin doğru olduğu tüm hallerde doğrudur,» diyebiliriz.

Ön-bileşeni ard-bileşenin yeter koşulu, ard-bileşeni ön-bileşenin gerekli koşulu olarak yorumlamak yolundan, biraz şaşırtıcı görünen bu tanımlamayı, açıklığa kavuşturabiliriz belki. Bir koşullu önerme, (ön-bileşeni P, ard bileşeni Q ile temsil edersek),

«P» önermesi doğru ise «Q» önermesi de doğrudur.

ya da,

«Q» önermesi yanlışsa, «P» önermesi de yanlıştır.

demekle P'yi Q'nun yeterli, Q'yu P'nin gerekli koşulu saymaktadır. P gerçekleştiği halde Q gerçekleşmezse o zaman, ve yalnız o zaman, koşullu bileşik önerme yanlıştır.

Seçenekli önermede «veya» eklemi biri zayıf, diğeri kuvvetli olmak üzere iki türlü yorumlanabilir. Zayıf yorumlamada,

P veya Q

bileşik önerme kalıbı

ya P, ya Q (veya her ikisi) doğrudur.

kuvvetli yorumlamada

ya P, ya da Q (ancak birisi) doğrudur.

demektedir. Zayıf yorumlamada bileşik önermenin doğruluğu için seçeneklerden en az birinin doğru olması yeterli; kuvvetli yorumlamada bileşik önermenin doğruluğu için bir seçeneğin doğru ve bir seçeneğin yanlış olması gerekli ve yeterlidir. Bu nedenle birinci türe «bağdaşır seçenekli,» ikinci türe «bağdaşmaz-seçenekli» diyebiliriz.

Karşılıklı koşullu önerme biçiminde ön ve ard bileşenler biribiri için hem yeterli hem gerekli koşullardır. Bu nedenle bileşiğin doğru olması için, iki bileşenin benzer doğruluk değeri taşıması, yani iki bileşenin birlikte ya doğru ya da yanlış olması gerekir.

Görülüyor ki, kısaca gözden geçirdiğimiz bileşik önermelerin tümünde, bileşiğin doğruluk değeri bileşenlerin doğruluk değerine bağlıdır. Başka bir deyişle biri ötekinin fonksiyonudur; bu nedenle, bu tür ilişkileri sağlayan önerme eklemlerine birer **doğruluk fonksiyonu** gözüyle bakabiliriz.

Soru 34 : Koşullu tasımın yapısal özelliği nedir?

Büyük öncülü koşullu önerme olan tasımlara «koşullu tasım» diyoruz. Bu tür tasımda kategorik bir önerme olan küçük öncül, büyük öncüldeki koşullu önermenin ön veya ard bileşenini ya evetleme ya da değilleme yolunda işlev görür. İki öncül arasındaki ilişki çeşidine göre koşullu tasımları aldıkları biçim yönünden dörde ayırabiliriz :

(a) Ön-bileşenin evetlenmesi:

Küçük öncül ön-bileşeni evetlediğinde, ard-bileşen sonuç olarak ortaya çıkar. Örneğin,

Yağmur yağıyorsa, hava bulutludur
Yağmur yağıyor

Hava bulutludur.

«Modus ponens» denilen bu çıkarım geçerlidir; küçük öncül, ön-bileşeni evetlemekle, ard-bileşenin doğruluğu için yeterli koşul yerine getirilmekte, böylece doğruluğu zorunluk kazanan ard-bileşen sonuç olarak ileri sürülebilmektedir. Burada gözden kaçmaması gereken husus, koşullu bir önerme olarak büyük öncülün, ard-bileşenin doğruluğunu belli bir koşula bağlı tutmasıdır. O koşulun gerçekleşip gerçekleşmediğini küçük öncül bildirir. Gerçekleşmişse, ard-bileşenin doğruluğu kesinlik kazanır; ama gerçekleşmemişse, ard-bileşenin yanlışlığı kesinlik kazanmaz. Bunun nedeni, ön-bileşenin ard-bileşen için sadece yeterli bir koşul olması, hem yeterli hem gerekli koşul olmamasıdır. Başka bir deyişle ön-bileşenin doğruluğu (eğer doğru ise) ard-bileşenin doğruluğunu içerdiği halde, yanlışlığı (eğer yanlış ise) ard-bileşenin yanlışlığını içermez.

Geçerli olan yukardaki tasımı salt biçim olarak şöyle gösterebiliriz :

X, A ise y, B'dir
X, A dır

y, B'dir.

(b) Ön-bileşenin değillenmesi :

Küçük öncül ön-bileşeni değillendiğinde, ard-

bileşenin değillenmesi zorunluk kazanmaz. Nitekim ard-bileşeni değillenen aşağıdaki çıkarım geçerli değildir:

X Alman ise, X Avrupalıdır.
X Alman değildir.

X Avrupalı değildir.

Örnekten de görüldüğü gibi bir kişinin Alman olması onun Avrupalı olduğunu içermekte, fakat Alman olması, onun Avrupalı olmadığını içermemektedir. O halde ön-bileşenin inkârı, ard-bileşenin inkârı için yeterli değildir. Öncüllerin doğruluğu, sonucun doğruluğunu zorunlu kılmamaktadır.

Geçerli olmayan bu tasım salt biçim olarak şöyle gösterilebilir :

X, A ise, X, B'dir
X, A değildir

X, B değildir.

(c) Ard-bileşenin evetlenmesi:

Küçük öncül ard-bileşeni evetlediğinde, ön-bileşenin evetlenmesi zorunluk kazanmaz. Nitekim, ard-bileşeni evetlenen aşağıdaki çıkarım geçerli değildir.

Bir yerde ateş varsa, orada oksijen vardır.
Burada oksijen vardır.

Burada ateş vardır.

Ateşin varlığı, oksijenin varlığı için yeterli koşuldur, fakat tersi söz konusu değildir. Büyük öncül doğru ise, ateşin olduğu yerde oksijenin olması kaçınılmazdır; oysa oksijenin varlığı ateşin olmasını zorunlu kılmamaktadır.

Bu nedenle örneğimizdeki çıkarımda öncüller doğru olduğu halde sonuç yanlış olabilir. Geçersiz olan bu tasımı salt-biçim olarak şöyle gösterebiliriz :

X, A ise, y, B'dir
y, B'dir

X, A'dır.

(d) Ard-bileşenin değillenmesi

Küçük öncül ard-bileşeni değillediğinde, ön-bileşenin değillenmesi zorunluk kazanır. Koşullu önermede ard-bileşen, ön-bileşenin gerekli koşuludur; gerekli koşulun gerçekleşmediği halde, ön-bileşendeki hipotezin doğruluğu olanaksızdır. Aşağıdaki örnek;

Bir şey tahta ise, o şey yanar.
Bu şey yanmıyor.

Bu şey tahta değildir.

ard-bileşenin inkârının, ön-bileşenin sonuçta inkârını zorunlu kıldığını açıkça göstermektedir. Öncüllerin doğru olması halinde, sonucun yanlış olmasına olanak vermeyen bir çıkarım geçerlidir. «Modus tollens» denen bu tasım salt biçim olarak şöyle gösterilebilir :

X, A ise, X, B'dir.
X, B değildir.

X, A değildir.

Yukarda aldığımız örneklerde ön-bileşen ile ard-bileşende sözü geçen olgu veya nesneler birbiriyle ilişkilidir. Yağmurun yağması — havanın bulutlu olması; Alman olmakla — Avrupalı olmak; ateşin varlığı — oksijenin var-

lığı; tahta olmak — yanmak, olgusal dünyada birbirine bağımlı şeylerdir. Oysa yukarda örneklerini verdiğimiz çıkarımların geçerliği, ya da geçersizliği, olguların bu özelliklerinden bağımsızdır. Örneğin, aşağıdaki örnekte ön-bileşen ile ard-bileşende verilen olaylar arasında herhangi bir ilişki söz konusu olmadığı halde çıkarım, biçimi gereği; geçerlidir :

Kar beyazsa, dünya yuvarlaktır.
Dünya yuvarlak değildir.

Kar beyaz değildir.

Üstelik çıkarımın geçerli olması, kitabımızın ilk bölümünde de belirttiğimiz gibi, öncüllerin doğru veya yanlış olması ile de ilgili değildir. Ancak örneğimizde hem küçük öncül, hem de sonuç yanlış olmasına karşın, öncülleri doğru saydığımızda, sonucu da doğru saymamız gerekir; çünkü öncüller yanlış da olsa sonucu içermektedir.

Soru 35 : Koşullu içerme tek tür müdür?

Koşullu önermede ön-bileşen ile ard-bileşen, yukarda da işaret ettiğimiz üzere, birbirine ilişkin olabileceği gibi tamamen bağımsız da olabilirler. Ne bileşenlerin bağımsız olması, ne de aralarında ilişki varsa ilişkinin türü koşullu tasımların geçerliğini etkilememektedir. Bununla beraber, ön-bileşenin ard-bileşeni koşullu içermesi her zaman aynı nitelikte bir ilişkiye dayanmamaktadır. Şu örnekleri gözden geçirelim:

- (a) İki üçgen çakışıyorsa, benzer üçgenlerdir.
- (b) A, B'den, B, C'den uzunsa, A, C'den uzundur.

- (c) Bir gazın hacmi büyürse, basıncı azalır.
(d) Ahmet sınıfını geçerse, kafamı keserim.

Ortak biçimleri koşullu olan bu önermelerin birbirinden apayrı ilişkileri dile getirdikleri açıkça ortadadır. (a)'daki ilişki **tanımsal** niteliktedir. Geometride iki şeklin çakışır sayılması her şeyden önce benzer olmasını gerektirir. Çakışma kavramı tanım gereği benzerlik kavramını içerir. (b)'deki ilişki mantıksal niteliktedir. A, B'den, B, C'den uzunsa, A'nın C'den uzun olması mantıksal bir zorunluktur. Burada ilişki ne olgusal, ne de tanımsaldır; ön-bileşeni kabul ettiğimizde ard-bileşeni inkâr etmemize mantıkça olanak yoktur. (c)'deki ilişki olgusal niteliktedir. Bir gazın hacmi ile basıncı arasındaki bu ilişki, ne kavramların tanımına bağlıdır, ne de mantıksal bir zorunluğa dayanmaktadır. Gözlemlerimizin ortaya çıkardığı bu tür ilişkiler olgular arasında «nedensel» veya «korelasyon» diyebileceğimiz birtakım bağıntılardan ibarettir. Burada, ön-bileşen ard-bileşeni zorunlu kılmamaktadır; çelişkilğe düşmeksizin, ön-bileşeni doğru, ard-bileşeni yanlış sayabiliriz. Sonuncu ilişkiye gelince, bu **karara** bağlı bir ilişkidir. Ön ve ard bileşenler arasında ne tanımsal, ne mantıksal, ne de olgusal diyebileceğimiz bir ilişki yoktur. Birinin gerçekleşmesi öbürünün yeter koşulu olarak gösteriliyorsa, bu sırf öyle seçtiğimiz veya öyle karar verdiğimiz içindir. Aslında bu tür önermelerin amacı bir ilişkiyi dile getirmekten çok, ön-bileşende söz konusu şeyin olanaksızlığını belirtmektir. Ahmet'in sınıfını geçmesi bana öylesine aykırı, öylesine olanaksız gelmiş olmalı ki, «bunun olması halinde kafamı keserim,» gibi son derece ağır ve korkunç bir sonucu göze almış olayım. Ahmet sınıfını geçse, ben de kafamı kesmesem, ne çelişkiye düşmüş, ne olgusal dünyaya ters düşmüş, ne de kavramların anlamında bir de-

ğişiklik yapmış olurum; sadece verdiğim sözü tutmamış olurum.

İlişkinin niteliği yönünden gözlediğimiz bu farklara karşın, biçim yönünden hepsinde ortak bir yan vardır: O da ilişkinin türü ne olursa olsun koşullu bir önermede ön-bileşen doğru, ard-bileşen yanlış olamaz. Olursa, önerme yanlıştır.

Koşullu önerme kalıbının, iki değişik biçimine de kısaca değinmek yerinde olur. Bunlardan biri

(e) Ancak hava soğuksa, kar yağar.

ciğeri,

(f) Ancak ve ancak hava soğuksa, kar yağar,

(e)'deki önerme düzgün koşullu biçime çevrildiğinde

(g) Kar yağarsa, hava soğuktur.

olur. Başka bir deyişle (e) ve (g) önermeleri eş-değerdir. (e)'deki önerme bazen «Hava soğumadıkça, kar yağmaz» veya «Hava soğuk değilse kar yağmaz,» biçimlerinde de dile getirilir. Bunlar da (e) ile eş-değer önermelerdir. (f)'deki önerme karşılıklı koşullu biçimdedir; düzgün koşullu biçime çevrildiğinde şu iki önermenin birlikte evetlenmesiyle ifade edilir :

(i) Kar yağarsa, hava soğuktur ve hava soğuksa, kar yağar. Başka bir deyişle (f) ve (i) önermeleri eş-değerdir.

Soru 36: Seçenekli tasımın yapısal özelliği nedir?

Büyük öncülünde seçenekli bir bileşik önerme veya önerme kalıbı bulunan tasımlara «seçenekli tasım» adını

verdiğimizi, seçenekli bir önermenin de «bağdaşır seçenekli,» «bağdaşmaz seçenekli» olmak üzere iki tür olduğunu daha önce belirtmiştik. İki tür arasındaki farkı hatırlamak için şu örneklere bakalım :

Yarın hava ya rüzgârlı ya da yağışlı olacak.

önermesinde havanın rüzgârlı veya yağışlı olması bağdaşmaz nitelikte değildir; hava yalnız rüzgârlı, yalnız yağışlı olabileceği gibi hem rüzgârlı hem yağışlı da olabilir. Oysa,

Yarın günlerden ya çarşambadır, ya perşembe.

önermesindeki seçenek «bağdaşmaz» niteliktedir. Birinin olması ötekisini olanaksız yapmaktadır.

Seçenekli tasımın yapısal özelliğini ve geçerlik koşullarını belirlerken bu temel farkın gözden kaçırılmaması gerekir.

Seçenekli tasım hangi türden olursa olsun, küçük öncül seçeneklerden birini ya evetlemek ya da değillemek biçiminde işlev görür; büyük öncüldeki seçeneğin türüne göre, evetlenmeyen veya değillenmeyen diğer seçenek tasımın sonucu olarak ortaya çıkar. İki türde sonucun geçerliği değişik koşullara bağlı olduğundan bunları ayrı ayrı ele alacağız.

Bağdaşır seçenekli tasım: Bu tasımda büyük öncülün doğruluğu için seçeneklerden en az birinin doğruluğu yeterli olduğundan, seçeneklerden birinin evetlenmesi, diğerinin değillenmesini gerektirmez; fakat birinin değillenmesi diğerinin evetlenmesini gerektirir. Bu nedenle,

Yarın hava ya rüzgârlı ya da yağışlı olacak.
Yarın hava rüzgârlı olacak.

Yarın hava yağışlı olmayacak.

tasımı geçersiz, buna karşılık

Yarın hava ya rüzgârlı, ya da yağışlı olacak,
Yarın hava rüzgârlı olmayacak.

Yarın hava yağışlı olacak.

tasımı geçerlidir. Birinci tasımda küçük öncül, bağdaşır nitelikte olan seçeneklerden birini evetlemektedir. İki seçenek aynı zamanda doğru olabileceğine göre, birinin doğru olması, diğerinin yanlış olmasını zorunlu kılmaz. Bu nedenle öncülleri doğru, sonucu yanlış sayma olanağı ortadan kalkmamaktadır.

İkinci tasımda ise küçük öncül seçeneklerden birini değıllemektedir. Bağdaşır nitelikte olan iki seçenekten biri inkâr edildiğinde, ötekisinin doğruluğu zorunluk kazanır. Bu tasımda öncülleri doğru, sonucu yanlış saymaya olanak yoktur.

Salt biçim yönünden iki tasımı şöyle gösterebiliriz:

Geçersiz :

X, ya A'dır ya da B (ya da her ikisi)
X, A'dır.

X, B değildir.

Geçerli :

X, ya A'dır ya da B (ya da her ikisi)
X, A değildir..

X, B'dir.

Bağdaşmaz seçenekli tasım: Bağdaşmaz seçenekli bir önermenin doğruluğu için gerekli ve yeterli koşul, seçeneklerden birinin doğru ötekisinin yanlış olmasıdır. Bu demektir ki, seçeneklerden birinin evetlenmesi ötekinin değıllenmesini, birinin değıllenmesi ötekisinin evetlenmesini zorunlu kılar. Bu nedenle,

Yarın ya Çarşambadır, ya Perşembe.
Yarın Çarşamba değildir.

Yarın Perşembedir.

tasımı gibi,

Yarın ya Çarşambadır, ya Perşembe.
Yarın Perşembedir.

Yarın Çarşamba değildir.

tasımı da geçerlidir.

Salt biçim yönünden bu tasımları şöyle gösterebiliriz:

Geçerli :

X, ya A'dır, ya da B.
X, A değildir.

X, B'dir.

Geçerli :

X, ya A'dır, ya da B.
X, B'dir.

X, A değildir.

Bir seçeneğin (veya genellikle herhangi bir önermenin) değillenmesi için değilleyici önermenin mutlaka olumsuz, evetlenmesi için evetleyici önermenin mutlaka olumlu olması gerekmez. Olumlu bir önerme ile olumsuz bir önermeyi değilleyebileceğimiz gibi, olumsuz bir önerme ile olumsuz bir önermeyi evetleyebiliriz. Genel kural, evetlemede evetlenen ile evetleyicinin aynı nitelikte, değillemede zıt nitelikte olmasıdır.

Soru 37 : Dilem (veya ikilem) nedir?

«Dilem» ya da «ikilem» denilen çıkarım, koşullu ve seçenekli önermelerin birleşmesiyle kurulan bir tasım türüdür.

rüdü. Çıkarımın amacı bir sonucu kanıtlamadan çok, tartışmada muhalifimizi, kendisi için hiç de hoş olmayan iki seçenek karşısında bırakarak, çıkmaza sokmak, öylece yenilgiye uğratmaktır. Bir kimsenin dilem veya ikilem karşısında kalması da bu demektir.

Dilem dediğimiz çıkarım veya akıl yürütme biçimleri, koşullu ve seçenekli tasımların bağlı olduğu geçerlik ilkelerine bağlıdır; sadece yapısal yönden bu tasımlardan daha karmaşık oldukları için üzerlerinde durmayı yararlı görüyoruz. Bugünlerde memleketin politika tartışmalarında aşağıdaki örneğe benzer akıl yürütmelere sık sık rastlamaktayız.

Hükümet güven oyu alırsa, gericiler yönetime egemen olur, güven oyu alamazsa, bunalım uzar gider.

Fakat hükümet ya güven oyu alacak, ya da alamayacak

Ya gericiler yönetime egemen olacak, ya da bunalım uzayıp gidecek.

Bu çıkarımı, yapısını daha belirginleştirmek için, biçimsel olarak şöyle gösterebiliriz (P, Q, R gibi harfler birer basit önerme temsilcisi olarak kullanılmıştır):

P doğru olursa, Q doğru olur; P doğru olmazsa R doğru olur.

Fakat P ya doğru olacak, ya da olmayacak.

Ya Q, ya da R doğru olacak.

Görüldüğü gibi çıkarımda büyük öncül iki koşullu önermeden, küçük öncül ile sonuç birer seçenekli önermeden meydana gelmektedir. Küçük öncülün büyük öncülle ilişki biçimine göre çıkarım **modus ponens** ya da **modus tollens** biçimi alabilir. Küçük öncül ya örneğimizde

olduğu gibi büyük öncüldeki ön-bileşenleri seçenekli olarak evetler, ya da ard-bileşenleri seçenekli olarak değiller. Birinci halde sonuç ard-bileşenleri seçenekli olarak evetler (örneğimizde olduğu gibi); ikinci halde sonuç ön-bileşenleri seçenekli olarak değiller. Fakat iki halde de çıkarım geçerlidir.

Çıkarım **modus ponens** biçimi aldığıında (yani küçük öncülün ön-bileşenleri evetlemesi halinde) ortaya çıkan ikileme, **yapıcı dilem**, çıkarım **modus tollens** biçimi aldığıında (yani ard-bileşenlerin değillenmesi halinde) ortaya çıkan ikileme, **yıkıcı dilem** denir.

Ayrıca büyük öncülü oluşturan koşullu önermelerin değişik olup olmamasına göre çıkarım basit veya karmaşık olabilir. Örneğin,

P doğru ise Q; R doğru ise gene Q doğrudur.

gibi bir büyük öncülle kurulan çıkarımlar basit, buna karşılık

P doğru ise Q, R doğru ise S doğrudur.

gibi bir büyük öncülle kurulan çıkarımlar karmaşık dilemleri meydana getirir. Basit bir dilem yapıcı ya da yıkıcı, karmaşık bir dilem yapıcı ya da yıkıcı olabileceğine göre elimizde dört tür geçerli dilem kalıbı var demektir. Bunları salt biçim olarak şöyle gösterebiliriz :

(1) Basit yapıcı dilem kalıbı :

P doğru ise Q, R doğru ise gene Q doğrudur.
Ya P, ya da R doğrudur.

Q doğrudur.

(2) Basit yıkıcı dilem kalıbı :

P doğru ise Q, P doğru ise R doğrudur.
Fakat ya Q, ya da R doğru değildir.

P doğru değildir.

(3) Karmaşık yapıcı dilem kalıbı

P doğru ise Q, R doğru ise S doğrudur.
Ya P, ya da R doğrudur.

Ya Q, ya da S doğrudur.

(4) Karmaşık yıkıcı dilem kalıbı:

P doğru ise Q, R doğru ise S doğrudur.
Fakat ya Q ya da S doğru değildir.

Ya P, ya da R doğru değildir.

Soru 38: Dilemden nasıl kurtulunur?

Bir dilemden kurtulmak için ya çıkarımın geçerli olmadığını, ya da öncüllerden hiç değilse birinin yanlış olduğunu gösterebilmeliyiz. Öncülleri doğru geçerli bir çıkarımın sonucu da doğru olacağına göre, böyle bir dilemi reddetmek ancak küçük öncüldeki ikili seçeneğin tüketici olmadığını ortaya koymakla mümkündür.

Demek oluyor ki, geçerli bir çıkarıma dayanan bir dilemden kurtulmanın bir yolu öncüllerden hiç değilse birinin yanlış olduğunu göstermekse, diğer bir yolu da küçük öncüldeki seçenekler dışında başka bir seçeneğin olduğunu ortaya koymaktır. Bunları örnekler vererek sırasıyla açıklayalım:

1. Büyük öncülü doğru saymamak yoluyla dilemden

kurtulmaya mantıkta özel bir ad verilmiştir: «dilemi boy-nuzlarından yakalamak.» İki koşullu önermenin birlikte evetlenmesini içine alan büyük öncülü yanlış saymak için koşullu önermelerden birinin veya ikisinin yanlış olduğu gösterilmelidir. Bir koşullu önermenin yanlışlığı ise, ön-bileşenin doğru, ard-bileşenin yanlış olması ile mümkün olduğundan, her şey öncülde verilen ard-bileşenlerin ön-bileşenlerce içerilmediğini söylemeye kalıyor demektir. Şu örneği alalım:

Dine inançsızlığımı açıklarsam, ailemi gücendirmiş olurum, açıklamazsam içtensiz davranmış olurum. Fakat dine inançsızlığımı ya açıklamalıyım, ya da açıklamamalıyım.

Ya ailemi gücendirmiş olacağım, ya da içtensiz davranmış olacağım.

Büyük öncüldeki birinci koşullu önermenin

Dine inançsızlığımı açıklarsam, ailemi gücendirmiş olurum.

yanlış olduğu kolayca söylenemez. Fakat ikinci koşullu önermedeki iddia,

Dine inançsızlığımı açıklamazsam, içtensiz davranmış olurum.

oldukça zayıf görünmektedir. Bir duygu veya düşüncenin açıklanmaması neden içtensizlik olsun? Sevdiklerimizi, saydıklarımızı incitmemek için bazı düşüncelerimizi kendimize saklayabiliriz. İçtensizlik olmasın diye ille her şeyimizi açığa vurma zorunda mıyız? Böyle bir zorunluk «içtenlik» sözünü alışılmış sınırları dışında yorumlamayı, veya çok dar bir anlamda kullanmayı gerektirmez mi? Hat-

ta kişiyi gereğinden çok katı ya da bilgiç taslağı gibi göstermez mi? Hiç değilse bazı koşullarda kişinin bir inanç veya düşüncesini açığa vurmamasını onun içtensizliği saymıyorsa, büyük öncülü yanlışlamak, dolayısıyla, örneğimizdeki dilemden kurtulmak olanağı var demektir.

2. Küçük öncüldeki ikili seçeneği tüketici saymamak yoluyla dilemden kurtulmak. Mantıkta, «boynuzlar arasından sıyrılma» diye adlandırılan bu yöntem, seçeneklerin bütünüleyici değil «karşıt» terimlere dayandığı hallerde kullanılabilir. Başka bir deyişle seçenekli bileşiği oluşturan önermelerin çelişik değil karşıt olmaları halinde, bu yöneme başvurulabilir. Yukardaki örneğimizde «açıklama» ve «açıklamama» terimleri birbirine karşıt değil, fakat birbirini bütünüleyici olduğundan o dilemi «boynuzlar arasından sıyrılma» yoluyla reddetmek olanaksızdır. Aşağıdaki örnekte bu olanağı bulmaktayız.

Yazdığım kitap güç olursa, okunmaz; kolay olursa hafife alınır.

Fakat yazdığım kitap ya güç ya da kolay olacaktır.

Yazdığım kitap ya okunmayacak, ya da hafife alınacaktır.

Gerçekten «güç» ve «kolay» terimleri birbirini bütünüleyici terimler değildir. Bir şeyin güç değilse, kolay; kolay değilse güç olması gerekmez. Örneğin, bir kitabı veya bir dersi ne kolay ne de güç saymayabiliriz. Bazı öğrenciler için kolay, bazı öğrenciler için güç olan bir ders, diğer bazı öğrenciler için de tam kararında olabilir. «Güç» ve «Kolay» terimleri, «siyah» ve «beyaz» terimleri gibi karşıt terimlerdir; birlikte tüketici değildirler. Bu nedenle,

Yazdığım kitap ya güç, ya da kolay olacaktır.

önermesindeki iki seçenektan birini mutlaka kabul etmek zorunluğu yoktur. Üçüncü bir seçeneğe, yazdığım kitabın tam okuyucu düzeyinde olma seçeneğine, olanak vardır. İkili seçeneğin tüketiciliği varsayımına dayanan sonuç da böylece geçerliliğini yitirmiş olur.

Soru 39: Dilemden karşı bir dilemle nasıl kurtulunulur?

Bir dilemi, öncülleri eleştirerek reddedemezsek, karşı bir dilemle etkisiz kılma yoluna gidebiliriz. Felsefe tarihinde bunun çok renkli örnekleri vardır. Bunlardan biri, filozof Protagoras'la kendisinden hukuk dersi almak isteyen bir öğrenci arasındaki anlaşma ile ilgilidir. Anlaşmaya göre, öğrenci ilk davasını kazanırsa hocasına ücret ödeyecek, kaybederse ücret ödemeyecek. Ne var ki, öğrenimin bitiminde öğrenci avukatlık yapmayacağını, bu nedenle bir ücret ödemesinin söz konusu edilemeyeceğini bildirerek işin içinden çıkmak ister. Protagoras dava açar ve öğrencisini yargıç karşısında şu dilemle zor duruma düşürmek ister:

Davayı kazanırsan, ilk davayı kazandığın için ödeyeceksin; kaybedersen davayı ben kazandığım için ödeyeceksin.

Davayı ya kazanacaksın ya da kaybedeceksin.

Her iki halde de ücretimi ödeyeceksin.

Hukuk mantığı hocasınınkinden daha geri olmayan öğrenci şöyle bir karşı dilemle zor durumdan çıkmaya çalışır:

Davayı kazanırsam, mahkeme kararıyla ödemekten kurtulacağım; kaybedersem, ilk davamı kaybettiğim için ödemeyeceğim. Davayı ya kazanacağım, ya da kaybedeceğim.

Her iki halde de bir şey ödemeyeceğim.

Bir karşı dilemin etkili olması için, iki sonucun çelişik olması gerekir. Nitekim örnek olarak verdiğimiz iki dilemin sonuçları birbirini inkâr edici niteliktedir. Ancak buna bakarak öğrencinin hocasını altettiği sonucuna gidemeyiz. Aslında hem hocanın hem de öğrencinin çıkarımlarında gözden kaçmaması gerekli ortak bir zayıf nokta var. Her iki dilemin büyük öncülünde bir yandan ilk anlaşmaya bir yandan da mahkeme kararına yollama yapılmakta, isteğe göre biri veya ötekisi dayanak seçilmektedir. Yargıcın kararı ne olmuştur, bilmiyoruz ama, iki çıkarımın da sağlam olmadığı ortadadır.

Kaldı ki, birçok hallerde birbirine tam karşı görünen iki dilemin aslında çelişik sonuçları olmadığı gösterilebilir. Nitekim aşağıdaki örneklerde sonuçların çelişik olduğu şöyle dursun bağdaşır olduğunu görmekteyiz. Birinci dilem, oğlunun politikaya atılmasını önlemeye çalışan Atinalı bir annenin akıl yürütmesini temsil etmektedir:

- (1) Politikada doğruyu söylersen insanlar, yalan söylersen tanrılar senden nefret eder. Ama ya doğruyu söyleyeceksin, ya yalan söyleyeceksin.
-

Ya insanlar, ya da tanrılar senden nefret edecek.

Politika tutkusu anne sevgisine ağır basan oğul annesine şöyle karşı çıkar:

- (2) Doğruyu söylersem tanrılar, yalan söylersem insanlar beni sever.
Ya doğruyu söyleyeceğim, ya da yalan.
-

Ya tanrılar, ya da insanlar beni sevecek.

İlk bakışta birbirine karşı görünen bu iki dileme ait sonuçların hic de bağdaşmaz olmadığını göstermek için, P, Q, R gibi önerme temsilcileri kullanarak çıkarımları biçimsel yönden karşılaştıralım.

- (1) P doğru ise Q, R doğru ise S doğrudur
Ya P, ya da R doğrudur
-

Ya Q, ya da S doğrudur

- (2) P doğru ise S yanlıştır, R doğru ise Q yanlıştır.
Ya P doğrudur, ya da R.
-

Ya S yanlıştır, ya da Q.

İmdi (1)'deki sonuç ile (2)'deki sonuç çelişik değildir. Çünkü (1)'deki sonucun çelişiği

Hem Q, hem de S yanlıştır.

biçiminde olup, (2)'deki sonuçtan ayrı niteliktedir. Nitekim,

Ya Q, ya da S doğrudur.

derken, seçeneklerden en az birinin doğru olduğunu ileri sürüyoruz. Şimdi farzedelim ki, Q seçeneğinin doğru olduğunu biliyoruz. Aynı şekilde,

derken en az birinin yanlış olduğunu ileri sürüyoruz. Bu kez S'nin yanlış olduğunu bildiğimizi farzedelim. Q'nun doğruluğu S'nin yanlışlığı ile çelişik olmak şöyle dursun, her yönden bağdaşır niteliktedir. Bu nedenle örneğimizdeki iki dilemin birbirini mantıksal olarak çürüttüğünü ileri sürmek olanaksızdır.

Soru 40: Günlük dildeki çıkarımlar düzgün biçime nasıl çevrilebilir?

Mantık kitaplarında örnek olarak verilen çıkarımlar düzgün biçimdedir; önce öncüller, sonra sonuç verilir; çıkarımda yer alan önermelerin biçim ve türleri bellidir. Oysa günlük dildeki çıkarımların belli bir sıra, kural veya biçime uyduğu söylenemez. O kadar ki, biri çıkıp mantığın aradığı düzgün biçimi günlük konuşma veya tartışmada kullanacak olsa, hem istediği sonucu sağlayamaz, hem de herkesi kendine güldürür.

Günlük dildeki çıkarımlar uzun veya kısa olabilir; basit veya karmaşık görünebilir. Uzun ve karmaşık çıkarımları geçerlik yönünden değerlendirmek kolay değildir. Mantık bilgisinin sağladığı yöntemlerden yararlanabilmek için, bu tür çıkarımların her şeyden önce düzgün biçime indirgenmesi gerekir. Kişiler çok kere istediklerini bize kabul ettirmek için, düpedüz konuşma yerine dolambaçlı dil kullanma, ilk bakışta göz kamaştıran birtakım renkli sözlerden yararlanma yoluna giderler. Bunlara karşı hazırlıklı olmak, boş kelime veya sloganların arkasına takılıp aldanmamak için, başlıca niteliği eleştirisel olan mantıksal düşünmenin ölçüt ve kurallarını uygulama yeteneğini kazanmış olmaya ihtiyaç vardır. Mantıksal düşünme yete-

neği kazanmış kişi bir iddia, sonuç veya yargıyı doğru kabul etmeden önce, ona dayanak olan kanıt veya belgeleri tartma gereğini duyar. Bir iddia, amaç ve kaynağı ne olursa olsun, ancak yeterli sayılabilecek güvenilir kanıt veya belgelere dayanıyorsa, geçerli sayılabilir. Mantığın sağladığı eleştirici bakış altında duygularımızı okşayan pek çok argümanın bu nitelikten yoksun olduğunu kolayca ortaya çıkarma olanağı vardır.

Düzgün biçimde olmayan bir çıkarım veya argümanı mantıksal yönden denetlemek için izlenecek işlemde şu iki adımı ayırt edebiliriz: (1) çıkarımın parçalarını belirlemek; (2) çıkarıma uygun düzgün biçimi bulmak.

Bilindiği gibi her çıkarımda bir sonuç ve sonucun dayandığı öncüller vardır. O halde ilk iş, bu ayrımı yapmak, neyin sonuç, nelerin öncül olduğunu belirlemektir. Genel olarak denebilir ki, sonucu ayırt etmek öncülleri belirlemekten daha kolaydır. Üstelik sonuç, çok kere «O halde,» «Öyle ise,» «Bu nedenle,» «Demek ki,» gibi sözleri izlediğinden bu tür sözlerden de yararlanılabilir. Öncüllere gelince, sonucu destekleyici önermeler arasında bir ilke veya genelleme niteliğinde olan önermenin büyük öncülü, bir durum veya olguyu dile getiren basit veya tikel nitelikteki önermenin küçük öncülü oluşturduğu söylenebilir. Öncüllerin ayırt edilmesinde «çünkü» ve benzeri kelimelerden yararlanılabilir. Fakat asıl olan mantık sezgimizdir: birçok hallerde ne sonucu ne de öncülleri bu tür söz veya kelimeler arayarak belirleme olanağı bulamayabiliriz.

Şimdi hem çıkarımın parçalarını belirlemeyi, hem de çıkarımın biçimini saptamayı göstermek için şu örneği alalım:

«Adolf Eichman mahkemede, yaptıklarından sorumlu tutulamayacağını, çünkü Alman militarizminin temel postulatı olan 'emir, emirdir,' ilkesine uymaktan, üslerinin

emir ve direktiflerini yerine getirmekten başka bir hareketi olmadığını söyleyerek kendisini savunur.»

Eichman'ın birtakım nedenler ileri sürerek sorumlu tutulamayacağı iddiası bir çıkarım niteliğindedir. Bu iddia argümanın sonucunu, «çünkü» kelimesinden sonra gelen ve neden olarak gösterilen iddialar ise öncülleri oluşturmaktadır. Şu kadar ki, büyük öncül, «üslerinin emirlerini yerine getiren bir kimse yaptıklarından sorumlu tutulamaz» belirttik olarak verilmiş değildir. Eichman'ın «üslerinden aldığı emirleri yerine getirdiği,» iddiası ise küçük öncül olarak belirlenebilir. Ancak argümanın geçerli olup olmadığını kesinlikle belirleyebilmek için, düzgün biçime indirgenmesi gerekir. Bu biçimin türü argümanın yapısına ve bizim seçimimize göre değişebilir. Örneğin yukarıdaki örneğimizi, büyük öncülü kategorik, koşullu veya seçenekli biçime indirgeyerek değişik tasımlara çevirebiliriz.

(1) Kategorik tasım olarak:

Üslerinden emir alanlar yaptıklarından sorumlu tutulamazlar.

Eichman üslerinden emir almıştır.

Eichman sorumlu tutulamaz.

(2) Koşullu tasım olarak:

Bir kimse üslerinden aldığı emirleri yerine getiriyorsa, o kimse yaptıklarından sorumlu tutulamaz.

Eichman üslerinden aldığı emirleri yerine getirmiştir

Eichman yaptıklarından sorumlu tutulamaz.

(3) Seçenekli tasım olarak:

Bir kimse ya üslerinden aldığı emirleri yerine getirmez, ya da yaptıklarından sorumlu tutulamaz.

Eichman üslerinden aldığı emirleri yerine getirmiştir.

Eichman yaptıklarından sorumlu tutulamaz.

İmdi düzgün biçimdeki bu tasım türlerinin geçerlik kurallarını bildiğimiz için, herbirinde öncülleri doğru kabul ettiğimizde sonucu da doğru kabul etmek zorunda olduğumuzu, kolayca görebilmekteyiz. Başka bir deyişle, Eichman'ın mahkeme önündeki savunması mantıksal biçim yönünden geçerli bir çıkarıma dayanmıştır. Ancak unutmamak gerekir ki, öncülleri, özellikle büyük öncülde yer alan genellemeyi, doğru kabul edip etmemeyi bize mantık değil, genellenenin ait olduğu bilim kolu veya genel ahlâk anlayışı bildirir.

V. BÖLÜM

MODERN MANTIĞA GEÇİŞ

Soru 41: Geleneksel mantık niçin yeterli değildir?

Aristo'dan XIX. yüzyıl ortalarına kadar geçen ikibin yılı aşkın uzun süre içinde, matematik ve doğa bilimleri büyük gelişmeler kaydederken, mantık âdeta yerinde saymıştır. Bu duraganlığı nasıl açıklayabiliriz?

XVIII. yüzyıl Alman filozofu Immanuel Kant, şaşırtıcı saydığı bu durumu şöyle açıklamıştır:

Mantık Aristo'dan bu yana ne ileri ne de geri tek adım atmış değildir. Şüphesiz bazı gereksiz kılı kırk yaran inceliklerden arınma ya da, konuyu daha açık ve belirgin tanımlama çabaları olmuştur. Ama bu çabalar özden çok biçimle ilgilidir. Mantiğin aradan geçen uzun zamana karşın dişe gelir bir gelişme göstermemesini konunun Aristo'nun elinden tümüyle tamamlanmış ve mükemmel çıkmış olmasına bağlayabiliriz.*

Uzun süre pek çok kimsenin paylaştığı bu görüş mo-

* I. Kant *Critique of Pure Reason* (Translated by F. M. Mül-ler, New York: Doubleday, Dolphin Books, s. 501).

modern mantığın gelişmesi karşısında geçerliğini yitirmiştir. Modern mantığın kuruluşunda büyük payı olan Bertrand Russell geleneksel mantığın duraganlığı için iki neden göstermiştir: Bunlardan biri Aristo'nun günümüzde bile yer yer süren büyük otoritesine duyulan saygı, ötekisi mantığın daha baştan matematik ve bilimle değil, edebiyat veya hitabetle ilişki içinde kalması. Nitekim mantıktaki modern gelişmeler matematikçilerin mantığa el atmasını beklemiştir.

Bununla beraber Kant'ın görüşünde bir gerçek payı da yok değildir. Aristo belli çıkarım biçimlerini (özellikle «özne-yüklem» ilişkisine dayanan kategorik önermelerden oluşan tasımları) kusursuz denebilecek bir çalışma ile belirlemiştir. Başka bir deyişle, Aristo'nun dar bir çerçeve içinde ele aldığı çıkarım biçimleri üzerindeki tahlilleri bugün bile geçerliğini sürdürmektedir. Geleneksel mantığın eksiği Aristo'nun ortaya koyduğu sonuçlarda değil, mantığın bu sonuçlarla sınırlı sayılmış olmasındadır. Bu mantık ne günlük tartışmalarda yer alan çıkarımların tümünü, ne de matematiksel düşünmenin dayandığı çıkarımları çözümleyebilecek yetkinlikte değildi. Örneğin, geçerliği bize apaçık gelen şu basit çıkarımın,

- (1) Her at bir hayvandır; öyle ise her atın başı bir hayvanın başıdır.

ispatını geleneksel mantığın sağladığı kurallarla vermek olanaksızdır. Bunun gibi matematikte çok geçen,

- (2) A, B'ye, B de C'ye eşitse, A, C'ye eşittir.
türden bir ilişkinin geçerliğini geleneksel mantıkla belirlemeye olanak yoktur.

Geleneksel mantık, önerme biçimleri arasında yalnız «özne-yüklem» biçimini, çıkarım biçimleri arasında yalnız «tasım» biçimini tanımakla, mantık bilimini hem kapsam

yönünden sınırlamış, hem de bu bilimin değişik önerme ve çıkarım biçimleri içeren matematikle ilişkisini kesmiştir.

Nitekim, yukarda (1) ve (2)'de verilen örnekler, Aristo mantığına konu teşkil eden sınıflar arası veya sınıf-üye ilişkisi türüne indirgenemez. Özne-yüklem bağıntısına dayanmayan,

A, B'ye eşittir.

C, D'den uzundur.

B, A ile C'nin arasındadır.

gibi «ilişkisel» önermeler vardır. «A, B'ye eşittir,» ya da «A, B'den uzundur,» dendiğinde A'nın özne, B'nin yüklem olduğu sanılabilir. Oysa bu tür önermelerde yüklem yoktur; hem A hem B (hem de varsa C, D,...) terimleri özne niteliğindedir. A'nın B'ye eşit olması veya A'nın B'den uzun olması A'yı ve B'yi ilgilendiren bir durumdur. Oysa «A ölümlüdür,» veya «A uzundur» dediğimizde yalnız A'yı ilgilendiren bir durum söz konusudur. İki önerme biçimi ilk bakışta benzer görünse de temelde farklıdır.

Gerçi Aristo'nun bu farkı görmediği söylenemez. Kategoriler üzerindeki çalışmasında «... den büyüktür» gibi bir ilişkinin iki terim gerektirdiğini söyler. Ne var ki, ne O, ne de yüzyıllar boyu onu izleyenlerden hiç biri bu tür ilişkilere dayalı çıkarımlarla uğraşma yoluna gitmemiştir. Tasımsal çıkarımlarla sınırlı kalmak mantığı giderek kısırlaştırdıktan başka, ona yapay bir görünüm de vermiştir. Bu geleneğin özünü «basit saçmalık» diye niteleyen Russell şöyle demektedir:

Eski mantık düşünceye pranga vurmuştur, oysa yeni mantık kanat takmıştır. Kanımca, yeni mantığın felsefeye getirdiği gelişmeyi Galileo'nun fiziğe katkısıyla bir tutabiliriz. Her iki gelişmede de hangi problemlerin çözümlenebilir ol-

duğunu, hangilerinin insan gücünü aşması nedeniyle bir yana itilmesi gerektiğini görmek olanağı ortaya çıkmıştır.*

Russell'ın Aristo mantığı üzerindeki olumsuz yargısı bu mantığın uzun süre birtakım kalıplar içinde kısır ve duragan kalması ile ilgilidir. Yoksa Aristo'nun bu alandaki başarısı o kadar kolay küçümsenecek türden bir gelişme değildir. Aristo öncesi Yunan düşün ve tartışma yaşamına kısa bir bakış bu gerçeği açıklığa kavuşturmaya yetebilir.

Soru 42: Aristo mantığı nasıl doğdu?

Mantıksal inceleme ispat fikrinin doğduğu yerde başlar. Nitekim Aristo öncesi dönemde hem matematikte hem de felsefe, hukuk ve politika tartışmalarında ispat, ya da geniş anlamıyla kanıtlama isteğinin giderek büyük ağırlık kazandığını görmekteyiz. Tales'le geometriye giren ispat fikri Pitagor'da daha belirginleşir. Geometrinin ampirik düzeyden teorik bilim düzeyine çıkışı bu iki büyük matematikçinin bazı geometrik önermeleri teorem olarak ispatlamalarıyla olanak kazanmıştır. Özellikle «olmayana ergi metodu»nun ortaya çıkışı matematikte olduğu kadar öteki alanlarda da ispat fikrinin yayılmasına yol açmıştır.

Felsefe ve hukuk alanlarındaki tartışmalar çoğunlukla ya bir sonuç, iddia veya durum üzerindeki görüş ayrılığından, ya da «doğru» denen şeyin ne olduğu üzerinde çıkardı. Her iki halde de anlaşmazlığın giderilmesi birtakım basit düşünme kurallarını varsaymakla mümkündü.

* Russel, B., *Our Knowledge of External World*, s. 53.

Bir bilim olarak mantık bu kuralların belirtik hale getirilmesi ihtiyacından doğmuştur.

Tales suyu evrenin öz maddesi sayıyordu. Onu izleyen düşünürler birbirini inkâr eden görüşler ileri sürdüler. Örneğin Anaximander Tales'e karşı çıkararak evrenin özünde tek bir şey değil, belirsiz birçok şeylerin yer aldığını iddia eder. Heraklit'e göre evrende her şey hareket veya oluşum halindeydi; Parmenides ise tam tersine hiç bir şeyin değişmediğinden söz eder. «İnsan her şeyin ölçüsüdür,» diyen Protagoras, tüm değer yargılarının bağlı olduğunu, Sokrat ise mutlak olduğunu savunuyordu.

Bu görüşler rastgele ileri sürülmüş birer iddia değildir. Her biri kendi içinde akla uygun sayılabilecek birtakım kanıtlamalara dayanıyordu. Kendi görüşünü savunmak kadar, başka bir görüşü çürütmek de ancak kanıtlama yolundan yapılabilirdi. Ne var ki, bu kanıtlamaların çoğu mantıksal yönden sağlam değildi. Geometrik teoremlerin ispatında sağlanan kesinliğe her nedense diğer alanlarda erişilemiyordu. Aristo'yu mantık öğretisini kurmaya iten nedenlerin başında yunan düşün ve tartışma yaşamında biriken ve ilk bakışta akla yakın gelen felsefî nitelikteki bazı kanıtlamaları eleştirmek, genellikle ispat veya kanıtlamada geçerliğin koşullarını belirlemek ihtiyacıydı. Örneğin, Elea'lı Zeno'nun bugün bile ilginçliğini yitirmemiş ünlü «Aşil ve kaplumbağa» paradoksu Aristo'nun eleştirdiği argümanlardan biridir.

Bir tanrıçadan doğan Aşil hızlı bir koşucuydu, fakat yarışmaya önde başlayan kaplumbağayı hiç bir zaman yakalamayacaktı. Çünkü, diyordu Zeno, Aşil kaplumbağanın hareket noktasına gelinceye kadar geçecek süre içinde kaplumbağa az da olsa yeni bir mesafe katetmiş olacak, ve bu durum sürüp gidecektir. Gerci Aşil kaplumbağaya

giderek yaklaşmış olacaktır; fakat onu bir yerde yakalaması olanaksızdır.

Zeno, Parmenides gibi, hareketin olanaksızlığını savunuyordu. Ona göre bize uçmakta görünen bir ok aslında hareketsizdir; çünkü bir şeyin hareket halinde olması her an belli bir noktada bulunması demektir; belli bir noktada bulunmak ise durmak demektir. Ok, yolu boyunca her an belli bir noktada bulunduğuna göre hareket etmiyor demektir.

Eflatun bu tür paradokslar ortaya atmış Zeno için şöyle diyordu: «Öyle bir konuşma sanatı vardı ki, dinleyicilerine bir şeyi aynı zamanda hem tek, hem çok, hem hareket halinde hem hareketsiz, hem kendisi hem başka bir şey imiş gibi gösterebilirdi.» Eflatun'a göre, paradokslarla insanları şaşırtma, sofistlerin yaptığı gibi gerçeği arama yerine sözsel çelişkiler yaratarak tartışmada üstün gelme çabaları kişiyi gerçek filozof değil, olsa olsa hatip veya şair yapardı.

Aristo mantığına vücut veren ortamın oluşumunda sofistler de önemli rol oynamıştır. Sofistler, yunan demokrasisinde halkın eğitimini üstlenen, şehir şehir dolaşarak para karşılığında ders veren bir tür bilgin veya filozoflardı. İçlerinde öğrencilerine çeşitli konularda etkili ve kandırıcı konuşma yollarını, tartışmada karşısındakini alt-etme sanatını öğretenler de vardı. Onların uğradıkları merkezlerde tartışmaları izlemek için büyük kalabalıklar toplanır, heyecanlı sahneler yaşanırdı. Sofistlerin en büyüğü sayılan Protagoras'ın hukuk öğrencisi Euathlus ile arasında geçen tartışmayı, daha önce «dilem» konusunda görmüştük.*

* Bkz. Soru : 39.

Matematikte olduğu gibi felsefe ve hukukta da bir iddianın ispatı ne demektir?, geçerli bir ispatın koşulları nedir?, gibi sorulara açık cevap bulmak gerekiyordu. Aristo mantık öğretilerini yalnız sofistlerin argümanlarının geçersizliğini göstermek için değil, aynı zamanda genel olarak, geçerlik kurallarını belirlemek, doğru düşünmenin kanunlarını saptamak için kurma yoluna gitmiştir.

Soru 43 : Mantıkta reform fikri nasıl doğdu?

Aristo mantığı özgür ve canlı bir tartışma ortamının ürünüydü. Bu ortamın zayıfladığı veya büsbütün yok olduğu dönemlerde bu mantığın ileri bir adım atması beklenemezdi. Kaldı ki, bu mantık çağlar boyunca söz sanatı ve hitabet hünerleri ile uğraşanların elinde kalmıştı. Mantıkta yeni bir gelişme ancak matematikçilerin konuyla ilgilenmeleriyle başlayabilirdi.

Çağdaş bir mantıkçı, «Mantık eski bir konudur, fakat 1879'danberi büyük bir disiplin olmuştur,» diyor.* 1879, Alman matematikçisi Gottlob Frege'nin matematiksel mantığın temellerini atan **Begriffsschrift** adlı kitabının yayınlandığı tarihtir. Frege, aritmetiği, dolayısıyla matematiği; mantığa indirgeme girişimi ile hem mantık biliminin gelişmesini hızlandırmış, hem de matematik anlayışımıza yeni bir nitelik kazandırmıştır. Ne var ki, mantık alanındaki devrim hareketi ondan daha gerilere gider. Nitekim bu alanda ilk adımı XVII. yüzyıl Alman filozof ve matematikçisi Leibniz atmıştır.

Öklid'in geometriyi aksiyometik bir sistem** olarak

* W. V. O. Quine, *Methods of Logic*, s. VII.

** Aksiyometik sistem kavramı üzerinde gerekli açıklama Bölüm IX'da verilmiştir.

kurmasını izleyen çağlar boyunca, matematikte ulaşılan soyut ispat metodunun diğer bilim dallarında da benimsenme çabaları sürmüştür. Özellikle Dekart'ın geometriye cebirsel yöntemleri uygulamada gösterdiği parlak başarı, mantık için de aynı sonucun alınabileceği umudunu yaratmıştır. Thomas Hobbes ve daha başkaları soyut akıl yürütmeye bir tür hesaplama işlemi gözüyle bakılabileceğinden söz etmişlerdi. Bir «akıl yürütme hesabı» (calculus of reasoning) kurmanın olanak dışı olmadığını Leibniz çok daha açık ve kesin bir biçimde dile getirir. Ona göre matematiksel sembolizmi andıran evrensel bir dil («characteristica universalis»)’i kurmak yalnız mümkün değil, aynı zamanda gereklidir. Böyle bir dil her türlü anlam belirsizliğini veya kavram kargaşalığını önleyecek açıklıkta ve kesinlikte olacaktır. Sayılar üzerinde olduğu kadar kavramlar üzerinde de hesap yapabilmeliyiz. Bir kere böyle bir sistem kurulunca, matematikte olduğu gibi, felsefede de, bitip tükenmez tartışmalar ve çekişmeler yerini kesin sonuçlara bırakacaktı. Bir ayrılık ortaya çıkarsa, felsefeciler de tıpkı muhasipler gibi, uzun uzun tartışıp çekişeceğine, kalemlerini ellerine, kâğıtlarını önlerine alıp (dilerlerse bir arkadaşlarının tanıklığında) birbirlerine, «Haydi hesaplayalım!» diyeceklerdir. Felsefe-kavramlarını birtakım **simgelerle**, kavramlar arasındaki ilişkileri de bazı **işlemlerle** göstermenin bir yararı da felsefeye evrensel bir bilim kimliği kazandırmak olacaktır.

Leibniz’in öngördüğü bu program devrimsel nitelikte idi; ne var ki, böyle bir reformu gerçekleştirmenin koşulları yoktu o dönemde. Onun bu yolda beklenen çabayı göstermemiş olmasını Aristo’ya karşı beslediği saygıya bağlayanlar da vardır. Gerçekten, geleneksel mantığın vetersizliğini çok iyi görmüştü Leibniz. Hatta Aristo’nun tasımsal çıkarım öğretisinin yer yer içine düştüğü hata-

ları da biliyordu. Ne var ki, Leibniz'in bu konuda bölük pörçük ve dağınık olan çalışmaları kendi yaşadığı dönemde bilinmekten uzak kaldı. Onun düşüncelerini, ulaştığı bazı sonuçları yayınlamaktan kaçınmış olması, mantık adına bir talihsizlik olmuştur.* Gerçekten XIX. yüzyılın ikinci yarısına kadar Leibniz'in öngördüğü yönde yeni bir kıpırdama göze çarpmaz.

Soru 44 : Reformda ilk adımları kimler attı?

Reformda ilk adımı da son adımı da matematikçilerin attığını söylemek yanlış olmaz. İki İngiliz matematikçisi, Augustus De Morgan ile George Boole, hemen hemen aynı zamanda, mantığı yenileştirme işine koyulurlar. Her ikisi de mantığı bir yandan matematikleştirme, öte yandan kapsam yönünden genişletme yoluna giderek geliştirmeğe çalışırlar.

De Morgan (1806 - 1871)'nin 1847'de çıkan **Formel Mantık** adlı çığır açıcı kitabında mantık ilkelerinin matematiksel notasyona benzer sembollerle dile getirildiğini görmekteyiz. De Morgan aynı zamanda kategorik önermelerde beliren özne-yüklem bağıntısı dışında başka mantıksal ilişkilerin varlığına da dikkati çekmiştir. Böylece tüm önermeleri kategorik biçime indirgemenin yanlış olduğu anlaşılıyordu. Özne-yüklem bağıntı türüne girmeyen ilişkilerin çeşitli mantıksal özelliklerinin incelenmesi, bu ilişkilere dayalı çıkarım kalıplarının belirlenmesi, geleneksel mantığın dar kalıplarını kırmada belki de en önemli

* Leibniz'in bu çalışmaları ancak yüzyılımızın başlarında gün ışığına çıkarılır.

etken olmuştur. De Morgan Aristo mantığının yetersizliğini göstermek için şu basit örneği vermiştir :*

Her at bir hayvandır; o halde, bir atın başı bir hayvanın başıdır.

Bu çıkarımda yer alan önermelerden biri özne-yüklem türü bir bağıntıya dayanmadığı için, çıkarımın geçerliği sezgisel olarak açık olmakla beraber, geleneksel mantık kuralları kullanılarak denetlenememektedir.

De Morgan ilişkiler mantığına büyük önem vermekle mantıkta, son derece önemli bir gelişmeye kapıyı aralamıştır; fakat bu mantığın bir sistem olarak kurulması daha sonraya kalmış, Amerikan mantıkçısı C. S. Peirce (1839 - 1914)'ın çalışmasını beklemiştir.

Mantığın yenileştirilmesinde George Boole (1815 - 1864)'ın katkısı çok daha önemli sayılabilir. Boole «Sınıflar cebiri» («algebra of classes») ya da «Boole Cebiri» diye bilinen sistemin öncüsü, hatta kurucusudur. 1847'de yazdığı **Mantığın Matematiksel Tahlili** adlı kitabında, Dekart'ın cebire dayalı geometrisine paralel cebire dayalı bir mantık denemesi yer almıştır. Leibniz'in 150 yıl önceki rüyası böylece gerçekleşme yoluna girmişti.

Boole mantığı matematikleştirme yolundaki daha büyük adımını 1854'de yayınlanan **Düşünce'nin Kanunları** adlı yapıtında ortaya koyar. Ele aldığı temel kavram ve ilişkiler yönünden geleneksel mantığın konusunu oluşturan sınıflar arası ve sınıf-üye ilişkisinin dışına çıktığı söylenemez. Ancak o bu tür ilişkileri cebirsel olarak işleme yöntemleri getirmekle mantığa yeni bir yön ve hız kazandırır. Örneğin, SaP, SeP, SiP ve SoP temel kategorik önermelerin $SP = O$, $SP = O$, $SP \neq O$ ve $SP \neq O$ biçiminde

* Bu örneğe daha önce Soru: 41'de değinmiştik.

denklemlerle ifade edilebileceğini; bu önermeler arasındaki ilişkilere dayalı çıkarımların cebirsel kurallara başvurularak denetlenebileceğini gösterir. Kısacası, Boole'ın ortaya koyduğu cebirsel sistem, kategorik önermelerle yapılan tüm çıkarımları denklemler arasında kuralları belli sembolik ilişkilere indirgeme yöntemini getirmiştir.

Boole'ın bu çalışması Schroeder (1841 - 1902), John Venn (1834 - 1923) ve Stanley Jevon (1835 - 1882) gibi matematikçi-mantıkçılar elinde daha ileri götürülür.

Boole bu çalışması dışında bileşik önermeleri oluşturan önerme eklemleri üzerindeki araştırmalarıyla ilerde «Önermeler Hesabı» diye kurulan sistemin temelini atmıştır. Böylece modern mantığı oluşturan iki sistem, önermeler mantığı ile niceleme mantığı, Boole'ın attığı temeller üzerinde kurulma olanağı bulur. Şüphesiz modern mantığın ortaya çıkmasında pek çok kimsenin katkısı vardır; fakat öncü olarak hiç biri De Morgan ve özellikle Boole'le boy ölçüşme iddiasında olamaz.

Soru 45 : Mantıkla matematiğin karşılıklı etkileşimi nasıl açıklanmıştır?

Boole ve onu izleyenler mantığı matematiksel tahlil yoluyla, daha doğrusu mantığı matematikleştirerek yenileştirme yoluna gitmişlerdi. Mantığın XIX. yüzyılın ikinci yarısında kaydettiği büyük atılımda iki gelişme daha rol oynamıştır. Bunlardan biri Gottlob Frege (1848 - 1925)'nin aritmetiği mantığa indirgeme girişimi, ikincisi İtalyan matematikçisi G. Peano (1858 - 1932)'nin aritmetiği aksiyometik bir sistem olarak kurma çabasıdır. Birbirine bağlı bu iki çalışma, Boole ile başlayan mantığı matematikleştirme akımına yeni bir yön vererek, mantığa matema-

tiğin temellerini araştırmada etkili bir araç niteliği kazandırmaya yol açar. Tüm bu çalışmalar sonunda A. N. Whitehead (1861 - 1947) ile B. Russell (1872 - 1970)'ın on yıllık sürekli ve yoğun işbirliğinin ürünü üç ciltlik **Principia Mathematica** (1910 - 1913)'da bütünleşme olanağı bularak kesin ve olgun biçimini alır. Şimdi modern mantığın klasik başyapıtı sayılan bu çalışma, aynı zamanda, Frege'nin lojistik tezini genelleyerek yalnız aritmetiğin değil, tüm matematiğin mantıktan çıkarılabileceğini temellendirme çabasını temsil etmektedir. Öyle ki, mantıkla matematiği birbirinden kesin çizgilerle ayırmak artık kolay değildir. Bu sonucu Russell kendisi daha sonra şöyle dile getirmiştir :

«Matematik ve mantık, tarihsel gelişim yönünden, tümüyle farklı konular olmuştur. Matematik bilimle, mantık ise Grekçe ile birlikte yürümüştür. Fakat her ikisinin de modern çağlarda geliştiğini görmekteyiz: mantık daha çok matematikleşmiş, matematik mantıksal nitelik kazanmıştır. Sonuç şu ki, ikisi arasında bir çizgi çizmeğe artık olanak yoktur. Çünkü ikisi özdeşir. Aralarındaki fark gençle yetişkin arasındaki farka benzer: mantık matematiğin gençliğini, matematik mantığın olgunluk çağını temsil etmektedir. Bu görüşü hem mantıkçılar, hem de matematikçiler tepkiyle karşılıyorlar. Mantıkçıların tepkisi, bütün zamanlarını klasik metinleri incelemeye verdikleri için sembolik terimlerle dile getirilmiş her hangi bir akıl-yürütmeyi anlama yetersizliğinden; matematikçilerin tepkisi ise, öğrenmiş oldukları bir tekniğin anlam ve rasyoneline eğilme zahmetini göze alamamaktan doğmaktadır. Neyse ki, bu tepkiyi gösterenler her iki alanda da giderek azalmaktadır. İki konu çeşitli yönleriyle o derece kesişmektedir ki, aralarındaki sıkı ilişki konuyu bilen hiç bir öğrencinin gözünden kaçmayacak kadar açıktır. İddia ettiğimiz

özdeşliğin ispatı ayrıntılara inmeği gerektiren bir sorundur. Mantiğa ait olduğu söz götürmez öncüllerden başlayıp, dedüksiyonla, matematiğe ait olduğu inkâr edilemez sonuçlara ulaştığımızda, iki konu arasında hiç bir noktada kesin bir ayırım yapılamıyacağını kolayca görürüz. Bugün bile bu özdeşliği kabul etmeyenler çıkarsa, onları, **Principia Mathematica**'nın zincirleme giden tanım ve çıkarımlarının hangi noktasında mantığın bitip matematiğin başladığını göstermeğe davet ederiz. Görülecektir ki, verecekleri cevap keyfî olmaktan ileri geçmeyecektir.» *

Matematiğin mantıkla özdeşliği veya mantiğa indirgenmesi tezi şu iki noktayı içerir : (1) matematiksel kavramların tümünü salt mantık kavramlarına dayanarak tanımlama; (2) matematiksel postulaların tümünü, salt mantıksal olan ilkelerden çıkarma. Russell, **Principia Mathematica**'da bu iki koşulun yeterince gerçekleştirildiği inancındadır. Ona göre, «Salt matematiğin tümü (Aritmetik, Analiz ve Geometri) mantığın ilkel kavramları birleştirilerek kurulabilir, ve matematiğin tüm önermeleri mantığın genel ilkelerinden çıkarılabilir.»** Ne var ki, bu iddia bugün bile herkesçe kabul edilmiş değildir. Ancak matematikle mantık arasındaki ilişkiyle ilgili değişik görüşlerin tartışmasını ileriye bırakarak, XIX. yüzyılda mantığın yenileşmesine yol açan, matematikteki bazı köklü gelişmeleri gözden geçirelim.

* B. Russell, *An Introduction to Mathematical Philosophy*, s. 194.

** *Mysticism and Logic*, s. 76.

Soru 46 Öklidci olmayan geometrilerin etkisi ne oldu?

Çağlar boyunca Öklid geometrisi, her alanda sistematik düşüncenin kusursuz modeli sayılmıştı. Birçok matematikçiler yanında Kant gibi bazı büyük fozoloflar da ancak bir tek geometri olabileceği inancındaydılar. Bunlara göre Öklid geometrisinin ilkeleri ve teoremleri insan zihnin yapısının gerekleri, birer değişmez doğrulardı. Oysa XIX. yüzyılın ilk yarısında ortaya çıkan Öklidçi-olmayan geometriler bu görüşü kökünden sarsmıştı. Öklid geometrisi dışında ona ters düşen, fakat kendi içlerinde ondan daha az tutarlı olmayan, başka geometrilerin de olabileceği kanıtlanmıştı. Bu, etkileri yalnız matematikte değil, felsefe, bilim ve mantık gibi alanlarda da duyulan bir devrimdi. Ne demekti birden fazla geometri? Birden fazla «doğru» olabilir miydi? Yoksa doğru kavramının anlam ve yeri yok muydu matematikte? Pek çok kimse bu sorular karşısında şaşkına dönmüştü. Öklid geometrisi onlar için yalnız doğru değildi, zorunlu olarak doğrudu. O halde bu geometrinin ilkelerine veya sonuçlarına ters düşen bir başka doğru nasıl tasavvur edilebilirdi?

Öklidçi-olmayan geometrilerin en az Öklid geometrisi kadar tutarlı sistemler olması, matematikçileri, filozof ve düşünürleri matematiğin temellerini yeniden gözden geçirmeğe, o zamana kadar söz götürmez doğru sayılan bazı kavram ve ilkeleri eleştirmeğe iter. Bu eleştiri ihtiyacı matematikçileri ister istemez mantıkla ilgilenmeye, matematiğe mantıkçı, mantığa matematikçi gözüyle bakmaya götürür. Gerçekten de, değişik geometri sistemlerinin varlığının pek çok kimse için aykırı görünmesi matematiğin mantıksal yapısının yeterince anlaşılmamış olmasından ileri geliyordu. Başka bir deyişle, sorunun kö-

keni mantıksaldı. Bu noktanın açıklığa kavuşması için yeni geometrilerin oluşumuna kısaca bakmak gerekir.

Öklid geometrisinin dayalı olduğu aksiyom, postula ve tanımlar sezgisel olarak apaçık, ispatı gereksiz, doğruluğu zorunlu birer ilke sayılıyordu. Bunlar içinde yalnız daha sonra «paralel postulası» denilen 5. postula («İki doğruyu kesen bir doğrunun bir yanda yaptığı iki iç açının toplamı iki dik açının toplamından azsa, o iki doğru iç açılarının bulunduğu yanda yeterince uzatıldığında birbirini keser.») biraz aykırı görünüyordu. Bir kere bu postulanın ifadesi ötekiler kadar açık ve basit değildi. Daha önemlisi, bu postulanın doğruluğu ötekiler gibi apaçık ve zorunlu görünmüyordu. Bu yüzden pek çok kimse onu ispatı gereksiz bir ilke sayma yerine, ispatı gerekli bir teorem saymayı, sistemin mükemmeliyeti yönünden yeğliyordu. XIX. yüzyıla gelinceye dek bu yönde sayısız girişimler olmuş, fakat hiç biri beklenen başarıyı vermemiştir.

Söz konusu postulanın teorem olarak ispatı her şeyden önce öteki postulalardan bağımsız olmadığını göstermeği gerektirmekteydi. Bu da bu önermenin geriye kalan dört postuladan mantıksal olarak çıkarılabilir olduğunu göstermek demekti. Oysa, böyle bir çıkarım için her seferinde daha az karmaşık olmayan bir başka önermeyi (örneğin, «Bir üçgenin iç açılarının toplamı iki dik açının toplamına eşittir,» gibi bir teoremi) postula olarak kullanmayı gerektiriyordu. Sonuç başarılı olmamakla beraber, bir noktayı gün ışığına çıkarmaya yaramıştı: 5. postula başka bir önermenin diğer postulalara eklenmesiyle ispat edilebildiğinden, yani sistemde teorem statüsüne düşürülebildiğinden, sistem için gerekli değil demekti. Nitekim daha XVIII. yüzyılda «Playfair aksiyomu» denen şu önermenin

Bir doğru dışında kalan herhangi

bir noktadan o doğruya bir ve yalnız
bir paralel doğru çizilebilir.

5. postula yerine aynı etkinlikle kullanılabileceği anlaşılmıştı. Ne var ki, ne bu ne de başka herhangi bir ilkenin 5. postuladan daha açık ve basit olduğu söylenemiyordu.

5. postulanın diğer postulalardan bağımsız olmadığını ispatlamanın bir yolu da «olmayana ergi metodu»nu kullanmaktır. Buna göre, 5. postulayı bağımsız saydığımızda, bu varsayım bizi bir çelişkiye götürürse, varsayımın yanlış olduğu, dolayısıyla postulanın bağımlı olduğu ispatlanmış olur. Bu yola başvuran, XVIII. yüzyıl İtalyan matematikçisi Sacchieri, ilk dört postulayı doğru, 5. postulayı yanlış saymanın bir çelişkiye yol açıp açmadığını araştırır. Sacchieri tüm çabalarına karşın hiç bir çelişki elde edemez; böylece 5. postulanın ötekilerinden bağımsız olduğu sonucuna varır. Fakat bu arada, Öklid teoremlerine paralel fakat onlardan çok değişik birtakım teoremler ortaya çıkar. Sacchieri böylece bilmeksizin yeni bir geometri ortaya koymuş oluyordu. Ne var ki, 5. postulanın ötekilerden bağımsız olduğunun, değilmesinin öteki postulalarla birleştirilmesiyle yeni bir geometrinin ortaya çıkacağını anlaşılmıştı. XIX. yüzyılı beklemişti. Sacchieri'nin çalışmasından habersiz ve birbirinden bağımsız olarak üç matematikçi (Alman Gauss, Rus Lobachevsky ve Macar Bolyai) hemen hemen aynı zamanda yeni geometriyi bulurlar.* Kendi içinde mantıksal tutarlılığı olan yeni geometri, 5. postulanın diğer postulalardan bağımsız olduğunu kanıtlamakla, bu postulayı teorem olarak ispat-

* XIX. yüzyılın ikinci yarısında Alman matematikçisi Riemann Öklidçi-olmayan, fakat Lobachevsky sisteminden de farklı, uzayın eğriliğini varsayan, yeni bir geometri kurar.

lama yolunda ötedenberi sürdürülen çabalara da son vermiş olur.

Gauss'ın «Öklidçi-olmayan» diye adlandırdığı yeni geometri, Öklid teoremlerinden çok farklı teoremler içeriyordu. Örneğin bu geometride bir doğru üzerinde olmayan bir noktadan o doğruya birden fazla paralel doğru çizilebileceği; bir üçgenin iç açılarının toplamının iki dik açının toplamından daima az olduğu; bir çemberin çevresinin çapına olan oranın π sayısından daha büyük olduğu gibi teoremler söz konusuydu. Ne var ki, yalnız Öklid geometrisine değil, ortak-duyuya da aykırı gelen bu teoremler kendi aralarında tam bir tutarlık içindeydi.

Böylece, sonuçları birbiriyle çelişen fakat mantıksal tutarlık yönünden eşdeğer, çeşitli geometrilerin ortaya çıkması, yalnız matematikte değil, diğer alanlarda da «düşünce devrimi» diyebileceğimiz değişikliklere yol açmakta gecikmez. Öklid'in doğruluğu zorunlu ve apaçık sayılan ilkeleri gibi, geleneksel mantığın kanunları da biricik doğru olma niteliklerini kaybederler. Fakat matematikte başlayan devrim başka kaynaklardan da beslenerek büyümesini sürdürmekten geri kalmaz.

Soru 47 : Kümeler teorisi mantığı nasıl etkiledi?

XIX. yüzyıl matematikte öz-eleştirinin belirlediği ve yoğunluk kazandığı dönemdir. İlk eleştiriye uğrayan kavramlardan biri XVII. yüzyılda Newton ve Leibniz'in icat ettikleri «differansiyel hesap»ın dayandığı «sonsuz küçükler» (= «infinitesimals») kavramıydı. Fransız matematikçisi Cauchy'nin geliştirdiği «limitler teorisi» ile Almanya'da Weierstrass'ın çalışması bu kavramın gereksizliğini ortaya koyar. Bu gelişmelerin gerisinde yatan süreklilik

ve sonsuz sayı problemlerini ise George Cantor adında başka bir Alman matematikçisi ele alır. Sayısal sonsuzluk Zeno'dan beri matematikçi ve filozofları uğraştıran bir sorundu. Aşil ve kaplumbağa paradoksunu hatırlayalım: Aşil'in bulunduğu her noktaya karşı kaplumbağanın işgal ettiği bir nokta vardır. Böylece iki yarışçının her an geçmiş oldukları durakların sayısı birbirine eşit demektir. Oysa kaplumbağanın aldığı mesafe Aşil'in aldığı mesafenin ancak küçük bir bölümü kadardır. Aşil'in hem çok daha mesafe alması, hem de kaplumbağa ile bulundukları durakların sayısının aynı olması akla aykırı gelmektedir: Bütünden küçük olması gereken herhangi bir parça, bütüne nasıl eşit olabilir? Cantor sonsuzluk teorisi ile bu güçlüğü açıklığa kavuşturur. Sonsuz kümeler söz konusu olduğunda, parça bütün arasındaki eşitsizlik eski anlamını yitirir. Cantor sonsuz bir kümeyi, herhangi bir bölümünde kendisinde olduğu kadar eleman bulunan yığın olarak tanımlar. Örneğin, pozitif tam sayılar dizisini ele alalım. Sonsuz olan bu küme tek ve çift sayılardan oluşur; başka bir deyişle tek ve çift sayılar kümenin birer alt-kümeleridir. Ne var ki, büyük kümede bulunan her terime karşılık onun bir parçası olan çift-sayılar (ya da tek-sayılar) alt-kümesinde bir terim vardır. Yani iki dizi bire-bir tam bir karşılıklık içindedir.

1,	2,	3,	4,	5,	6,
↕	↕	↕	↕	↕	↕
2,	4,	6,	8,	10,	12,

Bu ise, Cantor'un tanımına göre, iki dizinin, yani bütün ile parçanın eşitliği demektir. Cantor sonsuz sayılar teorisini, sonsuz kümelerin bu özelliğine dayanarak kurar. Russell, sonsuz bir kümenin kendi alt-kümelerinden

birine eşit olmasındaki garabete (garabet çünkü sonlu kümelerde böyle bir eşitlik olanaksızdır) **Tristram Shandy paradoksu** adını verir.*

Cantor sonsuz kavramına kesin ve açık bir tanım bulmakla, yalnız Zeno'nun Aristo'dan beri pek çok filozof ve matematikçi için baş ağrısı olan problemini derinleştirmek ve çözmekle kalmaz, aynı zamanda tüm matematiğin temeli sayılan kümeler (set) teorisini oluşturur. Bu teorinin mantık yönünden önemini kısaca şu iki noktada toplayabiliriz:**

(1) Öklidçi-olmayan geometriler gibi bu teori de sezgisel apaçıklığı «doğruluk» için ölçüt saymanın yanlışlığını gösterir. Gerçekten, «Bütün herhangi bir parçasından daha büyüktür,» önermesinden doğruluğu daha apaçık ne olabilir? Oysa sonsuz kümeler söz konusu olduğunda, bu önermenin yanlış olduğunu yukarda gördük.

(2) Set teorisi, tüm matematiği sarsan beklenmedik bazı mantıksal çelişki ya da paradokslara yol açarak bunların giderilmesi görevini yüklenen mantığın gelişmesini kamçılar. Bu görevinde mantık bir yandan matematiğin temellerini denetleme, öte yandan akıl yürütmede geçerliğin kurallarını yeniden gözden geçirme gibi iki köklü araştırma içine girmekle yeni bir gelişme aşaması başlar.

* Bilindiği gibi, Tristram Shandy yaşamının ilk iki gününü yazmak için iki yıl harcar. Buna bakarak, tüm yaşam hikâyesini tamamlamasının kendisi için olanaksız olduğunu görür ve kendisini üzüntüye bırakır. Russell, Shandy'nin ömrü sonsuz uzunlukta olsaydı, üzüntüsüne gerek olmayacak, yaşam hikâyesini yazmadığı tek günü geriye kalmayacaktı, der. (Bkz: B. Russell, *Mysticism and Logic*, s. 90).

** Bkz. H. Delong, *A Profile of Mathematical Logic*, s. 81.

Soru 48 : Paradoksları önleme çabası mantığı nasıl etkiledi?

Set teorisinin birtakım paradokslara veya mantıksal güçlüklerle yol açması, matematiğin temellerini sarsan beklenmedik bir gelişmeydi. Geleneksel mantık bu tür güçlükleri çözümleyecek olanaktan yoksun olduğu için çözüm yollarını matematiksel yöntemleri benimsemiş yeni mantıkta aramak gerekiyordu. Ya bu güçlükler giderilecek, ya da set teorisi terkedilecekti. Oysa set teorisinden vazgeçmeği matematikçiler istemiyorlardı. «Hiç kimse» diyordu ünlü matematikçi Hilbert, «bizi Cantor'un yarattığı cennetten çıkaramaz.»

Set teorisinin yol açtığı ilk paradoksu Cantor'un kendisi ortaya çıkarmıştı. «Cantor paradoksu» denen bu paradoks, tüm kümeleri kapsayan kümeden daha büyük bir kümenin oluşumu ile ilgilidir. Şöyle ki, tüm kümeleri içine alan kümeye A kümesi, bu kümenin tüm alt-kümelerini kapsayan kümeye de B kümesi diyelim. İmdi, Cantor'un teoremi gereğince biliyoruz ki, B kümesinin kardinal sayısı A kümesininkinden daha büyüktür. Oysa A kümesi tanımı gereği tüm kümeleri içine almaktadır. Tüm kümeleri içine alan bir kümeden daha büyük bir kümenin düşünülebilmesi açık bir çelişki olmuyor mu?

Russell'ın 1901'de bulduğu ve kendi adıyla bilinen paradoks mantıksal açıdan daha temel bir güçlüğü açığa vurmuştur. Kümeleri gözden geçirdiğimizde bunlardan bazılarının kendilerini kapsayan, bazılarının ise kendilerini kapsamayan türden olduklarını görürüz. Örneğin, tüm kümeleri kapsayan küme, tüm kitapların adlarını sıralayan kitap, vb. birinci türden, tüm canlıları kapsayan küme, doğal sayıları kapsayan küme, 1975'de güneşli günleri kapsayan küme, vb. ikinci türden kümelerdir. Tüm

kümeleri kapsayan küme, bir küme olarak kendi üyesidir; oysa 1975'deki güneşli günler kümesi güneşli bir gün olmadığı için kendi üyesi olamaz. Kümelerin büyük bir bölümü ikinci türden olduğu için bunlara **normal**, birinci türden olanlara da **anormal** kümeler diyebiliriz. İmdi tüm normal kümeleri kapsayan kümeyi düşünelim ve buna A kümesi diyelim : A kümesi normal bir küme midir, yoksa anormal bir küme midir? Bu sorunun cevabı ister «normal» olsun, ister «anormal» olsun mantıksal bir çelişki olmaktan kurtulamaz. Şöyle ki, A kümesini, normal bir küme ise anormal bir küme, anormal bir küme ise normal bir küme saymak gerekir. Çünkü A kümesi normal bir küme ise kendi kapsamına girecek, böylece onu anormal küme saymamız gerekecek. Tersine anormal bir küme ise kendi kapsamına girmeyecek böylece onu normal küme saymamız gerekecek.

«Russell paradoksu»nun çeşitli popüler örnekleri arasında ilginç bulduğumuz bir tanesini buraya almadan geçmeyeceğiz : Uzak bir köyün biricik berberi tüm kendini tıraş etmeyenleri ve yalnız onları tıraş ediyormuş. Soralım: bu berber kendini tıraş etmeli mi, etmemeli mi? Cevap «etmeli» ise, kendini tıraş etmemesi, «etmemeli,» ise kendini tıraş etmesi gerekir.

Bu ve benzeri paradokslar incelendiğinde hepsinde göze çarpan bir özellik vardır. «Kendine yollama» («self-reference») yapma. Örneğin,

Bu cümle doğru değildir.

önermesini kendine yollama yaptığı için doğru ise yanlış, yanlış ise doğru saymak gerekir. Mantıkçılar ilkin kendine yollama yapan önermeleri anlamsız saymakla paradokslardan kurtulabileceklerini sanmışlardı. Fakat çok geçmeden bu çözümün, kendine yollama yaptığı halde herhangi

bir çelişkiye yol açmayan birtakım önermeleri de yasakladığı görülerek bu yolda katı tutumdan vazgeçilir. Örneğin,

Bu cümle kısadır,

Bu cümle Türkçedir.

Bu cümle üç kelime kapsamaktadır.

gibi kendine yollama yapan önermeler doğru veya yanlış olabilir. (Nitekim ilk ikisi doğru, üçüncüsü yanlıştır). Fakat kullanımları her hangi bir çelişki doğurmuyor.

Russell böyle bir sakıncası olmayan, fakat aynı zamanda matematik ve mantığı kendi adını taşıyan türdeki paradokslardan kurtarmak için «Tipler Teorisi» dediği daha esnek bir yöntem oluşturur. Buna göre, dilin kullanımında değişik düzeyler ayırılarak bazı sınırlamalara gitme gerekiyordu. Bir nesnenin özelliği olabileceği gibi, bir özelliğin de özelliği olabilir. İkinci tür özellik daha üst düzeyde bir tipi oluşturur. İki özellik aynı düzeyde imiş gibi bir dil kullanımı mantıksal güçlük yaratır. Örneğin **soğuk** özelliği soğuk değildir; ancak bir nesne soğuk olabilir. Oysa **eski** özelliği eskidir; çünkü tarih öncesi dönemlerde bile eski yeni ayırımı vardı.

Russell tipler arasında hiyerarşi kuran teorisini ilkin bireyler ve kümeler (veya sınıflar) açısından formüle etmişti. Bireyleri, bireyleri kapsayan kümelerden; bu sonuçları kümeleri kapsayan kümelerden ayırdetmek gerekir. Hiyerarşinin tabanında yer alan bireyler Tip 1'i, onun üstündeki düzeyde yer alan bireyleri kapsayan kümeler Tip 2'yi ve genel olarak Tip m nesnelerini kapsayan kümeler Tip $m+1$ 'i oluşturur; ancak, bir tipi oluşturan kümelerin üyeleri başka bir tipi oluşturan kümelerin üyesi olamaz. Ayrıca, X gibi bir nesnenin (bu bir birey veya bir küme olabilir) A gibi bir kümenin üyesi olabilmesi için X'in A'ya

göre bir aşağı tipten olması gerekir. Russell Paradoksu türünden çelişkilere düşmekten kaçınmak için hiyerarşiyi korumaya X'i, X'in, ya da A'yı A'nın, üyesi sayma gibi hatalardan sakınmaya ihtiyaç vardır. Başka bir deyişle nesneler ve nesnelerden oluşan kümeler ile ilgili önermeler teorinin öngördüğü ayırımlara uymadıkça, anlamlı sayılmamak gerekir. Paradokslar çoğunluk bu tür önermeleri anlamlı saymadan doğmaktadır. Russell şöyle diyor :

«Nasıl ki normal olarak kişilerle milletleri aynı düzeyde şeyler imiş gibi karıştırmayız, sınıfları da sınıfların sınıfı ile bir sayıp aynı işleme tabi tutmazsak güçlüklerden kurtulabiliriz. Öyle ise, paradoksların doğmasına yol açan biçimde sınıfları kendi üyeleri saymaktan vazgeçmemiz gerekir.»*

Görülüyor ki, gramer açısından düzgün olan her cümleyi mantıksal açıdan düzgün veya anlamlı sayamayız. Bu ayırımı yapmaksızın mantıksal güçlüklerden, özellikle semantik türden paradokslardan, kurtulmaya olanak yoktur.

Soru 49 : Mantığın gelişiminde aksiyometikleştirmenin ne gibi etkisi oldu?

Modern mantığın gelişmesini doğrudan kamçılayan etkenlerden biri de XIX. yüzyılın sonlarına doğru ortaya çıkan matematiği aksiyomatikleştirme sorunu idi. Öklid'in geometriyi birkaç temel ilke ve tanım etrafında mantıksal bir sistem olarak düzenlemedeki başarısı yalnız matematikçileri değil, kendi alanlarında filozof ve bilginleri de aynı yola itmiştir. Öklid'in sistemi çeşitli kusurlarına

* B. Russell, *Wisdom of the West*, s. 283.

karşın daima bir model olarak hayranlık konusu olmuştur. Değişik postulalara dayalı yeni geometrilerin ortaya çıkması, çok geçmeden aynı metodun matematiğin diğer alanlarında, örneğin aritmetikte, denenmesine yol açar.

İtalyan matematikçisi Peano'nun çalışması bu deneyimin hiç de boş bir heves olmadığını gösterir. Peano tüm aritmetiğe, birkaç temel kavram ve ilke etrafında mantıksal bir düzen vermekle kalmaz, kurduğu sistemi oldukça kolay bir mantık notasyonu ile ifade etmeyi de başlar. Bu notasyon, daha sonra Russell tarafından geliştirilerek, tüm matematiksel mantığa uygulanır.

Aksiyometik bir sistem, ilerde ayrıntılı olarak göreceğimiz üzere, tanımlanmaksızın kabul edilen birkaç ilkel kavram veya terime, bu kavram veya terimlerin ilişkilerini dile getiren fakat ispatlanmaksızın doğru sayılan birkaç temel ilke veya postulaya dayanır. Peano sisteminde «sıfır», «sayı» ve «...den sonra gelen» ilkel terimleri, aşağıdaki beş önerme de aksiyom veya postulları oluşturuyordu :

1. Sıfır bir sayıdır.
2. Bir sayıdan sonra gelen de bir sayıdır.
3. Farklı sayılardan sonra aynı sayı gelmez.
4. Sıfır hiç bir sayıdan sonra gelmez.
5. «n» gibi bir sayıya ait bir özellik, n'den sonra gelen sayıya ve sıfır sayısına da aitse, tüm sayılara ait demektir (Matematiksel endüksiyon ilkesi).

Kısaca, Peano postulları, sayıların sıfırla başladığını, her sayıyı bir ve yalnız bir sayının izlediğini belirlemekte, tüm sayılara ait genel özelliklerin «matematiksel endüksiyon» denen ilkeyle saptandığını dile getirmektedir.

Peano'nun aritmetiği aksiyometikleştirme çalışması

matematiğin temelleri üzerindeki çalışmaların daha da yoğunlaşmasına yol açar. Bu konuda beliren üç temel görüş arasındaki tartışmanın ardı bugün bile alınmış değildir. Görüşlerden biri ilk kez Frege tarafından ortaya atılan, daha sonra Russell tarafından genelleştirilen matematiğin mantıkla özdeşliği tezini temsil etmektedir. İkincisi mantıksal biçim ve tutarlılığı esas alan formalistlerin görüşüdür. Üçüncü görüş bir tür pozitivist çizgi izleyip soyutlamalardan kaçınan sezgici (entüvisyonist) lerin görüşüdür.* Matematiğin niteliği üzerindeki bu görüşler, aynı zamanda, mantıkçıların ilgisini çekmekle iki disiplinin yakınlaşmasını ve karşılıklı etkileşmesini sağlamış, özellikle mantığın bir araştırma yöntemi kimliği kazanmasına yaramıştır.

Peano'nun, daha önce Frege'nin ortaya koyduğu, fakat karmaşıklığı nedeniyle pek kullanışlı olmayan mantık notasyonunu geniş ölçüde basitleştirmek yoluyla da mantığın gelişimini kolaylaştırdığını söyleyebiliriz. Ne var ki, Peano'nun aksiyometikleştirme çabasını rasyonel bir temele oturtma işi de Frege'ye düşer. Peano'nun aksiyomları mantık açısından pek yeterli görünmüyordu. Bir kere «matematiğin temel ilkeleri olarak neden başka önermeler değil de bu önermeler alınsın?» sorusuna doyurucu cevap yoktu. Peano böyle bir sorunla ilgilenmemiştir bile. Genel bir açıklama bulma işini Frege'nin üstlendiğini görüyoruz.

Frege, Peano'nun aksiyomlarını kendi mantık sisteminin birer sonucu veya teoremi olarak göstermek suretiyle bunların keyfe bağlı değil zorunlu ilkeler olduğunu

* Bu görüşler üzerinde ayrıntılı bilgi için bakınız: S. Körner, *The Philosophy of Mathematics*, Harper Torchbooks, New York, 1962.

kanıtlamak istiyordu. Fakat bu sonuç aynı zamanda matematiğin, hiç değilse aritmetiğin, mantıktan çıkarılabilir veya mantığa indirgenebilir olduğunu göstermek demektir. Bu yolda en önemli adım **sayı** kavramının salt mantık terimleriyle tanımlanmasıydı. Peano sisteminin diğer ilkel terimi «...den sonra gelen,» zaten salt mantıksaldı. Russell, Frege'nin «sınıf» kavramına giderek verdiği sayı tanımını daha sonra şöyle dile getirir: «Bir sayı belli bir sınıfa benzeyen tüm sınıfları içine alan sınıftır. Örneğin, çift elemanı olan her sınıf iki sayısının, üç elemanı olan her sınıf üç sayısının birer somut örneğidir. Herhangi bir sayı, ona somut örnek teşkil eden sınıfların tümünü kapsayan sınıftır. Genel olarak sayı ise, tüm tikel olan sayıların sınıfıdır. (Bu tanımlarda kullanılan sınıf kavramının hiyerarşik bir düzen izlediğini gözden kaçırmamalıyız.)

XIX. yüzyıl birçok alanlarda olduğu gibi mantık için de bir yeniden-doğuş, bir rönesans dönemidir. Bu dönemde en genel çizgileriyle şu üç temel yenilik,

- (1) matematiksel yöntem ve notasyon mantığa uygulanarak mantığın matematikleştirilmesi;
- (2) mantığın, özne-yüklem bağıntısı ve tasımsal çıkarım dışında önemli bir konu oluşturan ilişki biçimlerine yer vermekle inceleme kapsamını genişletmesi;
- (3) matematiğin, öz-eleştiri ve yeni gelişmelerle dayandığı temelleri mantık yönünden sağlamlaştırma yoluna gitmesi, böylece karşılıklı etkileşim içinde gelişen iki disiplinin özdeşliği fikrinin büyük bir ağırlık kazanması;

gerçekleşmiştir. Öyle ki, mantığı artık felsefenin değil, matematiğin bir inceleme alanı saymak yerinde olur, diyebiliriz.

Soru 50 : Sembolleştirme niçin önemlidir?

Modern mantığı geleneksel mantıktan ayıran en belirgin özelliği hiç şüphesiz sembolik görünümüdür.

Sembol (veya simge) kendinden başka bir şeyi temsil eden veya akla getiren bir işarettir. Bir şeyin başka bir şey için sembol olarak kullanılması ikisi arasında ne zorunlu ne de doğal bir ilişkinin olmasını gerektirir. Semboller anlaşılmaya bağlı işaretlerdir. Örneğin herhangi bir milleti temsil eden bir bayrağın şu ya da bu renkte, şu ya da bu biçimde olması ne doğal ne de başka bir zorunluktur. Oysa, bir tür bulutun yağmuru işaretlemesi, ya da yaprakların sararıp dökülmesiyle kışın yaklaşmakta olduğunu düşünmemiz bu şeyler arasında «doğal» diyebileceğimiz bir ilişkiye dayanmaktadır. Bu tür işaretlere, kullanımları anlaşılmaya bağlı olmadığından, «sembol» demiyoruz. Doğada bir olgunun başka bir olguyu işaretlediği yalnız insanların değil hayvanların da davranışlarını düzenlemede kullandıkları bir bilgidir. Oysa sembol yapma ve kullanma öyle görünüyor ki, tümüyle insanoğluna özgü bir yetenektir.

Sembolün düşün yaşamındaki önemini bir kelime ile belirtmek gerekse, dil dediğimiz bildirişim aracının «kelime» dediğimiz sembollerden kurulu olduğunu söylemek yeter. Aynı şekilde rakamlar da sayıları belirliyen birer sembolden başka bir şey değildir. Ancak dilimizi oluşturan kelimelere, rakamlara o denli alışmış ki, bunların birtakım anlam veya nesneleri simgelediklerini çok kere düşünmeyiz bile. Mantık, matematik gibi alanlarda kullanılan özel semboller ise böyle alışık olduğumuz türden olmadıkları için çoğumuzca yadırganır. Hatta bazı kimseler için bunlar ya gizli anlamları olan birtakım korkulu nesneler, ya da düpedüz anlamsız işaretler olarak kalır. Doğrusu, pek az kişi

ilk karşılaştığı bir sembolu veya formülü ürkmeden benimseyebilir. Bu nedenle «sembol» deyince çoğunluk aklımıza «garip» bir nesne, esrarlı bir şey gelir. Oysa sembol olma yönünden mantık ve matematikteki işaretlerle, her gün kullandığımız kelimeler arasında bir fark yoktur. Sadece, naha soyut olan birincilere yeterince alışık değiliz, o kadar.

İşte modern mantık alışık olmadığımız bu yüzden bize garip gelen birtakım özel sembolleri çokça kullandığı içindir ki, «sembolik» veya «matematiksel» diye nitelen-dirilmektedir. Yoksa geniş anlamda geleneksel mantık da semboliktir. Orada da terimleri S, P ve M gibi harflerle, önerme kalıplarını A, E, I, O (veya SaP, SeP, SiP, SoP) gibi anlaşılmaya bağlı işaretlerle temsil tekniği kullanılmaktadır. Şu kadar ki, bunlar hem sayı olarak az, hem de basit görünümü olduğundan yeni öğrenenler için fazla bir güçlük yaratmamaktadır. Matematik gibi modern mantığın da, geniş ölçüde sembollere, üstelik pek alışık olmadığımız sembollere dayanması nedeniyle baştan biraz karmaşık veya ürkütücü görünmesi olağandır.

Şimdi denebilir ki, çoğunluk yadırgadığımız birtakım işaretleri kullanmanın gereği nedir? Özel sembol kullanmaksızın, düşüncelerimizi dile getiremez miyiz?

Sembolik notasyonun mantık için önemini Hans Reichenbach cebirsel notasyonun matematiksel problemlerin çözümündeki önemiyle kıyaslayarak şu örneği verir :

Diyelim ki, şöyle bir problemin çözümü istenmiştir bizden: Osman 5 yaş küçük olsaydı, Ali'nin 6 yıl önceki yaşından iki kat daha büyük olurdu; fakat Osman şimdiki yaşından 9 yaş büyük olsaydı, Ali'nin 4 yıl önceki yaşının üç katı kadar yaşlı olurdu. Osman ve Ali'nin şimdiki yaşları nedir?

Gerçekten, Reichenbach'ın dediği gibi, bu problemi herhangi bir notasyon kullanmaksızın çözme yoluna gidersek, çok geçmeden kafamızın karıştığını, bir çıkmaza girdiğimizi görürüz. Oysa, Osman'ın yaşını x , Ali'nin yaşını y ile gösterip problemi denklem biçimine dönüştürdüğümüzde, çözümün hiç de güç olmadığı görülür.

Reichenbach benzer problemlerin mantıkta da olduğunu söyleyerek bir örnek daha verir:

Kleopatra'nın 1938'de yaşadığını ve ne Hitler'le ne de Mussolini ile evlenmediğini söylemek yanlışır.

Görüldüğü gibi bu cümlelerin anlamı açık değildir. Aynı cümleyi sembolik notasyonla ifade edip bir iki eş-değerlik kuralına göre dönüştürdüğümüzde şu anlamın açıklık kazandığını görürüz.

Kleopatra 1938'de sağ olsaydı, ya Hitler'le ya da Mussolini ile evlenirdi.*

Sembolik notasyonla günlük dil arasındaki farkı, etkinlik ve işlerlik yönlerinden, romen rakamlarıyla aritmetikte kullandığımız rakamlar arasındaki farka benzetebiliriz. İkisi de sayıları temsil eden sembolik notasyonlardır. Biriyle toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yapmak ne derece zorsa, ötekisi ile yapmak o derece kolaydır. Günlük dil (dolayısıyla geleneksel mantık) romen rakamları gibi, mantıksal ilişkileri belirlemede yeterince etkin, tam ve açık değildir. Daha doğrusu mantıkta istenen kesinlik ve açıklığı sağlayamamaktadır. Özellikle soyut kavram ve ilişkilerin dile getirilmesinde, bun-

* İlerde bu dönüştürmenin nasıl yapıldığını göreceğiz. (Bkz. Soru 62).

lara dayalı problemlerin çözümünde, kuralları belli bir sembolik notasyon vazgeçilmez bir araçtır. Bunun en canlı örneğini matematikte görüyoruz. Herkes bilir ki, sayısal bir problemin çözümünde cebir aritmetikten, aritmetik de parmakla saymadan daha etkin ve üstündür. Etkinlik derecesindeki artışın sembolleşmede ulaşılan düzeye doğrudan bağlı olduğunu bu yöntemlere baktığımızda açıkça görmekteyiz.

Kısaca demek gerekirse,

- (1) Günlük dille anlatılması zor soyut kavram ve ilişkileri daha kolay, kısa ve açık bir şekilde ifade etmek,
- (2) Günlük dilin çok kere yol açtığı çok anlamlılığı, anlam belirsizliğini önlemek,
- (3) Düşünmeyi etkin ve sağlıklı kılmak, birtakım somut olgu veya ilişkilerin dar çerçevesini aşarak ona soyut düzeyin özgürlüğünde açılma, ilerleme olanağı kazandırmak,

ancak iyi bir sembolik notasyonla sağlanabildiğinden, matematik gibi, mantık da sembolleşme yoluna giderek bugünkü ileri düzeye çıkabilmiştir.

Russell, «yeni mantık düşünceye kanat taktı» derken sembolleşmenin bu değerini anlatmak istemiştir, herhalde.

VI. BÖLÜM

DOĞRULUK FONKSİYONU MANTIĞI*

Soru 51: Mantıksal değişmezler nelerdir?

Herhangi bir dilin sözlüğü betimleyici ve **mantıksal** olmak üzere iki tür kelimeden oluşur. Betimleyici kelimeler nesne adları, nesnelerin özelliklerini veya ilişkilerini belirleyen sözcükleri kapsar. Örneğin, «masa», «bina», «yıldız», «insan», «ölümlü», «büyük», «kütle», «hız» gibi sözcükler bu türden olup konu veya inceleme alanı değişik bilim dallarının az çok kendilerine özgü dillerini oluşturur. Mantıksal kelimelere (ki bunlara «mantıksal değişmezler» diyeceğiz) gelince, bunlar konusu veya inceleme alanı ne olursa olsun tüm bilim kollarında ortaklaşa kullanılan,

- (a) «değil,», «ve,» «veya,» «... ise ...», «ancak ve ancak ise,»
- (b) «tüm,» «bazı» (bunlara indirgenebilen «herbir,» «hiç bir,» «birçok,» «pek az» v.b.)

gibi iki grupta toplanan sözcükleri kapsar. Birinci grupta yer alan beş mantıksal değişmez **bağlaç** niteliğinde olup

* Ders kitaplarında çok kere, «Önermeler Mantığı» veya «Önermeler Hesabı» adları da kullanılmaktadır.

bileşik önermelerin oluşumuna yarar. Bunlara bu işlevleri nedeniyle «önerme eklemleri» de denir. İkinci grupta yer alan «tüm,» «bazı» v.b. kelimeler **niceleyici** nitelikte olup tümel ve tikel önermeleri belirlerler. Modern mantığın iki temel inceleme alanı («Doğruluk Fonksiyonu Mantığı» ile «Niceleme Mantığı») işte mantıksal değişmezler arasındaki bu ayırma dayanmaktadır. «Bağlaç» denilen mantıksal değişmezler yardımıyla basit önermelerden bileşik önermelerin nasıl kurulduğu ve bunlara dayanan başlıca çıkarım örnekleri üzerinde daha önce bazı bilgiler vermiştik.* Bu bölümde «doğruluk fonksiyonu» kavramı açısından bu bilgiler genişletilerek daha sistemli bir çalışmaya gireceğiz.

Doğruluk fonksiyonu mantığından yararlanarak geleneksel mantığın dar kalıplarını kıran, bu mantığa yepyeni bir kimlik ve gelişme olanağı kazandıran Niceleme Mantığı'nı ise VII. Bölüm'de ele alacağız.

Soru 52 : Doğruluk fonksiyonu ne demektir?

Kendinden başka en az bir bölümü önerme olan cümlelere bileşik önerme diyoruz. Bileşik önermeler tek bir önerme ile oluşturulabileceği gibi iki ya da daha fazla önerme ile de oluşturulabilir. Örneğin,

(1) Ahmet borcunu ödemeyecek.

bileşik önermesi, değilleme bağlacı yardımıyla

(2) Ahmet borcunu ödeyecek

basit önermesinden kurulmuştur. Buna karşılık

* Bkz: Soru 33 - 36.

(3) Ahmet para kazanırsa borcunu ödeyecek.

bileşik önermesi, «ise» bağlacı yardımıyla şu iki basit önermeden kurulmuştur:

(4) (i) Ahmet para kazanacak.

(ii) Ahmet borcunu ödeyecek.

(2)'deki önerme (1)'dekinin, (4)'deki önermeler (3)'dekinin alt bölümleridir.

Bir veya daha fazla alt-bölümü bileşik önerme olan bileşik önermeler de olabilir. Örneğin,

(5) Ahmet borcunu ödemezse, ya kenti terkedecek, ya da otomobilini satacak.

bileşiginde hem ön-bileşen (Ahmet borcunu ödemeyecek), hem de ard-bileşen (Ahmet ya kenti terkedecek ya da otomobilini satacak) birer bileşik önermelerdir.

Verdiğimiz örneklerde bileşik önermelerin tümü doğruluk yönünden onları oluşturan önermelerin doğruluk değerine bağlıdır. Örneğin, (2)'deki önerme yanlışsa (1)'deki önerme doğru, (2)'deki önerme doğru ise (1)'deki önerme yanlıştır. Aynı şekilde, (3)'deki bileşik önermenin doğru olması için (4)'deki önermelerin her ikisinin de ya doğru, ya yanlış olması, ya da (i) doğru ise (ii)'nin yanlış olmaması gerekir. Böyle doğruluk değeri, kapsadığı bileşenlerin doğruluk değerlerince belirlenen bileşik önermelere doğruluk fonksiyonu türünden bileşik önermeler denir. Çünkü bu tür bileşik önermelerin doğruluk değeri, bileşenlerinin doğruluk değerinin bir fonksiyonudur. Doğruluk değeri bileşenlerinin fonksiyonu olmayan bileşik önermeler de vardır. Örneğin,

(6) (i) Ahmet'in borcunu ödeyeceğini biliyorum.

(ii) Fatma eşinin borcunu ödeyeceğine inanıyor.

(iii) Ahmet'in borcunu ödeyeceği olanaksızdır.

bileşik önermeleri bu türden önermelerdir. (i)'deki örneği ele alalım: bu bileşik önerme, Ahmet borcunu ödemezse yanlıştır şüphesiz; ancak Ahmet borcunu öderse önerme doğru da olabilir, yanlış da. Çünkü Ahmet'in borcunu ödeyeceğini bilmediğim halde, «biliyorum» demiş olabilirim. Biz bunlarla değil, doğruluk değeri bileşenlerinin doğruluk değerleriyle belirlenen bileşik önermelerle ilgileneceğiz.

Soru 53: Önerme bağlaçlarını nasıl tanımlayabiliriz?

Daha önce de değindiğimiz gibi «önerme bağlaçları» veya «önerme eklemleri» denen mantıksal değişmezler basit önermelerden bileşik, bileşiklerden daha karmaşık önerme oluşturmaya yarayan sözcüklerdir. Doğruluk fonksiyonu türünden bileşik veya karmaşık önermelerin doğruluk değerini belirlemede bileşenlerin doğruluk değerleriyle birlikte kullanılan bağlaç veya bağlaçların anlamlarını da bilmeye ihtiyaç vardır. Çünkü P ve Q gibi iki basit önermeden P doğru, Q yanlışsa,

P ve Q

yanlış,

P veya Q

ise doğru bir bileşik önerme olur. Fark bileşenlerin doğruluk değerlerinden değil, bağlaçların değişik olmasından ileri gelmiştir. Şimdi bağlaçları sırasıyla tanımlayalım.

Değilleme: Bileşik önerme oluşturmada değilleme çok basit bir işlemdir. Değillenen önerme doğru ise elde edilen bileşik önerme yanlış, yanlış ise bileşik önerme doğru olur. Örneğin,

Deniz tuzludur.

doğru ise

Deniz tuzlu değildir.

bileşik önermesi yanlıştır. «Deniz tuzludur» önermesini,

Denizin tuzlu olduğu doğru değildir.

veya

Denizin tuzlu olduğu yanlıştır.

biçimlerinde de değilleyebiliriz.

Değilleme basit bir önermeye olduğu gibi bileşik bir önermeye de uygulanabilir. Örneğin (3)'deki bileşik önerme değillendiğinde şu biçimi alır:

Ahmet'in para kazandığında borcunu ödeyeceği doğru değildir.

«Deniz tuzludur,» önermesini P (veya Q, R, S...) ile değilleme işlemini « $\sim$ » işaretiyle simgelersek, «Deniz tuzlu değildir bileşiği,»

$\sim P$

ile temsil edilir. Bu işlem «doğruluk çizelgesi» denen ve önermeler mantığında önemli yer tutan çok işlevli bir araçla kısaca şöyle belirlenir («D» doğru, «Y» yanlış için kullanılmıştır,):

P	$\sim P$
—	—
D	Y
Y	D

Görülüyor ki, $\sim P$ bileşiği, bileşeni, P, doğru ise yanlış, yanlışsa doğrudur.

Birlikte-evetleme: İki önermeden «ve» bağlacı yardımıyla oluşan bileşiğe «birlikte-evetleme» denir. Örneğin, «Bu yaz tatil yaptım» ile «Bu yaz ders çalıştım» önerme-

lerinden oluşan «Bu yaz hem tatil yaptım, hem ders çalıştım» veya «Bu yaz tatil yaptım ve çalıştım,» birlikte-evetleyici bir bileşik önermedir. Birlikte evetleme, ancak ve ancak her iki bileşen doğruysa doğru, bileşenlerden biri veya ikisi yanlışsa, yanlıştır. Bu tanım doğruluk çizelgesinde şöyle görünür («ve» bağlacını « $\wedge$ » simgesiyle, önermelerden birini P, diğerini Q ile temsil edersek):

P	Q	$P \wedge Q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

Kısaca demek gerekirse, « $P \wedge Q$ » biçimindeki bir bileşiğin doğru olması için hem P'nin hem Q'nun doğru olması gerekir. « $P \wedge Q$ » bileşiği «P» ve «Q»'yi birlikte evetlemekte, başka bir deyişle hem «P», hem Q doğrudur, demektir.

Seçeneklik: İki önermeden «veya» bağlacı yardımıyla oluşan bileşiğe «seçeneklik» diyoruz. Örneğin «Kahvaltıda çay içerim» ile «Kahvaltıda süt içerim» önermelerinin oluşturduğu, «Kahvaltıda ya çay, ya da süt içerim» bileşiği seçenekli bir önermedir. Seçeneklik, ancak ve ancak her iki bileşen yanlışsa yanlış, bileşenlerden biri, ya da ikisi, doğruysa, doğrudur. Bağdaşır seçenekliği belirleyen bu tanım* doğruluk çizelgesinde şöyle görünür («veya» bağlacını « $\vee$ » simgesiyle gösteriyoruz):

* Daha önce de gördüğümüz üzere bağdaşmaz seçeneklikte, seçeneklerden yalnız biri doğru, yalnız biri yanlış olabilir. İkisinin birlikte doğru veya yanlış olması seçenekliğin yanlış olması demektir. (Bkz: Soru 36).

P	Q	P $\vee$ Q
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Çizelgeden de görüldüğü üzere «P $\vee$ Q» biçimini alan seçenekli bir bileşik önerme (ki ya P, ya Q veya her ikisi doğrudur, demektedir) nin yanlış olması için her iki seçeneğin de yanlış olması gerekir.

Koşulluk: İki önermeden «... ise ...» bağlacı yardımıyla oluşan bileşiğe, «koşullu önerme» veya kısaca «koşulluk» diyoruz. Örneğin, bileşenleri «Yağmur yağar» ve «Yerler ıslanır,» olan «Yağmur yağarsa, yerler ıslanır,» bileşiği koşullu bir önermedir. Koşullu bir önerme ön-bileşeni doğru, ard-bileşeni yanlış olduğunda yanlış, yoksa doğrudur. Doğruluk çizelgesi bu tanımları şöyle belirlemektedir («... ise ...» bağlacını « $\rightarrow$ » simgesiyle gösterirsek):

P	Q	P $\rightarrow$ Q
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

Buna göre koşullu bir bileşik önerme, ön-bileşenin yanlış veya ard-bileşenin doğru olduğu her durumda doğrudur.

Karşılıklı Koşulluk: İki önermeden «ancak ve ancak...» bağlacı yardımıyla oluşan bileşiğe «karşılıklı-k koşullu önerme» veya kısaca «karşılıklı-k koşulluk» diyoruz. Örneğin, «Ancak ve ancak yağmur yağarsa, yerler ısla-

nır» önermesi bu türden bir bileşiktir. Karşılıklı koşullu bir önerme, bileşenleri birlikte doğru veya birlikte yanlışsa doğru, bileşenlerden biri doğru, biri yanlışsa, yanlıştır. Doğruluk çizelgesinde bu tanım şöyle belirlenmektedir («ancak ve ancak...» bağlacını « $\leftrightarrow$ » simgesiyle gösterirsek)

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

Demek oluyor ki, karşılıklı koşullu bir önerme, ancak ve ancak bileşenler aynı doğruluk değeri taşıyorsa doğrudur, yoksa yanlıştır. Başka bir deyişle, karşılıklı koşul-luğun doğruluğu bileşenlerin eş-değerliliğini gerektirir.

Aşağıdaki çizelgede, bağlaçların doğruluk koşullarını topluca görmekteyiz:

Çizelge : 1

P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$
D	D	Y	Y	D	D	D	D
D	Y	Y	D	D	Y	Y	Y
Y	D	D	Y	D	Y	D	Y
Y	Y	D	D	Y	Y	D	D

Açıklama:

1. Doğruluk çizelgesinde çift çizginin solundaki sütunlara «yollama» («reference») sütunları denir. Yolla-ma sütunları doğruluk koşulu belirlenmek istenen for-mül veya formüllerde yer alan değişik önerme değişken-lerinin sayısına göre bir, iki, üç veya daha fazla olabilir.

Yukardaki çizelgede doğruluk koşulları belirlenen formüllerde P ve Q'den başka değişken olmadığından, biri P, diğeri Q için olmak üzere yalnız iki yollama sütunu vardır.

2. Ayrıca yollama sütunlarının sayısına göre çizelgede satır sayısı da değişir. Önerme değişkeni bir tek olduğunda 2 satıra, iki olduğunda 4 satıra, üç olduğunda 8 satıra ihtiyaç vardır. Genel olarak, bir çizelgede satır sayısını şu formülle belirleyebiliriz:

$$2^n = \text{satır sayısı}$$

Formülde «2», doğruluk değer sayısını (yani D ve Y'yi), «n» değişken (veya yollama sütun sayısını) simgelemektedir.

Yollama sütunlarında doğruluk değerlerinin dağılımı belli bir sıra veya düzene bağlı olmak gerekir. Basit bir kural koymak için şöyle bir yol izleyebiliriz. Çift çizgiye bitişik sütundan başlayarak sola doğru sütunlar ele alınır. İlk sütuna D ve Y değerleri, tüm satırlar doluncaya kadar değişik olarak verilir. İkinci sütuna 2 D, 2 Y değerleri, üçüncü sütuna (varsa) 4 D, 4 Y değerleri, dördüncü sütuna (varsa) 8 D, 8 Y değerleri biribirini izlemek üzere yazılır.

Soru 54: Doğruluk-çizelgesinden daha nasıl yararlanabiliriz?

Yukarda mantıksal bağlaçların işlemsel anlamlarının doğruluk çizelgesiyle nasıl belirlendiğini, bu bağlaçlar yardımıyla oluşan bileşik önerme veya önerme kalıplarının hangi koşullar altında doğru, hangi koşullar altında yanlış olduğunu gördük. Örneğin çizelgeye bakarak,

$$P \vee Q$$

bileşik önerme kalıbını «ya P, ya Q ya da her ikisi» diye okur, bileşenlerden birinin doğruluğunun bileşiğin doğruluğu için yeterli olduğunu görürüz. Aynı şekilde çizelgede bileşenlerin birlikte yanlış olmaları (yani $\sim P \wedge \sim Q$) bileşiğin yanlışlık veya değillenme koşulu olarak görünmektedir. Başka bir deyişle $P \vee Q$ bileşiğinin yanlış olması, her iki bileşenin yanlış olması demektir. Buna göre bileşiğin değillenmesi, yani

$$\sim (P \vee Q)$$

kalıbı ile bileşiğin yanlışlık koşulu, yani

$$\sim P \wedge \sim Q$$

kalıbı eş-değer olmak gerekir. İki kalıbın eş-değer olup olmadığı gene doğruluk çizelgesine başvurularak saptanabilir. (İki önerme veya önerme kalıbının eş-değer olması tüm koşullar altında aynı doğruluk değeri almaları demek olduğundan, söz konusu iki kalıba ait doğruluk çizelgesi sütunlarında yer alan doğruluk değerlerinin her satırda özdeş olması gerekir.) Aşağıdaki çizelge iki kalıbın eş-değer olup olmadığını göstermek için düzenlenmiştir:

Çizelge : 2

P	Q	1 $\sim P$	2 $\sim Q$	3 $P \vee Q$	4 $\sim (P \vee Q)$	5 $\sim P \wedge \sim Q$
D	D	Y	Y	D	Y	Y
D	Y	Y	D	D	Y	Y
Y	D	D	Y	D	Y	Y
Y	Y	D	D	Y	D	D
					==	==

Görüldüğü gibi, çizelgenin 4 ve 5 nolu sütunlarındaki doğruluk değerleri her satır üzerinde özdeştir. Bu, iki kalıbın eşdeğer olduğunu, yani (eş-değerlik ilişkisini « $\equiv$ » simgesiyle gösterirsek),

$$\sim (P \vee Q) \equiv \sim P \wedge \sim Q$$

ispatlamaktadır.

Gene 1 nolu temel çizelgeye bakarak, diğer kalıpların yanlışlık koşullarından değillemelerinin eş-değerlerini saptayabiliriz. Nitekim,

$$P \wedge Q$$

kalıbı, ya P'nin, ya Q'nun, ya da her ikisinin yanlış olmaları (yani $\sim P \vee \sim Q$) halinde yanlış olduğundan, bu yanlışlık koşullarıyla bileşiğin değillemesi [$\sim (P \wedge Q)$]'nin eş-değer olması, yani

$$\sim (P \wedge Q) \equiv \sim P \vee \sim Q$$

gerekir, ve bu eş-değerlik aşağıdaki çizelgede ispatlanmıştır:

Çizelge : 3

P	Q	1 $\sim P$	2 $\sim Q$	3 $P \wedge Q$	4 $\sim (P \wedge Q)$	5 $\sim P \vee \sim Q$
D	D	Y	Y	D	Y	Y
D	Y	Y	D	Y	D	D
Y	D	D	Y	Y	D	D
Y	Y	D	D	Y	D	D
					==	==

Aynı şekilde, 1 nolu temel çizelgeden koşullu önerme kalıbının yanlışlık koşullarına bakarak değillemesinin eş-değerini gösterebiliriz. Gerçekten,

$$P \rightarrow Q$$

kalıbı P'nin doğru, Q'nun yanlış olması halinde yanlış olduğundan bu yanlışlık koşulu $(P \wedge \sim Q)$ ile kalıbın değillemesi $[\sim (P \rightarrow Q)]$ 'nin eş-değer olması,

$$\sim (P \rightarrow Q) \equiv P \wedge \sim Q$$

gerekir. Bu eş-değerliğin ispatı aşağıdaki çizelgede verilmiştir:

Çizelge : 4

P	Q	1 $\sim Q$	2 $P \rightarrow Q$	3 $\sim (P \rightarrow Q)$	4 $P \wedge \sim Q$
D	D	Y	D	Y	Y
D	Y	D	Y	D	D
Y	D	Y	D	Y	Y
Y	Y	D	D	Y	Y
				==	==

Son olarak karşılıklı koşullu önerme kalıbının yanlışlık koşullarına bakarak değillenmesinin eş-değerini çıkarabiliriz. 1 nolu çizelgeden de gördüğümüz gibi,

$$P \leftrightarrow Q$$

kalıbı P'nin doğru, Q'nun yanlış ya da Q'nun doğru P'nin yanlış olması hallerinde yanlış olduğundan, bu yanlışlık koşullarını simgeleyen $[(P \wedge \sim Q) \vee (\sim P \wedge Q)]$ formül ile değillemesi $[\sim (P \leftrightarrow Q)]$ 'nin eş-değer olması, yani

$$\sim (P \leftrightarrow Q) \equiv [(P \wedge \sim Q) \vee (\sim P \wedge Q)]$$

gerekir. Aşağıdaki çizelge bunu ispatlamaktadır:

Çizelge : 5

1	2	3	4	5	6	7
<u>$\sim P$</u>	<u>$\sim Q$</u>	<u>$P \leftrightarrow Q$</u>	<u>$\sim (P \leftrightarrow Q)$</u>	<u>$P \wedge \sim Q$</u>	<u>$\sim P \wedge Q$</u>	<u>$(P \wedge \sim Q) \vee (\sim P \wedge Q)$</u>
Y	Y	D	Y	Y	Y	Y
Y	D	Y	D	D	Y	D
D	Y	Y	D	Y	D	D
D	D	D	Y	Y	Y	Y
			==			==

Görüldüğü üzere doğruluk-çizelgesi, mantıksal bağ-
laçların işlemsel tanımlarını veya doğruluk koşullarını be-
lirleme dışında eş-değerlikleri ispatlama yolunda da etkili
bir araç işlevi görmektedir.

Soru 55 : Mantıksal bağlaçlar birbirine indirgenebilir mi?

Doğruluk çizelgesinin bize hem «temel kalıplar» dedi-
ğimiz, « $P \wedge Q$ », « $P \vee Q$ », « $P \rightarrow Q$ », ve « $P \leftrightarrow Q$ » gibi formüllerin
doğruluk koşullarını, hem değillenmelerine eş-değer olan
yanlışlık koşullarını, hem de iki formülün eş-değer olup
olmadığını ispatlama olanağı verdiğini gördük. Çizelgenin
iki önemli işlevi daha vardır. Bunlardan biri doğruluk fonk-
siyonu türünden bileşiklerin (1) totolojik, (2) çelişik ve
(3) bağıl diye ayırılması, ikincisi doğruluk fonksiyonu
türünden önerme veya formüllere dayanan çıkarımların
geçerliğinin test edilmesi. Ancak bunlara geçmeden önce,
bazı noktaların aydınlatılmasına ihtiyaç vardır.

Önce mantıksal bağlaçların birbirine indirgenebilirliği üzerinde duralım. Bundan önceki soruda değindiğimiz eş-değerliklikler,

$$\sim (P \vee Q) \equiv \sim P \wedge \sim Q$$

$$\sim (P \wedge Q) \equiv \sim P \vee \sim Q$$

$$\sim (P \rightarrow Q) \equiv P \wedge \sim Q$$

$$\sim (P \leftrightarrow Q) \equiv [(P \wedge \sim Q) \vee (\sim P \wedge Q)]$$

bazı indirgemelere olanak olduğunu göstermektedir. Örneğin, « $\sim$ » ve « $\vee$ » ya da « $\sim$ » ve « $\wedge$ » bağlaçlarını ilkel sayıp ötekilerini bunlarla tanımlayabiliriz. Başka bir deyişle doğruluk fonksiyonu türünden tüm bileşikleri (veya formülleri) yalnız ilkel saydığımız bağlaçları kullanarak yazabiliriz. Aşağıda « $\sim$ » ve « $\vee$ » bağlaçları kullanılarak temel kalıplar dile getirilmiştir :

$$(P \wedge Q) \equiv \sim (\sim P \vee \sim Q)$$

$$(P \rightarrow Q) \equiv \sim P \vee Q$$

$$(P \leftrightarrow Q) \equiv \sim [\sim (\sim P \vee Q) \vee \sim (\sim Q \vee P)]^*$$

Doğruluk çizelgesine başvuruyla indirgeme yoluyla elde edilen bu eşdeğerlikler test edilebilir.

Gerçi indirgeme yoluyla mantığı bir bakıma sadeleştirdiğimizi söyleyebiliriz. Ne var ki, başka bir bakımdan da işimiz tam tersine güçleşmiş oluyor. Yukardaki örneklerle bakıldığında ne demek istediğimiz kolayca anlaşılır. Özellikle karşılıklı koşul bağlacının tanımı ile ulaşılan eşdeğerlik yazılması ve okunması hiç de kolay olmayan

* Bu sonuncu eş-değerlik doğrudan bir dönüşümle değil, bazı ara dönüşümlerden geçerek elde edilir. « $\leftrightarrow$ » bağlacı önce « $\rightarrow$ » ve « $\wedge$ » bağlacına indirgenir: $P \leftrightarrow Q \equiv (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$. Sonra sırasıyla « $\wedge$ » ve « $\rightarrow$ » ilkel saydığımız « $\sim$ » ve « $\vee$ » bağlaçlarına indirgenir.

uzunluktadır. Mantıkçılar bu zorlukları gözönünde tutarak bağlaçların beşini de kullanmayı yeğlerler çoğunluk.

Üzerinde durulması gerekli bir başka nokta da bağlaçların etki alanını belirleme konusudur.

Kısaca demek gerekirse değilleme ($\sim$) kendisini izleyen en küçük önerme veya önerme kalıbını etkiler. Örneğin,

$$\sim P \wedge Q$$

kalıbında değillenen formül « $P \wedge Q$ » değil, sadece « P » dir. Oysa,

$$\sim (P \wedge Q)$$

de yalnız « P » değil, « $P \wedge Q$ » değillenmiştir. Öyle ise, « $\sim$ »'nin etki alanı, kendisini izleyen formül bileşik ise parantezle gösterilir.

Diğer bağlaçlara gelince, bunlar iki yanlarındaki en küçük önerme veya önerme kalıplarını birlikte etkiler. Ancak yanlardaki önerme veya önerme kalıpları bileşik ise, etki alanı parantez kullanılarak belirlenir. Örneğin,

$$P \wedge (Q \vee R)$$

formülünde « $\wedge$ »'nin etki alanına bir yanda « P » öte yanda « $Q \vee R$ », « $\vee$ »'nin etki alanına ise yalnız « Q » ve « R » girmektedir. Oysa,

$$P \wedge Q \vee R$$

formülünde ne « $\wedge$ »'nin ne de « $\vee$ » nin etki alanı tam belirli değildir. Bir veya daha fazla bağlacın etki alanının tam belirli olmadığı önerme veya önerme kalıpları birden fazla yoruma elverişlidir. Örneğin yukardaki örneğimizi birlikte-evetleme,

$$(1) P \wedge (Q \vee R)$$

ya da seçeneklik,

$$(2) (P \wedge Q) \vee R$$

olarak yorumlayabiliriz. Bir formüle verilecek yorum, o formülde hangi bağlacın «baş bağlaç» sayıldığına göre değişir. (1)'de baş bağlaç « $\wedge$ », (2)'de ise « $\vee$ » dir.

Bağlaçların etki alanlarını belirlemek veya formüllerde baş bağlacı belirleyerek çok anlamlılığı önlemek için kullanılan parantezler «(,)» den başlayarak ihtiyaca göre «[,]» ve «{,}» işaretleri olabilir. Aşağıdaki örnek, bu işaretlerin kullanılış sıralarını ve kapsamalarını göstermek için verilmiştir :

$$\{ [P \wedge (Q \vee R)] \vee S \} \rightarrow T$$

Koşullu olan bu formülde ön-bileşen seçenekli bir bileşiktir. O halde tüm formülde « $\rightarrow$ », ön-bileşende ise « $\vee$ » baş bağlacı simgelemektedir.

Soru 56 : Düzgün tam-deyimi nasıl belirlemekteyiz?

Basit veya bileşik önermelerin yerini tutan sembollere «formül» diyoruz. Örneğin,

$$P, Q, R$$

gibi değişkenler birer «basit formül»,

$$P \vee Q; P \rightarrow Q; \sim (P \vee Q) \wedge R$$

gibi değişken ve bağlaç grupları da birer «bileşik formül» demektir. Doğruluk fonksiyonu türünden bir formül bir veya daha fazla sembolün bir araya gelmesiyle oluşur. mantık tüm formüllerle değil, ancak düzgün tam-deyim sayılan formüllerle uğraşır. Örneğin, birer formül olan şu iki ifadeden,

$$(a) \sim (P \vee Q) \wedge R$$

$$(b) P \sim \vee Q R \wedge$$

birincisi düzgün tam-deyim, ikincisi düzgün olmayan bir deyimdir. İkisi arasındaki farkı sezgisel olarak görmekle birlikte bazı ölçütlere başvurarak nesnel bir şekilde belirleyebiliriz. Bunun için şu üç ölçüte (bunlara «düzgün tam-deyim oluşturma kuralları» da diyebiliriz) başvurmak yeter :

- (1) Basit her önerme veya önerme değişkeni bir düzgün tam-deyimdir.
- (2) P bir düzgün tam-deyimse, $\sim P$ de öyledir.
- (3) P ve Q birer düzgün tam-deyimse, $P \wedge Q$, $P \vee Q$, $P \rightarrow Q$ ve $P \leftrightarrow Q$ de birer düzgün tam-deyimdir.

Şimdi örneğimize dönerek verilen bir formülün bu ölçütlere vurularak düzgün tam-deyim olup olmadığını nasıl belirleyeceğimizi gösterelim :

(a)'daki formül $[\sim (P \vee Q) \wedge R]$ 'ü (3)'deki ölçüte göre düzgün tam-deyim saymamız gerekir, eğer bileşenleri $\sim (P \vee Q)$ ile R birer düzgün tam-deyim iseler. $\sim (P \vee Q)$ formülü (2)'deki ölçüte göre bir düzgün tam-deyimdir, eğer $P \vee Q$ öyle ise. $P \vee Q$ formülü (3)'deki ölçüte, R ise (1)'deki ölçüte göre birer düzgün tam-deyimlerdir. O halde, (a)'daki formül bir düzgün tam-deyimdir. Oysa, (b)'deki formülü ölçütlerden hiç birine göre bir düzgün tam-deyim saymaya olanak yoktur.

Bir formül veya önerme biçimi düzgün tam-deyimse, o biçimi alan tüm önermeler de öyledir.

Baştan beri «önerme», «önerme kalıbı» veya «önerme biçimi» dediğimizde, yalnız, düzgün tam-deyim olan-

ları kastetmiştik. Bundan böyle de öyle anlaşılmamız gerekir.

Soru 57 : Doğruluk fonksiyonu formüllerini nasıl sınıflayabiliriz?

Bir formül veya önerme biçimi, bir veya daha fazla önerme değişkeni içine alan bir dizi sembolden oluşan bir deyimdir. Öyle ki, bu deyim, önerme değişkenleri yerine önermeler bulunduğu (aynı değişkenler için aynı önermeler olmak üzere), bir önerme olur. Bu önerme, aynı şekilde elde edilen daha birçok önermeler gibi, bir biçim veya formül olan o deyimden özel bir hali veya örneğidir.

Tüm özel halleri (veya somut örnekleri) doğru önerme olan formüller yanında, tüm özel halleri yanlış önerme olan formüller de vardır. Bunlardan birincilere «totolojik formüller», ikincilere «çelişik formüller» denir. Bunlar dışında doğruluğu (veya yanlışlığı) olgusal olan önermelerin özel hal teşkil ettiği formlar vardır; bunlara «bağıl formüller» diyeceğiz. Bağıl formüller doğruluk çizelgesinde en az bir D ve en az bir Y değeri alan formüllerdir. Bu formüller değişkenlerine verilecek doğruluk değerine göre doğru olabilecekleri gibi yanlış da olabilirler. Örneğin, « $P \rightarrow Q$ » bağıl bir formüldür; P'nin yanlış veya Q'nun doğru olduğu her halde doğru, P'nin doğru ve Q'nun yanlış olduğu halde yanlıştır. Oysa totolojik ve çelişik formüller için durum değişiktir. Bunların doğruluk değeri, değişkenlerine verilen doğruluk değerine bağlı değildir. Bir totolojik formül, örneğin, $P \vee \sim P$, biçimi gereği doğrudur; P değişkenine ister doğru, ister yanlış değeri verelim, o dalma doğru kalır. Aynı şekilde bir çelişik formül, örneğin,

$Q \wedge \sim Q$, biçimi gereği yanlıştır. Q değişkenine ister doğru, ister yanlış değeri verelim, o daima yanlış kalır. Tüm totolojik formüller biribirine, tüm çelişik formüller de biribirine eş-değerdir. Totolojik bir formülün değillenmesi bir çelişkiye, çelişik bir formülün değillenmesi de totolojiye yol açar. Aşağıdaki doğruluk çizelgesi, $P \vee \sim P$ formülünün totolojik, $P \wedge \sim P$ formülünün ise çelişik olduğunu göstermektedir (P ile $\sim P$ bağıl formüllerdir) :

P	$\sim P$	$P \vee \sim P$	$P \wedge \sim P$
D	Y	D	Y
Y	D	D	Y

Bağıl formül biçimi alan önermeler, dile getirdikleri olguların var olup olmamasına göre, doğru veya yanlış olabilirler. Ancak ne doğrulukları ne de yanlışlıkları zorunlu değildir. Örneğin, « $P \wedge Q$ » biçimini alan, «Kar hem beyaz hem de soğuktur,» önermesi doğrudur, ama bu doğruluk önermenin biçimi gereği değil, karın hem beyaz hem de soğuk olmasındandır. İnkârı bizi çelişkiye götürmez. Bir bağıl önermenin değillenmesi başka bir bağıl önermeye yol açar, o kadar. Oysa, « $\sim (P \wedge \sim P)$ » biçimini alan, «karın hem beyaz, hem beyaz olmadığı yanlıştır,» önermesinin doğruluğu karın şu veya bu renkte olmasıyla ilgili değildir. Kar ister beyaz, ister başka renk olsun, önerme doğrudur ve bu doğruluk zorunlu olduğu için inkârı bizi çelişkiye düşürür.

Mantığın üç temel Kanunu diye bilinen,

- (1) Özdeşlik ilkesi : Bir önerme doğru ise doğrudur ($P \rightarrow P$);
- (2) Çelişmezlik ilkesi : Hiç bir önerme hem doğru hem yanlış olamaz [$\sim (P \wedge \sim P)$];

(3) Üçüncü şikkın olanaksızlığı ilkesi: Bir önerme ya doğru ya da yanlıştır ($P \vee \sim P$);

ilkeler totolojik nitelikte birer formüldür. Bu formüllere somut örnek teşkil eden tüm önermeler, XVII. yüzyıl filozofu Leibniz'in dediği gibi, yalnız bizim dünyamızda değil, mümkün bütün dünyalarda doğrudur.*

Soru 58 : Doğruluk çizelgesini çıkarımların geçerlik testinde nasıl kullanırsınız?

Doğruluk çizelgesi, çeşitli yönlerden etkin** bir araçtır. Çizelgenin bağlaçların işlemsel tanımlarını vermede, doğruluk fonksiyonu türünden formüllerin eş-değer olup olmadığını ispatlamada, bu formülleri totolojik, çelişik ve bağlı diye belirlemede nasıl kullanıldığını gördük. Şimdi bu tür formüllere dayalı çıkarımların geçerlik testinde çizelgeden nasıl yararlanabileceğimizi göreceğiz.

Örneğin, **modus ponens** denen şu çıkarım biçiminin,

$$\begin{array}{l} (1) \quad P \rightarrow Q \\ \quad P \\ \hline Q \end{array}$$

geçerli; şu çıkarımın ise,

* Sözü geçen üç ilke üzerinde ötedenberi sürüp gelen tartışmalar vardır. Bunlarla ilgili açıklama için Bkz: Soru: 91, 92, 93.

** Bir yöntem veya aracın etkin olması, kendi alanına düşen problemlerin çözümüne sınırlı sayıda işlem sonunda kesinlikle ulaştırıcı olması demektir.

$$\begin{array}{c}
 (2) \quad P \rightarrow Q \\
 \quad Q \\
 \hline
 P
 \end{array}$$

geçersiz olduğunu biliyoruz. Ama bunların ispatını henüz vermiş değiliz. Doğruluk çizelgesine başvurarak bu ispatları verebiliriz.

İmdi, geçerli bir çıkarımda öncüller doğru, sonuç yanlış olamaz. O halde doğruluk çizelgesinde bir çıkarıma ait öncüllerin doğru olduğu her satır üzerinde sonuç da doğru ise, o çıkarım geçerli demektir. Tersine, herhangi bir satır üzerinde tüm öncüller doğru olduğu halde, sonuç yanlışsa o çıkarım geçersiz demektir. Aşağıdaki çizelge (1)'deki çıkarımın geçerli, (2)'deki çıkarımın geçersiz olduğunu göstermektedir :

P	Q	$P \rightarrow Q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

Gerçekten P ve $P \rightarrow Q$ 'nin birlikte doğru olduğu her satır üzerinde Q da doğrudur. Oysa, Q ve $P \rightarrow Q$ 'nin doğru olduğu her satır üzerinde P doğru değildir. Üçüncü satır üzerinde hem Q, hem de $P \rightarrow Q$ doğru olduğu halde P yanlıştır.

Çıkarımların geçerlik ispatı biraz değişik bir yoldan da verilebilir. Şöyle ki, her çıkarımı öncüllerini ön-bileşen, sonucunu ard-bileşen yazarak koşullu bir önerme biçimine çevirebiliriz. Bu önerme biçimi totolojik nitelikte bir formülse, karşılık olduğu çıkarım geçerli, totolojik nitelikte değilse, çıkarım geçersiz demektir. Örneğin,

$$\begin{array}{c}
 (3) \quad \begin{array}{c} P \vee Q \\ \sim P \end{array} \\
 \hline
 Q
 \end{array}$$

çıkarımın geçerli, buna karşılık

$$\begin{array}{c}
 (4) \quad \begin{array}{c} P \vee Q \\ P \end{array} \\
 \hline
 \sim Q
 \end{array}$$

çıkarımın geçersiz olduğunu ispatlamak için önce (3)'teki çıkarımı

$$[(P \vee Q) \wedge \sim P] \rightarrow Q$$

olarak, (4)'teki çıkarımı

$$[(P \vee Q) \wedge P] \rightarrow \sim Q$$

olarak koşullu önerme biçimine çevirir, sonra aşağıdaki çizelgede olduğu gibi bunların (birincisini A, ikincisini B ile temsil edersek) totolojik nitelikte olup olmadığına bakarız :

P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$P \vee Q$	$(P \vee Q) \wedge \sim P$	$(P \vee Q) \wedge P$	A	B
D	D	Y	Y	D	Y	D	D	Y
D	Y	Y	D	D	Y	D	D	D
Y	D	D	Y	D	D	Y	D	D
Y	Y	D	D	Y	Y	Y	D	D

Çizelgeden de görüldüğü gibi (3)'teki çıkarıma karşılık olan A formülü totolojik, (4)'teki çıkarıma karşılık olan B formülü ise bağıl niteliktedir. Bu demektir ki, (3)'teki çıkarım mantıksal yönden geçerli, (4)'teki çıkarım geçersizdir.

Soru 59 : Etkin bir teknik olan doğruluk çizelgesi yeterince kullanışlı mıdır?

Yukardaki örnekten de görüldüğü gibi doğruluk çizelgesi aranan sonucu kesinlikle belirlemekle beraber, yapımı veya düzenlenmesi pek de kolay bir teknik değildir. Özellikle, değişken çeşidi ikinin üstüne çıkınca çizelgenin düzenlenmesi pratik değerini büsbütün yitirmektedir. Örneğin dört farklı değişkeni içine alan şu çıkarımın

$$\begin{array}{c} (P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S) \\ P \vee R \\ \hline Q \vee S \end{array}$$

geçerlik testi için 9 sütun ve 16 satırlık bir çizelgeye ihtiyaç vardır. Değişken sayısı beş veya altıya çıktığında çizelgeyi düzenleme zorluğu bir yana, sağlıklı kullanma olanağı kalmamaktadır. Bu nedenle çizelgenin işini görecektir daha kolay ve kullanışlı bir yöntem bulunmuştur. «Doğruluk çizelgesi kısa-kesme yöntemi» denen bu teknik düpedüz «geçerlik» kavramının tanımına dayanmaktadır: Geçerli bir çıkarımda öncüller doğru, sonuç yanlış olamaz. Öyle ise geçerli bir çıkarımın çevrilmesiyle elde edilen koşullu önerme veya önerme biçiminde ön-bileşenin doğru ard-bileşenin yanlış olmasına olanak yoktur. Eğer ard-bileşeni yanlış saydığımızda ön-bileşeni doğru sayma olanağı yoksa, koşullu bileşiğin karşılık teşkil ettiği çıkarım geçerli, tersine ard-bileşeni yanlış saydığımızda ön-bileşeni doğru sayma olanağı varsa, söz konusu çıkarım geçersiz demektir.

«Kısa kesme» tekniğinin uygulanmasında şu iki noktayı göz önünde tutmaya ihtiyaç vardır :

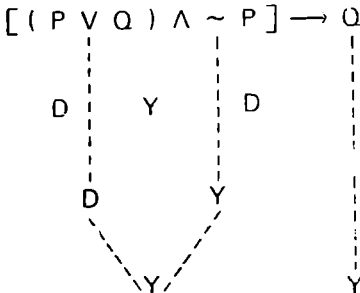
- (1) Ard-bileşene Y değeri verilir. Ard-bileşen bileşik

bir formülse, formülün tümünün doğruluk değeri Y yapacak şekilde değişkenlere doğruluk değeri verilir. Örneğin ard-bileşen P veya Q gibi basit bir formülse Y vermek yeter; $\sim P$, $P \wedge Q$, $P \vee Q$, $P \rightarrow Q$ veya $P \leftrightarrow Q$ gibi bileşik bir formülse, bunun yanlışlık koşuluna göre değişkenlere değer verilir. Sözelimi ard-bileşen $P \vee Q$ ise hem P'ye hem Q'ye Y vermek, $P \rightarrow Q$ ise P'ye D, Q'ye Y vermek gerekir.

- (2) Ard-bileşene Y değeri verildikten sonra, ön-bileşenin tümünün doğruluk değeri D yapılmaya çalışılır. Ancak, ard-bileşende yer alan değişken veya değişkenlere verilen doğruluk değerleri ön-bileşen için bağlayıcıdır; aynı değişken veya değişkenler ön-bileşende geçtiğinde aynı değerleri alırlar. Yalnız ön-bileşende geçen değişkenlere, ön-bileşeni doğru yapmak için hangi değerleri vermek gerekiyorsa o değerler serbestçe verilebilir.

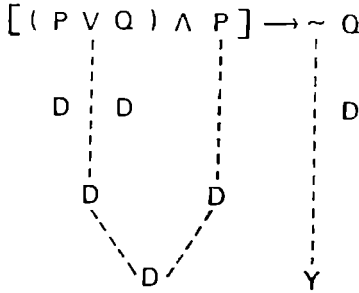
Şimdi Soru 58'deki örneklerimize dönerek «kısa-kesme» tekniğinin işleyişini gösterelim.

A formülü :



A formülünde ard-bileşene Y değeri verildiğinde ön-bileşenin doğruluk değerini D yapmaya olanak yoktur. Bu, formülün karşılık olduğu çıkarımın geçerli olduğunu gösterir.

B formülü :



B formülünde ard-bileşene Y değeri verildiğinde ön-bileşenin doğruluk değerini D yapmaya olanak vardır. Bu, formülün karşılık teşkil ettiği çıkarımın geçersiz olduğunu gösterir.

Geçerliğini testettiğimiz çıkarımın sonucu birlikte evetleme biçiminde (yani « $\wedge$ » bağlacı ile kurulmuş bir formül) ise, bu durumda ard-bileşeni oluşturan bu formülün doğruluk değerinin Y olması üç ayrı şekilde mümkündür. Örneğin, « $P \wedge Q$ » bileşiğinin Y değerini alması için ya P'nin, ya Q'nin ya da hem P'nin hem de Q'nin yanlış olması yeter. Ne var ki, ard-bileşene Y verip ön-bileşeni D yapıp yapamayacağımıza bakarken bu üç şekilden yalnız birini denemek yetmez; her üçüne de başvurmak gerekir. Başka bir deyişle, P'ye Y vererek « $P \wedge Q$ »yi yanlış yaptığımızda ön-bileşeni D yapamıyorsa, denemeyi Q'ye Y vererek sürdürür, bu da sonuç vermezse, hem P'ye, hem Q'ye Y vermek yoluna gideriz. Hiç bir şekilde ard-bileşeni Y, ön-bileşeni D yapamayacağımız anlaşıldıktan

sonradır ki, koşullu formülün karşılık teşkil ettiği çıkarımı geçerli sayabiliriz.

«Kısa-Kesme» yöntemi, doğruluk çizelgesine göre daha kullanışlı olmakla birlikte, ard-bileşenin birden fazla şekilde Y alması halinde, pratik değerinden bir hayli yitirmektedir. Bu nedenle mantığın özünü oluşturan geçerlik denetimini daha formel ve kullanışlı bir yönetime bağlamak yoluna gideceğiz.

VII. BÖLÜM

FORMEL ÇIKARIM METODU

Soru 60 : Formel çıkarımdan ne anlıyoruz?

Gerek doğruluk çizelgesinin, gerekse «kısa-kesme» yönteminin çıkarımların geçerliğini denetlemede etkin işlemler olmakla beraber, yeterince kullanışlı olmadığını gördük. Üstelik bu yöntemler verilen bir çıkarımı denetlemekten ileri geçmemektedir. Oysa çıkarımları denetlemek, çıkarımların yapımından sonra gelen bir iştir. Ortada bir çıkarım yoksa, onu denetlemek diye bir şey de olamaz. Birçok hallerde verilen bir veya daha fazla öncülden bir sonuç çıkarma söz konusu olabilir. Mantık geçerliği denetleme yanında, geçerli sonuç çıkarma işiyle de uğraşır. Hatırlanacağı gibi, kategorik tasımları incelediğimizde Venn diyagramlarını hem bir çıkarım hem bir denetleme tekniği olarak kullanmıştık. Bu bölümde inceleyeceğimiz «Formel Çıkarım Metodu» da böyle iki işlevli bir methodur.

Formel çıkarım metodu gerek verilen öncüllerden sonuç çıkarmada, gerekse çıkarılan sonucun geçerliğini denetlemede «çıkarım kuralları»na başvurur. Bu kurallar, ni-

teliklerine göre, üç gruba ayrılmaktadır: (a) Modus ponens, modus tollens, seçenekli tasım gibi, geçerliği doğruluk çizelgesi ile denetlenmiş basit çıkarım kalıpları; (b) gene doğruluk çizelgesiyle denetlenmiş temel bazı eş-değerlik kalıpları; (c) totolojik nitelikte bazı temel formüller. Metodun işleyişini kabaca göstermek için bir örnek alalım :

Sınavı başarırsam üniversiteye gideceğim:
başarmazsam iş arayacağım.

Ya evden uzaklaşacağım, ya da üniversiteye gitmeyeceğim. Ama evden uzaklaşmayacağım.

O halde: iş arayacağım.

Bu çıkarımın geçerli olduğu sezgisel olarak da bellidir; ancak çıkarımın daha karmaşık olduğu durumlarda buna çok kere olanak yoktur. Gerek çıkarım, gerekse geçerliğin denetimini etkin ve nesnel kılmak için ister istemez formel çıkarım metoduna başvurmak zorunluğu vardır. Metodun uygulanmasında ilk adım çıkarımda yer alan önermeleri sembolik olarak yazmaktır :

Sınavı başarırsam üniversiteye gideceğim

$P \rightarrow Q$

Sınavı başaramazsam, iş arayacağım

$\sim P \rightarrow R$

Ya evden uzaklaşacağım, ya da üniversiteye gitmeyeceğim

$S \vee \sim Q$

Ama evden uzaklaşmayacağım

$\sim S$

O halde, iş arayacağım

R

İkinci adım öncülleri rakamlarla belirlemek, sonucu (verilmişse) son öncülün karşısında, yatık bir çizgi ile ayırarak göstermektir :

- (1)
1. $P \rightarrow Q$
 2. $\sim P \rightarrow R$
 3. $S \vee \sim Q$
 4. $\sim S / R$

Üçüncü adım, sonuca ulaşma hareketini, yani metodun asıl işleyişini kapsamaktadır. Bu hareket öncüller arasındaki ilişkilere ve bu ilişkileri belirlemeğe yarayan çıkarım kurallarına göre birtakım adımlardan oluşur. Her adım kendi başına geçerli bir çıkarımdır. Sonuncu adımda ulaşılan tüm çıkarımın sonucu olarak belirlenir. Demek oluyor ki, bir ispat veya çıkarımın yapısında her biri bir formül olan bir dizi formül vardır. Bunlardan bir bölümü verilmiş öncüllerdir; diğerlerinden her biri ya bu öncüllerden ya da kendilerinden önce gelen formüllerden en az bir çıkarım kuralına dayanılarak elde edilir.

Örneğimizde ilk dört adım öncülleri belirlemektedir. Bunları izleyen ve sonuca ulaşan adımları birer çıkarım olarak biz yazacağız.

5'inci adımda, 3'üncü ve 4'üncü adımlardaki öncüllerden seçenekli tasım (S.T.) kuralına dayanılarak « $\sim Q$ » formülünü,

6'ncı adımda, 1'inci ve 5'inci adımlardaki formüllerden **modus tollens** (M.T.) kuralına dayanılarak « $\sim P$ » formülünü,

7'nci adımda, 2'nci ve 6'nci adımlardaki formüllerden **modus ponens** (M.P.) kuralına dayanılarak « R » formülünü çıkarırız. « R » formülü dışında kullanacağımız başka bir formül kalmadığından « R »'yi tüm çıkarımın sonucu olarak belirleyebiliriz.

Görülüyor ki, çıkarımın yapısında yer alan her adım, daha önce geçerliği denetlenmiş kurallar yardımıyla kendisinden önce gelen bir veya daha fazla adımlardan çıkarılmaktadır. Çıkarımın denetimine kolaylık sağlamak üze-

re her adımda yer alan formülün karşısına, elde edildiği formül veya formüllerin numaraları ile başvuru çıkarmı kalıbının baş harfleri yazılır. Böylece, aşağıda görüldüğü gibi, çıkarımın yapısı biri çıkarım adımlarını, ötekisi her adımın **nerden** ve **nasıl** elde edildiğini gösteren iki sütundan oluşur. Birincisine «çıkarmı sütunu», ikincisine, «gerekçe sütunu» diyebiliriz.

	1.	$P \rightarrow Q$	
	2.	$\sim P \rightarrow R$	
	3.	$S \vee \sim Q$	
(2)	4.	$\sim S$	/ R
	5.	$\sim Q$	3,4, S.T.*
	6.	$\sim P$	1,5 M.T.
	7.	R	2,6 M.P.

Sonunda «R» formülüne ulaşmakla verilen çıkarım ispatlanmış oluyor. Ancak, örneğimiz yalnız öncülleri vermekle kalsaydı bile bu metod etkin bir işlem olarak sonucu, yani «R» formülünü, çıkarmamızı sağlar ve çıkarımı ya gerekçe sütununa başvurarak, ya da daha formel bir yoldan (örneğin, «olmayana ergi» yöntemiyle) denetleme olanağını verirdi.

Soru 61 : Formel çıkarım mihanikî bir metod mudur?

İlk bakışta formel bir çıkarım için birtakım kuralları bilmenin yeter olduğu sanılabilir. Böyle olsaydı ne matematikte, ne de mantıkta ispatı henüz bilinmeyen teoremler olmazdı. Her ispatın birtakım kurallara bağlı olduğu

* Burada 3, 4, 5'inci adımdaki formülün ($\sim Q$) hangi adımlardan, «S. T.» ise kullanılan çıkarım kuralını belirlemektedir.

doğrudur; ancak bu kurallar tek tek ne gerekli, ne de biriciktir. Aynı sonuca değişik kuralların uygulanmasıyla da ulaşılabilir. Başka bir deyişle ispat veya çıkarım dar anlamda kuralları belli, mihanikî bir işlem değildir; çıkarımda mihanikî olan yalnız seçilen kuralların uygulanmasıdır. Özellikle karmaşık ispatlarda değişik yaklaşım veya stratejilere olanak vardır. Formüller arasındaki ilişkileri algılama, bunları belirlemeye elverişli en basit ve etkili kuralları seçme, kişinin mantık bilgisi yanında, muhayyile yetisini de gerektirecek niteliktedir. Bu nedenledir ki, matematikte bir teoremin ispatı çok kere o teoremi bulmak kadar yaratıcı zekâyâ dayanan bir olay sayılır.

Örneğimize dönerek, aynı sonuca değişik kurallarla nasıl ulaşabileceğimizi gösterelim :

1. $P \rightarrow Q$
2. $\sim P \rightarrow R$
3. $S \vee \sim Q$
4. $\sim S \quad / \quad R$
- (3) 5. $\sim R \rightarrow P$ 2, Dev, (devirme)
6. $\sim R \rightarrow Q$ 5,1 H.T. (hipotetik tasım)
7. $\sim Q \vee S$ 3, Y.D. (yer değiştirme)
8. $Q \rightarrow S$ 7, İç. (içerme)
9. $\sim R \rightarrow S$ 6,8 H.T.
10. R 4,9 M.T.

Görülüyor ki, bir ispat veya çıkarımda hiç bir adım gerekli değildir; şu ya da bu kurala başvurmamız verilen formüller arasındaki ilişkileri algılama biçim veya gücümüze bağlıdır. Öncüller sayısı arttıkça aralarında değişik ilişkiler kurma olanaklarımız da artar. (2)'deki çıkarımda 3'üncü ve 4'üncü öncüller arasındaki ilişkiden başlayarak 5'inci formülü yazmıştık; oysa (3)'deki çıkarımda hareket

noktamız değişti; 1'inci ve 2'nci formüller arasında sezindiğimiz ilişkiyi ortaya çıkarmak için, önce 2'nci formülü «devirme» kuralına başvurarak 5'inci adımdaki eş-değeri olan formüle dönüştürdük; böylece, 1'inci ve 5'inci formüllerden «hipotetik tasım» kuralı gereğince 6'ncı formülü çıkarma olanağını elde ettik. Aynı şekilde, 8'inci formülü elde etmek için (Çünkü bu formülle 6'ncı formül bize 9'uncu adımı yazma olanağı vermektedir,) 3'üncü öncülü 7'nci adımdaki eş-değerine, bunu da 8'inci adımdaki eş-değerine dönüştürdük. Geriye 4'üncü öncülle 9'uncu adımdaki formülden «R» sonucunu çıkarmak kalıyordu ki, bunu görmek zor değildi artık.

Bir üçüncü, belki de bir dördüncü ve bir beşinci yol izlemek de olanak dışı değildir. Örneğin işe 3'üncü öncülü, yer değiştirme ve içirme kurallarını uygulayarak, « $Q \rightarrow S$ » biçimine dönüştürmekle de gireşebiliriz. Önemli olan değişik yaklaşım olanakları arasında bizi sonuca en kestirme yoldan götürececek olanı seçmektir. Nitekim (2)'deki çıkarımda sonuca sadece 7'nci adımda ulaştığımız halde (3)'deki çıkarımda ancak 10'uncu adımda ulaşabildiğimizi görmekteyiz. Ekonomide olduğu gibi mantıkta da israftan kaçınma genel bir ilkedir. Üstelik mantıkçının beğenisi daha basit ve daha zarif olana yöneliktir.

Soru 62 : Çıkarım kuralları nelerdir, nasıl niteleyebiliriz?

Formel çıkarım metodunun özü, öncül olarak verilen formüllerin içeriğini, geçerliği bağımsız olarak bilinen belli birtakım kurallara dayanarak belirtik hale getirmekte toplanır. Metod bu işlevini her biri kendi başına geçerli bir çıkarım veya dönüştürme olan bir dizi adımlarla gerçek-

leştirir; öyle ki, sonuncu adım öncüllerin içeriğindeki sonucunu versin bize.

Öncüllerden sonuca gidişte başvurulacak kuralların, (a) basit çıkarım kalıpları, (b) eş-değerlik kalıpları ve (c) totolojik formüller olmak üzere üç tür olduğuna daha önce değinmiştik. Şimdi bu kuralları ayrı ayrı tanıtmaya yoluna gideceğiz.

Basit çıkarım kalıpları

Basit çıkarım kalıpları her biri geçerli bir çıkarım kalıbı olan (bunların geçerliği doğruluk çizelgesiyle bağımsız olarak belirlenmiştir) şu dokuz kalıbı kapsamaktadır :

- (1) Modus Ponens (M.P.) (6) Basitleştirme (Basit.)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ P \\ \hline Q \end{array}$$

$$\begin{array}{c} P \wedge Q \\ \hline P \end{array}$$

- (2) Modus Tollens (M.T.) (7) Toplama (Top.)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ \sim Q \\ \hline \sim P \end{array}$$

$$\begin{array}{c} P \\ Q \\ \hline P \wedge Q \end{array}$$

- (3) Hipotetik Tasım (H.T.) (8) Yapıcı Dilem (Yap. Dil.)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \\ \hline P \rightarrow R \end{array}$$

$$\begin{array}{c} (P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S) \\ P \vee R \\ \hline Q \vee S \end{array}$$

(4) Seçenekli Tasım (S.T.) (9) Yıkıcı Dilem (Yık. Dil.)

$$P \vee Q$$

$$\sim P$$

$$Q$$

$$(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)$$

$$\sim Q \vee \sim S$$

$$\sim P \vee \sim R$$

(5) Ekleme (Ek.)

$$P$$

$$P \vee Q$$

Bu geçerli kalıpların çıkarım kuralları olarak kullanılması genel ilke şudur: Biçim yönünden bir kalıbın öncül veya öncüllerine uyan formül veya formüllerden, o kalıbın sonucuna uyan formüle gidilebilir.

Eş-değerlik kalıpları

(1) De Morgan'ın Kanunları (De M.)

$$\sim (P \wedge Q) \equiv (\sim P \vee \sim Q)$$

$$\sim (P \vee Q) \equiv (\sim P \wedge \sim Q)$$

(2) Yer Değiştirme (Y.D.)

$$(P \wedge Q) \equiv (Q \wedge P)$$

$$(P \vee Q) \equiv (Q \vee P)$$

(3) Birleşme (Bir.)

$$[P \wedge (Q \wedge R)] \equiv [(P \wedge Q) \wedge R]$$

$$[P \vee (Q \vee R)] \equiv [(P \vee Q) \vee R]$$

(4) Dağılma (Dağ.)

$$[P \wedge (Q \vee R)] \equiv [(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)]$$

$$[P \vee (Q \wedge R)] \equiv [(P \vee Q) \wedge (P \vee R)]$$

(5) Çift Değilleme (Ç.D.)

$$P \equiv \sim \sim P$$

(6) Devirme (Dev.)
 $(P \rightarrow Q) \equiv (\sim Q \rightarrow \sim P)$

(7) İçerme (İç.)
 $(P \rightarrow Q) \equiv (\sim P \vee Q)$

(8) Karşılıklı Koşul (K.K.)
 $(P \leftrightarrow Q) \equiv [(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)]$

(9) Dışalım (Dış.)
 $[(P \wedge Q) \rightarrow R] \equiv [P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$

Eş-değerliklerin çıkarım kuralları olarak kullanılmalarındaki genel ilke şudur: Eş-değerliğin bir yanında bulunan kalıba uyan herhangi bir formül, öbür yanında bulunan kalıba uyan bir formüle dönüştürülebilir.

Totolojik Kalıplar (Tot.)

- (1) $P \leftrightarrow (P \vee P)$
- (2) $P \rightarrow (P \vee Q)$
- (3) $(P \wedge Q) \rightarrow P$
- (4) $(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)$

Totolojilerin çıkarım kalıpları olarak kullanılmalarındaki genel ilke şudur : mantıksal doğrular olan totolojiler çıkarımda öncül veya daha önce gelen formüllere dayatılmaksızın yazılabilir; çıkarıma bir şey katmaksızın bir formülden başka bir formüle geçmeye olanak verdikleri için kullanılmaları bazan gerekli olabilir.

Türü ne olursa olsun çıkarım kalıplarının görevi çıkarımda bir adımdan bir başka adıma geçmeye izin vermeleridir. Başlıca özellikleri «doğruluk taşıyıcıları» olmalarıdır. Şöyle ki, doğru formüllerden kalktığımızda bu kurallar bize yalnız doğru formüller verirler. Bu özellik ise, mantıksal geçerliğin anlamı ile özdeştir.

[Daha önce değindiğimiz bir dönüştürmeği (bkz. Soru 50) şimdi sembolik notasyonla gösterebiliriz. Örnek şuydu :

Kleopatra'nın 1938'de yaşadığını ve ne Hitler'le ne de Mussolini ile evlenmediğini söylemek yanlıştır.

İfadesi oldukça çetrefil olan bu karmaşık önermeyi,

- (i) Kleopatra'nın 1938'de yaşadığını P ile,
- (ii) Hitler'le evlendiğini Q ile,
- (iii) Mussolini ile evlendiğini R ile,

simgeleyerek şöyle yazabiliriz :

$$\sim [P \wedge (\sim Q \wedge \sim R)]$$

De Morgan kanunlarından birine göre ifadeyi şöyle açabiliriz :

$$\sim P \vee \sim (\sim Q \wedge \sim R)$$

Gene aynı kanuna göre bu sonuncu ifadeyi eş-değer olduğu şu ifadeye,

$$\sim P \vee (Q \vee R)$$

dönüştürebilir, bunu da İçerme kuralı gereğince şöyle yazabiliriz :

$$P \rightarrow (Q \vee R)$$

Şimdi bu ifadeyi önerme değişkenlerine verdiğimiz anlamlara göre okuduğumuzda,

Kleopatra 1938'de sağ olsaydı, ya Hitler'le, ya da Mussolini ile evlenirdi,

önermesi ortaya çıkar.]

Soru 63 : Verilen kurallar tüm çıkarımlar için yeterli midir?

Soru 60 ve Soru 61'de formel çıkarım metodunun yapı ve işleyişini göstermek için kullandığımız örnekte, çıkarım kurallarından bazılarının (M.P., M.T., S.T., H.T., Dev., Y.D., İç) uygulanışını gördük. Aşağıdaki örneklerde bunlarla birlikte çok kullanılan diğer bazı kuralların da uygulamasını görmekteyiz :

- Örnek 1**
1. $(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q)$
 2. $P \vee R$ / Q
 3. $Q \vee Q$ 1, 2, Yap. Dil.
 4. Q 3, Tot.

- Örnek 2 :**
1. $P \wedge (Q \rightarrow R)$
 2. $Q \vee \sim P$
 3. $\sim T \rightarrow \sim (R \vee S)$ / T
 4. P 1, Basit.
 5. $\sim P \vee Q$ 2, Y.D.
 6. Q 4, 5, S.T.
 7. $Q \rightarrow R$ 1, Basit
 8. R 6, 7, M.P.
 9. $R \vee S$ 8, Ek.
 10. $(R \vee S) \rightarrow T$ 3, Dev.
 11. T 9, 10, M.P.

- Örnek 3 :**
1. $\sim (\sim P \wedge Q)$
 2. $\sim P$ / $Q \rightarrow R$
 3. $\sim \sim P \vee \sim Q$ 1, DeM.
 4. $P \vee \sim Q$ 3, Ç.D.
 5. $\sim Q$ 2, 4, S.T.
 6. $\sim Q \vee R$ 5, Ek.
 7. $Q \rightarrow R$ 6, İç.

Örnek 4 :	1.	$P \vee (Q \wedge R)$	
	2.	$\sim Q$	
	3.	$(P \wedge Q) \rightarrow \sim R$	$\therefore \sim Q \vee P$
	4.	$(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	1, Dağ.
	5.	$P \vee Q$	4, Basit.
	6.	$Q \vee P$	5, Y.D.
	7.	P	2, 6, S.T.
	8.	$P \rightarrow (Q \rightarrow \sim R)$	3, Dış.
	9.	$Q \rightarrow \sim R$	7, 8, M.P.
	10.	$P \vee R$	4, Basit.
	11.	$\sim P \rightarrow R$	10, İç.
	12.	$\sim R \rightarrow P$	11, Dev.
	13.	$Q \rightarrow P$	9, 12, H.T.
	14.	$\sim Q \vee P$	13, İç.

Örneklerin sayısını daha fazla artırmaya gerek yok. Verdiğimiz çıkarım kuralları, doğruluk fonksiyonu türünden formüllerden kurulu çıkarımların hemen hepsini ispatlamaya yeter. Hatta bazı indirgemeler yoluyla bunların sayısını azaltmak bile olanak dışı değildir. Örneğin **modus tollens**'ı, devirmeden yararlanarak; hipotetik tası-mı, içermeyen yararlanarak; **modus ponens**'e indirgeyebiliriz. Benzer yollardan diğer kuralların bazılarında da vazgeçebiliriz. Ne var ki, kuralların sayısını azaltmak işlem sayısını artırmaya yol açtığından verdiğimiz kurallar genellikle muhafaza edilir.

Öte yandan pek seyrek de olsa bu kuralların yetersiz kaldığı hallerin olduğu bilinmektedir. Örneğin, aşağıdaki çıkarım geçerli olmakla beraber, verdiğimiz kurallara dayanılarak ispat edilememektedir:*

* Çıkarımın geçerli olduğu doğruluk çizelgesiyle belirlenebilir.

$$P \rightarrow Q$$

$$P \rightarrow (P \wedge Q)$$

Gerçekten verdiğimiz kurallardan hiç biri bize bu çıkarım-
da öncülden sonuca gitme olanağını tanımamaktadır. Böy-
le bir durumda yapılacak şey yeni bir kurala gitmektir.

Soru 64 : Koşulsal ispat kuralı (K.İ.) nedir?

«Koşulsal ispat» sonucu koşullu olan veya koşullu bi-
cime çevrilebilen çıkarımlara uygulanan bir kuraldır. Bu-
na göre, B gibi herhangi bir formülü, A gibi bir formülle
güçlendirilmiş öncüllerden elde edebiliyorsak, $A \rightarrow B$ for-
mülünü, yalnızca öncüllerden elde edebiliriz demektir.
Başka bir deyişle, « $P_1, P_2 \dots P_n$ » gibi bir öncüller takımı
ile «Q» formülü birlikte «R» gibi bir formülü içeriyorsa,
öncüller takımı tek başına « $Q \rightarrow R$ » formülünü içerir. Yu-
kardaki örneğe dönerek kuralın uygulamasını göstere-
lim. Örnekte « $P \rightarrow Q$ » öncül, « $P \rightarrow (P \wedge Q)$ » sonuçtur.
Kurala göre, sonucun tümünün öncülden çıkarılabilir ol-
duğunu ispatlamak için, önce sonucun ard-bileşeni
« $P \wedge Q$ »'nin, « $P \rightarrow Q$ » ile birlikte ön-bileşen, «P»'den
çıkarılabilir olduğunu göstermek gerekir. Yani,

$$(1) \quad \begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ \hline P \rightarrow (P \wedge Q) \end{array}$$

çıkarımının geçerliliği,

$$(2) \quad \begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ P \\ \hline P \wedge Q \end{array}$$

çıkarımının geçerliğine bağlıdır. (2)'deki çıkarım geçerli ise, (1)'deki çıkarım da geçerli demektir. O halde, ilk adım (2)'deki çıkarımın geçerli olup olmadığını belirlemektir :

1. $P \rightarrow Q$
2. P $\therefore P \wedge Q$
3. Q 1, 2, M.P.
4. $P \wedge Q$ 2, 3, Top.

Görülüyor ki, (2)'deki çıkarım geçerlidir; öyle ise (1)'deki çıkarım da geçerlidir. Nitekim doğruluk değeri vererek (1)'deki çıkarımın sonucunu yanlış, öncülünü doğru yapmaya olanak yoktur.

İmdi «dışalım» kuralı gereğince,

$$(3) \quad (P \rightarrow Q) \rightarrow [P \rightarrow (P \wedge Q)]$$

formülü ile

$$(4) \quad [(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow (P \wedge Q)$$

formülü eşdeğerdir, ve her ikisi de totolojik nitelikte olmak gerekir: Çünkü (3)'deki formül (1)'deki geçerli çıkarımın, (4)'deki formül (2)'deki geçerli çıkarımın koşullu önerme biçimine dönüştürülmesinden elde edilmiştir. Bu demektir ki, (3) ve (4)'deki formüller doğruluk yönünden, onlara karşılık teşkil eden (1) ve (2)'deki çıkarımlar da geçerlik yönünden eş-değerdirler. Bu bize, (2)'deki çıkarımın geçerliliğini ispatın, neden (1)'deki çıkarımın geçerliğinin ispatı demek olduğunu açıklamaktadır. Koşulsal ispat kuralının dayandığı rasyoneli işte bu eş-değerlik ilişkisinde aramak gerekir.

Soru 65: Dolaylı ispat metodu (D. İ.) nedir?

«Dolaylı ispat» ya da «olmayana ergi» eski Yunanlı-

lardan beri kullanılan bir ispat yoludur. Metodun özü geçerli bir çıkarımda öncüllerle sonucun tutarlı bir bütün oluşturdukları düşüncesine dayanır. Gerçekten, bir çıkarımda öncüllerle sonuç tutarlı ise, aynı öncüllerle sonucun değillenmesinin tutarsız, yani çelişik olması gerekir. Başka bir deyişle, bir sonucu içeren öncüller, o sonucun çelişkisiyle çelişik düşer. Gerçekten hem birtakım öncülleri doğru saymak, hem de onların içerdiği bir sonucu inkâr etmek mantıksal olarak olanaksızdır. Bir örnek vermek için aşağıdaki basit çıkarımı alalım:

- | | | |
|----|-------------------|----------------|
| 1. | $P \vee Q$ | |
| 2. | $Q \rightarrow R$ | |
| 3. | $\sim P$ | $\therefore R$ |
| 4. | Q | 1,3, S.T. |
| 5. | R | 2,4, M.P. |

Görüldüğü gibi bu çıkarım geçerli olduğu için, öncüllerle sonucun değillenesi olan $\sim R$ 'in tutarsız olması beklenir. Yani öncüllerle $\sim R$ birlikte « $P \wedge \sim P$ » biçiminde bir çelişkiye yol açmalıdır. Nitekim aşağıda böyle bir çelişkinin ortaya çıktığını görmekteyiz:

- | | | |
|----|-------------------|----------------|
| 1. | $P \vee Q$ | |
| 2. | $Q \rightarrow R$ | |
| 3. | $\sim P$ | $\therefore R$ |
| 4. | $\sim R$ | D.İ. |
| 5. | $\sim Q$ | 2,4, M.T. |
| 6. | P | 1,5, S.T. |
| 7. | $P \wedge \sim P$ | 3,6, Top. |

Bir çelişkinin ortaya çıkması örneğimizdeki çıkarımın sonucunu inkâr edemeyeceğimizi gösterir. Ya çelişkiye düşmeyi kabul edeceğiz; ya da çıkarımın sonucunu inkâr edemeyiz bu durumda.

Metodun kullanımı son derece basit: Bir çıkarımın geçerliğini bu yoldan ispat etmek için, çıkarımın değillen sonucu öncülleriyle birleştirilir; formel çıkarım metodu kullanılarak yeni bir sonuca gidilir. Ulaşılan yeni sonuç bir çelişki ise, testettiğimiz çıkarım geçerli, çelişki değilse, çıkarımı geçersiz sayarız.

Dolaylı ispata günlük tartışmalarda da sık sık başvurulduğunu görmekteyiz. Karşımızdakine iddiasının yanlış olduğunu göstermek için tartışmayı çok kere şöyle yürütürüz:

Dediğin yanlış, fakat bir an için doğru olduğunu farzedelim: göreceksin ki, bir sürü saçmalık ortaya çıkacak. Buna nasıl razı olabiliriz?

Dolaylı ispat metodu ile yalnız çıkarımların geçerliğini değil, önerme veya önerme kalıplarının totolojik olup olmadığını da test edebiliriz. Bir önerme veya formülün inkârı bize çelişik bir önerme veya formül veriyorsa, inkâr ettiğimiz önerme veya formül totolojik nitelikte demektir. Örneğin,

$$P \vee \sim P$$

formülü totolojik niteliktedir; çünkü değillemesi çelişkilğe yol açmaktadır:

- | | |
|---------------------------|----------|
| 1. $\sim (P \vee \sim P)$ | D.İ. |
| 2. $\sim P \wedge P$ | 1, De M. |
| 3. $P \wedge \sim P$ | 2, Y.D. |

Dolaylı ispat her türlü çıkarıma etkinlikle uygulanabilen, özellikle geçerliğini doğrudan saptamada güçlük çekilen karmaşık çıkarımları testetmede kolaylık sağlayan bir metoddur.

Soru 66: Geçerlik yeterli midir?

Bir çıkarımı oluşturan önerme veya formüllere verilen doğruluk değerleri hiç bir halde öncüllerin tümünü doğru, sonucu yanlış yapma olanağı taşımıyorsa, o çıkarım «geçerlidir,» demiştik. Geçerlik kavramının bu tanımı, koşullu önerme veya formüllerin «doğruluk koşulu» ile ilgilidir. Bilindiği gibi koşullu bir önerme, ön-bileşenin yanlış veya ard-bileşenin doğru olduğu her halde doğrudur. Ön-bileşenle ard-bileşen, ister konu yönünden birbirine ilişkin olsun, isterse birbirinden bağımsız olsun, bu tanım tüm haller için geçerlidir. Aynı şekilde, bir çıkarımı geçerli saymamız için öncüllerle sonucun birbirine ilişkin olması gereği yoktur; önemli olan hiç bir halde çıkarımı oluşturan öncüllerin doğru, sonucun yanlış olamamasıdır. Ne var ki, bu tanımın bizi «tuhaf» diyeceğimiz bazı sonuçlara götürmekten de geri kalmadığı görülüyor. Bu sonuçlardan biri öncülleri çelişik dolayısıyla yanlış olan çıkarımların geçerli olması; diğeri öncülleri ister doğru ister yanlış olsun, sonucu totolojik olan çıkarımların geçersiz olamamasıdır. İlk bakışta aykırı görünen bu sonuçları birer örnekle gösterelim:

- (1) Ücretler artarsa, İşçiler sevinir.
Ücretler artmazsa, patronlar sevinir.
Ne işçiler, ne de patronlar seviniyor.
O halde, çocuklar oynar.

Bu çıkarımda sonucu yanlış, öncüllerin tümünü doğru yapmaya olanak yoktur; çünkü öncüller kendi aralarında tutarsız veya çelişiktir. Öncülleri oluşturan önermelere hangi doğruluk değeri verilirse verilsin, tümü birlikte daima yanlış olacaktır. Çıkarımın, öncüllerin doğruluk, değeri ile sonucun doğruluk değeri arasında hiç bir iliş-

ki olmadığı halde, tanım gereği geçerlidir. Bu da gösteriyor ki, sağlam bir akıl-yürütme için geçerlik yeter değildir. Geçerliğin yanısıra, öncüllerin kendi aralarında tutarlı, doğru ve sonuca ilişkin olması gerekir.

Örneğimizi sembolik dile çevirerek, öncüllerin tutarsızlığını, sonucun öncüllerden bağımsız olduğunu belirttik hale getirelim:

- | | | |
|-----|----------------------------------|-----------|
| 1. | $P \rightarrow Q$ | |
| 2. | $\sim P \rightarrow R$ | |
| 3. | $\sim Q \wedge \sim R / \dots S$ | |
| 4. | $\sim Q$ | 3, Basit. |
| 5. | $\sim P$ | 1,4, M.T. |
| 6. | R | 2,5, M.P. |
| 7. | $\sim R$ | 3, Basit. |
| 8. | $R \wedge \sim R$ | 6,7, Top. |
| 9. | $R \vee S$ | 6, Ek. |
| 10. | S | 7,9, S.T. |

Görüldüğü gibi verilen öncüllere dayanarak sonucu formel olarak ispatlamaktayız. Oysa, sonuç, «S» öncüllerin içeriğinde yoktur. Bu demektir ki, bir çelişkiye dayanarak her şey ispatlanabilir. Çıkarımda 8'inci adım çelişkiyi göstermektedir. Dikkat edilirse, sonucun ispatı ancak çelişkinin ortaya konmasından sonraki adımlarda gerçekleşmiştir. Bir çelişkiye ulaştıktan sonra, istenilen herhangi bir önerme veya formülün ispatı için sadece iki adıma ihtiyaç vardır. Adımlardan ilkinde «Ekleme» kuralı ile, sonucunu veren ikincisine, «Seçenekli Tasım» kuralı ile ulaşıyoruz.

Tüm akıl-yürütmelerde asıl amaç, çıkarılan veya varılan sonucun doğruluğunu ortaya koymak olduğuna göre öncüllerin doğru ve tutarlı olması önemlidir. Öncülleri çelişik olan bir çıkarımın (formel yönden ne denli geçerli

olursa olsun) sonucunun doğruluğunu kanıtlama olanağı yoktur. Aslında bir çelişkiyi doğru saymaya mantıkça olanak olmadığından, öncül olarak kullanmak mantıksal bir aykırılıktır. Her şeyin ispatını sağlayan bir şey neye yarar? Örneğin,

Dünya yuvarlaktır (P)

Dünya yuvarlak değildir ($\sim P$)

gibi çelişik iki önermeden

Ay kaşar peynirinden yapılmıştır (Q)

gibi yanlış (veya saçma) bir önermeyi çıkarabiliriz:

1. P

2. $\sim P$ $\therefore Q$

3. $P \vee Q$ 1, Ek.

4. Q 2,3, S.T.

Ama bu çıkarımla ispatlanan nedir? Sadece öncülleri doğru, sonucu yanlış kabul edemeyeceğimiz, Çelişik olan öncülleri birlikte doğru saymaya olanak olmadığına göre, bunlardan çıkarılan sonucun doğruluğunun ispatı düşünülemez bile. Bir sonucun doğruluğunun ispatı için çıkarımın geçerli olması yetmez; öncüllerin doğru olması da gerekir.

Sonucu totolojik nitelikte olan çıkarımların geçerliliğine gelince, bu da geçerlik tanımı ile ilgilidir. Bu tür çıkarımlar da öncüller doğru iken, sonucun yanlış olmasına olanak yoktur; çünkü, sonuç yanlış olamaz; öncüllerin doğruluk değeri ne olursa olsun, sonuç daima doğrudur. Başka bir deyişle, bileşenlerine hangi doğruluk değeri verilirse verilsin totolojik bir formül hiç bir zaman yanlışlanamayacağından geçersiz bir çıkarımın sonucu olamaz. Örneğin,

Dünya ya yuvarlaktır, ya da değildir ($Q \vee \sim Q$)

gibi öncülü ile sonucu birbirine ilişkin olmayan bu yüzden bize saçma görünen bir çıkarım, formel olarak geçerlidir. Gerçi örneğimizdeki çıkarımın,

$$P \therefore Q \vee \sim Q$$

geçerliğini formel çıkarım metodu ile doğrudan ispatlamak olanaksız görünmektedir. Fakat, bu ispat Doğruluk Çizelgesi, «Doğruluk Çizelgesi Kısa Kesme Metodu» ile kolayca verilebileceği gibi Koşulsal İspat veya Dolaylı İspat yoluyla da verilebilir. Biz dolaylı ispatla yetineceğiz:

1.	$P \therefore Q \vee \sim Q$	
2.	$\sim (Q \vee \sim Q)$	D.İ.
3.	$\sim Q \wedge Q$	2, De M.
4.	$Q \wedge \sim Q$	3, Y.D.
5.	Q	4, Basit
6.	$Q \vee (Q \vee \sim Q)$	5, Ek.
7.	$\sim Q$	4, Basit.
8.	$Q \vee \sim Q$	6,7, S.T.

Burada da ispatlanan öncülün doğruluğuna dayanılarak sonucun doğruluğu değil, sadece çıkarımın geçerli-ğidir. Şu anlamda ki, öncülü doğru saysak bile, sonucu yanlış saymaya olanak yoktur. Öyle ise, sonucun doğruluğunun ispatı için çıkarımın geçerliği yetmediği gibi, çıkarımın sağlamlığı için sonucun geçerli ve doğru olması da yetmez. Sağlam bir çıkarım, sonucun doğruluğunu öncüllerin doğruluğuna dayayan ispattır.

VIII. BÖLÜM

NİCELEME MANTIĞI

Soru 67: Niceleme mantığının konu ve kapsamı nedir?

Bundan önceki iki bölümde ele aldığımız Doğruluk Fonksiyonu Mantığının inceleme konusu, doğruluk değeri, bileşenlerinin doğruluk değeri ile belirlenen bileşik önerme veya formüllerinin doğruluk koşulları ile bu tür önerme veya formüllerle kurulan çıkarımların geçerlik ispat metodlarını kapsıyordu. Bu bölümde Doğruluk Fonksiyonu Mantığının kapsamı dışında kalan önerme veya önerme biçimleriyle bunlara dayalı çıkarımları gözden geçireceğiz.

Doğruluk Fonksiyonu Mantığı «Önerme bağlaçları» veya «önerme eklemleri» denen beş mantıksal değişmeze dayanıyordu. Oysa, daha önce de işaret ettiğimiz gibi, «Tüm,», «Hiç bir» ve «Bazı» v.b. kelimelerle önermeleri niceleyen mantıksal değişmezler de vardır. Örneğin geleneksel mantığa konu şu çıkarımın,

1. Tüm A'lar B'dir.
- (1) 2. Bazı C'ler B değildir.
3. Bazı C'ler A değildir.

geçerli olduğunu biliyoruz. İmdi bu çıkarımdaki önermele-

ri doğruluk fonksiyonu terimleriyle sırasıyla P, Q ve R önerme değişkenleri ile temsil edersek meydana gelen çıkarımın,

	1.	P
(2)	2.	Q
	3.	R

geçerli olmadığını görürüz. Demek oluyor ki, (1)'deki türden çıkarımlar için Doğruluk Fonksiyonu Mantığının ispat yöntemleri yeterli değildir. Çünkü bu tür çıkarımların geçerliği, basit önermelerin bağlaçlar yardımıyla bileşik önermeleri oluşturma biçimlerine dayanmamaktadır. Aslında «Tüm» ve «Bazı» ile başlayan bu önermeleri bileşik bile saymayız. Bu tür çıkarımların geçerliği onları oluşturan önermelerin iç mantıksal yapısı ile ilgilidir. İşte, Doğruluk Fonksiyonu Mantığının yetersiz kaldığı bu tür çıkarımları geçerlik yönünden değerlendirmek üzere geliştirilen metod ve kuralları «Niceleme Mantığı» adı altında inceleyeceğiz.

Niceleme Mantığı yalnız geleneksel mantıkta ele alınan kategorik önerme ve tasımlarla değil, ilişkisel önermelerle ve bu önermelerle kurulan tasım dışı daha karmaşık çıkarımlarla da uğraşacak güçtedir. Geleneksel mantık karmaşık çıkarımlar şöyle dursun, geçerliği sezgisel olarak belli olan,

- Çocuklar hem tembel hem yaramazdır.
(3) Bazı çocuklar şımarıktır.
Bazı tembel kimseler şımarıktır.

gibi nisbeten basit çıkarımların bile geçerlik ispatını vermede yetersiz kalıyordu. Niceleme Mantığı, kategorik önermelerin yanı sıra ilişkisel önermeleri ve bunlara da-

yalı çıkarımları yeterince ifadeye elverişli bir notasyona, Doğruluk Fonksiyonu Mantığının kural ve yöntemleri ile birleştirdiği güçlü bir ispatlama tekniğine sahip olmakla, modern mantığa büyük gelişme olanağı sağlamıştır.

Soru 68: Niceleme mantığında sembolizasyon nasıl olmaktadır?

Niceleme açısından önermeleri,

- (1) Tekil önermeler: Ahmet öğrencidir.
- (2) Tikel önermeler: Bazı kimseler öğrencidir.
- (3) Tümel önermeler: Herkes öğrencidir.

olmak üzere üç grupta topluyoruz. Bu önermelerin sembolizasyonu iç yapılarını yansıtacak biçimdedir. «Ahmet öğrencidir,» gibi tekil bir önermeyi,

Öa

biçiminde yazarız. Bu notasyonda «a» özneyi, «Ö» yüklemi kısaltmaktadır. Hem «a», hem de «Ö» birer değişmez olup «Öa» ifadesi «Ahmet öğrencidir,» diye okunan bir önermedir.

Oysa, «Biri öğrencidir,» gibi bir ifade bir önerme değil, bir önerme fonksiyonudur.* «Biri» kelimesi cebirdeki «x» gibi inceleme evrenindeki değerlerden herhangi birini alabilir. «Biri», Ahmet olabileceği gibi Osman, Hasan, Recep veya herhangi bir kimse de olabilir. Bu nedenle «Biri öğrencidir,» ifadesini, «biri» değişken, «öğrenci» değişmez olduğundan şöyle sembolize ederiz:

* «Önerme fonksiyonu» yerine «Önerme kalıbı» veya «önerme biçimi» de diyebiliriz.

«x öğrencidir,» veya «x bir öğrencidir,» diye okunan bu ifade bir önerme fonksiyonudur. İfadenin bir önerme olması için «x»'in yerine «a», «b», «c» gibi bir bireysel değişmez koymamız gerekir.*

«Bazı kimseler öğrencidir,» gibi tikel bir önermeyi, «öğrenci olan biri vardır,» veya «En az bir kimse öğrencidir,» diye yorumlayarak niceleme notasyonunda şöyle yazarız:

$(\exists x)$ Öx

«En az bir x vardır, öyle ki, x öğrencidir,» diye okuduğumuz bu ifadede «Ex» tikel veya varlıksal niceleyiciyi temsil etmektedir. Her ne kadar, «Öx» kendi başına bir önerme fonksiyonu ise de, bir niceleyicinin etki alanına girdiğinden, tüm ifade doğruluk değeri olan bir önerme olur. x, y, z gibi bireysel değişkenler bir niceleyicinin etki alanında serbestliğini kaybetmekte, bağlı değişken olmaktadır.

«Herkes öğrencidir,» gibi tümel bir önermeyi, «(x)» sembolünü tümel niceleyici için kullanarak şöyle yazarız:

(x) Öx

Burada da «x» değişkeni serbest olmadığından, tüm ifade bir önerme fonksiyonu değil, düpedüz bir önermedir.

Görüldüğü gibi «Öx» gibi bir önerme fonksiyonundan iki yoldan bir önerme elde edebiliriz: (1) önerme fonksiyonunu bir niceleyicinin etki alanına koymak; (2) önerme fonksiyonundaki serbest değişkenin yerine bir bireysel değişmez koymak. Birinci yönteme «genelleme,» ikincisine «örnekleme» diyeceğiz.

* «Birey» terimi, yalnız kişileri değil, herhangi bir nesneyi (örneğin, dünya, güneş, bir ağaç, bir şehir v.b.) belirler.

Tekil bir önermenin doğruluk koşulu, dile getirilen durumun var olup olmamasıdır. Ahmet gerçekten öğrenci ise, «Öa» doğru, değilse «Öa» yanlıştır.

Tikel bir önermenin doğruluk koşulu, söz konusu evrende en az bir bireyin iddia edilen özellikte olup olmamasıdır. Başka bir deyişle, « $(\exists x) \text{Ö}x$ »'in doğru olması için, Öa, Öb... Öw gibi önermelerden en az birinin doğru olması gerekli ve yeterlidir.

Tümel bir önermenin doğruluk koşulu, söz konusu evrendeki tüm bireylerin iddia edilen özelliğe sahip olup olmamasıdır. « $(x) \text{Ö}x$ » önermesi, tüm somut örneklerinin (Öa, Öb..... Öw) birlikte doğru olması halinde doğru, en az birinin yanlış olması halinde yanlıştır.

Soru 69: Niceleme eş-değerliklerini nasıl elde ederiz?

Önerme veya önerme fonksiyonlarını değillemek için doğruluk fonksiyonu bağlacı « $\sim$ » simgesini kullanırız. Örneğin, «Öa» önermesi değillendiğinde,

$$\sim \text{Ö}a$$

«Öx» önerme fonksiyonu değillendiğinde,

$$\sim \text{Ö}x$$

biçimini alır. Aynı şekilde « $(\exists x) \text{Ö}x$ » önermesi değillendiğinde

$$\sim (\exists x) \text{Ö}x$$

« $(x) \text{Ö}x$ » önermesi değillendiğinde

$$\sim (x) \text{Ö}x$$

biçimini alır. İmdi, örneğimizdeki varlıksal önerme («En az bir kimse öğrencidir,») değillendiğinde,

Hiç kimse öğrenci değildir.

önermesine dönüştüğünden,

$$\sim (\exists x) \text{Ö}x \equiv (x) \sim \text{Ö}x$$

eşdeğerliği ortaya çıkar. Örneğimizdeki tümel önerme («Herkes öğrencidir,») değillendiğinde,

Herkes öğrenci değildir.

veya

En az bir kimse öğrenci değildir.

önermesine dönüştüğünden,

$$\sim (x) \text{Ö}x \equiv (\exists x) \sim \text{Ö}x$$

eşdeğerliği ortaya çıkar.

Bu eşdeğerliklerin incelenmesinden «Niceleme Eşdeğerliği» denen iki genel kural çıkarabiliriz:

- (1) Herhangi bir tikel önermede, varlıksal niceleyici terimi değilleme simgesini ($\sim$) izliyorsa, o önerme tümel niceleyici terimini değilleme simgesinin izlediği tümel bir önerme ile yer değiştirebilir; iki önerme eş değerdir.
- (2) Herhangi bir tümel önermede tümel niceleyicisi değilleme simgesini izliyorsa, o önerme, varlıksal niceleyicisini değilleme simgesinin izlediği tikel bir önerme ile yer değiştirebilir; iki önerme eş değerdir.

Bu eşdeğerlik kurallarından ilerde çıkarımların ispatında yararlanacağız.

Şimdi bir adım daha atarak geleneksel mantığa konu olan dört temel kategorik önermenin niceleme mantık notasyonu ile ifadesini görelim.

A «Tüm politikacılar yalancıdır,» önermesini,

Bir kimse politikacı ise, o kimse yalancıdır.
diye yorumlayarak şöyle yazar,

$$(x) (Px \rightarrow Yx)$$

ve «Tüm x'ler için, x politikacı ise, x yalancıdır,» diye okuruz.

E: «Hiç bir politikacı yalancı değildir,» önermesini,

Bir kimse politikacı ise, o kimse yalancı değildir.

diye yorumlayarak, şöyle yazar,

$$(x) (Px \rightarrow \sim Yx)$$

ve, «Tüm x'ler için, x politikacı ise, x yalancı değildir,» diye okuruz.

I «Bazı politikacılar yalancıdır,» önermesini,

En az bir kimse hem politikacı hem yalancıdır.
diye yorumlayarak, şöyle yazar,

$$(\exists x) (P x \wedge Y x)$$

ve, «En az bir x vardır, öyle ki; x hem politikacı, hem yalancıdır,» diye okuruz.

O: «Bazı politikacılar yalancı değildir,» önermesini,

En az bir kimse politikacıdır, fakat yalancı değildir. (

diye yorumlayarak şöyle yazar,

$$(\exists x) (Px \wedge \sim Yx)$$

ve, «En az bir x vardır, öyle ki, x politikacıdır, fakat x yalancı değildir,» diye okuruz.

Soru 70: Dört temel kategorik önerme arasındaki ilişkileri niceleme mantığında nasıl belirleriz?

Dört temel kategorik önerme arasındaki mantıksal ilişkilerin belirlenmesine geçmeden önce niceleme notasyonunu topluca gösterelim. Bu notasyonu oluşturan sembollerini şöyle gruplayabiliriz:

1. a, b, c. ..., w'ye kadar olan küçük harfler bireysel değişmezler.
2. A, B, C yüklem (özellik) değişmezleri.
3. (x) ve ($\exists x$) tümel ve tikel niceleyiciler.
4. $\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ önerme bağlaçları.
5. $\{, [, (,) ,] , \}$ niceleyicilerin etki alanını belirleme işaretleri.

Bu notasyonun kullanılışı, bundan önceki iki soruda örnekler üzerinde yeterince gösterildiğinden, şimdi kategorik önermeler arasındaki ilişkilere ve bunlara dayalı eşdeğerliklerin kurulmasına geçebiliriz.

Bilindiği gibi dört temel önermeden,

A ile O

ve

E ile I

birbirinin çelişigidir. O halde aşağıdaki «eşdeğerlik»leri yazabiliriz :

- | | |
|-----------------------|---|
| (a) $\sim A \equiv O$ | $\sim (x) (Sx \rightarrow Px) \equiv (\exists x) (Sx \wedge \sim Px)$ |
| (b) $A \equiv \sim O$ | $(x) (Sx \rightarrow Px) \equiv \sim (\exists x) Sx \wedge \sim Px$ |
| (c) $\sim E \equiv I$ | $\sim (x) (Sx \rightarrow \sim Px) \equiv (\exists x) (Sx \wedge Px)$ |
| (d) $E \equiv \sim I$ | $(x) (Sx \rightarrow \sim Px) \equiv \sim (\exists x) (Sx \wedge Px)$ |

Şimdi, doğruluk fonksiyonu çıkarma kuralları ile daha ön-

ce sözünü ettiğimiz iki Niceleme Eşdeğerliği (N. E.) kuralını kullanarak yukardaki eşdeğerliklerin ispatını verelim :

(a)'daki eşdeğerliğin ispatı :

- | | |
|---|---------|
| 1. $\sim (x) (Sx \rightarrow Px)$ | Öncül |
| 2. $\sim (x) (\sim Sx \vee Px)$ | 1, iç. |
| 3. $(\exists x) \sim (\sim Sx \vee Px)$ | 2, N.E. |
| 4. $(\exists x) (Sx \wedge \sim Px)$ | 3, DeM. |

(b)'deki eşdeğerliğin ispatı :

- | | |
|---|---------|
| 1. $(x) (Sx \rightarrow Px)$ | Öncül |
| 2. $(x) (\sim Sx \vee Px)$ | 1, iç. |
| 3. $(x) \sim (Sx \wedge \sim Px)$ | 2, De M |
| 4. $\sim (\exists x) (Sx \wedge \sim Px)$ | 3, N.E. |

Geriye kalan (c) ve (d)'deki eşdeğerliklerin ispatı aynı yöntemeye dayandığından, okuyucuya bırakılmıştır.

Soru 71 : Niceleme türünden çıkarımlar için başka kurallara ihtiyaç var mı?

Niceleme türünden çıkarımların geçerliği; bu çıkarımları oluşturan önermelerin iç mantıksal yapısına bağlıdır. Bu tür çıkarımların geçerliğini ispatlamak için mevcut çıkarım kurallarına dört tane daha eklememiz gerekir. Hatırlanacağı üzere bir önerme fonksiyonundan önerme türetmenin iki yolu (genelleme ve örnekleme) olduğundan söz etmiştik. İşte listemize katacağımız dört kuraldan ikisi **genelleme**, ikisi de **örnekleme** ile ilgilidir. Yeni kuralları birer örnekle gösterelim

Örnek 1	Tüm bilginler Filozoftur	(x) (Bx $\rightarrow$ Fx)
	Okday bir bilgindir	Bo
	Okday bir filozoftur	Fo

İlk önerme, «Bx $\rightarrow$ Fx» önerme fonksiyonunun tümel nicelemesinin doğruluğunu ileri sürmektedir. Tümel önermenin doğruluğu nicelediği önerme fonksiyonunun tüm somut örnekleri (Ba $\rightarrow$ Fa, Bb $\rightarrow$ Fb, Bw $\rightarrow$ Fw) nin doğruluğunu gerektirdiğinden, bu önermeyi doğru saydığımızda, somut örneklerden herhangi birini de doğru saymamız zorunludur. Başka bir deyişle (x) (Bx $\rightarrow$ Fx) önermesinden, örneğin Bo $\rightarrow$ Fo önermesine gidebiliriz. Bir örnekleme olan bu çıkarıma «Tümel Örneklem» (T.Ö.) kuralı diyeceğiz. Şimdi Örneğimize dönerek kuralın uygulamasını görelim

1. (x) (Bx $\rightarrow$ Fx)
2. Bo / Fo
3. Bo $\rightarrow$ Fo 1, T.Ö.
4. Fo 2, 3, M.P.

Örnek 2 Hiç bir hekim mühendis değildir.
Tüm dişçiler hekimdir.
Hiç bir dişçi mühendis değildir.

Bu çıkarımın ispatı için Tümel Örneklem kuralı ile birlikte «Tümel Genelleme» (T.G.) diyeceğimiz bir kural daha kullanmaya ihtiyaç vardır.

1. (x) (Hx $\rightarrow$ $\sim$ Mx)
2. (x) (Dx $\rightarrow$ Hx) / (x) (Dx $\rightarrow$ $\sim$ Mx)
3. Ha $\rightarrow$ $\sim$ Ma 1, T.Ö.
4. Da $\rightarrow$ Ha 2, T.Ö.
5. Da $\rightarrow$ $\sim$ Ma 4, 3, H.T.

İmdi, 5'inci adımda ulaştığımız sonuç («Da $\rightarrow$ $\sim$ Ma»), «Ahmet dişçi ise, mühendis değildir,» gibi bir tek bireyle

ilgili bir önerme. Oysa, çıkarımın sonucu bir tek bireyle değil, tüm bir sınıf bireyle ilgili : «Bir kimse dışçı ise, mühendis değildir.» Bir birey için doğru olanın aynı sınıfa giren tüm diğer bireyler için doğru olduğunu nasıl söyleyebiliriz?

Gerçeten çıkarımın verilen tümel sonucuna ulaşmak için bir genelleme yapmaya ihtiyaç vardır. Fakat 5'inci adımda ulaştığımız sonuç bir genellemeye olanak vermemektedir. Ahmet için doğru olanın herkes için doğru olduğunu söylemek mantıksal geçerlikten yoksun bir genelleme olur. O halde çıkarımın tümel nicelenmiş sonucuna nasıl ulaşacağız?

Güçlükten, tümel örnekleme yaparken, belli bir bireysel değişmez yerine **herhangi** bir birey anlamına, «y» simgesini kullanmakla kurtulabiliriz. Belli bir kimse için doğru olanın herkes için doğru olduğunu söyleyemeyiz; ama **herhangi** bir kimse için doğru olanın, herkes için doğru olduğunu söyleyebiliriz. Tıpkı herhangi bir üçgenin iç açılarının toplamı iki dik açının toplamına eşitse, tüm üçgenler için bunun doğru olduğu gibi. Şimdi örneğimize dönerek çıkarımın ispatını verelim :

- | | | |
|----|--------------------------------|------------------------------------|
| 1. | $(x) (Hx \rightarrow \sim Mx)$ | |
| 2. | $(x) (Dx \rightarrow Hx)$ | / . $(x) (Dx \rightarrow \sim Mx)$ |
| 3. | $Hy \rightarrow \sim My$ | 1, T.Ö. |
| 4. | $Dy \rightarrow Hy$ | 2, T.O. |
| 5. | $Dy \rightarrow \sim My$ | 4, 3, H.T. |
| 6. | $(x) (Dx \rightarrow \sim Mx)$ | 5, T.G. |

5'inci adımdan 6'ncı adıma Tümel Genelleme ile geçebiliriz; çünkü, herhangi bir dışçı mühendis değilse, hiçbir dışçı mühendis değil demektir.

Geriye kalan iki kural varlıksal önermeler ile ilgilidir : Varlıksal örnekleme (V.Ö.) ve Varlıksal Genelleme (V.G.).

Aşağıdaki örnek iki kuralın da uygulanmasını gerektirmektedir :

Örnek 3 : Tüm çocuklar yaramazdır.

Bazı gençler yaramaz değildir.

Bazı gençler çocuk değildir.

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1. $(x) (Cx \rightarrow Yx)$ | |
| 2. $(\exists x) (Gx \wedge \sim Yx)$ | $\therefore (\exists x) (Gx \wedge \sim Cx)$ |
| 3. $Ga \wedge \sim Ya$ | 2. V.Ö |
| 4. $Ca \rightarrow Ya$ | 1, T.Ö. |
| 5. Ga | 3, Basit. |
| 6. $\sim Ya$ | 3, Basit. |
| 7. $\sim Ca$ | 4, 6, M.T. |
| 8. $Ga \wedge \sim Ca$ | 5, 7, Top. |
| 9. $(\exists x) (Gx \wedge \sim Cx)$ | 8, V.G. |

Varlıksal örnekleme ile varlıksal genellemeyi açıklamak zor değildir: En az biri için doğru olan belli biri için de doğrudur. Gene belli biri için doğru olan, en az biri için de doğrudur. Nicelenmiş bir önerme fonksiyonundan somut bir örneğe geçebileceğimiz gibi, somut bir örnekten nicelenmiş bir önerme fonksiyonuna da geçebiliriz. Geçiş her iki halde de geçerlidir.

Varlıksal örnekleme ile ilgili bir noktanın özellikle belirtilmesi gerekir. Verilen bir çıkarımın öncülleri içinde varlıksal bir önerme varsa, önce onun örneklemesi yapılır, sonra tümel önermelerin örneklemesine geçilir. Nitekim yukardaki çıkarımda (Örnek 3), bu kurala uygun hareket ettiğimiz belki de gözden kaçmamıştır. 3'üncü adım 1'inci adımdaki tümel önermenin değil, 2'nci adımdaki varlıksal önermenin örneklemesidir. Çıkarıma varlıksal önermenin örneklemesi ile başlama gereğini şöyle açıklayabiliriz: Tümel örnekleme ile belirlenen birey, varlıksal örnekleme ile belirlenen bireyle özdeş olmayabilir. Oysa Varlıksal

Örnekleme ile belirlenen birey, Tümel Örnekleme için geçerlidir.

Öte yandan öncüller arasında birden fazla varlıksal önerme varsa, bunların örnekleme değişik bireylerle yapılmalıdır. Yoksa, aslında olmayan bazı çelişkiler ortaya çıkabilir. Örneğin, öncül olarak şu iki önermenin verildiğini düşünelim :

1. $(\exists x) \sim Hx$
2. $(\exists x) Hx$

İlk önerme, «En az birşey H değildir,» ikinci önerme «En az bir şey H'dir,» diyor. İki önerme çelişik değildir: İnsanlar arasında hekim olanlar gibi hekim olmayanlar da vardır. Birinin hekim olması, bir diğ erinin hekim olmaması ile bağdaşmaz değildir. Ne var ki, bu önermeleri aynı bireyle, örneğin «a» ile örnekleme yoluna gidersek,

$$\begin{array}{c} \sim Ha \\ Ha \end{array}$$

gibi bir çelişki ortaya çıkar: Ahmet hem hekim, hem de hekim değil, olamaz. Çelişkiyi önlemek için birinci örneklemede «a» kullanıyorsak, ikincide değişik bir bireysel değişmez örneğin, «b» veya «c», kullanırız.

Soru 72 : Mevcut kurallar, tasımsal olmayan çıkarımların ispatı için de yeterli midir?

Bu sorunun kısa cevabı, «Evet, yeterlidir.» Bu bölümün başında değ indığımız ve kategorik tasım kuralları ile ispatı verilemeyen örnekle başlayalım :

Çocuklar hem tembel hem yaramazdır,
Bazı çocuklar şımarıktır.
Bazı tembel kimseler şımarıktır.

İlk bakışta kategorik bir tasım gibi görünen bu çıkarım aslında değişik bir biçimdedir. Birinci önermeyi.

Tüm tembel çocuklar yaramazdır.

veya hatta

Tüm çocuklar tembeldir ve Tüm çocuklar yaramazdır.

gibi yorumlarsak, geçerli olan çıkarımı, geçersiz biçimlere dönüştürmüş oluruz. Önermenin doğru yorumu şöyledir :

Bir kimse çocuksa, o kimse hem tembel hem de yaramazdır.

Şimdi örneğimizi niceleme notasyonu ile ifade ederek ispatını gösterelim :

1. $(x) [Cx \rightarrow (Tx \wedge Yx)]$
2. $(\exists x) (Cx \wedge \text{Ş}x) \quad \therefore (\exists x) (Tx \wedge \text{Ş}x)$
3. $Ca \wedge \text{Ş}a \quad 2, \text{V.Ö.}$
4. $Ca \rightarrow (Ta \wedge Ya) \quad 1, \text{T.Ö.}$
5. $Ca \quad 3, \text{Basit.}$
6. $Ta \wedge Ya \quad 4, 5, \text{M.P.}$
7. $Ta \quad 6, \text{Basit.}$
8. $\text{Ş}a \quad 3, \text{Basit.}$
9. $Ta \wedge \text{Ş}a \quad 7, 8, \text{Top.}$
10. $(\exists x) (Tx \wedge \text{Ş}x) \quad 9, \text{V.G.}$

Birçok karmaşık çıkarımlarda kategorik önermeler dışında ilişkisel önermeler de yer alabilir. Bazı örnekler bu tür önermeleri niceleme notasyonu ile ifadede bize ışık tutabilir. (İlişkisel bir önerme en az iki terim veya birey arasında bir ilişki dile getirir. İlişkiyi A, B, C.... gibi bü-

yük harflerle, terim veya bireyleri de bireysel değişmezlerle göstereceğiz.)

Şu basit örneklerden başlayalım :

Ahmet Mehmet'ten Uzundur.

önermesini,

U a m

diye yazar ve «a'nın m ile U gibi bir ilişkisi vardır,» diye okuruz.

Bu felâketin bir nedeni vardır.

önermesini,

$(\exists x) Cxf$

diye yazar ve «Bir x vardır, öyle ki, f ile C gibi bir ilişki içindedir,» diye okuruz.

Herkes birini sever.

önermesini,

$(x) (\exists y) Sxy$

diye yazar ve «Her x için hiç değilse bir y vardır, öyle ki, x'in y ile S gibi bir ilişkisi vardır,» diye okuruz.

Bazı artistler başka artistleri sevmez.

$(\exists x) [Ax \wedge (y) (Ay \rightarrow \sim Sxy)]$

Böyle ilişkisel önermelerle kurulan çıkarımlara bir örnek vermek için şu örneği alalım:

Her çocuk ya oğlan ya da kızdır.

Bir çocuğa benzeyen her şey, ya bir oğlana ya da bir kıza benzer.

Niceleme notasyonunda,

$$(x) [Cx \rightarrow (Ox \vee Kx)]$$

$$(x) \{ (\exists y) (Cy \wedge Bxy) \rightarrow (\exists y) [(Oy \vee Ky) \wedge Bxy] \}$$

olarak yazılır. Bu çıkarımın ispatı hem zor hem de uzundur. Ancak, dolaylı ispat (olmayana ergi) metodu ile çıkarımın geçerli olduğu daha kolay gösterilebilir.

IX. BÖLÜM

AKSİYOMETİK METOT

Soru 73: Aksiyometik metod nedir?

«Aksiyometik metodu» kısaca, herhangi bir konu veya bilgi alanını mantıksal yönden sistemleştirme yolu diye tanımlayabiliriz. Ancak bir konunun «mantıksal yönden sistemleştirilmesi» sözünden ne anlıyoruz?

Bilindiği gibi her bilgi kolunda ulaşılan sonuçlar önerme veya önerme yerine geçen formüllerle dile getirilir. Ne var ki, hiç bir bilim bir yığın bilgi veya bunları dile getiren bir yığın önermeden ibaret değildir. Bilim her şeyden önce «organize bilgi»dir, bu ise, bilgiyi dile getiren önermelerin mantıksal bir ilişki içinde düzenlenmiş olması demektir. Mantıksal ilişki derken basit bir sınıflama veya düzenleme demek istemiyoruz. Demek istediğimiz bir konuya ilişkin önermelerin, doğruluğu varsayılan birkaçına dayanılarak dedüktif çıkarımla üretilebilmesidir. Klasik örneğini Öklid geometrisinde bulduğumuz bu tür bir düzenleme aksiyometik metodun uygulanmasıyla gerçekleşir.

Herhangi bir alanda böyle bir düzenlemeye olanak olup olmadığı, var ise, ne derece var olduğu, o alandaki bilimsel çalışmanın ulaştığı aşamaya dayanır. Çeşitli di-

siplinlerin tarihine baktığımızda bu açıdan büyük farklar göze çarpmaktadır. Geometri mantıksal bir sistem olarak kuruluşunu M.Ö. 300'de tamamladığı halde, bilimler içinde matematiğe en yakın olan fizik bu aşamaya ancak Newton'la XVII. yüzyılın sonlarında ulaşabilmiştir. Sosyal bilimlerin bugün bile bu aşamaya yaklaştıkları söylene-
mez. Bir konu veya alanın aksiyometikleştirilmesi iki koşulun gerçekleşmesiyle olanak kazanır: (1) Tüm terimlerinin birkaçına dayanılarak tanımlanabilmesi, (2) Tüm önerme veya formüllerinin birkaçına dayanılarak ispatlanabilmesi. Her iki koşulun gerçekleşmesi yönünden en büyük olanakları «formel disiplinler» dediğimiz mantık ve matematik taşımaktadır.

Aksiyometik metodun yapısı ve bilimler için vadettiği olanaklar ancak XIX. yüzyılın sonlarına doğru tam açıklığa kavuşmuştur. Metodun ilk uygulama alanı, biraz önce değindiğimiz gibi, mantık değil, geometridir; ne var ki, gelişimi sembolik mantığın ortaya çıktığı, özellikle matematiğin temelleri üzerindeki çalışmaların yoğunluk kazandığı bir döneme, yani son yüzyılın ikinci yarısına rastlar.

Soru 74: Aksiyometik metot nasıl doğdu?

Aksiyometik sistemin ilk örneğini Öklid geometrisinde bulduğumuza değinmiştik, yukarıda. Aslında aksiyometik düşünme ispat kavramına dayanır; ispat kavramı ise Yunan düşüncesinin çok belirgin bir özelliğidir. Tales ve Pitagor'la başlayan ispat düşüncesi Aristo ve Öklid'de en yüksek düzeyine ulaşır ve sistematik bir işlem niteliği kazanır.

Bilindiği gibi geometri ampirik bir bilim olarak Yu-

nan öncesi dönemlerin bir ürünüdür. Pitagor'un ve daha geniş ölçüde Öklid'in teorem olarak ispatladığı geometrik önermelerin hemen tümü Babilliler ve eski Mısırlılar tarafından biliniyordu. Ne var ki, doğruluğu ölçme ile bilinen bu önermeler bir yığın bilgi olmaktan ileri geçmiyordu. Geometrinin bir bilim kimliği kazanması, bu önermeler arasındaki mantıksal ilişkilerin sezilmesini, bu ilişkilere dayalı ispatların verilmesini beklemiştir. Öklid'in yaptığı kendi başına birer doğru gibi görünen geometrik önermeleri mantıksal bir sistem içinde toplamak, geometriye aksiyometik bir karakter vermek olmuştur.

Öklid, sisteminde öncül vazifesi gören önermeleri, o zamanki anlayışa uyarak «aksiyomlar» ve «postulatlar» diye iki öbekte toplar. Aksiyomlar genel nitelikte olup, tüm bilimler için doğru olan ortak ilkelerdi. Başlangıçta sayısı 9 olan bu ilkeler daha sonra 5'e indirildi.* Postulatlarla gelince, bunlar geometriye özgü 5 önermeyi içine alıyordu.** Öklid'e ve yüzyıllar boyunca onu izleyenlere

* Bu aksiyomları şöyle sıralayabiliriz :

- (1) Aynı şeye eşit olan şeyler birbirine de eşittir.
- (2) Eşit şeylere eşit şeyler eklenirse, toplamlar da eşittir.
- (3) Eşit şeylerden eşit şeyler çıkarılırsa, kalanlar da eşittir.
- (4) Birbiriyle çakışan şeyler birbirine eşittir.
- (5) Bütün herhangi bir parçasından daha büyüktür.

** Geometrik ilişkileri dile getiren postulatlar şunlardır :

- (1) Bir noktadan başka herhangi bir noktaya bir doğru çizilebilir.
- (2) Sonlu bir doğru bir doğru üzerinde sürekli uzatılabilir.
- (3) Verilen herhangi bir merkez ve yarıçapla bir çember çizilebilir.
- (4) Tüm dik açılar birbirine eşittir.
- (5) İki doğru üzerine düşen bir doğru aynı yandaki iç açılarının toplamını iki dik açıdan daha az yapıyorsa, iki doğru bu yanda yeterince uzatıldığında birleşir.

göre gerek aksiyomlar, gerek postulatlar sıradan önermeler olmayıp, doğrulukları zorunlu ve apaçık olan temel önermelerdi. (Daha önce de belirttiğimiz gibi bu yanlış anlayış, Öklidçi-olmayan geometrilerin ortaya çıkışına kadar kendini sürdürür.)

Öklid'in aksiyomlarla postulatlar arasında yaptığı ayırım bugün geçerli sayılmamakla beraber yaygın bir anlayışa dayanıyordu. Nitekim Öklid'den önce Aristo'nun bu anlayışı şöyle dile getirdiğini görmekteyiz:

İspata dayanan her bilim, ispatlanamayan ilkelerden başlamak zorundadır; yoksa ispat zinciri sonsuza dek uzar. İspatlanamayan bu ilkelerden bir bölümü (a) tüm bilimler için ortak, diğerleri (b) her bilime göre değişen, konuya özgü, ilkelerdir.

Öklid bazı tanımlamalardan da yararlanarak aksiyom ve postulat diye belirlenen önermelerden «teorem» denilen tüm diğer önermelerin (465 kadar) dedüktif akıl yürütmeye çıkarılabilir olduğunu göstermekle geometriyi ampirik düzeyden teorik bilim düzeyine çıkarır. Öklid'in çalışması kusursuz olmamakla beraber, aksiyometik bir sistem olarak her alandaki bilim adamları için daima özenilen bir örnek olmuştur. Gerçekten fizikten ahlâk felsefesine kadar pek çok alanda «aksiyomatikleştirme» denemesinin dün olduğu gibi bugün de sürdürülmekte olduğunu görmekteyiz.

Soru 75: Aksiyometik metodun geometri dışında ne gibi uygulamaları oldu?

Aksiyometikleşmeyi matematiğe, özellikle geometriye özgü bir oluşum sanmak yanlıştır. Arşimed'den başla-

arak günümüze kadar pek çok bilim adamının (hatta bu arada bazı filozofların da) Öklid'in denemesine girdiklerini biliyoruz. Geometride ulaşılan açıklık, kesinlik ve yapısal incelik bugün bile hayranlık yaratmaktan geri kalmamaktadır. Bu yolda ilk atılım Antik Çağın ünlü bilgini Arşimed'den gelmiştir.

Arşimed, **Yüzen Nesneler Üzerine** adlı yapıtında hidrostatik konusundaki bulgularını, Öklid'in verdiği örneğe uygun bir mantıksal düzen veya kalıba dökerek verir. Temel saydığı birkaç ilkedен, bulgularını dile getiren tüm diğer önermelere dedüktif çıkarımla ulaşır.* Rönesans öncesi skolastik felsefede de benzer bir denemeye rastlamaktayız. Ortaçağ filozofları Aristo mantığını kullanarak doğruluğunu «apaçık» saydıkları bazı temel inançlardan dinin tüm diğer doğmalarını ispatlamaya çalışırlar. Öklid modelinin temsil ettiği kesinliğe ulaşma arzusunu, Dekart, Spinoza ve Leibniz gibi XVII. yüzyıl rasyonalist filozofların yazılarında da bulmaktayız. Bunlar içinde Spinoza'nın çabası özellikle belirtilmeğe değer. Spinoza, **Etik** adlı yapıtında ahlâk öğretisini aksiyometik geometri modeline uygun bir düzende sunar; tüm ahlâk kural ve ilkelerinin, temel saydığı birkaç genel ilkenin zorunlu sonuçları olduğunu göstermeğe çalışır.

Spinoza'nın «daha fazla geometrileşme» dediği bu çabanın Arşimed'den sonra ilk başarılı örneğine Newton'ın **Doğa Felsefesinin Matematiksel İlkeleri** adlı ünlü yapıtında rastlamaktayız. Newton, «kütle», «kuvvet» v.b. kavramlarla ilgili sekiz tanımla başlar. «Uzay», «zaman», «hareket» gibi terimleri tanımlamaksızın kullanır. Sisteminde çekim ilkesi ile hareket kanunları aksiyomları

* Arşimed, kitabının ilk bölümünde 7 postulata dayanarak 15 önermeyi ispatlar.

temsil eder; mekaniğin diğer kanun veya genellemeleri teorem olarak ispatlanır. Daha önce bulunan ve biribiriy-le ilişkisiz görünen Kepler'in ve Galileo'nun kanunları, Newton'da mantıksal bir sisteme dönüşür. Yüzyıl sonra Lagrange bu sistemi daha da işleyerek mükemmelleştirir. Böylece fizik aksiyometik yapısı ile teorik düzeyde bilim niteliğini kazanan ilk alan olmuştur.

Başarılarının tüm parlaklığına karşın, ne Öklid'in, ne de Newton'un aksiyometik metodu tam ve kusursuz kullandıkları söylenemez. Bir kere her ikisinde de tanımlarla aksiyomların karıştırıldığını görüyoruz. Gene verilen ispatların yalnız aksiyom veya postulatlarla dayandığı kolayca söylenemez. Her iki sistemde de birtakım üstü-örtük varsayımların işe karıştığı bilinmektedir.

Ne var ki, bu kusurların ortaya çıkması XIX. yüzyılın ikinci yarısındaki eleştirileri ve gelişmeleri beklemiştir.

Soru 76: Aksiyometik metod anlayışı nasıl değişti?

XIX. yüzyılın ikinci yarısı, aksiyometik metodun, Öklid ve Newton'ın temsil ettiği klasik uygulamalarındaki kusurlarından arındığı, mantık ve matematikteki gelişmelere paralel olarak formel karakter aldığı dönemdir. Bu gelişmeye, bir yandan Öklidçi-olmayan geometrilerin ortaya çıkmasıyla matematik anlayışının geçirdiği sarsıntı ve öz-eleştiri, öte yandan Ernst Mach'ın Newton fiziğinin temel kavramlarına yönelttiği eleştiri yol açar.*

Öklid geometrisinin 5'inci postulatı ile ilgili kuşkula-

* Viyanalı fizikçi ve bilim felsefecisi, Mach (1838-1916), Newton'ın aksiyomlarla tanımları yeterince ayırdetmemekle yol açtığı karışıklığı, temel veya ilkel kavramların aksiyomlarca üstü örtük tanımlandığı, bu nedenle ancak teoremlerle sisteme

rın yol açtığı bazı çalışmalara daha önce değinmiştik.* Öklidçi-olmayan geometrilerin ortaya çıkmasıyla, aksi-yom veya postulat kavramları üzerindeki çalışmalar da-ha da bir yoğunluk kazanır. Öklid'in temsil ettiği klasik anlayışta «aksiyom» doğruluğu apaçık ve zorunlu bir il-kedir. «Postulat»a da aynı gözle bakıldığı söylenebilir; şu farkla ki, aksiyom genel nitelikte, postulat ise belli bir alan veya konuya ilişkin birer doğrudur. Öklidçi-olmayan geometrilerin ortaya çıkması bu anlayışı yıkmakla kalmaz, aksiyomla postulat arasındaki farkın gereksizliğini de gösterir. Mantık ve matematikte somut hiç bir konuya ilişkin olmayan veya öyle görünmeyen formel sistemler olanak kazanmaya başlar. Aksiyometik bir sistemde man-tıksal olarak düzenlenen nesneler olgusal dünya ile ilgili önermeler olabileceği gibi, olgusal içerikten yoksun bi-rer formül de olabilir. Böyle olunca bir sistemdeki öncül-leri aksiyom ve postulat diye ayırma gereğini yitirir. Unu-tulmamalıdır ki, Newton teorisi gibi Öklid geometrisi de salt formel bir sistem değil, uygulama alanı belli bir bi-limdi. Biri fiziksel nesnelerin hareketlerini, ötekisi uzay-sal ilişkileri konu almıştı. Oysa formel bir sistemde öncül olarak kullanılan formüller ya olgusal içerikten yoksun birer totoloji, ya da henüz yorumlanmamış (konusu belir-siz) birer kalıp kimliğini taşır. Böyle bir sistemi, konusu ne olursa olsun, dedüktif nitelikte herhangi bir teoriye uy-gulama olanağı vardır. Her uygulama sistemin belli bir yorumu demektir. Önemli olan, kuşkusuz, sisteme herhan-gi bir yorum vermek değil, sistemin formüllerini olgusal yönden doğru önermelere dönüştürecek yorum veya yo-rumları bulmaktır.

giren yeni terimlerin tanımlanması gerektiğini belirterek gi-derir.

* Bkz: Soru 46.

XIX. yüzyılda matematiğin giderek daha fazla mantıksal, dolayısıyla daha fazla formel nitelik kazanması, klasik aksiyometik teorilerle formel aksiyometik sistemler arasındaki farkın belirginleşmesi önemli bir gelişmedir. Klasik sistemlerin yapısal kusurlarını giderme çabası bir yandan «ideal» ve salt mantıksal sistemlere yol açarken, öte yandan aksiyom ve postulat kavramlarının dayandığı geleneksel anlayışı kökünden yıkmıştır. Ne aksiyomları inkârı olanaksız, analitik doğrular, ne de postulatları sezgisel olarak apaçık olgusal doğrular sayma zorunluğu vardır. Aksiyometik bir sistemin öncülleri analitik olabileceği gibi, olgusal da olabilir. Bir formül veya önermenin aksiyom veya postulat olarak kabul edilmesi doğruluğunun sezgisel apaçıklığına değil, sistemdeki yerine ve oynayacağı role bağlıdır. Oysa Öklid geometrisinde aksiyom diye belirlenen «ortak ilkeler,» hem mantık ilkeleri gibi doğruluğu zorunlu ve apaçık, hem de postulatlar gibi uzaysal ilişkilere uygulanabilen, dolayısıyla doğruluğu olgusal olan önerme işlemi görmüştür. Bu aksiyomlar ya salt mantıksal ilkelerdir, ya da postulatlar gibi geometriye ilişkin önermelerdir; ikisi birden olamaz. Aksiyomlar salt mantıksal ilkelerse, veya bu ilkelerden çıkarılabilir nitelikte ise, o zaman bunları geometrinin temel öncülleri saymak yanlıştır. Değillerse, o zaman onları postulatlardan ayırmaya gerek yoktur. Bu nedenledir ki, modern kullanımda iki terim özdeş anlam taşımakta, doğruluğu bilinen veya apaçık olan değil, doğruluğu var sayılan önerme veya formüller olarak işlem görmektedir.

Soru 77: Formel bir sistemi belirleyen özellikler nelerdir?

Klasik aksiyometik sistemler salt mantık açısından

çeşitli yönlerden kusurlu veya yetersizdi. Teoremlerin ispatı aksiyomları aşan bazı üstü-örtük varsayımları gerektirdikten başka, aksiyomları oluşturan terimlerin anlamlarından (hatta Öklid geometrisinde olduğu üzere birtakım diyagramlardan) da bağımsız değildi. Matematiğe daha kesin ve belirtik mantıksal bir temel arayan matematikçiler, aksiyomatikleşmeyi daha soyut bir düzeyde ele almakla birtakım gereksiz pürüzlerden kurtulunulabileceğini gösterirler. Örneğin, bu yönde ilk adımı atanlardan Alman matematikçisi Pasch şöyle diyordu:

«Geometri gerçekten dedüktif bir bilim olacaksa, çıkarımların yapılış biçiminin tümüyle geometrik kavramların **anlamından** ve de diyagramlardan bağımsız olması esastır. Tek gerekli olan şey, tanım görevi yapan temel önermeleri oluşturan bu kavramlar arasındaki ilişkileri düşündürmektir. Çıkarım işlemi sırasında kullanılan geometrik kavramların anlamını göz önünde tutmak kuşkusuz yararlıdır; fakat bu, **hiç bir yönden gerekli değildir**. Tam tersine, bu gerekli olduğunda çıkarımda bir kopukluk başlar ve (akılyürütmeyi değiştirmekle eksikliğin giderilemediği zaman) ispat için başvurulacak önermelerin yetersizliğini kabul etmek zorunda kalırız.»*

Gerçi Pasch'ın henüz her türlü olgusal içerikten arınmış tam anlamıyla soyut formel bir sistemi öngördüğü söylenemez. Nitekim o, geometrik kavramlardan, önermelerden söz etmekte, bunların anlamını teoremlerin ispatı için gerekli görmemekle beraber, yararsız da saymamaktadır. Fakat sözlerinden formel bir sistemi belir-

* H. Pasch, *Vorlesungen über neuer Geometrie*, 1882, s. 98.

leyen bazı temel koşulların çıktığını söyleyebiliriz. Bu koşullar giderek daha belirginleşerek şu dört noktada toplanmıştır:

- (1) Sonraki tanımlamalarda kullanılmak üzere seçilen ilkel terimlerin belirtik olarak sıralanması.
- (2) Sonraki çıkarım veya ispatlarda başvurulacak temel önerme veya formüllerin belirtik olarak sıralanması.
- (3) İlkel terimler arasındaki ilişkilerin, o terimlere verilecek anlamlardan bağımsız olarak, salt mantıksal türden ilişkiler olması.
- (4) Çıkarım veya ispatlarda yalnız bu ilişkilerin esas tutulması, terimlere verilecek anlamlarla diyagramlara hiç bir şekilde bağlı kalınmaması.

Bu koşullar, herhangi bir sisteme özgü terim ve önermelerle, sistemin oluşumunda mantıkça daha önce varsayılan, terim ve önermeleri de ayırdetmemiz gereğini içermektedir. Hangi alanda olursa olsun, ilkel kabul edilen terimlerin yan yana getirilmesiyle aksiyom veya postulatlar oluşmaz; bunun için mantıksal değişmezler dedğimiz «ve», «veya,» «ise,» «değil,» «tüm,» «bazı» gibi önerme bağlaç ve niceleyicilerden yararlanma gereği vardır. Aynı şekilde, çıkarım veya ispatlar yalnız aksiyomlara dayanılarak yapılamaz; aksiyomların içeriğindeki ilişkileri tek tek belirtik hale getirecek birtakım geçerli çıkarım kurallarından yararlanmak zorundayız. Bu da gösterir ki, herhangi bir alanda aksiyometik bir sistem kurmak için mantık bilgisine, daha doğrusu mantığın bazı kavram ve kurallarına ihtiyaç vardır.

Kaldı ki, sistem dışı varsayılan terim veya önermeler bununla da kalmayabilir. Örneğin, geometrik bir sistem için mantıkla birlikte aritmetiğe de başvurma zorunluğu

vardır. Gerçekten, «üçgen» teriminin tanımı 3 sayısının kullanılmasını gerektirir. Aynı şekilde, bir üçgenin iç açılarının toplamının iki dik açının toplamına eşit olduğunu ispatlamak için, toplama ile ilgili aritmetik teoremin geçerliğini varsaymak zorundayız.

Çok kere üstü-örtük yapılan bu tür varsayımlar, temelde, formel sistemlerin ruhuna aykırıdır. Çünkü formel bir sistemin başta gelen özelliği sistemin dayandığı her şeyin belirtik olmasıdır. Ne var ki, bu güçlüğün kesin ve yeterli bir çözümünü bulmak kolay değildir.

Soru 78: Formel bir sistemin yapısı nedir?

Aksiyometik bir sistemin yapısını, karmaşık dedüktif bir çıkarım gibi görebiliriz. Bu çıkarımda, daha doğrusu çıkarımlar örgüsünde, «aksiyom» veya «postulat» denilen temel önermeler öncül, bunlara dayanılarak ispatlanan teoremler birlikte sonuç vazifesi görmektedir. Böyle bir sistemin kurulmasında,

- (1) Tanımlama
- (2) Çıkarım veya ispatlama

dediğimiz iki temel operasyona, ve

- (1) Terimler
 - (a) ilkel terimler
 - (b) türetilen terimler
- (2) Önermeler veya formüller
 - (a) Temel önerme veya formüller
 - (b) Çıkarılan veya ispatlanan önerme veya formüller
- (3) Kurallar

- (a) tam-deyim kuralları
- (b) çıkarım kuralları

dediğimiz üç yapısal öğeye ihtiyaç vardır. Bunları kısaca açıklayalım.

Tanımlama. Tanımlama terimler arasındaki ilişkileri kurma yolunda başvurulmuş bir operasyondur. İlkel terimler dışında sisteme alınan terimler, ilkel terimlere dayanılarak tanımlanır. Buna «belirtik tanımlama» diyoruz. Ayrıca Aksiyom veya postulatları, ilkel terimlerin anlamlarını belirleyen birer «üstü-örtük tanım» diye düşünebiliriz. Nitekim bazı matematikçiler (örneğin Poincaré) Öklid geometrisinin tüm aksiyom ve postulatlarını, o geometrinin ilkel terimlerinin, «maskeli tanımlar»ı saymışlardır.

Çıkarım veya ispatlama. Çıkarım veya ispatlama önerme veya formüller arasındaki mantıksal ilişkileri belirttik hale getirmek, aksiyomları doğru kabul ettiğimizde daha hangi önerme veya formülleri doğru kabul etmemiz gerektiğini göstermek için başvurulmuş bir işlemdir.

Terimler. Sistemin vokabülerini oluşturan terimler ilkel ve türetilen olmak üzere ikiye ayrılır. İlkel terimler, sisteme tanımlanmaksızın kabul edilen terimlerdir. (Ancak, içinde geçtikleri aksiyomların bunları üstü-örtük biçimde tanımladıkları söylenebilir.) Türetilen terimler ilkel terimlere dayanılarak belirttik biçimde tanımlanan, ve ancak öyle sisteme giren terimlerdir. Örneğin, geometride ilkel sayılan «nokta,» «doğru,» «arasında» gibi terimlere dayanılarak «doğru parçası» (ki türetilen bir terimdir) şöyle tanımlanır:

Doğru parçası = İki nokta arasındaki doğru.

İmdi denebilir ki, sistemi oluşturan terimlerden bir bölümünü tanımlamaksızın, bir bölümünü de tanımlayarak

alacağımıza, tümünü tanımlamak yoluna gitsek daha iyi olmaz mı? İlk bakışta iyi olur gibi. Fakat buna, «döngül tanımlama» veya «sonsuz geri-gidiş» denen tanımlama yollarına düşmeksizin olanak yoktur. Diyelim ki, sistemi-
miz A, B, C, D terimlerinden oluşmaktadır. A'yı tanımlarken B'ye, B'yi tanımlarken C'ye, C'yi tanımlarken D'ye ve D'yi tanımlarken A'ya başvurursak, döngül tanımlamaya düşmüş oluruz. Çemberi daralttığımızda bu tıpkı «yaşam» terimini «canlılık», terimiyle, «canlılık» terimini de «yaşam» terimiyle tanımlama gibi yararsız olur.

Öte yandan her terimi tanımlama isteği, döngül tanımlama düşmekten kaçındığımızı farzedelim, bizi arkası gelmeyen bir tanımlama zinciri içine sokar. Örneğin, A'yı B'ye, B'yi C'ye, C'yi D'ye, D'yi E'ye... başvurarak tanımlamak gibi sonu olmayan bir çıkmaza düşmüş oluruz ki, bunun çözümüne teorik yönden bile olanak yoktur.

İşte bu nedenlerledir ki, bir sisteme ister istemez bazı terimleri tanımlamaksızın kabul etme gereği vardır.

Önermeler veya formüller. Sistemin yapısını oluşturan önerme veya formülleri de iki öbekte topluyoruz. Sisteme ispatlanmaksızın alınanlara «aksiyom» veya «postulat,» ispatlanarak alınanlara da «teorem» diyoruz.*

Aksiyometik bir sistemde tüm terimleri tanımlama isteği gibi tüm önerme veya formülleri ispatlama isteği de sağlıklı bir biçimde karşılanamaz: döngül ispatı veya sonu gelmez ispatlamaya düşmeyi göze almaksızın bazı önerme veya formülleri ilkel saymaktan, yani ispatlamaksızın kabul etmekten, kurtulmaya olanak yoktur.

Kurallar. Sistemi oluşturan önerme veya formülle-

* Bir önerme veya formülün aksiyom veya teorem olması sisteme bağlıdır. Bir sistemde aksiyom diye geçen bir önerme başka bir sistemde teorem, tersine teorem diye geçen bir önerme başka bir sistemde aksiyom olabilir.

rin, rastgele terim dizilerinden ibaret değil, sentaks yönünden kurallara uygun tam-deyimler olduğunu belirlemek veya denetlemek için birtakım kurallara ihtiyaç vardır. Bunlara «tam-deyim kuralları» diyeceğiz. Öte yandan, teoremlerin ispatında başvurulana, **modus ponens**, **modus tollens**, **seçenekli tasım**, **hipotetik tasım** gibi mantık kurallarına çıkarım kuralları diyeceğiz. Geçerliğı bağımsız yöntemlerle belirlenmiş çıkarım kuralları olmaksızın, ne teoremlerin formel ispatını vermeğe, ne de verilen ispatı denetlemeye olanak vardır.

Soru 79: Aksiyometik bir sistemi yeterlik yönünden nasıl değerlendirebiliriz?

Bir teori veya konunun aksiyometikleştirilmesinde başta gelen amaç, düşünce ve ifadede ekonomiyi sağlamak, karışık ve karmaşık görünen bir bilgi alanını az sayıda kavram ve ilkeler çevresinde düzenlemektir. Basit, kesin ve mantıksal bütünlüğü olan bir sistem, bilimsel araştırma ve düşünmenin her alanda ulaşma çabasında olduğu yüce bir sonuçtur. Düşünce basitlik, kullanılan kavram ve dayanan varsayımların en az sayıda olmasını gerektirir. Düşünce kesinlik bu kavramların açık ve belirgin, çıkarımların dayandığı öncüllerin (varsayım, aksiyom veya hipotezlerin) belirtik olması, mantıksal bütünlük ise, sisteme giren tüm önerme veya formüllerin dedüktif ilişkiler içinde bir ispatlar zinciri oluşturmaları demektir. Sistemimiz, daha çok sayıda terimi, daha az sayıda terimle tanımlamaya, daha çok sayıda önermeyi daha az sayıda önermeden kalkarak ispatlamaya olanak verdiği ölçüde basitliğe; kesinliğe ve mantıksal bütünlüğe erişmiş sayılır.

Aslında aksiyometik bir sistemin yeterliğini dayandı-
ğı aksiyom veya postulatların mantıksal nitelikleriyle be-
lirleyebiliriz. Hemen söylemeli ki, şu ya da bu önerme ve-
ya formülün aksiyom olarak seçiminde hiç bir zorunluk
yoktur; ama bu, seçimin gelişigüzel olabileceği anlamına
da gelmez.

Unutmamak gerekir ki, aksiyomların önemi içermeye
güçlerine bağlıdır. Deyim yerindeyse, **doğurganlık**, yani
çok sayıda teorem içermeye gücü aksiyomda aranan bir
özelliktir. Ne var ki, doğurganlığın nesnel bir ölçütü yok-
tur; üstelik çıkarım veya ispat aksiyomların içermeye gücü-
ne olduğu kadar, bu gücün sezilmesine ve akıl yoluyla or-
taya çıkarılmasına, yani aksiyomu kullananın akıl-yürüt-
me gücüne de bağlıdır.

Aksiyomların seçiminde bir diğer özellik de, bilimsel
önemi olan yorumlara elverişlilik. Burada da nesnel bir
ölçüt gösteremeyiz. İçermeye gücü gibi yoruma elverişlilik
de, aksiyomların yapısal bir niteliği olmaktan çok, aksi-
yomları kullananın kafa gücüne bağlı bir özelliktir.

Her iki özellik de önemli olmakla beraber, aksi-
yomların değerlendirilmesi yönünden yeterince kullanışlı
değildir. Böyle bir değerlendirme için daha nesnel ölçüt-
lere başvurma gereği vardır.

Seçilen aksiyomların her şeyden önce kendi arala-
rında tutarlı, sisteme yeterli ve birbirinden bağımsız ol-
maları gerekir. Başka bir deyişle, **tutarlılık**, **tamlık** ve **ba-
ğımsızlık** bir aksiyom takımının yeterlik koşullarını oluş-
turan üç temel özelliktir.

Üç özellikten en önemlisi ve mantıksal yönden vaz-
geçilmez olanı tutarlılıktır. Kendi aralarında tutarsız ya
da bağdaşmaz olan öncüllere dayanılarak yapılan ispat-
lar bir değer taşımaz; çünkü, daha önce de işaret ettiği-
miz gibi, çelişik bir veya daha fazla öncüden istenilen

her sonuç mantıksal olarak çıkarılabilir. Her şeyi ispatlayan bir şey, hiç bir şey ispatlamıyor demektir.

Aksiyomlarımızın tutarlı olup olmadığını nasıl belirleyebiliriz? Sezgiye başvurulabilir, fakat bu, çoğu kere ne yeter ne de güvenilir bir yoldur.

Tutarlılığı denetlemenin objektif bir yolu, aksiyomlarımızın herhangi bir çelişkiye, örneğin P ve $\sim P$ gibi birbirini değilleyen iki önermenin ispatına olanak verip vermediğine bakmaktır. Ne var ki, bu yolun, tutarsızlığı yakalamaya elverişli olmakla beraber, tutarlılığı kesinlikle belirleyebildiği söylenemez. Gerçekten aksiyomların tüm sonuçları tüketilmedikçe, bir çelişki vermeyeceğinden nasıl emin olunabilir? Beklenmedik bir anda veya uzak bir gelecekte bir çelişki veya paradoksla karşılaşabiliriz pekâlâ. Nitekim böyle bir olayın cümleler teorisinde Russell'ın bulunduğu paradoksla ortaya çıktığını daha önce görmüştük.

Başka bir yol da, sistemimizi, tutarlılığı daha önce bilinen başka bir sistemi model olarak yorumlamaktır. Örneğin, aritmetiği veya geometriyi tutarlılığı yeterince belirlenmiş model sayabiliriz. Kurduğumuz sistemi bunlardan birine indirgeyebiliriz, ya da sistemimizle model arasında bire-bir uyum sağlayabilirsek, bundan sistemimizi tutarlı sayabiliriz. Bu yolu Poincaré, Lobatchevski geometrisini Öklid geometrisine; Hilbert, Öklid geometrisini aritmetiğe indirgeyerek başarıyla denemişlerdir.

Geçerliği söz götüren bir yol da şudur: Sistemimizi bir olgu grubunu model olarak yorumlamak. Böyle bir model bulunduğunda, ona indirgenebilen sistemimizi tutarlı sayabiliriz. Nitekim Öklid geometrisinin tutarlılığına olan güvenimiz geniş ölçüde, uzaysal ilişkileri dile getiren teoremlerin doğru önermeler olmasında aranmalıdır.

Ne var ki, kısaca belirtmeğe çalıştığımız bu yolların

hiç biri tutarlılığı doğrudan ispat niteliği taşımamaktadır. Birinci yol bir tür «bekle-gör» yöntemine benzetilebilir. İkinci yol, «A tutarlı ise B de tutarlıdır,» gibi koşulsal olmaktan ileri geçmemekte, üçüncü yol ise dolaylı olarak doğayı tutarlı farzetmeyi içermektedir.

Soru 80: Aksiyomların tam ve bağımsız olmasından ne anlıyoruz?

Aksiyomların tutarlılığı mantığın çelişmezlik ilkesine dayanan bir özelliktir. Bir öncüller takımından hem P , hem de P - değil gibi çelişik iki sonuç çıkaramamalıyız. Çıkarabiliyorsak, o zaman sistem tutarsız, dolayısıyla işe yaramaz demektir. Aksiyometik bir sistem için tutarlılık gerekli, fakat yeter bir koşul değildir. Seçilen aksiyomların tam ve bağımsız olması da istenir.

Aksiyomların tam olması, sistemin kurallarına göre tam-deyim sayılan her önermenin, ya da o önermenin değillemesinin, bir teorem olarak ispatlanabilmesi demektir. Başka bir deyişle, sistemin terimleriyle ve sentaksına uygun oluşturulan « $P \wedge \sim P$ » gibi her çelişkideki bileşenlerden birinin ve yalnız birinin, (yani ya « P »'nin ya da « $\sim P$ »'nin) sistemde ispatlanabilir olması, aksiyomların yeterliliğini veya tamlığını gösterir. Tutarlılık çelişmezlik ilkesine, tamlık üçüncü şıkkın olanaksızlığı ilkesine dayanan bir özelliktir. Tutarlı bir sistemde P ve $\sim P$ gibi iki önerme birlikte doğru olamaz; fakat sistemin tam olması için bu önermelerden birinin ve yalnız birinin sistemde doğru olması, yani ispatlanabilir olması gerekir.

Tamlık özelliği böyle sıkı bir anlamda alındığında pek az gerçekleşme olanağı taşır. Bu nedenle çok kere daha gevşek bir tanımla yetinildiğini görmekteyiz. Buna göre, sistemimizde tam-deyim sayılan herhangi bir önerme ve-

ya formülün ispatlanabilir olduğu kesinlikle saptanamayabilir. Böyle de olsa, o önerme veya formül için sistemde ispatlanabilme olanağı görüyorsak, sistemi gevşek anlamda tam sayabiliriz. Bu anlamda bile tamlık koşulunu karşılamak çok kere olanaksızdır.*

Aksiyomların bağımsızlık özelliğine gelince, bu da tamlık gibi mantıksal bir zorunluk değil, sistemin basitlik ve zarafeti yönünden aranan bir özelliktir.

Aksiyomların birbirinden bağımsız olması isteği teorem olarak ispatlanabilir bir önermenin aksiyomlar arasında yer almaması içindir. Bir aksiyomun diğer aksiyomlardan çıkarılabilir olması o aksiyomun bağımlı olduğunu, daha doğrusu o önermenin aksiyom değil teorem olduğunu gösterir. O halde, seçtiğimiz aksiyomların bağımsız olduğunu söyleyebilmemiz için, hiç birinin ötekilere dayanılarak ispatlanamaması gerekir.

Bir aksiyomun bağımsız olup olmadığını **olmayana ergi** ispat kuralına başvurarak saptayabiliriz. Buna göre, aksiyomun değillemesini (veya çelişğini) diğer aksiyom-

* Hilbert gibi tutarlılığı biricik ölçüt alan formalist matematikçi ve mantıkçılar, yalnız mantığın değil matematiğin her kolunun da tutarlı ve tam aksiyometik bir sistem olarak kurulabileceği inancındaydılar. Hatta tüm matematiğin böyle tutarlı ve tam bir sistem olarak kurulabileceği ümidini taşıyorlardı.

Bu inanç ve ümit 1931'de Gödel'in ispatladığı iki teoremle yıkılır. Buna göre son derece basit sistemler dışında hiç bir tutarlı sistemin aynı zamanda tam olmasına, hatta bir sistemin tutarlı olduğu iddiasının bile doğru mu, yanlış mı olduğunu kesinlikle belirlemeğe olanak yoktur.

Gödel'in, aksiyometik metodun etkinlik yönünden sınırlı olduğu gerçeğini kanıtlamakla, aksiyometikleştirme girişimlerine beklenmedik bir darbe indirdiği söylenebilir. (Daha ayrıntılı bilgi için bakınız: E. Nagel ve J. R. Newman. «Gödel's Proof,» *The Mathematical Way of Thinking*, J. R. Newman (Ed.), New York: Simon and Schuster, 1956, s. 1668 - 1695.)

larla birleştirir, çıkan sonuçların tutarlı olup olmadığına bakarız. Sonuçlar tutarlı ise (yani herhangi bir çelişiklik göstermiyorsa) söz konusu aksiyomu diğerlerinden bağımsız; sonuçlar tutarsızlık içindeyse, o zaman o aksiyomu diğerlerine bağımlı saymak yoluna gideriz. Bağımlı bir aksiyomu aksiyom olarak değil, teorem olarak ele almak daha doğru olur.

Öklid geometrisinde paralel postulat üzerinde yüz-yıllar boyunca sürdürülen çalışmalar, bu önermenin bir teorem sayılması gerektiğine yönelikti. Daha önce de belirttiğimiz gibi, sonuçta klidi olmayan geometrilerin doğuşuna yol açan bu çalışmalar amacına ulaşamamış, söz konusu postulatın bağımsız olmadığını kanıtlayamamıştır. Tam tersine, Saccheri, Lobachevsky ve diğerlerinin gösterdiği üzere, postulatın değillemesinin diğer aksiyom ve postulatlarla birleştirilmesiyle ulaşılan sonuçlar mantıksal olarak tam bir tutarlılık içinde kalmış, beklenilen tutarsızlık ortaya çıkmamıştır.

Soru 81: İspattan ne anlamalıyız?

Yeterli bir sistem için aksiyomların kendi aralarında tutarlı, birlikte tam, ve biribirinden bağımsız olması gereği üzerinde durduk. Aksiyomların doğruluk değeri ile ilgili birkaç noktayı da açıklamaya ihtiyaç vardır.

Bilindiği gibi aksiyometik bir sistemde teoremler aksiyomlara dayanılarak ispatlanır. Ancak bir teoremin ispatı her zaman aynı şekilde anlaşılmamıştır.

Her şeyden önce, çok kere sanıldığı gibi, gözlem veya deneye başvurarak bir önermenin doğru olduğunu göstermek ispat değildir. Örneğin, Pitagor teoremine göre dik açılı bir üçgende hipotenüs'n uzunluğunun karesi,

açıyı oluşturan kenarların karelerinin toplamına eşittir. Şimdi bu teoremin doğru olduğunu son derece duyarlı iletke ve cetvel yardımı ile ölçerek gösterebiliriz. Hatta, daha inandırıcı olmak için, düzgün bir çelik levha üzerinde dik açılı bir üçgenin kenarları üzerine kareler çizer, sonra bunları kesip tartar, hipotenüs üzerindeki karenin diğer iki kareye denk olduğunu ortaya koyabiliriz. Ama bu doğrulamalardan ne biri, ne ötekisi bir ispat sayılabılır. Çünkü bir kere bu tür deneyler tüketici olmaktan uzaktır. Belli bir dik açılı üçgen üzerindeki bulgumuzun tüm dik açılı üçgenler için de doğru olduğunu nasıl bilebiliriz? Öte yandan, bu deneylerimizden bir veya birkaçının teoremi doğrulamadığını düşünelim. O zaman teoremi yanlış mı sayacağız? Sayamayız, çünkü ne denli titiz davranırsak davranalım, ölçme veya tartmamızın hatasız, kullandığımız ölçme araç ve gereçlerinin kusursuz olduğunu söyleyemeyiz. Oysa mantıksal bir ispat için ne hatasız bir ölçmeye, ne de kusursuz ölçme araçlarına ihtiyaç vardır. Mantıksal ispat, bir önermeyi, başka önermelerin zorunlu sonucu yapan ilişkiyi kurmaktır; yoksa ne birinin ne ötekinin doğru olduğunu göstermek değildir.

Öyle ise, bir teoremin ispatı, o teoremin doğru olduğunu değil, bir veya birkaç aksiyomdan çıkarılabilir olduğunu göstermek demektir.*

Mantıksal ispatla olgusal doğruluk arasındaki bu ayırım pek çoğumuz için ilk bakışta şaşırtıcı olabilir. Gerçekten bir önermenin ispatı o önermenin başka önermelerin

* Aslında her argümanın amacı sonucunun doğruluğunu ispatlamaktır. Ne var ki, bunun gerçekleşmesi hem çıkarımın geçerli, hem de öncüllerin doğru olduğunu bilmemizi gerektirir. İkinci koşulu yerine getirme mantığa düşmedikine göre, mantıkta sonucun doğruluğunun ispatı kategorik değil, hipotetik niteliktedir.

zorunlu sonucu olduğunu göstermekten ibaretse, matematikteki dillere destan kesinlik nerde kalmaktadır? İspat, doğruluğun ispatı değilse, neye yarar; ispatladığımız teoremlerimiz yanlış olursa, buna ispat denir mi?

Soru 82: Aksiyomları doğruluk değeri açısından nasıl niteleyebiliriz?

Bu tür sorular çoğunluk aksiyomların yanlış anlaşılmasından ileri gelmektedir. Aksiyomlar doğru bilinen veya doğruluğu ispatlanmış önermeler değil, doğru **sayılan** önermelerdir. Mantık ve matematik, birtakım önermeleri doğru sayarsak, daha ne gibi önermeleri doğru saymamız gerektiğini araştırır. İmdi, Öklid geometrisinde aksiyomlar doğruluğu apaçık önermeler sayıldığı için, onlardan çıkarılan teoremler de doğru sayılmıştır. Bu nedenle, bir teoremin ispatı, o teoremin aksiyomlardan çıkarılabilir olduğunu göstermekten ötede, o teoremin doğruluğunu tam kanıtlama anlamına gelmiştir.

Aksiyomları doğruluğu apaçık önermeler diye kabul etmemiz için öteden beri ileri sürülen nedenler doyurucu olmaktan uzaktır. Sezgisel kesinlik çok kere aldatıcı olmuştur. Nitekim, «Bütün herhangi bir parçasından daha büyüktür,» önermesi bize sezgisel olarak apaçık doğru görünmektedir. Oysa, daha bazı apaçık görünen önermeler gibi (örneğin, «Doğa boşluktan tiksindir,» «Her yüzeyin iki yanı vardır,» v.b.) bunun da doğru olmadığı ortaya çıkmıştır. Kaldı ki, sezgisel apaçıklık kişilerin yetiştirme koşullarına göre değişir; birine apaçık görünen bir şey, bir başkası için pekâlâ anlaşılmaz veya yanlış görünebilir.

Aksiyomları yeterince doğrulanmış olgusal genellemeler saymak da soruna çözüm getirmemektedir. Çünkü

hiç bir genelleme, ne denli kanıtlanmış olursa olsun, doğruluğu ispatlanmış sayılamaz. En sağlam bildiğimiz genellemelerin bile (örneğin: su ısıtır, ateş yakar, v.b.) bir gün yanlışlanmayacağı kesin değildir. Öte yandan hangi genellemelerin yeterince kanıtlanmış, hangilerinin eksik kanıtlanmış olduğunu belirlemek de mantığın değil, genellemelerin ait olduğu bilimin işidir. Mantık veya matematik sadece Q gibi bir önermeyi doğru saymamız için P'yi doğru saymamız yeterli midir? ya da P'yi doğru sayarsak, Q'yu doğru saymamız gerekir mi? diye sorar. Russell'ın paradoksal görünen tanımı bu gerçeği yansıtmaktadır :

Matematik, ne neden sözettiğimizi, ne de söylediklerimizin doğru olup olmadığını asla bilmediğimiz bir bilimdir.*

Aksiyomları doğruluğu söz götürmez önermeler veya yeterince kanıtlanmış genellemeler sayamayacağımıza göre, o halde ne saymalıyız? Bu sorunun cevabı değişik olabilir: mantık ve matematikte aksiyomlar teoremlerin ispatı için yeterli formüllerdir. Bunları istersek doğru sayabiliriz. Olgusal bilimlerde aksiyomlar hipotez veya varsayım niteliğinde önermelerdir. Bunların mantıksal sonuçları olan teoremler doğru veya yanlış olabilir. Birer hipotez niteliğinde olan aksiyomlar, teoremlerin doğruluğunu güvence altına almaz. Tam tersine, teoremlerin gözlem veya deney yolundan doğrulanmaları hipotezlere doğruluk olasılığı kazandırır. Başka bir deyişle, bilimde aksiyomlara bakarak teoremleri doğru saymak şöyle dursun, teoremlere bakarak aksiyomları doğru sayma yoluna gideriz.

Aslında ne matematikte, ne de bilimde aksiyomları

* B. Russell, *Mysticism and Logic*, s. 75.

teoremlerden daha kesin veya apaçık saymak için bir neden yoktur. Böyle sayılması eskiden beri sürüp gelen bir ön-yargıdan, ya da, psikolojik bir yanılgıdan başka bir şey değildir.

Soru 83 : «Yorum» ve «model»den ne anlıyoruz?

Mantık ve salt matematik dışındaki alanlarda ortaya atılan teoriler ne denli soyut ve dedüktif nitelikte görünürlerse görünsünler, olgusal dünya ile bir ilişkileri vardır. Klasik Öklid geometrisi bile uzaysal ilişkileri dile getirmekle bu tür olgusal içerikli bir teoriydi. Böyle bir teoriyi çeşitli eşdeğer biçimlerde aksiyomatikleştirme olanağı vardır, ve teori ortaya konan bu biçimler için ortak bir **yorum** veya **model** oluşturur. Bunun en somut örneğini Öklid geometrisine verilen, çeşitli aksiyometik eş-değer biçimlerde bulmaktayız. Hilbert'in aksiyometik sistemi örneğin, bu biçimlerden sadece biridir.*

* Bkz. David Hilbert, **Grundlagen der Geometrie**. 1899.

Öklid geometrisini daha belirgin bir şekilde aksiyomatikleştiren Hilbert, geometriyi beş ilkel terimi içine alan yirmibir aksiyom üzerine kurar. Geometrinin tüm diğer önermeleri bu aksiyomlara dayanılarak teorem olarak ispatlanır. Aynı işi, daha sonra Veblen iki ilkel terime dayalı oniki aksiyomla başarır.

Hilbert'in çalışması üç yönden önemli sayılabilir: (1) «nokta», «doğru», «düzlem» gibi ilkel terimleri birer kavram adı değil, birer simge veya soyut nesne sayarak aksiyomatikleştirmeye salt biçimsel bir yaklaşım getirmek istemesi, (2) Aksiyomları niteliklerine göre beş öbeğe ayırması: Birinci öbeğe giren sekiz aksiyom «nokta», «doğru», «düzlem» gibi ilkel terimler arasındaki ilişkileri dile getirir. Örneğin: İki nokta bir doğruyu belirler; bir doğru üzerinde hiç değilse iki nokta vardır; bir düzlem üzerinde aynı doğru üzerine düşmeyen en az üç nokta vardır, v.b. İkinci öbeğe giren dört aksiyom «arasında» terimi

Çeşitli kalıplara dökülen bir teori içeriği yönünden önemsendiği sürece, değişik biçim veya kalıplar fazla önemli sayılmayabilir. Ancak aksiyomatikleşme formel bir karakter kazanınca, yani teoriye verilen biçim olgusal içerikten soyutlanınca, biçimin önemi ön plana geçer. Çünkü böyle bir biçim veya kalıba yeni yorumlar vermek, teo-
rinin ilk içeriğinden başka içerikler bulmak olanağını ortaya çıkarır. Demek oluyor ki, içerik yönünden belli bir teori değişik kalıplara dökülebileceği gibi, aynı kalıp veya formel sistemi içeriği değişik konularda yorumlayabiliriz. Bu yorumların her biri aynı formel sistemin bir modeli sayılır. Tek bir sistemin değişik yorumlarını oluşturan modellere yapısal yönden özdeş veya **izomorfik** modeller denir. Mantık değişik bilim kollarında veya değişik konularda ortaya atılmış bazı somut ve olgusal içerikli teorilerin yapısal yönden izomorfik olduklarını gösterebilirse, bu teorileri yalnız belli bir formel sistemin modelleri saymakla kalmayız, aynı zamanda biribiri için de model sayabiliriz. Bu ise bu teorilerden herhangi birini modellerine bakarak daha iyi ve ayrıntılı anlamamıza yardım eder.

Bir de, gene örneğini geometri tarihinde bulduğumuz

ile ilgilidir. Örneğin, A , B ve C bir doğru üzerindeki noktalarsa, ve B noktası A ile C arasında ise, B noktası C ile A arasındadır. v.b. Üçüncü öbekte **çakışırılık** veya **geometrik eşitlik** ile ilgili altı aksiyon yer almıştır. Örneğin: A ve B , a doğrusu üzerinde noktalarsa, ve A' , a' doğrusu üzerinde bir nokta ise, a' üzerinde ve A' 'nın belli bir yanında B' gibi bir ve yalnız bir nokta vardır, öyle ki, $A' B'$ doğru parçası $A B$ doğru parçasıyla çakışır. Dördüncü öbekte yalnız paraleller aksiyomu vardır. Son öbekte yer alan iki aksiyom süreklilik ile ilgilidir.

(3) Son olarak aksiyomlarının tutarlılık ve bağımsızlık özelliklerini saptama yolundaki çalışması. Hilbert'in başlattığı bu çalışma ondan sonra gelen çalışmaların yön ve niteliğini belirlemede son derece etkili olmuştur.

üzere, herhangi bir teoriden, bir veya birkaç aksiyomunu değiştirmek yoluyla komşu veya **akraba** teoriler türetme olanağıdır. Öklidçi olmayan geometrilerin ortaya çıkması böyle olmuştur.

İmdi akraba teorilerin her biri değişik formel kalıplara dökülebileceğinden, ve bu kalıpların her biri içeriği değişik konularda yorumlanabileceğinden, bir tek teoriden sayısız aksiyomatik kalıplar ve sayısız modeller türetmek olanağı var demektir. Şu kadar ki, karışıklığa yol açmamak yönünden **akraba teoriler**, **eş-değer** teoriler ve **izomorfik** teoriler ayırımlarını gözden kaçırmamak gerekir.

Soru 84 : Bir teorinin formelleştirilmesi ne demektir?

Bir teori veya bilgi alanını aksiyometikleştirmenin başlıca hedefini şu iki noktada toplayabiliriz :

- (1) Çok kere üstü örtük olan ilişkileri açığa çıkarmak, bu ilişkilere dayalı mantıksal bütünlüğe ulaşmak;
- (2) Düşünmede, tüm varsayım ve kuralları belirttik hale getirerek, tam bir açıklık ve kesinlik sağlamak.

Bu hedeflere ulaşma, her şeyden önce, somuttan soyuta, sezgisel içerikten mantıksal biçime geçişi gerektirir. Başka bir deyişle, bir teorinin mantıksal yapısının açık ve kesin biçimiyle ortaya çıkması olgusal içeriğinden sıyrılıp, salt nesnel nitelikte birtakım sembollerle dile getirilmesiyle olanak kazanır. Salt biçimsel olarak oluşturulan (veya formelleştirilen) bir sistemde terimler kendiliklerinden anlamı olmayan birer soyut nesne, aksiyom ve teoremler doğruluk değerleri belirsiz birer formülden ibaret-

tir.* İmdi böyle soyut bir sistem, bir yandan her türlü sezgisel anlamın yol açacağı kural dışı akıl-yürütmelerden sakınmayı sağlamakta, öte yandan değişik konu veya alanlarda yorumlanma olanağı taşımaktadır. Genel karakterde olan salt biçimsel bir sistem araçları ve kuralları önceden belirlenmiş bir oyun (örneğin satranç) gibidir. Böyle bir sistemde herhangi bir karışıklık veya anlaşmazlık sadece kurallara uymamaktan doğabilir. Akıl-yürütmelerimiz kural ve tanımlara uygun sembolleştirildiğinde, hata ihtimali azalır; en ufak hataları bile saptama olanak kazanır. Leibniz, «bir düşünme hesabı» tasarlamıştı; salt biçimsel bir sistem, düşünmeye aritmetiksel bir işlemin nesnel ve mekanik kimliğini kazandırmakla, Leibniz'in rüyasını gerçekleştirme yolunu açmış görünüyor geniş ölçüde.

Aksiyometik bir teorinin formelleştirilmesini göstermek için aşağıdaki örneği alalım:**

- Aksiyom 1. A ve B bir düzlemde farklı noktalar ise, bu noktaları içine alan en az bir doğru vardır.
- Aksiyom 2. A ve B bir düzlemde farklı noktalar ise, bu noktaları içine alan birden fazla doğru yoktur.
- Aksiyom 3. Bir düzlemde bulunan iki doğru düzlemin en az bir noktasına ortak sahiptirler.
- Aksiyom 4. Bir düzlemde en az bir doğru vardır.

* Ancak bu formüllerin totolojik nitelikte olması halinde doğruluk değerleri bellidir. Ne var ki, formülleri totolojik nitelikte olan bir sistemin olgusal yorumları da çok kere «trivial» olmaktan ileri geçmemektedir.

** Bu örnek, Cohen ve Nagel, *An Introduction to Logic and Scientific Method*, s. 134'ten alınmıştır.

kel terimlerin anlamları bir rol oynamaz. Başka bir deyişle, aksiyomlarla onlara dayanılarak ispatlanan teoremler arasındaki ilişki formel nitelikte olup, ne aksiyomların ne de onlarda yer alan ilkel terimlerin anlamına bağlıdır. Nokta, doğru, düzlem yerine, aksiyomlarca belirlenen ilişkiler dışında hiç bir anlamı olmayan birtakım işaret veya semboller de kullanılabilir. Üstelik böyle bir soyutlama sistemin mantıksal kesinliğini artırma yönünden gereklidir de.

Soru 85 : Formelleştirme nasıl gerçekleşir?

Yukardaki örneğimizde geçen «nokta», «doğru» ve «düzlem» terimlerinin anlamlarından kurtulmak için bu terimleri soyut sembollerle temsil edebiliriz. Örneğin. «düzlem» yerine S harfini, «nokta» yerine «S'nin elemanı» ibaresini kullanabiliriz. Noktaya S'nin elemanı dediğimize göre S'ye bir noktalar kümesi gözüyle bakıyoruz demektir. Buna göre doğruyu, elemanları nokta olan S kümesinin bir alt-kümesi sayabilir ve «d-kümesi» terimiyle temsil edebiliriz.

Şimdi bu terimleri kullanarak aksiyomlarımızı yeniden dile getirelim *

Aksiyom 1' A ve B eğer S'nin farklı elemanları ise, A ve B'yi içine alan en az bir d-kümesi vardır.

Aksiyom 2'. A ve B eğer S'nin farklı elemanları ise, bu noktaları içine alan birden fazla d-kümesi yoktur.

Aksiyom 3'. S'nin herhangi iki d-kümesi, S'nin en az bir elemanına ortak sahiptirler.

Aksiyom 4'. S'de en az bir d-kümesi vardır.

* Bkz. Cohen ve Nagel, aynı eser, s. 135.

- Aksiyom 5'.** Her d -kümesi S 'nin en az üç elemanını içine almaktadır.
- Aksiyom 6'.** S 'nin tüm elemanları aynı d -kümesine ait değildir.
- Aksiyom 7'.** Hiç bir d -kümesi S 'nin üçten fazla elemanını içine almamaktadır.

Burada dile getirilen ilişkilerin konusu belli değildir. Aksiyomlar «küme», «alt küme» «eleman» gibi birtakım soyut ve genel nitelikte nesnelerden söz etmekte, fakat bunların somut olarak neleri temsil ettiği belirtilmemektedir. Aynı şekilde «elemanı olma», «içine alma» «ait olma» gibi ilişkiler de mantığa ait genel nitelikte kavramlardır. Bu nedenle aksiyomlardan hiç birine önerme gözüyle bakamayız. « S », « S 'nin elemanı» ve « d -kümesi» gibi terimler birer değişken olup, bunları içine alan aksiyomlar birer önerme-fonksiyonu veya önerme kalıbı niteliğindedir. Değişkenlere vereceğimiz anlama göre aksiyomlar değişik konulara ilişkin önermeler niteliği kazanabilir. Örneğin, Soru 84'deki aksiyomlara uzaysal ilişkileri dile getiren önermeler olarak yukardaki önerme kalıplarının özel bir yorumu gözüyle bakabiliriz. Değişkenlere vereceğimiz anlamlara göre bu yorumları istediğimiz sayıda artırabiliriz. Şu kadar ki, seçeceğimiz konu, aksiyomlarda dile getirilen formel ilişkileri sağlamış olsun.

Soru 86 İspatlanan teoremlerin niteliği nedir?

Aksiyomlar, birtakım soyut değişkenlerin arasındaki ilişkileri dile getirmekten öteye geçmeyen önerme-fonksiyonu niteliğinde olduğunda, bunlardan mantıksal olarak çıkarılan (ya da bunlara dayanılarak ispatlanan) teoremler de aynı şekilde birtakım soyut ilişkileri dile getiren önerme fonksiyonları olmaktan ileri geçmez. Aşağıda verilen

altı teorem bu türden önerme-fonksiyonu niteliğinde cümlelerdir : *

- Teorem I.** A ve B eğer S'nin farklı elemanları ise, A ve B'yi içine alan bir ve yalnız bir d-kümesi vardır
(Bu teorem 1' ve 2' nolu Aksiyomlardan çıkmaktadır.)
- Teorem II.** Biribirinden farklı herhangi iki d-kümesi, S'nin bir ve yalnız bir elemanına ortak sahiptirler.
(Bu teorem 2' ve 3' nolu aksiyomlardan çıkmaktadır.)
- Teorem III.** S'nin hepsi aynı d-kümesinde olmayan üç elemanı vardır.
(Bu teorem 4', 5' ve 6' nolu aksiyomlardan çıkmaktadır.)
- Teorem IV.** S'deki her d-kümesi, S'nin sadece üç elemanını içine almaktadır.
(Bu teorem 5' ve 7' nolu aksiyomdan çıkmaktadır.)

İlk dört teorem aksiyomlardan doğrudan çıktığından bunların ispatını ayrıca tartışmaya gerek yoktur. Son iki teoremin ispatı ise bu denli açık ve doğrudan değildir.

Teorem V. İlk altı Aksiyoma tabi herhangi bir S kümesi en az yedi elemanı içine almaktadır.

İspat A, B, C'yi S'nin aynı d-kümesinde olmayan üç elemanı kabul edelim. Teorem III. buna olanak vermektedir. Buna göre, Teorem I gereğince, AB, BC, ve CA'-

* Bkz. Cohen ve Nagel, aynı eser, s. 136.

yı içine alan birbirinden farklı üç d-kümesi olmak gerekir, ve Aksiyom 5' gereğince, d-kümelerinden her birinin bir üçüncü elemanın daha olması ve bu ek elemanların Aksiyom 2' gereğince hem birbirinden hem de A, B ve C'den farklı olması gerekir.

Şimdi bu ek elemanları D, E ve G ile gösterirsek sözü geçen üç farklı d-kümesi ABD, BCE, CAG diye belirlenmiş olur. Aksiyom 1' gereğince, sözü edilen d-kümelerinden ayrı olarak AE ve BG de birer d-kümesi belirler. Bunların da Aksiyom 4' gereğince S'nin bir elemanına ortak sahip olmaları gerekir, ve bu eleman Aksiyom 2' gereğince zaten belirlenmiş olan elemanlardan biri olamaz. Farklı olması gereken bu elemana F dersek, AEF ve BFG'nin de birer d-kümesi olduğu ortaya çıkar.

Böylece herhangi bir S kümesinde A, B, C, D, E, F ve G olmak üzere birbirinden farklı en az yedi elemanın olduğu ispatlanmış oluyor.

Teorem VI. Aksiyomların yedisine de tabi olan S kümesi en çok yedi eleman içine almaktadır.

İspat Bir an için T gibi sekizinci bir elemanın var olduğunu kabul edelim. Bu takdirde, AT ve BFG diye belirlenen d-kümelerinin Aksiyom 3' gereğince bir orta elemanlarının olması gerekir. Fakat bu eleman B olamaz, çünkü AB, elemanları ABD

olan d-kümesini belirlemektedir; yoksa ABTD elemanlarının söz konusu aynı d-kümesine ait olması gerekir ki, bu da Aksiom 7'ne göre olanaksızdır. Bu eleman F de olamaz, çünkü o zaman AFTE elemanlarının AEF diye belirlenen d-kümesine ait olması gerekir. Bu eleman G de olamaz, çünkü o zaman AGTC elemanlarının AGC diye belirlenen d-kümesine ait olması gerekir. Tüm bu sonuçlar Aksiom 7' gereğince olanaksızdır. Demek oluyor ki, ya bu sonuçları, ya da 7' nolu Aksiomu reddedeceğiz. Aksiom 7'ni kabul ederek işe başladığımızdan, bu kabulümüzle çelişen tüm sonuçları reddetmek zorundayız : O halde, S kümesinde sekizinci bir eleman yoktur.

Görüldüğü gibi, minik bir örneğini verdiğimiz formel aksiyometik bir sistemde, tüm çıkarımlar veya ispatlar formel ilişkilere dayanmakta, açıktan veya üstü-örtük herhangi bir gözlem veya deney işe karışmamaktadır. Böyle bir sisteme olgusal dünyada uygun düşen bir şeylerin var olup olmadığı ayrı bir konudur. Aksiyomları, dolayısıyla teoremleri, sağlayan herhangi bir olgusal modelin bulunması mantıkçıya değil, bilim adamına düşen bir iştir. Formel bir sistemin her başarılı yorumu doğruluğu gözlem ve deneye dayanan bir bilimsel teori demektir. Bir teoriden soyutlama yoluyla formel bir sisteme gidebileceğimiz gibi, bir formel sistemden yorumlama yoluyla olgusal içeriği değişik birçok teorilere gidebiliriz. Zaten salt matematiğin bilimler için önemi daha çok işte böyle olgusal yorumlara elverişli formel sistemler ortaya koyma gücünden gelmektedir.

X. BÖLÜM

MANTIK İLE İLGİLİ SORUNLAR *

Soru 87 : Mantıksal geçerlik niçin tartışma konusudur?

Bundan önceki bölümlerde ele alınan temel kavramları açıklarken, elden geldiğince, «yaygın» veya «ortak» diyebileceğimiz bir görüşün çerçevesinde kalmaya çalıştık. Ancak mantığın daha iyi anlaşılması için, bu ortak görüşe yöneltilen bazı eleştirileri de gözden geçirmek yerinde olur.

Eleştiri konusu olan kavramlardan biri mantıksal geçerliğin niteliğidir. Birçok kere belirttiğimiz gibi mantıksal geçerlik, «argüman» dediğimiz akıl-yürütme biçimi ile ilgili bir özelliktir; daha doğrusu argüman veya çıkarımda öncüllerle sonucun belli bir ilişkisine dayanan bir özelliktir. Bir çıkarımda öncülleri doğru saydığımızda, sonucu da doğru sayma zorunlu ise, o çıkarım mantıksal yönden geçerli demektir. Diğer bir deyişle, mantıksal geçerliği olan bir çıkarımda öncüller sonucu zorunlu kılmaktadır.

* Bu bölümün hazırlanmasında Cohen ve Nagel, *An Introduction to Logic and Scientific Method*, chapter IX,'dan geniş ölçüde yararlanılmıştır.

İmdi bu zorunluk nerden ileri gelmektedir? Birtakım önermelerin bir başka önermeyi zorunlu kılması nasıl mümkün olmaktadır?

Bir çıkarımın zorunluluğu genellikle sonucun üstü örtük de olsa öncüllerde var olduğu düşüncesiyle açıklanmıştır. Diğer bir deyişle, sonucun öncüllerin tümü veya bir parçası olmadığı hallerde zorunluk da söz konusu değildir. Ancak bu koşul zorunlu çıkarımı «trivial» kılmamakta mıdır? Sonuç öncüllerin bir tekrarından ibaretse, çıkarımın bir değeri olur mu? Geçerli bir çıkarım bize yeni bir şey öğretmiyorsa, satranç oyunundan bir farkı olduğu söylenebilir mi? Sonucu öncüllerinde var olmayan çıkarım mantıksal geçerlikten yoksun, sonucu öncüllerinde olan çıkarım ise bizi hiç bir yeni şeye götürmüyor demektir. «O halde mantıksal geçerlik neye yarar?» diye sorulabilir.

Bu sorunun cevabı, ona yol açan anlam kargaşalığını gidermekle verilebilir. Daha doğrusu iki terimin, «öncüllerde var olma» ile «yenilik» terimlerinin anlamlarını belirlemekle paradoksal olan güçlüğü giderme olanağını arayabiliriz.

Soru 88 : «Sonuç öncüllerde vardır,» yargısından ne anlamalıyız?

Önce sonucun öncüllerde var olması nasıl yorumlanmalıdır? Güçlüğün bir kaynağı, «içinde olmayı» fiziksel yorumlamada kendini göstermektedir. Mendilimin cebimde, kalemimin kutuda, masamın odamda olması bu anlamda içinde olmanın birer örneğidir. Sonucun öncüllerde var olması bu türden bir içinde olma değildir. Mantıkçı geçerli bir çıkarımda «sonuç öncüllerde var» derken yalnız öncüllerin sonucu içerdiği anlamında konuşmaktadır. Bir-

takım önermenin bir başka önermeyi içermesi «içinde olma» gibi fiziksel bir ilişkiyi değil, mantıksal bir ilişkiyi belirler. Örneğin,

Ne kız, ne erkek kardeşim var.

Ama o çocuğun babası benim babamın oğludur.

O çocuk benim oğlumdur.

çıkarımında öncüller sonucu mantıksal olarak içermekte, fakat fiziksel olarak içine almamaktadır. Sonucu iki öncülün bir parçası değil, iki öncül arasındaki ilişkinin bir ürünü saymak gerekir. Demek oluyor ki, sonucu öncüllerin kısmen veya tamamen bir tekrarı gibi görmek doğru değildir. Nitekim örneğimizde, sonuç bir sürpriz etkisi yaratacak ölçüde öncüllerden bağımsız görünmektedir. Bu bizi ikinci terimin, «sonucun yenilik getirmesi» teriminin yorumuna getirmektedir.

Burada da bir ayırma gidebiliriz : bir sonuç mantıksal değil, fakat psikolojik yönden bir yenilik getirebilir. Birçok hallerde öncülleri tarafından zorunlu kılınan bir sonuç bizim için beklenmedik, hatta şaşırtıcı olabilir. Nitekim Öklid geometrisinin teoremleri, dayandıkları tüm postulatları bilinse bile, pek az kimse için açıktır. Aynı şekilde az-çok karmaşık çıkarımlarda öncüllerin gözden geçirilmesi, sonucun ne olduğunu hemen görmemiz için yeterli olmamaktadır. Zaten başka türlü olsaydı, ne mantıkta ne de matematikte birtakım çıkarım kuralları kullanmaya yani, formel ispatlamaya gerek olmazdı: Örneğin, eğitilmiş matematikçiler dışında hangimiz geometrinin şu önermesiyle,

Paralel iki doğruyu kesen bir doğrunun aynı yanda meydana getirdiği iç açılarının toplamı iki dik açının toplamına eşittir.

5'inci postulat denilen şu önermesinin.

Bir doğru paralel iki doğruyu kestiğinde aynı yanda meydana gelen iç açılarının toplamı iki dik açının toplamından azsa, o yanda iki doğru yeterince uzatıldığında kesişirler.

eş-değer olduğunu hemen görebilir? Oysa Öklid oldukça karmaşık bir ispatla, birinci önermenin ikincisinin zorunlu bir sonucu olduğunu göstermiştir.

Demek oluyor ki, geçerli bir çıkarımda (yani öncüllerin sonucu zorunlu kıldığı bir çıkarımda) sonuç öncüllere bağımlı olduğundan mantıksal bir yenilik söz konusu değildir; ne var ki bu, sonucun dayandığı öncüllerin düpedüz bir tekrarı olduğunu göstermez. Birçok hallerde sonuç hemen hepimiz için, bazen şaşırtıcı olacak derecede, psikolojik diyebileceğimiz bir yenilik taşımaktan geri kalmaz. Bu nedenle geçerli çıkarımları «trivial» saymaya yer yoktur.

Soru 89: Bir önermenin bilinen anlamı ile içeriğı farklı mıdır?

«Bir çıkarım ya geçerli olmayacak, ya da trivial olmaktan kurtulamaz,» diye özetleyebileceğimiz eleştiriye başka bir ayırıma giderek de karşılayabiliriz. Bu da bir önermenin alışlagelmiş anlamı ile içeriğinin bir yerde farklı olabileceğidir. Buna çarpıcı bir örnek vermek için gene Öklid geometrisine dönelim. 5'inci postulat'ın eş-değeri olan şu önermeyi anlamak için matematikçi olmay gerek yoktur herhalde :

Bir doğrunun dışındaki herhangi bir nok-

tadan o doğruya yalnız bir paralel doğru çizilebilir.

Oysa, matematikçiler dışında kaç kişi bu önermeyi doğru saydığına başka bir önermeyi,

Bir üçgenin iç açılarının toplamı iki dik açının toplamına eşittir.

diye dile getirilen ünlü teoremi, de doğru saymak zorunda olduğunu görebilir? Görülüyor ki, bir önermenin ifade edildiği dildeki anlamını anlamakla, o önermenin içeriğini tam bilmek her zaman aynı şey değildir.

İkinci önerme birincisinin içeriğinde olmakla beraber, dilsel ifadesindeki anlamında yoktur. Başka bir deyişle tanımsal anlam yönünden farklı olan bu önermeler içerik yönünden birbirine bağlıdır. Farkı şöyle de belirtebiliriz: önermenin anlamı için ifade edildiği dili bilmek çok kere yeterlidir; oysa içeriğini keşfetmek için dil bilgisinin üstünde, önermenin ilişkin olduğu alanın uzmanlık bilgisine de ihtiyaç vardır. Sonra, dilsel ifadesi değişmeyen bir önermenin içeriği giderek büyüyebilir. İçeriğin zenginleşmesi tanımsal değil, araştırmaya bağlı bir olgudur. Araştırma derinleştikçe aynı postulat'dan daha önce bilinmeyen yeni bazı teoremlerin de çıkarılabileceği olasıdır. Bilim ve matematik tarihinde bunun birçok örnekleri gösterilebilir.

Bir önermenin içeriği ile dilsel anlamı her zaman aynı olsaydı, mantıksal geçerlik ile ilgili eleştiriye hak vermemek elden gelmezdi; çünkü söz konusu eleştiriye yol açan nedenlerden biri, belki de başlıcası, bu iki şeyin karıştırılması olmuştur. Yukardaki ayırımdan görüyoruz ki, geçerli bir çıkarımda sonuç kendisini zorunlu kılan öncüllerden dilsel anlam yönünden farklı olmakla yeni bir şey getirmektedir. O halde geçerli bir çıkarım yalnız öncülle-

rin içeriğinin açığa vurulması olmakla kalmamakta, bizde çok kere beklemediğimiz bir etki de yaratmaktadır.

Soru 90 : Geçerli bir çıkarım döngül müdür?

Formel mantığa öteden beri yöneltilen bir başka eleştiri de geçerli bir çıkarımın döngül olduğu, bu nedenle sonucunu gerçek anlamda ispatlamadığıdır. Bir çıkarımın döngül olması ispatlanacak sonucun var-sayılması, yani öncül olarak kullanılması, demektir. Örneğin,

Özgürlük demokrasinin vazgeçilmez gereğidir; çünkü özgürlük olmaksızın demokrasi olamaz.

argümanı döngüdür, zira, ispatlanmak istenen önerme (sonuç),

Özgürlük demokrasinin vazgeçilmez gereğidir.

ile, kanıtlayıcı önerme (öncül),

Özgürlük olmaksızın demokrasi olamaz.

değişik kelimelerle, aynı iddiayı dile getirmekte, yani eşdeğer niteliktedir. Örnekteki argüman mantıksal olarak geçerlidir, çünkü öncülü doğru saydığımızda sonucu da doğru saymak zorundayız. Ne var ki, kendi kendini kanıtlayan sonucu ispatladığımızı söyleyemeyiz.

Bazı geçerli argümanların döngül olduğu doğrudur. Özellikle demagog politikacıların sık sık bu tür argümanlarla halkın gözüne kül serptikleri bilinmeyen bir şey değildir. Ancak tüm geçerli çıkarımların, özellikle tasım türünden çıkarımların, döngül olduğu söylenebilir mi?

Önce şu soruyu cevaplamak gerekir : Sonucu, içe-

rik yönünden öncüllerini aşmayan bir çıkarım mutlaka döngül müdür? Öyle ise, o zaman tüm geçerli çıkarımlar döngül demektir. Şu klasik örneği alalım:

Tüm insanlar ölümlüdür.
Sokrat bir insandır.

Sokrat ölümlüdür.

Eleştiricilere göre, bu çıkarımda sonuç ispatlanmamaktadır, çünkü Sokrat'ın ölümlü olduğu iddiası kapsamı daha geniş olan tüm insanların ölümlü olduğu iddiasında varsayılmıştır. Her ferdin ayrı ayrı ölümlü olduğunu bilmedikçe tüm insanların ölümlü olduğunu nasıl söyleyebiliriz? Tüm insanların ölümlü olduğunu söyleyebilmemiz için, her fert gibi Sokrat'ın da, ölümlü olduğunu kabul etmemiz gerekir. Bu demektir ki, çıkarımda Sokrat'ın ölümlü olduğunu kanıtlamak üzere verilen öncül («Tüm insanlar ölümlüdür,»)ün doğruluğu, Sokrat'ın ölümlü olmasına bağlıdır. Başka bir deyişle sonucu ispatlayan öncülü doğru saymamız için her şeyden önce sonucu doğru kabul etmemiz gerekiyor. Bu ise çıkarımın döngül olduğunu, sonucun gerçek anlamda ispatlanmadığını gösterir.

İlk bakışta oldukça haklı görünen bu eleştiride gözden kaçan önemli bir nokta var. O da bir önermenin dayandığı kanıtlarla, içerdiği gözlemlerin çok kere çakışmadığıdır. Eleştiride farzedildiği gibi, tüm insanların ölümlü olduğunu kabul etmemiz için ayrı ayrı her ferdin, bu arada Sokrat'ın ölümlü olduğunu bilmemiz gerekir mi gerçekten?

Gerçi, «Tüm insanlar ölümlüdür,» önermesi belli gözlemlere veya kanıtlara dayanan bir genellemedir; ancak genellemenin dayandığı gözlemler, içerdiği gözlemlerin ancak bir alt bölümüdür, tümü değildir. Günlük konuşma-

da olduğu gibi bilimde de birçok genelleme, ilke veya kanun biçimindeki önermeler hipotez niteliğinde olup, kapsamlarına giren tüm fertler veya somut örnekler bilinmeden, hatta incelenmeden, doğru sayılır veya ileri sürülür. Kopernik, tüm gezegenler güneş çevresinde dolanmaktadır, dediğinde sadece beş gezegen bilinmekteydi. Daha sonra bulunan gezegenlerin hareketi iddiayı kanıtlamasına rağmen, Kopernik'in genellemesinin doğru olduğu bugün bile kesinlikle söylenemez; hareketi genellemeye uymayan bir veya daha fazla gezegenin ilerde ortaya çıkarılması daima mümkündür. Fakat bu demek değildir ki, söz konusu genelleme bilimsel güvenilirlikten yoksun sayılmaktadır. Aynı şekilde, Newton teorisi kurulduğunda çift yıldızların kendi ortak çekim merkezleri çevresinde eliptik yörünge çizerek dolandıkları henüz bilinmiyordu. Bunun gibi teorinin içeriğinde sonra ortaya çıkarılan daha başka gözlemler de olabilir. Teorinin doğruluğunu, içerdiği gözlemlerin tümünün yapılmasına bağlamaya ne gerek ne de yer vardır. Newton, teorisini, birçoğu henüz bilinmeyen bu tür gözlemleri betimlediği için değil, bunlardan bilinenleri açıklamak için kurmuştu. Teori içerdiği olguların tümüne dayanılarak kurulmadığına göre, çift yıldızların hareketi gibi yeni olguların teoriden çıkarılması döngöl bir çıkarım olamaz.

Tüm insanların ölümlü olduğu iddiası bir insan olan Sokrat'ın ölümlü olduğunu içermektedir şüphesiz. Fakat genellemenin doğruluğu Sokrat'ın ölümlü olduğu gözlemi ne dayalı olmadığından içermenin döngöl bir çıkarım olduğu gözlenemez. Bir öncülün içeriği dayandığı kanıtları aşılırsa, o öncülden yapılan çıkarım döngöl olamaz. Geçerli bir çıkarımda sonuç öncüllerin içeriğinde olmakla beraber, öncüllerin dayandığı kanıtları pekâlâ aşabilir. Sonucun öncüllerin içeriğinde olması çıkarımın döngöl olduğunu göstermez.

Soru 91 : Mantık'ın temel ilkelerini «düşünce kanunları» sayabilir miyiz?

Mantık'ta «düşünmenin üç kanunu» diye bilinen özdeşlik, çelişmezlik ve üçüncü şıkkın olanaksızlığı ilkelere daha önce değinmiş, ayrıntılı açıklamayı ilerde vereceğimizi belirtmiştik.* Bu ve bunu izleyen iki soruda bu konuyu aydınlatmaya çalışacağız.

Her şeyden önce, «düşünme kanunu» sözünden ne anlamak gerektiğini belirtmeliyiz.

Fizikte hareket kanunları, hareketin nasıl oluştuğunu belirleyen genellemelerdir. Bu anlamda düşünme kanunlarının da düşünmenin oluşum koşullarını belirleyen birtakım genellemeler olduğu akla gelebilir. Oysa söz konusu kanunların böyle bir niteliği yoktur. Düşünme sürecinin oluşum koşulları, daha önce de belirttiğimiz gibi, mantığın değil, olgusal bir bilim olan psikolojinin konusudur. Mantık düşünmenin nasıl oluştuğu, hangi koşullar altında etkinlik kazandığı ile uğraşmaz; olsa olsa bir tür düşünme olan akıl-yürütmenin birtakım geçerlik kurallarına göre denetimini yapar. Diğer bir deyişle, mantık «düşünme kanunları» denen ilkeleri zihinsel olguları açıklayan birer hipotez olarak değil, akıl-yürütmeleri değerlendirmede birer ölçüt olarak kullanır. Ancak bu ölçütlerin, genel ve zorunlu bir niteliği olduğu, toplumsal kuruluş veya davranışları düzenlemek amacıyla millet meclislerince çıkarılan kanunlar gibi yersel, ihtiyaç ve zamana bağlı, kararlar olmadığı da besbelli.

Mantık ilkeleri için «zorunlu» derken düşüncemizin bunların dışına çıkamayacağını, hatta bunlara ters düşemeyeceğini demek istemiyoruz. Tutarlılık bir kafa eğitimi

* Bkz. Soru 57.

sorunudur, düşünmede bir disiplin gerektirir. Bu eğitim ve disiplinin olmadığı veya zayıf kaldığı yerde, tutarsızlık, çelişkiye düşme, kaçınılmaz olmaktadır. Tutarsızlık psikolojik yönden değil, mantık yönünden kaçınılması gereken bir haldir. Tutarsızlığın yaygın olması da göstermektedir ki, «düşünce kanunları» denen ilkelerin aslında düşüncemizle pek fazla bir ilgisi yoktur. Öyle ise, bu ilkelerin gerçek niteliği nedir?

Bu soruyu cevaplamaya geçmeden önce, sözü geçen üç ilkenin iki ayrı formüle ediliş biçimine bakalım :

I	{	Özdeşlik : Bir şey A ise, o şey A'dır.
		Çelişmezlik : Hiç bir şey hem A, hem de A değil olamaz.
		Üçüncü şıkkın Herhangi bir şey ya A, ya da olanaksızlığı: A değildir.

II	{	Özdeşlik Bir önerme doğruysa, doğrudur ($P \rightarrow P$).
		Çelişmezlik : Hiç bir önerme hem doğru, hem de yanlış olamaz $\sim (P \wedge \sim P)$.
		Üçüncü şıkkın Bir önerme ya yanlış ya da olanaksızlığı doğrudur ($P \vee \sim P$).

Hemen farkedileceği üzere, bu iki deyiş biçimi iki yorumu açığa vurmaktadır. Geleneksel olan ilk yorum, mantık ilkelerini varlığa ilişkin genellemeler saymakta; ikinci yorum aynı ilkeleri önermelerle dile gelen yargılarımızın doğruluk değerlerinin en genel koşulları olarak nitelemektedir. Fakat bu yorumlardan ne biri ne de ötekisi dü-

şünceden söz etmemektedir. Gerçekten de mantık ilkele-
rini «düşünce kanunları» diye belirlemek geleneksel bir
yanlış kullanımdan başka bir şey değildir.

Soru 92 : Mantık ilkelerini nasıl nitelemeliyiz?

Ne doğa kanunlarını, ne de toplumsal kanunları an-
dıran mantık ilkelerinin kendilerine özgü niteliği nedir, o
halde? Bunları geleneksel mantıkçıların sandığı gibi var-
lığın en genel özelliklerini dile getiren evrensel ilkeler sa-
yabilir miyiz? Yoksa, günümüzde pek çok mantıkçıların
kabul ettiği gibi, önerme veya yargılarımız arasındaki iliş-
kileri biçimleyen soyut ve genel ilkeler olarak mı görece-
ğiz? Öte yandan, bu ilkeleri her türlü akıl-yürütmenin ge-
rekli, hatta yeterli koşulu saymaya olanak var mıdır?

Aristo ve onu izleyenler mantık ilkelerinin doğanın
en genel niteliklerini yansıttığı kanısında olmuşlardır. Bu
yorumda mantık, tüm düşünce etkinliklerinin temelinde
yer alır. Diğer bilimler doğanın tümüne özgü niteliklerini
değil, değişik görünüşlerini inceler. Mantık hepsini kap-
sayan ve hepsi için ortak olan temel ve değişmez nite-
liklerle ilgilenir. Aristo'nun deyişi ile mantık «varlığı, var-
lık olarak inceler.» Varlığın temel ilkeleri olarak mantık
kanunları evrensel olup, tüm olup bitenlere uygulanır.
Doğayı inkâr etmeksizin bunları inkâr etmeğe olanak
yoktur. Aristo'dan beri sürüp gelen bu görüş meta-fizik-
seldir; günümüzde artık pek az kimse tarafından savunul-
maktadır.

Mantığı «düşüncenin bilimi» saymak gibi «varlığın
bilimi» de saymak güçtür. Biri mantığı psikoloji ile karış-
tırmağa, ötekisi mantığı metafizikle bir tutmağa bizi gö-
türür. Oysa mantığın konusu ne düşünce ne de varlıktır.

Mantık düpedüz önerme veya önerme kalıpları arasında-ki formel ilişkilerle uğraşır; bunlardan hangilerinin geçerli, hangilerinin geçersiz çıkarımlara yol açtığını belirlemeye çalışır.

Mantık ilkelerinin genel ve zorunlu olması, bu ilkelere varlığın genel niteliklerini dile getiren birer kanun olmasını gerektirmez. İlkelerin genel sayılması, her türlü ispat için gerekli olmalarından; zorunlu sayılması inkârlarının söz ve düşüncelerimizi bir saçma yığını yapmasından ileri gelmektedir. Mantık ilkelerini varsaymaksızın ne matematik, ne bilim, hatta ne de günlük düşünce var olabilir.

Ne var ki, mantık ilkelerinin, bu arada «düşünce kanunu» denen üç temel ilkenin, bu gerekliliği ispatlanamaz; çünkü her ispat gibi bu ispat da söz konusu ilkeleri varsaymakla ancak başlayabilir. Şu kadar ki, onlardan bağımsız ne bir ispata, ne de hatta tutarlı bir düşünceye olanak olmadığını göstermek bu gerekliliği kabul etmemiz için yeter, artar bile.

Soru 93 : Mantık ilkelerinin doğruluğu söz götürmez mi?

Bazı mantıkçılar üç temel ilkeyi gerekli saymakla yetinmemişler, onları aynı zamanda tüm ispatlar için yeterli saymışlardır. Hemen belirtmeli ki, üç temel ilke mantık ilkelerinin ne tümünü tüketmekte, ne de tümünü içermektedir. Bazı ilkeier, biribirinden olduğu gibi, üç temel ilkeden de bağımsızdır. Kaldı ki, üç temel ilkenin diğer ilkeleri içerdiği gösterilse bile, bunların diğer ilkelere daha kesin veya daha önemli olduğu gösterilmiş olmaz. Daha önce de belirttiğimiz gibi formel düzeyde aksiyomların teoremler-

den daha üstün tutulması çok kere psikolojik bir yanılgıdır; mantık yönünden geçerli bir nedene dayandığı kolayca söylenemez.

Üç temel ilkenin yeterliliği şöyle dursun, doğru olmadıkları bile öne sürülmüştür. Örneğin, özdeşlik ilkesi, «bir önerme doğru ise, doğrudur,» diyor; ne var ki, bir eleştiriye göre, aynı önerme bazen doğru bazen yanlış olabilir. Nitekim, «hava bulutludur,» önermesi bugün doğru, yarın yanlış olabilir.

Bu eleştiri bir noktayı gözden kaçırmakta, o da, bu tür önermelerin **tam** olmadığıdır. Hatta denebilir ki, «hava bulutludur,» gibi bir ifade, bir önerme olmaktan çok bir önerme kalıbıdır. İfadenin tam bir önerme niteliği kazanması için kesin bir yer ve zamanın belirlenmesi gerekir. Nitekim, «Ankara'da 30 Eylül günü saat 11.30'da hava bulutludur.» cümlesi, belli bir doğruluk değeri olan bir önermedir; bugün doğru, yarın yanlış olamaz.

Aynı şekilde, çelişmezlik ilkesi de inkâr edilmiştir. Örneğin, çelişik olan şu iki önermenin

Bu çocuk ağlıyor.

Bu çocuk ağlamıyor.

ikisi de doğru olabilir, deniyor. İlk bakışta haklı gibi görünen bu eleştirinin de gözden kaçırdığı bir nokta var: zamanın belirlenmemesi. Bir çocuk şimdi ağlıyor, biraz sonra ağlamıyor olabilir. Fakat bir çocuğun belli bir anda hem ağlaması, hem ağlamaması olanaksızdır.

«Yalan söylüyorum» gibi doğru saydığımızda yanlış, yanlış saydığımızda doğru olan paradoksal önermeler gösterilerek de çelişmezlik ilkesine karşı çıkmıştır. Gerçekten bir kimse çıkıp

Şimdi yalan söylüyorum.

Çerşee, bu iddiası doğru mudur, yoksa yanlış mıdır? Doğru sayarsak adamın yalan söylediğini, yanlış sayarsak adamın doğru söylediğini kabul etmek zorundayız.

Bu tür paradoksların nasıl çözümlendiğini bundan önce V. bölümde göstermeğe çalışmıştık.* Fakat sağduyu bile çelişikliğin görünüşte kaldığını, gerçek olmadığını göstermeğe yeter. «Şimdi yalan söylüyorum,» deyip başka bir şey söylemeyen kimse, aslında herhangi bir iddia ortaya atmış değildir. Bu nedenle söylediğinin doğru mu, yanlış mı olduğu söz konusu bile edilemez. «Şimdi yalan söylüyorum,» ifadesi kendi kendine değil, başka bir önermeye yollama yapsaydı önerme niteliği kazanırdı. Tek başına sadece bir cümle oluşturan birtakım kelimeden ibarettir.

Üçüncü şıkkın olanaksızlığı ilkesi de eleştiriye uğramıştır. Örneğin, «Depodaki su sıcaktır veya depodaki su soğuktur,» seçenekli bileşiğinde yer alan iki önermeden birinin mutlaka doğru olması gerekmez; ikisi de yanlış olabilir. Gerçekten, depodaki su ne sıcak ne soğuk, fakat ılık olabilir. Ancak burada gözden kaçırılan nokta «sıcak» ve «soğuk» yüklemelerinin bütünleyici değil, **karşıt** terimler olmasıdır. Eleştiri, karşıt olan bu nedenle üçüncü bir şıkka olanak veren terimleri, bütünleyici, yani evreni iki şıkla tüketen, üçüncü şıkka olanak tanımayan, terimler sayma hatasından doğmaktadır.

Bu ilkenin geçerliğini gölgeleyen bir örneğe de modern fizikte rastlamaktayız. Bilindiği gibi Heisenberg'in «Belirsizlik İlkesi»ne göre bir parçacığın (örneğin bir elektronun) konum ve hızını birlikte saptamaya olanak yoktur. Herhangi bir anda bir elektronun konum ve hızının şu ve şu olduğunu **veya** olmadığını söyleyemeyiz. Bu

* Bkz. Soru 48.

durum, Hans Reichenbach gibi bazı filozofları, Üçüncü Şıkkın Olanaksızlı ilkesinin terkedilmesi gerektiği düşüncesine götürmüştür.

Görülüyor ki, üç temel ilkeye yöneltilen itirazlara genellikle gerekli ayırımların ya gözden kaçırılması, ya da yeteri kesinlikle yapılmaması yol açmaktadır.

Mantık ilkelerinin doğruluğunun ne tür bir doğruluk olduğunu bundan sonraki bölümde ele alacağız.

XI. BOLÜM

MANTIKSAL DOĞRULUK ve MATEMATİK

Soru 94: Mantıkta doğruluk kavramının yeri nedir?

Mantiğin, önermelerin doğruluğu ile değil, önermeler arasındaki biçimsel ilişkilerle uğraştığını kitabımızın başından beri belirtmeğe çalıştık. Bu görüşü şimdi de bırakmış değiliz. Ne var ki, bundan doğruluk kavramının mantık dışına düştüğü anlamı da çıkarılmamalıdır. Mantık da, tüm diğer bilimsel çalışmalar gibi, kökeninde -doğruya erişme amacına yönelik bir çalışmadır. Nitekim bu kitapta konusu ve işleyişi kalın çizgilerle belirtilen mantık «doğru» ve «yanlış» kavramlarına dayanan iki değerli bir düşünce sistemidir. Üç değerli (doğru, yanlış, belirsiz), hatta çok değerli (0'dan 1'e kadar uzanan olasılık dereceleri) mantıklardan da söz edilmektedir. Gerçekten ne yandan bakılırsa bakılsın, mantığın özünde doğruluk kavramını bulmamaya olanak yoktur. Eski Yunan filozofları mantığa bilgi ve doğruluğun teorisi gözüyle bakıyorlardı. Aristo mantığı aslında bir doğruluk mantığıdır. Bugün bile mantığın bu temel niteliği kaybolmuş değildir. Geleneksel mantıkta olduğu gibi, modern sembolik mantıkta

da önerme, geçerlik gibi temel kavramlar doğruluk kavramına başvurularak tanımlanmaktadır.

Mantıkla ilgili hangi kitabı açarsak açalım, önermenin doğru ya da yanlış bir iddia, bir yargı; geçerliğin ise doğruluğu koruyucu bir ilişki (doğru öncüllerden kalktığımızda bizi doğru sonuca götüren ilişki) diye tanımlandığını görürüz. Her iki halde de, «doğru» ilkel (tanımlayıcı) bir terim olarak geçer.

Dahası var: Modern mantığın çok önemli bir bölümünü oluşturan önermeler mantığı, çok kere, «Doğruluk Fonksiyonu Mantığı» başlığı altında sunulur. Mantıksal bağlaçları (önerme eklemlerini) tanımlamada, eş-değerlik ve geçerlik denetiminde etkin bir araç olan doğruluk çizelgesi de bu işlevlerini «doğru» ve «yanlış» kavramlarından yararlanarak yerine getirir. Görülüyor ki, doğruluk kavramını dışında tutan bir mantıktan söz etmek güçtür.

Soru 95: Mantığa doğruyu arayan bir bilim gözüyle bakılabilir mi?

Çağdaş mantıkçılar arasında mantığı içerme ilişkisine değil, doğruluk değerine oturtmak isteyenler çıkmıştır. Bunların başında tanınmış mantıkçı W. V. O. Quine'i görmekteyiz. Quine, mantığı, «çıkarım biçimleri bilimi,» ya da «zorunlu çıkarım bilimi» diye tanımlamayı yetersiz görmektedir. Ona göre,

Her bilim gibi mantığın da konusu doğruyu aramaktır; doğruyu aramak ise doğru önermeleri yanlış olanlardan ayırdetmek demektir.*

* W. V. O. Quine, *Methods of Logic*, s. 1.

Ancak hemen belirtmeli ki, «doğruluk» ya da «doğru önerme» derken Quine, doğruluğu düpedüz olgusal olan önermelerden çok, doğruluğu mantıksal olan önermelerden söz etmektedir. Öyle de olsa, Quine'in mantıksal doğruluk kavramını, genel doğruluk kavramının bir parçası saydığı söylenebilir. Nitekim Quine için iki doğruluk kavramı arasındaki fark nitelik yönünden değil, nicelik yönündendir. Doğruluğu mantıksal olan bir önermeyi, olgusal olan bir önerme gibi, yanlışlama olanağı yok değildir. Şu kadar ki, bu son derece güçtür; çok kere tüm düşünce sistemimizin alt-üst olmasına yol açacak bir zorlamayı gerektirir.

Bu görüşü tümüyle benimsemek güçtür, şüphesiz. Fakat «mantıksal doğruluk» ya da «mantıksal doğrular» denilen kavramın geleneksel yorumlarında da birtakım güçlükler olduğu gözden uzak tutulamaz.

Soru 96: Mantıksal doğruluk'tan ne anlamalıyız?

Doğruluk önermelerin bir özelliğidir. Bazı önermeler ifade ettikleri olguların var olup olmamasına göre doğru da olabilirler, yanlış da. Olgusal dediğimiz bilimlerin hemen tümü bu tür olguya bağlı önermelerden kurulmuştur. Öte yandan, doğruluk değeri olguya bağlı olmayan analitik veya totolojik türden önermeler de vardır. Bunlara doğruluk **apriori** bilinen önermeler diyoruz: Örneğin,

Tüm hayvanlar hayvandır.

Bir şey kırmızı ise, o şey renklidir.

$2 + 3 = 5$.

gibi önermelerin doğru olup olmadıklarını saptamak için

ne gözleme ne de deneye başvurmaya ihtiyaç vardır. Onları dile getiren cümleleri anlamak yeter, çok kere. Mantık ve matematiği oluşturan bu tür önermelere «mantıksal doğrular» diyoruz.

Mantıksal doğrular, özellikle mantığın temel ilkeleri, öteden beri bize **apaçık** gelen, ya da inkârı bizi çelişkiye düşüren doğrular olarak nitelendirilmiştir. Ancak hemen belirtmeli ki, apaçıklık nesnel bir ölçüt niteliği taşımaktan uzaktır. Birine apaçık olan, bir başkasına şüpheli, hatta yanlış gelebilir. Apaçıklık kişilere, kültürel ve entellektüel koşullara bağlı bir özelliktir. «Bütün herhangi bir parçasından daha büyüktür,» önermesi uzun süre doğruluğu apaçık, hatta kafa yapımızın bir gereği sayılmışken, matematikteki yeni buluşlar karşısında, hiç değilse bazı uygulamalarında, yanlış olduğu görülmüştür.

Aynı şekilde, bunları çelişkiyi göze almaksızın inkârı olanaksız önermeler olarak nitelemek de yeteri açıklığı vermekten uzaktır. Kaldı ki, bundan önceki soruda da değindiğimiz gibi, bunların inkârını olanaksız saymayan çağdaş mantıkçılar da vardır. Öyle ise, mantıksal doğruları doğru yapan şey nedir? Başka bir deyişle, mantıksal doğruları olgusal doğrulardan ayıran temel özellik nedir?

Soru 97: Mantıksal doğruluğun ayırıcı özelliği nedir?

«Tüm hayvanlar hayvandır,» önermesini ele alalım. Bu önerme kuruluşu gereği hayvanlardan değil, insanlardan, yıldızlardan, cin veya perilerden de söz etse daima doğru kalır. Yedi başlı dev olmadığı halde, «Tüm yedi başlı devler devdir,» önermesi doğrudur.

Örneğimizdeki önermede «Tüm» ve «dır» sözcükleri mantıksal, «hayvan» sözcüğü ise betimleyici terimlerdir.

Önerme yapısal biçimini mantıksal terimlerden almaktadır; doğruluğu bu biçime bağlı olduğu için betimleyici terim ne olursa olsun doğruluk değeri değişmez. İşte betimleyici terimleri değiştiği halde doğruluk değeri değişmeyen örneğimizdeki türden önermelere mantıksal doğrular diyoruz. Oysa doğruluğu olguya bağlı önermelerde betimleyici terim önemlidir. Örneğin, «Bal tatlıdır,» önermesinde hem «bal,» hem de «tatlı» sözcükleri betimleyici terimlerdir. Bunların birini veya her ikisini başka betimleyici terimlerle değiştirdiğimizde, önermenin doğruluk değeri de değişebilir. Nitekim,

Bal acıdır.

Zehir tatlıdır.

Buz yakıcıdır.

gibi önermeler yapısal biçim yönünden örneğimizden farklı olmadığı halde, doğruluk değeri yönünden farklıdır. Çünkü doğruluğu olguya bağlı bu tür önermelerde yapısal biçimi belirleyen mantıksal terimler değil, içeriği oluşturan betimleyici terimler **asal** niteliktedir.

Mantıksal doğruları belirlememize nesnel bir ölçüt sağlayan bu ayırım ile ilgili bir iki noktanın açıklık kazanmasına ihtiyaç vardır. Her şeyden önce mantıksal terimlerle, betimleyici terimleri her zaman tam bir kesinlikle ayırabileceğimiz şüphelidir. Kabaca, «tüm,» «bazı,» «değil,» «veya,» «ise» gibi sözcükler mantıksal terimleri, «maşa,» «insan,» «renk,» «tatlı,» «üstünde,» «ortak» gibi nesne, özellik ve ilişki adları betimleyici terimleri oluşturmaktadır.

İkinci bir nokta mantıksal sözcüğe yer vermeyen bir önerme olmadığı halde, betimleyici terime yer vermeyen doğruluk değeri mantıksal olan bazı önermeler vardır. Örneğin,

Her şey kendisiyle özdeştir.

Kendisiyle özdeş olmayan bir şey vardır.

gibi önermelerde betimleyici terim geçmemektedir.

Son bir nokta da, mantıksal doğruları bu tür bir belirleme bizi herhangi bir metafizik öğreti veya görüşü varsaymaya zorlamamaktadır. Bu doğruları evrenin en genel niteliklerini dile getiren önermeler sayabileceğimiz gibi, «düşünce kanunları» veya düpedüz tanımsal ifadeler olarak da yorumlayabiliriz. Ancak, mantıksal doğruluğu önermelerin yapısal biçimine, bunu da mantık terimlerinin önerme içinde asal olmalarına bağlı tutmamıza bakarak, mantıksal doğruluğun temelde sözselsel olduğu sonucuna gidilebilir. Bu gidişe hak verebilir miyiz?

Soru 98: Mantıksal doğrular dilsel midir?

Çağdaş mantıkçı-filozofların birçoğu için mantıksal doğruluğun kökeni dilseldir. Bunlara göre, «Tüm hayvanlar hayvandır,» türünden bir önerme analitik niteliktedir ve doğruluğu önermede yer alan sözcüklerin anlamları ile belirlenir. Önermelerin birçoğu, olgusal ve dilsel olmak üzere iki ögeden kurulur. Örneğin, «Evren sonlu fakat sınırsızdır,» önermesinin doğru olup olmadığı bir yandan «evren,» «sonlu» ve «sınırsız» sözcüklerinin hangi anlamlarda kullanıldığına, öte yandan evrenin gerçekten sözü geçen bu özellikleri taşıyıp taşımadığına bağlıdır. Oysa, «Evren ya sonludur, ya da sonlu değildir,» önermesinin doğruluğu düpedüz dilsel öğeye, yani önermede geçen «veya,» «değil,» «...dır» gibi sözcüklerin anlamlarına dayanır. Bu sözcüklere vereceğimiz anlamlara göre önerme doğru olabileceği gibi yanlış da olabilir. Önermenin ne doğruluğu, ne de yanlışsa yanlışlığı evrenin şu ya da bu özelliği taşıyıp taşıması ile ilgili değildir. Evren ister

sonlu, ister sonsuz olsun sözü geçen mantıksal sözcüklere mantıkçıların öteden beri verdikleri anlamlar önermeyi doğru yapmaktan geri kalmayacaktır. Mantıksal doğruluk-taki kesinlik de buradan, yalnızca dilsel olmadan, gelmektedir.

Mantıksal doğruluğu dilsel sayanlar bu görüşlerini çok kere mantıksal, dolayısıyla matematiksel, olan doğruları «tanım gereği doğrular» diye niteleyerek belirtirler.

Soru 99: Matematiksel doğruluğu nasıl niteleyebiliriz?

Matematiğin temelde mantıktan ibaret olduğu tezini savunanlar, mantıksal doğrular gibi matematiksel doğruların da dilsel olduğu görüşündedirler. Örneğin Russell matematiksel kesinliği soyut mantıksal kesinlik olarak niteledikten sonra, şöyle demektedir:

Matematiğin üstün kesinliği bir derece sorudur sadece, ve var olduğu kadarıyla matematiksel bilginin tümüyle sözsel olmasından ileri gelir.*

Aynı görüşü paylaşan tanınmış matematikçi Kemeny için de tüm matematiksel doğrular analitik türden önermelerdir. Örneğin,

$$365 - 1 = 364$$

önermesinin doğru olduğunu biliyoruz. Bu bilgimiz neye dayanmaktadır? Bilgimizin nesneleri saymamıza dayandığını söylersek, matematiği olgusal bir bilim gibi düşünüyoruz demektir. Bu takdirde Russell'in sözünü ettiği, «matematiğin üstün kesinliği,» ortadan kaybolur. Oysa, nes-

* B. Russell, *The Art of Philosophising*, s. 110.

neler üzerindeki sayma aynı sonucu versin veya vermesin, «365 — 1 = 364» önermesi, (önermede yer alan «365» «—1» «=» ve «364» gibi sözcüklerin alışlagelmiş anlamları değişmedikçe) daima doğrudur. Kemeny'ye göre hem «365 — 1» diyelim, hem de bunun «364» olmadığını söyleyelim, bu olanaksızdır.*

Analitik önermeleri, «olası tüm dünyalarda doğruluğunu sürdüren önermeler» diye niteleyen Leibniz de, matematiksel doğruları tanım gereği doğrular diye yorumlamıştır. Leibniz «1»'i ilkel terim kabul ederek diğer sayılara tanımlama ile gidilebileceğini,

«2»'yi «1 + 1», diye tanımlayarak

«3»'ü «2 + 1» » »

«4»'ü «3 + 1» » »

«5»'i «4 + 1» » »

gösterir ve tüm matematiksel doğruların bu tanımlara dayandığını iddia eder. Örneğin «3 + 2 = 5» önermesini verdiği tanımlara dayanarak şöyle ispatlar:

(1) 5 = 4 + 1 (5'in tanımı gereği)

(2) 5 = (3 + 1) + 1 (4'ün tanımı gereği)

(3) 5 = 3 + (1 + 1) (toplamanın birleşme ilkesi gereği)**

(4) 5 = 3 + 2 (2'nin tanımı gereği)

Ancak mantıksal doğruluğu tümüyle dilsel saymaya her zaman olanak var mıdır? «En az bir şey kendisiyle özdeşdir,» gibi varlıksal olan bir mantıksal doğruyu analitik sayabilir miyiz? Matematikte de bu tür varlıksal doğru önermeler eksik olmadığına göre, matematiği, Kemeny'nin anladığı şekilde, içerikten yoksun, mantık gibi

* John Kemeny, A Philosopher Looks at Science, s. 21 - 22.

** Leibniz birleşme ilkesinden söz etmemiştir. Ancak verdiği ispat bu ilkeyi üstü-örtük varsaydığını göstermektedir.

yalnızca soyut çıkarım biçimleri ile uğraşan, bir çalışma* saymak doğru mudur?

Bu sorular bizi mantıkla matematiğin ilişkisine getirmektedir.

Soru 100: Mantıkla matematik özdeş midir?

Herkes bilir ki, mantık gibi matematiği de fizik, biyoloji, psikoloji gibi olgusal bilimlerden ayıran başlıca özellik matematiğin kesinliğidir. «İki kere iki dört eder,» bu kesinliği vurgulamak için hepimizin başvurduğu bir ifadedir. Biri çıkıp, «iki kere iki dört değil, beş eder,» diyecek olsa, adamın ya şaka yaptığına, ya da düpedüz saçmaladığına hükmederiz. Matematiksel kesinliğe olan bu güven nerden gelmektedir? Ondan da önce, matematiksel kesinliğin niteliği nedir?

«İki kere iki dört eder,» gibi bir önermenin kesinliğini iki şekilde düşünebiliriz: bu önerme ya analitik niteliktedir; doğruluğu biçimsel olup içinde geçen mantıksal sözcüklerin anlamına bağlıdır; ya da doğru kabul edilen bir veya daha fazla önermenin mantıksal sonucudur; doğruluğu, deyim yerinde ise, çıkarımsaldır. Her iki halde de mutlak bir doğruluktan söz edilemez. Analitik doğruluk, mantıksal terimleri tanımlama biçimimize, çıkarımsal doğruluk dayanılan öncüllerin doğruluğuna bağlıdır. Sonucun kesinliği öncüllerin kesinliği kadardır. «Matematik, kum üzerine kurulmuş yüce bir yapıdır,» sözü, matematik kesinliğin bu bağl niteliğini belirtmek için söylenmiştir.

Matematiksel kesinliği, matematiğin biçimsel ve tanıma dayalı bir çalışma olmasıyla açıklayanlar için tüm matematiksel önermeler analitiktir. «İki kere iki dört eder,» aslında «A, A'dır,» demekten öte bize bir şey söyleme-

* John Kemeny, aynı kitap, s. 21.

mektedir. «İki kere iki» ile «dört» terimleri eş-değer, ya da eş-anlamalı deyimlerdir. Leibniz'den beri giderek önem kazanan bu görüşe göre matematik temelde mantıkla özdeşdir; ikisinde de kesinlik tümüyle tanımsaldır. Mantık gibi matematiği de dar anlamda bilim sayamayız; daha doğrusu olgusal içeriği olan bilim sayamayız. Ne birinin ne de ötekisinin bu dünyanın olgularına ilişkin bir konusu yoktur. Her ikisi de birtakım soyut kavramlarla veya kavramsal nesnelerle uğraşır. Bilimle ilişkileri biçimle-özün ilişkisinden ileri geçmez. İkisi de, verilen önermeleri başka önermelere dönüştürmeğe, ya da, verilen önermelerden mantıksal sonuçlar türetmeğe yarayan dedüktif metoda dayanmakta, dönüştürme ve çıkarımların geçerlik denetimini sağlayıcı kurallara başvurmaktadır.

İki disiplin arasındaki bu ortak özelliklerden hareket ederek matematiği mantığa indirgeme yolunda girilen çabalara daha önce değinmiştik.* XIX. yüzyılın ikinci yarısında Dedekind, Frege, Peano gibi matematikçileri uğraştıran bu indirgeme girişimi Russell'ın elinde büyük ölçüde gerçekleşir. Sonuca şu iki aşamalı yol izlenerek gidilmiştir: önce matematik aritmetiğe indirgenmiştir; sonra Peano postulatları aracılığı ile aritmetik mantığa indirgenmiştir. Ne var ki, bu geçişlerde Russell'ın, mantıksal nitelikte olduğu söz götüren bazı ilkelere, örneğin sonsuzluk aksiyomu ile seçiş aksiyomuna,** dayanmış olması

* Bkz. Soru 45 ve 49.

** Sonsuzluk aksiyomu: En az bir sonsuz küme vardır; doğal sayılar kümesi.

Seçiş aksiyomu: S boş olmayan bir kümeler kümesi ise, ve S kümesinin ortak bir elemanı olan biribirinden farklı iki elemanı yoksa, S kümesindeki her kümeden bir ve yalnız bir elemandan oluşan S' gibi bir küme vardır.

programın tam gerçekleştiği konusunda ciddi kuşkulara yol açmıştır.

Russel'in mantıkçılık tezi (logistic thesis) tümüyle haklı olmasa bile, matematiksel kesinliğe açıklık getirmesi yönünden önemlidir. Gerçekten, «iki kere iki dört eder,» gibi matematiksel bir doğrunun, gözlemlerimiz ne olursa olsun, daima doğru kalması başka nasıl açıklanabilir? Kant bu tür önermeleri «sentetik **a priori**» diye niteleyerek işin içinden çıkmak istemiştir. Fakat bir önerme hem sentetik olsun, hem de doğruluğu **a priori** bilinsin, buna olanak var mıdır?

Matematiğin niteliği, geçmişte olduğu gibi bugün de, tartışma konusudur. Ancak ne matematiği doğruluğu sezgisel veya akıl yönünden apaçık birtakım değişmez ilkelere dayalı bir bilim sayan geleneksel görüşü, ne de matematiksel önermeleri sentetik **a priori** sayan Kant'ın çözümünü geçerli sayamayız. Matematik bir yandan Russell'ın belirttiği gibi,

P doğru ise, Q da doğrudur.

biçimini alan önermelerden oluşmakta, öte yandan bu önermelerin tümü olmasa bile büyük bir bölümü, doğruluğu **a priori** bilinen analitik veya totolojik niteliktedir. Mantık gibi Matematiğin kesinliği de olgusal içerikten yoksun biçimsel bir çalışma olmasıyla açıklanabilir. Einstein bu görüşü şöyle dile getirmiştir:

Matematiksel ilkeler gerçek dünyaya ilişkin oldukları kadar, kesinlikten uzak; kesin oldukları kadar, gerçek dünyaya ilişkin değildirler.*

* A. Einstein, «Geometry and Experience,» *Sidelights of Relativity*, E. P. Dutton and Co., Inc., New York, 1923, s. 27-45.

BIBLIYOGRAFYA

- Barker, Stephen F., *The Elements of Logic*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1965.
- Black, Max, *Critical Thinking*, Prentice-hall, Inc., New York, 1952.
- Blanché, Robert, *Axiometrics*, The Free Press of Glencoe, New York, 1962.
- Cohen, M. R., and Nagel, E., *An Introduction to Logic and Scientific Method*, Harcourt, Brace and Co., New York, 1934.
- Copi, I. M., *Introduction to Logic*, The Macmillan Co., New York, 1968.
- Copi, I. M., *Symbolic Logic*, The Macmillan Co., New York, 1967.
- DeLong, H., *A Profile of Mathematical Logic*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1970.
- Langer, Susanne K., *An Introduction to Symbolic Logic*, Sec. Ed., Dover Publications, Inc., New York, 1953.
- Lemmon, E. J., *Beginning Logic*, Thomas Nelson, London, 1965.
- Quine W. V. O., *Methods of Logic*, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1972.
- Reichenbach, Hans., *Elements of Symbolic Logic*, The Free Press, New York, 1947.
- Russell, B., *Introduction to Mathematical Philosophy*, Allen and Unwin, Ltd., London, 1919.
- Stebbing, L. Susan, *A Modern Introduction to Logic*, Methuen and Co., Ltd., London, 1930.
- Suppes, Patrick, *Introduction to Logic*, Van Nostrand, Princeton, 1957.
- Tarski, Alfred., *Introduction to Logic, and to the Methodology of Deductive Sciences*, Oxford University Press, New York, 1965.
- Wolf, A., *Textbook of Logic*, Collier Books, New York, 1938.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

Önsöz

5

I. BÖLÜM

MANTIĞIN KONU ve METODU

Soru 1 :	Mantık nedir?	7
Soru 2	«Akıl-yürütme»'den ne anlıyoruz?	9
Soru 3	Günlük dildeki argümanları nasıl belirginleştirebiliriz?	12
Soru 4	Mantıksal geçerlik ne demektir?	16
Soru 5	Tüm dedüktif argümanlar geçerli midir?	20
Soru 6	Tüm geçerli argümanlar dedüktif midir?	21
Soru 7	Endüktif akıl-yürütmenin özelliği nedir?	23
Soru 8	Analojiye dayanan akıl-yürütmenin özelliği nedir	25
Soru 9	Mantık öğreniminden ne bekleyebiliriz	27
Soru 10	Bir disipin olarak mantığı nasıl sınıflayabiliriz?	29

II. BÖLÜM

ÖNERMELEER

Soru 11	Kanıtlarımızın geçerliği neye bağlıdır?	33
Soru 12	Önerme nedir?	34
Soru 13	Anlam ve doğruluk değeri arasında fark nedir?	37
Soru 14	Önermelerin doğruluk değeri neye bağlıdır?	38
Soru 15	Biçimsel yapı yönünden önermeleri nasıl ayırabiliriz?	41
Soru 16 :	Özne-yüklem bağıntısı kaç türlü yorumlanabilir?	43

Soru 17	Dört standart-form kategorik önermeye nasıl ulaşılmaktadır?	45
Soru 18	: Terimlerin dağılımı ne demektir?	47
Soru 19	Venn Diyagramını nasıl yorumlamalıyız?	50

III. BÖLÜM

DEDÜKTİF MANTIK : KATEGORİK ÖNERMELERE DAYALI ÇIKARIMLAR

Soru 20	Önermeler arasındaki ilişkileri nasıl niteleyebiliriz?	54
Soru 21	Karşıtlık bağıntılarına dayalı çıkarımlar nelerdir?	56
Soru 22	Kategorik tümel önermeleri niçin her zaman varlıksal yorumlayamayız?	59
Soru 23	Eş-değerlik ilişkisine dayanan çıkarımlar nelerdir?	62
Soru 24	«Evirme» ve «devirme» işlemlerinin geçerlik koşulları nelerdir?	64
Soru 25	Kategorik tasımı nasıl tanımlayabiliriz?	67
Soru 26	Kategorik tasım biçimlerini nasıl belirleyebiliriz?	70
Soru 27	Kategorik tasımların geçerliğini Venn Diyagramları ile nasıl test edebiliriz?	73
Soru 28	Sınıf ilişkilerini belirlemede Venn Diyagramlarının sağladığı olanak nedir?	77
Soru 29	Kategorik tasımları testetmede diğer yöntemler nelerdir?	80
Soru 30	İkinci yöntem nedir?	83
Soru 31	Kategorik tasımların geçerlik ilkeleri nelerdir?	85
Soru 32	«Entimem»leri tasım sayabilir miyiz?	89

IV. BÖLÜM

DEDÜKTİF MANTIK : KATEGORİK OLMAYAN TASIMLAR

Soru 33	Bileşik önermeler nasıl kurulur?	92
Soru 34	Koşullu tasımın yapısal özelliği nedir?	95
Soru 35	Koşullu içermeye tek tür müdür?	99
Soru 36	Seçenekli tasımın yapısal özelliği nedir?	101

Soru 37	Dilem (veya ikilem) nedir?	104
Soru 38	Dilemden nasıl kurtulunulur?	107
Soru 39	Dilemden karşı bir dilemle nasıl kurtulunulur?	110
Soru 40	Günlük dildeki çıkarımlar düzgün biçime nasıl çevrilebilir?	113

V. BÖLÜM

MODERN MANTIĞA GEÇİŞ

Soru 41	Geleneksel mantık niçin yeterli değildir?	117
Soru 42	Aristo mantığı nasıl doğdu?	120
Soru 43	Mantıkta reform fikri nasıl doğdu?	123
Soru 44	Reformda ilk adımları kimler attı?	125
Soru 45	Mantıkla matematiğin karşılıklı etkileşimi nasıl açıklanmıştır?	127
Soru 46	Öklidçi-olmayan geometrilerin etkisi ne oldu?	130
Soru 47	Kümeler tecrisi mantığı nasıl etkiledi?	133
Soru 48	Paradoksları önleme çabası mantığı nasıl etkiledi?	136
Soru 49	Mantığın gelişiminde aksiyometikleştirmenin ne gibi etkisi oldu?	139
Soru 50	Sembolleştirme niçin önemlidir?	143

VI. BÖLÜM

DOĞRULUK FONKSİYONU MANTIĞI

Soru 51	Mantıksal değişmezler nelerdir?	147
Soru 52	Doğruluk fonksiyonu ne demektir?	148
Soru 53	Önerme bağlaçlarını nasıl tanımlayabiliriz?	150
Soru 54	Doğruluk-çizelgesinden daha nasıl yararlanabiliriz?	155
Soru 55	Mantıksal bağlaçlar birbirine indirgenebilir mi?	159
Soru 56	Düzgün tam-deyimi nasıl belirlemektediriz? ...	162
Soru 57	Doğruluk fonksiyonu formüllerini nasıl sınıflayabiliriz?	164
Soru 58	: Doğruluk çizelgesini çıkarımların geçerlik testinde nasıl kullanırız?	166
Soru 59	Etkin bir teknik olan doğruluk çizelgesi yeterince kullanışlı mıdır?	169

VII. BÖLÜM

FORMEL ÇIKARIM METODU

Soru 60	Formel çıkarımdan ne anlıyoruz?	173
Soru 61	Formel çıkarım mihaniki bir metod mudur?	176
Soru 62	Çıkarım kuralları nelerdir? Nasıl niteleyebiliriz?	178
Soru 63	Verilen kurallar tüm çıkarımlar için yeterli midir?	183
Soru 64	Koşulsal ispat kuralı (K.İ.) nedir?	185
Soru 65	Dolaylı ispat (D.İ.) nedir?	186
Soru 66	Geçerlik yeterli midir?	189

VIII. BÖLÜM

NİCELEME MANTIĞI

Soru 67	Niceleme mantığının konu ve kapsamı nedir?	193
Soru 68	Niceleme mantığında sembolizasyon nasıl olmaktadır?	195
Soru 69	Niceleme eşdeğerliklerini nasıl elde ederiz?	197
Soru 70	Dört temel kategorik önerme arasındaki ilişkileri niceleme mantığında nasıl belirleriz? ...	200
Soru 71	Niceleme türünden çıkarımlar için başka kurallara ihtiyaç var mı?	201
Soru 72	Mevcut kurallar, tasımsal olmayan çıkarımların ispatı için de yeterli midir?	205

IX. BÖLÜM

AKSİYOMETİK METOT

Soru 73	Aksiyometik metot nedir?	209
Soru 74	Aksiyometik metot nasıl doğdu?	210
Soru 75 :	Aksiyometik metodun geometri dışında ne gibi uygulamaları oldu?	212
Soru 76	Aksiyometik metot anlayışı nasıl değişti?	214
Soru 77 :	Formel bir sistemi belirleyen özellikler nelerdir?	216
Soru 78	Formel bir sistemin yapısı nedir?	219
Soru 79 :	Aksiyometik bir sistemi yeterlik yönünden nasıl değerlendirebiliriz?	222

Soru 80	Aksiyomların tam ve bağımsız olmasından ne anlıyoruz?	225
Soru 81	İspattan ne anlamalıyız?	227
Soru 82	Aksiyomları doğruluk değeri açısından nasıl niteleyebiliriz?	229
Soru 83	«Yorum» ve «model» den ne anlıyoruz?	231
Soru 84	Bir teoremin formelleştirilmesi ne demektir?	233
Soru 85	Formelleştirme nasıl gerçekleşir?	236
Soru 86	İspatlanan teoremlerin niteliği nedir?	237

X. BÖLÜM

MANTIK İLE İLGİLİ SORUNLAR

Soru 87	Mantıksal geçerlik niçin tartışma konusudur?	241
Soru 88	«Sonuç öncüllerde vardır,» yargısından ne anlamalıyız?	242
Soru 89	Bir önermenin bilinen anlamı ile içeriği farklı mıdır?	244
Soru 90	Geçerli bir çıkarım döngül müdür?	246
Soru 91	Mantığın temel ilkelerini «düşünce kanunları» sayabilir miyiz?	249
Soru 92	Mantık ilkelerini nasıl nitelemeliyiz?	251
Soru 93	Mantık ilkelerinin doğruluğu söz götürmez mi?	252

XI. BÖLÜM

MANTIKSAL DOĞRULUK ve MATEMATİK

Soru 94	Mantıkta doğruluk kavramının yeri nedir? ...	256
Soru 95	Mantığa doğruyu arayan bir bilim gözüyle bakılabilir mi?	257
Soru 96	Mantıksal doğruluktan ne anlamalıyız?	258
Soru 97	Mantıksal doğruluğun ayırıcı özelliği nedir?	259
Soru 98	Mantıksal doğrular dilsel midir?	261
Soru 99	Matematiksel doğruluğu nasıl niteleyebiliriz?	262
Soru 100	Mantıkla matematik özdeş midir?	264
BİBLİYOGRAFYA		267



«100 Soruda» dizisinde, «Bilim Felsefesi» ve «Bilim Tarihi»nden sonra, C. - ta Doğu Teknik Üniversitesi öğretim üyelerinden Prof. Dr. Cemal Yıldırım'ın yeni bir eserini sunuyoruz: «Mantık El Kitabı». / Prof. Yıldırım, yazdığı Önsöz'de şöyle demektedir: «Bu kitabın başlıca amacı mantıksal düşünmeyi tanıtmak, özellikle, 'akıl-yürütme' dediğimiz düşünme türünü geçerlik yönünden değerlendirmeye ilişkin yöntemleri açıklamaktır. İlk bakışta oldukça soyut ve teknik nitelikte görünen mantık, aslında günlük tartışma ve yargılarımızla yakından ilgilidir. Konuyu gereksiz teknik ayrıntılarından sıyrarak genel entellektüel ilgiye hitap edecek biçimiyse vermeğe çalıştım. Kitap bu özelliği ile öğrencilerimiz için de aranan bir kaynak olabilir.» / 1925 yılında Doğu Anadolu'nun uzak ve küçük bir kasabası olan Kulp'ta dünyaya gelen Cemal Yıldırım, orta öğrenimini Akçadağ Köy Enstitüsü'nde, yüksek öğrenimini Yüksek Köy Enstitüsü'nde yapmış, köy okullarında üç yıllık hizmetten sonra İhtisas öğrencisi için önce İngiltere'ye, daha sonra da A.B.D.'ne gönderilmiştir. 1963'ten beri Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nde Mantık, Bilim Metodu ve Bilim Felsefesi derslerini okutmaktadır.